

Implementación de una suite de optimización para el apuntamiento de CubeSats de observación terrestre en órbitas bajas.

Matías Ignacio Tacul Vargas

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al
grado de Magister en Cs. de la Ingeniería mención Ingeniería Mecánica

Profesores guía:
Dr.-Ing. Bernardo Hernández V.
Dr.-Ing. Alejandro López T.

Octubre 2024
Concepción, Chile

Agradecimientos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Resumen

El resumen corresponde a una versión sintetizada, pero completa de todo el trabajo de investigación o proyecto. Incluye la declaración del problema, metodología, principales hallazgos y conclusiones. Su objetivo principal es proporcionar a los lectores una visión clara y concisa del contenido del trabajo, permitiéndoles determinar rápidamente su relevancia para sus propios intereses.

Primero se debe comenzar con una breve descripción de la pregunta de investigación o problema a resolver que aborda el trabajo. Esto prepara el escenario para el lector, destacando la importancia de la investigación y su posible contribución al campo. Se debe asegurar que esta declaración sea específica y directamente relacionada con el alcance del estudio. Esta parte del resumen finaliza estableciendo claramente cuál es el objetivo general del trabajo.

Luego, se deben resumir los métodos que fueron utilizados para llevar a cabo la investigación. Esta parte debe abarcar el diseño de la investigación, técnicas de recolección de datos y métodos de análisis. Esta descripción debe mantenerse breve, pero lo suficientemente informativa para permitir a los lectores entender cómo se realizó la investigación, sin entrar en detalles excesivos.

A continuación, el resumen debe enfocarse en los resultados principales o hallazgos de la investigación. Se deben presentar estos hallazgos de manera sucinta, enfatizando los datos y resultados más significativos. Se debe evitar incluir todos los resultados; en su lugar, seleccionar aquellos que aborden más directamente su pregunta de investigación o problema a resolver, y que tengan las implicaciones más significativas al contexto general.

Finalmente, se incluyen las conclusiones más significativas que se desprenden a partir de los resultados, incluidas sus implicaciones para el estado del arte y la investigación futura potencial. Esta sección debe articular brevemente la importancia de su trabajo y cómo avanza el conocimiento o comprensión dentro de su disciplina.

Un resumen de memoria o tesis debe ser conciso, típicamente no más de una plana de extensión. Se debe escribir de manera clara y directa, evitando jerga y lenguaje complejo para asegurar la accesibilidad a una audiencia amplia. Use preferentemente voz activa y tiempo pretérito perfecto al discutir la investigación realizada, aunque el tiempo presente puede ser apropiado para las implicaciones y conclusiones si se extienden más allá del alcance del trabajo completado.

Abstract

The abstract corresponds to a condensed, yet complete version of the entire research work or project. It includes the problem statement, methodology, main findings, and conclusions. Its primary goal is to provide readers with a clear and concise view of the work's content, allowing them to quickly determine its relevance to their own interests.

First, one should begin with a brief description of the research question or problem to be solved that the work addresses. This sets the stage for the reader, highlighting the importance of the research and its potential contribution to the field. It is essential to ensure that this statement is specific and directly related to the study's scope. This part of the abstract concludes by clearly establishing the overall goal of the work.

Next, the methods that were used to conduct the research should be summarized. This part should cover the research design, data collection techniques, and analysis methods. This description should be kept brief, but informative enough to allow readers to understand how the research was conducted, without delving into excessive detail.

Then, the abstract should focus on the main results or findings of the research. These findings should be presented briefly, emphasizing the most significant data and outcomes. It is necessary to avoid including all results; instead, select those that most directly address the research question or problem to be solved, and that have the most significant implications to the general context.

Finally, the most significant conclusions drawn from the results are included, along with their implications for the state of the art and potential future research. This section should briefly articulate the importance of the work and how it advances knowledge or understanding within your discipline.

An abstract for a thesis or dissertation should be concise, typically no more than one page in length. It should be written in a clear and direct manner, avoiding jargon and complex language to ensure accessibility to a broad audience. Preferably use active voice and past tense when discussing the research conducted, although present tense may be appropriate for the implications and conclusions if they extend beyond the scope of the completed work.

Contenidos

Lista de Figuras	1
Lista de Tablas	2
1 Introducción	3
1.1 Contexto	3
1.2 Hipótesis	6
1.3 Objetivos	6
1.4 Metodología	7
1.5 Carta Gantt	8
2 Marco Teórico	9
2.1 Sistemas de referencia	9
2.2 Dinámica orbital	10
2.2.1 Parámetros orbitales	11
2.2.2 Perturbaciones presentes en LEO	12
2.3 Cinemática y dinámica de actitud	13
2.3.1 Actitud de un satélite y sus representaciones	13
2.3.2 Cuaterniones y cinemática de cuaterniones	15
2.3.3 Dinámica de actitud	16
2.4 Subsistema de determinación y control de actitud	16
2.4.1 Navigation (Sensores)	17
2.4.2 Guidance (Algoritmos)	17
2.4.3 Control (Controladores y actuadores)	20
2.5 System Engineering Envelopes	21
2.6 Controlabilidad y observabilidad de un sistema de control	22
2.7 Optimización en control	23
2.7.1 Funciones objetivos	23
2.7.2 Optimizadores en Python	23
3 Estado del Arte	25
3.1 Spacecraft Control Toolbox	25
3.2 Ansys Systems Tool Kit (STK)	25
3.3 Aerospace Blockset	25
3.4 Valispace	25
3.5 Basilisk	26
4 Diseño de la suite de simulación	27
4.1 Marco general del simulador	27
4.2 Propagador orbital	28
4.3 Modelos orbitales y sistemas de referencia	29
4.3.1 Vector sol	29
4.3.2 Fuerzas geomagnéticas de la Tierra	31
4.3.3 Cambios en los sistemas de referencia y vectores de observación	33
4.4 Algoritmos de estimación y control satelital	34

4.4.1	Conversión representación de rotación y EKF	34
4.4.2	Controladores y actuadores	34
4.5	Suite de simulación completa	38
5	Verificación de la suite de simulación	41
5.1	Cuantificación de los MoP de apuntamiento	41
5.2	Condiciones y parámetros de simulación	42
5.3	Resultados suite de simulación	43
5.3.1	Resultados tipos de actuadores	44
5.3.2	Resultados de los controladores	45
5.3.3	Resultados niveles de sensores	46
5.3.4	Resultados niveles de actuadores	48
5.4	Resumen sobre ejemplo suite de simulación	49
6	Aplicación y validacion de optimización en Python	50
7	Conclusiones	51
Anexo A	Planos de fabricación	55
Anexo B	Código en Python	56

Lista de Figuras

Figura 1.1	Cantidad de nanosatélites lanzados a través de los años [1].	3
Figura 1.2	Representación gráfica de la relación entre aspectos de la misión respecto a costo y rendimiento (Elaboración propia).	5
Figura 1.3	Solución propuesta para la suite de simulación optimizada (Elaboración propia).	6
Figura 2.1	Marco de referencia del cuerpo (Elaboración propia).	9
Figura 2.2	Marco de referencia inercial ECI [2].	10
Figura 2.3	Marco de referencia inercial RPY [3].	10
Figura 2.4	Elementos keplerianos [4].	11
Figura 2.5	Representación gráfica de la primera fila de la matriz de cosenos directores [5].	13
Figura 2.6	Representación de un cambio de orientación en Euler axis/angle de x [6].	14
Figura 2.7	Secuencia clásica de Euler de tres rotaciones que transforman xyz en x'y'z' [2].	14
Figura 4.1	Esquema general de la base del simulador (Elaboración propia).	28
Figura 4.2	Propagación del SUCHAI-3 durante un día con fecha de inicio 01/11/23.	30
Figura 4.3	Vector sol en sus tres componentes simulados durante un año (Elaboración propia).	31
Figura 4.4	Componentes de las fuerzas magnéticas respecto a ECI que afectan al SUCHAI-3 con fecha inicial 01/11/2023 (Elaboración propia).	33
Figura 4.5	Diagrama de la suite de simulación completa (Elaboración propia).	40
Figura 5.1	Ángulos de Euler LVLH y body para dos actuadores distintos (Elaboración propia).	44
Figura 5.2	Ángulos de Euler LVLH y body para dos controladores distintos (Elaboración propia).	45
Figura 5.3	Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de sensor distintos con magnetorquer (Elaboración propia).	46
Figura 5.4	Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de sensor distintos con rueda de reacción (Elaboración propia).	47
Figura 5.5	Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de magnetorquer distintos con sensores nivel 2 (Elaboración propia).	48
Figura 5.6	Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de rueda de reacción distintos con sensores nivel 2 (Elaboración propia).	49

Lista de Tablas

Tabla 2.1	Sensores utilizados en CubeSat [7].	17
Tabla 2.2	Descripción de las triadas de referencia y de observación.	18
Tabla 2.3	Actuadores utilizados en CubeSat [7].	22
Tabla 5.1	Parámetros del sistema	42
Tabla 5.2	Componentes clasificados por nivel de rendimiento	43
Tabla 5.3	Rendimiento y costo para rueda de reaccion y magnetorquer en mismas condiciones	44
Tabla 5.4	Rendimiento y costo para controlador PD y LQR en mismas condiciones . . .	45
Tabla 5.5	Rendimiento y costo para niveles de sensor con nivel 2 de magnetorquer y LQR	46
Tabla 5.6	Rendimiento y costo para niveles de sensor con nivel 2 de rueda de reacción y LQR	47
Tabla 5.7	Rendimiento y costo para niveles de magnetorquer con nivel 2 de sensor y LQR	48
Tabla 5.8	Rendimiento y costo para niveles de rueda de reacción con nivel 2 de sensor y LQR	49

1 Introducción

1.1 Contexto

En las últimas décadas, la revolución tecnológica ha posibilitado que el desarrollo e implementación de satélites en órbita terrestre baja (LEO) a una escala sin precedentes [1]. Entre estos, los CubeSats han surgido como una solución eficiente y versátil para una amplia gama de aplicaciones. Los CubeSats son nanosatélites que se ajustan a un estándar que especifica sus dimensiones y diseño. Estos vienen en varios tamaños, siendo los más comunes 1U, 3U, 6U y 12U. La “U” en estas designaciones de tamaño significa “unidad” y se refiere al tamaño de un CubeSat en términos del número de unidades cúbicas de $10 \times 10 \times 10 \text{ [cm}^3\text{]}$ que lo componen [8]. Se puede observar la relevancia de este tipo de satélites según la cantidad de lanzamientos que se han realizado a través de los años y de los confirmados a futuro en la Figura 1.1.

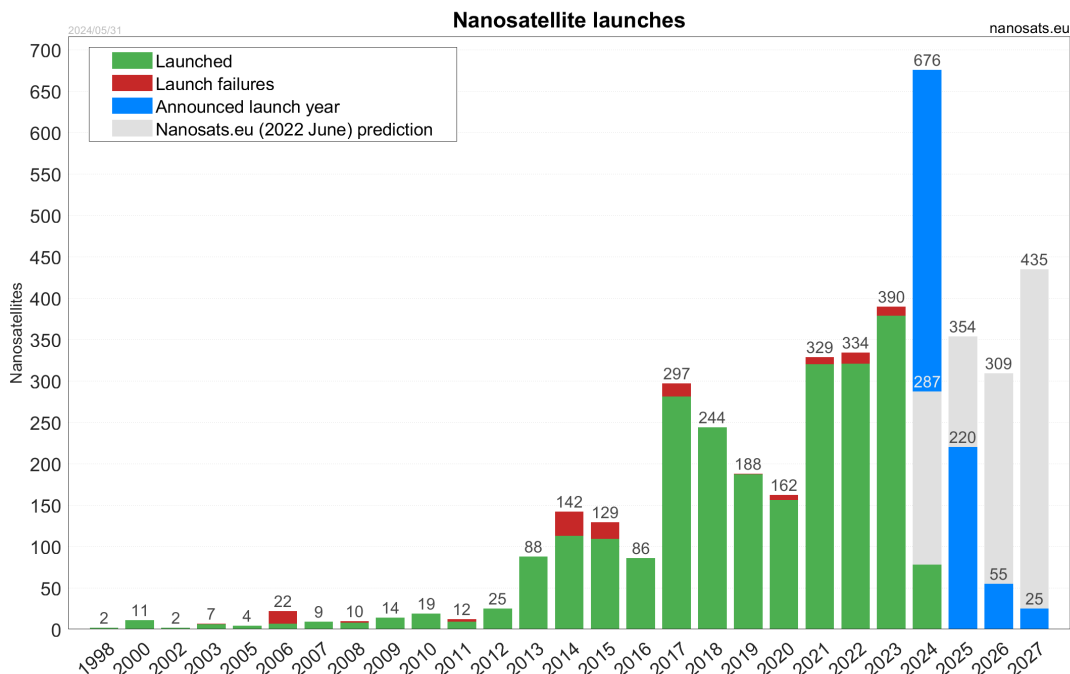


Figura 1.1 Cantidad de nanosatélites lanzados a través de los años [1].

Dentro de estos nanosatélites, una aplicación con gran porcentaje de ocurrencia en el ámbito comercial está enfocado en la observación terrestre mediante la utilización de cargas útiles ópticas [9]. Esta aplicación consiste en la captura de imágenes de la superficie terrestre utilizando sensores que detectan distintas partes del espectro electromagnético. Estos sensores ópticos funcionan al detectar la luz reflejada (generalmente luz infrarroja cercano o visible) en la superficie de la Tierra [10].

Para llevar a cabo este tipo de misión, se requiere de una capacidad de apuntamiento con el fin de cumplir el objetivo de capturar imágenes con la calidad y resolución requeridas. El concepto de apuntamiento se define como la capacidad del satélite para ajustar su actitud, logrando un cambio de orientación hacia un objetivo deseado [11].

Para determinar y/o caracterizar la capacidad de apuntamiento, es necesario medir y evaluar su desempeño a través de los Measures of Performance (MoP) relevantes para las misiones de observación terrestre. En estudios anteriores [11, 7, 12, 13], se proporciona una definición cualitativa de los siguientes MoP de apuntamiento, los cuales están condicionados por la calidad del hardware y software (algoritmos de estimación y/o determinación de actitud) correspondientes al subsistema de determinación y control de actitud (ADCS):

- Exactitud de apuntamiento [11, 12]: Definido como el error absoluto entre la orientación requerida.
- Drift [11]: Se refiere a cuánto puede desviarse un vehículo con el tiempo. Este parámetro es crucial cuando se necesita mantener una dirección específica y se deben hacer correcciones solo ocasionalmente para evitar que el vehículo se desvíe significativamente de su curso deseado. Representado mediante ángulos por hora [$^{\circ}$ /hr].
- Jitter [14, 15]: Se representa como las vibraciones mecánicas de alta frecuencia que provocan una visualización difuminada en la cámara y se cuantifica como la densidad espectro potencia del filtro pasa alto de la respuesta a la estabilización del satélite.
- Agilidad [16]: Se describe como el tiempo de asentamiento con el cual se estabiliza el CubeSat a la orientación deseada, representada en segundos. Generalmente mediante una banda de asentamiento del 5%.

En conjunto con los parámetros de apuntamiento, es crucial considerar los System Engineering (SE) envelopes específicos para el tipo de misión y satélite en uso. Estos SE envelopes son restricciones técnicas y operativas que deben ser consideradas durante las fases de diseño, desarrollo y operación del CubeSat. Los parámetros clave de estos envelopes incluyen la potencia eléctrica, la masa, el tamaño/volumen y el costo.

Los SE envelopes se definen principalmente en función de la carga útil, que es el punto de partida para el diseño y desarrollo de los demás subsistemas del satélite, especialmente el Attitude Determination and Control System (ADCS), que es fundamental para el apuntamiento del satélite [13].

Dado que los CubeSats tienen restricciones de masa y volumen (de acuerdo con el estándar de unidades), y se busca minimizar costos al limitar el costo de componentes y reducir la superficie de paneles solares (y por ende la potencia y energía disponible), es necesario establecer requerimientos específicos para los SE envelopes del satélite y los parámetros de apuntamiento. Esto se debe hacer de acuerdo con la complejidad de la misión de observación terrestre, para encontrar un equilibrio óptimo entre estos aspectos y satisfacer las necesidades de la misión.

Por lo tanto, es esencial definir claramente los aspectos de la misión, tales como la dinámica orbital (incluyendo los parámetros orbitales y las perturbaciones en órbita baja (LEO)) y la geometría del satélite, así como las limitaciones y capacidades del ADCS. Esto permitirá conocer el costo asociado a la misión y su desempeño en términos de apuntamiento. La Figura 1.2 presenta un diagrama que ilustra esta interacción, mostrando una visualización gráfica de los parámetros de costo y rendimiento.

