

Επιστημονικός Υπολογισμός

Εργαστηριακή Άσκηση (Μέρος 1¹)² 2021-22

Καταληκτική ημερομηνία κατάθεσης για πλήρη βαθμό: 16/1/2022

- Στη συγγραφή της αναφοράς, παρακαλείστε να θυμηθείτε τις "καλές πρακτικές" που έχετε μάθει στο "Συγγραφή και Παρουσίαση Τεχνικών Κειμένων". Εννοείται ότι θα είναι πολύ καλύτερα αν υποβάλετε την αναφορά σε LaTeX.

1 Εισαγωγικά

1.1 Στοιχεία υπολογιστικού συστήματος

Να περιγράψετε τα παρακάτω:

1. Την ημερομηνία που ξεκινήσατε να ασχολείστε με την άσκηση και την ημερομηνία που την ολοκλήρωσατε.
2. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστικού συστήματος το οποίο χρησιμοποιήσατε για την υλοποίηση της παρούσας εργαστηριακής άσκησης (π.χ. Υ/Κ, λαπτοπ, PC στο σπίτι).
 - (i) Να συμπληρώσετε τα στοιχεία για το σύστημα στο οποίο θα τρέξετε τα πειράματά σας όπως αναφέρονται στον Πίνακα 1. Παρακαλείστε να αναφέρετε Είναι απαραίτητο για τα στοιχεία που θα δώσετε, να αναφέρετε που ή πως τα βρήκατε. Για χρήστες Windows μπορείτε να κατεβάσετε ειδικά προγράμματα όπως το `cpuz` από τη διεύθυνση <http://www.cpuid.com/> το οποίο θα σας δώσει τις πληροφορίες που είναι ζητούμενες. Για χρήστες Linux μπορείτε να βρείτε τις ζητούμενες πληροφορίες μέσω των εντολών `cat /proc/meminfo` και `cat /proc/cpuinfo`.
 - (ii) Έκδοση MATLAB που χρησιμοποιήσατε καθώς και πληροφορίες για τις σχετικές βιβλιοθήκες.
 - (iii) Τον πίνακα που προκύπτει όταν εκτελείτε την εντολή `bench`. Για παράδειγμα, δείτε το Σχήμα 1 στο Παράρτημα.

2 Αραιές αναπαραστάσεις και κατασκευές μητρώων

1. Να κατασκευάσετε συνάρτηση `sp_mat2latex`

$[val, row_ip, col_ip] = sp_mat2latex(A, sp_type)$

¹Το Μέρος 2 θα ανακοινωθεί ως τις 24/11.

²Διαβάστε τους κανόνες βαθμολογίας στο <https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1151/>.

⁴<https://ark.intel.com/content/www/us/en/ark/products/192987/intel-core-i9-9880h-processor-16m-cache-up-to-4-80-ghz.html>

⁵https://en.wikichip.org/wiki/intel/core_i9/i9-9880h

⁶<https://gadgetversus.com/processor/intel-core-i9-9880h-vs-intel-core-i7-9750h/>

⁷Εντολή `version` στη MATLAB.

Πίνακας 1: Στοιχεία για τα πειράματα

Χαρακτηριστικό	ενδεικτική απάντηση
Έναρξη/λήξη εργασίας	15/11/21 - 15/12/21
model	προσωπικό λαπτοπ MacBook Pro ³
O/S	macOS Catalina 10.15.1
processor name	8-Core Intel Core i9 (i9-9880H) ⁴
processor speed	2.3 GHz (base)
number of processors	1
total # cores	8
total # theads	16
FMA instruction	yes
L1 cache	256KB Instruction, 256 KB Data write-back ⁵
L2 cache	(per core) 256KB, write-back
L3 cache	(shared) 16MB, write-back
Gflops/s	423.2 ⁶
Memory	16GB
Memory Bandwidth	41.8 GB/s
MATLAB Version	9.6.0.1174912 (R2019a) Update 5 ⁷
BLAS	Intel(R) Math Kernel Library Version 2018.0.3 for Intel(R) 64 architecture applications, CNR branch AVX2
LAPACK	Intel(R) Math Kernel Library Version 2018.0.3 for Intel(R) 64 architecture applications, CNR branch AVX2
	Linear Algebra PACKage Version 3.7.0

