

Implementación de una suite de optimización para el apuntamiento de CubeSats de observación terrestre en órbitas bajas.

Matías Ignacio Tacul Vargas

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al
grado de Magister en Cs. de la Ingeniería mención Ingeniería Mecánica

Profesores guía:
Dr.-Ing. Bernardo Hernández V.
Dr.-Ing. Alejandro López T.

Octubre 2024
Concepción, Chile

Agradecimientos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Resumen

El resumen corresponde a una versión sintetizada, pero completa de todo el trabajo de investigación o proyecto. Incluye la declaración del problema, metodología, principales hallazgos y conclusiones. Su objetivo principal es proporcionar a los lectores una visión clara y concisa del contenido del trabajo, permitiéndoles determinar rápidamente su relevancia para sus propios intereses.

Primero se debe comenzar con una breve descripción de la pregunta de investigación o problema a resolver que aborda el trabajo. Esto prepara el escenario para el lector, destacando la importancia de la investigación y su posible contribución al campo. Se debe asegurar que esta declaración sea específica y directamente relacionada con el alcance del estudio. Esta parte del resumen finaliza estableciendo claramente cuál es el objetivo general del trabajo.

Luego, se deben resumir los métodos que fueron utilizados para llevar a cabo la investigación. Esta parte debe abarcar el diseño de la investigación, técnicas de recolección de datos y métodos de análisis. Esta descripción debe mantenerse breve, pero lo suficientemente informativa para permitir a los lectores entender cómo se realizó la investigación, sin entrar en detalles excesivos.

A continuación, el resumen debe enfocarse en los resultados principales o hallazgos de la investigación. Se deben presentar estos hallazgos de manera sucinta, enfatizando los datos y resultados más significativos. Se debe evitar incluir todos los resultados; en su lugar, seleccionar aquellos que aborden más directamente su pregunta de investigación o problema a resolver, y que tengan las implicaciones más significativas al contexto general.

Finalmente, se incluyen las conclusiones más significativas que se desprenden a partir de los resultados, incluidas sus implicaciones para el estado del arte y la investigación futura potencial. Esta sección debe articular brevemente la importancia de su trabajo y cómo avanza el conocimiento o comprensión dentro de su disciplina.

Un resumen de memoria o tesis debe ser conciso, típicamente no más de una plana de extensión. Se debe escribir de manera clara y directa, evitando jerga y lenguaje complejo para asegurar la accesibilidad a una audiencia amplia. Use preferentemente voz activa y tiempo pretérito perfecto al discutir la investigación realizada, aunque el tiempo presente puede ser apropiado para las implicaciones y conclusiones si se extienden más allá del alcance del trabajo completado.

Abstract

The abstract corresponds to a condensed, yet complete version of the entire research work or project. It includes the problem statement, methodology, main findings, and conclusions. Its primary goal is to provide readers with a clear and concise view of the work's content, allowing them to quickly determine its relevance to their own interests.

First, one should begin with a brief description of the research question or problem to be solved that the work addresses. This sets the stage for the reader, highlighting the importance of the research and its potential contribution to the field. It is essential to ensure that this statement is specific and directly related to the study's scope. This part of the abstract concludes by clearly establishing the overall goal of the work.

Next, the methods that were used to conduct the research should be summarized. This part should cover the research design, data collection techniques, and analysis methods. This description should be kept brief, but informative enough to allow readers to understand how the research was conducted, without delving into excessive detail.

Then, the abstract should focus on the main results or findings of the research. These findings should be presented briefly, emphasizing the most significant data and outcomes. It is necessary to avoid including all results; instead, select those that most directly address the research question or problem to be solved, and that have the most significant implications to the general context.

Finally, the most significant conclusions drawn from the results are included, along with their implications for the state of the art and potential future research. This section should briefly articulate the importance of the work and how it advances knowledge or understanding within your discipline.

An abstract for a thesis or dissertation should be concise, typically no more than one page in length. It should be written in a clear and direct manner, avoiding jargon and complex language to ensure accessibility to a broad audience. Preferably use active voice and past tense when discussing the research conducted, although present tense may be appropriate for the implications and conclusions if they extend beyond the scope of the completed work.

Contenidos

Lista de Figuras	1
Lista de Tablas	2
Nomenclatura	3
1 Introducción	4
1.1 Contexto	4
1.2 Hipótesis	7
1.3 Objetivos	7
1.4 Metodología	8
1.5 Carta Gantt	9
2 Marco Teórico	10
2.1 Sistemas de referencia	10
2.2 Dinámica orbital	11
2.2.1 Parámetros orbitales	12
2.2.2 Perturbaciones presentes en LEO	13
2.3 Cinemática y dinámica de actitud	14
2.3.1 Actitud de un satélite y sus representaciones	14
2.3.2 Cuaterniones y cinemática de cuaterniones	16
2.3.3 Dinámica de actitud	17
2.4 Subsistema de determinación y control de actitud	17
2.4.1 Navigation (Sensores) [11]	18
2.4.2 Guidance (Algoritmos) [20]	18
2.4.3 Control (Controladores y actuadores)	21
2.5 System Engineering Envelopes	22
2.6 Controlabilidad y observabilidad de un sistema de control	23
2.7 Optimización en control	24
2.7.1 Funciones objetivos	24
2.7.2 Optimizadores en Python	24
3 Escritura en LaTeX	26
3.1 Referencias	26
3.2 Listas de elementos	26
3.3 Acrónimos y siglas	26
3.4 Ecuaciones y símbolos matemáticos	26
3.5 Figuras	27
3.5.1 Figuras simples	27
3.5.2 Figuras múltiples	27
3.6 Tablas	27
3.6.1 Tablas simples	27
3.6.2 Tablas personalizadas	28
4 Metodología	30

5	Resultados	31
6	Discusión	32
7	Conclusiones	33
Anexo A	Planos de fabricación	36
Anexo B	Código en Python	37

Lista de Figuras

Figura 1.1	Cantidad de nanosatélites lanzados a través de los años [1].	4
Figura 1.2	Representación gráfica de la relación entre aspectos de la misión respecto a costo y rendimiento (Elaboración propia).	6
Figura 1.3	Solución propuesta para la suite de simulación optimizada (Elaboración propia).	7
Figura 2.1	Marco de referencia del cuerpo (Elaboración propia).	10
Figura 2.2	Marco de referencia inercial ECI [2].	11
Figura 2.3	Marco de referencia inercial RPY [3].	11
Figura 2.4	Elementos keplerianos [4].	12
Figura 2.5	Representación gráfica de la primera fila de la matriz de cosenos directores [5].	14
Figura 2.6	Representación de un cambio de orientación en Euler axis/angle de x [6].	15
Figura 2.7	Secuencia clásica de Euler de tres rotaciones que transforman xyz en x'y'z' [2].	15
Figura 3.1	Perro de raza pequinés	27
Figura 3.2	Perros de diferente raza.	28

Lista de Tablas

Tabla 2.1	Sensores utilizados en CubeSat [11].	18
Tabla 2.2	Descripción de las triadas de referencia y de observación.	19
Tabla 2.3	Actuadores utilizados en CubeSat [11].	23
Tabla 3.1	CNN architecture	28
Tabla 3.2	Accuracy for different signal durations considering the three types of image normalization	29

Nomenclatura

EA emisiones acústicas

RNC red neuronal convolucional

1 Introducción

1.1 Contexto

En las últimas décadas, la revolución tecnológica ha posibilitado que el desarrollo e implementación de satélites en órbita terrestre baja (LEO) a una escala sin precedentes [1]. Entre estos, los CubeSats han surgido como una solución eficiente y versátil para una amplia gama de aplicaciones. Los CubeSats son nanosatélites que se ajustan a un estándar que especifica sus dimensiones y diseño. Estos vienen en varios tamaños, siendo los más comunes 1U, 3U, 6U y 12U. La “U” en estas designaciones de tamaño significa “unidad” y se refiere al tamaño de un CubeSat en términos del número de unidades cúbicas de $10 \times 10 \times 10 \text{ [cm}^3\text{]}$ que lo componen [7]. Se puede observar la relevancia de este tipo de satélites según la cantidad de lanzamientos que se han realizado a través de los años y de los confirmados a futuro en la Figura 1.1.

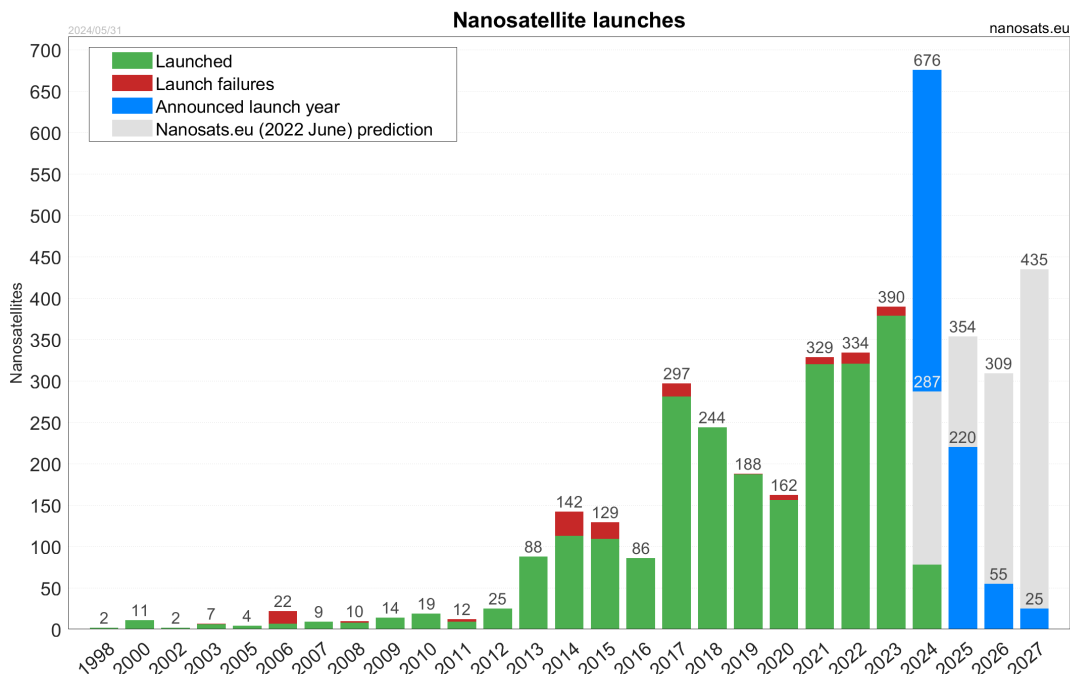


Figura 1.1 Cantidad de nanosatélites lanzados a través de los años [1].

