Algorytmy numeryczne - Projekt 1

Mateusz Soroka 250999

Grupa 1 - aplikacje internetowe i bazy danych

14 Październik 2018

Opracowanie dotyczy funkcji ln(1+x)·arctg(x) przy użyciu języka C. Obliczenia wykonałem na cztery sposoby:

1. Sumując elementy szeregu potęgowego obliczane bezpośrednio ze wzoru Taylora w kolejności od początku.
2. Sumując elementy szeregu potęgowego obliczane bezpośrednio ze wzoru Taylora w kolejności od końca.
3. Sumując elementy szeregu potęgowego od początku ale obliczając kolejny wyraz na podstawie poprzedniego.
4. Sumując elementy szeregu potęgowego od końca ale obliczając kolejny wyraz na podstawie poprzedniego.

Do punktów 1. oraz 2. wykorzystałem wzory:

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} \quad arctg(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

Do punktów 3. oraz 4. wykorzystałem wzory (odpowiednio dla ln i arctg):

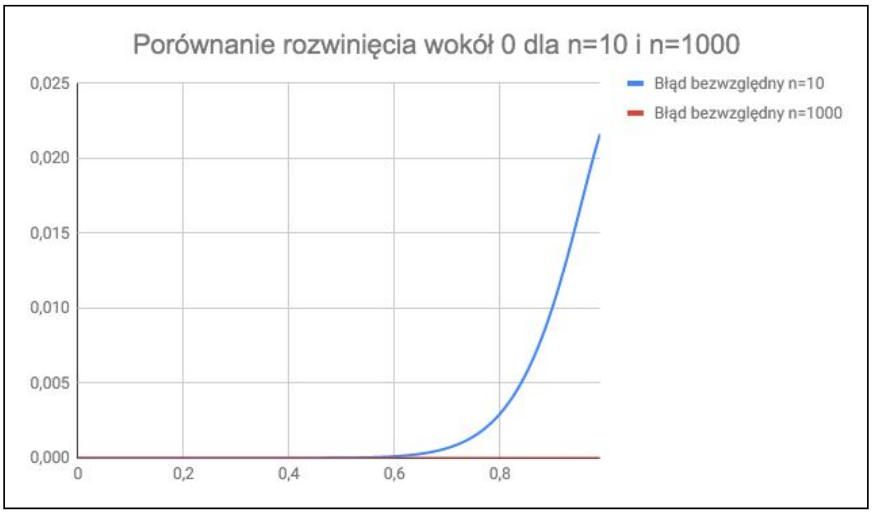
$$a_{n+1} = a\frac{-(n-1)\ x}{n} \quad a_{n+1} = a\frac{-x^2(2n+1)}{2n+3}$$

Ze względu na zbieżność szeregu ln(1+x) na przedziale (-1; 1], do obliczeń wykorzystałem ten właśnie zakres, użyłem typu zmiennoprzecinkowego **double**. Wszystkie otrzymane wyniki porównałem w wynikami z bibliotecznej funkcji wbudowanej **<math.h>**.

Poniższy wykres przedstawia błąd bezwzględny dla sumowania elementów od początku i od końca.

Błąd bezwzględny liczyłem ze wzoru: $\Delta x = x - x_0$, gdzie wartością zmierzoną jest *x,* a wartością rzeczywistą x_0. Widać doskonale, że sumowanie od tyłu daje dokładniejsze wyniki.

Drugi wykres przedstawia rozwinięcie wokół 0 (szereg Maclaurina) tych samych funkcji, ale przy ilości argumentów dla n=10 i dla n=1000, względem funkcji wbudowanych.



Dla x zbliżającego się do 0.6 różnica na wykresie jest praktycznie niezauważalna, choć w istocie wartości te np. dla x=0.22 są równe 9.5745656542^-10 dla n=10 oraz 6.94^-18 dla n=1000. Dla x większego od 0.6 różnica na wykresie jest już zauważalna. Wniosek z tego płynący jest taki, że dokładniejsze wyniki otrzymujemy przy małych argumentach.

Ostatni wykres przedstawia porównanie sumowania elementów na podstawie poprzedniego elementu oraz bezpośrednio ze wzoru Taylora.

W większości obie linie pokrywają się, jednak dla x od -0.8 do -0.6 widać doskonale miejsca, w których błąd dla wartości obliczanej bezpośrednio ze wzoru jest dużo większy. Można więc stwierdzić, że sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego elementu daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.

Liczba sumowanych składników ma bezpośrednie przełożenie na dokładność obliczeń. Weźmy na przykład dane zaprezentowane na wykresie drugim, widać na nich doskonale, że dla mniejszej liczby składników(n=10) błędy względem funkcji wbudowanych są dużo większe w porównaniu z większą liczbą składników(n=1000).