Existen estudios que simulan diversos aspectos del Attitude Determination and Control System (ADCS), incluyendo los componentes físicos [17], algoritmos de determinación de actitud [18] y

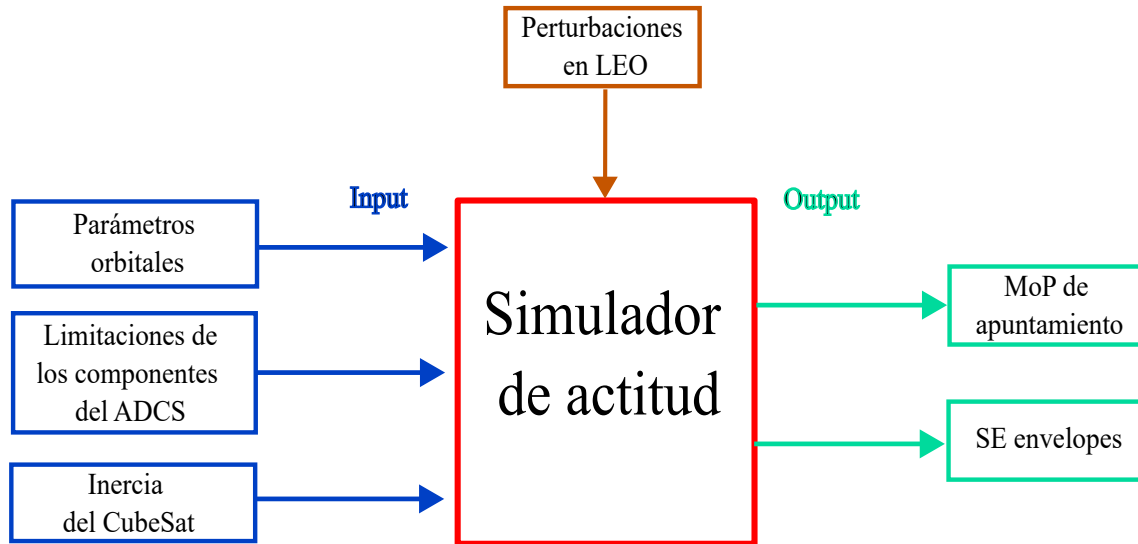


Figura 1.2 Representación gráfica de la relación entre aspectos de la misión respecto a costo y rendimiento (Elaboración propia).

controladores [19]. En estos trabajos, se analizan y comparan los diferentes elementos del ADCS para identificar cuáles ofrecen mejores rendimientos, con un enfoque particular en el budget de potencia, que es uno de los factores más relevantes. Además, también se han realizado estudios en los que se simula el ADCS completo de un CubeSat, especificando tanto su diseño como los resultados de su rendimiento [20, 21, 22].

Por otro lado, en [23] y [24] se presentan herramientas y simuladores capaces de implementar la dinámica orbital y de actitud, proporcionando una interfaz gráfica que visualiza los movimientos traslacionales y rotacionales, así como los modelos de perturbación correspondientes. Estas herramientas permiten cuantificar algunos de los Measures of Performance (MoP) de apuntamiento y evaluar los costos en función de los SE envelopes. La herramienta mencionada en [23], llamada Spacecraft Control Toolbox, está dividida en tres secciones según los requerimientos de las misiones. Tiene la capacidad de generar resultados relacionados con la dinámica rotacional del satélite, incluye una interfaz gráfica y, en su versión económica, estima el consumo de energía. En sus versiones académicas o profesionales, permite además recuperar errores de apuntamiento y modelar sensores y actuadores.

Además, en [24] se presentan herramientas y plantillas disponibles en el Aerospace Blockset de MATLAB, que permiten modelar un CubeSat siguiendo especificaciones del satélite y de la órbita, y realizar simulaciones utilizando la herramienta Simulink Animation 3D para visualizar los resultados.

También existen herramientas como Valispace, cuyo propósito es principalmente el análisis de budgets de ingeniería. Un ejemplo común de su uso se describe en [25]. Este tipo de software ofrece una visión integral del análisis de satélites, abarcando costos temporales, monetarios y de potencia, al utilizar funciones que integran los requisitos de los subsistemas involucrados.

Finalmente, existe un entorno de simulación gratuito de la universidad de Colorado para sistemas

de naves espaciales. Esta es una herramienta muy utilizada en la investigación académica y en proyectos relacionados con la simulación de dinámicas y control de vehículos espaciales de alta dificultad de uso, al combinar distintos tópicos y lenguajes de programación en su arquitectura [26].

Teniendo esto en cuenta, el simulador propuesto se perfila como una herramienta valiosa para el análisis del ADCS de un CubeSat. Al proporcionar la información adecuada del satélite, su órbita y el análisis específico requerido, el simulador permitirá obtener tanto el rendimiento como el costo asociado al apuntamiento. Además, contribuirá al desarrollo tecnológico de CubeSats de manera simple y eficiente, utilizando componentes basados en CubeSats comerciales en la actualidad, todo dentro de un entorno de programación de libre acceso como Python. Asimismo, el simulador será capaz de ofrecer las características del ADCS necesarias para alcanzar un rendimiento o costo específico, según los parámetros definidos por el usuario. Un resumen de lo que se busca una vez implementado la suite de simulación de la Figura 1.2, se representa en la Figura 1.3.

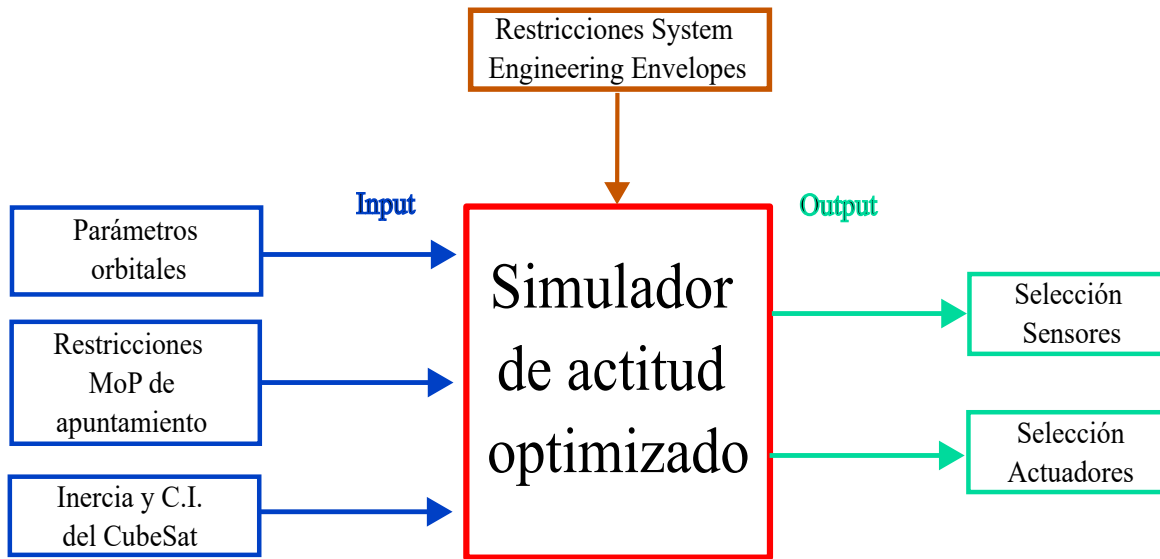


Figura 1.3 Solución propuesta para la suite de simulación optimizada (Elaboración propia).

1.2 Hipótesis

Se postula que el diseño e implementación de una suite de simulación que modele el ambiente espacial y el ADCS, en conjunto con un algoritmo capaz de optimizar los parámetros de rendimiento y los SE envelopes, mejorará la eficacia operativa de las misiones CubeSat al seleccionar el subconjunto óptimo de componentes físicos necesarios.

1.3 Objetivos

Objetivo General: Diseñar e implementar una suite de simulación que modele el ambiente espacial y el ADCS de un CubeSat comercial de observación terrestre en órbitas bajas, capaz de optimizar los MoP de apuntamiento en función de los SE envelopes de los componentes físicos.

Objetivos Específicos:

- OE1: Desarrollar un marco teórico robusto sobre el modelamiento del ambiente espacial y del ADCS de un CubeSat, enfocado en aplicaciones de observación terrestre, basadas en referencias publicadas después del año 2010.
- OE2: Desarrollar un modelo de ambiente espacial que permita calcular los vectores de posición y velocidad del CubeSat, junto con un modelo de actitud que incluya al menos dos sensores y dos actuadores del ADCS.
- OE3: Implementar un algoritmo de estimación para el modelo dinámico del CubeSat con un margen de error inferior al 5%.
- OE4: Diseñar al menos un controlador que permita control de actitud en función de los actuadores implementados en la suite de simulación.
- OE5: Seleccionar e implementar un algoritmo de optimización no lineal capaz de optimizar los MoP de apuntamiento en función de los SE envelopes en la suite de simulación.
- OE6: Verificación cuantitativa de la suite de optimización utilizando datos empíricos del SUCHAI-3 en base a los MoP de apuntamiento obtenidos y los SE envelopes de sus componentes físicos actuales

1.4 Metodología

OE1: Desarrollar el marco teórico relacionado con el ADCS y el ambiente espacial en el simulador mediante la revisión de trabajos previos. Se recopilará información de artículos y estudios sobre la determinación y control de actitud en CubeSats, junto con el estado del arte y las especificaciones técnicas de componentes disponibles en sitios web de fabricantes, para verificar la correcta implementación de los modelos y su similitud con estudios anteriores.

OE2: Implementar el propagador SGP4 para calcular los vectores de posición y velocidad del CubeSat, teniendo en cuenta las perturbaciones orbitales en órbitas bajas. En cuanto a los modelos dinámicos de actitud, se simularán las fuerzas magnéticas y el vector solar para representar el comportamiento de sensores como el magnetómetro y el sensor solar. Los actuadores considerados en los modelos serán el magnetorquer y la rueda de reacción en los ejes del CubeSat.

OE3: Estimar los cuaterniones y las velocidades angulares del CubeSat utilizando un filtro de Kalman extendido. Este filtro será aplicado al modelo dinámico lineal discreto, integrando el magnetorquer y las ruedas de reacción. Se emplearán las mediciones simuladas de los sensores para validar las estimaciones y se evaluará la precisión de las mismas mediante el cálculo del error cuadrático medio (MSE).

OE4: Diseñar un controlador PD o LQR dentro de la suite de simulación. Una vez implementados ambos controladores, se seleccionará el de mejor rendimiento en función de los MoP de apuntamiento bajo las mismas condiciones de simulación.

OE5: Realizar una revisión de optimizadores no lineales convexos disponibles en Python, con el objetivo de encontrar una solución óptima que maximice el rendimiento y minimice el costo en función de las entradas y requisitos del usuario. Se evaluarán herramientas como `scipy.optimize`, `pyomo` y `cvxpy` para determinar el optimizador más adecuado.

OE6: Verificar la suite de simulación utilizando datos empíricos del SUCHAI-3. Se compararán los resultados de la simulación con los parámetros reales de rendimiento de los componentes físicos y se evaluará la proximidad de los resultados obtenidos por la suite de optimización con los datos reales, determinando el conjunto óptimo de sensores y actuadores.

1.5 Carta Gantt

El proyecto sigue una estructura definida contenida en la carta Gantt mostrada en el Anexo A.

2 Marco Teórico

2.1 Sistemas de referencia

Para describir la dinámica orbital, de actitud y el diseño del ADCS, es necesario la definición de los marcos de referencia a utilizar. Su selección obedece a criterios descritos a continuación.

- **Sistema de referencia body o del cuerpo [27]:** La dinámica relativa de actitud se describe con respecto al marco de referencia del cuerpo en el CubeSat, desde la cual se realizan las mediciones, debido a que los sensores de actitud están fijados a su cuerpo. Para los marcos de referencia del cuerpo, el eje z apunta en la dirección del momento de inercia más alto, y los ejes x e y son paralelos a los vectores de área de las caras de la nave espacial, apuntando todos en las direcciones principales del satélite, como se observa gráficamente en la Figura 2.1.

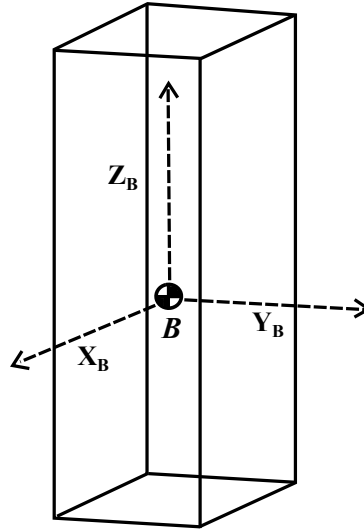


Figura 2.1 Marco de referencia del cuerpo (Elaboración propia).

- **Sistema de referencia inercial [27, 2]:** El Sistema de referencia inercial utilizado es el Earth Centered Inertial (ECI) debido a la necesidad de obtener vectores respecto a un marco de referencia no rotativo (asumiendo problema de dos cuerpos entre la Tierra y el satélite). El eje X apunta en la dirección del equinoccio de primavera. El plano XY es el plano ecuatorial de la Tierra, y el eje Z coincide con el eje de rotación de la Tierra y apunta hacia el norte. Este sistema de referencia se puede apreciar en la Figura 2.2.

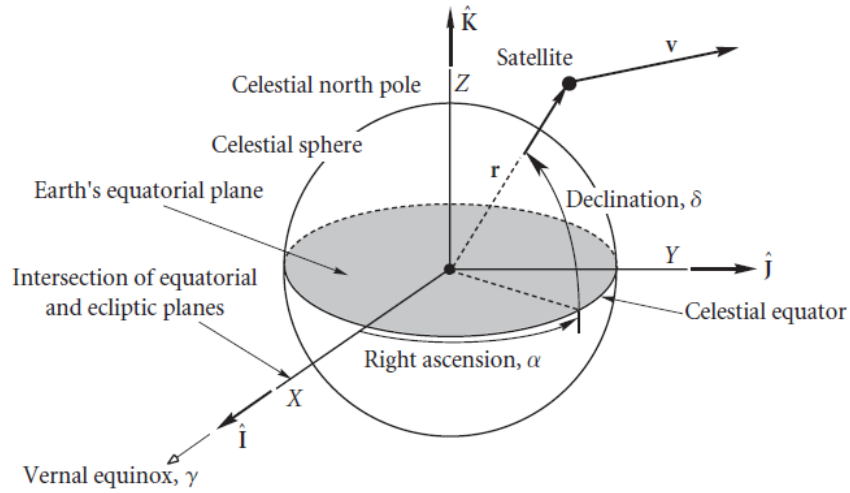


Figura 2.2 Marco de referencia inercial ECI [2].

- **Sistema de referencia LVLH o Roll-Pitch-Yaw [3]:** Se define un sistema coordinado que mantiene su orientación relativa a la Tierra a medida que la nave espacial se mueve en su órbita. Estas coordenadas son conocidas como roll, pitch y yaw (RPY), *Local Vertical Local Horizontal* (LVLH) u orbital como también será llamada en este trabajo y se ilustra en la Figura 2.3. En este sistema, el eje yaw se dirige hacia el nadir (es decir, hacia el centro de la Tierra), el eje pitch se dirige hacia la normal negativa de la órbita, y el eje roll es perpendicular a los otros dos, tal y como se muestra en la Ecuación 1. Se utilizará este Sistema de referencia para notar la posición ideal de la carga útil.

$$\hat{R} = \hat{P} \times \hat{Y} \quad (1)$$

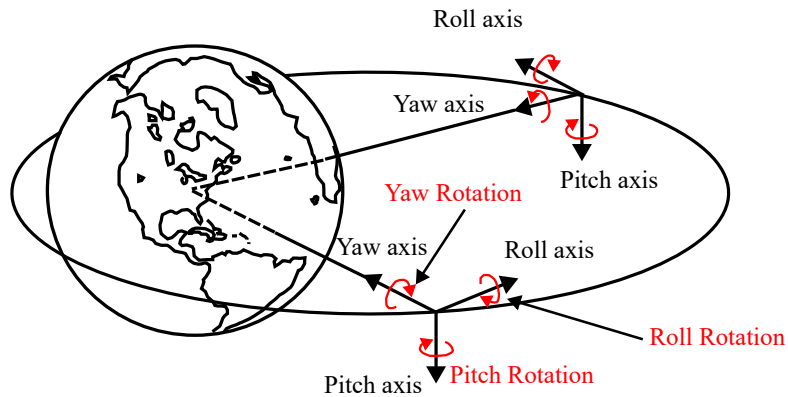


Figura 2.3 Marco de referencia inercial RPY [3].

2.2 Dinámica orbital

Para el modelamiento de la suite de simulación se debe conocer el significado de los parámetros orbitales que se entregara como entrada, así como las ecuaciones que gobiernan el movimiento del satélite a través de la Tierra y las perturbaciones presentes a baja altura.

2.2.1 Parámetros orbitales

Si la masa de un satélite se considera insignificante en comparación con la masa de la Tierra, y bajo el supuesto de que la Tierra es esféricamente simétrica, la aceleración $\ddot{\mathbf{r}}$ de un satélite está dado por la ley de gravedad de Newton descrita a continuación:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM_E}{r^3}\mathbf{r} \quad (2)$$

Donde \mathbf{r} es el vector posición entre el satélite y la Tierra y GM_E es conocida como la constante de gravitacional de la Tierra y está dada por:

$$\mu = GM_E = 398600,4418 \left[\frac{km^3}{s^2} \right] \quad (3)$$

Al resolver la Ecuación 2, se obtiene la posición y la velocidad del del satélite respecto a la Tierra en cualquier instante de tiempo dependiendo del sistema de referencia a utilizar. Si bien se tiene una cuantificación del posicionamiento y el movimiento del satélite, generalmente se utiliza otra caracterización para definir la órbita, utilizando los elementos keplerianos, los cuales se presentan en la Figura 2.4.

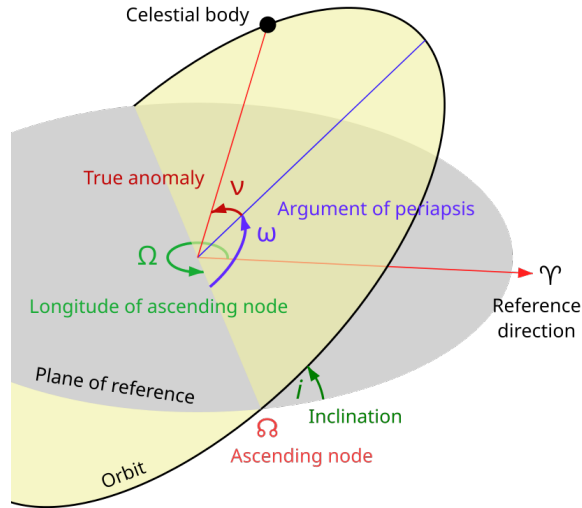


Figura 2.4 Elementos keplerianos [4].