Dentro de estos nanosatélites, una aplicación con gran porcentaje de ocurrencia en el ámbito comercial está enfocado en la observación terrestre mediante la utilización de cargas útiles ópticas [8]. Esta aplicación consiste en la captura de imágenes de la superficie terrestre utilizando sensores que detectan distintas partes del espectro electromagnético. Estos sensores ópticos funcionan al detectar la luz reflejada (generalmente luz infrarroja cercano o visible) en la superficie de la Tierra [9].

Para llevar a cabo este tipo de misión, se requiere de una capacidad de apuntamiento con el fin de cumplir el objetivo de capturar imágenes con la calidad y resolución requeridas. El concepto de apuntamiento se define como la capacidad del satélite para ajustar su actitud, logrando un cambio de orientación hacia un objetivo deseado [10].

Para determinar y/o caracterizar la capacidad de apuntamiento, es necesario medir y evaluar su desempeño a través de los Measures of Performance (MoP) relevantes para las misiones de observación terrestre. En estudios anteriores [10, 11, 12, 13], se proporciona una definición cualitativa de los siguientes MoP de apuntamiento, los cuales están condicionados por la calidad del hardware y software (algoritmos de estimación y/o determinación de actitud) correspondientes al subsistema de determinación y control de actitud (ADCS):

- Exactitud de apuntamiento [10, 12]: Definido como el error absoluto entre la orientación requerida.
- Drift [10]: Se refiere a cuánto puede desviarse un vehículo con el tiempo. Este parámetro es crucial cuando se necesita mantener una dirección específica y se deben hacer correcciones solo ocasionalmente para evitar que el vehículo se desvíe significativamente de su curso deseado. Representado mediante ángulos por hora [$^{\circ}$ /hr].
- Jitter [14, 15]: Se representa como las vibraciones mecánicas de alta frecuencia que provocan una visualización difuminada en la cámara y se cuantifica como la densidad espectro potencia del filtro pasa alto de la respuesta a la estabilización del satélite.
- Agilidad [16]: Se describe como el tiempo de asentamiento con el cual se estabiliza el CubeSat a la orientación deseada, representada en segundos. Generalmente mediante una banda de asentamiento del 5%.

En conjunto con los parámetros de apuntamiento, es crucial considerar los System Engineering (SE) envelopes específicos para el tipo de misión y satélite en uso. Estos SE envelopes son restricciones técnicas y operativas que deben ser consideradas durante las fases de diseño, desarrollo y operación del CubeSat. Los parámetros clave de estos envelopes incluyen la potencia eléctrica, la masa, el tamaño/volumen y el costo.

Los SE envelopes se definen principalmente en función de la carga útil, que es el punto de partida para el diseño y desarrollo de los demás subsistemas del satélite, especialmente el Attitude Determination and Control System (ADCS), que es fundamental para el apuntamiento del satélite [13].

Dado que los CubeSats tienen restricciones de masa y volumen (de acuerdo con el estándar de unidades), y se busca minimizar costos al limitar el costo de componentes y reducir la superficie de paneles solares (y por ende la potencia y energía disponible), es necesario establecer requerimientos específicos para los SE envelopes del satélite y los parámetros de apuntamiento. Esto se debe hacer de acuerdo con la complejidad de la misión de observación terrestre, para encontrar un equilibrio óptimo entre estos aspectos y satisfacer las necesidades de la misión.

Por lo tanto, es esencial definir claramente los aspectos de la misión, tales como la dinámica orbital (incluyendo los parámetros orbitales y las perturbaciones en órbita baja (LEO)) y la geometría del satélite, así como las limitaciones y capacidades del ADCS. Esto permitirá conocer el costo asociado a la misión y su desempeño en términos de apuntamiento. La Figura 1.2 presenta un diagrama que ilustra esta interacción, mostrando una visualización gráfica de los parámetros de costo y rendimiento.

Existen estudios que simulan diversos aspectos del Attitude Determination and Control System (ADCS), incluyendo los componentes físicos [17], algoritmos de determinación de actitud [18] y

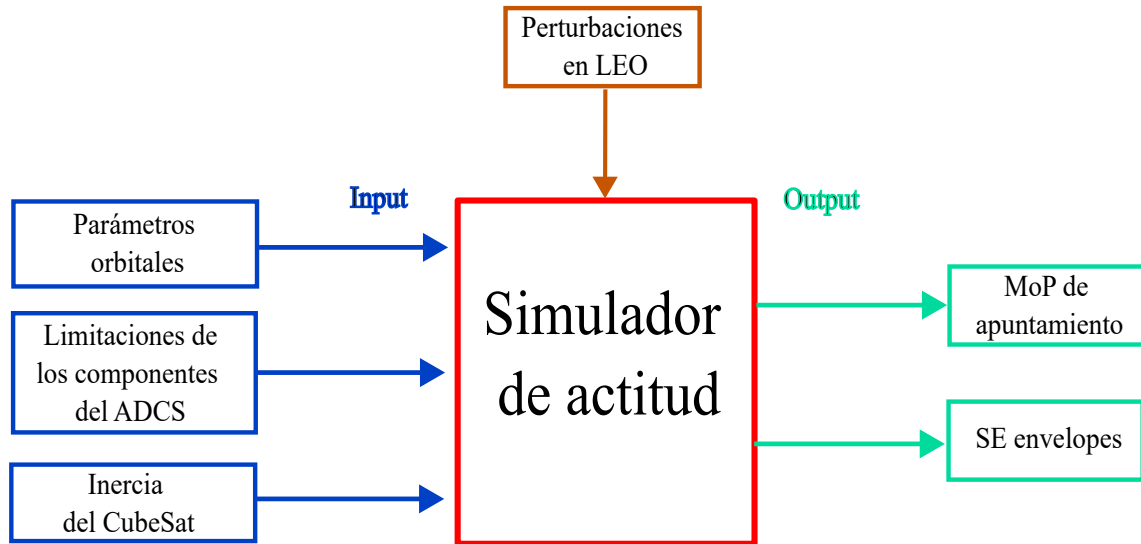


Figura 1.2 Representación gráfica de la relación entre aspectos de la misión respecto a costo y rendimiento (Elaboración propia).

controladores [19]. En estos trabajos, se analizan y comparan los diferentes elementos del ADCS para identificar cuáles ofrecen mejores rendimientos, con un enfoque particular en el budget de potencia, que es uno de los factores más relevantes. Además, también se han realizado estudios en los que se simula el ADCS completo de un CubeSat, especificando tanto su diseño como los resultados de su rendimiento [20, 21, 22].

Por otro lado, en [23] y [24] se presentan herramientas y simuladores capaces de implementar la dinámica orbital y de actitud, proporcionando una interfaz gráfica que visualiza los movimientos traslacionales y rotacionales, así como los modelos de perturbación correspondientes. Estas herramientas permiten cuantificar algunos de los Measures of Performance (MoP) de apuntamiento y evaluar los costos en función de los SE envelopes. La herramienta mencionada en [23], llamada Spacecraft Control Toolbox, está dividida en tres secciones según los requerimientos de las misiones. Tiene la capacidad de generar resultados relacionados con la dinámica rotacional del satélite, incluye una interfaz gráfica y, en su versión económica, estima el consumo de energía. En sus versiones académicas o profesionales, permite además recuperar errores de apuntamiento y modelar sensores y actuadores.

Por otro lado, en [24] se presentan herramientas y plantillas disponibles en el Aerospace Blockset de MATLAB, que permiten modelar un CubeSat siguiendo especificaciones del satélite y de la órbita, y realizar simulaciones utilizando la herramienta Simulink Animation 3D para visualizar los resultados.

Finalmente, existen herramientas como Valispace, cuyo propósito es principalmente el análisis de budgets de ingeniería. Un ejemplo común de su uso se describe en [25]. Este tipo de software ofrece una visión integral del análisis de satélites, abarcando costos temporales, monetarios y de potencia, al utilizar funciones que integran los requisitos de los subsistemas involucrados.

Teniendo esto en cuenta, el simulador propuesto se perfila como una herramienta valiosa para

el análisis del ADCS de un CubeSat. Al proporcionar la información adecuada del satélite, su órbita y el análisis específico requerido, el simulador permitirá obtener tanto el rendimiento como el costo asociado al apuntamiento. Además, contribuirá al desarrollo tecnológico de CubeSats de manera simple y eficiente, utilizando componentes basados en CubeSats comerciales en la actualidad, todo dentro de un entorno de programación de libre acceso como Python. Asimismo, el simulador será capaz de ofrecer las características del ADCS necesarias para alcanzar un rendimiento o costo específico, según los parámetros definidos por el usuario. Un resumen de lo que se busca una vez implementado la suite de simulación de la Figura 1.2, se representa en la Figura 1.3.

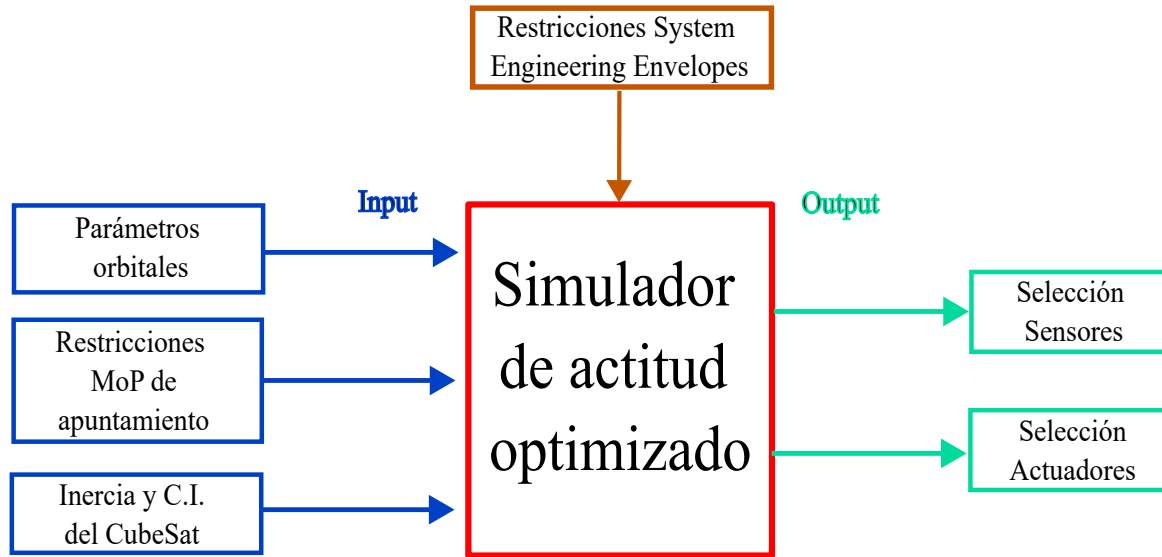


Figura 1.3 Solución propuesta para la suite de simulación optimizada (Elaboración propia).

