04-05
Lissages exponentiels et commande ETS

NOUS ÉCLAIRONS.
VOUS BRILLEZ.

FORMATION CONTINUE
ET SERVICES AUX ENTREPRISES

Cégep de Sainte-Foy

Spécialisation technique en intelligence artificielle
Algorithmes d'apprentissage non supervisé — 420-A58-SF — M. Swawola, M.Sc.

Sommaire

1

Introduction au lissage exponentiel

Introduction

- Les techniques de **lissage exponentiel** sont encore parmi les plus utilisées. Elles sont très faciles à mettre en œuvre, et aisées à appréhender. De plus, il n’est pas nécessaire d’avoir beaucoup de données pour les utiliser
- Nous distinguerons essentiellement trois types de séries
  - Séries localement constantes, à un bruit près
  - Séries présentant une tendance localement linéaire
  - Séries saisonnières, avec ou sans tendance

Introduction

Séries localement constantes, à un bruit près	Lissage exponentiel simple
Séries présentant une tendance localement linéaire	Lissage de type Holt ou LED
Séries saisonnières, avec ou sans tendance	Lissage de type Winters

2 Lissage exponentiel simple

Lissage exponentiel simple

- On considère maintenant une série temporelle **sans tendance, ni saisonnalité** : $x_1, \dots, x_{t-1}$. Un **lisseur linéaire**, noté **S**, et défini par récurrence par

$$S(t) = S(t-1) + (1-\alpha)[x_t - S(t-1)], t \in \mathbb{Z}$$

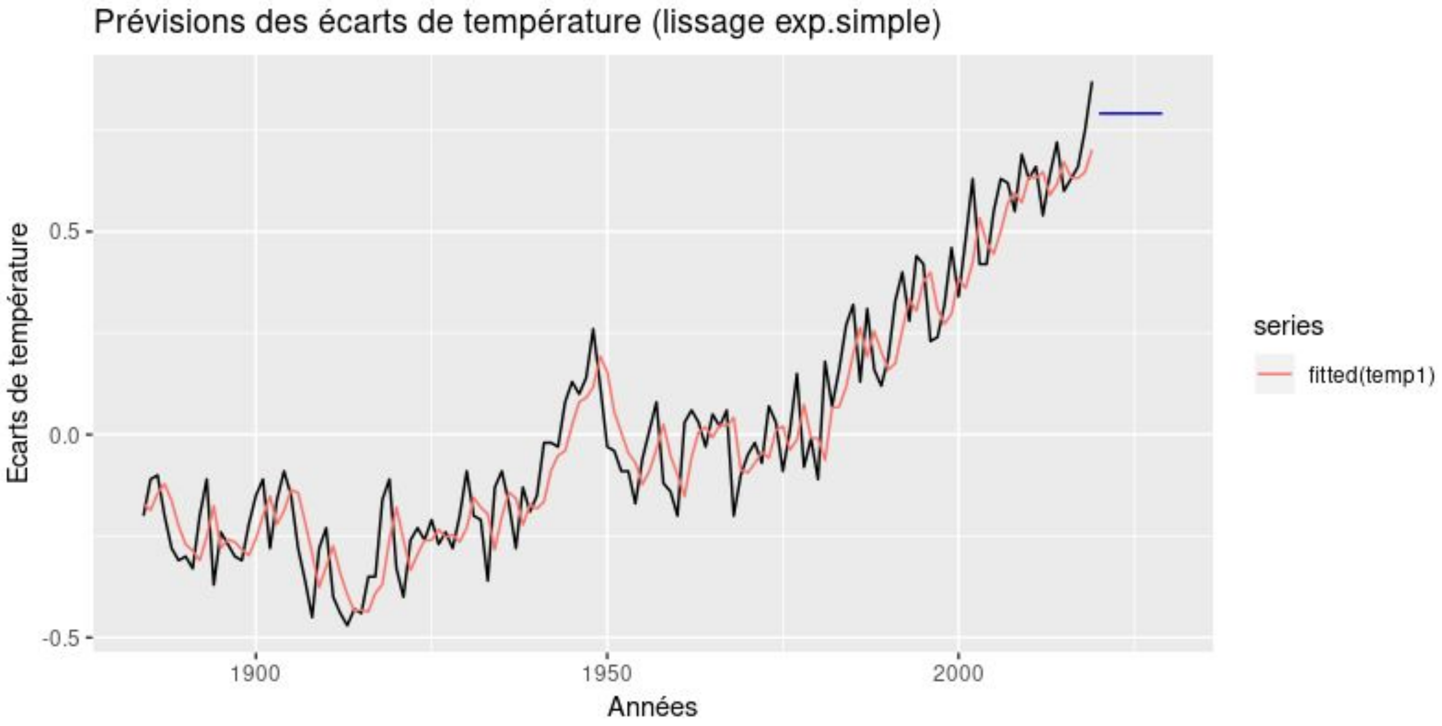
$$S(t) = (1-\alpha)x_t + \alpha S(t-1), t \in \mathbb{Z}$$