που επιστρέφει σε κώδικα `TeX`, την αραιή αναπαράσταση CSR και CSC ενός μητρώου το οποίο είναι σε αραιή μορφή στη `MATLAB`. Δηλαδή, δοθέντος `A` τύπου `sparse` και το `string sp_type`, ο κώδικας παράγει τις εντολές `TeX` που παράγουν τους πίνακες `val`, `row_ptr`, `col_idx` αν `sp_type=='csr'` και πρόκειται για τη μορφή CSR. Αν `sp_type=='csc'`, τότε πρόκειται για την μορφή CSC και παράγει τους πίνακες `val`, `row_idx` και `col_ptr`.⁸ Για παράδειγμα, αν

$$A = \begin{pmatrix} 0.3984 & 0.1895 & 0.8423 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.5458 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.9416 & 0.4122 & 0.1788 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.7134 & 0.0000 \end{pmatrix}$$

τότε η κλήση **Διόρθωση**: η παρακάτω κλήση είχε ένα επιπλέον 2, δηλ. "matrix2latex2").

```
matrix2latex(A, 'csr')
```

έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή των παρακάτω:

```


$$\begin{aligned} & \S\text{\$ val} = \backslash\begin{bmatrix} \text{tabular} \{ | | | | | | | | | | | | | \} \backslash \text{hline} \\ & \quad 0.3984 \quad 0.01895 \quad 0.8423 \quad 0.5458 \quad 0.9416 \quad 0.4122 \quad 0.1788 \quad 0.7134 \quad \backslash \backslash \quad \backslash \text{hline} \\ & \backslash \text{end} \{ \text{tabular} \} \S\text{\$} \\ & \S\text{\$ IA} = \backslash\begin{bmatrix} \text{tabular} \{ | | | | | | | | | | | | | \} \backslash \text{hline} \\ & \quad 1 \quad 82 \quad 83 \quad 82 \quad 81 \quad 82 \quad 83 \quad 83 \quad \backslash \backslash \quad \backslash \text{hline} \\ & \backslash \text{end} \{ \text{tabular} \} \S\text{\$} \\ & \S\text{\$ JA} = \backslash\begin{bmatrix} \text{tabular} \{ | | | | | | | | | | | | | \} \backslash \text{hline} \\ & \quad 1 \quad 84 \quad 85 \quad 88 \quad 89 \quad \backslash \backslash \quad \backslash \text{hline} \\ & \backslash \text{end} \{ \text{tabular} \} \S\text{\$} \end{aligned}$$


```

τα οποία αν ενθέσετε σε κείμενο L^AT_EX θα παράξουν τα εξής:

$$\begin{aligned} val &= \boxed{0.3984} \boxed{0.1895} \parallel \boxed{0.8423} \boxed{0.5458} \boxed{0.9416} \boxed{0.4122} \boxed{0.1788} \boxed{0.7134} \\ IA &= \boxed{1} \boxed{2} \parallel \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{3} \\ JA &= \boxed{1} \boxed{4} \parallel \boxed{5} \boxed{8} \boxed{9} \end{aligned}$$

Υπόδειξη: Αν και δεν θέτουμε περιορισμό στο πλήθος των στοιχείων αλλά υποθέτουμε ότι είναι

⁸Μπορεί να φανεί χρήσιμη η συνάρτηση `matrix2latex.m` του M. Koehler (διαθέσιμη από το Matlab File Exchange).

τόσο μικρό που σε συνδυασμό με τη γραμματοσειρά να μπορεί να εκτυπωθεί χωρίς προβλήματα. Σε κάθε περίπτωση, οι δοκιμές μπορούν να γίνουν σε μητρώα που δεν έχουν περισσότερα από 10 μη μηδενικά στοιχεία.

2. Να κατασκευάσετε συνάρτηση `blkToeplitzTrid(n,B,A,C)` που δοθέντων των τετραγωνικών μητρώων A,B,C μεγέθους $m \times m$, κατασκευάζει σε αραιή μορφή το μπλοκ Toeplitz τριδιαγώνιο μητρώο:

$$\begin{pmatrix} A & C & 0 & \dots \\ B & A & C & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & & B & A & C \\ & & 0 & B & A \end{pmatrix}$$

Το μητρώο έχει n μπλοκ στην κύρια διαγώνιο και επομένως είναι $mn \times mn$. Στη βαθμολόγηση θα ληφθεί υπόψη το πλήθος των εντολών που χρησιμοποιήσατε για την κατασκευή της, δηλαδή πρέπει να στοχεύσετε η συνάρτησή σας να υλοποιηθεί με το μικρότερο αριθμό γραμμών εντολών MATLAB ή κλήσεων σε συναρτήσεις της ίδιας της MATLAB.

