

Coursework

March 21, 2016

1 Simulation dynamischer Systeme

Author: Marcel Szalbach

Datum: 21.03.2016

1.1 Imports

Benötigte Imports und Einstellungen von matplotlib damit die Graphen im Notebook dargestellt werden.

```
In [1]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

1.2 Aufgabenbeschreibung

Es soll ein Glastubus-basiertes Heizungssystem simuliert werden. Dieses besteht aus einer Quarzglasröhre. Mit Hilfe einer Heizspirale wird Wärme von außen eingebracht. Der Tubus verliert Wärme an seine Umgebung. Skizze 1 zeigt den Aufbau solch eines Systems.

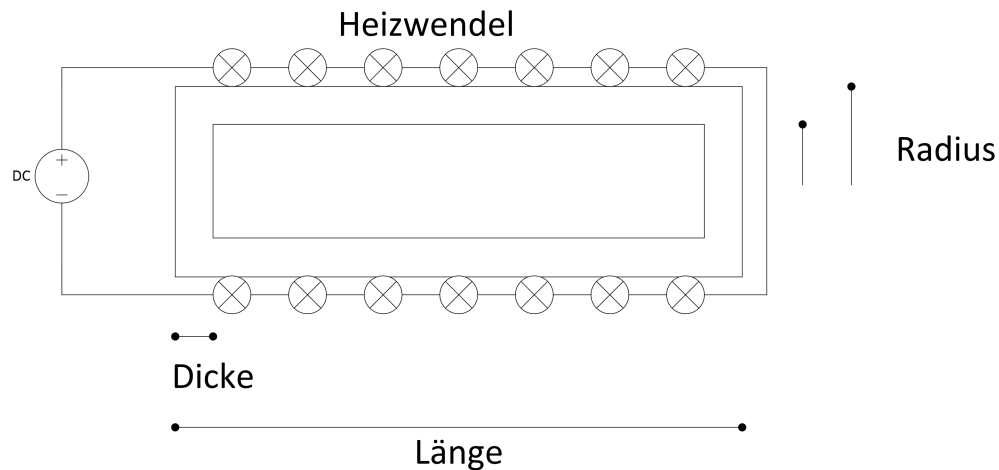


Figure 1: Glastubus

1.3 Mathematische Model

Das System lässt sich wie folgt mathematisch beschreiben:

$$m \cdot c_p \frac{dT}{dt} = Q$$

$$Q = q_{in} - q_{out}$$

$$q_{in} = q$$

$$q_{out} = h_s \cdot A_s (T(t) - T_a)$$

m ist die Masse des Glastubus, c_p ist die Wärmekapazität des Glases, A_s ist die Oberfläche des Glastubus, h_s ist der Wärmeübergangskoeffizient zur Umgebung und T_a ist die Raumtemperatur. Die Differentialgleichung zur Bestimmung des Temperaturverlaufs ist:

gespeicherte Energie = zugeführte Energie - abgeführte Energie

$$m \cdot c_p \frac{dT}{dt} = q_{in} - h_s \cdot A_s \cdot (T(t) - T_a)$$

Das System hat die Form :

$$a \cdot \dot{T}(t) + b \cdot T(t) = C$$

Somit kann man die Differentialgleichung mit Hilfe der Partikulären Lösung lösen und erhält folgende Gleichung die den Temperaturverlauf des Glastubus beschreibt:

$$T(t) = T_a + \frac{q_{in}}{h_s \cdot A_s} \cdot (1 - e^{-t \cdot \frac{h_s \cdot A_s}{m \cdot c_p}})$$

Nur wenn die Raumtemperatur 0° C ist kann man für dieses System die Übergangsfunktion bilden.

1.4 System Konstanten

Geben sind folgende Werte die den Glastubus beschreiben:

```
In [2]: innen_radius=0.1 #m
        dicke=0.01 #m
        aussen_radius=0.2 #m
        laenge=1 #m
        dichte=2500 #kg/m³
        cp=1078 # J/kg K
        hs=5 #W/m² K
        Ta=20 #°C
```

Zum Berechnen werden noch benötigt die Masse m und die Oberfläche A_s des Glastubus. Die Oberfläche eines Zylinders ist gegeben mit:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

