Algorytmy Numeryczne - Zadanie 1

Mateusz Stapaj

13 marca 2022

1 Wstep

Program napisany przeze mnie w jezyku Java służy do obliczania wartości funkcji $cos(x) * arctg(x)$ przy pomocy szeregu Taylora. Program automatycznie oblicza wartości funkcji z zakresu od 0 do 0.8 (co 0.000001) i zapisuje uzyskane wyniki do pliku w formacie csv. Nastepnie przy pomocy jezyka programowania R, wykonałem odpowiednie wykresy.

2 Rozwiniecie

2.1 Obliczanie wartości cos(x) i arctg(x)

Do obliczenia wartości $cos(x)$ wykorzystałem szereg Taylora

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - ...$$

Do obliczenia wartości $arctg(x)$ wykorzystałem szereg Taylora

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - ...$$

Aby policzyć wartość $cos(x)$ na podstawie poprzedniego wyrazu skorzystałem z zależności:

$$S_{n+1} = S_n * \frac{x^2}{2^k + 3 * k + 2}$$

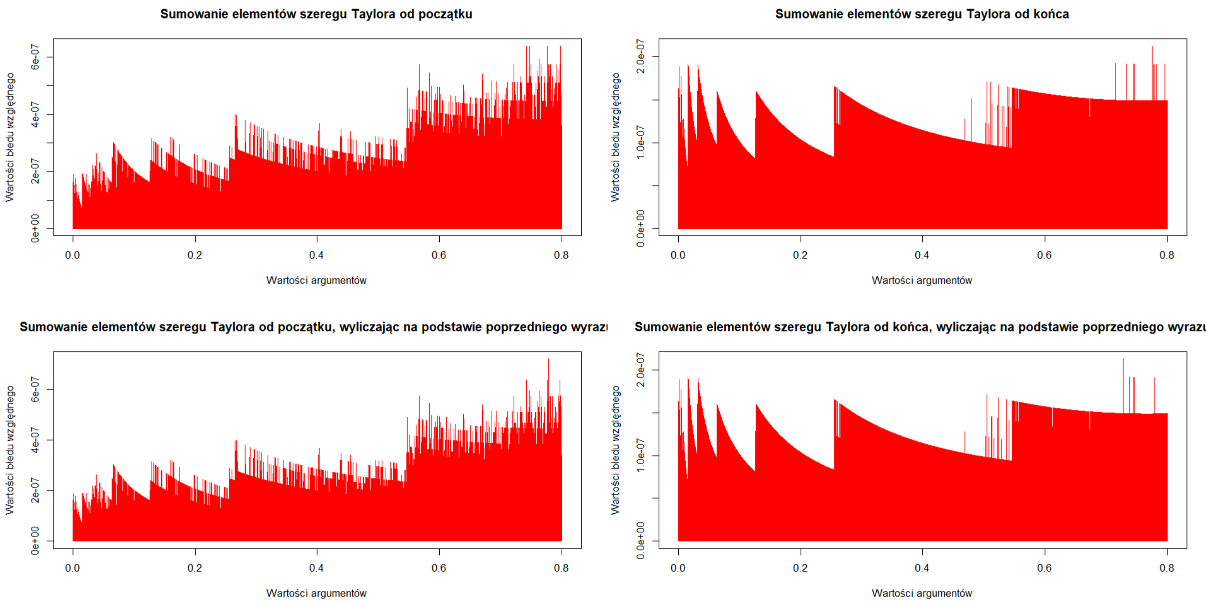
$$k = n * 2$$

Aby policzyć wartość $arctg(x)$ na podstawie poprzedniego wyrazu skorzystałem z zależności:

$$S_{n+1} = S_n * \frac{k * x^2}{k + 2}$$

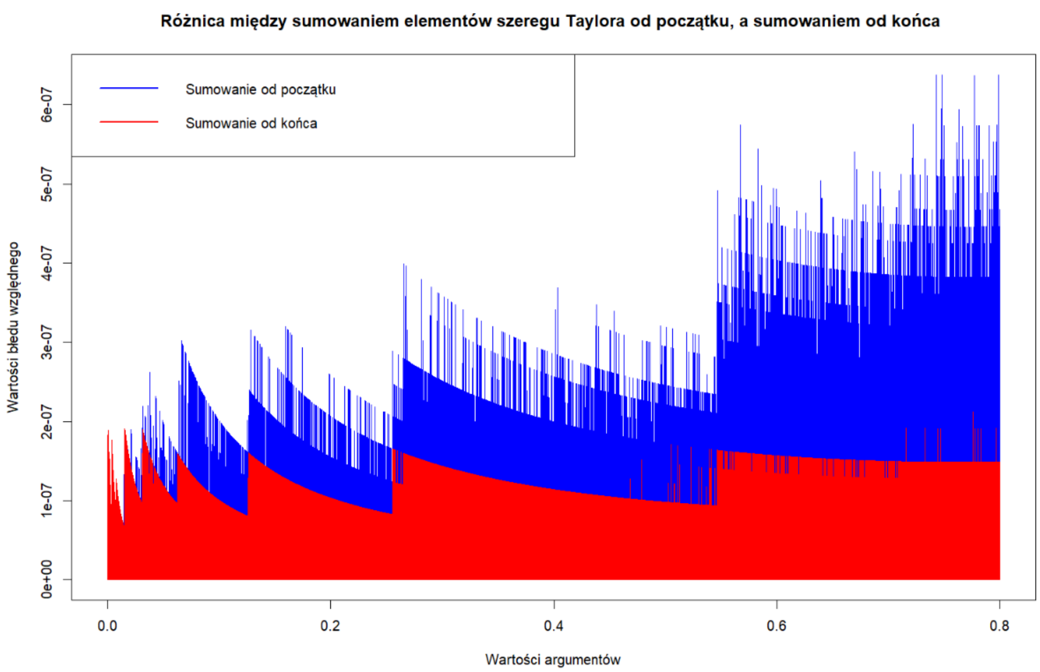
$$k = n * 2$$

2.2 Porównanie otrzymanych wartości funkcji cos(x)*arctg(x) uzyskanych z obliczeń, z wynikami uzyskanymi przy pomocy wbudowanych funkcji bibliotecznych



2.3 Weryfikacja hipotez

2.3.1 Sumowanie od końca daje dokładniejsze wyniki niż sumowanie od poczatku.



Na podstawie powyższego wykresu, wyraźnie widać, że sumowanie elementów szeregu Taylora od końca daje dokładniejsze wyniki, bardziej zbliżone do wartości uzyskanych za pomoca wbudowanych funkcji bibliotecznych. Zwłaszcza przy wiekszych wartościach sumowanie od końca jest bardziej dokładne.

2.3.2 Używajac rozwiniecia wokół 0 (szereg MacLaurina), przy tej samej liczbie składników szeregu dokładniejsze wyniki uzyskujemy przy małych argumentach.

Dla sumowania elementów szeregu Taylora od poczatku wyraźnie widać, że wartość błedu wzglednego jest mniejsza dla wartości poczatkowych. Natomiast dla sumowania szeregów Taylora od końca można zauważyć, że wartość błedu wzglednego jest bardziej zmienna i nie jest mniejsza dla małych wartości.

2.3.3 Sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.

Na podstawie powyższych wykresów można zauważyć, że różnica miedzy wartościami uzyskanymi bezpośrednio ze wzoru, a wynikami uzyskanymi na podstawie poprzedniego wyrazu jest niewielka, wiec nie można stwierdzić, że sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.

Literatura