3. Να κατασκευάσετε συνάρτηση `sp_mx2bccs`

$$[val, brow_idx, bcol_ptr] = sp_mx2bccs(A, nb)$$

που δοθέντος ενός τετραγωνικού αραιού μητρώου A και ενός ακεραίου nb (block size), επιστρέφει μια αναπαράσταση που την ονομάζουμε BCCS (block compressed column storage). Η BCCS είναι η κατά μπλοκ στήλες αναπαράσταση που αντιστοιχεί στην (εκτενέστερα μελετημένη στη βιβλιογραφία) BCRS (block compressed row storage⁹).

Μια απλοποίηση εδώ είναι ότι υποθέτουμε το ίδιο nb ως προς της στήλες και τις γραμμές (θα μπορούσαμε να γενικεύσουμε και να έχουμε διαφορετικό μέγεθος μπλοκ για τις στήλες και τις γραμμές.) Για παράδειγμα, το μητρώο

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

για $nb=2$, έχει την εξής αναπαράσταση BCCS:

$$val = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$brow_idx = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$bcol_ptr = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Να κατασκευάσετε συνάρτηση που δέχεται ως είσοδο ένα μητρώο σε αναπαράσταση BCCS (δηλ. τους πίνακες `val, brow_idx, bcol_ptr`) με τις τιμές τους) και επιστρέφει το διάνυσμα $y \leftarrow y + Ax$. Η εντολή πρέπει να υλοποιηθεί ως

⁹Δείτε http://netlib.org/linalg/html_templates/node93.html καθώς και το https://www.researchgate.net/publication/228631049_Sparse_matrix_storage_format. Διαβάστε τις σχετικές αναφορές και σκεφτείτε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που μπορεί να έχει η BCCS σε σύγκριση με την CSC.

`[y]= spmv_bccs(y,x,nb,val,brow_idx,bcol_ptr)`

και να χρησιμοποιεί την εν λόγω αραιή αναπαράσταση (εννοείται ότι δεν επιτρέπεται να τα μετατρέψετε σε άλλη μορφή για την υλοποίηση της πράξης.) Τα διανύσματα στην είσοδο και έξοδο είναι όλα σε κανονική (πυκνή) αναπαράσταση.

5. Θέτοντας $T = \text{toeplitz}([4, -1, \text{zeros}(1, m-2)])$, όπου $m=32$, να χρησιμοποιήσετε την παραπάνω αναπαράσταση για το μπλοκ τριδιαγώνιο μητρώο $S = \text{blkToeplitzTrid}(n, \text{inv}(T), T^2, T)$ και να υπολογίσετε την τιμή του $y = y + A * x$ χρησιμοποιώντας την `spmv_bccs` με $nb=m$ για τα διανύσματα $y = \text{eye}(n * m, 1)$; ... $x = \text{ones}(n * m, 1)$ και $n=64$. Να υπολογίσετε τη διαφορά των διανυσμάτων που υπολογίζονται με την εντολή της MATLAB $y = y + A * x$ και από την κλήση της `spmv_bccs` ως προς τη νόρμα-2 και να ελέγξετε την εγκυρότητα της υλοποίησης σας ως προς το σφάλμα. Προσοχή: Η συνάρτηση θα πρέπει να λειτουργεί για οποιοδήποτε τετραγωνικό μητρώο $m \times m$ εφόσον το nb διαιρεί το m .

3 Οδηγίες

Παρουσίαση γραφικών παραστάσεων: Σε κάθε σχήμα, τα αποτελέσματα για κάθε είδος επιλυτή πρέπει να είναι color-blind, δηλ. η διαφορά τους να φαίνεται με τις επιλογές στίγματος και είδους γραμμής και όχι μόνον με το χρώμα. Επιπλέον θα πρέπει να δώσετε τίτλο στη γραφική παράσταση, στους άξονες καθώς και σε κάθε καμπύλη που παρουσιάζεται, όπως στο Σχήμα 2 του Παραρτήματος.