1.2 Hipótesis

Se postula que el diseño e implementación de una suite de simulación que modele el ambiente espacial y el ADCS, en conjunto con un algoritmo capaz de optimizar los parámetros de rendimiento y los SE envelopes, mejorará la eficacia operativa de las misiones CubeSat al seleccionar el subconjunto óptimo de componentes físicos necesarios.

1.3 Objetivos

Objetivo General: Diseñar e implementar una suite de simulación que modele el ambiente espacial y el ADCS de un CubeSat comercial de observación terrestre en órbitas bajas, capaz de optimizar los MoP de apuntamiento en función de los SE envelopes de los componentes físicos.

Objetivos Específicos:

- OE1: Desarrollar un marco teórico robusto sobre el modelamiento del ambiente espacial y del ADCS de un CubeSat, enfocado en aplicaciones de observación terrestre, basadas en referencias publicadas después del año 2010.

- OE2: Desarrollar un modelo de ambiente espacial que permita calcular los vectores de posición y velocidad del CubeSat, junto con un modelo de actitud que incluya al menos dos sensores y dos actuadores del ADCS.
- OE3: Implementar un algoritmo de estimación para el modelo dinámico del CubeSat con un margen de error inferior al 5%.
- OE4: Diseñar al menos un controlador que permita control de actitud en función de los actuadores implementados en la suite de simulación.
- OE5: Seleccionar e implementar un algoritmo de optimización no lineal capaz de optimizar los MoP de apuntamiento en función de los SE envelopes en la suite de simulación.
- OE6: Verificación cuantitativa de la suite de optimización utilizando datos empíricos del SUCHAI-3 en base a los MoP de apuntamiento obtenidos y los SE envelopes de sus componentes físicos actuales

1.4 Metodología

OE1: Desarrollar el marco teórico relacionado con el ADCS y el ambiente espacial en el simulador mediante la revisión de trabajos previos. Se recopilará información de artículos y estudios sobre la determinación y control de actitud en CubeSats, junto con el estado del arte y las especificaciones técnicas de componentes disponibles en sitios web de fabricantes, para verificar la correcta implementación de los modelos y su similitud con estudios anteriores.

OE2: Implementar el propagador SGP4 para calcular los vectores de posición y velocidad del CubeSat, teniendo en cuenta las perturbaciones orbitales en órbitas bajas. En cuanto a los modelos dinámicos de actitud, se simularán las fuerzas magnéticas y el vector solar para representar el comportamiento de sensores como el magnetómetro y el sensor solar. Los actuadores considerados en los modelos serán el magnetorquer y la rueda de reacción en los ejes del CubeSat.

OE3: Estimar los cuaterniones y las velocidades angulares del CubeSat utilizando un filtro de Kalman extendido. Este filtro será aplicado al modelo dinámico lineal discreto, integrando el magnetorquer y las ruedas de reacción. Se emplearán las mediciones simuladas de los sensores para validar las estimaciones y se evaluará la precisión de las mismas mediante el cálculo del error cuadrático medio (MSE).

OE4: Diseñar un controlador PD o LQR dentro de la suite de simulación. Una vez implementados ambos controladores, se seleccionará el de mejor rendimiento en función de los MoP de apuntamiento bajo las mismas condiciones de simulación.

OE5: Realizar una revisión de optimizadores no lineales convexos disponibles en Python, con el objetivo de encontrar una solución óptima que maximice el rendimiento y minimice el costo en función de las entradas y requisitos del usuario. Se evaluarán herramientas como `scipy.optimize`, `pyomo` y `cvxpy` para determinar el optimizador más adecuado.

OE6: Verificar la suite de simulación utilizando datos empíricos del SUCHAI-3. Se compararán los resultados de la simulación con los parámetros reales de rendimiento de los componentes físicos y se evaluará la proximidad de los resultados obtenidos por la suite de optimización con los datos reales, determinando el conjunto óptimo de sensores y actuadores.

1.5 Carta Gantt

El proyecto sigue una estructura definida contenida en la carta Gantt mostrada en el Anexo A.

2 Marco Teórico

2.1 Sistemas de referencia

Para describir la dinámica orbital, de actitud y el diseño del ADCS, es necesario la definición de los marcos de referencia a utilizar. Su selección obedece a criterios descritos a continuación.

- **Sistema de referencia body o del cuerpo [26]:** La dinámica relativa de actitud se describe con respecto al marco de referencia del cuerpo en el CubeSat, desde la cual se realizan las mediciones, debido a que los sensores de actitud están fijados a su cuerpo. Para los marcos de referencia del cuerpo, el eje z apunta en la dirección del momento de inercia más alto, y los ejes x e y son paralelos a los vectores de área de las caras de la nave espacial, apuntando todos en las direcciones principales del satélite, como se observa gráficamente en la Figura 2.1.

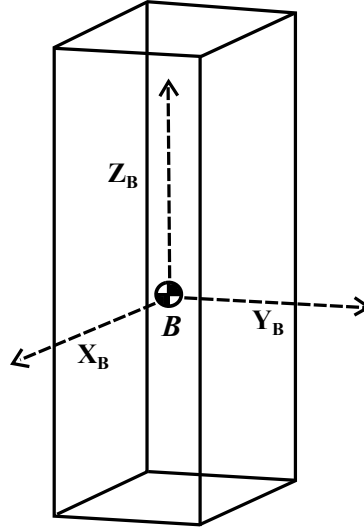


Figura 2.1 Marco de referencia del cuerpo (Elaboración propia).

- **Sistema de referencia inercial [26, 2]:** El Sistema de referencia inercial utilizado es el Earth Centered Inertial (ECI) debido a la necesidad de obtener vectores respecto a un marco de referencia no rotativo (asumiendo problema de dos cuerpos entre la Tierra y el satélite). El eje X apunta en la dirección del equinoccio de primavera. El plano XY es el plano ecuatorial de la Tierra, y el eje Z coincide con el eje de rotación de la Tierra y apunta hacia el norte. Este sistema de referencia se puede apreciar en la Figura 2.2.

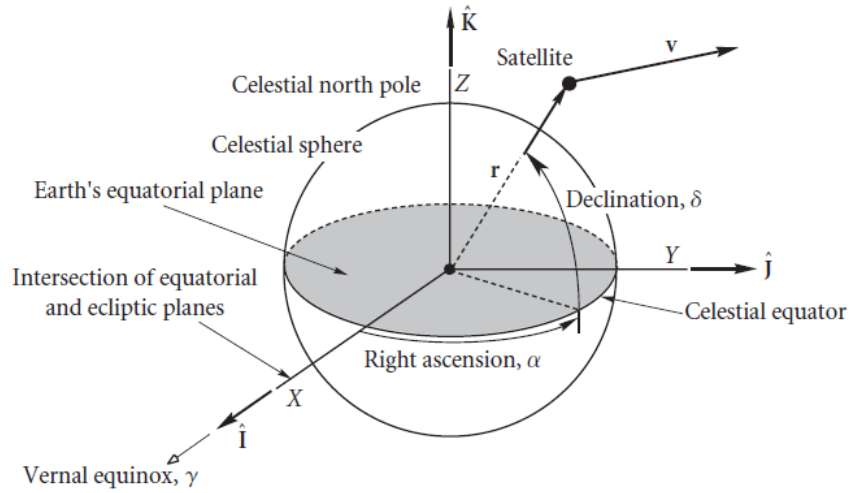


Figura 2.2 Marco de referencia inercial ECI [2].

- **Sistema de referencia LVLH o Roll-Pitch-Yaw [3]:** Se define un sistema coordinado que mantiene su orientación relativa a la Tierra a medida que la nave espacial se mueve en su órbita. Estas coordenadas son conocidas como roll, pitch y yaw (RPY), *Local Vertical Local Horizontal* (LVLH) u orbital como también será llamada en este trabajo y se ilustra en la Figura 2.3. En este sistema, el eje yaw se dirige hacia el nadir (es decir, hacia el centro de la Tierra), el eje pitch se dirige hacia la normal negativa de la órbita, y el eje roll es perpendicular a los otros dos, tal y como se muestra en la Ecuación 1. Se utilizará este Sistema de referencia para notar la posición ideal de la carga útil.

$$\hat{R} = \hat{P} \times \hat{Y} \quad (1)$$

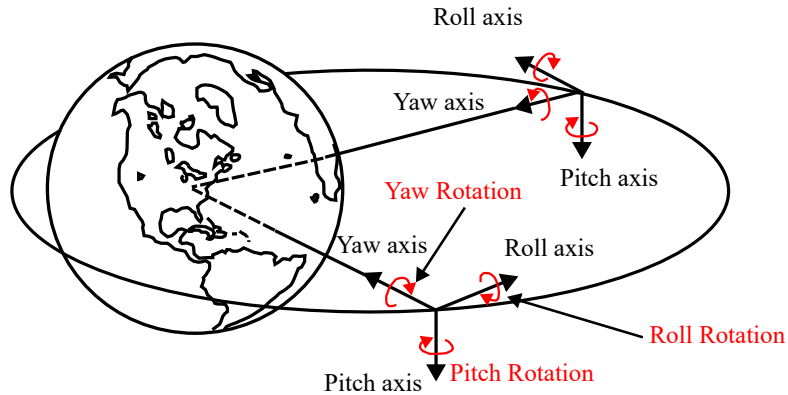


Figura 2.3 Marco de referencia inercial RPY [3].

2.2 Dinámica orbital

Para el modelamiento de la suite de simulación se debe conocer el significado de los parámetros orbitales que se entregara como entrada, así como las ecuaciones que gobiernan el movimiento del satélite a través de la Tierra y las perturbaciones presentes a baja altura.