```
In [3]: As=2*np.pi*aussen_radius**2+2*np.pi*aussen_radius*laenge #m²
        print("As = "+str(As)+" m²")
```

```
As = 1.5079644737231006 m²
```

Die Masse des Glastubus kann berechnet werden aus der Differenz der Volumen vom äußeren Zylinder und dem inneren Zylinder.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

```
In [4]: V_aussen=np.pi*aussen_radius*laenge #m³
        V_innen=np.pi*innen_radius*(laenge-dicke) #m³
        V_glastubus=V_aussen-V_innen #m³
        print("V_glastubus = "+str(V_glastubus)+" m³")
        m=V_glastubus*dichte #kg
        print("m = "+str(m)+" kg")
```

```
V_glastubus = 0.31730085801256913 m³
m = 793.2521450314229 kg
```

1.5 Hilffunktion

```
In [5]: def plot(t,qin,heater):
        """
        Zeichnet den Plot vom Eingangssignal und dem System heater in zwei Subplots.

        Args:
            t      : Die Zeitpunkte auf der X-Achse. Muss selbe Dimension haben wie qin und heater.
            qin    : Die Energie zu den Zeitpunkten t.
            heater: Ausgabe des Heater-Systems zu den Zeitpunkten t mit der zugeführten Energie qin
        """
        plt.figure(figsize=(10,10))
        #Abstand zwischen Subplots
        plt.subplots_adjust(hspace=.5)
        plt.subplot(211)
        plt.title("Eingangssignal")
        plt.ylabel('Leistung in kW')
        plt.xlabel("Zeit in s")
        plt.plot(t,qin)
        #Skalierung der y-Achse damit das Eingangssignal besser dargestellt wird
        plt.ylim(plt.ylim()[0]*0.9,plt.ylim()[1]*1.1)

        plt.subplot(212)
        plt.title("System")
        plt.ylabel('Temperatur in °C')
        plt.xlabel("Zeit in s")
        plt.plot(t,heater)
        plt.show()
```

1.6 Modelfunktion

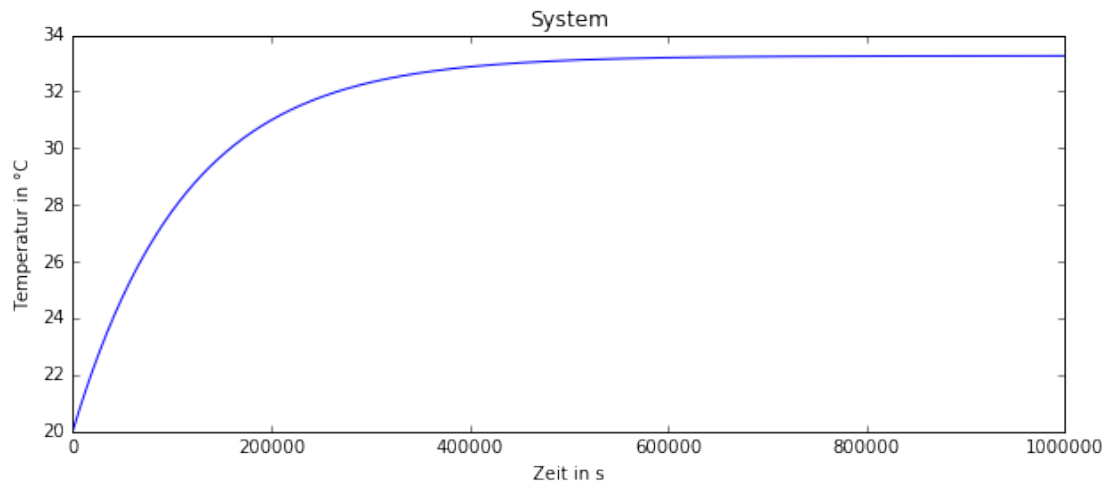
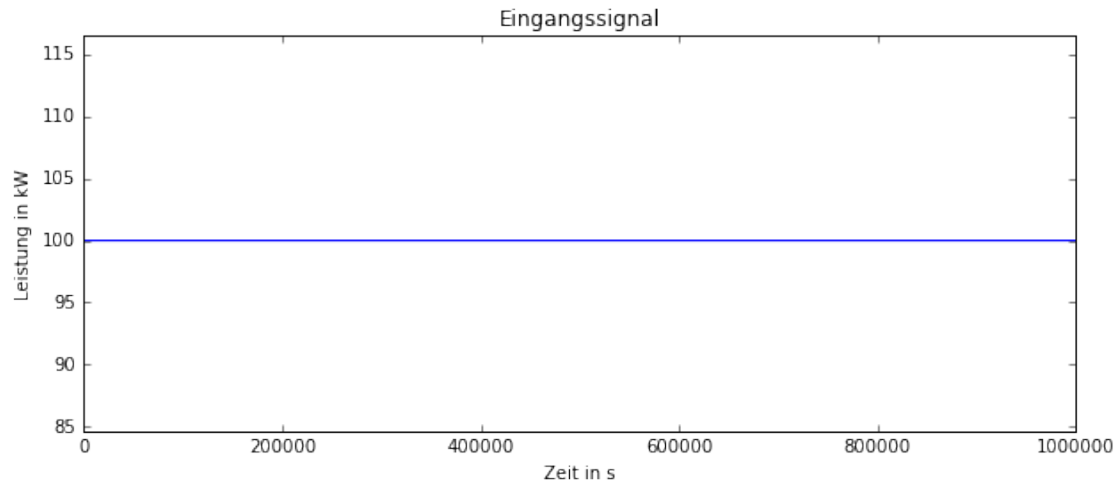
Die Funktion heater(*) berechnet die Temperatur T zu einem Zeitpunkt t mit dem im vorherigen Kapitel gegebenen Konstanten für den Glastubus.

