



# FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

**Mestrado Integrado em Engenharia  
Informática e Computação**

## CONTENTS

Exercício 1 - Corporação Weigelt .....	2
Exercício 2 - Mãos Confortáveis .....	2
Exercício 3 - Empresa Emagrecer .....	3
Exercício 4 – Um criador de porcos .....	4
Exercício 5 - Café .....	4
Exercício 6 - Florista .....	5
Exercício 7 – Fábrica NewAge .....	5
Exercício 8 – Centro de informática 1 .....	5
Exercício 9 – Centro de informática 2 .....	6
Exercício 10 - Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos .....	7
Exercício 11 - EtherealSmell .....	8
Exercício 12 - Bar Sol&Praia .....	8
Exercício 13 – Exame do professor Marcelo .....	9
Exercício 14 - Empresa de cosméticos PJ&T    Miniteste 2013-2014 .....	10
Exercício 15 - Comité Olímpico Português    Recurso 2013-2014 .....	11
Exercício 16 – Gestor de marketing    Miniteste 2014-2015 .....	11
Exercício 17 – WeirdPieces    Recurso 2014-2015 .....	12
Exercício 18 – Bomba de gasolina Pompeu    Miniteste 2015-2016 .....	13
Exercício 19 – Construção de uma estrada    Miniteste 2016-2017 .....	14
Exercício 20 – Produção de chapas metálicas    Recurso 2016-2017 .....	15

## EXERCÍCIO 1 - CORPORAÇÃO WEIGELT

A corporação Weigelt tem três fábricas com excesso de capacidade de produção. Felizmente a empresa tem um novo produto pronto a ser produzido, e todas as três fábricas podem produzi-lo. Assim, algum do excesso de capacidade pode ser usado no novo produto. Este produto pode ser produzido em três tamanhos (grande, médio, e pequeno), com um lucro unitário líquido de €420, €360 e €300, respetivamente. As fábricas 1, 2 e 3 têm excesso de capacidade, o que lhes permite produzir 750, 900 e 450 unidades por dia deste produto, respetivamente, independentemente do tamanho produzido ou da combinação de diferentes tamanhos.

A disponibilidade de espaço de armazenamento durante o processo de produção também impõe uma limitação nas taxas de produção do novo produto. As fábricas 1, 2 e 3 têm disponibilidade de espaço de armazenamento de 13 000, 12 000 e 5 000 metros quadrados, respetivamente, para um dia de produção deste produto. Cada unidade de tamanhos grande, médio e pequeno produzida por dia necessita de 20, 15 e 12 metros quadrados, respetivamente.

A previsão de vendas indica que, se estiverem disponíveis, seriam vendidas diariamente 900, 1 200 e 750 unidades de tamanho grande, médio, e pequeno, respetivamente.

Em cada fábrica alguns empregados teriam que ser despedidos, a não ser que a maior parte do excesso de capacidade possa ser usada na produção do novo produto. Para evitar despedimentos, se possível, a gestão decidiu que as 3 fábricas devem utilizar a mesma percentagem do seu excesso de capacidade para produzir o novo produto.

A gestão quer saber quantas unidades de cada tamanho devem ser produzidas em cada fábrica de modo a maximizar o lucro.

Formule um modelo de programação linear para este problema.

## SOLUÇÃO

## EXERCÍCIO 2 - MÃOS CONFORTÁVEIS

Mãos Confortáveis é uma empresa que tem uma linha de luvas para toda a família – homem, mulher e criança. A empresa está a tentar decidir que combinação destes três tipos de luvas produzir.

Os trabalhadores da Mãos Confortáveis estão sindicalizados. Cada trabalhador a tempo inteiro trabalha 40 horas por semana. Adicionalmente, o contrato coletivo de trabalho estipula que o número de trabalhadores a tempo inteiro não pode nunca ser inferior a 20. A empresa também pode contratar trabalhadores não sindicalizados a tempo parcial de acordo com as seguintes condições:

- Cada trabalhador a tempo parcial trabalha 20 horas por semana.
- Tem que haver pelo menos 2 trabalhadores a tempo inteiro por cada trabalhador a tempo parcial.

Os três tipos de luvas são feitos do mesmo tipo de pele genuína de vaca. A Mãos Confortáveis tem um contrato a longo prazo com um fornecedor de pele e recebe 5.000 metros quadrados do material todas

as semanas. Os requisitos de matérias e trabalho e o lucro bruto por luva vendida (não considerando os custos do trabalho) são fornecidos na tabela abaixo.