Αξιολόγηση Τα παραδοτέο σας θα κριθούν βάσει των εξής στοιχείων:

1. Της ορθότητας των αποτελεσμάτων (προφανώς οι κώδικες πρέπει να παράγουν τα αναμενόμενα αποτελέσματα).
2. Της αποδοτικότητας των αλγορίθμων σας. Θα πρέπει να αποφεύγονται περιττές πράξεις και να γίνεται αξιοποίηση της δομής (structure) μητρώων και διανυσμάτων στο έπακρο. Η βαθμολόγηση του μέρους αυτού της άσκησης εξαρτάται καίρια από τις επιλογές σας που να δείχνουν την κατανόηση του προβλήματος!
3. Της ποιότητας της αναφοράς (συνοπτική παρουσίαση και ευπαρουσίαστα αποτελέσματα).

Το πιο σημαντικό και απαραίτητο είναι η προσπάθεια να έχει γίνει από εσάς (δεν πειράζει να συζητήσετε και να συνεργαστείτε με συναδέλφους σας, όμως αυτό δεν πρέπει να είναι αντιληπτό αν πχ. σας ρωτήσουμε σε προφορική εξέταση σχετικά με τις απαντήσεις σας και την άσκηση).

Προσοχή:

- Σημασία έχει η ατομική σας προσπάθεια στην επίλυση για την επιτυχημένη ολοκλήρωση του μαθήματος. Θεωρούμε ότι οι ασκήσεις που παραδίδονται είναι αποτέλεσμα προσωπικής προσπάθειας όποιου/ας την υπογράφει, που θα φέρει και την ευθύνη να απαντήσει αν της/του ζητηθεί να αιτιολογήσει και να υποστηρίξει όσα γράφονται. Ένα επιπλέον κέρδος είναι ότι η επίδοσή σας στη τελική εξέταση εξαρτάται από τις γνώσεις που αποκτήσατε στην προετοιμασία της εργασίας.
- Σε περίπτωση που διαπιστωθεί ότι η εργασία εκπονήθηκε από άλλον/ους, η ποινή που μπορεί να επιβληθεί είναι αντίστοιχη με τις ποινές για αντιγραφή με ηλεκτρονικά μέσα κατά τις εξετάσεις. Σημειώνεται επίσης ότι οι απαντήσεις στα ερωτήματα μπορούν να δοθούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους και είναι αρκετά απίθανο δύο διαφορετικές εργασίες να μοιάζουν πολύ! Γενικά, είναι πολύ προτιμότερο να παραδώσετε μία εργασία που είναι το αποτέλεσμα δικής σας προσωπικής προσπάθειας έστω και αν είναι ελλιπής.

Σχετικά με τα παραδοτέα

Είναι απαραίτητο να ακολουθήσετε όσα αναφέρονται, ειδάλλως δεν θα βαθμολογηθείτε.

Θα τα αναρτήσετε στο e-Class σε ζιπ-αρχείο (zip) με όνομα

ΕΕΙΣΓ_ΑΜ_ΕΠΙΘΕΤΟ.zip

δηλ. έτος εισαγωγής, τα τελευταία 4 ψηφία του ΑΜ σας και το επίθετό σας με λατινικούς χαρακτήρες πρώτο γράμμα κεφαλαίο και τα υπόλοιπα πεζά. Για παράδειγμα αν υπήρχε (μάλλον αιώνιος) φοιτητής "Γαλλόπουλος" με ΑΜ που τελειώνει σε ΑΜ 8696 και έτος εισαγωγής 1996, θα πρέπει να χρησιμοποιήσει 1996_8696_Gallopoulos.pdf.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Οποιαδήποτε άλλη ονοματοδοσία θα είναι αιτία μηδενισμού της άσκησης.

Αναφορά Η αναφορά σας πρέπει να είναι σε μορφή pdf με σύνθετο όνομα όπως και του zip αρχείου, μόνον με το σωστό επίθετο, ΕΕΙΣΓ_ΑΜ_ΕΠΙΘΕΤΟ.pdf. Να είστε ιδιαίτερα προσεκτικοί ώστε η αναφορά να είναι αναγνώσιμη χωρίς πρόβλημα συμβατότητας γραμματοσειρών κ.λπ. Ιδιαίτερη σημασία θα δοθεί στον τρόπο και στην οργάνωση της παρουσίασης.