Dichos elementos se definen brevemente a continuación, los que se pueden determinar desde la posición y la velocidad del satélite respecto a la Tierra mediante relaciones matemáticas obtenidas en [2].

- **Excentricidad (e):** Describe el alargamiento de la órbita. Si presenta valores entre 0 y 1 tendrá forma de elipse. Si es igual a 0 representa una órbita circular, mientras que si es igual a 1 tiene forma de parábola. Para casos mayores a 1 se presentan orbitas de trayectoria hiperbólica.

- **Semieje mayor (a):** Es la distancia entre el periapsis (distancia más cercana entre el satélite y la Tierra) y el apoapsis (distancia más lejana entre el satélite y la Tierra) dividido por 2. Representa el radio para orbitas circulares.
- **Inclinación (i):** Inclinación vertical de la elipse con respecto al plano de referencia (plano ecuatorial).
- **Right Ascension of the Ascending Node (RAAN Ω):** Inclinación vertical de la elipse con respecto al plano de referencia (plano ecuatorial).
- **Argumento del periapsis (ω):** Se define la orientación de la elipse en el plano orbital, como un ángulo medido desde el nodo ascendente a la periapsis.
- **Anomalía verdadera (ν):** Define la posición del cuerpo orbitante a lo largo de la elipse en un tiempo específico.

2.2.2 Perturbaciones presentes en LEO

Existen perturbaciones en el espacio que afectan a los satélites en órbita, de las cuales algunas tienen más relevancia a bajas altura respecto de la Tierra. Estas se muestran a continuación:

Gravedad no esférica [6]: La Tierra no es una esfera perfecta y la masa se distribuye de manera no uniforme. A diferencia de las simplificaciones que se aplican a menudo en órbitas altas, donde la influencia de la Tierra se aproxima a una esfera, en LEO la distribución irregular de la masa terrestre y las variaciones en la altitud pueden generar perturbaciones significativas en las trayectorias de los satélites. Por lo tanto, como la fuerza de gravedad depende directamente de la masa, el campo gravitatorio reflejará esta falta de uniformidad.

Para lograr modelar la gravedad no esférica se utiliza una expansión armónica esférica, con modelos como el geopotencial que descompone el campo gravitatorio terrestre en una serie de términos, cada uno correspondiente a una armonía esférica y su respectiva magnitud. Dentro de los coeficientes utilizados dentro del modelo recién mencionado están los “J”, siendo el J2 el principal para modelar el achatamiento de la Tierra. Otros J como el J3, J4, etc., modelan a mayor detalle la distribución másica de la Tierra.

Efectos atmosféricos [28]: Los efectos del arrastre y el oxígeno atómico (O) tienen implicancias para los satélites de baja altura (menor a 600 km). El arrastre se define como una fuerza resistiva que actúa sobre un objeto en movimiento a través de un fluido y tiende a disminuir su velocidad, cuyas implicancias son que acorta la vida útil del satélite. El arrastre depende de la densidad, la velocidad y también variará según cómo cambie la atmósfera (se expanda o se contraiga) debido a la variación en la actividad solar.

Por otro lado, debido a que en la atmósfera superior existe una mayor radiación, esto hace que se disocien los átomos de O_2 a O, los cuales son muy reactivos y potencialmente dañinos, degradando las superficies del CubeSat e interfiriendo con los sensores para la determinación de actitud.

2.3 Cinemática y dinámica de actitud

Para la cinemática y dinámica de actitud, el satélite ya no se asume como una partícula perturbada (como en el caso de la dinámica orbital), sino como un cuerpo rígido con masa. Con esto aparecen conceptos que serán definidos en esta sección.

2.3.1 Actitud de un satélite y sus representaciones

La actitud de un satélite se refiere a la orientación o posición que mantiene en el espacio mientras órbita alrededor de la Tierra u otro cuerpo celeste. Para describir esta actitud, se utilizan diversas representaciones matemáticas que permiten definir de manera precisa su orientación en el marco de referencia del cuerpo respecto al inercial, las cuales se presentan a continuación [3]:

- **Direction Cosine Matrix (DCM):** Esta parametrización utiliza una matriz 3x3 para representar la orientación del satélite en relación con un sistema de referencia fijo. La matriz contiene nueve elementos que son los cosenos directores de los ejes del satélite en relación con los ejes de referencia. Es una representación matemáticamente precisa pero no es tan intuitiva como otras. Dicha representación se visualiza en la Figura 2.5.

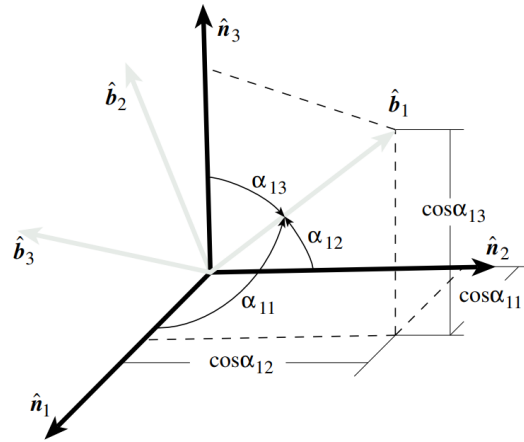


Figura 2.5 Representación gráfica de la primera fila de la matriz de cosenos directores [5].

- **Euler axis/angle:** En esta parametrización, se utiliza un vector tridimensional (el eje de Euler) junto con un ángulo para describir la orientación. El vector de Euler define el eje de rotación, mientras que el ángulo especifica la magnitud de la rotación alrededor de ese eje, como se muestra en la Figura 2.6. Es útil para representar giros simples y es intuitiva.

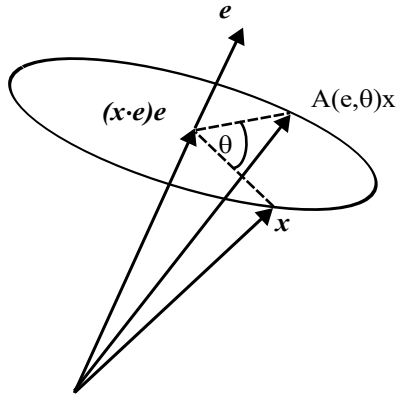


Figura 2.6 Representación de un cambio de orientación en Euler axis/angle de x [6].

- **Euler angles:** Esta parametrización describe la orientación mediante tres ángulos, generalmente llamados phi (ϕ), theta (θ) y psi (ψ), que representan las rotaciones en torno a los ejes específicos (por ejemplo, X, Y y Z). Se presenta en la Figura 2.7 las rotaciones realizadas por esta parametrización.

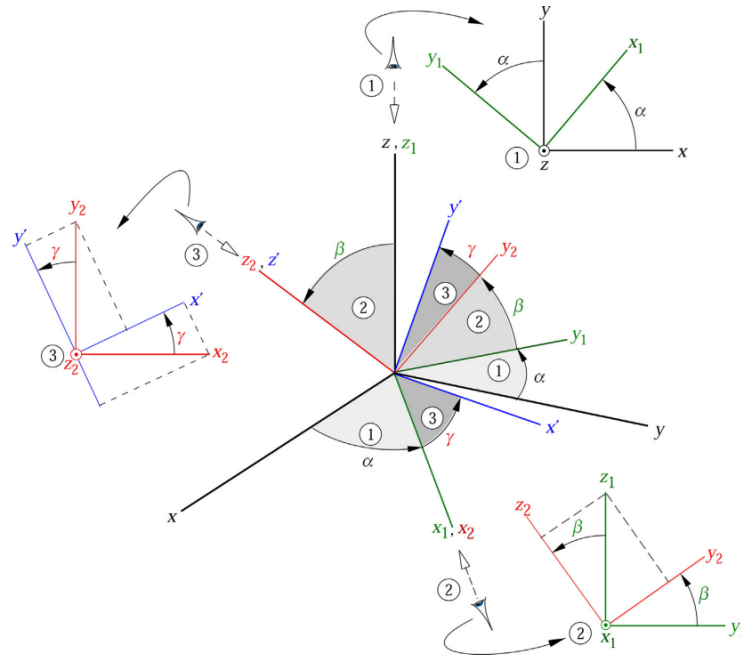


Figura 2.7 Secuencia clásica de Euler de tres rotaciones que transforman xyz en $x'y'z'$ [2].

- **Cuaternión:** Esta parametrización utiliza cuatro parámetros para representar la orientación, siendo tres de estas vectoriales y una escalar. Se discutirá más a fondo en la siguiente sección.

2.3.2 Cuaterniones y cinemática de cuaterniones

En este trabajo, la parametrización seleccionada para la descripción de la actitud es el cuaternión. Los cuaterniones tienen múltiples ventajas en comparación con otras parametrizaciones de actitud. Por ejemplo, en la parametrización de ángulos de Euler, la propagación de la actitud no es suave. Sin embargo, esta suavidad es fundamental para el correcto funcionamiento de métodos de estimación como el Filtro de Kalman [3].

Por otro lado, la desventaja de la parametrización de la matriz de cosenos directores es que conduce a una descripción de la actitud utilizando nueve elementos no independientes, y cumple con seis restricciones impuestas por la ortogonalidad de la matriz de actitud que son redundantes. La cantidad mínima de elementos que se pueden utilizar para describir la actitud sin singularidades son cuatro. A partir del hecho de que cualquier rotación puede describirse utilizando un solo eje de rotación y un ángulo que describe la rotación alrededor de este eje, el cuaternión se define mediante 4 elementos, con una parte vectorial y una parte escalar como se muestra a continuación [2]:

$$\hat{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \hat{u} \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

La expresión \mathbf{q} es la parte vectorial $\mathbf{q} = q_0\hat{i} + q_1\hat{j} + q_2\hat{k}$, y q_3 es la parte escalar. La representación mostrada corresponde a un cuaternión pasivo, el cual se utiliza para rotar el sistema de coordenadas en sí (sin rotar el vector). Si se desea rotar el vector sin rotar el sistema de coordenadas, se utiliza un cuaternión activo, y se obtiene cambiando la componente escalar al inicio, tal y como se muestra en la siguiente expresión:

$$\hat{q} = \begin{bmatrix} q_3 \\ q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

Sabiendo esto, se puede definir la cinemática de la actitud del satélite utilizando cuaterniones mediante la Ecuación 5, sabiendo que ω_0 , ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares en el marco de referencia cuerpo del satélite:

$$\frac{d\hat{q}}{dt} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_2 & \omega_1 & -\omega_0 \\ \omega_2 & 0 & -\omega_0 & -\omega_1 \\ -\omega_1 & \omega_0 & 0 & -\omega_2 \\ \omega_0 & \omega_1 & \omega_2 & 0 \end{bmatrix} \hat{q} \quad (5)$$

Además, se tiene la multiplicación de cuaterniones, la cual será útil para representar las rotaciones entre los sistemas de referencia y aproximaciones discretas que utilizan esta operación, la cual se representa en la Ecuación 6:

$$\hat{q} \cdot \hat{r} = \begin{bmatrix} q_3 r_0 + q_0 r_3 + q_1 r_2 - q_2 r_1 \\ q_3 r_1 + q_1 r_3 + q_2 r_0 - q_0 r_2 \\ q_3 r_2 + q_2 r_3 + q_0 r_1 - q_1 r_0 \\ q_3 r_3 - q_0 r_0 - q_1 r_1 - q_2 r_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Si bien esta parametrización no tiene una representación física obvia, se puede describir la rotación del satélite a través del tiempo mediante un integrador numérico, sabiendo la condición inicial tanto del cuaternión como de la velocidad angular.

2.3.3 Dinámica de actitud

La ecuación que describe la variación del vector momento angular a través del tiempo para un torque aplicado en un marco de referencia del cuerpo representa la dinámica de actitud y se muestra en la Ecuación 7 [2]:

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = -\boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

Sabiendo que $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de velocidad angular instantánea en el cuerpo, I son los momentos principales de inercia y $\boldsymbol{\tau}$ son los torques aplicados, esta ecuación se puede representar también según sus componentes en i , j y k :

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_0 &= \frac{\omega_1 \omega_2 (I_y - I_z)}{I_x} + \frac{\tau_x}{I_x} \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{\omega_0 \omega_2 (I_x - I_z)}{I_y} + \frac{\tau_y}{I_y} \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{\omega_0 \omega_1 (I_x - I_y)}{I_z} + \frac{\tau_z}{I_z} \end{aligned}$$

Los torques externos son los provocados por los actuadores y por perturbaciones externas en orbitas de baja altura. Las ultimas mencionadas generalmente se simplifican a relaciones para el peor de los casos analizados. Estas perturbaciones que afectan a la dinámica rotacional del satélite son cuatro y se discuten a fondo en el Anexo B.

2.4 Subsistema de determinación y control de actitud

El subsistema de determinación y control de actitud de un CubeSat es el responsable de determinar su orientación en el espacio y controlarla respecto a un objetivo durante un periodo específico. También se requiere para sobrevivir en el entorno espacial, controlando el satélite en orientaciones tales que se genere energía apuntando las celdas fotovoltaicas hacia el sol.

El proceso para poder describir el movimiento del satélite se describe en tres pasos o procesos los cuales son llamados Guidance, Navigation and Control (GNC). Cada uno se describe según los componentes del ADCS, como se muestra a continuación [29]:

- **Navigation:** Es el primer paso por seguir, y determina la actitud del satélite y la tasa de rotación mediante los sensores tanto inerciales como de medición externa. Responde a la pregunta: ¿Dónde está el satélite?
- **Guidance:** Al determinar la actitud con los sensores, se utilizan algoritmos de determinación de actitud para estimar la orientación tanto inicial como a través del tiempo, para posteriormente utilizar algoritmos de determinación de actitud para estimar la orientación del satélite. Responde a la pregunta: ¿Hacia dónde quiere ir el satélite?
- **Control:** Ya conocido hacia donde quiere ir el satélite, se genera el cambio de actitud mediante la implementación de torques utilizando controladores en conjunto con actuadores. Responde a la pregunta: ¿Cómo dirijo el satélite hacia allá?

2.4.1 Navigation (Sensores)

Para la determinación de actitud se utilizan componentes físicos llamados sensores, los cuales miden su orientación en base a la inercia del satélite como también observando las estrellas circundantes/cuerpos celestes o midiendo fuerzas representativas de una posición en particular[7]. Los sensores comúnmente utilizados en CubeSat se presentan en la Tabla 2.1, en conjunto con su descripción.

Tabla 2.1 Sensores utilizados en CubeSat [7].

Sensores	Descripción
Giroscopios	Los giroscopios miden la tasa de cambio de la orientación angular respecto al marco inercial del satélite [°/s]. Los giroscopios proporcionan información sobre los movimientos de rotación en los tres ejes (roll, pitch y yaw).
Sensores de sol	Los sensores solares se utilizan para estimar la dirección del Sol en el marco de referencia del cuerpo del satélite.
Magnetómetros	Los magnetómetros determinan el campo magnético de la Tierra, midiendo su dirección y su fuerza en [nT].
GPS	Mediante el receptor GPS se obtiene la posición tridimensional (latitud, longitud y altitud) con alta precisión. Esto permite al CubeSat conocer su ubicación en la órbita terrestre.
Star Tracker	Un Star Tracker o contador de estrellas es un sistema de sensores cuya función principal es determinar con exactitud la actitud del CubeSat utilizando las estrellas circundantes como referencia.

2.4.2 Guidance (Algoritmos)

En esta sección se proporciona una descripción de los diferentes métodos de determinación de actitud que se consideran para el simulador. En primera instancia, existen dos tipos principales de métodos de determinación de actitud. El primero de ellos es el método determinístico que

utiliza la información de las lecturas de los sensores a lo largo de la misión y las comparan con modelos informáticos para calcular la actitud actual[20]. Por otro lado, existen los estimadores recursivos que procesan las lecturas de sensores actuales y las compara con la última estimación de actitud para crear una nueva estimación.

Enfoque determinista de la determinación de actitud

Para la determinación inicial de la actitud, se requiere un enfoque determinista. Existen varios algoritmos deterministas diferentes para la determinación de la actitud, describiendo algunos a continuación:

TRIAD method: La solución Tri-axial Attitude Determination (TRIAD) requiere dos conjuntos de vectores: un vector de observación de cada uno de los dos sensores ubicados en el satélite (\mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2), y un vector de referencia para cada observación en términos de su dirección de referencia inercial (\mathbf{W}_1 y \mathbf{W}_2). Con estos vectores se crean triadas de referencia (\mathbf{M}_{ref}) y de observación (\mathbf{M}_{obs}) descritas en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Descripción de las triadas de referencia y de observación.