Tipo de luva	Requisitos de material (m <sup>2</sup> )	Requisitos de trabalho (minutos)	Lucro bruto (por par de luvas)
Homem	2,0	30	€8
Mulher	1,5	45	€10
Criança	1,0	40	€6

Cada trabalhador a tempo inteiro ganha €13 por hora, enquanto cada trabalhador a tempo parcial ganha €10 por hora. A gestão deseja saber que combinação dos três tipos de luvas deve produzir por semana, assim como quantos trabalhadores a tempo inteiro e parcial deve empregar. Querem maximizar o seu lucro líquido (lucro bruto das vendas menos custos do trabalho).

Formule um modelo de programação linear para este problema.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 3 - EMPRESA EMAGRECER

A empresa Emagrecer produz uma linha nutricional completa de bebidas de redução de peso. Um dos seus produtos é um batido de morango que é elaborado para substituir uma refeição completa. O batido de morango é composto por vários ingredientes. Alguma informação sobre cada um destes ingredientes é dada abaixo:

Ingredientes	Calorias de gordura (por colher)	Calorias Totais (por colher)	Vitaminas (mg/colher)	Espessante (mg/colher)	Custo (por colher)
Aroma de morango	1	50	20	3	10
Creme	75	100	0	8	8
Suplemento vitamínico	0	0	50	1	25
Adoçante artificial	0	120	0	2	15
Espessante	30	80	2	25	6

Os requisitos nutritivos são os seguintes:

- 1) A bebida tem que ter no total entre 380 e 420 calorias (inclusive).
- 2) No máximo 20% das calorias totais devem ser provenientes de gordura.

- 3) Têm que ter pelo menos 50 miligramas (mg) de vitaminas.
- 4) Por motivos de sabor, têm que ter pelo menos 2 colheres de aroma de morango por cada colher de adoçante artificial.
- 5) Para manter a espessura adequada, tem que ter exatamente 15 mg de espessante em cada bebida.

A gestão quer selecionar a quantidade de cada ingrediente da bebida que minimize o custo e cumpra os requisitos.

Formule um modelo de programação linear para este problema.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 4 – UM CRIADOR DE PORCOS

Um criador de porcos pretende determinar a quantidade de cada tipo de ração a dar diariamente a cada animal. Ele está a considerar usar uma combinação de ração disponível nos fornecedores locais. Ele quer alimentar os seus porcos ao custo mínimo mas assegurando ao mesmo tempo que cada porco recebe a quantidade adequada de calorias e vitaminas.

Os dados relativos ao custo, número de calorias e vitaminas de cada tipo de ração constam do quadro em baixo.

Conteúdo	Ração Tipo A	Ração Tipo B
Calorias (por Kg)	800	1.000
Vitaminas (por Kg)	140 unidades	70 unidades
Custo (por Kg)	€0,40	€0,80

Cada porco necessita de 8 000 calorias por dia e pelo menos 700 unidades de vitaminas. Além disso, a quantidade de ração do tipo A não pode ultrapassar um terço da dieta (por peso), pois esta ração contém um ingrediente que é tóxico se consumido em grandes quantidades.

- a) Formule um modelo de programação linear para este problema.
- b) Resolva graficamente o problema.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 5 - CAFÉ

Num café aberto só aos dias da semana, os trabalhadores trabalham 4 dias por semana seguidos de um dia de folga e este esquema é repetido todos os 5 dias úteis. Assim, um trabalhador tem o mesmo dia de folga todas as semanas.

A necessidade de trabalhadores é dada na tabela abaixo e tem que ser cumprida ou excedida em cada dia.

Dia	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Procura	3	5	9	2	7

- a) Formule um modelo de programação linear para este problema que minimize o número total de trabalhadores necessários para cumprir a procura diária.
- b) Suponha que é necessário assegurar que pelo menos 40% dos trabalhadores têm a sexta-feira livre. Introduza esta restrição no problema.

#### SOLUÇÃO

#### EXERCÍCIO 6 - FLORISTA

Uma florista planta pés de rosas vermelhas e brancas. Cada rosa vermelha tem um custo de €8 por ano e cada rosa branca €2 por ano. Os pés de rosas vermelhas e brancas necessitam de uma área de 5dm<sup>2</sup> e 4dm<sup>2</sup> por pé, respetivamente. O trabalho necessário por ano para um pé vermelho é de 1 hora-homem, e para um pé branco é de 5 horas-homem. As rosas vermelhas têm um lucro de €2, e as brancas de 3€. O terreno disponível tem no máximo uma área de 6100dm<sup>2</sup>, o dinheiro total disponível é de €8000. A disponibilidade anual de trabalho é de no máximo de 5000 horas-homem.

