04-05
Lissages exponentiels et commande ETS

NOUS ÉCLAIRONS.
VOUS BRILLEZ.

FORMATION CONTINUE
ET SERVICES AUX ENTREPRISES

Cégep de Sainte-Foy

Spécialisation technique en intelligence artificielle
Algorithmes d’apprentissage non supervisé — 420-A58-SF — M. Swawola, M.Sc.

Sommaire

1

Introduction au lissage exponentiel

Introduction

- Les techniques de **lissage exponentiel** sont encore parmi les plus utilisées. Elles sont très faciles à mettre en oeuvre, et aisées à appréhender. De plus, il n’est pas nécessaire d’avoir beaucoup de données pour les utiliser
- Nous distinguerons essentiellement trois types de séries
  - Séries localement constantes, à un bruit près
  - Séries présentant une tendance localement linéaire
  - Séries saisonnières, avec ou sans tendance

Introduction

Séries localement constantes, à un bruit près	Lissage exponentiel simple
Séries présentant une tendance localement linéaire	Lissage de type Holt ou LED
Séries saisonnières, avec ou sans tendance	Lissage de type Winters

Introduction

Séries localement constantes, à un bruit près	→	Lissage exponentiel simple
Séries présentant une tendance localement linéaire	→	Lissage de type Holt ou LED
Séries saisonnières, avec ou sans tendance	→	Lissage de type Winters

Dans certains cas, on distingue également le cas additif du cas multiplicatif

2

Lissage exponentiel simple

Lissage exponentiel simple

- On considère maintenant une série temporelle **sans tendance, ni saisonnalité** : $x_1, \dots, x_{t-1}$. Un **lisseur linéaire**, noté **S**, et défini par récurrence par

$$S(t) = S(t-1) + (1-\alpha)[x_t - S(t-1)], t \in \mathbb{Z}$$

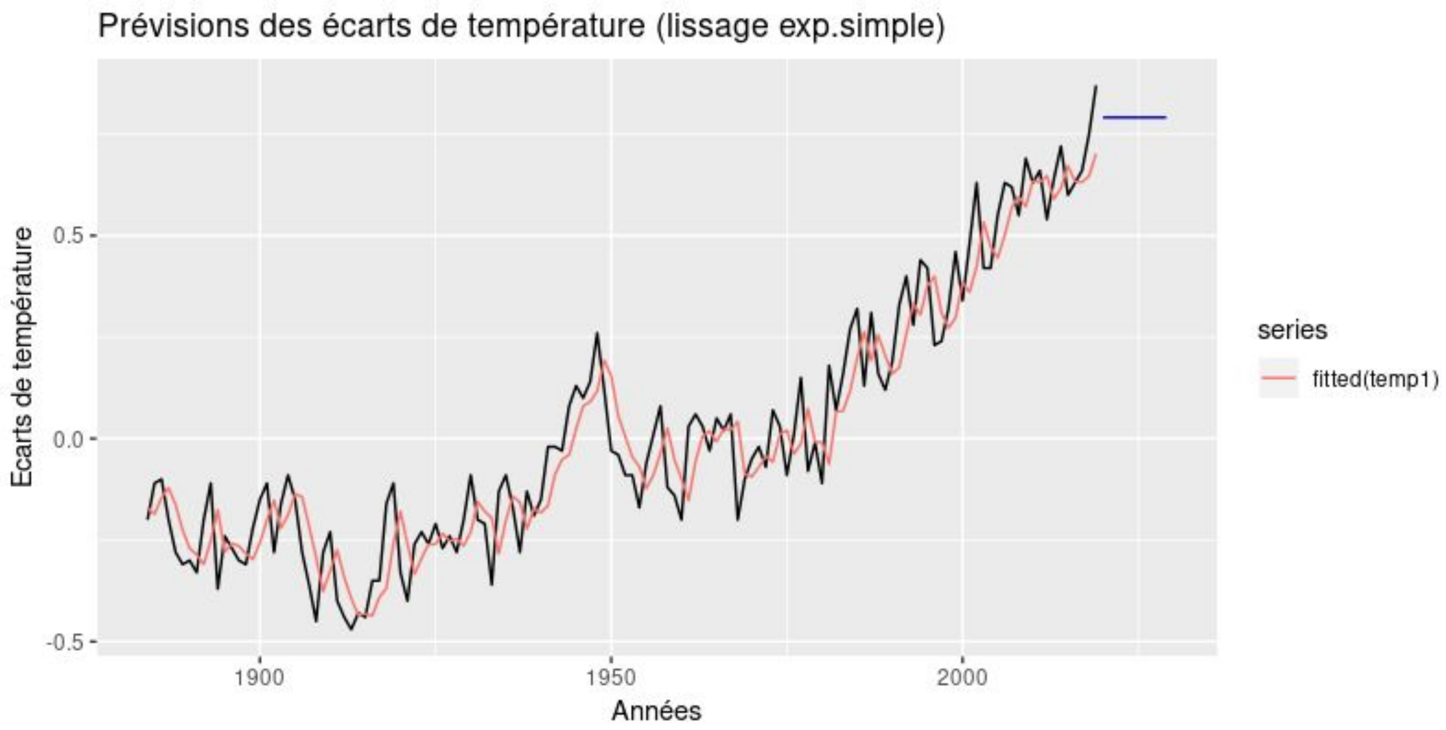
$$S(t) = (1-\alpha)x_t + \alpha S(t-1), t \in \mathbb{Z}$$