- α est appelée **constante de lissage** et est comprise entre 0 et 1. Il s'agit d'un **hyperparamètre**

- La valeur $\hat{x}_{T+h}$, prévision de x_{T+h} est donnée par

$$\hat{x}_{T+h} = S(T+h) = (1-\alpha)\sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j x_{T-j}$$

Lissage exponentiel simple



Lissage exponentiel simple

- Code R

```r
temp1 <- ses(temp, h=10)
autoplot(temp) +
  autolayer(temp1, PI=FALSE) +
  autolayer(fitted(temp1)) +
  ggtitle("Prévisions des écarts de température (lissage exp.simple)") +
  ylab("Ecarts de température") +
  xlab("Années")
```

3

Lissage exponentiel double

Lissage exponentiel double

- Ce type de lissage, encore appelé **lissage de Holt**, est particulièrement adapté au cas où la série temporelle possède une tendance et peut être ajustée localement par une droite quelconque au voisinage de **T**

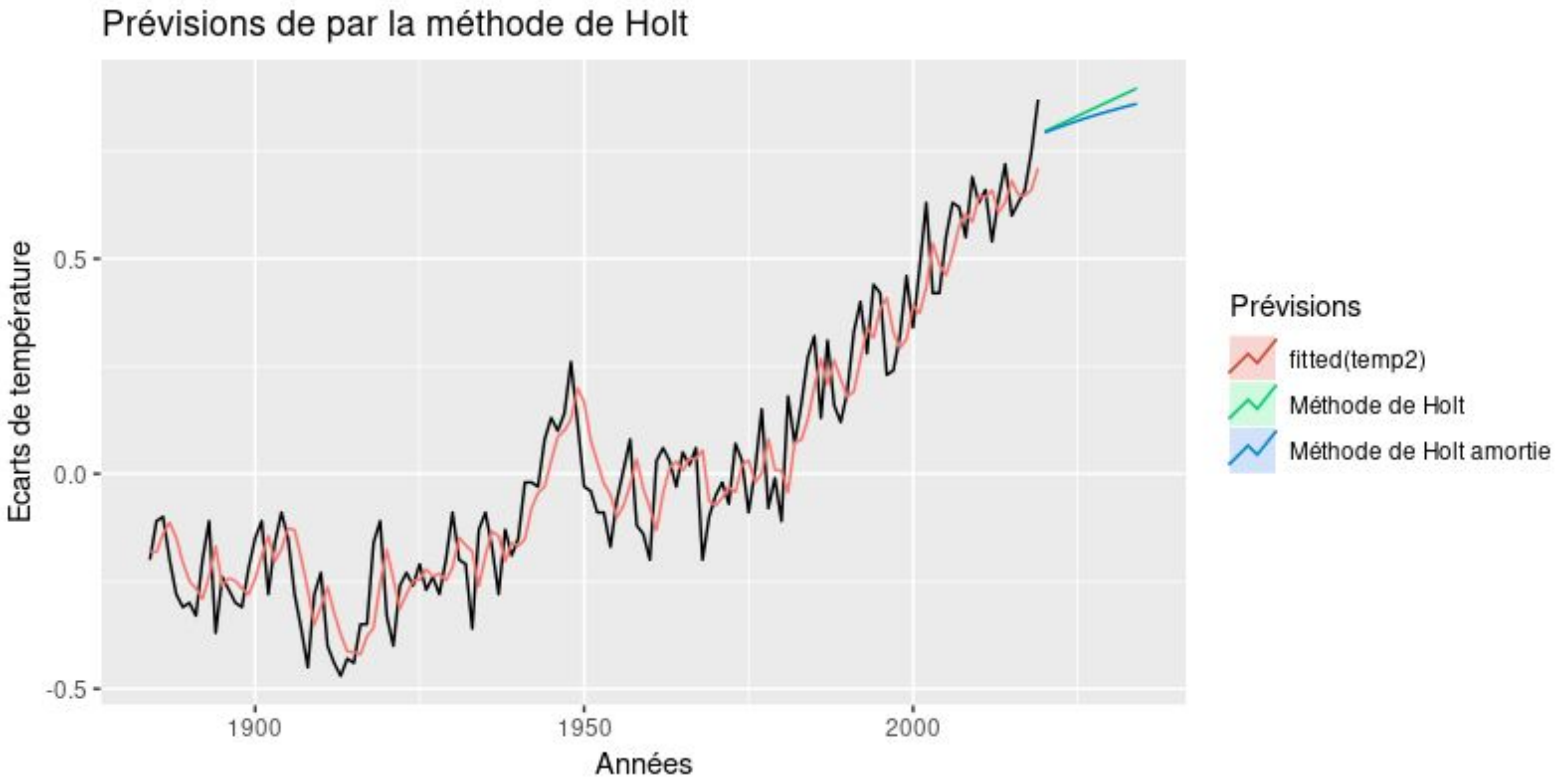
$$y_t = \alpha + (t - T)\beta$$

- Cela conduit à proposer comme prévision à l'horizon **k**

$$\hat{x}_{T+k} = \hat{\alpha}(T) + k\hat{\beta}(T)$$

Constantes à estimer

Lissage exponentiel double