Triada	Componentes de la triada
$\mathbf{M}_{\text{obs}} = [\hat{r}_1 \quad \hat{r}_2 \quad \hat{r}_3]$	$\hat{r}_1 = \hat{V}_1; \hat{r}_2 = \frac{\hat{V}_1 \times \hat{V}_2}{ \hat{V}_1 \times \hat{V}_2 }; \hat{r}_3 = \hat{r}_1 \times \hat{r}_2$
$\mathbf{M}_{\text{ref}} = [\hat{s}_1 \quad \hat{s}_2 \quad \hat{s}_3]$	$\hat{s}_1 = \hat{W}_1; \hat{s}_2 = \frac{\hat{W}_1 \times \hat{W}_2}{ \hat{W}_1 \times \hat{W}_2 }; \hat{s}_3 = \hat{s}_1 \times \hat{s}_2$

Una vez que se calculan las triadas de observación y referencia, se puede encontrar la solución TRIAD. Esta solución es la matriz de cosenos directores A que se define de la siguiente manera:

$$A = M_{\text{obs}}(M_{\text{ref}})^T$$

Esta matriz representa la rotación desde el marco de referencia del cuerpo del satélite al marco de referencia inercial fijo a la Tierra. Una vez que se conoce esta matriz, la actitud del satélite se puede expresar en términos del marco de referencia inercial fijo a la Tierra. Cuando se utiliza el método TRIAD, el sensor más exacto debe elegirse siempre como V_1 con su correspondiente vector de referencia W_1 .

Por otro lado, existen algoritmos que ofrecen un mínimo error sin la necesidad de elegir el sensor más exacto como el V_1 . Para ello, buscan resolver la ecuación de Wahba, la cual minimiza el error de determinación de actitud al asignarle pesos a los vectores de referencia y de observación. Estos métodos son el q-method y el QUEST [20], los cuales no se utilizarán durante este trabajo, ya que como se muestra en Vélez [20], el q-method presenta mayores errores en la determinación de actitud respecto a los otros algoritmos, mientras que QUEST en las mismas simulaciones tiene una calidad similar al TRIAD, con mayor costo computacional y una mayor dificultad de implementación.

Enfoque recursivo de la estimación de actitud

Aunque se necesita un método determinista para la adquisición inicial de la actitud, un método recursivo a menudo es más eficiente para el mantenimiento del conocimiento de la actitud. A diferencia de los métodos deterministas, los métodos recursivos utilizan solo la lectura actual del

sensor para calcular el error de actitud a partir de la estimación anterior. El método recursivo más común es un Filtro de Kalman.

Los Filtros de Kalman se utilizan para estimar los estados futuros de un sistema dinámico lineal afectado por ruido. El algoritmo consta de dos fases: la fase de predicción y la fase de actualización. Durante la fase de predicción, el filtro utiliza ecuaciones dinámicas del sistema preprogramadas para calcular la estimación a priori de la nueva actitud del satélite. Durante la fase de actualización, el filtro utiliza las lecturas actuales del sensor para determinar la estimación a posteriori de la actitud actual del satélite y calcular el error de estimación a partir de la predicción de la actitud.

Dado que el Filtro de Kalman tiene un proceso de dos pasos, utiliza un paso de tiempo discreto, k . La naturaleza discreta del Filtro de Kalman funciona bien para el CubeSat, ya que el paso de tiempo k puede configurarse fácilmente como el intervalo de tiempo entre las mediciones de los sensores. Sin embargo, el sistema dinámico del satélite al no ser lineal (dependiente del tiempo) se necesita utilizar el Filtro de Kalman Extendido (EKF). La naturaleza discreta del EKF compensa la dependencia del tiempo en el modelo del satélite. Las demás no linealidades en las ecuaciones dinámicas se abordan a través de matrices Jacobianas, que están compuestas por las derivadas parciales de primer orden de las ecuaciones dinámicas del sistema. Estas matrices Jacobianas permiten al EKF linealizar el sistema no lineal en la estimación actual y se deben calcular nuevas matrices para cada paso de tiempo.

El modelo dinámico no lineal y las mediciones se definen de la siguiente manera:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k$$

Donde x_{k+1} es el estado actual del sistema, x_k es el estado previo del sistema, u_k es la entrada de control, z_k es la medición del sistema, f_k representa la dinámica no lineal del sistema y h_k representa la medición no lineal. El ruido del proceso del estado se representa como w_k y el ruido esperado de la medición es v_k . Las matrices Jacobianas F y H de f_k y h_k respectivamente se pueden encontrar tomando la derivada parcial de f y h con respecto a x :

$$F(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}}$$

$$H(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}}$$

La estimación a priori y la matriz de error de covarianza pueden ser obtenidas por las siguientes ecuaciones:

$$\hat{x}_k^- = f_k(\hat{x}_k)$$

$$P_k^- = F_k P_{k-1} F_k^T + Q_k$$

La matriz Q_k representa la matriz de covarianza del ruido del modelo w_k . La ganancia de Kalman se calcula con la ecuación a continuación:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$

La matriz R_k representa la matriz de covarianza del ruido del sensor w_k . El siguiente paso es la actualización de la medición. Las ecuaciones para la estimación a posteriori del estado y la matriz de covarianza del error se encuentran a continuación:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h_k(\hat{x}_k^-))$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

2.4.3 Control (Controladores y actuadores)

Para el control del satélite, se requiere la orden del controlador para generar un torque mediante los actuadores.

Controladores

Controlador Proporcional-Derivativo (PD) y Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID) [3]: Es un tipo de controlador ampliamente utilizado en automatización y control de procesos para regular sistemas dinámicos y mantener una variable de proceso en un valor deseado o setpoint. A continuación, se explicará cada uno de los componentes y cómo funcionan juntos para controlar el sistema:

- **Componente Proporcional (P):** El término proporcional es la parte principal del controlador PID. Su función es proporcionar una respuesta inmediata a las desviaciones actuales entre la variable controlada y el valor deseado (error). La salida del término proporcional (P) es directamente proporcional al error actual, por lo que cuanto mayor sea el error, mayor será la corrección aplicada.
- **Componente Integrativo (I):** El término integral es responsable de acumular el error a lo largo del tiempo y compensar errores persistentes o a largo plazo. El término integral responde a la acumulación de errores pasados, por lo que tiende a eliminar errores persistentes o sistemáticos. Esta componente ayuda a reducir el error constante (offset) y garantiza que el sistema alcance el setpoint. Sin el componente integral, el controlador podría quedarse con un error constante incluso si el controlador proporcional es capaz de mantenerlo bajo control.
- **Componente Derivativo (D):** El término derivativo es sensible a la tasa de cambio del error. Se encarga de prevenir oscilaciones y estabilizar el sistema. La acción derivativa es capaz de prever la dirección en la que el error se está moviendo y disminuir la velocidad a la que se acerca al setpoint. Ayuda a suavizar las respuestas del sistema y evita que el controlador reaccione de manera brusca ante cambios repentinos en el error.

La salida del controlador se representa mediante la siguiente ecuación:

$$U = k_p P + k_i I + k_d D$$

Siendo k_p , k_i y k_d constantes de ajuste de ganancias proporcional, integral y derivativo, respectivamente, determinando la magnitud de la contribución de cada término de control en general.

Controlador Linear Quadratic Regulator (LQR) [30]: Este es un método de control óptimo utilizado en sistemas dinámicos lineales y de tiempo continuo. Su objetivo es encontrar

la ley de control lineal que minimiza una función de costo cuadrática, teniendo en cuenta tanto el estado del sistema como la entrada de control. Para su uso, se debe modelar el sistema según la ecuación a continuación, donde \mathbf{x} es el vector de estado, \mathbf{u} es el vector de entrada de control, \mathbf{A} es la matriz de estado y \mathbf{B} es la matriz de entrada:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

Posteriormente, se requiere el uso de una función de costo cuadrática que debe ser minimizada. La función de costo típicamente incluye términos que penalizan el error del estado y el esfuerzo de control, ponderados por matrices de ponderación \mathbf{Q} y \mathbf{R} , respectivamente. La función de costo se expresa como:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

El objetivo es encontrar $\mathbf{u} = -\mathbf{Kx}$ que minimiza la función de costo, siendo \mathbf{K} la ganancia del controlador. Esta matriz \mathbf{K} se obtiene al resolver la ecuación de Riccati expuesta a continuación, donde \mathbf{P} es la matriz simétrica definida positiva asociada con la solución de la ecuación de Riccati:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{PA} - \mathbf{BR}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0$$

Ya encontrada la matriz \mathbf{P} , la ley de control óptimo se obtiene como $\mathbf{u} = -\mathbf{Kx}$ con $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$. Esta ley se implementa en el sistema dinámico para estabilizarlo y minimizar la función de costo a lo largo del tiempo. El controlador LQR es particularmente eficaz para sistemas lineales y proporciona un enfoque sistemático para el diseño de controladores óptimos.

Actuadores

Los actuadores son los que generan el torque necesario para el control del satélite. Los actuadores comúnmente utilizados en CubeSat se muestra en la Tabla 2.3, en conjunto con una breve descripción y un ejemplo utilizado:

2.5 System Engineering Envelopes

Los Systems Engineering Envelopes son restricciones técnicas y operativas aplicables al CubeSat en fase de diseño, desarrollo y operación. Las decisiones de diseño se basan en estos parámetros:

- Precio: ¿Cuál es el costo monetario de utilizar una u otra alternativa?
- Potencia: ¿Cuanta energía consume la alternativa a utilizar?
- Masa: ¿Cuánta masa se utiliza con la alternativa elegida respecto al total requerido?
- Tamaño: ¿Cuánto volumen ocupa el componente a utilizar?

En el contexto de este trabajo, se buscará cuantificar el costo respecto a precio, potencia, masa y tamaño, al utilizar distintos tipos de componentes del ADCS. Con esto se verá si en una

Tabla 2.3 Actuadores utilizados en CubeSat [7].

Actuadores	Descripción
Magnetorquer	Los magnetorquers son dispositivos de control de actitud construidos utilizando bobinas electromagnéticas, que generan un torque a través de interacciones entre el campo magnético ambiental y dipolos magnéticos generados por este actuador.
Rueda de reacción	Una rueda de reacción es un motor acoplado a un disco de alta inercia que gira a gran velocidad a lo largo de un eje fijo del satélite. Este funciona aplicando un torque T en el disco, provocando un aumento en su momento angular h . Por conservación de momento angular (al haber ausencia de fuerzas externas) se genera un torque de igual magnitud, pero en sentido contrario, que es aplicado en el CubeSat.

misión de observación terrestre, cuál será el costo con el que se apuntó la carga útil hacia un lugar en específico de la Tierra.

2.6 Controlabilidad y observabilidad de un sistema de control

Un sistema dinámico se considera controlable si se pueden aplicar señales de control que accionen cualquier estado del sistema dentro de una cantidad de tiempo finita. Esta característica también se denomina accesibilidad. Por otro lado, se considera observable si todos sus estados pueden conocerse a partir de la salida del sistema.

Si se tiene un modelo de espacio de estados de tiempo continuo con N_x estados, N_y salidas y N_u entradas como se muestra a continuación:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Donde:

- x : Estados del sistema
- u : Entradas del sistema
- y : Salidas del sistema
- A, B, C y D : Las matrices de espacio de estados con tamaños $N_x \times N_x$, $N_x \times N_u$, $N_y \times N_x$ y $N_y \times N_u$ respectivamente de valores reales o complejos.

El sistema es controlable y observable si la matriz de controlabilidad $Co = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]$ y la matriz de observabilidad $Ob = [C, CA, CA^2, \dots, CA^{n-1}]$ tienen un rango total, es decir, el rango es igual al número de estados del modelo de espacio de estados.

Es relevante tener en cuenta estos conceptos, ya que, para utilizar algunos algoritmos de estimación de actitud, es necesario que el sistema sea observable, como es el caso del EKF. Mismo caso para el uso de controladores, que dependen de si el sistema logra ser controlable para accionar el torque necesario para el sistema satelital.

2.7 Optimización en control

La optimización en el control es un enfoque fundamental para mejorar el desempeño y la eficiencia de los sistemas dinámicos. Se basa en encontrar la mejor ley de control que minimice o maximice una función objetivo, la cual suele estar relacionada con el rendimiento del sistema, el costo de operación o la estabilidad. En este contexto, la función objetivo representa un criterio cuantitativo que se desea optimizar, y puede involucrar diversos aspectos como el error en la respuesta del sistema, el esfuerzo de control o el consumo de recursos [31].

2.7.1 Funciones objetivos

Una función objetivo en la optimización del control se define como una expresión matemática que evalúa el desempeño del sistema en función de una o más variables de control. Generalmente, estas funciones están formuladas para minimizar o maximizar ciertos criterios [31]:

- Minimización del Error: En muchos casos, el objetivo es minimizar el error entre la salida deseada y la salida real del sistema. Esto se puede expresar como una función de costo cuadrática que penaliza las desviaciones de la trayectoria deseada.
- Minimización del Esfuerzo de Control: En otros casos, el objetivo es minimizar el esfuerzo o el costo asociado con las entradas de control. Esto es crucial para reducir el consumo de energía o prolongar la vida útil de los actuadores.
- Optimización de la Estabilidad: Algunos métodos de optimización buscan mejorar la estabilidad del sistema al reducir las oscilaciones y garantizar una respuesta controlada ante perturbaciones.

Las funciones objetivo pueden ser formuladas como funciones cuadráticas o no cuadráticas, dependiendo del problema específico y los requisitos del sistema.

2.7.2 Optimizadores en Python

Para resolver problemas de optimización en el control, se utilizan diversas herramientas y optimizadores disponibles en Python. A continuación, se presentan dos:

- `Scipy.optimize.minimize` [32]: El módulo `scipy.optimize.minimize` proporciona una variedad de métodos para resolver problemas de optimización no lineales. Este optimizador permite la minimización de una función objetivo definida por el usuario, utilizando diferentes algoritmos de optimización. Este módulo es útil para problemas de optimización de funciones objetivo generales y permite la implementación de restricciones y condiciones específicas según el problema de control.
- `Pyomo` [33, 34]: `pyomo` es una biblioteca de Python para la modelización y solución de problemas de optimización matemática. A diferencia de `scipy.optimize`, `pyomo` permite

definir problemas de optimización de manera más estructurada y flexible, especialmente para problemas complejos que involucran programación lineal, no lineal, entera y estocástica.

Modelado Declarativo: Pyomo permite definir problemas de optimización mediante un enfoque declarativo, facilitando la expresión de restricciones y objetivos. Resolución de Problemas: Soporta una amplia gama de solucionadores, desde optimizadores simples hasta solvers avanzados.

3 Estado del Arte

En este capítulo se muestran herramientas que logran simular la dinámica orbital y la dinámica de actitud del satélite, además de visualizarlo mediante una interfaz gráfica. Algunos de ellos son simuladores que entregan alguno de los MoP de apuntamiento, así como también softwares especializados en el análisis de budgets de ingeniería, en los cuales se encuentran los SE envelopes descritos.

3.1 Spacecraft Control Toolbox

Spacecraft Control Toolbox (SCT) para MATLAB le permite diseñar, analizar y simular naves espaciales. Este producto es utilizado en todo el mundo por organizaciones líderes en investigación y desarrollo y fabricantes de naves espaciales. Se proporcionan más de dos mil funciones para dinámica, simulación, análisis y diseño de actitud y órbita. Puedes construir un satélite utilizando las herramientas gráficas CAD; diseñar y analizar los sistemas de control; realizar análisis de perturbaciones y pruebe el sistema de control en una simulación de seis grados de libertad, todo en el lenguaje de programación MATLAB [23].

3.2 Ansys Systems Tool Kit (STK)

STK es una plataforma de software líder en el mercado diseñada para el modelado y análisis de sistemas complejos y sus interacciones en una variedad de dominios, incluyendo espacio, defensa y aplicaciones aeroespaciales. Esta herramienta proporciona una serie de capacidades avanzadas que permiten a los ingenieros, científicos y analistas modelar, simular y visualizar sistemas dinámicos de manera efectiva [35].

3.3 Aerospace Blockset

Dentro de este módulo en MATLAB, existen librerías capaces de modelar, simular y analizar CubeSats con facilidad [24]. Algunas de las capacidades clave incluyen:

3.4 Valispace

Valispace es una plataforma integral de ingeniería y gestión de proyectos diseñada para simplificar y optimizar el proceso de desarrollo de productos y sistemas, especialmente en industrias como la aeroespacial. La plataforma ofrece una variedad de herramientas y características poderosas que permiten a los equipos de ingeniería colaborar eficientemente, gestionar requisitos y parámetros críticos, y tomar decisiones informadas en tiempo real [36].

Las características claves son la gestión de datos en tiempo real, permitiendo el acceso en tiempo real y la colaboración de los miembros del equipo de ingeniería de forma actualizada. También permite a los equipos diseñar, analizar y optimizar sistemas de ingeniería complejos en base a requisitos que se imponen en el mismo programa al inicio del proyecto. Además, Valispace facilita el cálculo de parámetros críticos como costos, masa, potencia y tamaño, lo que es esencial en proyectos de ingeniería. Los resultados se pueden calcular y actualizar automáticamente a medida que se realizan cambios en el diseño.

3.5 Basilisk

El simulador Basilisk es un entorno de simulación avanzado, modular y extensible, desarrollado principalmente por el Laboratorio de Sistemas de Vehículos Espaciales de la Universidad de Colorado, Boulder. Su principal objetivo es facilitar la simulación de sistemas de naves espaciales, con un enfoque en la dinámica y el control de actitud. Este simulador ha sido ampliamente utilizado en investigaciones académicas y proyectos que requieren la modelación precisa de la dinámica y control de vehículos espaciales [26].

Una de las principales ventajas de Basilisk es su capacidad para simular sistemas multi-plataforma y multi-cuerpo, permitiendo la modelación de la dinámica orbital y de actitud de diversos cuerpos en el espacio. Esto incluye la simulación de perturbaciones ambientales, así como el comportamiento de subsistemas complejos como el ADCS (Attitude Determination and Control System). Estas capacidades hacen que Basilisk sea especialmente útil para misiones que involucren satélites pequeños o CubeSats, donde las dinámicas precisas y los ajustes de actitud son críticos.