- Μέγεθος γραμματοσειράς 10pt. Σας συνιστούμε να χρησιμοποιήσετε το report style του LaTeX (π.χ. μέσω Overleaf.)
- Η πρώτη σελίδα πρέπει να περιέχει τα στοιχεία σας καθώς και πίνακα περιεχομένων.
- Οι σελίδες πρέπει να είναι αριθμημένες.
- Κάθε σελίδα της αναφοράς πρέπει να περιέχει το όνομα και το ΑΜ σας σε ευδιάκριτο σημείο (π.χ. όπως δεξιά και αριστερά στην άνω μέρος του παρόντος για ένα υποθετικό ΑΜ).

Κώδικες: Όλες τις συναρτήσεις, scripts και εντολές που χρησιμοποιήσατε από την εργασία σας.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Για βαθμολόγηση, η 2η γραμμή κάθε συνάρτησης πρέπει να είναι σχόλιο με το ονοματεπώνυμό σας, ΑΜ και ημερομηνία συγγραφής, π.χ.

```
function [T]=b2t(A);  
% Author: Ε. ΓΑΛΛΟΠΟΥΛΟΣ, ΑΜ 76848696, Date: 20/12/2019
```

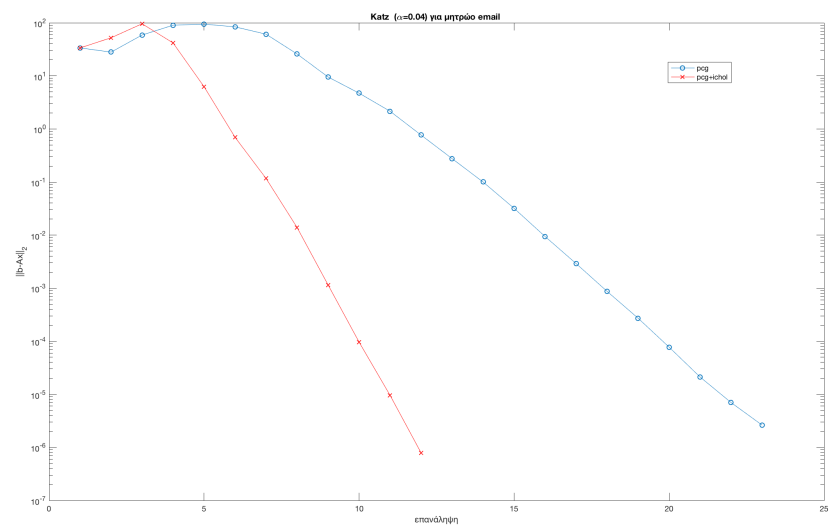
Οι συναρτήσεις πρέπει να είναι εκτελέσιμες άμεσα στο φάκελλο που θα γίνει το unzip από τους βαθμολογητές, αν δοθούν ορθά στοιχεία εισόδου. Αν αυτό δεν συμβαίνει, π.χ. επειδή υπάρχουν εξαρτήσεις από αλλού, δεν θα βαθμολογηθείτε.

Αναφορές

Α' Παράρτημα

Computer Type	LU	FFT	ODE	Sparse	2-D	3-D
This machine	0.0693	0.0472	0.0695	0.0841	0.2684	0.5397
Macintosh (64-bit) 3.5 GHz Intel Core i7	0.0909	0.0593	0.0734	0.0889	0.3833	0.6312
Linux (64-bit) 2.66 GHz Intel Xeon	0.1295	0.0654	0.1933	0.1295	0.5581	0.5806
Windows 7 Enterprise (64-bit) 2.66 GHz Intel Xeon	0.1357	0.0705	0.1678	0.1535	0.4210	0.9613
Windows 7 Professional (64-bit) 3.07 GHz Intel Xeon W3550	0.2462	0.0844	0.1382	0.1476	0.3723	0.8357
Windows 7 Enterprise (64-bit) 2.7 GHz Intel Core i7	0.2926	0.0820	0.1075	0.1311	0.5387	1.0212
Macintosh (64-bit) 2.6 GHz Intel Core i7	0.1880	0.0904	0.0884	0.1297	0.9780	1.0788
Windows 8.1 (64-bit) 2.67 GHz Intel Xeon X5650	0.3146	0.0713	0.2053	0.2084	0.5210	0.8763
Windows XP (32-bit) 2.4 GHz Intel Core 2 Quad	0.6330	0.2110	0.1671	0.2818	0.5823	1.3302

Σχήμα 1: Αποτελέσματα της bench σε Pentium i9.



Σχήμα 2: Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων