Exame de Qualificação - Algoritmos 10/12/2015

Profs. Álvaro Freitas Moreira e Luciana S. Buriol

Nome:

Escolha apenas duas questões da parte de algoritmos (3 primeiras) e duas da parte da Teoria da Computação (3 últimas) para responder.

Algoritmos

1. (2,5 pts) Apresente o pseudo-código de um algoritmo de divisão e conquista com equação de recursão $T(n) = 3T(n/3) + O(1)$ que dado um vetor com n números inteiros, retorne o valor do menor número do vetor. Analise a complexidade de pior caso de tempo do seu algoritmo.
   Complexidade O(n).

2. (2,5 pts) Apresente o pseudo-código de um algoritmo que dado um grafo direcionado não pesado e sem ciclos G=(V,A), sendo V o conjunto de vértices e A o conjunto de arcos, o algoritmo retorne uma ordenação dos vértices de 1 até n de tal forma que todos arcos $(i, j) \in A$ atendam o critério de $i < j$. Analise a complexidade de pior caso de tempo do seu algoritmo.
   Topological sort.

3. (2,5 pts) Problema: Maior valor de subsequência contínua. Dado uma sequência de n valores reais quaisquer $S[1], ..., S[n]$, determine uma subsequência contínua $S[i], ..., S[j]$ cuja soma de elementos na subsequência é maximizada. O objetivo do problema é retornar a soma máxima obtida. Apresente o pseudo-código de um algoritmo de programação dinâmica que resolve este problema. Analise a complexidade de pior caso de tempo e de espaço do seu algoritmo.
   Por exemplo, a sequência $|S| = \{1, -3, 2, 4, -1, 5, 1, -2, 0, 1\}$ tem 11 como maior valor de subsequência ({2,4,-1,5,1}).
   Equação de recursão: $M[j] = max(M[j-1] + S[j], S[j])$

Teoria

1. Considere os seguintes problemas de decisão:

   HamCycle: *Dado um grafo $G = (V, E)$, ele contém ciclo cujos vértices são visitados exatamente uma vez?*

   HamPath: *Dado um grafo $G = (V, E)$ e dois vértices distintos s e t, ambos em V, existe caminho simples em G que começa em s, termina em t e cujos vértices são visitados exatamente uma vez?*

   EulerCycle: *Dado um grafo $G = (V, E)$, ele contém ciclo cujas arestas são visitadas exatamente uma vez?*

   Sabendo que:

   - HamCycle é NP-Completo
   - HamCycle é redutível em tempo polinomial a HamPath
   - EulerCycle pode ser resolvido em tempo polinomial

   responda se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas? Justifique suas respostas.

   a) EulerCycle é redutível em tempo polinomial a HamCycle.
   b) EulerCycle é redutível em tempo polinomial a HamPath.
   c) HamPath é redutível em tempo polinomial a EulerCycle.

2. Mostre que HamCycle é redutível em tempo polinomial para HamPath (ambos os problemas são definidos no enunciado da questão anterior

3. Dada uma prova da não existência de Máquina de Turing para decidir o Problema da Parada, explique o papel da Tese de Church-Turing na prova de que o Problema da Parada é indecidível.