Теория множеств.

1) Перечисление эл-в:
$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$;

мощность $|A|$ – кол-во эл-в конечного мн-ва;

2) характеристич-е св-во:

$\varnothing$. $|\varnothing| = 0$,

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 9 \leq 0\}$;

Если в A беск-е число эл-в $\Rightarrow$ счётные множ-ва : $1 \to a$; $2 \to b$; $\dots$ $n \in \dots$; $\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}$;

$\Rightarrow$ несчётные множ-ва;

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$;

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$;

$\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}\}$;

$\mathbb{R}$ – мн-во вещ-х чисел;

$\mathbb{C}$ – мн-во комплексных чисел $= \{x + iy \mid x, y \in \mathbb{R}\}$.

1) Вложение мн-в.
$A \subseteq B$ или $A \subset B$; $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$. $\Rightarrow$ A – подмножество B

2) Равенство множеств: $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ & $B \subseteq A$

3) Подмножества A

несобственные: $\varnothing$ и A

собственные: $C \subset A$

Если $|A| = n$, то у него .... подмножеств.
$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$;
мощность $= 0$: $\varnothing$

мощность $= 1$: $\{a_1\}, \{a_2\}, \ldots, \{a_n\}$; $\Rightarrow n$ штук;

мощность $= 2$: $\{a_1, a_2\}; \{a_1, a_3\}; \ldots$ $\Rightarrow \frac{n\cdot(n-1)}{2}$ штук; $= C_n^2$;

$B \subseteq A$; $a_i \in A$, $a_i \in B$ или $a_i \notin B$, $\Rightarrow$ всего $\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2}_{n \text{ штук}} = 2$ подмножеств

1	1	0	0	0	0	0	0
a_1	a_2	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	a_n

$P(A) = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \ldots \{a_n\}, \{a_1, a_2\}, \ldots, \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}\}$

мн-во всех подмн-в

1) $A = \{a, b, c, d\}$,

а) $a \in A$; $\oplus$

б) $d \in A$; $\oplus$

в) $\{a, b\} \in A$; $\ominus$ $\{a, b\} \subset A$;

г) $\{a, b, c\} \in A$. $\ominus$ $\{a, b, c\} \subset A$,

2) $A = \{x \mid \exists y\ (y \in \{0, 1, 2\} \ \& \ x = y^3\}$;

$\Rightarrow A = \{0, 1, 8\}$;

$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \ \& \ \forall y\ (y \in \mathbb{N} \rightarrow x \le y)\}$;

$\Rightarrow B = \{1\}$.

3) $A = \{-3, 3\}$;

$A = \{x \mid x^2 = 9\}$;

$|x| = 3$

4) $A = \{ x \in N \mid x$ кратно $8 \}$;
$B = \{ x \in N \mid x$ кратно $4 \}$;

? $A \subseteq B$, т. е. $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$.

Док-во.

Пусть $x \in A$ = $x = 8 \cdot n, n \in N$,
$\Rightarrow x = 8n = 4 \cdot \underbrace{(2n)}_{k \in N} = 4k \Rightarrow x \in B$.

Операции над множествами.

1) Объединение A и B – это мн-во $C = A \cup B$ состоящее из эл-в, лежащих хотя бы в одном из этих мн-в. $\{ x \in A \vee x \in B \}$,

2) Пересечение A и B – это мн-во $C = A \cap B$, состоящее из эл-в, одновременно лежащих в обоих мн-вах. $\{ x \in A \wedge x \in B \}$;

3) Разность мн-в A и B – это мн-во $C = A \setminus B$, состоящее из эл-в, лежащих в A, но не лежащих в B. $A \setminus B = A \cap \overline{B}$, $\{ x \in A \wedge x \notin B \}$,

4) Симметрическая разность – $C = A \Delta B$, состоящее из эл-в, лежащих только в одно из мн-в. $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$; $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$,

5) Дополнение $\overline{A}$ – это мн-во эл-в, не лежащих в A $\Rightarrow$ $\overline{A} = I \setminus A$,
$\{ I$ - универсальное мн-во$\}$;