2.2.1 Parámetros orbitales

Si la masa de un satélite se considera insignificante en comparación con la masa de la Tierra, y bajo el supuesto de que la Tierra es esféricamente simétrica, la aceleración $\ddot{\mathbf{r}}$ de un satélite está dado por la ley de gravedad de Newton descrita a continuación:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM_E}{r^3}\mathbf{r} \quad (2)$$

Donde \mathbf{r} es el vector posición entre el satélite y la Tierra y GM_E es conocida como la constante de gravitacional de la Tierra y está dada por:

$$\mu = GM_E = 398600,4418 \left[\frac{km^3}{s^2} \right] \quad (3)$$

Al resolver la Ecuación 2, se obtiene la posición y la velocidad del del satélite respecto a la Tierra en cualquier instante de tiempo dependiendo del sistema de referencia a utilizar. Si bien se tiene una cuantificación del posicionamiento y el movimiento del satélite, generalmente se utiliza otra caracterización para definir la órbita, utilizando los elementos keplerianos, los cuales se presentan en la Figura 2.4.

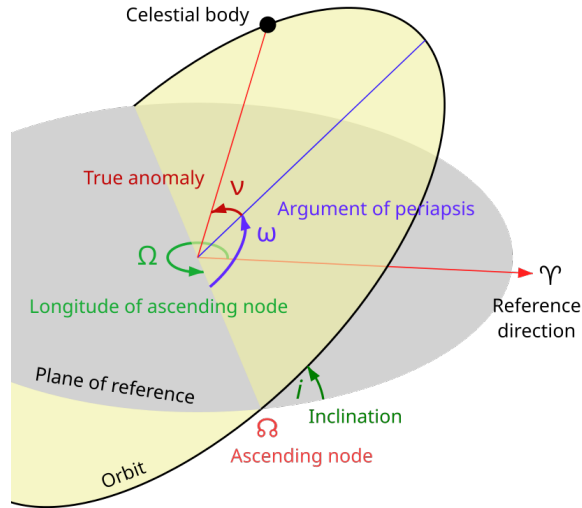


Figura 2.4 Elementos keplerianos [4].

Dichos elementos se definen brevemente a continuación, los que se pueden determinar desde la posición y la velocidad del satélite respecto a la Tierra mediante relaciones matemáticas obtenidas en [2].

- **Excentricidad (e):** Describe el alargamiento de la órbita. Si presenta valores entre 0 y 1 tendrá forma de elipse. Si es igual a 0 representa una órbita circular, mientras que si es igual a 1 tiene forma de parábola. Para casos mayores a 1 se presentan orbitas de trayectoria hiperbólica.

- **Semieje mayor (a):** Es la distancia entre el periapsis (distancia más cercana entre el satélite y la Tierra) y el apoapsis (distancia más lejana entre el satélite y la Tierra) dividido por 2. Representa el radio para orbitas circulares.
- **Inclinación (i):** Inclinación vertical de la elipse con respecto al plano de referencia (plano ecuatorial).
- **Right Ascension of the Ascending Node (RAAN Ω):** Inclinación vertical de la elipse con respecto al plano de referencia (plano ecuatorial).
- **Argumento del periapsis (ω):** Se define la orientación de la elipse en el plano orbital, como un ángulo medido desde el nodo ascendente a la periapsis.
- **Anomalía verdadera (ν):** Define la posición del cuerpo orbitante a lo largo de la elipse en un tiempo específico.

2.2.2 Perturbaciones presentes en LEO

Existen perturbaciones en el espacio que afectan a los satélites en órbita, de las cuales algunas tienen más relevancia a bajas altura respecto de la Tierra. Estas se muestran a continuación:

Gravedad no esférica [6]: La Tierra no es una esfera perfecta y la masa se distribuye de manera no uniforme. A diferencia de las simplificaciones que se aplican a menudo en órbitas altas, donde la influencia de la Tierra se aproxima a una esfera, en LEO la distribución irregular de la masa terrestre y las variaciones en la altitud pueden generar perturbaciones significativas en las trayectorias de los satélites. Por lo tanto, como la fuerza de gravedad depende directamente de la masa, el campo gravitatorio reflejará esta falta de uniformidad.

Para lograr modelar la gravedad no esférica se utiliza una expansión armónica esférica, con modelos como el geopotencial que descompone el campo gravitatorio terrestre en una serie de términos, cada uno correspondiente a una armonía esférica y su respectiva magnitud. Dentro de los coeficientes utilizados dentro del modelo recién mencionado están los “J”, siendo el J2 el principal para modelar el achatamiento de la Tierra. Otros J como el J3, J4, etc., modelan a mayor detalle la distribución másica de la Tierra.

Efectos atmosféricos [27]: Los efectos del arrastre y el oxígeno atómico (O) tienen implicancias para los satélites de baja altura (menor a 600 km). El arrastre se define como una fuerza resistiva que actúa sobre un objeto en movimiento a través de un fluido y tiende a disminuir su velocidad, cuyas implicancias son que acorta la vida útil del satélite. El arrastre depende de la densidad, la velocidad y también variará según cómo cambie la atmósfera (se expanda o se contraiga) debido a la variación en la actividad solar.

Por otro lado, debido a que en la atmósfera superior existe una mayor radiación, esto hace que se disocien los átomos de O_2 a O, los cuales son muy reactivos y potencialmente dañinos, degradando las superficies del CubeSat e interfiriendo con los sensores para la determinación de actitud.

2.3 Cinemática y dinámica de actitud

Para la cinemática y dinámica de actitud, el satélite ya no se asume como una partícula perturbada (como en el caso de la dinámica orbital), sino como un cuerpo rígido con masa. Con esto aparecen conceptos que serán definidos en esta sección.

2.3.1 Actitud de un satélite y sus representaciones

La actitud de un satélite se refiere a la orientación o posición que mantiene en el espacio mientras órbita alrededor de la Tierra u otro cuerpo celeste. Para describir esta actitud, se utilizan diversas representaciones matemáticas que permiten definir de manera precisa su orientación en el marco de referencia del cuerpo respecto al inercial, las cuales se presentan a continuación [3]:

- **Direction Cosine Matrix (DCM):** Esta parametrización utiliza una matriz 3x3 para representar la orientación del satélite en relación con un sistema de referencia fijo. La matriz contiene nueve elementos que son los cosenos directores de los ejes del satélite en relación con los ejes de referencia. Es una representación matemáticamente precisa pero no es tan intuitiva como otras. Dicha representación se visualiza en la Figura 2.5.

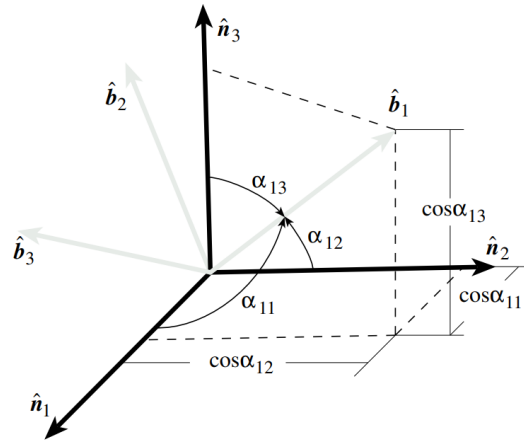


Figura 2.5 Representación gráfica de la primera fila de la matriz de cosenos directores [5].

- **Euler axis/angle:** En esta parametrización, se utiliza un vector tridimensional (el eje de Euler) junto con un ángulo para describir la orientación. El vector de Euler define el eje de rotación, mientras que el ángulo especifica la magnitud de la rotación alrededor de ese eje, como se muestra en la Figura 2.6. Es útil para representar giros simples y es intuitiva.

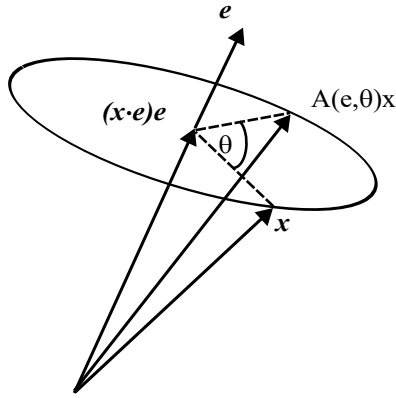


Figura 2.6 Representación de un cambio de orientación en Euler axis/angle de x [6].

- **Euler angles:** Esta parametrización describe la orientación mediante tres ángulos, generalmente llamados phi (ϕ), theta (θ) y psi (ψ), que representan las rotaciones en torno a los ejes específicos (por ejemplo, X, Y y Z). Se presenta en la Figura 2.7 las rotaciones realizadas por esta parametrización.

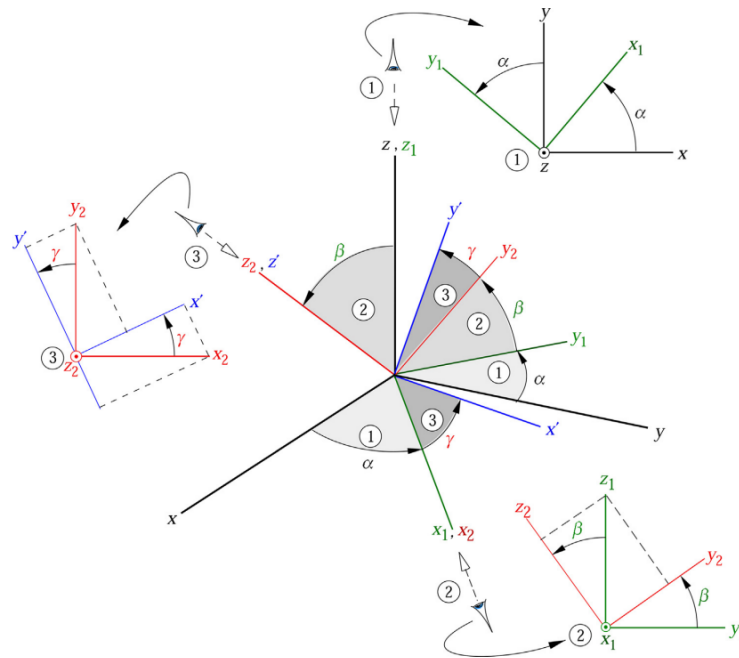


Figura 2.7 Secuencia clásica de Euler de tres rotaciones que transforman xyz en $x'y'z'$ [2].

- **Cuaternión:** Esta parametrización utiliza cuatro parámetros para representar la orientación, siendo tres de estas vectoriales y una escalar. Se discutirá más a fondo en la siguiente sección.

2.3.2 Cuaterniones y cinemática de cuaterniones

En este trabajo, la parametrización seleccionada para la descripción de la actitud es el cuaternión. Los cuaterniones tienen múltiples ventajas en comparación con otras parametrizaciones de actitud. Por ejemplo, en la parametrización de ángulos de Euler, la propagación de la actitud no es suave. Sin embargo, esta suavidad es fundamental para el correcto funcionamiento de métodos de estimación como el Filtro de Kalman [3].

Por otro lado, la desventaja de la parametrización de la matriz de cosenos directores es que conduce a una descripción de la actitud utilizando nueve elementos no independientes, y cumple con seis restricciones impuestas por la ortogonalidad de la matriz de actitud que son redundantes. La cantidad mínima de elementos que se pueden utilizar para describir la actitud sin singularidades son cuatro. A partir del hecho de que cualquier rotación puede describirse utilizando un solo eje de rotación y un ángulo que describe la rotación alrededor de este eje, el cuaternión se define mediante 4 elementos, con una parte vectorial y una parte escalar como se muestra a continuación [2]:

$$\hat{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \hat{u} \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

La expresión \mathbf{q} es la parte vectorial $\mathbf{q} = q_0\hat{i} + q_1\hat{j} + q_2\hat{k}$, y q_3 es la parte escalar. La representación mostrada corresponde a un cuaternión pasivo, el cual se utiliza para rotar el sistema de coordenadas en sí (sin rotar el vector). Si se desea rotar el vector sin rotar el sistema de coordenadas, se utiliza un cuaternión activo, y se obtiene cambiando la componente escalar al inicio, tal y como se muestra en la siguiente expresión:

$$\hat{q} = \begin{bmatrix} q_3 \\ q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

Sabiendo esto, se puede definir la cinemática de la actitud del satélite utilizando cuaterniones mediante la Ecuación 5, sabiendo que ω_0 , ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares en el marco de referencia cuerpo del satélite:

$$\frac{d\hat{q}}{dt} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_2 & \omega_1 & -\omega_0 \\ \omega_2 & 0 & -\omega_0 & -\omega_1 \\ -\omega_1 & \omega_0 & 0 & -\omega_2 \\ \omega_0 & \omega_1 & \omega_2 & 0 \end{bmatrix} \hat{q} \quad (5)$$

Además, se tiene la multiplicación de cuaterniones, la cual será útil para representar las rotaciones entre los sistemas de referencia y aproximaciones discretas que utilizan esta operación, la cual se representa en la Ecuación 6:

$$\hat{q} \cdot \hat{r} = \begin{bmatrix} q_3 r_0 + q_0 r_3 + q_1 r_2 - q_2 r_1 \\ q_3 r_1 + q_1 r_3 + q_2 r_0 - q_0 r_2 \\ q_3 r_2 + q_2 r_3 + q_0 r_1 - q_1 r_0 \\ q_3 r_3 - q_0 r_0 - q_1 r_1 - q_2 r_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Si bien esta parametrización no tiene una representación física obvia, se puede describir la rotación del satélite a través del tiempo mediante un integrador numérico, sabiendo la condición inicial tanto del cuaternión como de la velocidad angular.

2.3.3 Dinámica de actitud

La ecuación que describe la variación del vector momento angular a través del tiempo para un torque aplicado en un marco de referencia del cuerpo representa la dinámica de actitud y se muestra en la Ecuación 7 [2]:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -\omega \times I\omega + \tau \quad (7)$$

Sabiendo que ω es el vector de velocidad angular instantánea en el cuerpo, I son los momentos principales de inercia y τ son los torques aplicados, esta ecuación se puede representar también según sus componentes en i , j y k :

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_0 &= \frac{\omega_1 \omega_2 (I_y - I_z)}{I_x} + \frac{\tau_x}{I_x} \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{\omega_0 \omega_2 (I_x - I_z)}{I_y} + \frac{\tau_y}{I_y} \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{\omega_0 \omega_1 (I_x - I_y)}{I_z} + \frac{\tau_z}{I_z} \end{aligned}$$

Los torques externos son los provocados por los actuadores y por perturbaciones externas en orbitas de baja altura. Las ultimas mencionadas generalmente se simplifican a relaciones para el peor de los casos analizados. Estas perturbaciones que afectan a la dinámica rotacional del satélite son cuatro y se discuten a fondo en el Anexo B.

2.4 Subsistema de determinación y control de actitud

El subsistema de determinación y control de actitud de un CubeSat es el responsable de determinar su orientación en el espacio y controlarla respecto a un objetivo durante un periodo específico. También se requiere para sobrevivir en el entorno espacial, controlando el satélite en orientaciones tales que se genere energía apuntando las celdas fotovoltaicas hacia el sol.

El proceso para poder describir el movimiento del satélite se describe en tres pasos o procesos los cuales son llamados Guidance, Navigation and Control (GNC). Cada uno se describe según los componentes del ADCS, como se muestra a continuación [28]:

- **Navigation:** Es el primer paso por seguir, y determina la actitud del satélite y la tasa de rotación mediante los sensores tanto inerciales como de medición externa. Responde a la pregunta: ¿Dónde está el satélite?
- **Guidance:** Al determinar la actitud con los sensores, se utilizan algoritmos de determinación de actitud para estimar la orientación tanto inicial como a través del tiempo, para posteriormente utilizar algoritmos de determinación de actitud para estimar la orientación del satélite. Responde a la pregunta: ¿Hacia dónde quiere ir el satélite?
- **Control:** Ya conocido hacia donde quiere ir el satélite, se genera el cambio de actitud mediante la implementación de torques utilizando controladores en conjunto con actuadores. Responde a la pregunta: ¿Cómo dirijo el satélite hacia allá?

2.4.1 Navigation (Sensores) [11]

Para la determinación de actitud se utilizan componentes físicos llamados sensores, los cuales miden su orientación en base a la inercia del satélite como también observando las estrellas circundantes/cuerpos celestes o midiendo fuerzas representativas de una posición en particular. Los sensores comúnmente utilizados en CubeSat se presentan en la Tabla 2.1, en conjunto con su descripción.

Tabla 2.1 Sensores utilizados en CubeSat [11].

Sensores	Descripción
Giroscopios	Los giroscopios miden la tasa de cambio de la orientación angular respecto al marco inercial del satélite [°/s]. Los giroscopios proporcionan información sobre los movimientos de rotación en los tres ejes (roll, pitch y yaw).
Sensores de sol	Los sensores solares se utilizan para estimar la dirección del Sol en el marco de referencia del cuerpo del satélite.
Magnetómetros	Los magnetómetros determinan el campo magnético de la Tierra, midiendo su dirección y su fuerza en [nT].
GPS	Mediante el receptor GPS se obtiene la posición tridimensional (latitud, longitud y altitud) con alta precisión. Esto permite al CubeSat conocer su ubicación en la órbita terrestre.
Star Tracker	Un Star Tracker o contador de estrellas es un sistema de sensores cuya función principal es determinar con exactitud la actitud del CubeSat utilizando las estrellas circundantes como referencia.

2.4.2 Guidance (Algoritmos) [20]

En esta sección se proporciona una descripción de los diferentes métodos de determinación de actitud que se consideran para el simulador. En primera instancia, existen dos tipos principales de métodos de determinación de actitud. El primero de ellos es el método determinístico que

utiliza la información de las lecturas de los sensores a lo largo de la misión y las comparan con modelos informáticos para calcular la actitud actual. Por otro lado, existen los estimadores recursivos que procesan las lecturas de sensores actuales y las compara con la última estimación de actitud para crear una nueva estimación.

Enfoque determinista de la determinación de actitud

Para la determinación inicial de la actitud, se requiere un enfoque determinista. Existen varios algoritmos deterministas diferentes para la determinación de la actitud, describiendo algunos a continuación:

TRIAD method: La solución Tri-axial Attitude Determination (TRIAD) requiere dos conjuntos de vectores: un vector de observación de cada uno de los dos sensores ubicados en el satélite (\mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2), y un vector de referencia para cada observación en términos de su dirección de referencia inercial (\mathbf{W}_1 y \mathbf{W}_2). Con estos vectores se crean triadas de referencia (\mathbf{M}_{ref}) y de observación (\mathbf{M}_{obs}) descritas en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Descripción de las triadas de referencia y de observación.

Triada	Componentes de la triada
$\mathbf{M}_{\text{obs}} = [\hat{r}_1 \quad \hat{r}_2 \quad \hat{r}_3]$	$\hat{r}_1 = \hat{V}_1; \hat{r}_2 = \frac{\hat{V}_1 \times \hat{V}_2}{ \hat{V}_1 \times \hat{V}_2 }; \hat{r}_3 = \hat{r}_1 \times \hat{r}_2$
$\mathbf{M}_{\text{ref}} = [\hat{s}_1 \quad \hat{s}_2 \quad \hat{s}_3]$	$\hat{s}_1 = \hat{W}_1; \hat{s}_2 = \frac{\hat{W}_1 \times \hat{W}_2}{ \hat{W}_1 \times \hat{W}_2 }; \hat{s}_3 = \hat{s}_1 \times \hat{s}_2$

Una vez que se calculan las triadas de observación y referencia, se puede encontrar la solución TRIAD. Esta solución es la matriz de cosenos directores A que se define de la siguiente manera:

$$A = M_{\text{obs}}(M_{\text{ref}})^T$$

Esta matriz representa la rotación desde el marco de referencia del cuerpo del satélite al marco de referencia inercial fijo a la Tierra. Una vez que se conoce esta matriz, la actitud del satélite se puede expresar en términos del marco de referencia inercial fijo a la Tierra. Cuando se utiliza el método TRIAD, el sensor más exacto debe elegirse siempre como V_1 con su correspondiente vector de referencia W_1 .