- a) Quantos pés de rosas de cada tipo devem ser plantados para maximizar o lucro?
- b) Resolva graficamente o problema, ilustrando o conjunto das soluções admissíveis.

#### SOLUÇÃO

#### EXERCÍCIO 7 – FÁBRICA NEWAGE

A fábrica NewAge fabrica um determinado tipo de componente elétrico, para o qual a procura é variável. A estimativa da procura desse componente para os próximos quatro meses é de 2600, 2900, 3400 e 3000, respetivamente. Nos meses em que a procura é menor, poderá haver excesso de produção e criação de stock, por forma a cobrir a procura nos meses em que esta é maior.

A fábrica consegue produzir 2400 componentes por mês em turnos normais. Se recorrer a turnos extraordinários é possível fabricar um acréscimo de 600 componentes por mês. Cada componente fabricado num turno extraordinário tem um custo adicional de 7 € relativamente ao seu fabrico num turno normal.

Além disso, estima-se um custo de armazenagem de 3 € /mês para cada componente em stock.

Pretende-se determinar um plano de produção para os próximos quatro meses que minimize os custos totais de produção e armazenagem.

#### SOLUÇÃO

#### EXERCÍCIO 8 – CENTRO DE INFORMÁTICA 1

O diretor de um centro de informática pretende fazer o planeamento dos horários dos funcionários que prestam apoio aos utilizadores do centro.

O centro está aberto das 8:00 às 24:00.

As necessidades mínimas de pessoal encontram-se na tabela seguinte:

Períodos do dia	Número mínimo de funcionários
Das 8:00 às 12:00	4
Das 12:00 às 16:00	8
Das 16:00 às 20:00	10
Das 20:00 às 24:00	6

Os funcionários podem ser contratados em regime de tempo integral ou parcial. Os funcionários a tempo integral trabalham 8 horas consecutivas num dos turnos seguintes: manhã (das 8:00 às 16:00), tarde (das 12:00 às 20:00) ou noite (das 16:00 às 24:00). Estes funcionários recebem 14 €/hora.

Os funcionários a tempo parcial podem trabalhar em qualquer dos turnos de 4 horas definidos na tabela anterior e recebem 12 €/hora.

O diretor do centro pretende que em qualquer período do dia estejam a trabalhar pelo menos dois funcionários a tempo integral por cada funcionário a tempo parcial que esteja de serviço.

Quantos funcionários a tempo integral e a tempo parcial devem ser contratados por forma a minimizar os custos?

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 9 – CENTRO DE INFORMÁTICA 2

O diretor de um centro de informática pretende fazer o planeamento de funcionários que prestam apoio aos utilizadores do centro. O diretor identificou as seguintes necessidades relativas ao número de funcionários:

Mês	Número mínimo de funcionários
Jan/Fev/Mar	18
Abr/Mai/Jun	12
Jul/Ago/Set	30
Out/Nov/Dez	16

Os funcionários podem ser contratados em regime de curto prazo ou sem termo. Os funcionários em regime de curto prazo são contratados por um período limitado de 6 meses. Enquanto cada funcionário sem termo recebe 650€ / mês, cada funcionário em regime de curto prazo recebe 500€ /mês.

Para manter um nível de continuidade nos serviços prestados aos utilizadores, o diretor estabeleceu que pelo menos 75% dos seus funcionários deveriam ser funcionários sem termo.

- Formule um modelo de programação linear que permita determinar quantos funcionários sem termo e a curto prazo devem ser contratados para cada três meses de forma a satisfazer os requisitos do centro com o menor custo possível para o ano em questão.