```
In [6]: def heater(Ta,hs,As,cp,m,t,qin):
        """
        Berechnet die Temperatur für einen gegebenen Zeitpunkt und die zugeführte Energie.

        Args:
            Ta : Raumtemperatur zum Zeitpunkt t
            hs : Wärmeübergangskoeffizient
            As : Oberfläche
            cp : Wärmekapazität
            m  : Masse
            t  : Zeit
            qin: Eingangsenergie
        """
        return Ta+(qin/(hs*As))*(1-np.e**(-t*(hs*As/(m*cp))))

t=np.arange(0,1000000,1)
qin=np.full(t.size, 100,np.double) #Konstante 100 W für alle Zeitpunkte t

plot(t,qin,heater(Ta,hs,As,cp,m,t,qin))
```



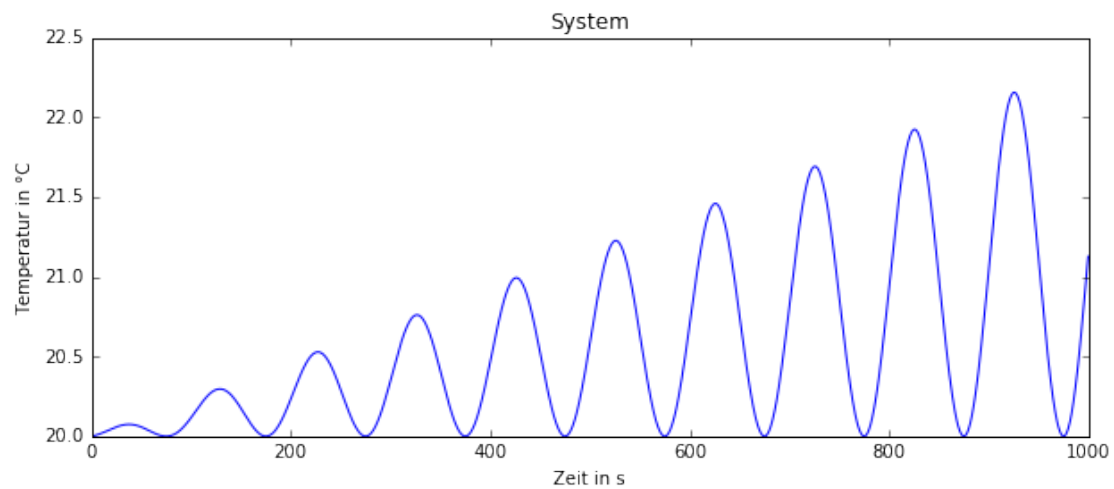
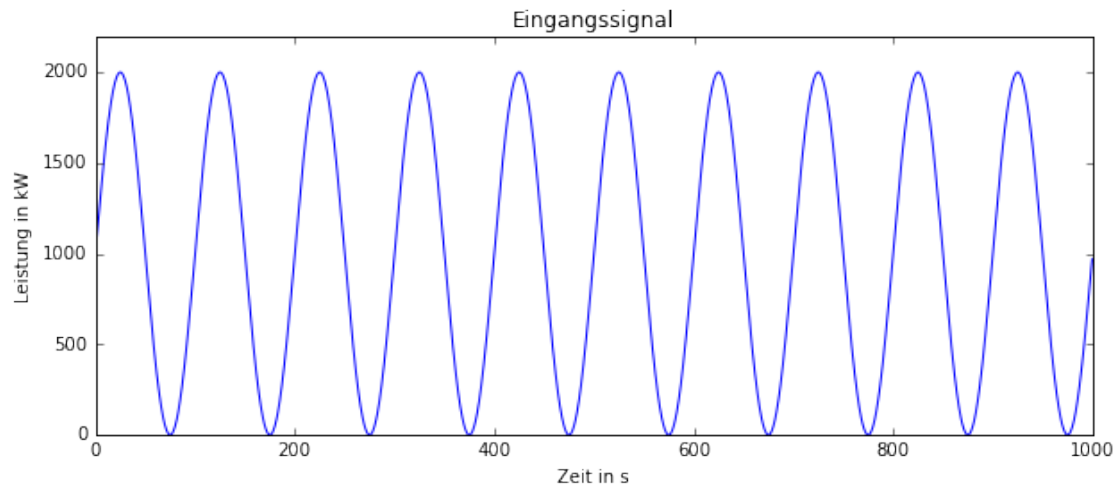
1.7 Reaktion des Systems auf verschiedene Eingangssignale

1.7.1 Sinus

```
In [7]: f=0.01 # Hz
        u=1000 #W
        t=np.arange(0,1000,0.5)

        def sinus(u,f,t):
            #nur positiver Sinus damit keine negative Energie anliegt
            return u*np.sin(2*np.pi*f*t)+u