- α est appelée **constante de lissage** et est comprise entre 0 et 1. Il s'agit d'un **hyperparamètre**

- La valeur $\hat{x}_{T+h}$, prévision de x_{T+h} est donnée par

$$\hat{x}_{T+h} = S(T+h) = (1-\alpha)\sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j x_{T-j}$$

Lissage exponentiel simple



Lissage exponentiel simple

- Code R

```
temp1 <- ses(temp, h=10)
autoplot(temp) +
  autolayer(temp1, PI=FALSE) +
  autolayer(fitted(temp1)) +
  ggtitle("Prévisions des écarts de température (lissage exp.simple)") +
  ylab("Ecarts de température") +
  xlab("Années")
```

3

Lissage exponentiel double

Lissage exponentiel double

- Ce type de lissage, encore appelé **lissage de Holt**, est particulièrement adapté au cas où la série temporelle possède une tendance et peut être ajustée localement par une droite quelconque au voisinage de **T**

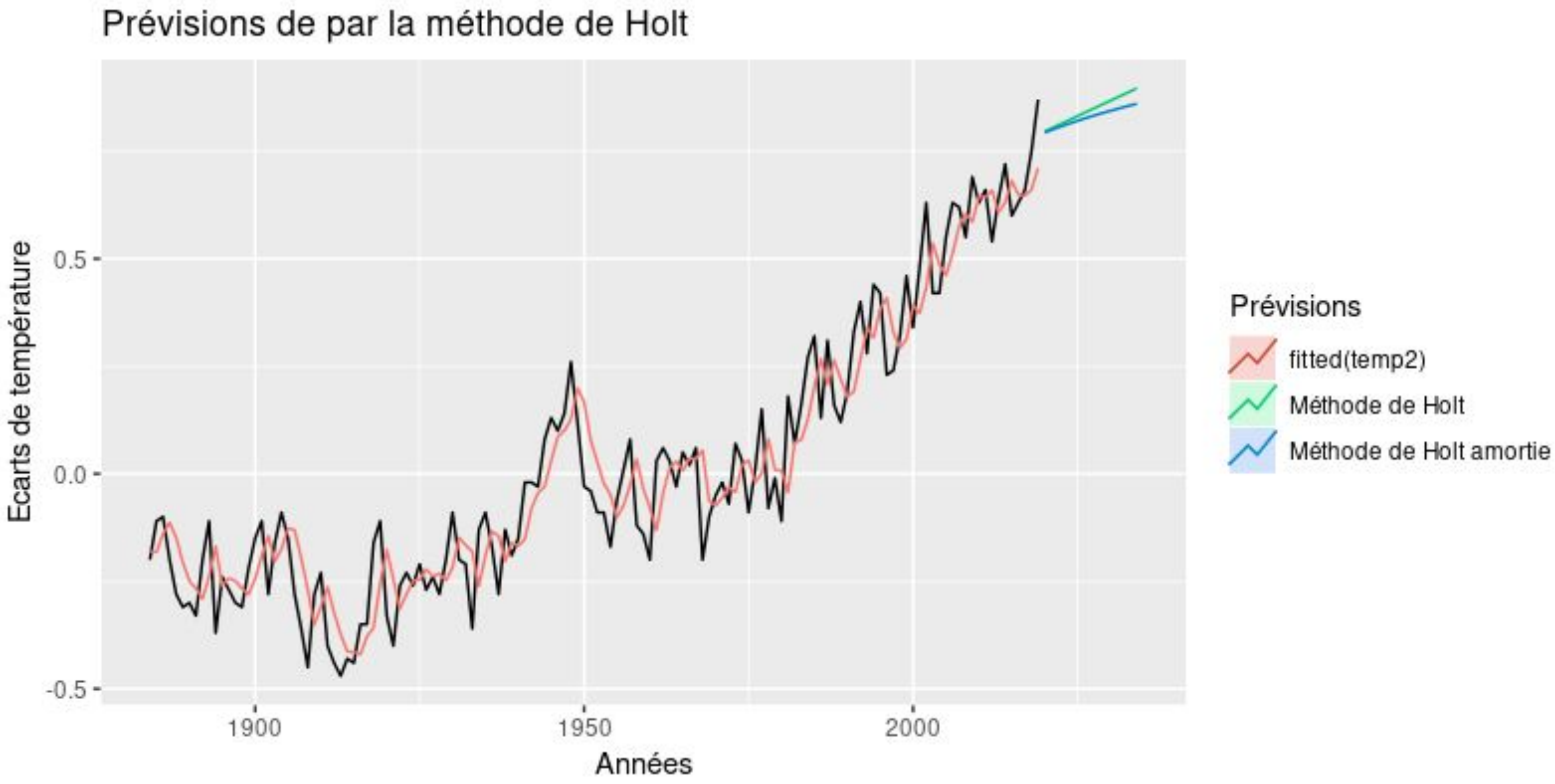
$$y_t = \alpha + (t - T)\beta$$

- Cela conduit à proposer comme prévision à l'horizon **k**

$$\hat{x}_{T+k} = \hat{\alpha}(T) + k\hat{\beta}(T)$$

Constantes à estimer

Lissage exponentiel double