- b) Devido a questões burocráticas com a contratação dos funcionários em regime sem termo, o diretor gostaria de ter acesso a um plano onde se procura minimizar o máximo número de trabalhadores neste regime contratados num só mês. Altere o modelo de forma a obter este plano.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 10 - GESTÃO DE RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS

A empresa de Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos RESITRATA tem contratos com os municípios mais próximos para recepção dos Resíduos Sólidos Urbanos (RSU) gerados pela população e para a sua deposição num aterro sanitário. Para facilitar o processo de recepção de RSU, a empresa dispõe de cinco centros de transferência (A, B, C, D e E), nos quais os municípios podem entregar a quantidade de RSU recolhida. Depois de pesados e compactados, os resíduos necessitam de ser transportados para o aterro sanitário (O). A seguinte quantidade de RSU é acumulada diariamente em cada centro:

Centros de transferência	Quantidade de Resíduos Acumulados (Ton)
A	80
B	30
C	25
D	65
E	50

Todos os dias, um conjunto de veículos percorre os vários centros de transferência para transportar os RSU até ao aterro sanitário. Quatro rotas possíveis foram pré-estabelecidas pela empresa para o transporte:

Rota W: O – A (8) – C (5) – E (5) – O

Rota Y: O – A (8) – D (7) – B (3) – O

Rota Z: O – E (6) – D (8) – C (4) – O

Rota K: O – B (5) – C (8) – D (5) – O

Entre parênteses está a quantidade (em toneladas) transportada de cada centro para o aterro pela rota. Cada rota é realizada por um veículo e existem apenas doze veículos disponíveis para o transporte.

Formule o problema que permite determinar quantos veículos saem por dia para realizar cada rota, garantindo que todos os RSU acumulados sejam transportados para o aterro sanitário. O objetivo é minimizar a distância total, sendo que a distância percorrida em cada rota é indicada em seguida:

Rota	Distância (km)
W	130
Y	180
Z	70
K	250



## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 11 - ETHEREALSMELL

A empresa EtherealSmell produz os perfumes Bloom, um perfume feminino e Dream, um perfume masculino. A matéria-prima para produzir cada tipo de perfume pode ser adquirida por 3€/Kg. Processar 1Kg de matéria-prima requer uma hora de laboratório. Cada Kg de matéria-prima processada dá para produzir 3 frascos de Bloom Standard e 4 frascos de Dream Standard simultaneamente. O Bloom Standard é vendido a 7€ o frasco e o Dream Standard é vendido a 6€ o frasco.

A EtherealSmell tem ainda a opção de processar as versões standard de cada perfume para produzir Bloom Luxury, vendido a 18€ o frasco e Dream Luxury, vendido a 14€ o frasco. Cada frasco de Bloom Standard processado necessita de mais 3 horas de laboratório e custa 4€ em custos de processamento, dando para produzir 1 frasco de Bloom Luxury. Cada frasco de Dream Standard processado necessita de mais 2 horas de laboratório e custa 4€ em custos de processamento, dando para produzir 1 frasco de Dream Luxury.

Em cada ano a EtherealSmell tem 6000 horas de laboratório disponíveis e pode adquirir até 4000Kg de matéria-prima. No entanto, após adquirida, toda a matéria-prima deverá ser processada.

O departamento de investigação da EtherealSmell desenvolveu também um novo perfume unissexo denominado Droom Luxury. Cada frasco deste novo perfume é obtido pelo processamento de meio frasco de Bloom Standard e meio frasco de Dream Standard. Este novo perfume será vendido a 20€ o frasco e necessita de 1 hora de laboratório para ser desenvolvido e um custo extra de processamento de 5€. Foi decidido também que a produção deste perfume deve corresponder a 10% da produção total.

Formule um problema de Programação Linear que possa ser usado para determinar como pode a EtherealSmell maximizar os seus lucros. Assuma que o custo das horas de laboratório é um custo fixo.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 12 - BAR SOL&PRAIA

O bar Sol&Praia nas Caraíbas está a dimensionar a zona de guarda-sóis pagos. Este bar está a tentar introduzir uma novidade no mercado e irá distinguir entre três tipos de áreas de guarda-sóis pagos. A tabela abaixo resume as características de cada área.

Dados para cada área de guarda-sóis pagos.

Área	Designação	Preço ao público por guarda-sol (€/dia)	Guarda-sóis (unid./m <sup>2</sup> )	Custos associados a cada tipo área (€/ano.m <sup>2</sup> )	Área máxima (m <sup>2</sup> )	Taxa média de utilização prevista
A	Espreguiçadeira sem almofada	10	0,3	30	1000	60 %
B	Espreguiçadeira com almofada	15	0,2	50	1000	50 %

C	Serviço personalizado	30	0,1	150	700	40 %
---	-----------------------	----	-----	-----	-----	------

A direção do Sol&Praia decidiu que os custos anuais não deverão exceder os 150 000 € e que a área total deverá ser inferior a 2500 m<sup>2</sup>. Por fim, a direção quer que a área do tipo C seja pelo menos um terço da área total usada.