Lissage exponentiel double

- Code R

```
temp2 <- holt(temp, h=15)
temp3 <- holt(temp, damped=TRUE, phi=0.97, h=15)
autoplot(temp) +
  autolayer(fitted(temp2)) +
  autolayer(temp2, series="Méthode de Holt", PI=FALSE) +
  autolayer(temp3, series="Méthode de Holt amortie", PI=FALSE) +
  ggtitle("Prévisions de par la méthode de Holt") + xlab("Années") +
  ylab("Ecarts de température") +
  guides(colour=guide_legend(title="Prévisions"))
```

4

Méthode de Holt-Winters

Méthode de Holt-Winters

- La méthode de **Holt-Winters** <u>sans saisonnalité</u> est également adaptée au cas où la série temporelle est localement ajustable à une droite d'équation

$$y_t = a_1 + (t - T)a_2$$

- Holt et Winters proposent les formules de mise à jour suivantes

$$\hat{a}_1(T) = (1-\alpha)x_T + \alpha[\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$$
$$\hat{a}_2(T) = (1-\gamma)[\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + \gamma\hat{a}_2(T-1)$$

- α et γ sont des hyperparamètres compris entre 0 et 1. Plus flexible que LED !
- La prévision est données par $\hat{x}_{T+h} = \hat{a}_1(T) + h\hat{a}_2(T)$

Méthode de Holt-Winters

- Holt-Winters additive

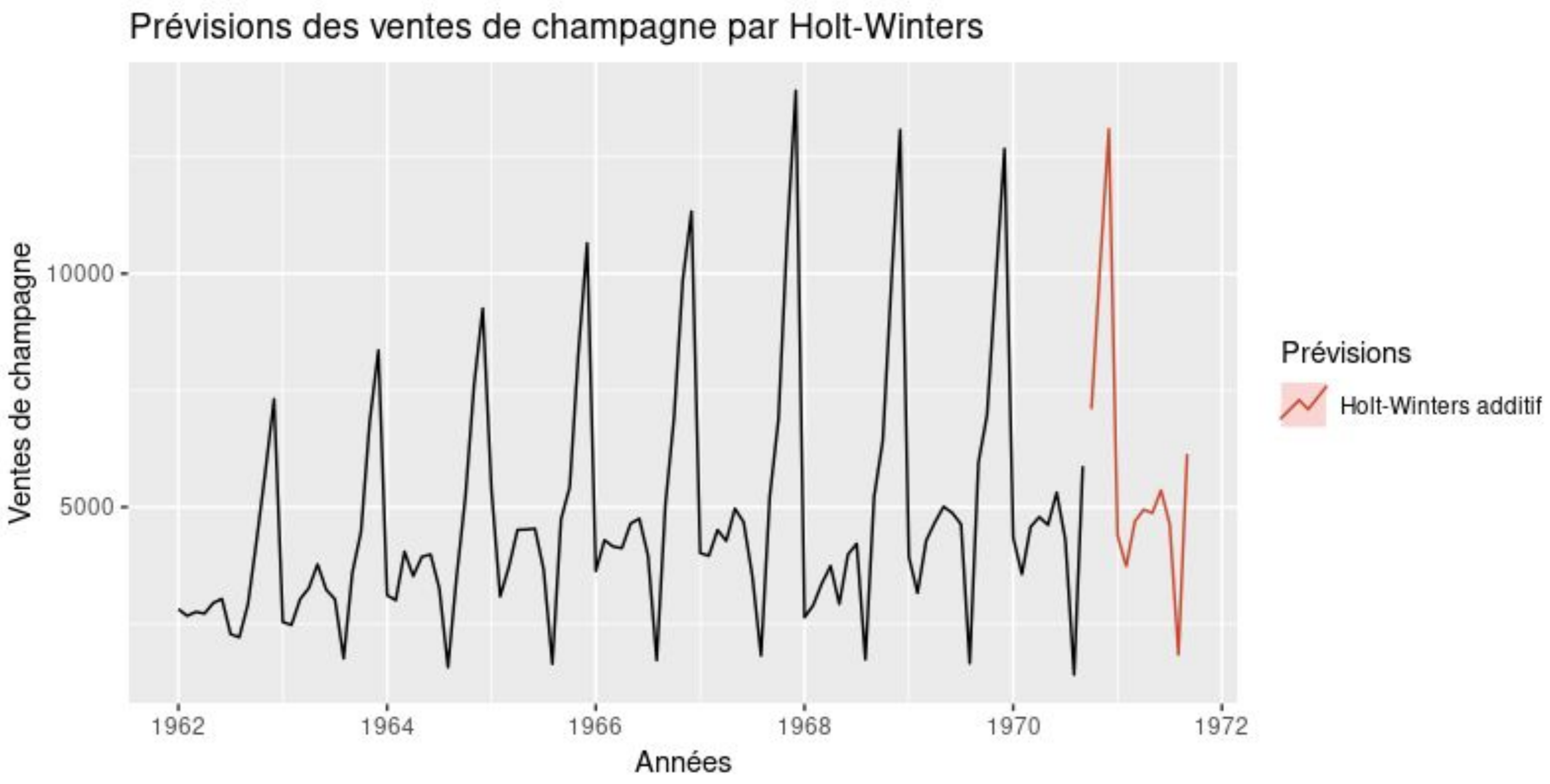
$$a_1 + a_2(t - T) + S_t$$

S_t = composante saisonnière

- Holt Winters multiplicative

$$[a_1 + a_2(t - T)]S_t$$

Méthode de Holt-Winters additive

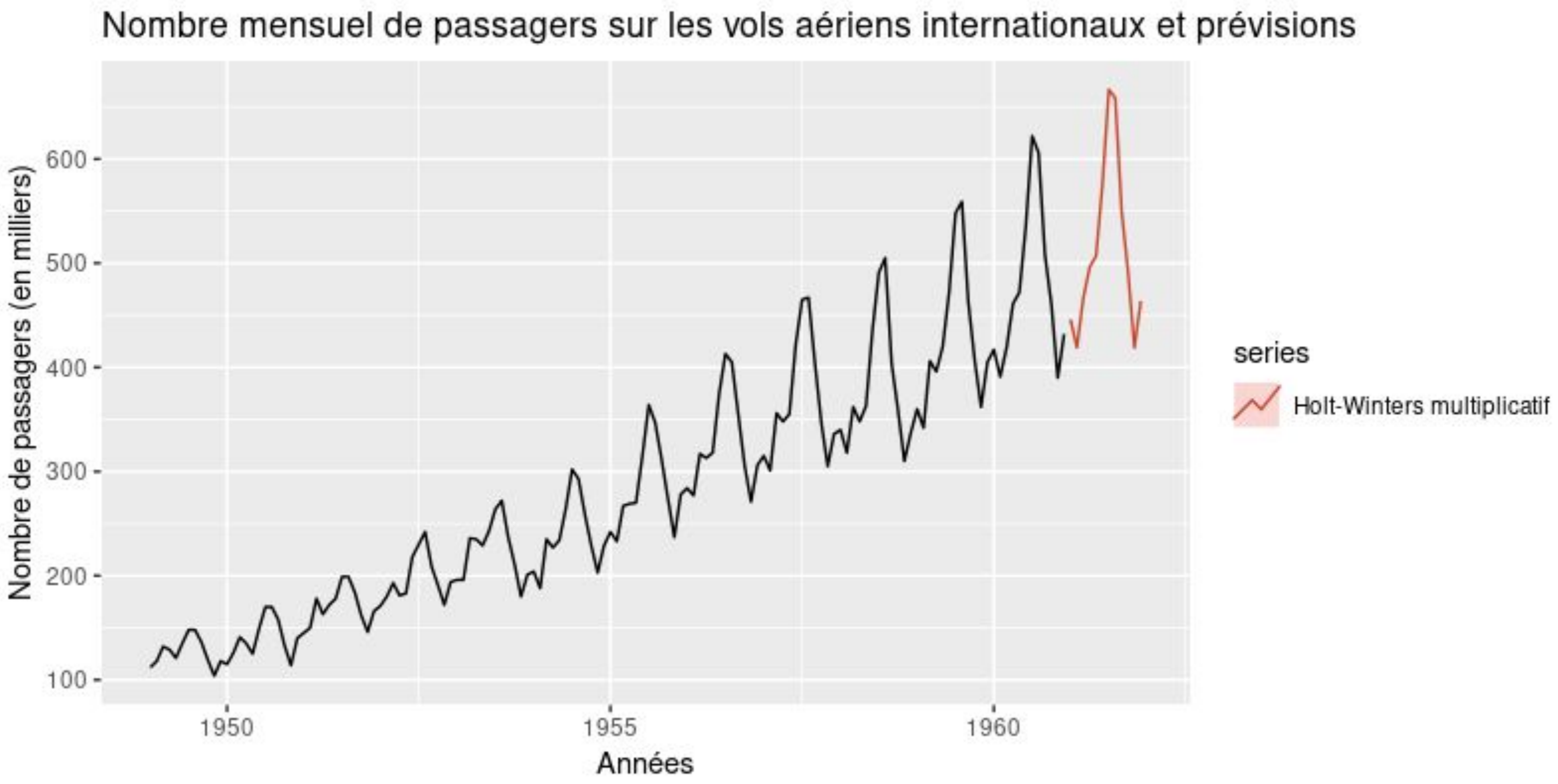


Méthode de Holt-Winters additive

- Code R

```r
champ <- scan("champ.dat")
champ <- ts(champ, start=c(1962,1), frequency=12)
champ1 <- hw(champ, seasonal="additive", h=12)
autoplot(champ) +
  autolayer(champ1, series="Holt-Winters additif", PI=FALSE) +
  xlab("Années") +
  ylab("Ventes de champagne") +
  ggtitle("Prévisions des ventes de champagne par Holt-Winters") +
  guides(colour=guide_legend(title="Prévisions"))
```

Méthode de Holt-Winters multiplicative



Méthode de Holt-Winters multiplicative

- Code R

```
airlinemult <- hw(airline, seasonal="multiplicative", h=12)
summary(airlinemult)
autoplot(airline) +
  autolayer(airlinemult, series="Holt-Winters multiplicatif", PI=FALSE) +
  ggtitle("Nombre mensuel de passagers sur les vols aériens internationaux et prévisions") +
  xlab("Années") +
  ylab("Nombre de passagers (en milliers)")
```

5 Modèles à espace d’états

Introduction

- Les méthodes de lissage exponentiel que l’on vient de voir fournissent des algorithmes permettant de calculer des prévisions successives
- Les **modèles à espace d’états** génèrent aussi des prévisions, mais également des intervalles de prévisions

  Un processus stochastique est introduit pour modéliser la loi des prévisions

Introduction

- Chaque modèle comprend une équation d'observation et une équation d'états, une pour chaque état (erreur, tendance, saisonnalité). C'est un **modèle dit à espace d'états**
- Il y a 18 modèles pour chaque méthode (dont 2 modèles pour chaque méthode suivant que l'erreur soit additive ou multiplicative)

  Erreur = {A, M}

  Tendance = {N, A, A_a}

  Saisonnalité = {N, A, M}

Les 18 modèles

Tendance	Composante saisonnière		
	N (sans)	A (additive)	M (multiplicative)
N (sans)	N,N	N,A	N,M
A (additive)	A,N	A,A	A,M
A_a (additive amortie)	A_a,N	A_a,A	A_a,M

Les 18 modèles - exemples

- (N,N) Lissage exponentiel simple
- (A,N) Lissage de Holt
- (A,A) Méthode additive de Holt-Winters
- (A,M) Méthode multiplicative de Holt-Winters
- (A_a,M) Méthode multiplicative de Holt-Winters amortie

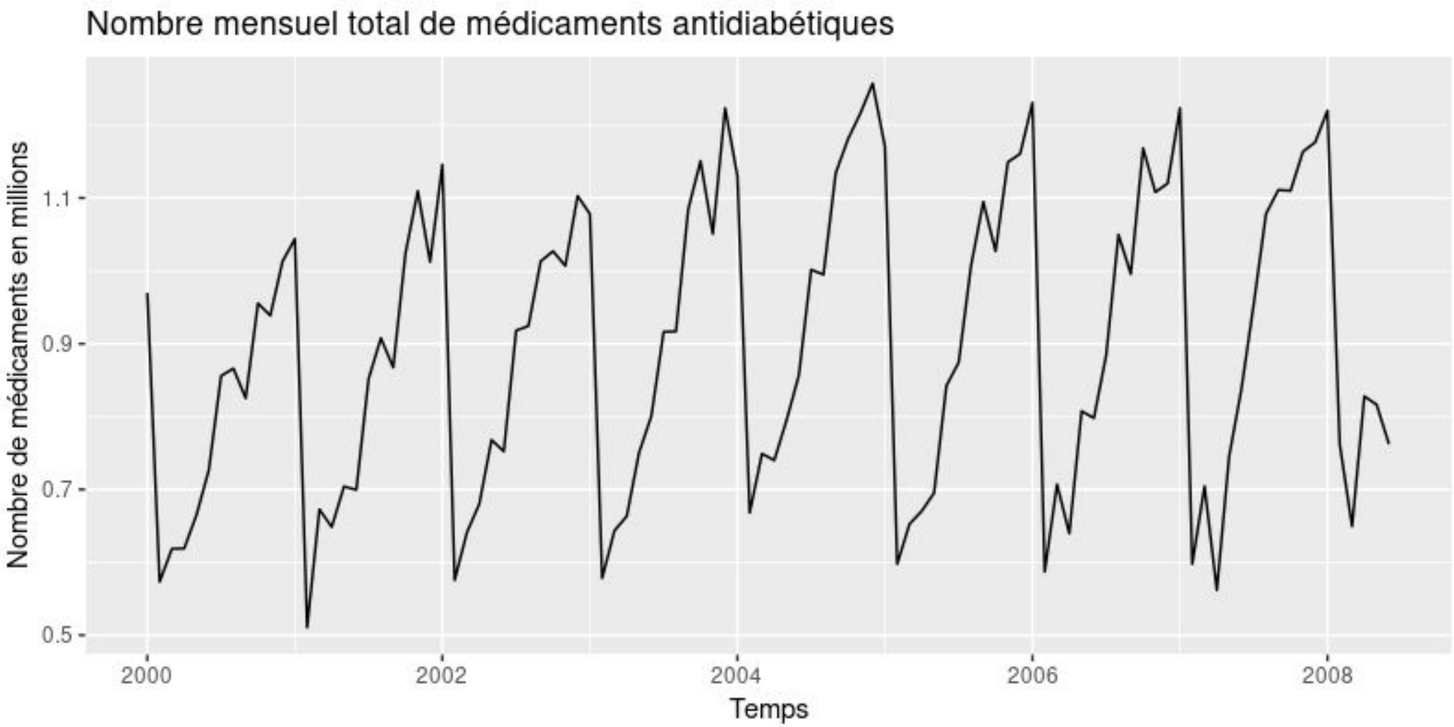
6

Commande ets

La commande ets

- `ets` est l'acronyme de "Erreur, Tendance, Saisonnalité". La commande ets est automatisée et donne d'excellents résultats !
- Elle permet de choisir entre différents modèles de lissage exponentiel basés sur des modèles à espace d'états
- Le critère de choix entre les différents modèles est essentiellement fait via la minimisation des critères d'information **AIC**, **AIC$_c$** ou **BIC**
- Les prévisions sont obtenues en utilisant la meilleure méthode retenue

Exemple Holt-Winters additif (AAA)

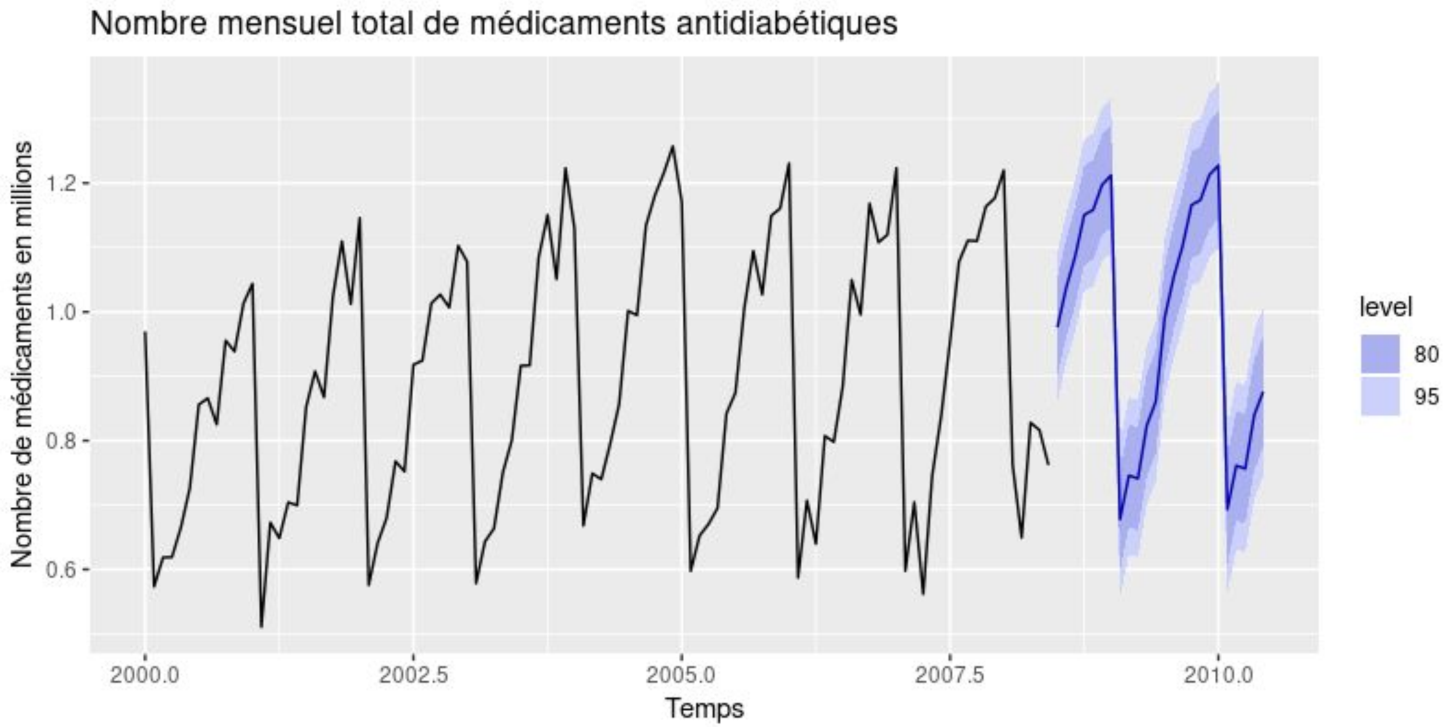


Exemple Holt-Winters additif (AAA)

- Code R

```
ets(diab, model="AAA") %>%
forecast(h=24) %>% autoplot() +
      ggtitle("Nombre mensuel total de médicaments antidiabétiques") +
      xlab("Temps") +
      ylab("Nombre de médicaments en millions")
```

Exemple Holt-Winters additif (AAA)