Lissage exponentiel double

- Code R

```
temp2 <- holt(temp, h=15)
temp3 <- holt(temp, damped=TRUE, phi=0.97, h=15)
autoplot(temp) +
  autolayer(fitted(temp2)) +
  autolayer(temp2, series="Méthode de Holt", PI=FALSE) +
  autolayer(temp3, series="Méthode de Holt amortie", PI=FALSE) +
  ggtitle("Prévisions de par la méthode de Holt") + xlab("Années") +
  ylab("Ecarts de température") +
  guides(colour=guide_legend(title="Prévisions"))
```

4 Méthode de Holt-Winters

Méthode de Holt-Winters

- La méthode de **Holt-Winters** <u>sans saisonnalité</u> est également adaptée au cas où la série temporelle est localement ajustable à une droite d'équation

$$y_t = a_1 + (t - T)a_2$$

- Holt et Winters proposent les formules de mise à jour suivantes

$$\hat{a}_1(T) = (1-\alpha)x_T + \alpha[\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$$
$$\hat{a}_2(T) = (1-\gamma)[\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + \gamma\hat{a}_2(T-1)$$

- α et γ sont des hyperparamètres compris entre 0 et 1. Plus flexible que LED !
- La prévision est données par $\hat{x}_{T+h} = \hat{a}_1(T) + h\hat{a}_2(T)$

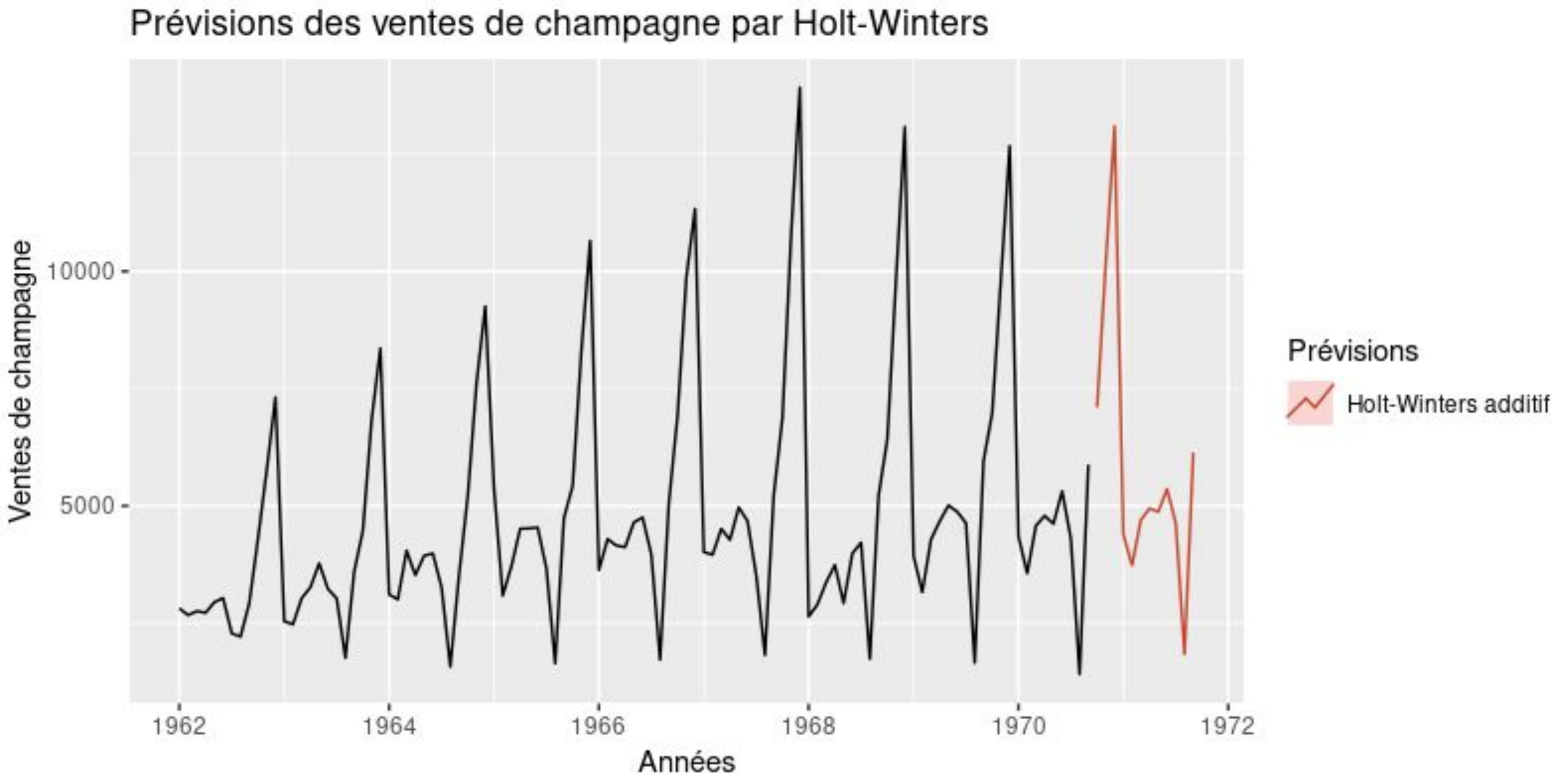
Méthode de Holt-Winters

- Elle s'applique quand la série peut être approchée localement, au voisinage de **T**, par

- Holt-Winters additive $a_1 + a_2(t - T) + S_t$
- Holt Winters mutiplicative $[a_1 + a_2(t - T)]S_t$

Composante saisonnière !