- Formule o problema de dimensionamento das áreas do Sol&Praia como um problema de programação linear. Descreva os pressupostos que achar necessários.
- A Sol&Praia gostava de incorporar no mesmo problema de otimização o número de empregados que precisará para assegurar o bom funcionamento destas áreas. Os dados relativos aos empregados estão descritos na Tabela. Faça as alterações que achar necessárias para incorporar estas decisões. Descreva os pressupostos que achar necessários.

Dados para os empregados de cada área de guarda-sóis pagos.

Designação	Custo por empregado (€/mês)	Nº mínimo de empregados (unid./m <sup>2</sup> )
Área A	600	0,004
Área B	700	0,005
Área C	800	0,01

- Ao longo de anos de observação, a Sol&Praia percebeu que, por cada empregado acima do mínimo necessário em cada área, a “Taxa média de utilização prevista” aumenta em cerca de 5%. É possível introduzir esta observação empírica na formulação por si desenvolvida e manter o problema de otimização linear? Justifique.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 13 – EXAME DO PROFESSOR MARCELO

O Professor Marcelo deu recentemente um exame aos seus alunos em época especial. O exame era composto por 4 alíneas (duas por pergunta). Apareceram 3 alunos ao exame e as respetivas classificações (de 0 a 100) por alínea encontram-se na tabela 1.

*Tabela 1 - Classificações dos alunos por alínea*

	1 a)	1 b)	2 a)	2 b)
Aluno 1	30	80	10	90
Aluno 2	50	30	0	100
Aluno 3	20	70	30	70

As cotações de cada alínea estão agora à consideração do Professor Marcelo. Dado o caráter especial deste exame, o Professor está a pensar formular um modelo de programação linear para testar diversos objetivos. No entanto, todos estes cenários terão que respeitar as seguintes restrições:

- A cotação de cada alínea não poderá ser inferior a 10 por cento.
- A primeira pergunta deverá corresponder pelo menos a 40 por cento da cotação total.
- Nenhuma das perguntas poderá exceder os 60 por cento da cotação total.

- Identifique as variáveis de decisão deste problema e escreva as suas restrições.
- Como escreveria a função objetivo se o Professor Marcelo quisesse maximizar a média das notas.
- Como ficaria a formulação completa (função objetivo e restrições) se o Professor Marcelo quisesse maximizar a menor das notas.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 14 - EMPRESA DE COSMÉTICOS PJ&T

MINITESTE 2013-2014

A empresa de cosméticos PJ&T vai lançar um novo produto solar para o próximo verão. Depois de considerar possíveis canais de publicidade e de analisar o mercado a ser coberto, a PJ&T decidiu restringir a campanha de publicidade do primeiro mês a cinco meios de comunicação. No final desse mês, a PJ&T irá reavaliar a sua estratégia com base nos resultados obtidos.

A PJ&T recolheu dados sobre o número de potenciais clientes atingidos pela campanha em cada meio de comunicação, o custo por anúncio, o número máximo de vezes que cada meio de comunicação está disponível, e a classificação de qualidade de exposição para cada um dos cinco meios de comunicação.

A classificação de qualidade é medida usando uma unidade de qualidade de exposição, a qual corresponde a uma medida do valor relativo de um anúncio em cada um dos meios de comunicação. A informação recolhida está apresentada na Tabela 1.

A PJ&T tem um orçamento de publicidade de € 30.000 para a campanha do primeiro mês. Impuseram ainda as seguintes restrições sobre a alocação desses fundos: devem ser usados pelo menos 10 anúncios de televisão. Devem ser alcançados pelo menos 50000 potenciais clientes, dos quais, pelo menos 10% devem ser alcançados através de anúncios de rádio. Finalmente, não mais do que 18.000 € podem ser gastos em anúncios de televisão.

Formule o problema como um modelo de programação linear.

Tabela 1 – Dados recolhidos pela PJ&T

Meios de comunicação	Número de clients potenciais	Custo (€) por anúncio	Disponibilidade mensal (número máximo de vezes que o meio pode ser usado)	Qualidade de Exposição
TV horário diurno (1 min), canal TVPlus	1000	1500	15	65
TV horário noturno (30 sec), canal TVPlus	2000	3000	10	90
Jornal diário (uma página), Notícias da Manhã	1500	400	25	40
Revista de Domingo (meia página), Jornal de Domingo	2500	1000	4	60
Radio, 8:00 a.m. or 5:00 p.m. notícias (30 sec), estação SpotFM	300	100	30	20

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 15 - COMITÉ OLÍMPICO PORTUGUÊS

RECURSO 2013-2014

Para precaver os recentes problemas de adaptação que algumas equipas revelaram no último campeonato mundial de futebol no Brasil, o Comité Olímpico Português tenciona efetuar um pré-estágio no Brasil com as três principais equipas olímpicas para preparar a sua participação nos Jogos Olímpicos do Rio de Janeiro de 2016.