Otra de las fortalezas del simulador radica en su arquitectura modular. Cada subsistema —como los sensores, actuadores, o la dinámica orbital— está diseñado de manera independiente, lo que permite no solo la fácil personalización del código, sino también la posibilidad de integrar nuevos módulos o realizar simulaciones específicas de determinados componentes. Esta flexibilidad es clave para proyectos de investigación que requieren ajustes finos y configuraciones personalizadas.

El simulador también ofrece la capacidad de realizar simulaciones tanto en tiempo real como en tiempo no real, lo que resulta útil para diferentes tipos de aplicaciones. Las simulaciones en tiempo real permiten la implementación de pruebas de hardware-in-the-loop, mientras que las simulaciones en tiempo no real ofrecen mayor fidelidad para estudios más detallados.

4 Diseño de la suite de simulación

4.1 Marco general del simulador

Para la construcción de la suite de simulación, se debe tener en cuenta tanto la dinámica orbital como la dinámica de actitud, para así tener conocimiento del posicionamiento y la velocidad del CubeSat a través del espacio, y de la actitud de este en su desplazamiento alrededor de la Tierra. Para ello se debe considerar los siguientes elementos como base:

- **Propagación orbital:** En primera instancia, el simulador busca conocer el posicionamiento del satélite alrededor de la Tierra, por lo que es necesario el uso de un propagador orbital adecuado capaz de entregar información sobre el vector posición y velocidad del satélite respecto a la Tierra. Además, se debe considerar las perturbaciones correspondientes para la altura del satélite analizado, que en este caso se acotará a órbitas bajas, con el objetivo de hacer el movimiento traslacional del satélite realista según las condiciones espaciales presentes.
- **Modelos orbitales:** Los modelos orbitales son necesarios para obtener la orientación del CubeSat. Con ello se obtendrán las representaciones necesarias de los sensores en el marco de referencia inercial.
- **Sensores:** Para determinar la actitud del satélite, se seleccionan sensores capaces de entregar información relevante sobre la inercia del satélite, el comportamiento físico del ambiente espacial o estrellas circundantes. Es relevante tanto para la estimación inicial como para el conocimiento de la actitud a través del tiempo y se simularán según los modelos orbitales analizados, teniendo en cuenta una rotación del marco de referencia inercial al marco de referencia del cuerpo y el ruido en la lectura de los componentes utilizados.
- **Algoritmos de estimación de actitud:** Estos son necesarios para trabajar los vectores entregados por los sensores y los modelos orbitales. Con estos se obtienen los cuaterniones que representan las rotaciones del satélite a través del tiempo. Se busca utilizar el EKF para la estimación de los estados posteriores, además de una mitigación del ruido en la obtención de la orientación del satélite.
- **Controladores y actuadores:** Ya obtenidas la actitud del satélite a través del tiempo, se desea que el CubeSat apunte a una dirección en específico. Para ello se implementa el uso de un controlador capaz de realizar el control del satélite mediante la entrega del modelo dinámico y del actuador. Esto va de la mano con la selección del actuador a utilizar, para tener en cuenta las limitaciones de la acción de control al apuntar el satélite hacia la dirección deseada.

Teniendo en cuenta estos factores, la Figura 4.1 presenta un diagrama que resume la estructura de la suite de simulación, utilizada para obtener los resultados de los MoP de apuntamiento y los SE envelopes correspondientes. En primer lugar, se obtiene el vector de estado \vec{r} del CubeSat mediante el propagador orbital, seguido por el uso de modelos orbitales para calcular \vec{V}_{ref} , el vector en el sistema de referencia inercial. Simultáneamente, a través de la lectura de los sensores, se obtienen los vectores \vec{V}_{obs} en el marco de referencia del cuerpo. Posteriormente, se realiza el cambio de sistema de referencia de \vec{V}_{ref} a LVLH (como se explicará en las secciones

siguientes), utilizando ambos vectores para la estimación del cuaternión q . Finalmente, se ejecuta la acción de control mediante el controlador seleccionado, considerando la restricción del torque τ ejercido por el actuador. En las próximas secciones se detallará el diseño y selección de cada componente de la suite de simulación.

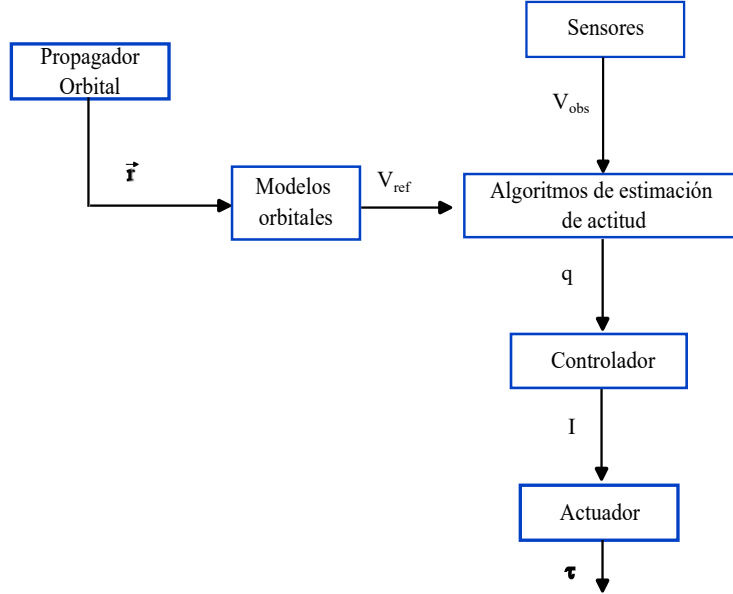


Figura 4.1 Esquema general de la base del simulador (Elaboración propia).

4.2 Propagador orbital

Para la simulación de la dinámica orbital, se debe considerar la implementación de un propagador capaz de entregar la posición y velocidad del satélite respecto a la Tierra incluyendo las perturbaciones relevantes a baja altura. Para ello se proponen las siguientes opciones:

Simplified General Perturbation 4 (SGP4) [37]: Es un modelo matemático que se utiliza ampliamente para predecir la posición y velocidad de los satélites. Utiliza las ecuaciones de movimiento de dos cuerpos, que describen cómo un satélite se mueve bajo la influencia de la gravedad de la Tierra, y luego aplica una serie de perturbaciones para tener en cuenta factores como la forma no esférica de la Tierra, el arrastre atmosférico, la radiación solar y los efectos gravitacionales de la interacción con otros cuerpos como el Sol o la Luna. El SGP4 utiliza los Two Line Elements (TLE) como entrada, que es un formato estándar utilizado para describir la órbita de un satélite en dos líneas, en conjunto con la fecha de inicio y el tiempo de propagación, para después aplicar una serie de ecuaciones y algoritmos que calculan los elementos orbitales futuros del satélite en función del tiempo.

FreeFlyer [38]: Es un programa de simulación espacial diseñado para visualizar y modelar varios escenarios, incluyendo, pero no limitándose a la propagación y maniobras de naves espaciales, análisis de cobertura y contacto, análisis interplanetario y la generación de diversos recursos visuales. Es capaz de propagar el movimiento del satélite a través del tiempo e incluir perturbaciones como J2, arrastre atmosférico, efecto multi-cuerpo y radiación solar.

Systems Tool Kit (STK) [35]: Es una plataforma ampliamente utilizada en el ámbito tanto aeronáutico como espacial. El STK es un simulador de Ansys utilizado para el diseño, planificación y simulación de misiones. Una de sus herramientas es la propagación del satélite a través del tiempo con una interfaz gráfica, incluyendo todas las perturbaciones presentes en el espacio.

Se descartan las opciones de los softwares FreeFlyer y STK debido a su alto costo monetario para la implementación del simulador solo para su uso en la dinámica orbital. Por lo tanto, se elige el SGP4 no solo por ser una opción gratuita, sino porque es fácil de implementar a cualquier satélite que se conozca su TLE. Esta entrega el movimiento traslacional del satélite a través del tiempo considerando las perturbaciones más importantes a bajas alturas.

Para analizar el funcionamiento del propagador, se utilizó como ejemplo un TLE del SUCHAI-3 obtenido de CelesTrak y se propagó durante un día tomando como fecha de inicio 1 de noviembre del 2023 a las 12 del mediodía. Se observa en la Figura 4.2a y 4.2b la posición y la velocidad respecto al marco de referencia ECI obtenido en Python a través de la librería SGP4.

4.3 Modelos orbitales y sistemas de referencia

Para la obtención de la actitud del satélite se requieren conocer dos vectores respecto al marco de referencia Local Vertical Local Horizontal (LVLH) o también llamado orbital. Para ello se conocerán en primera instancia los modelos del sol y del campo geomagnético terrestre para la obtención de los vectores en el marco de referencia inercial (ECI), para luego rotarlos al sistema LVLH. Posteriormente se obtendrán los vectores de observación, que se generan en base a los modelos mencionados aplicando otra rotación desde orbital al cuerpo, que representan los vectores medidos por los sensores.

4.3.1 Vector sol

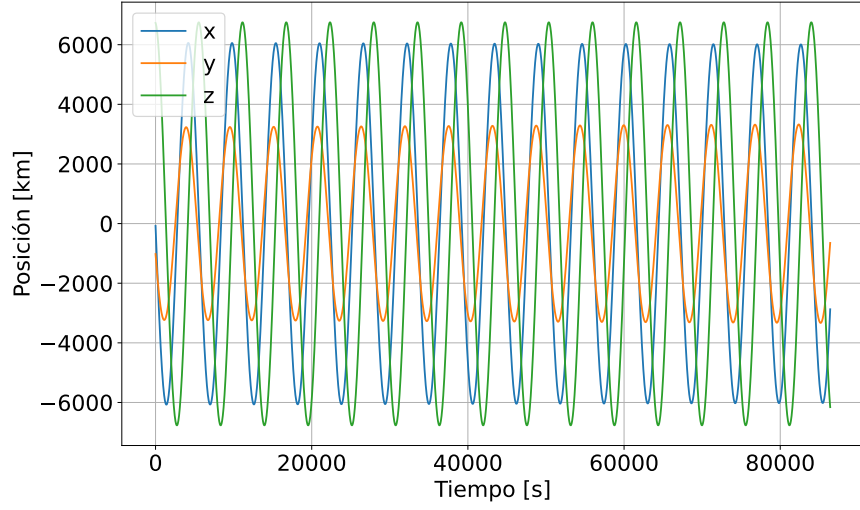
El modelo se basa principalmente en el movimiento del sol respecto al sistema de referencia ECI. Lo primero a tener en cuenta es la anomalía media del sol, la cual se calcula según muestra la Ecuación 8 y consiste en el ángulo medido desde el perigeo, que describe la posición del Sol en su trayectoria orbital y depende puramente del tiempo [20].

$$M_{\text{sun}} = M_{\text{sunEpoch}} + n_{\text{sun}}JD_{2000} = 357.528^\circ + 0.9856003^\circ \cdot JD_{2000} \quad (8)$$

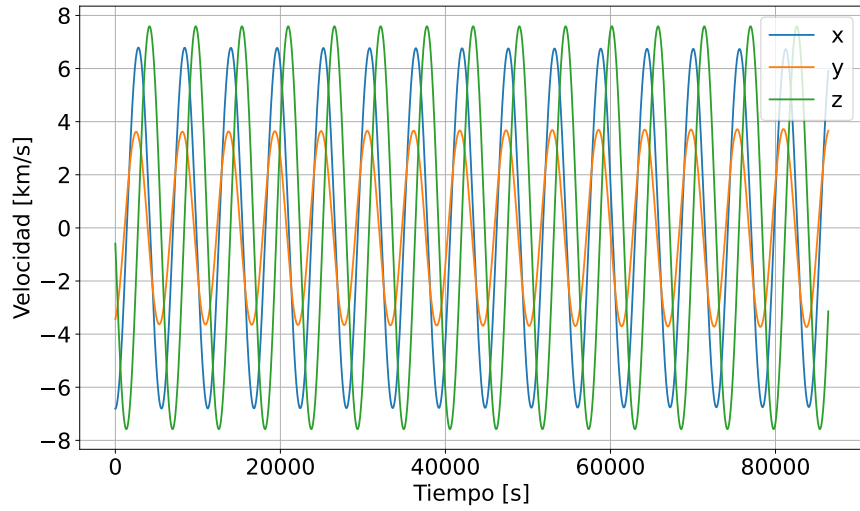
En la ecuación anterior, M_{sunEpoch} es el valor conocido de la anomalía media del Sol para el 1 de enero de 2000 al mediodía en UTC y n_{sun} es el movimiento medio del Sol, el cual también es un valor conocido. La anomalía media del Sol puede entonces calcularse para cualquier JD_{2000} , que se refiere a la fecha juliana respecto al año 2000. A partir de la anomalía media, se puede calcular la longitud de la eclíptica λ_{sun} según la Ecuación 9, que representa la posición del Sol en el plano orbital bidimensional en el marco ECI.

$$\lambda_{\text{sun}} = 280.461^\circ + 0.9856474^\circ \cdot JD_{2000} + 1.915^\circ \sin(M_{\text{sun}}) + 0.020^\circ \sin(2M_{\text{sun}}) \quad (9)$$

Para determinar completamente la posición del Sol en el marco ECI, se requiere conocimiento



(a) Posición del satélite.



(b) Velocidad del satélite.

Figura 4.2 Propagación del SUCHAI-3 durante un día con fecha de inicio 01/11/23.

de la inclinación de la órbita desde el plano orbital bidimensional. Este parámetro se llama oblicuidad del plano de la eclíptica y se define en la Ecuación 10

$$\epsilon = 23.4393^\circ + 0.0000004^\circ \cdot JD_{2000} \quad (10)$$

La posición del Sol en el marco ECI ahora se puede calcular como un vector unitario con las componentes representadas en la Ecuación 11, 12 y 13.

$$X_{\text{sun}} = \cos(\lambda_{\text{sun}}) \quad (11)$$

$$Y_{\text{sun}} = \cos(\epsilon) \sin(\lambda_{\text{sun}}) \quad (12)$$

$$Z_{\text{sun}} = \sin(\epsilon) \sin(\lambda_{\text{sun}}) \quad (13)$$

Este modelo del vector sol se observa en la Figura 4.3, en la cual se simula propagando por un año desde el 01 de noviembre del 2023, el cual en días julianos corresponde al día 2460250. Se observa en dicha gráfica un comportamiento oscilatorio, notándose un ciclo entero del movimiento del sol recién al término de la simulación.

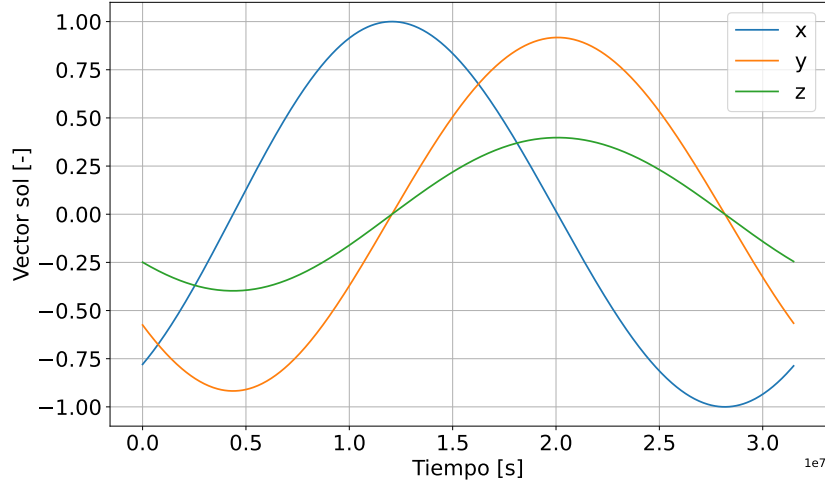


Figura 4.3 Vector sol en sus tres componentes simulados durante un año (Elaboración propia).

4.3.2 Fuerzas geomagnéticas de la Tierra

Para el modelamiento de las fuerzas geomagnéticas de la tierra en distintas posiciones de la órbita de un satélite se requiere el uso del International Geomagnetic Reference Field (IGRF). Este campo de referencia consiste en un conjunto de coeficientes armónicos esféricos que pueden introducirse en un modelo matemático, para así describir la porción a gran escala y variable en el tiempo del campo magnético interno de la Tierra entre las épocas 1900 d.C. y el presente. El IGRF utilizado para la realización del simulador es el de decima tercera generación y se ha derivado de observaciones registradas por satélites, observatorios terrestres y estudios magnéticos [39].

El IGRF describe el principal campo geomagnético $B(r, \theta, \varphi, t)$ que es producido por fuentes internas, principalmente dentro del núcleo de la Tierra. El IGRF es válido dentro y alrededor de la superficie de la Tierra, donde el campo geomagnético principal puede describirse como el gradiente de un potencial escalar, $B = -\nabla V$, y la función potencial $V(r, \theta, \varphi, t)$ se representa en la Ecuación 14 como una expansión en serie finita en términos de coeficientes armónicos esféricos, g_n^m, h_n^m , también conocidos como coeficientes de Gauss:

$$V(r, \theta, \varphi, t) = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(t) \cos(m\varphi) + h_n^m(t) \sin(m\varphi)] P_n^m(\cos(\theta)) \quad (14)$$

Aquí, r, θ, φ se refieren a coordenadas en un sistema de coordenadas esféricas geocéntricas o geodésicas, siendo r la distancia radial desde el centro de la Tierra o la altura desde su

superficie dependiendo de si son geocéntricas o geodésicas respectivamente, y θ, φ son la co-latitud y longitud geocéntricas respectivamente.