Méthode de Holt-Winters additive

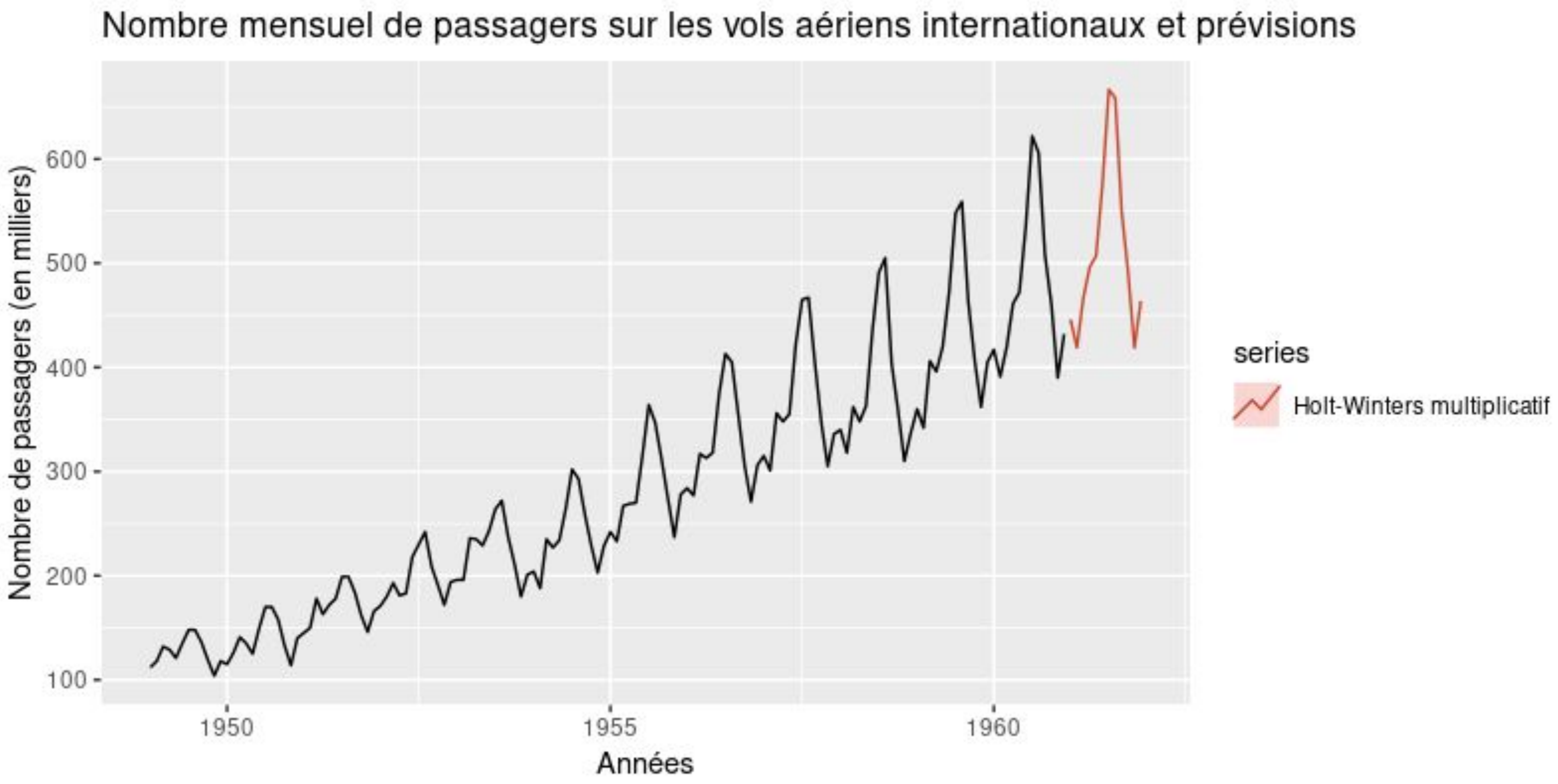


Méthode de Holt-Winters additive

- Code R

```
champ <- scan("champ.dat")
champ <- ts(champ, start=c(1962,1), frequency=12)
champ1 <- hw(champ, seasonal="additive", h=12)
autoplot(champ) +
  autolayer(champ1, series="Holt-Winters additif", PI=FALSE) +
  xlab("Années") +
  ylab("Ventes de champagne") +
  ggtitle("Prévisions des ventes de champagne par Holt-Winters") +
  guides(colour=guide_legend(title="Prévisions"))
```

Méthode de Holt-Winters multiplicative



Méthode de Holt-Winters multiplicative

- Code R

```
airlinemult <- hw(airline, seasonal="multiplicative", h=12)
summary(airlinemult)
autoplot(airline) +
  autolayer(airlinemult, series="Holt-Winters multiplicatif", PI=FALSE) +
  ggtitle("Nombre mensuel de passagers sur les vols aériens internationaux et prévisions") +
  xlab("Années") +
  ylab("Nombre de passagers (en milliers)")
```

5 Modèles à espace d’états

Introduction

- Les méthodes de lissage exponentiel que l'on vient de voir fournissent des algorithmes permettant de calculer des prévisions successives
- Les **modèles à espace d'états** génèrent aussi des prévisions, mais également des intervalles de prévisions

  Un processus stochastique est introduit pour modéliser la loi des prévisions

Introduction

- Chaque modèle comprend une équation d'observation et une équation d'états, une pour chaque état (erreur, tendance, saisonnalité). C'est un **modèle dit à espace d'états**
- Il y a 18 modèles pour chaque méthode (dont 2 modèles pour chaque méthode suivant que l'erreur soit additive ou multiplicative)

  Erreur = {A, M}

  Tendance = {N, A, A_a}

  Saisonnalité = {N, A, M}

Les 18 modèles

	Composante saisonnière		
Tendance	N (sans)	A (additive)	M (multiplicative)
N (sans)	N,N	N,A	N,M
A (additive)	A,N	A,A	A,M
A_a (additive amortie)	A_a,N	A_a,A	A_a,M