Por otro lado, existen algoritmos que ofrecen un mínimo error sin la necesidad de elegir el sensor más exacto como el V_1 . Para ello, buscan resolver la ecuación de Wahba, la cual minimiza el error de determinación de actitud al asignarle pesos a los vectores de referencia y de observación. Estos métodos son el q-method y el QUEST [20], los cuales no se utilizarán durante este trabajo, ya que como se muestra en Vélez [20], el q-method presenta mayores errores en la determinación de actitud respecto a los otros algoritmos, mientras que QUEST en las mismas simulaciones tiene una calidad similar al TRIAD, con mayor costo computacional y una mayor dificultad de implementación.

Enfoque recursivo de la estimación de actitud

Aunque se necesita un método determinista para la adquisición inicial de la actitud, un método recursivo a menudo es más eficiente para el mantenimiento del conocimiento de la actitud. A diferencia de los métodos deterministas, los métodos recursivos utilizan solo la lectura actual del

sensor para calcular el error de actitud a partir de la estimación anterior. El método recursivo más común es un Filtro de Kalman.

Los Filtros de Kalman se utilizan para estimar los estados futuros de un sistema dinámico lineal afectado por ruido. El algoritmo consta de dos fases: la fase de predicción y la fase de actualización. Durante la fase de predicción, el filtro utiliza ecuaciones dinámicas del sistema preprogramadas para calcular la estimación a priori de la nueva actitud del satélite. Durante la fase de actualización, el filtro utiliza las lecturas actuales del sensor para determinar la estimación a posteriori de la actitud actual del satélite y calcular el error de estimación a partir de la predicción de la actitud.

Dado que el Filtro de Kalman tiene un proceso de dos pasos, utiliza un paso de tiempo discreto, k . La naturaleza discreta del Filtro de Kalman funciona bien para el CubeSat, ya que el paso de tiempo k puede configurarse fácilmente como el intervalo de tiempo entre las mediciones de los sensores. Sin embargo, el sistema dinámico del satélite al no ser lineal (dependiente del tiempo) se necesita utilizar el Filtro de Kalman Extendido (EKF). La naturaleza discreta del EKF compensa la dependencia del tiempo en el modelo del satélite. Las demás no linealidades en las ecuaciones dinámicas se abordan a través de matrices Jacobianas, que están compuestas por las derivadas parciales de primer orden de las ecuaciones dinámicas del sistema. Estas matrices Jacobianas permiten al EKF linealizar el sistema no lineal en la estimación actual y se deben calcular nuevas matrices para cada paso de tiempo.

El modelo dinámico no lineal y las mediciones se definen de la siguiente manera:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k$$

Donde x_{k+1} es el estado actual del sistema, x_k es el estado previo del sistema, u_k es la entrada de control, z_k es la medición del sistema, f_k representa la dinámica no lineal del sistema y h_k representa la medición no lineal. El ruido del proceso del estado se representa como w_k y el ruido esperado de la medición es v_k . Las matrices Jacobianas F y H de f_k y h_k respectivamente se pueden encontrar tomando la derivada parcial de f y h con respecto a x :

$$F(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}}$$

$$H(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}}$$

La estimación a priori y la matriz de error de covarianza pueden ser obtenidas por las siguientes ecuaciones:

$$\hat{x}_k^- = f_k(\hat{x}_k)$$

$$P_k^- = F_k P_{k-1} F_k^T + Q_k$$

La matriz Q_k representa la matriz de covarianza del ruido del modelo w_k . La ganancia de Kalman se calcula con la ecuación a continuación:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

La matriz R_k representa la matriz de covarianza del ruido del sensor w_k . El siguiente paso es la actualización de la medición. Las ecuaciones para la estimación a posteriori del estado y la matriz de covarianza del error se encuentran a continuación:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h_k(\hat{x}_k^-))$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

2.4.3 Control (Controladores y actuadores)

Para el control del satélite, se requiere la orden del controlador para generar un torque mediante los actuadores.

Controladores

Controlador Proporcional-Derivativo (PD) y Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID) [3]: Es un tipo de controlador ampliamente utilizado en automatización y control de procesos para regular sistemas dinámicos y mantener una variable de proceso en un valor deseado o setpoint. A continuación, se explicará cada uno de los componentes y cómo funcionan juntos para controlar el sistema:

- **Componente Proporcional (P):** El término proporcional es la parte principal del controlador PID. Su función es proporcionar una respuesta inmediata a las desviaciones actuales entre la variable controlada y el valor deseado (error). La salida del término proporcional (P) es directamente proporcional al error actual, por lo que cuanto mayor sea el error, mayor será la corrección aplicada.
- **Componente Integrativo (I):** El término integral es responsable de acumular el error a lo largo del tiempo y compensar errores persistentes o a largo plazo. El término integral responde a la acumulación de errores pasados, por lo que tiende a eliminar errores persistentes o sistemáticos. Esta componente ayuda a reducir el error constante (offset) y garantiza que el sistema alcance el setpoint. Sin el componente integral, el controlador podría quedarse con un error constante incluso si el controlador proporcional es capaz de mantenerlo bajo control.
- **Componente Derivativo (D):** El término derivativo es sensible a la tasa de cambio del error. Se encarga de prevenir oscilaciones y estabilizar el sistema. La acción derivativa es capaz de prever la dirección en la que el error se está moviendo y disminuir la velocidad a la que se acerca al setpoint. Ayuda a suavizar las respuestas del sistema y evita que el controlador reaccione de manera brusca ante cambios repentinos en el error.

La salida del controlador se representa mediante la siguiente ecuación:

$$U = k_p P + k_i I + k_d D$$

Siendo k_p , k_i y k_d constantes de ajuste de ganancias proporcional, integral y derivativo, respectivamente, determinando la magnitud de la contribución de cada término de control en general.

Controlador Linear Quadratic Regulator (LQR) [?]: Este es un método de control óptimo utilizado en sistemas dinámicos lineales y de tiempo continuo. Su objetivo es encontrar la ley

de control lineal que minimiza una función de costo cuadrática, teniendo en cuenta tanto el estado del sistema como la entrada de control. Para su uso, se debe modelar el sistema según la ecuación a continuación, donde \mathbf{x} es el vector de estado, \mathbf{u} es el vector de entrada de control, \mathbf{A} es la matriz de estado y \mathbf{B} es la matriz de entrada:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

Posteriormente, se requiere el uso de una función de costo cuadrática que debe ser minimizada. La función de costo típicamente incluye términos que penalizan el error del estado y el esfuerzo de control, ponderados por matrices de ponderación \mathbf{Q} y \mathbf{R} , respectivamente. La función de costo se expresa como:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

El objetivo es encontrar $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ que minimiza la función de costo, siendo \mathbf{K} la ganancia del controlador. Esta matriz \mathbf{K} se obtiene al resolver la ecuación de Riccati expuesta a continuación, donde \mathbf{P} es la matriz simétrica definida positiva asociada con la solución de la ecuación de Riccati:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0$$

Ya encontrada la matriz \mathbf{P} , la ley de control óptimo se obtiene como $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ con $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$. Esta ley se implementa en el sistema dinámico para estabilizarlo y minimizar la función de costo a lo largo del tiempo. El controlador LQR es particularmente eficaz para sistemas lineales y proporciona un enfoque sistemático para el diseño de controladores óptimos.

Actuadores

Los actuadores son los que generan el torque necesario para el control del satélite. Los actuadores comúnmente utilizados en CubeSat se muestra en la Tabla 2.3, en conjunto con una breve descripción y un ejemplo utilizado:

2.5 System Engineering Envelopes

Los Systems Engineering Envelopes son restricciones técnicas y operativas aplicables al CubeSat en fase de diseño, desarrollo y operación. Las decisiones de diseño se basan en estos parámetros:

- Precio: ¿Cuál es el costo monetario de utilizar una u otra alternativa?
- Potencia: ¿Cuanta energía consume la alternativa a utilizar?
- Masa: ¿Cuánta masa se utiliza con la alternativa elegida respecto al total requerido?
- Tamaño: ¿Cuánto volumen ocupa el componente a utilizar?

En el contexto de este trabajo, se buscará cuantificar el costo respecto a precio, potencia, masa y tamaño, al utilizar distintos tipos de componentes del ADCS. Con esto se verá si en una

Tabla 2.3 Actuadores utilizados en CubeSat [11].

Actuadores	Descripción
Magnetorquer	Los magnetorquers son dispositivos de control de actitud construidos utilizando bobinas electromagnéticas, que generan un torque a través de interacciones entre el campo magnético ambiental y dipolos magnéticos generados por este actuador.
Rueda de reacción	Una rueda de reacción es un motor acoplado a un disco de alta inercia que gira a gran velocidad a lo largo de un eje fijo del satélite. Este funciona aplicando un torque T en el disco, provocando un aumento en su momento angular h . Por conservación de momento angular (al haber ausencia de fuerzas externas) se genera un torque de igual magnitud, pero en sentido contrario, que es aplicado en el CubeSat.

misión de observación terrestre, cuál será el costo con el que se apuntó la carga útil hacia un lugar en específico de la Tierra.

2.6 Controlabilidad y observabilidad de un sistema de control

Un sistema dinámico se considera controlable si se pueden aplicar señales de control que accionen cualquier estado del sistema dentro de una cantidad de tiempo finita. Esta característica también se denomina accesibilidad. Por otro lado, se considera observable si todos sus estados pueden conocerse a partir de la salida del sistema.

Si se tiene un modelo de espacio de estados de tiempo continuo con N_x estados, N_y salidas y N_u entradas como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Donde:

- x : Estados del sistema
- u : Entradas del sistema
- y : Salidas del sistema
- A, B, C y D : Las matrices de espacio de estados con tamaños $N_x \times N_x$, $N_x \times N_u$, $N_y \times N_x$ y $N_y \times N_u$ respectivamente de valores reales o complejos.

El sistema es controlable y observable si la matriz de controlabilidad $Co = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$ y la matriz de observabilidad $Ob = [C, CA, CA^2, \dots, CA^{n-1}]$ tienen un rango total, es decir, el rango es igual al número de estados del modelo de espacio de estados.

Es relevante tener en cuenta estos conceptos, ya que, para utilizar algunos algoritmos de estimación de actitud, es necesario que el sistema sea observable, como es el caso del EKF. Mismo caso para el uso de controladores, que dependen de si el sistema logra ser controlable para accionar el torque necesario para el sistema satelital.