Las $P_n^m(\cos(\theta))$ son funciones de Legendre asociadas seminormalizadas de Schmidt de grado n y orden m . El parámetro N especifica el grado máximo de expansión armónica esférica y se eligió que fuera 10 hasta la época 1995 inclusive, después de lo cual aumenta a 13. Por otro lado, los coeficientes de Gauss cambian en el tiempo y se proporcionan en unidades de nanoTesla (nT) en IGRF-13 en intervalos de época de 5 años. La dependencia temporal de estos parámetros se modela como lineal por partes y viene dada por:

$$g_n^m(t) = g_n^m(T_t) + (t - T_t)\dot{g}_n^m(T_t) \quad (15)$$

$$h_n^m(t) = h_n^m(T_t) + (t - T_t)\dot{h}_n^m(T_t) \quad (16)$$

Donde $g_n^m(T_t)$, $h_n^m(T_t)$ son los coeficientes de Gauss en la época T_t , que precede inmediatamente al tiempo t . Las épocas del modelo en IGRF-13 se proporcionan en múltiplos exactos de 5 años comenzando en 1900 y terminando en 2020, de modo que $T_t < t < T_t + 5$. Para $T_t < 2020$, los parámetros $\dot{g}_n^m(T_t)$, $\dot{h}_n^m(T_t)$ representan la aproximación lineal al cambio en los coeficientes de Gauss durante el intervalo de 5 años que abarca $[T_t, T_t + 5]$. Pueden calcularse en unidades de nanoTesla por año (nT/año) como:

$$\dot{g}_n^m(T_t) = \frac{1}{5} (g_n^m(T_t + 5) - g_n^m(T_t)) \quad (17)$$

$$\dot{h}_n^m(T_t) = \frac{1}{5} (h_n^m(T_t + 5) - h_n^m(T_t)) \quad (18)$$

Este procedimiento en Python viene entregado por la National Centers for Environmental Information (NCEI) [40] bajo el nombre de paquete `py.igrf` y se implementa en el simulador para el conocimiento de las fuerzas magnéticas ejercidas sobre la Tierra. Se requiere para el modelo insertar como parámetros de entrada las coordenadas geodésicas (r, θ, φ) en conjunto con el año de análisis, para así obtener siete salidas (declinación $[\circ]$, inclinación $[\circ]$, intensidad horizontal [nT], componente norte [nT], componente este [nT], componente vertical [nT] e intensidad total [nT]), siendo las componentes 4, 5 y 6 las fuerzas magnéticas en el marco de referencia ECI.

Para conocer las coordenadas geodésicas y simular un receptor GPS sin ruido dentro del satélite, se hizo un cambio de sistema de referencia desde ECI a geodésicas. Utilizando la librería Skyfield de Python y conociendo la posición en la cual está el satélite respecto a la Tierra gracias al propagador SGP4, se conocen las coordenadas GPS en cada instante del movimiento traslacional del satélite. Para analizar el funcionamiento del modelo IGRF entregado en Python, se utilizó los vectores posición y velocidad de la sección 5.3.1 correspondiente al SUCHAI-3 para hacer el cambio de sistema ECI a geodésicas, obteniendo en la Figura 4.4 las fuerzas magnéticas del satélite a través del tiempo.

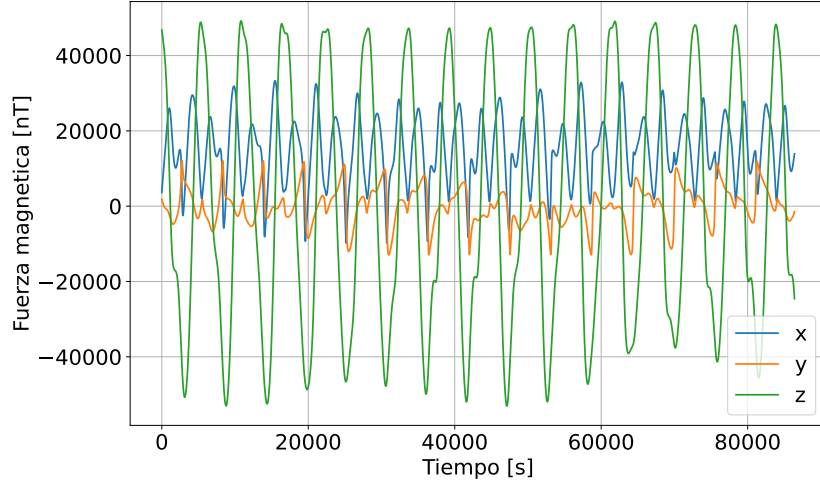


Figura 4.4 Componentes de las fuerzas magnéticas respecto a ECI que afectan al SUCHAI-3 con fecha inicial 01/11/2023 (Elaboración propia).

4.3.3 Cambios en los sistemas de referencia y vectores de observación

Ya obtenidos los vectores sol y las fuerzas magnéticas en ECI, se aplica una matriz de rotación desde ECI a LVLH utilizando los vectores posición \vec{P} y velocidad \vec{V} calculados en la Sección 4.2 proveniente del SGP4. Dicha matriz de rotación se representa de la siguiente manera [14]:

$$\vec{Z}_O = \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|} \quad \vec{X}_O = \frac{\vec{V} \times \vec{Z}_O}{\|\vec{V} \times \vec{Z}_O\|} \quad \vec{Y}_O = \vec{Z}_O \times \vec{X}_O$$

$$R_{\text{ECI}}^O = \begin{bmatrix} \vec{X}_O^T & \vec{Y}_O^T & \vec{Z}_O^T \end{bmatrix}$$

Utilizando esta matriz, en conjunto con el cuaternión inicial estimado, el cual se representa como $R_{\text{ECI}}^{\text{body}}$, se obtiene la matriz de rotación que relaciona el marco de referencia del cuerpo con el orbital, mediante la siguiente relación:

$$R_O^{\text{body}} = (R_{\text{ECI}}^O)^T \cdot R_{\text{ECI}}^{\text{body}}$$

Mediante esta matriz de rotación, la cual puede ser transformada a un cuaternión q_O^{body} , se puede aplicar el control que será analizado en secciones posteriores utilizando una condición inicial en el sistema de referencia adecuado. Para la obtención de los vectores sol y las fuerzas magnéticas en el marco de referencia del cuerpo, se genera el cuaternión entre los marcos de referencia a medida que se estima en el siguiente paso de tiempo. Es relevante reconocer que se utilizan las mismas relaciones de rotación para la obtención de los vectores B_O y $\vec{v}_{\text{sun},O}$ usando los cuaterniones q_{ECI}^O .

$$(q_O^{\text{body}})^{-1} = [-q_0, -q_1, -q_2, q_3]$$

$$B_{\text{body}} = (q_O^{\text{body}})^{-1} \cdot B_O \cdot q_O^{\text{body}}$$

$$\vec{v}_{\text{sun, body}} = (q_O^{\text{body}})^{-1} \cdot \vec{v}_{\text{sun, O}} \cdot q_O^{\text{body}}$$

4.4 Algoritmos de estimación y control satelital

Ya obtenidos los vectores de referencia y de observación, se puede estimar la orientación (cuaterniones) y la velocidad angular del satélite a través del tiempo. Para ello se estima la actitud actual mediante mediciones y métodos matemáticos, para posteriormente definir una acción de control que logrará apuntar hacia la actitud objetivo (sistema de referencia LVLH) utilizando un sistema de control automático.

4.4.1 Conversión representación de rotación y EKF

Para la realización de la suite de simulación, se hace entrega de un cuaternión inicial tanto para el modelo que representa las mediciones llamada 'real' y otra condición inicial 'estimada' para cada paso del EKF. Además, para el análisis de resultados, se utilizan los ángulos de Euler para una mayor comprensión conceptual y física de los cambios de orientación ocurridos en el satélite. En el Anexo D se presentan dichas conversiones matemáticas.

Se utilizó el Filtro de Kalman Extendido (EKF) de forma recursiva para estimar la actitud del satélite, tomando como referencia inicial el estado estimado. Este filtro fue implementado para su uso tanto con los magnetorquers como con las ruedas de reacción, utilizando modelos dinámicos lineales discretos. En cada caso, se ajustaron las matrices de estado A y de control B, mientras que la matriz de salida C se construyó a partir de las mediciones simuladas del magnetómetro y el sensor solar.

En cuanto a la matriz C, dado que depende de las mediciones del magnetómetro, las cuales varían con el tiempo, dicha matriz también cambia a lo largo de la simulación. Al intentar linealizar el control en la siguiente sección, las matrices A y B no varían con el tiempo, pero la matriz de salida sí, lo que dio origen al término "Semiextendido". Para más detalles sobre el diseño del filtro de Kalman "Semiextendido", se puede consultar el Anexo E??????.

4.4.2 Controladores y actuadores

Se ha optado por utilizar el controlador Proporcional-Derivativo (PD) debido a su simplicidad y a su capacidad para orientar el satélite hacia una posición específica. Adicionalmente, se ha simulado el controlador Linear Quadratic Regulator (LQR) para obtener una matriz de ganancia que garantice un control estable en ambos actuadores simulados. Sin embargo, es importante destacar que se logró un control estable únicamente con el controlador PD aplicado al magnetorquer; por lo tanto, el uso de este controlador se presenta solo para este actuador.

Para utilizar un controlador, es fundamental comprender la linealización del sistema, un proceso útil para simplificar modelos no lineales como las Ecuaciones 5 y 7 y facilitar el diseño de estrategias de control. Este proceso se basa en la aproximación de Taylor [41], que consiste en linealizar las ecuaciones alrededor de un punto de equilibrio.

Esto implica calcular las derivadas parciales de las funciones de estado con respecto a las variables de estado y de control. Las matrices resultantes, $A = \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}$ y $B = \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}$, representan la dinámica linealizada del sistema, generando así el modelo espacio estado (EE) mostrado a continuación.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Es importante destacar que la linealización proporciona una descripción local del comportamiento del sistema alrededor del punto de equilibrio, y por lo tanto, la validez de este enfoque depende de la proximidad del estado actual del sistema al punto de equilibrio.

Además, se optan por el magnetorquer[19] y la rueda de reacción[42] como actuadores, debido a la documentación encontrada sobre su utilización y su uso mayoritario en nanosatélites. Para conocer el álgebra y las consideraciones del diseño del control lineal a mayor detalle para cada actuador, se recomienda revisar el Anexo F???????? y G???????? respectivamente.

Magnetorquer

El punto de equilibrio para el caso del modelo dinamico con magnetorquer se muestra a continuación, cuyos valores representan que no existe diferencia de orientación entre los marcos de referencia del cuerpo y orbital, además de lograr que se minimice tanto la acción de control como la velocidad angular [19].

$$q_{co} = [0, 0, 0, 1] \quad u = [0, 0, 0] \quad \omega_{co} = [0, 0, 0]$$

Los torques de control en sus tres componentes se representan en las Ecuaciones 19, 20 y 21.

$$\tau_{x,mt} = \left(\frac{b_x m_z - b_z m_x}{\|b\|} \right) b_z - \left(\frac{b_y m_x - b_x m_y}{\|b\|} \right) b_y \quad (19)$$

$$\tau_{y,mt} = - \left(\frac{b_z m_y - b_y m_z}{\|b\|} \right) b_z + \left(\frac{b_y m_x - b_x m_y}{\|b\|} \right) b_x \quad (20)$$

$$\tau_{z,mt} = \left(\frac{b_z m_y - b_y m_z}{\|b\|} \right) b_y - \left(\frac{b_x m_z - b_z m_x}{\|b\|} \right) b_x \quad (21)$$

Donde b son las fuerzas magnéticas en el marco de referencia del cuerpo y m es el momento dipolar del magnetorquer.

Evaluando los valores deseados de q_{co} y ω_{co} en las matrices A y B mencionadas en el Anexo F, se obtiene:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 6\omega_{(0,o)}^2[I_z - I_y] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6\omega_{(0,o)}^2[I_z - I_x] & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_{(0,o)}(I_x - I_y)}{I_z} - I_z\omega_{(0,o)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_{(0,o)}(I_x - I_z)}{I_y} + I_y\omega_{(0,o)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-b_z^2 - b_y^2}{\|b\|I_x} & \frac{b_x b_y}{\|b\|I_y} & \frac{b_x b_z}{\|b\|I_z} \\ \frac{b_x b_y}{\|b\|I_x} & \frac{-b_z^2 - b_x^2}{\|b\|I_y} & \frac{b_y b_z}{\|b\|I_z} \\ \frac{b_x b_z}{\|b\|I_x} & \frac{b_y b_z}{\|b\|I_y} & \frac{-b_y^2 - b_x^2}{\|b\|I_z} \end{bmatrix}$$

Debido a que aun cuando se implementa una linealización en el equilibrio, las fuerzas magnéticas de la Tierra siguen variando, se debe obtener una matriz de cotrol representativa para su uso en el modelo espacio estado:

$$B = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{B}(t) dt$$

Para el caso del controlador LQR, con las matrices A y B y las matrices Q y R entregadas por el diseñador del control, se logra obtener la matriz de ganancia K y ejercer el control en el modelo dinámico.

Por otro lado, para el controlador PD, se debe representar el modelo espacio estado de la siguiente manera:

$$\dot{x} = \hat{A}x$$

Con:

$$\hat{A} = A + BK$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{p,x} & 0 & 0 & K_{d,x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{p,y} & 0 & 0 & K_{d,y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{p,z} & 0 & 0 & K_{d,z} \end{bmatrix}$$

Las constantes K_p y K_d son las constantes proporcionales y derivativas del controlador, y desempeñan un papel crucial en la determinación de la estabilidad del sistema. Estas constantes

se ajustan de manera que los valores propios de la matriz $A+BK$ sean negativos, lo que garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Los valores propios negativos son indicativos de que el sistema es asintóticamente estable, lo que significa que las respuestas transitorias del sistema convergen hacia el estado de equilibrio deseado sin oscilaciones ni divergencias. En otras palabras, los valores propios negativos aseguran que el sistema retorne a su estado de equilibrio después de cualquier perturbación, lo que es fundamental para el funcionamiento adecuado del sistema de control, con un rendimiento estable y robusto [43].

Ruedas de reacción

El punto de equilibrio para el caso del modelo dinamico con rueda de reacción se muestra a continuación, cuyos valores representan que no existe diferencia de orientación entre los marcos de referencia del cuerpo y orbital, además de lograr que se minimice tanto la acción de control como la velocidad angular del satélite y de cada rueda de reacción simulada (en este caso tres) [42].

$$q_{co} = [0, 0, 0, 1] \quad u = [0, 0, 0] \quad \omega_{co} = [0, 0, 0] \quad \omega_{rw} = [0, 0, 0]$$

Los torques de control son ejercidos por cada rueda de reacción de manera directa, siendo colocados en los tres ejes de referencia del marco de referencia del cuerpo del CubeSat por simplicidad. De esta manera, la rueda modelada en el eje x se representa mediante $\tau_{x,rw}$. Mismo caso para $\tau_{y,rw}$ y $\tau_{z,rw}$

Como se observa para los puntos de equilibrio, en este caso son nuevos estados que se reemplazan en la matriz de estado A y B obtenida en el Anexo G????, generando como resultado las siguientes matrices simplificadas:

$$A_{11} = A_{13} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 6\omega_{0,o}^2 [I_z - I_y] & 0 & 0 \\ 0 & 6\omega_{0,o}^2 [I_z - I_x] + \frac{2\omega_{0,o}^2 (J_x - J_z)}{J_y - I_{s1}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2\omega_{0,o}^2 (J_x - J_y)}{J_z - I_{s2}} \end{bmatrix}$$

$$A_{31} = \begin{bmatrix} 6\omega_{0,o}^2 [I_z - I_y] & 0 & 0 \\ 0 & 6\omega_{0,o}^2 [I_z - I_x] - \frac{2\omega_{0,o}^2 (J_x - J_z)}{J_y - I_{s1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\omega_{0,o}^2 (J_x - J_y)}{J_z - I_{s2}} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = -A_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_{0,o} (J_x - J_z)}{J_y - I_{s1}} + \omega_{0,o} \\ 0 & \frac{\omega_{0,o} (J_x - J_y)}{J_z - I_{s2}} - \omega_{0,o} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{23} = -A_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega_{0,o}I_{s2}}{J_y - I_{s1}} \\ 0 & -\frac{\omega_{0,o}I_{s1}}{J_z - I_{s2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x - I_{s0}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y - I_{s1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z - I_{s2}} \\ \frac{1}{I_{s0}} - \frac{1}{J_x - I_{s0}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{s1}} - \frac{1}{J_y - I_{s1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{s2}} - \frac{1}{J_z - I_{s2}} \end{bmatrix}$$

Una vez obtenidas las matrices A y B, dado que no hay vectores externos que varíen en el tiempo, como ocurre en el caso del magnetorquer, es posible utilizar un controlador LQR para guiar el sistema hacia el punto de equilibrio. Para ello, se debe diseñar el controlador seleccionando adecuadamente las matrices de ponderación Q y R, las cuales permiten ajustar el compromiso entre el rendimiento y el esfuerzo de control.

Es importante señalar que para ambos actuadores, la acción de control u se determina utilizando el vector de estado estimado, lo que permite aplicar torques realistas basados en las estimaciones obtenidas a través del Filtro de Kalman Extendido (EKF). Además, el estado 'real' es aquel que simulará las mediciones de los sensores, mientras que el 'estimado' será el que se utiliza en cada paso de tiempo del EKF.