Les 18 modèles - exemples

- (N,N) Lissage exponentiel simple
- (A,N) Lissage de Holt
- (A,A) Méthode additive de Holt-Winters
- (A,M) Méthode multiplicative de Holt-Winters
- (A_a,M) Méthode multiplicative de Holt-Winters amortie

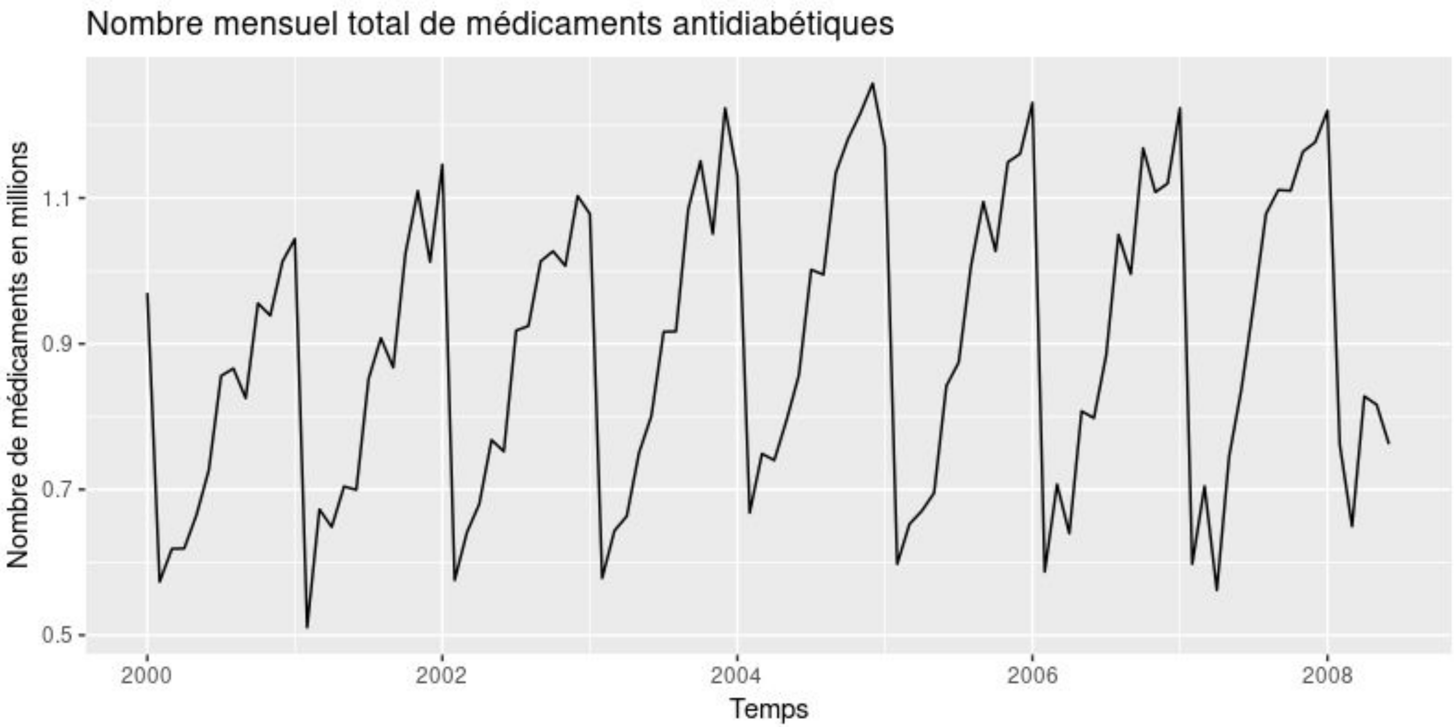
6

Commande ets

La commande ets

- `ets` est l'acronyme de "Erreur, Tendance, Saisonnalité". La commande ets est automatisée et donne d'excellents résultats !
- Elle permet de choisir entre différents modèles de lissage exponentiel basés sur des modèles à espace d'états
- Le critère de choix entre les différents modèles est essentiellement fait via la minimisation des critères d'information **AIC**, **AIC$_c$** ou **BIC**
- Les prévisions sont obtenues en utilisant la meilleure méthode retenue

Exemple Holt-Winters additif (AAA)

