Exame de Qualificação
Profas. Leila Ribeiro e Luciana Buriol
08/07/2014

Nome:

Dicas gerais: Leia todas as questões antes de começar; sempre justifique a sua resposta.

1. (2.5 pontos) Imagine que se quer provar que uma propriedade **P** é válida para a classe de funções computáveis. Faça esboços de como poderiam ser as provas desta propriedade usando Máquinas de Turing e usando Funções Recursivas Parciais, justificando a validade de cada prova. Defina critérios e faça uma análise comparativa das duas provas.

2. (2.5 pontos) Disserte sobre **problemas NP-completos**. Além das definições, explicações e exemplos que você julgar relevantes, sua resposta deve necessariamente explicar 2 formas diferentes de se provar que um dado problema é NP-completo e também uma justificativa da importância desta classe de problemas. Note que a sua escolha do que é relevante sobre este assunto será considerada na nota desta questão.

3. Considere um jogo num grid de tamanho nxm. Cada célula $x_{i,j}$ do grid possui um valor $v_{i,j} \in R$. Encontre o caminho de maior custo partindo de quaquer posição da primeira linha, até qualquer posição da última linha do grid, e supondo que o custo do caminho é a soma dos valores das células por onde o caminho passar. No entanto, a partir de uma célula $x_{i,j}$ a próxima célula do caminho deve ser uma entre três opções: a imediatamente abaixo na diaognal esquerda ($x_{i+1,j-1}$), a imediatamente abaixo ($x_{i+1,j}$), ou a imediatamente abaixo na diagonal direita ($x_{i+1,j+1}$). Apresente um algoritmo de programação dinâmica que resolva este problema, retornando o custo do caminho encontrando (não precisa retornar o caminho). Analise a complexidade de tempo e espaço do seu algoritmo.

   Dica: use uma matriz quadrada, calcule linha por linha, armazenando em cada célula x_{ij} o maior valor de qualquer caminho partindo de qualquer célula da primeira linha até a célula $x_{i,j}$.

Tabela 1: Exemplo de uma instância com grid de tamanho 3x4. Cada célula do grid possui seu valor correspondente. A solução ótima tem custo 10, obtido pelo caminho $x_{1,2} + x_{2,3} + x_{3,3} + x_{4,4}$.

1	3	1	2
3	2	4	2
0	2	-1	-4
-1	-2	1	4

4. (2.5 pontos) Considere uma árvore binária completa T=(V,E,w) com pesos $w_e \in R^+$ atribuído a cada aresta do grafo. Resolva o problema de calcular o caminho de custo mínimo entre o nó raiz e qualquer nó folha. Apresente o pseudocódigo de um algoritmo de divisão e conquista que resolva o problema para uma árvore de n nós (suponha $n = 2^i - 1$ para qualquer i, para garantir uma árvore binária completa), retornando o valor mínimo do caminho entre o nó raiz e uma das folhas da árvore (não precisa retornar o caminho). Analise a complexidade de tempo do seu algoritmo, informando a equação de recorrência e como a complexidade do mesmo é calculada.

   Por exemplo, o camínho mínimo na árvore abaixo com n=15 é $A \to C \to G \to N$ e tem custo 4.