4.5 Suite de simulación completa

Ya tomadas las decisiones y generados los modelos dinámicos, se hace un resumen de las subsecciones mencionadas anteriormente:

- **Uso del propagador SGP4 para la simulación de la dinámica orbital:** Se eligió este debido a que presenta disponibilidad en el lenguaje de programación Python, además de ser de libre acceso y modela las perturbaciones necesarias en LEO a través del tiempo. Los demás propagadores como FreeFlyer y STK mencionados no son de libre acceso (tienen un alto costo monetario) y pueden no tener una conexión directa con las demás herramientas que se implementaran dentro del diseño del ADCS.
- **Modelos orbitales y sensores por utilizar:** En el caso de los modelos orbitales, se logra implementar los modelos de la fuerza geomagnética y del vector sol con éxito. Debido a ello, se simula el magnetómetro y el sensor de sol, debido a que se obtienen los vectores de observación a través de un cambio en el sistema de referencia de 'cuerpo'

a 'orbital', además de la implementación del ruido característico del componente físico. Finalmente, el giroscopio aporta con la actualización del cambio angular en el CubeSat, obteniendo las velocidades angulares a través del tiempo.

- **Algoritmo de determinación de actitud seleccionado:** Para la estimación inicial se elige un valor cercano a la condición inicial del modelo. Para obtener las estimaciones del estado a través del tiempo, se implementa el uso del metodo recursivo utilizando el filtro de kalman extendido (EKF).
- **Actuadores y controladores por utilizar:** Se simularán magnetorquers y ruedas de reacción para el control de actitud en el simulador, ya que son los más comunes en nanosatélites. En ambos casos, se implementará el controlador Linear Quadratic Regulator (LQR), debido a su capacidad para ejercer un control estable sobre las matrices de estado A y de control B, utilizando matrices de ponderación Q y R adecuadamente diseñadas. Particularmente, para los magnetorquers también se utilizará un controlador Proporcional-Derivativo (PD) junto al LQR. Esto se debe a que la dinámica de actitud del satélite puede representarse mediante un cuaternión (componente proporcional) y la velocidad angular (componente derivativo), lo que es suficiente para orientar el satélite hacia una dirección deseada.

El esquema de la suite de simulación puede verse en la Figura 4.5. En este diagrama, se muestra que el satélite primero debe determinar su posición y velocidad en la órbita. Para lograrlo, el propagador recibe parámetros de entrada como el TLE del satélite, una fecha de simulación y un tiempo de propagación. A continuación, el vector de posición se convierte a coordenadas GPS para calcular la fuerza magnética, mientras que la fecha en formato JD2000, representada en el diagrama como t, se utiliza para determinar el vector solar. Ambos vectores, que están en el sistema de referencia ECI, se rotan al marco de referencia orbital utilizando los vectores de posición r y velocidad v , como se describe en la Sección xxx.

Por otro lado, el vector de estado estimado x_k se utiliza tanto en el controlador como en el filtro de Kalman. En el controlador, se obtiene la matriz de ganancia K, lo que permite determinar la acción de control estimada, que luego es utilizada tanto en el modelo como en el filtro de Kalman.

En el diagrama, los bloques azules representan el flujo de control para las estimaciones, mientras que los bloques rojos corresponden a los vectores de estado reales para simular las mediciones. En ambos casos, los vectores magnético y solar se rotan al sistema de referencia del cuerpo (body frame) para generar las mediciones reales y estimadas del magnetómetro y el sensor solar. Estas mediciones se comparan dentro del filtro de Kalman para obtener el vector de salida. Con esto, se completa un paso de tiempo y el proceso continúa al siguiente.

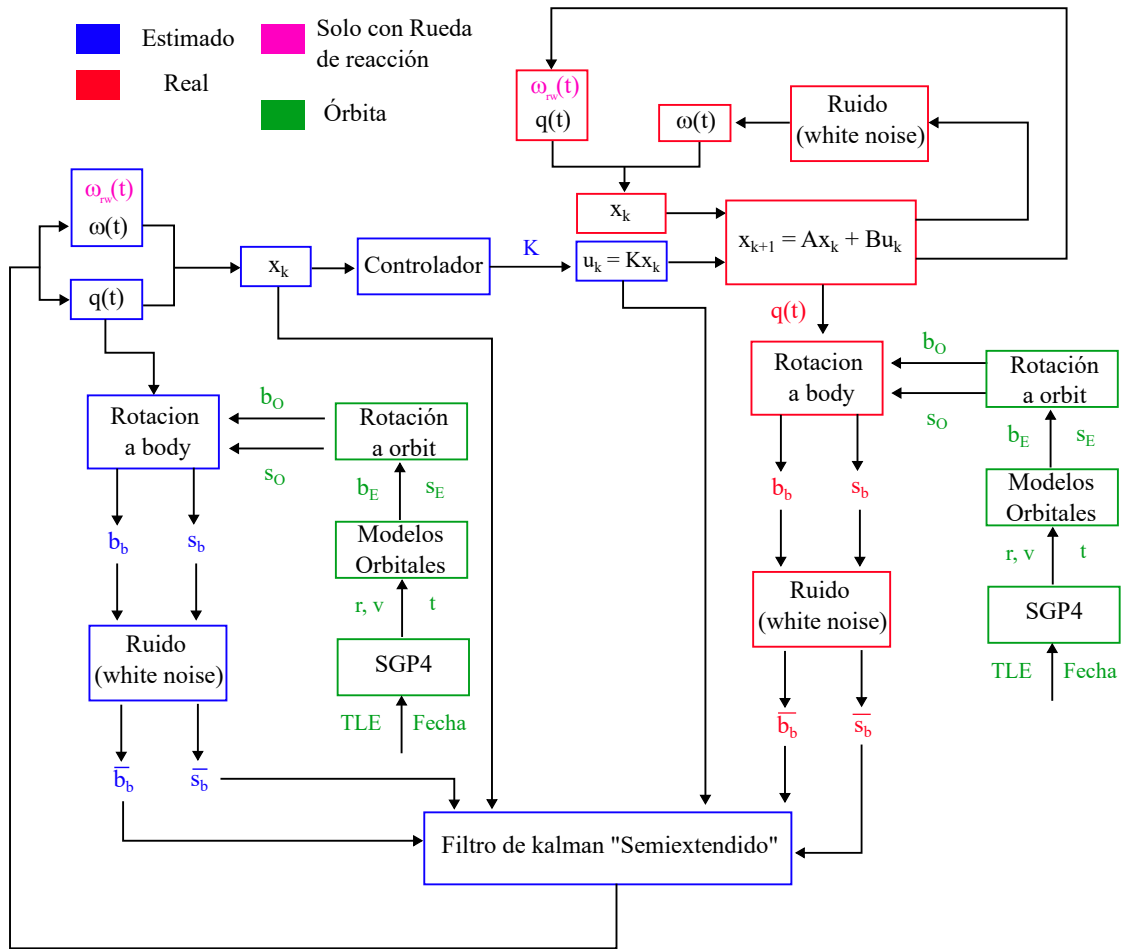


Figura 4.5 Diagrama de la suite de simulación completa (Elaboración propia).

5 Verificación de la suite de simulación

En este capítulo se verán resultados en base a la elección de parámetros y datos de un CubeSat operativo, para obtener los MoP de apuntamiento con sus respectivos costos según los niveles de componentes físicos impuestos dentro de la simulación. Para ello, se define la cuantificación de los MoP de apuntamiento, se entregan los parámetros orbitales y se observan los valores obtenidos.

5.1 Cuantificación de los MoP de apuntamiento

Para lograr una capacidad de apuntamiento óptima, se debe considerar los MoP de apuntamiento. El apuntamiento se define como la capacidad que tiene el CubeSat para orientar la carga útil hacia un objetivo en específico, el cual, para este proyecto, será la tierra al imponer misiones del tipo observación terrestre. Teniendo esto en cuenta, existen índices de rendimiento con los cuales se verifica si este apuntamiento del satélite fue un éxito o un fracaso. Estos fueron revisados y descritos cualitativamente en [7], y debido a una revisión bibliográfica más extensa en libros sobre diseño de ADCS, se corrigieron y se cuantificaron, quedando como se muestra a continuación:

Exactitud de apuntamiento [11, 12]

Es el índice con mayor relevancia dentro de las misiones de observación terrestre y de apuntamiento en general. Se refiere al error absoluto de apuntamiento del satélite, por lo que es la capacidad del CubeSat de mantener y controlar su orientación hacia una sección específica de la Tierra. Esta se mide en termino de grados sexagesimales [$^{\circ}$] o radianes [rad] y se notará dicho valor como la resta entre la orientación deseada del CubeSat y la posición obtenida mediante el ADCS, sabiendo que existen posibles errores de determinación de actitud o de actuadores que no puedan ejercer el torque requerido.

Jitter [11, 14, 15]

El Jitter en la línea de visión (LoS, por sus siglas en inglés) de la nave espacial se define como las vibraciones mecánicas sinusoidales de pequeña amplitud que ocurren debido a las interacciones dinámicas causadas por dispositivos mecánicos vibratorios montados en la nave espacial o dentro del instrumento (s) de carga útil y que aparecen a frecuencias en o por encima del ancho de banda del Attitude Control System (ACS) del satélite, desde unos pocos Hz hasta cientos de Hz, y que perturban indeseablemente el apuntamiento de la línea de visión de la carga útil. Para visualizar este problema, se debe revisar si existen en las sinusoidales alrededor del eje de equilibrio a controlar en los ángulos de Euler, leves perturbaciones asemejadas al ruido, que representan la inestabilidad del satélite al tomar diferentes orientaciones pequeñas en bajos periodos de tiempo, que hacen que la cámara sea vea “empañada”. Para representar dicho problema, se considera la densidad espectral de potencia como una medida de cuantificación del jitter, el cual se obtendrá una vez fijado un filtro pasa alto de hasta una frecuencia adecuada (generalmente 10 [Hz]) aplicada a la respuesta obtenida. Se observará un alto nivel de jitter si existe un valor de la densidad espectral de potencia mayor, al consumir más energía en dicho rango de frecuencias.

Agilidad [11, 16]

Se refiere a lograr una maniobra de actitud mínima, el cual es una combinación de apuntar al objetivo (sección de la Tierra) en el menor tiempo posible a través de una maniobra de giro. En otras palabras, se busca que el CubeSat intercepte al objetivo lo más rápido posible y mantenga la orientación en una exactitud de apuntamiento aceptable dentro de los requerimientos. Para cuantificar este índice, se hará uso del parámetro del tiempo de asentamiento (Settling Time), el cual especifica el tiempo permitido para recuperarse de maniobras o perturbaciones. Si existe un tiempo de asentamiento menor en alguna comparación de dos ADCS, sería más ágil aquel que presente un menor tiempo de asentamiento, comparándolo a través de una gráfica de velocidad angular respecto al tiempo, asumiendo una banda de asentamiento adecuada.

Drift [11]

Se refiere a cuánto puede desviarse un vehículo con el tiempo. Este parámetro es crucial cuando se necesita mantener una dirección específica y se deben hacer correcciones solo ocasionalmente para evitar que el vehículo se desvíe significativamente de su curso deseado. Representado mediante ángulos por hora $[\text{°}/\text{hr}]$

Para el caso de este análisis de la suite de simulación, se consideraron solo las tres primeras. El Drift solo se menciona, pero no se cuantifica en este trabajo.

5.2 Condiciones y parámetros de simulación

Para obtener resultados de rendimiento, se utilizaron los datos de TLE del SUCHAI-3 con fecha de inicio del 01 de noviembre del 2023, que son las mismas condiciones iniciales utilizadas en el Capítulo 4 para visualizar el SGP4 y los modelos orbitales en ECI (IGRF y vector sol). Se debe tener en cuenta que estas condiciones, en conjunto con otros parámetros son dados para todos los niveles de sensores y actuadores impuestos dentro de la suite de simulación, y sirven para tener un parámetro comparativo entre los componentes físicos del ADCS.

En la Tabla 5.1 se muestran los valores de los parámetros recién mencionados utilizados en la simulación, que son basados en literatura [19, 42, 44] o por elaboración propia. Cabe mencionar que q_i y ω_i representan la orientación y velocidad angular inicial real.

Tabla 5.1 Parámetros del sistema

Parámetro	Valor
$[I_x, I_y, I_z] [kg \cdot m^2]$	[0.037, 0.036, 0.036]
$[I_{s0}, I_{s1}, I_{s2}] [kg \cdot m^2]$	[0.005, 0.005, 0.004]
$[b_0, b_1, b_2] [m]$	[0.05, 0.05, 0.015]
$\omega_{0,0} [rad/s]$	0.00163
$T_{\text{prop}} [s]$	345718 [s] (60 órbitas)
$q_i [-]$	[0.0789, 0.0941, 0.0789, 0.9893]
$\omega_i [rad/s]$	[0.0001, 0.0001, 0.0001]
$[\omega_{s0}, \omega_{s1}, \omega_{s2}] [rad/s]$	[0.00001, 0.00001, 0.00001]
$P_{i,MT}$	diag(0.25, 0.25, 0.25, 0.01, 0.01, 0.01)
$P_{i,RW}$	diag($P_{i,MT}$, 0.001, 0.001, 0.001)

Además, con el objetivo de visualizar en el simulador el rendimiento de apuntamiento y su

costo asociado, se decide agrupar los componentes físico en niveles según el COTS disponible en CubeSat [45]. Esto se hace debido a que existen una variedad considerable de componentes capaces de ser usado en este tipo de nanosatélites, al ser de poco costo tanto energético como monetario. Caracterizar todos estos se escapa de los objetivos del trabajo, ya que su consideración genera un análisis extenso e innecesario respecto a la obtención de los costos en base a los SE envelopes. Por ello, se presenta en la Tabla 5.2 los componentes COTS seleccionados en conjunto con su proveedor para analizar tanto el rendimiento (MoP de apuntamiento) como el costo utilizado por cada uno de ellos. Mas detalles de cada uno de los sensores y actuadores elegidos en el Anexo C????.

Tabla 5.2 Componentes clasificados por nivel de rendimiento

Componente	Nivel bajo	Nivel medio	Nivel alto
Giroscopio	CRH03 - 200 (Silicon Sensing Systems)	CRH03 - 010 (Silicon Sensing Systems)	NSGY-001 (NewSpace Systems)
Magnetómetro	Fluxgate Magnetometer FGM-A-75 (ZARM Technik)	MM200-1 (AAC Clyde Space)	MM200-2 (AAC Clyde Space)
Sun Sensor	CSS-01, CSS-02 (Space Micro)	MSS-01 (Space Micro)	FSS (Bradford Space)
Magnetorquer	MT0.5-1 (ZARM Technik)	NCTR-M012 (NewSpace Systems)	MT15-1 (ZARM Technik)
Rueda de reacción	RWP500 (Blue Canyon Technologies)	RW1 (Blue Canyon Technologies)	RW4 (Blue Canyon Technologies)

Es relevante mencionar que en el Anexo H??? se muestra un ejemplo a detalle sobre la obtención de los MoP de apuntamiento, siendo estos los pasos a seguir para los casos de estudio que se mencionarán en las siguientes secciones.

5.3 Resultados suite de simulación

En esta sección se presentarán análisis respecto a los resultados obtenidos utilizando los parámetros de la sección anterior. Se compararan los diferentes niveles de sensores y actuadores, los tipos de actuadores y los controladores utilizados para conocer la performance y costo de cada caso.

5.3.1 Resultados tipos de actuadores

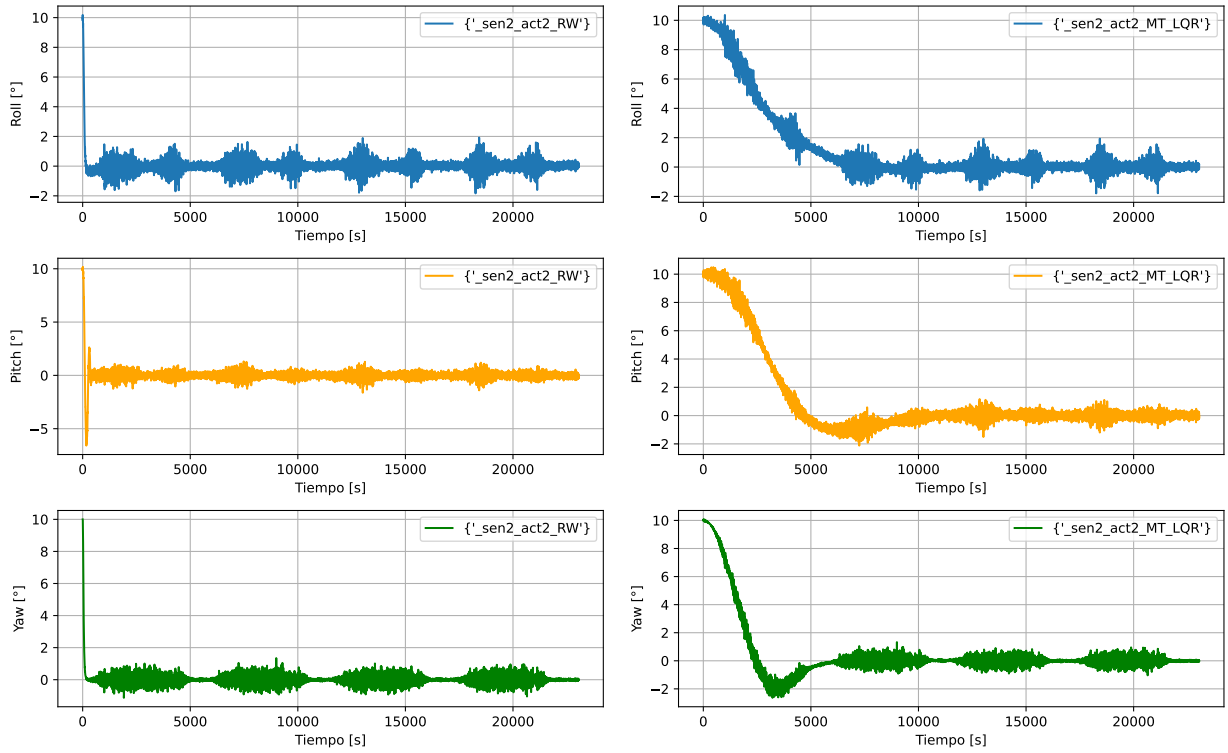


Figura 5.1 Ángulos de Euler LVLH y body para dos actuadores distintos (Elaboración propia).