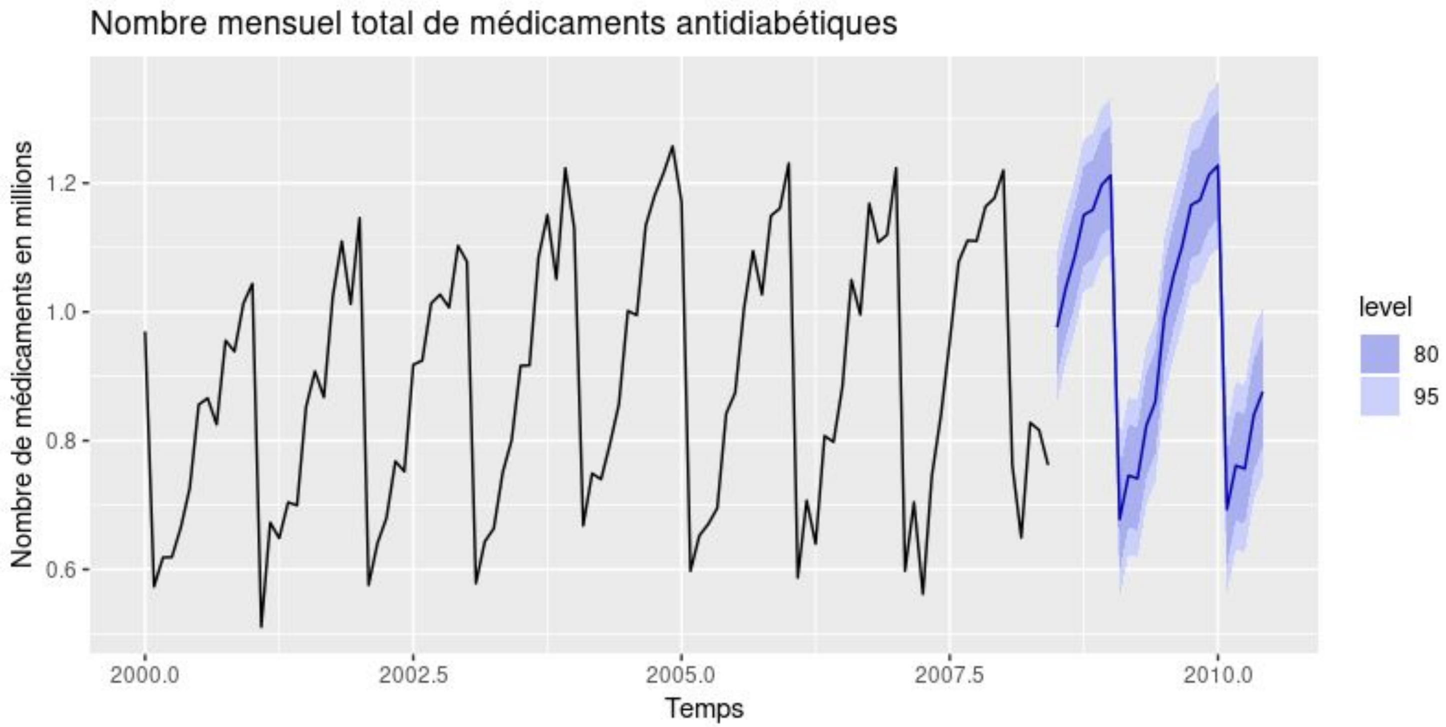


Exemple Holt-Winters additif (AAA)

- Code R

```
ets(diab, model="AAA") %>%
forecast(h=24) %>% autoplot() +
      ggtitle("Nombre mensuel total de médicaments antidiabétiques") +
      xlab("Temps") +
      ylab("Nombre de médicaments en millions")
```

Exemple Holt-Winters additif (AAA)