        qin=sinus(u,f,t)
        plot(t,qin,heater(Ta,hs,As,cp,m,t,qin))
```



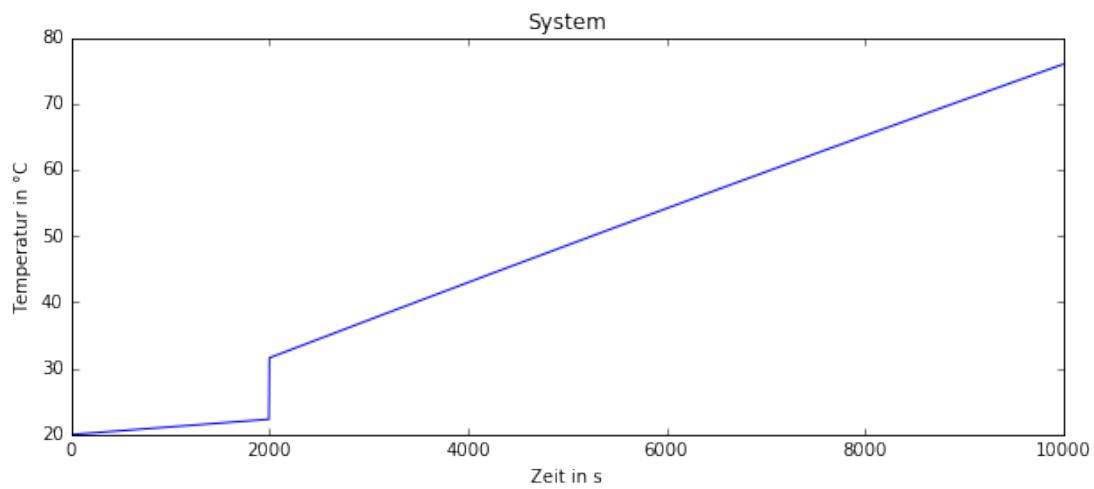
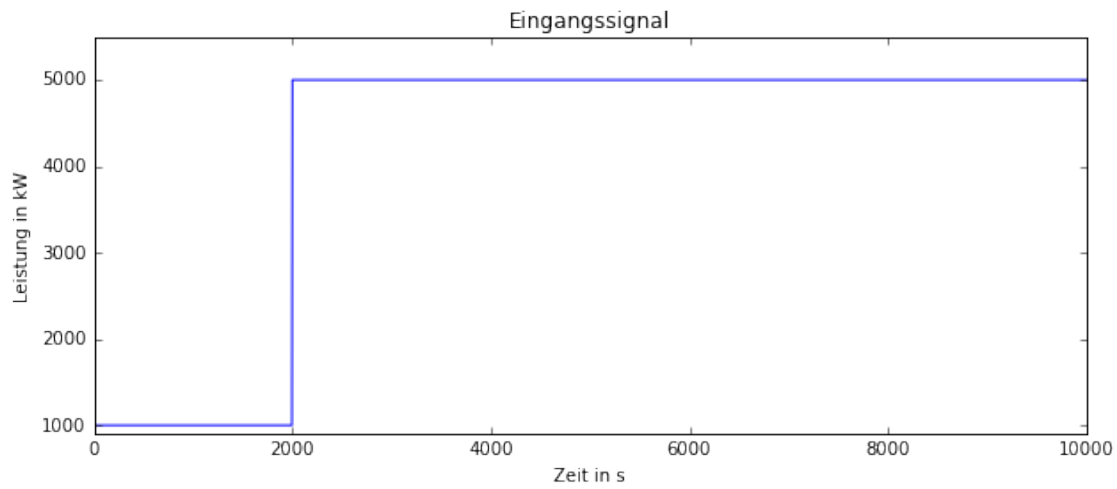
1.7.2 Sprungfunktion

```
In [8]: u_start=1000 #W
        u_ende=5000 #W
        t_sprung=2000
        t=np.arange(0,10000,5)

        def sprungfunktion(u_start,u_ende,t_sprung,t):
            if(t<t_sprung):
                return u_start
            else:
                return u_ende

        vector_sprungfunktion=np.vectorize(sprungfunktion)
        qin=vector_sprungfunktion(u_start,u_ende,t_sprung,t)
```