2.7 Optimización en control

La optimización en el control es un enfoque fundamental para mejorar el desempeño y la eficiencia de los sistemas dinámicos. Se basa en encontrar la mejor ley de control que minimice o maximice una función objetivo, la cual suele estar relacionada con el rendimiento del sistema, el costo de operación o la estabilidad. En este contexto, la función objetivo representa un criterio cuantitativo que se desea optimizar, y puede involucrar diversos aspectos como el error en la respuesta del sistema, el esfuerzo de control o el consumo de recursos [?].

2.7.1 Funciones objetivos

Una función objetivo en la optimización del control se define como una expresión matemática que evalúa el desempeño del sistema en función de una o más variables de control. Generalmente, estas funciones están formuladas para minimizar o maximizar ciertos criterios [?]:

- Minimización del Error: En muchos casos, el objetivo es minimizar el error entre la salida deseada y la salida real del sistema. Esto se puede expresar como una función de costo cuadrática que penaliza las desviaciones de la trayectoria deseada.
- Minimización del Esfuerzo de Control: En otros casos, el objetivo es minimizar el esfuerzo o el costo asociado con las entradas de control. Esto es crucial para reducir el consumo de energía o prolongar la vida útil de los actuadores.
- Optimización de la Estabilidad: Algunos métodos de optimización buscan mejorar la estabilidad del sistema al reducir las oscilaciones y garantizar una respuesta controlada ante perturbaciones.

Las funciones objetivo pueden ser formuladas como funciones cuadráticas o no cuadráticas, dependiendo del problema específico y los requisitos del sistema.

2.7.2 Optimizadores en Python

Para resolver problemas de optimización en el control, se utilizan diversas herramientas y optimizadores disponibles en Python. A continuación, se presentan dos:

- `Scipy.optimize.minimize` [?]: El módulo `scipy.optimize.minimize` proporciona una variedad de métodos para resolver problemas de optimización no lineales. Este optimizador permite la minimización de una función objetivo definida por el usuario, utilizando diferentes algoritmos de optimización. Este módulo es útil para problemas de optimización de funciones objetivo generales y permite la implementación de restricciones y condiciones específicas según el problema de control.
- `Pyomo` [?, ?]: `pyomo` es una biblioteca de Python para la modelización y solución de problemas de optimización matemática. A diferencia de `scipy.optimize`, `pyomo` permite definir

problemas de optimización de manera más estructurada y flexible, especialmente para problemas complejos que involucran programación lineal, no lineal, entera y estocástica.

Modelado Declarativo: Pyomo permite definir problemas de optimización mediante un enfoque declarativo, facilitando la expresión de restricciones y objetivos. Resolución de Problemas: Soporta una amplia gama de solucionadores, desde optimizadores simples hasta solvers avanzados.

3 Escritura en LaTeX

3.1 Referencias

Los elementos del listado de referencias deben escribirse en el archivo `Referencias.bib` siguiendo el formato allí establecido. Para citar una referencia en el documento se utiliza el comando `\cite{X}`, donde `X` es el nombre que se le da a cada elemento de las referencias. Por ejemplo, en el listado provisto hay dos elementos cuyos nombres son `ref1` y `ref2`. Al citar ambas referencias de forma independiente quedaría [1] y [7], [8]. También se pueden citar ambas juntas así [1, 7].

3.2 Listas de elementos

Se pueden crear listas de elementos mediante el ambiente `itemize`. El ambiente se abre con `\begin{itemize}`, los elementos se agregan mediante el comando `\item` y el ambiente se cierra con `\end{itemize}`. A continuación un ejemplo:

- Primer elemento
- Segundo elemento
- Tercer elemento
- Cuarto elemento

3.3 Acrónimos y siglas

Los acrónimos y siglas deben escribirse en el archivo `A-Nomenclatura.tex` siguiendo el formato allí establecido. Para incluir alguno de ellos en el documento se utiliza el comando `\gls{X}`, donde `X` es la abreviación previamente definida. La primera vez que se usa este comando para una abreviación en particular, automáticamente aparece la definición extensa seguida por la abreviación. Las siguientes veces solo aparece la abreviación. Por ejemplo, en el archivo mencionado están ya definidos los conceptos emisiones acústicas (EA) y red neuronal convolucional (RNC). Si los volvemos a utilizar nuevamente, solo aparecerá la abreviación tal como se observa acá EA y RNC.

3.4 Ecuaciones y símbolos matemáticos

Se pueden crear ecuaciones numeradas mediante el ambiente `equation`. El ambiente se abre con `\begin{equation}`, se ingresa la ecuación deseada y el ambiente se cierra con `\end{equation}`. A continuación un ejemplo:

$$x(t) = x_r(t) + \frac{s(t)}{2\pi} - \int_a^b h(r)dr \quad (8)$$

Esta ecuación numerada se puede referenciar en el texto mediante el comando `\ref{X}`, donde `X` es la etiqueta o *label* que se le dio a la ecuación dentro del ambiente. En este caso corresponde a la Ec. 8.

Para insertar ecuaciones o símbolos matemáticos dentro de un párrafo se usa `X`, donde `X` es lo que se desea escribir. Por ejemplo, se escribe la ecuación de una recta $y = mx + b$ dentro del

párrafo. También se pueden escribir símbolos matemáticos latinos en cursiva como x , r^2 , c_p o griegos como α , π , Δ .

3.5 Figuras

3.5.1 Figuras simples

Las figuras se insertan en el ambiente `figure`. El ambiente se abre con `\begin{figure}`, se añade la ruta relativa a la figura con el comando `\includegraphics` y el ambiente se cierra con `\end{figure}`. La figura puede tener diferentes extensiones, entre ellas `.png`, `.jpg` y `.pdf`. A continuación un ejemplo:



Figura 3.1 Perro de raza pequinés

El ambiente ofrece diferentes opciones para ajustar la alineación, posición y tamaño. El título bajo la figura se cambia mediante el comando `\caption`. La referencia dentro del texto se hace igual que las ecuaciones. Es decir, se le da a la figura una etiqueta con el comando `\label` y luego se referencia con el comando `\ref`. En este caso resulta Fig. 3.1.

3.5.2 Figuras múltiples

Es posible usar estructuras más complejas para añadir figuras múltiples como la Fig. 3.2.

En este caso, un perro yorkshire se muestra en la Fig. 3.2a, mientras que un perro poodle se muestra en la Fig. 3.2b

3.6 Tablas

3.6.1 Tablas simples

Las tablas se insertan en el ambiente `table` combinado con `tabular`. Al llamar al ambiente `tabular` se deben especificar la cantidad de columnas de la tabla escribiendo una `c` por cada columna con alineación centrada. Luego, los datos se añaden por cada fila separados por el símbolo `&` y terminando la fila con doble backslash. Los comandos del tipo `x-rule` son para

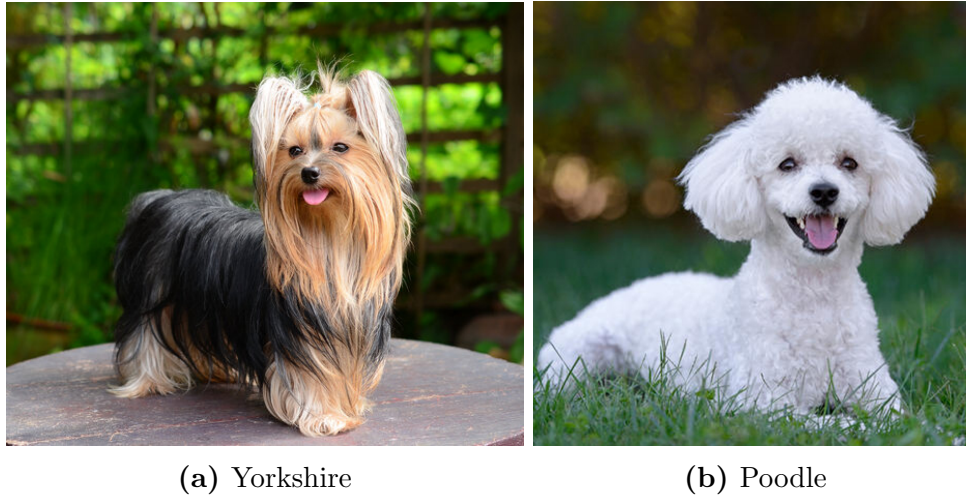


Figura 3.2 Perros de diferente raza.

añadir líneas horizontales. El comando `label` es para darle el título a la tabla. A continuación un ejemplo:

Tabla 3.1 CNN architecture

Layer	Kernel size	Number of kernels	Feature map size
Input	-	-	128x128
Convolution 1	5x5	64	124x124
Pooling 1	2x2	64	62x62
Convolution 2	5x5	32	62x62
Pooling 2	2x2	32	31x31
Fully connected	1x1	512	512
Softmax	-	-	5

La referencia de las tablas en el texto se realiza de la misma manera que para ecuaciones y figuras. En este caso tenemos la Tabla 3.1.

3.6.2 Tablas personalizadas

Se pueden crear tablas personalizadas combinando filas y columnas mediante los comandos `\multicolumn` y `\multirow`. La Tabla 3.2 muestra un ejemplo de esto

Table 3.2 Accuracy for different signal durations considering the three types of image normalization

Signal duration	Normalization	Average %	Std. deviation %
0.6 s	Global	80	12
	Local	78	12
	Signal	50	36
1.0 s	Global	Not considered	
	Local	88	6
	Signal	90	76
10 rev	Global	Not considered	
	Local	59	49
	Signal	Not considered	

4 Metodología

La sección de metodología describe el diseño de investigación y los procedimientos utilizados, permitiendo a los lectores evaluar la validez y confiabilidad del estudio. Sirve como un plano detallado de cómo se llevó a cabo la investigación, incluyendo la selección de los casos de estudio, métodos de recolección de datos y técnicas de análisis. Estos métodos pueden incluir experimentos, simulaciones o levantamiento de datos de otras fuentes externas.

Se comienza describiendo el diseño general de la investigación, indicando cómo este diseño se enfoca a cumplir los objetivos y detallando sus alcances. Junto a esto, se presenta el o los casos de estudio, indicando sus características y limitaciones.

A continuación, se explican claramente los métodos utilizados para generar los datos, como experimentos, simulaciones o investigación sobre datos históricos. Se debe ser específico sobre las herramientas, instrumentos o tecnologías utilizadas y justificar por qué estos métodos fueron elegidos sobre otros. Luego, se describen los procedimientos utilizados para analizar los datos recolectados. Especialmente para estudios experimentales, esto podría incluir análisis estadístico como pruebas de hipótesis, estimación de intervalos o análisis de varianza.