O voo durará cerca de 9 horas, num avião que apenas pode transportar 100 passageiros. As três equipas que viajarão serão as de natação, ginástica e canoagem. Essas equipas têm o seguinte número de atletas e treinadores (respetivamente): natação 42 e 12, ginástica 22 e 14, canoagem 34 e 16.

Tem que haver pelo menos um treinador de natação a acompanhar cada 3 nadadores no avião. Do mesmo modo, tem que haver pelo menos um treinador de ginástica para cada 2 ginastas no avião. Os canoístas tendem a ser mais velhos pelo que podem viajar sem treinadores.

Como as associações de natação e canoagem estão a dividir equitativamente os custos da viagem, exigem que 70% dos lugares do avião sejam atribuídos aos nadadores e canoístas (e aos treinadores de ambas as equipas).

Além disso, exigem que o número total de nadadores e dos seus treinadores seja igual ao número total de canoístas e dos seus treinadores.

- a) Formule um Problema de Programação Linear que minimize o número de pessoas que não viajarão neste voo.
- a) Suponha que deixar de fora um ginasta custa três vezes mais que deixar um nadador ou canoísta. Suponha também que o custo de deixar os treinadores é negligenciável. Reformule novamente o problema de modo a minimizar o custo das pessoas deixadas de fora do voo nestas novas condições.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 16 – GESTOR DE MARKETING

MINITESTE 2014-2015

Como gestores de marketing de produto, uma das nossas tarefas é preparar recomendações para a Comissão Executiva sobre como alocar as despesas de publicidade. O orçamento de publicidade do ano passado, de €40 000, foi gasto em incrementos idênticos nos quatro trimestres. As expectativas iniciais são de repetir este plano no próximo ano. Contudo, a Comissão gostaria de saber se existe alguma outra alocação que seja vantajosa mantendo ou baixando o orçamento global.

O produto é vendido por €40 e custa €25 a produzir. As vendas no passado têm tido sazonalidade, e os nossos consultores estimaram os seguintes fatores de ajuste sazonal para as unidades vendidas:

T1 - 90%	T3 - 80%
T2 - 110%	T4 - 120%

(Um fator de ajuste sazonal mede a percentagem sobre a procura trimestral média verificada num dado trimestre).

Claramente, a publicidade permite aumentar as vendas. Os nossos consultores estimaram há alguns anos a relação entre a publicidade e as vendas. Convertendo essa relação para as condições atuais resulta na seguinte fórmula:

$$Vendas\ Trimestrais = 3000 + 0,1 \times Publicidade \times Fator\ de\ Ajuste\ Sazonal$$

Além dos custos de produção, devem ser tidos em consideração o custo da força de vendas (estimado em €34,000 anuais, alocados da seguinte forma: T1 e T2, €8 000 cada; T3 e T4, €9 000 cada), o custo da própria publicidade, e outros custos (estimados em cerca de 15 por cento das receitas). As receitas resultam da multiplicação das vendas pelo preço de venda.

- Formule um problema de programação linear que lhe permita preparar recomendações para a Comissão Executiva sobre como alocar as despesas de publicidade.
- Apesar de ser claro que a publicidade aumenta as vendas, há limites para este impacto. Assim os consultores refizeram a relação entre publicidade e vendas e chegaram à seguinte expressão:

$$Vendas\ Trimestrais = 35 \times Fator\ de\ Ajuste\ Sazonal \times \sqrt{3000 + Publicidade}$$

Tendo em conta esta nova expressão comente a possibilidade de poder reformular o modelo anterior e usar o algoritmo Simplex para resolver o problema.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 17 – WEIRDPIECES

RECURSO 2014-2015

A WeirdPieces é uma fábrica que produz peças em prensado de madeira. Numa das suas linhas de produção utiliza placas quadrangulares, como a que se encontra apresentada na figura 1.