```
plot(t,qin,heater(Ta,hs,As,cp,m,t,qin))
```



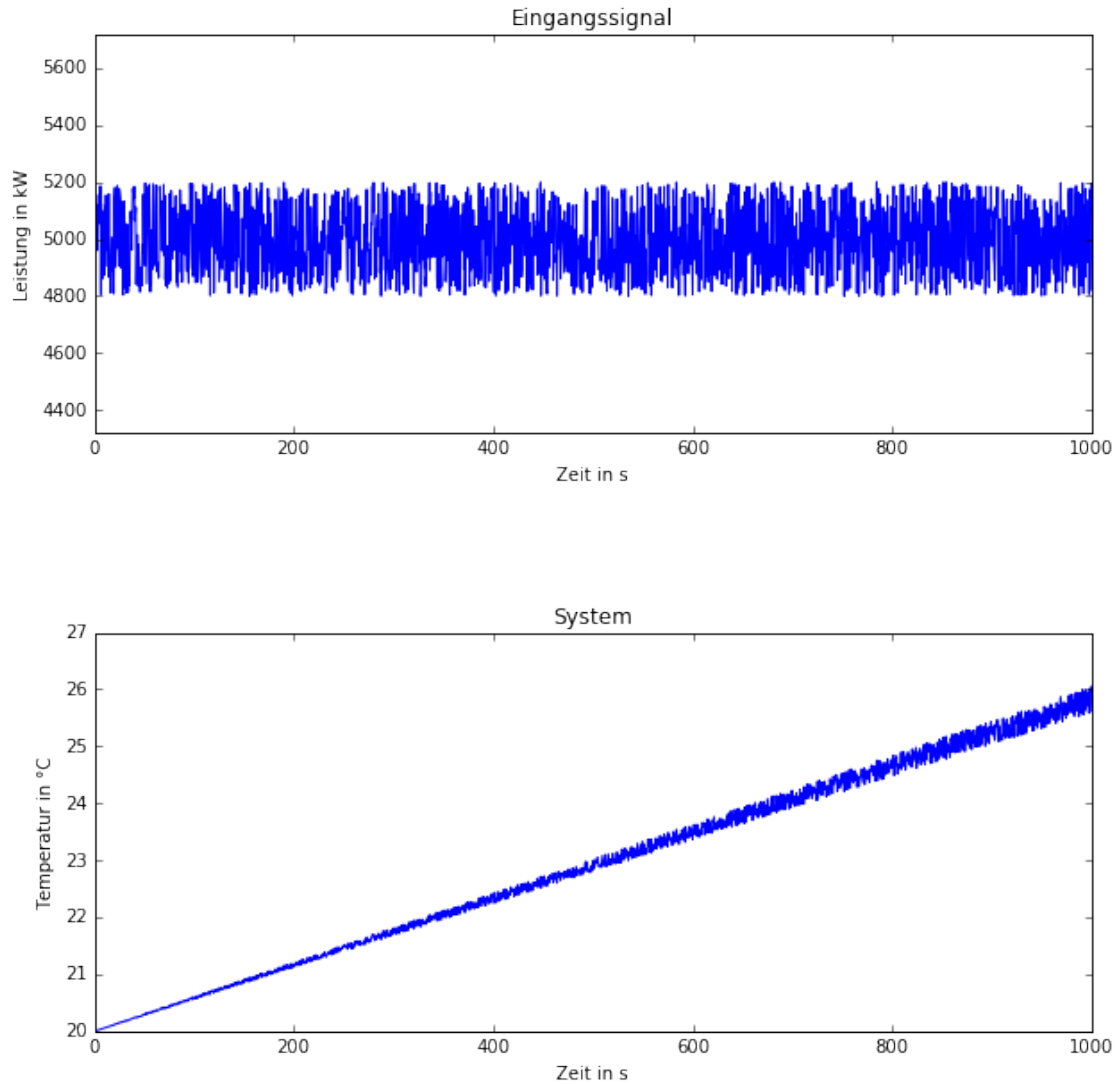
1.7.3 Konstantes Signal mit Rauschen

```
In [9]: u=5000 #W
        noise=200 #W
        t=np.arange(0,1000,0.5)

        def konstant_rauschen(u,noise,t):
            return u+np.random.uniform(-noise,noise,t.size)

        qin=konstant_rauschen(u,noise,t)

        plot(t,qin,heater(Ta,hs,As,cp,m,t,qin))
```



1.8 Bewertung der Ergebnisse

Bei gleichbleibender zugeführter Energie erwärmt sich der Glastubus bis es einen Gleichgewichtszustand zwischen Wärmeabgabe und -zufuhr einstellt und die Temperatur ab diesem Zeitpunkt konstant bleibt. Dies zeigt der Graph im Kapitel [Modelfunktion](#). Aus dem Graphen und der Formel aus [Mathematische Model](#) zeigt sich, dass das System ein PT1 Verhalten hat. Sobald mehr Energie zugeführt wird steigt auch die Geschwindigkeit der Temperaturzunahme im System. Ebenfalls reagiert das System direkt auf mehr Energie. Es gibt also keine Totzeit. Dies wird gezeigt im Kapitel [Sprungfunktion](#). Aber das System ist anfällig gegen Störungen. Die Temperaturschwankungen werden stärker umso wärmer das System wird bei gleichbleibendem Rauschen auf dem Eingangssignal siehe Kapitel [Konstantes Signal mit Rauschen](#).

1.9 Benutze Module und ihre Version

```
In [10]: modules = ["numpy", "scipy", "matplotlib"]

         for name in sorted(modules):
```

```
module_name = __import__ (name)
version = getattr(module_name, '__version__')
print(name + " : " + str(version))
```

matplotlib : 1.5.0

numpy : 1.10.2

scipy : 0.16.1