Algorytmy Numeryczne - Zadanie 2

Mateusz Stapaj

16 kwietnia 2022

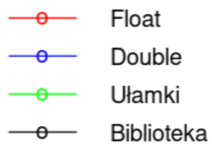
1 Wstęp

Program napisany przeze mnie w języku Java służy do wykonywania operacji dodawania, mnożenia macierzy. Za pomocą programu można także rozwiązywać układy równań bez wyboru, z częściowym wyborem oraz z pełnym wyborem elementu podstawowego. Typy danych, które są obsługiwane to float, double oraz ułamek zwykły z użyciem BigInteger. Program automatycznie zapisuje uzyskane wartości do pliku oraz wyświetla czasy obliczeń. Następnie przy pomocy języka programowania R, wykonałem odpowiednie wykresy.

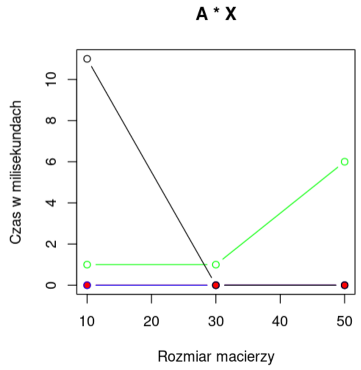
2 Dodawanie i mnożenie macierzy

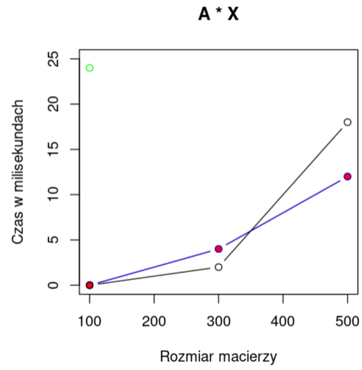
2.1 Porównanie czasów operacji na macierzach

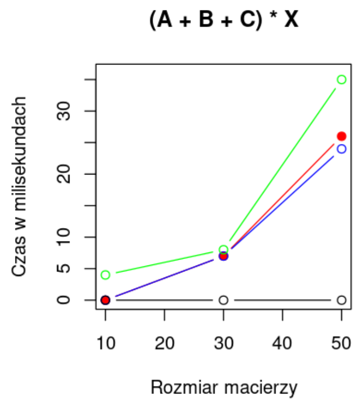
Legenda do wszystkich wykresów

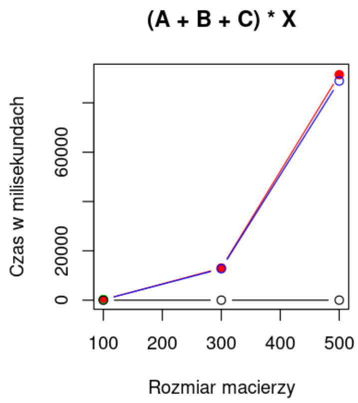


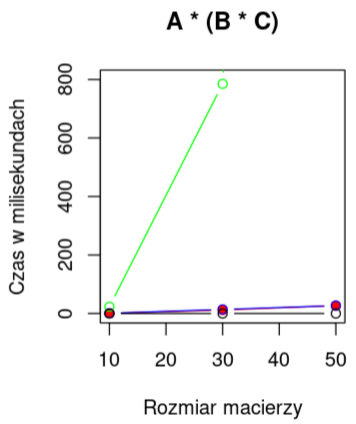
Obliczenia dla własnej implementacji ułamków dla macierzy o rozmiarze 300x300 i 500x500 trwały bardzo długo i dlatego też nie zostały umieszczone na wykresach i w tabeli.

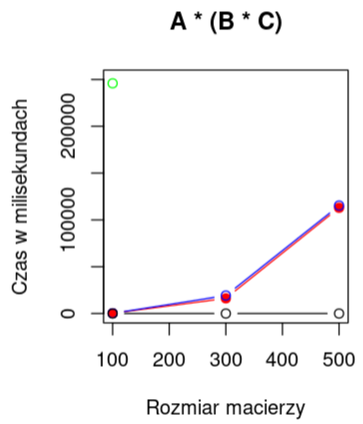












2.2 Porównanie norm operacji na macierzach

Dla typu Double normy wynoszą zero, ponieważ wykorzystana przeze mnie biblioteka (ejml) korzysta z typu Double. Wyniki uzyskane z mojej implementacji wynoszą tyle samo co wyniki uzyskane za pomocą biblioteki.