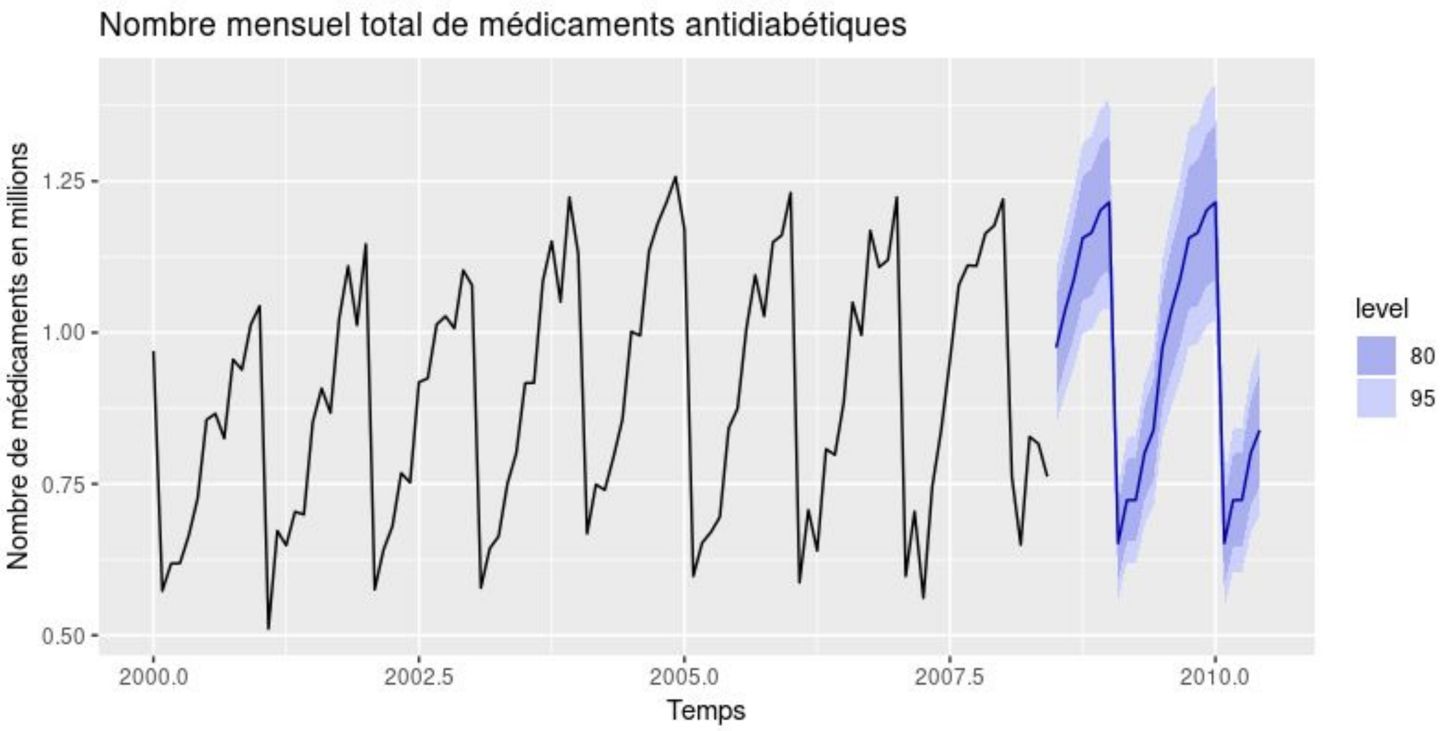


Exemple de sélection automatique (ZZZ)

- On peut laisser la commande `ets` sélectionner automatiquement le meilleur modèle
- Code R

```
ets(diab, model="ZZZ") %>%
  forecast(h=24) %>%
  autoplot() +
    ggtitle("Nombre mensuel total de médicaments antidiabétiques") +
    xlab("Temps") +
    ylab("Nombre de médicaments en millions")
```

Exemple de sélection automatique (ZZZ)



Exemple de sélection automatique (ZZZ)

- Le modèle sélectionné est **ets(M,N,M)**
- Code R

```
fit2diab <- ets(diab, model="ZZZ")

summary(fit2diab)
```

```
ETS(M,N,M)

Call:
 ets(y = diab, model = "ZZZ")

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.169
    gamma = 1e-04

  Initial states:
    l = 0.8121
    s = 1.246 1.2076 1.1985 1.1274 1.074 1.0105
           0.8696 0.8308 0.75 0.7496 0.6761 1.2598

  sigma:  0.0663

      AIC      AICc       BIC
-97.02194 -91.44054 -57.64735

...
```

Comparaison des deux approches

- ```
  diab %>%
      ets(model="AAA") %>%
      accuracy()
  ```

RMSE	0.05417285
MAE	0.04436907
MAPE	5.27636
MASE	0.7167734

- ```
  diab %>%
      ets() %>%
      accuracy()
  ```

RMSE	0.0515159
MAE	0.0423964
MAPE	4.900056
MASE	0.6849053

Pull de https://github.com/mswawola-cegep/420-a58-sf.git

04-05-TP

7

Références

Références

[1] Cours “R et la prévision de séries temporelles” de Michel Carbon - Université Laval