

L'usage de tout instrument électronique est interdit

Les calculs devront être détaillés et s'appuyer sur des algorithmes vus en cours !

Exercice 1. Montrer que le sous-ensemble F de \mathbb{R}^3 définit par

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, x - 5z = 0 \right\}$$

est un sous-espace vectoriel, en donner une base puis sa dimension.

Exercice 2. Considérons la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Trouver une matrice P telle que $K_M = I_P$.

Exercice 3. Considérons le code dont la matrice génératrice est

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- i) Calculer la distance de Hamming du code engendré par G .
- ii) En déduire ses capacités de correction et de détection.
- iii) Trouver une matrice de contrôle C et une matrice de décodage N .
- iv) Décrire la table des syndromes.
- v) Corriger (si nécessaire) et décoder (si possible) les mots suivants :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$