Uno de los principales objetivos de la sección de metodología es asegurar la replicabilidad de los resultados. Esto quiere decir, que cualquier otra persona podría seguir paso a paso lo indicado en esta sección para replicar los resultados que se mostrarán luego. Por lo tanto, se debe ser lo suficientemente específico en explicar el diseño y procedimiento, sin dejar aspectos clave de lado.

5 Resultados

La sección de resultados de una memoria o tesis presenta los hallazgos de la investigación sin interpretación, ofreciendo un relato claro y directo de los datos recopilados. Esta sección debe estar organizada lógicamente, siguiendo típicamente la secuencia de preguntas de investigación o hipótesis y la metodología empleada.

Se comienza presentando los resultados en un orden lógico que se alinee con tus preguntas de investigación o hipótesis. Es recomendable utilizar tablas y figuras para mostrar los datos de manera clara y efectiva, asegurándose de que cada uno esté adecuadamente titulado, etiquetado y referenciado en el texto.

Para cada conjunto de datos presentado, es clave proporcionar una descripción concisa de los hallazgos. Es aconsejable incluir estadísticas relevantes, como medias, desviaciones estándar y valores P , para respaldar los resultados. Es importante asegurarse que la narrativa sea clara y refleje con precisión los datos presentados en las ayudas visuales.

La sección de resultados debe centrarse únicamente en informar lo que se encontró. Se debe dejar cualquier interpretación de estos hallazgos para la sección de discusión. El objetivo aquí es presentar los datos de manera tan objetiva como sea posible.

Aunque todos los hallazgos relevantes para tus preguntas de investigación deben incluirse, destacar los resultados más significativos es recomendable. Estos son los hallazgos que impactan directamente en la hipótesis, pregunta de investigación o problema a resolver.

6 Discusión

La sección de discusión de una memoria o tesis es donde se interpretan los hallazgos, se colocan dentro del contexto más amplio del estado del arte y se exploran sus implicaciones. Es una parte fundamental del trabajo que se enfoca no solo en analizar críticamente la propia investigación, sino que también en conectarla con el conocimiento existente.

Se suele comenzar interpretando los resultados de la investigación. Se discute lo que los hallazgos significan en relación con las preguntas de investigación o problema a resolver. Es importante ir más allá de simplemente reiterar los resultados; analizar su significancia, patrones y cualquier anomalía. En caso de haber elaborado una hipótesis inicial, en esta sección se discute la validez o rechazo de ella.

Un aspecto clave de la interpretación de los hallazgos es su nivel de confianza y el lenguaje asociado a ello. Para resultados muy categóricos, se suelen utilizar verbos como: demostrar, probar, acreditar o verificar. A medida que disminuye la confianza en los resultados, ya sea por una metodología deficiente o por que los datos no son concluyentes, se usan verbos como: indicar, mostrar, sugerir o señalar.

Luego, se ubican los hallazgos en el contexto de la literatura más amplia. Se pueden comparar y contrastar los resultados con estudios previos, teorías o modelos del estado del arte. Se debe resaltar cualquier similitud o diferencia, y discutir por qué podrían existir. Esta comparación ayuda a validar la investigación y la sitúa dentro del estado del arte.

Todo estudio tiene sus limitaciones, y es esencial discutir las abiertamente. Es importante reflexionar sobre las limitaciones de la metodología, datos y análisis, y considerar cómo podrían afectar la interpretación de los hallazgos. Así, se busca elaborar sobre la generalización o no de los hallazgos. Basado en los hallazgos y las limitaciones identificadas, se pueden sugerir lineamientos para investigaciones futuras. Se pueden destacar preguntas sin responder y proponer maneras en las cuales estudios futuros podrían construir sobre el trabajo.

Las secciones de discusión y conclusiones cumplen propósitos complementarios, pero distintos. La discusión es donde los hallazgos se analizan profundamente, se contextualizan dentro de la literatura existente y se exploran por sus implicaciones más amplias, destacando la contribución del estudio al estado del arte y sugiriendo futuros caminos para la investigación. Es analítica y reflexiva, ofreciendo un espacio para la evaluación crítica de los resultados. Por contraste, la conclusión resume de manera breve los resultados de la investigación y su significancia, reafirmando las principales contribuciones y hallazgos del estudio de manera concisa sin la profundidad analítica detallada de la discusión. Esencialmente, la discusión profundiza en el "por qué" y el "qué significa" de los hallazgos, mientras que la conclusión proporciona una encapsulación clara y breve de lo que el estudio logró y por qué es importante.

7 Conclusiones

Escribir las conclusiones de una memoria o tesis implica sintetizar los hallazgos, reflexionar sobre las implicaciones y sugerir direcciones para investigaciones futuras. Es crucial encapsular de manera breve la esencia de la investigación, demostrando cómo aborda los objetivos y contribuye al campo más amplio.

Se comienza resumiendo de manera breve los hallazgos más significativos de la investigación. Se destaca cómo estos resultados responden a la pregunta de investigación o abordan la declaración del problema, vinculándolos directamente con los objetivos. Esta recapitulación debe ser clara y concisa, enfatizando las contribuciones del estudio.

Luego, se elabora respecto de las implicaciones de los hallazgos para el estado del arte o investigaciones futuras. Esto involucra interpretar la significancia de los resultados en un contexto más amplio, mostrando su relevancia y potencial impacto. Se puede resaltar cualquier nueva perspectiva, teoría o modelo que la investigación haya introducido o apoyado.

Además, se discute de manera transparente las limitaciones del estudio, incluyendo cualquier restricción que pueda influir en la generalización o aplicabilidad de los hallazgos. Esta honestidad aumenta la credibilidad de la investigación y ayuda a enmarcar el contexto en el que tus conclusiones deben ser interpretadas.

Se puede incluir propuestas para investigaciones futuras que se deriven de los hallazgos, preguntas sin respuesta o limitaciones. Esto no solo demuestra la naturaleza evolutiva de la investigación sino que también alienta a otros a construir sobre el trabajo realizado, indicando caminos potenciales para exploraciones adicionales.

Referencias

- [1] nanosats.eu, “Nanosats database,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [2] H. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Elsevier, 2014.
- [3] J. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, vol. 73. Springer Netherlands, 1978.
- [4] AcademiaLab, “Elementos orbitales.” Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [5] H. Schaub and J. L. Junkins, “Analytical mechanics of space systems,” 2003.
- [6] F. L. Markley and J. L. Crassidis, *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. Springer New York, 2014.
- [7] SatCatalog, “Cubesat launch costs,” 2022. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [8] nanosats.eu, “Cubesat costs,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [9] D. Odonohue, “Optical satellites,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [10] J. Wertz and W. Larson, *Space mission analysis and design*. Space technology Series, 1999.
- [11] M. Tacul, “Identificación y caracterización de índices de performance en el apuntamiento de payload en cubesats,” 2023. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [12] J. P. Mason, M. Baumgart, B. Rogler, C. Downs, M. Williams, T. N. Woods, S. Palo, P. C. Chamberlin, S. Solomon, A. Jones, X. Li, R. Kohnert, and A. Caspi, “Minxss-1 cubesat on-orbit pointing and power performance: The first flight of the blue canyon technologies xact 3-axis attitude determination and control system,” *Journal of Small Satellite Missions*, vol. 10, no. 3, pp. 651–662, 2017.
- [13] S.-G. Kim and J.-S. Chae, “Attitude control system performance estimation for next generation small satellite 1,” *World Congress on Aeronautics, Nano, Bio, Robotics and Energy (ANBRE15)*, vol. 1, p. Incheon, August 2015.
- [14] Z. Ye, Y. Xu, S. Zheng, X. Tong, X. Xu, S. Liu, H. Xie, S. Liu, C. Wei, and U. Stilla, “Resolving time-varying attitude jitter of an optical remote sensing satellite based on a time-frequency analysis,” *Optics Express*, vol. 28, p. 15805, May 2020.
- [15] C. Dennehy and O. S. Alvarez-Salazar, “A survey of the spacecraft line-of-sight jitter problem,” *NASA Technical Reports*, 2020.
- [16] G. Lavezzi, M. E. Grottey, and M. Ciarcia, “Attitude control strategies for an imaging cubesat,” *2019 IEEE International Conference on Electro Information Technology (EIT)*, vol. 1, pp. 149–155, May 2019.
- [17] R. Votel and D. Sinclair, “Comparison of control moment gyros and reaction wheels for small earth-observing satellites,” *Conference on Small Satellites Proceedings*, vol. 1, no. 1, pp. 1–10.

- [18] E. P. Babcock, E. P. Babcock, and T. Bretl, “Cubesat attitude determination via kalman filtering of magnetometer and solar cell data,” *25th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites Proceedings*, vol. 1, no. 1, pp. 1–10.
- [19] D. Torczynski, R. Amini, and P. Massioni, “Magnetorquer based attitude control for a nanosatellite testplatform,” *AIAA Infotech@Aerospace 2010 Proceedings*, vol. 1, no. 1, pp. 1–10.
- [20] D. M. Vélez, E. I. Dawson, and N. E. Nassiff, “Attitude determination and control subsystem design for a cubesat,” *Worcester Polytechnic Institute Technical Reports*, vol. 1, no. 1, pp. 1–10.
- [21] A. Annenkova, S. Biktimirov, K. Latyshev, A. Mahfouz, P. Mukhachev, and D. Pritykin, “Cubesat adcs model for preliminary design procedures within a concurrent design approach,” *AIP Conference Proceedings*, vol. 1, no. 1, p. 140005, 2019.
- [22] A. Rassõlkin, T. Vaimann, P. Org, A. Leibak, R. Gordon, and E. Priidel, “Adcs development for student cubesat satellites – taltech case study,” *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, vol. 70, p. 268, 2021.
- [23] P. S. System, “Spacecraft control toolbox,” 2017.
- [24] Mathworks, “Model and simulate cubesats.” Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [25] Valispace, “Fan tutorials.” Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [26] A. Chaves, “On the coupling of orbit and attitude determination of satellite formations from atmospheric drag,” pp. 29–31, 2020.
- [27] J. Sellers, *Understanding Space: An Introduction to Astronautics*. Space technology series, McGraw-Hill, 2000.
- [28] T. Kuwahara, “introduction to cubesat attitude control system,” 2021.

A Planos de fabricación

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

B Código en Python

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.