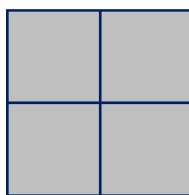


Figura 1 – Placa quadrangular que serve de base ao corte de peças

A WeirdPieces recebeu uma encomenda para o fabrico de peças com três formas diferentes, cortadas a partir das placas quadrangulares. O formato das peças a cortar é apresentado na Figura 2. Para satisfazer a encomenda será necessário fabricar 50 peças com o formato 1, 80 peças com o formato 2 e 200 peças com o formato 3.

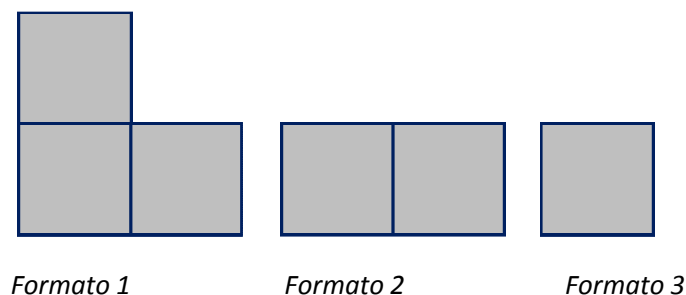


Figura 2 – Formas das peças a cortar

Formule o problema como Programação Linear, por forma a garantir a satisfação da encomenda minimizando a utilização da matéria-prima (placas quadrangulares) necessária. Sugestão: procure identificar quais os padrões de corte que uma placa poderá ter para formar as peças necessárias.

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 18 – BOMBA DE GASOLINA POMPEU

MINITESTE 2015-2016

O Senhor Pompeu é dono de uma bomba de gasolina em Vila do Conde, e pretende melhorar o seu negócio através de uma completa reformulação do funcionamento da bomba e da equipa de funcionários.

Antes de tomar qualquer decisão, o Senhor Pompeu resolveu recolher alguma informação que considerou importante:

- A bomba deverá estar aberta ao público durante 24 horas por dia.
- O dia de trabalho será dividido em turnos de seis horas
- Os funcionários deverão trabalhar em dois turnos consecutivos de 6 horas
- Os funcionários serão pagos a 10 € por hora
- Cada funcionário consegue atender, em média, 20 clientes por hora
- A afluência de clientes na bomba varia ao longo do dia, tendo-se estabelecido valores com os seguintes patamares, que coincidem com os turnos dos funcionários.

Turno	Horário	Número de clientes que chegam à bomba
1	00h00-06h00	600
2	06h00-12h00	1200
3	12h00-18h00	1800
4	18h00-24h00	1200

- Sempre que não seja possível atender um cliente durante um dado turno, ele terá de ser atendido no turno seguinte.
- Por forma a modelar a impaciência do cliente, considera-se que qualquer cliente que esteja presente na bomba no fim de um turno terá um custo de 5 €.
- Assume-se também que à meia-noite de cada dia (no fim do turno 4) todos os clientes foram servidos.

Com base nesta informação:

- i) Identifique e descreva as variáveis de decisão do problema
- ii) Represente matematicamente as restrições do problema
- iii) Identifique e descreva a função objetivo do problema

## SOLUÇÃO

### EXERCÍCIO 19 – CONTRUÇÃO DE UMA ESTRADA

MINITESTE 2016-2017

Para a construção de uma estrada é necessário aplanar o terreno numa porção da área selecionada para a construção. Os trabalhos envolvem a remoção de terrenos de uns sítios para outros para que a estrada a construir fique o mais plana possível. A figura 1 mostra o perfil original do terreno, assim como uma linha horizontal que ilustra o perfil ideal da estrada.

O terreno está dividido em 5 secções. A secção 1, por exemplo, necessita de ser preenchida com  $10 \times 10^3$  m<sup>3</sup> de terra, enquanto da secção 2 será necessário retirar  $18 \times 10^3$  m<sup>3</sup> de terra.