Normy dla macierzy 10x10	Float	Double	Ułamki
$A * X$	1.03e-13	0	4.24e-22
$(A + B + C) * X$	1.28e-13	0	4.24e-22
$A * (B * C)$	1.76e-18	0	4.14e-25

Normy dla macierzy 30x30	Float	Double	Ułamki
$A * X$	1.23e-15	0	2.12e-22
$(A + B + C) * X$	8.27e-14	0	2.12e-22
$A * (B * C)$	8,08e-15	0	1.32e-23

Normy dla macierzy 50x50	Float	Double	Ułamki
$A * X$	8.15e-13	0	8.47e-22
$(A + B + C) * X$	2.07e-15	0	3.39e-21
$A * (B * C)$	5.36e-13	0	8.47e-22

Normy dla macierzy 100x100	Float	Double	Ułamki
$A * X$	5.56e-12	0	6.78e-21
$(A + B + C) * X$	5.08e-12	0	1.36e-20
$A * (B * C)$	3.5e-13	0	1.27e-21

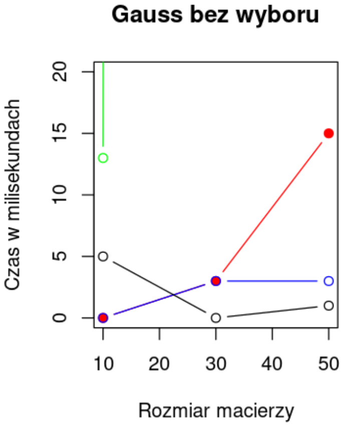
Normy dla macierzy 300x300	Float	Double	Ułamki
$A * X$	3.45e-11	0	-
$(A + B + C) * X$	3.45e-11	0	-
$A * (B * C)$	3.19e-11	0	-

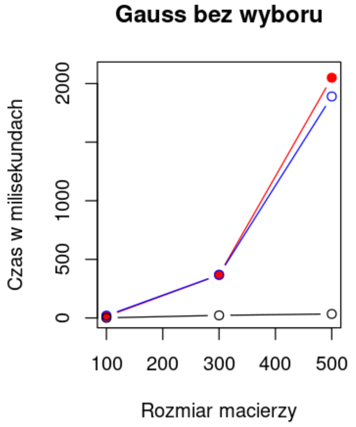
Normy dla macierzy 500x500	Float	Double	Ułamki
$A * X$	9.44e-12	0	-
$(A + B + C) * X$	5.23e-11	0	-
$A * (B * C)$	3.54e-10	0	-

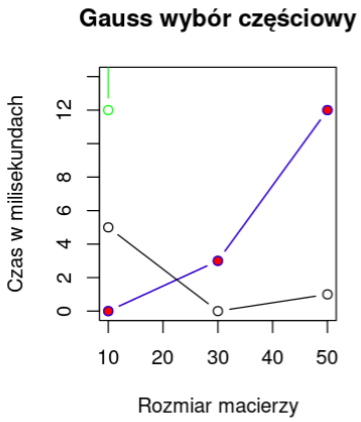
3 Rozwiązywanie układów równań algorytmem Gaussa

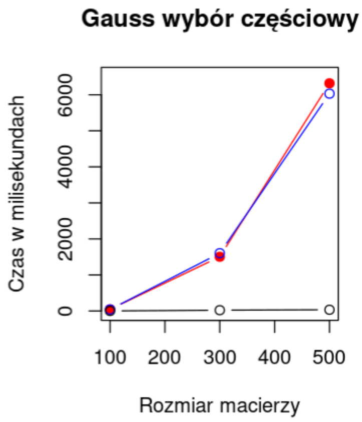
3.1 Porównanie czasów rozwiązywania układów algorytmem Gaussa

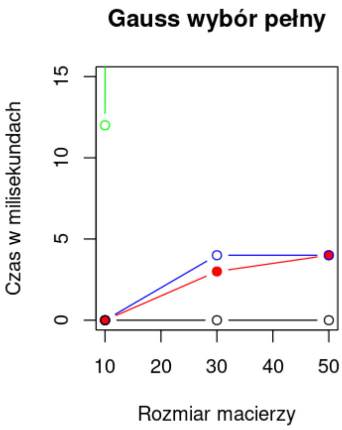
Obliczenia dla własnej implementacji ułamków dla macierzy o rozmiarze 100x100, 300x300 i 500x500 trwały bardzo długo i dlatego też nie zostały umieszczone na wykresach i w tabeli.

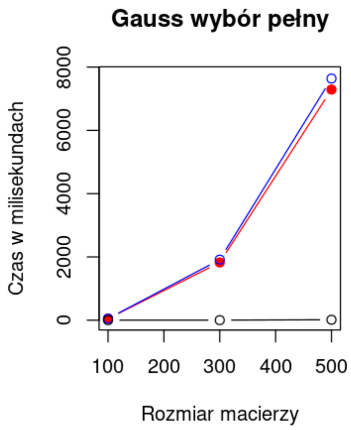












3.2 Porównanie norm rozwiązywania układów algorytmem Gaussa

Normy dla macierzy 10x10	Float	Double	Ułamki		Normy dla macierzy 30x30	Float	Double	Ułamki
Gauss bez wyboru	3.011e-05	1.25e-15	1.67e-16		Gauss bez wyboru	5.51e-04	4.32e-13	3.77e-15
Gauss wybór częściowy	5e-08	6.66e-16	1.67e-16		Gauss wybór częściowy	1.19e-05	2.44e-15	3.77e-15
Gauss pełny wybór	5.69e-07	3.61e-16	1.67e-16		Gauss pełny wybór	7.27e-06	7.55e-15	3.77e-15