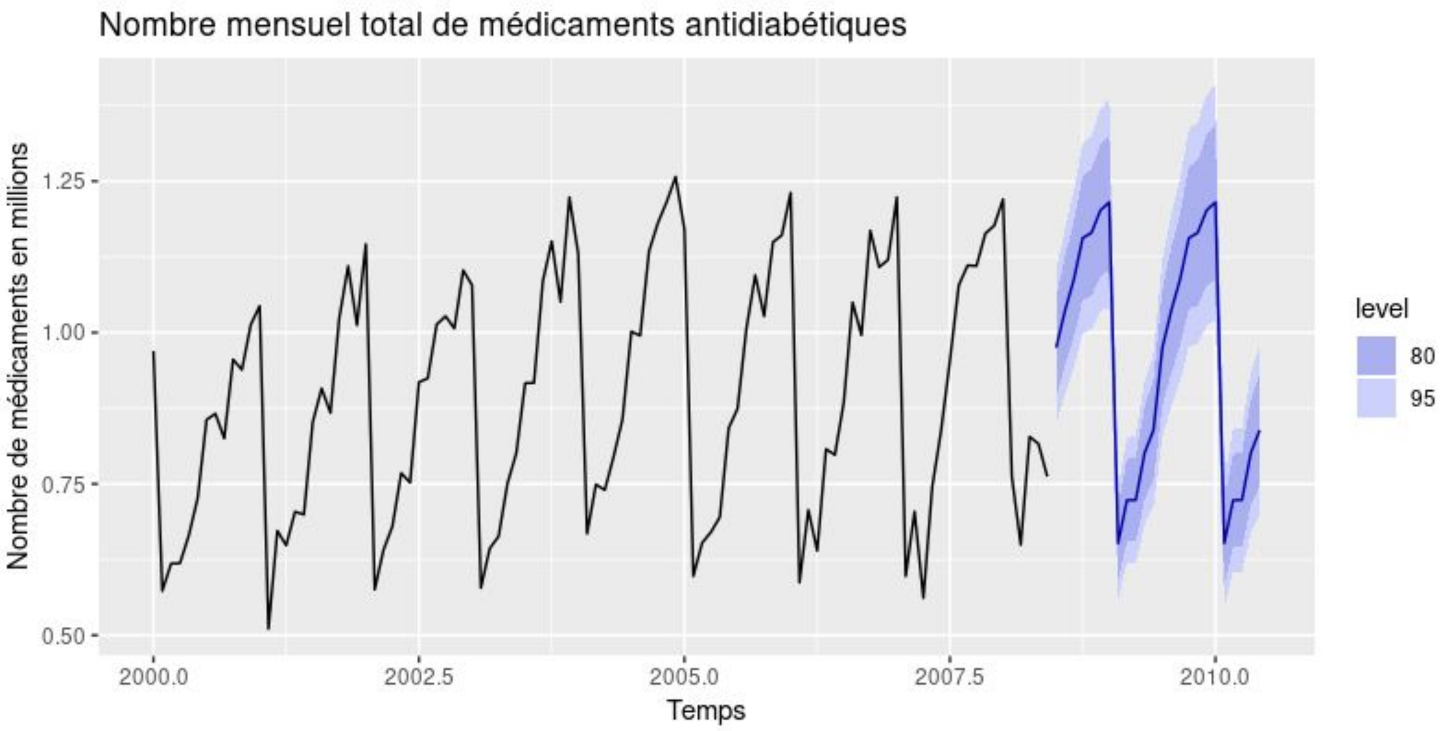


Exemple de sélection automatique (ZZZ)

- On peut laisser la commande `ets` sélectionner automatiquement le meilleur modèle
- Code R

```
ets(diab, model="ZZZ") %>%
  forecast(h=24) %>%
  autoplot() +
    ggtitle("Nombre mensuel total de médicaments antidiabétiques") +
    xlab("Temps") +
    ylab("Nombre de médicaments en millions")
```

Exemple de sélection automatique (ZZZ)



Exemple de sélection automatique (ZZZ)

- Le modèle sélectionné est **ets(M,N,M)**
- Code R

```
fit2diab <- ets(diab, model="ZZZ")

summary(fit2diab)
```

```
ETS(M,N,M)

Call:
 ets(y = diab, model = "ZZZ")

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.169
    gamma = 1e-04

  Initial states:
    l = 0.8121
    s = 1.246 1.2076 1.1985 1.1274 1.074 1.0105
           0.8696 0.8308 0.75 0.7496 0.6761 1.2598

  sigma:  0.0663

      AIC      AICc       BIC
-97.02194 -91.44054 -57.64735

...
```

Comparaison des deux approches

```
diab %>%
    ets(model="AAA") %>%
    accuracy()
```

RMSE	0.05417285
MAE	0.04436907
MAPE	5.27636
MASE	0.7167734

```
diab %>%
    ets() %>%
    accuracy()
```

RMSE	0.0515159
MAE	0.0423964
MAPE	4.900056
MASE	0.6849053

Pull de https://github.com/mswawola-cegep/420-a58-sf.git

04-05-TP

7

Références

Références

[1] Cours “R et la prévision de séries temporelles” de Michel Carbon - Université Laval