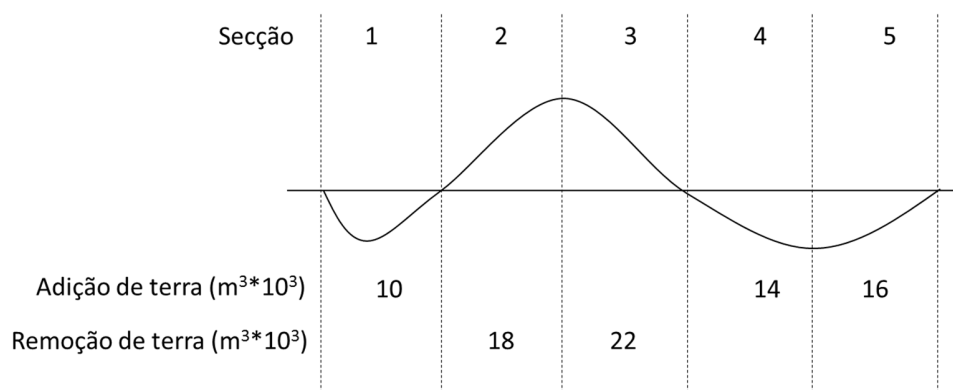


Figura 1

O custo de remoção de terras, incluindo o carregamento em camiões é de € 8 /m<sup>3</sup>, enquanto o custo de enchimento, incluindo compactação é de € 12 /m<sup>3</sup>.

O custo unitário de transportar terra de uma secção para outra depende da distância a que se encontram uma da outra e é de €2 /m<sup>3</sup> por cada secção atravessada.

Pretende-se determinar quanta terra deverá ser movida por forma a otimizar as operações de movimento de terras.

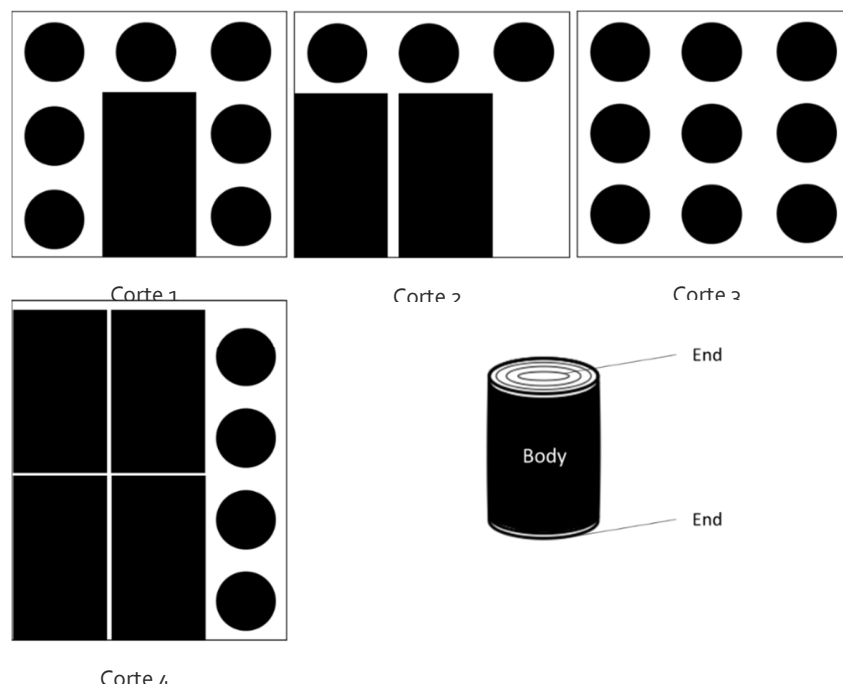
Com base nesta informação:

- a) Identifique e descreva as variáveis de decisão do problema
- b) Represente matematicamente as restrições do problema
- c) Identifique e descreva a função objetivo do problema

## SOLUÇÃO

Considere a produção de latas estampadas a partir de chapas metálicas. Para criar uma lata é necessário um corpo principal e duas extremidades. De momento, existem 4 tipos de corte para a estampagem possíveis a ser usados (envolvendo 2 tipos / tamanhos diferentes de chapa metálica). como mostrado na figura abaixo.

Considere que estão disponíveis 40 horas de trabalho por semana, assim como 15 chapas metálicas do tipo 1 para estampar por semana e 7 chapas metálicas de tipo 2. A empresa pretende planejar a produção de forma a minimizar o desperdício.



Características	Tipo de Corte			
	1	2	3	4
Tipo de chapa	1	2	1	1
Nº de corpos	1	4	2	0
Número de extremidades	7	4	3	9
Desperdício (m <sup>2</sup> )	5	3	4	6
Duração (horas)	3	4	2	1

- 1) Defina as variáveis de decisão.
- 2) Defina a função objetivo.



- 3) Defina as restrições.
- 4) Se pretendêssemos maximizar o lucro total (em vez de minimizar o desperdício), considerando o lucro de vender uma lata, como poderia ser definida a função objetivo nesta situação?

#### SOLUÇÃO