Normy dla macierzy 50x50	Float	Double	Ułamki		Normy dla macierzy 100x100	Float	Double	Ułamki
Gauss bez wyboru	2.66e-03	2.95e-12	4.8e-14		Gauss bez wyboru	0.03	8e-11	-
Gauss wybór częściowy	2.12e-05	5.33e-13	4.8e-14		Gauss wybór częściowy	3.43e-04	1.65e-12	-
Gauss pełny wybór	7.61e-06	1.44e-13	4.8e-14		Gauss pełny wybór	4.79e-05	2.11e-12	-

Normy dla macierzy 300x300	Float	Double	Ułamki		Normy dla macierzy 500x500	Float	Double	Ułamki
Gauss bez wyboru	0.15	3.89e-10	-		Gauss bez wyboru	0.79	4.14e-10	-
Gauss wybór częściowy	0.007	1.6e-11	-		Gauss wybór częściowy	0.007	1.33e-12	-
Gauss pełny wybór	2.07e-04	1.34e-12	-		Gauss pełny wybór	5.31e-04	7.7e-13	-

4 Wnioski

4.1 Hipotezy

4.1.1 Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy czas działania metody Gaussa w kolejnych wersjach (G, PG, FG) rośnie.

Na podstawie powyższych wykresów można stwierdzić, że czas działania metody Gaussa rośnie w kolejnych wersjach algorytmu (G, PG, FG). Dokładnie to widać dla rozmiaru macierzy powyżej 100 elementów.

4.1.2 Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy błąd uzyskanego wyniku metody Gaussa w kolejnych wersjach (G, PG, FG) maleje.

Na podstawie powyższych tabeli można stwierdzić, że błąd uzyskanego wyniku metody Gaussa maleje w kolejnych wersjach algorytmu (G, PG, FG). Takie zjawisko nie występuje jedynie w ułamkach, gdzie nie ma różnicy czy dodajemy mniejszą liczbę do większje, czy większą do mniejszej

4.1.3 Użycie własnej arytmetyki na ułamkach zapewnia bezbłędne wyniki niezależnie od wariantu metody Gaussa i rozmiaru macierzy.

Użycia własnej arytmetyki na ułamkach zapewnia prawie bezbłędne wyniki. Błędy obliczeń dla ułamków są mniejsze od błędów dla typu Float i Double. W celu porównania wyników należy zwrócić ułamek jako liczbę dziesiętną (typ BigDecimal), więc w momencie dzielenia licznika przez mianownik następuje błąd zaokrąglenia.

4.2 Pytania

4.2.1 Jak zależy dokładność obliczeń (błąd) od rozmiaru macierzy dla dwóch wybranych przez Ciebie wariantów metody Gaussa gdy obliczenia prowadzone są na typie podwójnej precyzji (TD)?

Z powyższych tabel wynika, że w większości przypadków błąd obliczeń dla typu Double rośnie wraz z wzrostem rozmiaru macierzy dla każdej metody Gaussa (bez wyboru, z wyborem częściowym, wybór pełny).

4.2.2 Jak przy wybranym przez Ciebie wariancie metody Gaussa zależy czas działania algorytmu od rozmiaru macierzy i różnych typów?

Dla każdej metody Gaussa czas obliczeń rośnie wraz z wzrostem wielkości macierzy.
Dla metody Gaussa bez wyboru elementu wiodącego czasy obliczeń są minimalnie większe dla typu Float od typu Double. Natomiast typ ułamkowy oblicza się zdecydowanie dłużej niż Float i Double.
Dla metody Gaussa z częściowym wyborem elementu wiodącego czasy obliczeń są niemalże identyczne dla Float i Double. Natomiast typ ułamkowy oblicza się zdecydowanie dłużej niż Float i Double.
Dla metody Gaussa z pełnym wyborem elementu wiodącego czasy obliczeń są minimalnie większe dla typu Double niż Float. Natomiast typ ułamkowy oblicza się zdecydowanie dłużej niż Float i Double.

4.3 Wydajność implementacji

4.3.1 Podaj czasy rozwiązania układu równań uzyskane dla macierzy o rozmiarze 500 dla typu podwójnej precyzji i testowanych wariantów algorytmu.

Czasy rozwiązań dla układu równań dla macierzy 500x500 dla typu podwójnej precyzji wyglądają następująco:
- Algorytm Gaussa bez wyboru elementu wiodącego - 1890 milisekund
- Algorytm Gaussa z częściowym wyborem elementu wiodącego - 6032 milisekund
- Algorytm Gaussa z pełnym wyborem elementu wiodącego - 7637 milisekund