Tabla 5.3 Rendimiento y costo para rueda de reaccion y magnetorquer en mismas condiciones

Tipo de actuador	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
Rueda de reacción	9	0.95	0.94	0.16	228
Magnetorquer	0.8	0.053	1.71	0.42	3933

5.3.2 Resultados de los controladores

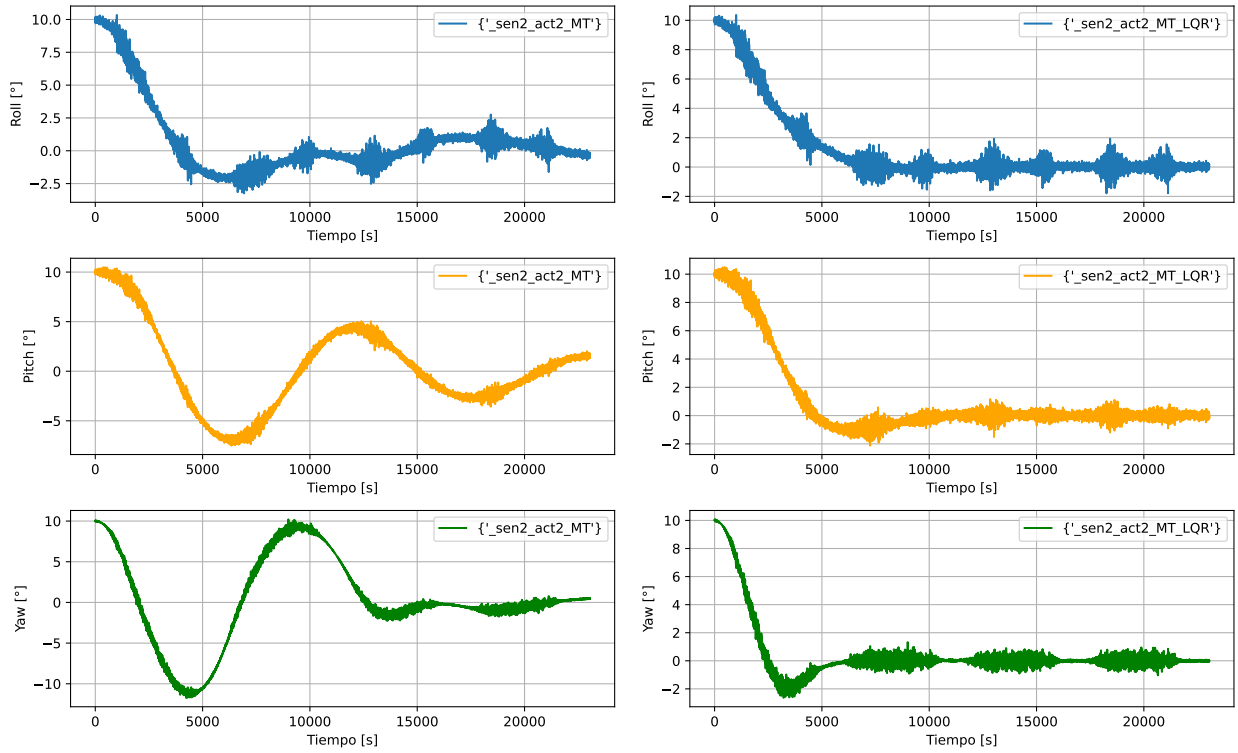


Figura 5.2 Ángulos de Euler LVLH y body para dos controladores distintos (Elaboración propia).

Tabla 5.4 Rendimiento y costo para controlador PD y LQR en mismas condiciones

Controlador	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
PD	0.8	0.053	2.46	0.43	14040
LQR	0.8	0.053	1.71	0.43	3933

5.3.3 Resultados niveles de sensores

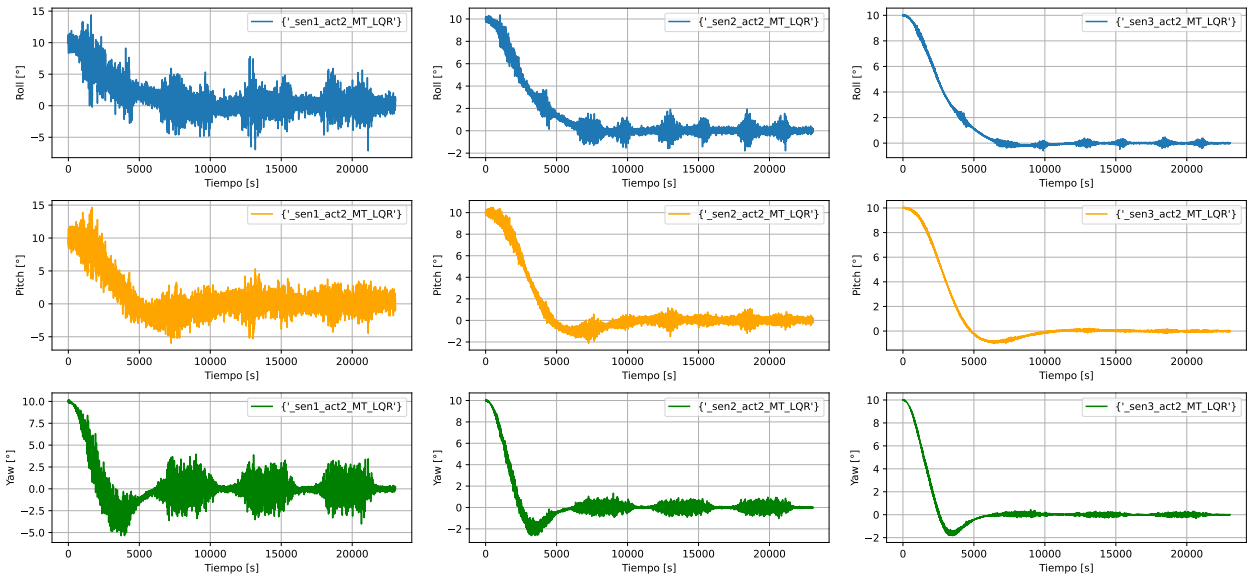


Figura 5.3 Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de sensor distintos con magnetorquer (Elaboración propia).

Tabla 5.5 Rendimiento y costo para niveles de sensor con nivel 2 de magnetorquer y LQR

Nivel de sensor	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
Nivel 1	0.15	0.067	3.72	2.92	4081
Nivel 2	0.3	0.181	1.71	0.43	3933
Nivel 3	0.75	0.530	1.5	0.43	3957

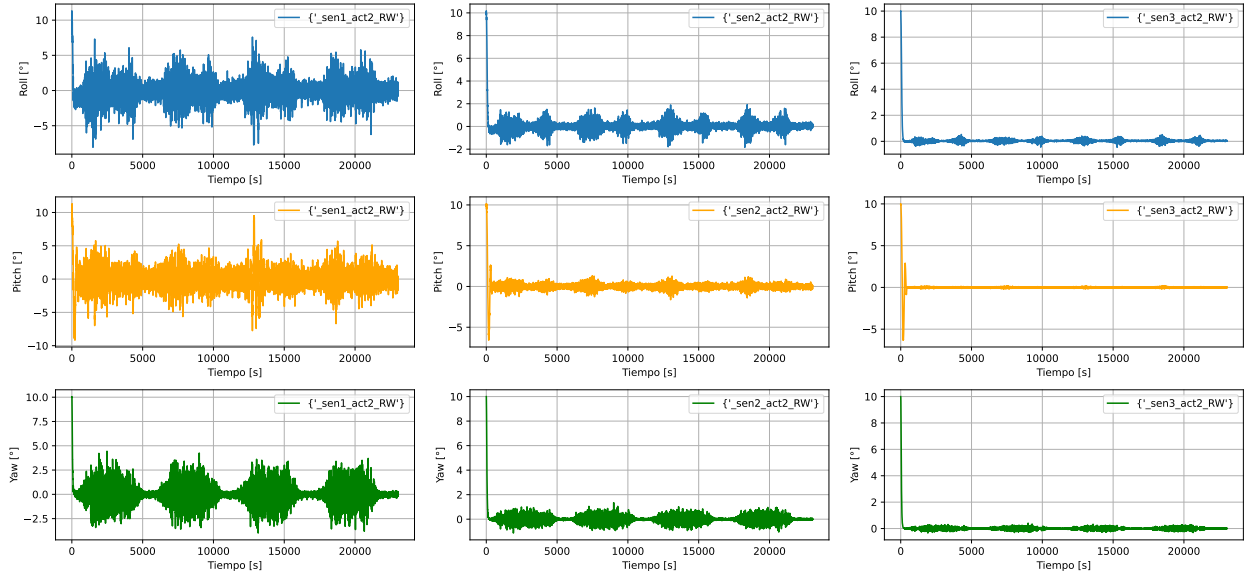


Figura 5.4 Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de sensor distintos con rueda de reacción (Elaboración propia).

Tabla 5.6 Rendimiento y costo para niveles de sensor con nivel 2 de rueda de reacción y LQR

Nivel de sensor	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
Nivel 1	0.15	0.067	3.76	3.28	230
Nivel 2	0.3	0.181	0.93	0.16	228
Nivel 3	0.75	0.530	0.52	0.02	229

5.3.4 Resultados niveles de actuadores

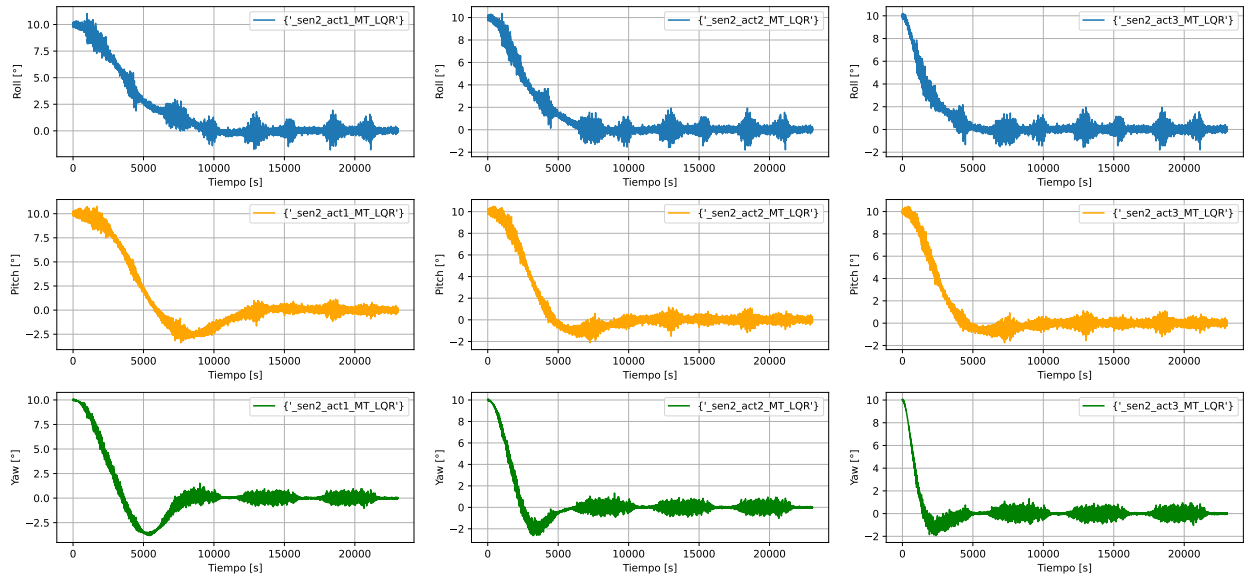


Figura 5.5 Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de magnetorquer distintos con sensores nivel 2 (Elaboración propia).

Tabla 5.7 Rendimiento y costo para niveles de magnetorquer con nivel 2 de sensor y LQR

Nivel de actuador	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
Nivel 1	0.275	0.03	3.09	0.41	5821
Nivel 2	0.8	0.053	1.71	0.43	3933
Nivel 3	1.11	0.43	1.83	0.49	2692

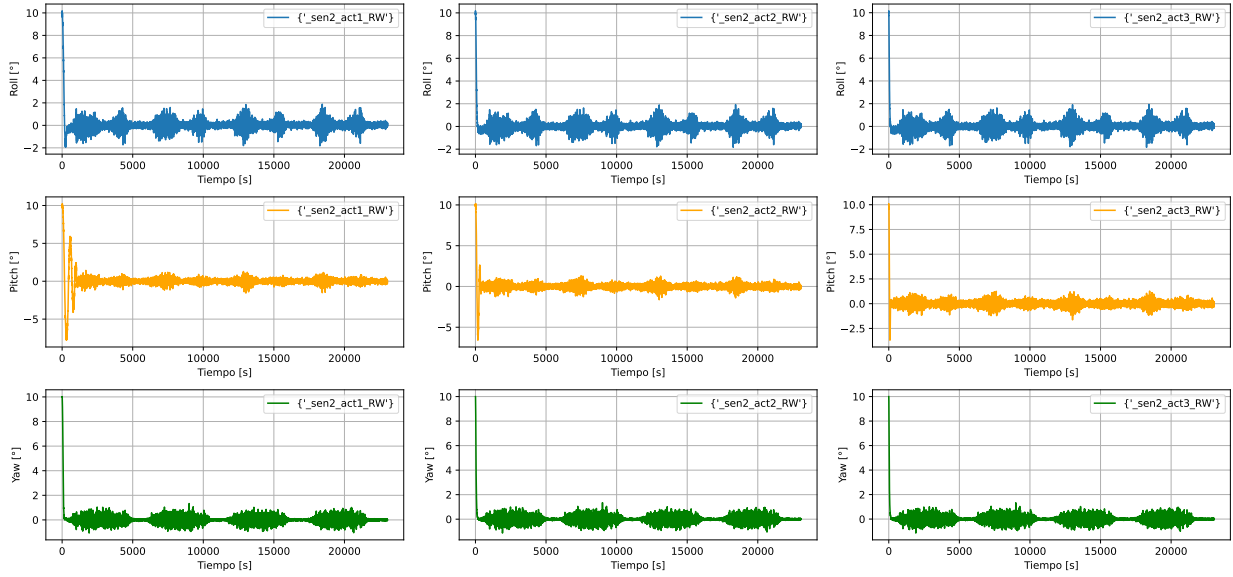


Figura 5.6 Ángulos de Euler LVLH y body para niveles de rueda de reacción distintos con sensores nivel 2 (Elaboración propia).

Tabla 5.8 Rendimiento y costo para niveles de rueda de reacción con nivel 2 de sensor y LQR

Nivel de sensor	Potencia máxima [W]	Masa [kg]	Accuracy [°]	Jitter [W/Hz]	Agilidad [s]
Nivel 1	6	0.75	1.18	0.36	628
Nivel 2	9	0.95	0.93	0.16	228
Nivel 3	10	3.2	0.95	0.15	63

5.4 Resumen sobre rendimiento vs costo

6 Aplicación y validacion de optimización en Python

dasda

7 Conclusiones

Escribir las conclusiones de una memoria o tesis implica sintetizar los hallazgos, reflexionar sobre las implicaciones y sugerir direcciones para investigaciones futuras. Es crucial encapsular de manera breve la esencia de la investigación, demostrando cómo aborda los objetivos y contribuye al campo más amplio.

Se comienza resumiendo de manera breve los hallazgos más significativos de la investigación. Se destaca cómo estos resultados responden a la pregunta de investigación o abordan la declaración del problema, vinculándolos directamente con los objetivos. Esta recapitulación debe ser clara y concisa, enfatizando las contribuciones del estudio.

Luego, se elabora respecto de las implicaciones de los hallazgos para el estado del arte o investigaciones futuras. Esto involucra interpretar la significancia de los resultados en un contexto más amplio, mostrando su relevancia y potencial impacto. Se puede resaltar cualquier nueva perspectiva, teoría o modelo que la investigación haya introducido o apoyado.

Además, se discute de manera transparente las limitaciones del estudio, incluyendo cualquier restricción que pueda influir en la generalización o aplicabilidad de los hallazgos. Esta honestidad aumenta la credibilidad de la investigación y ayuda a enmarcar el contexto en el que tus conclusiones deben ser interpretadas.

Se puede incluir propuestas para investigaciones futuras que se deriven de los hallazgos, preguntas sin respuesta o limitaciones. Esto no solo demuestra la naturaleza evolutiva de la investigación sino que también alienta a otros a construir sobre el trabajo realizado, indicando caminos potenciales para exploraciones adicionales.

Referencias

- [1] nanosats.eu, “Nanosats database,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [2] H. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Elsevier, 2014.
- [3] J. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, vol. 73. Springer Netherlands, 1978.
- [4] AcademiaLab, “Elementos orbitales.” Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [5] H. Schaub and J. L. Junkins, “Analytical mechanics of space systems,” 2003.
- [6] F. L. Markley and J. L. Crassidis, *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. Springer New York, 2014.
- [7] M. Tacul, “Identificación y caracterización de índices de performance en el apuntamiento de payload en cubesats,” 2023. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [8] SatCatalog, “Cubesat launch costs,” 2022. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [9] nanosats.eu, “Cubesat costs,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [10] D. Odonohue, “Optical satellites,” 2024. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [11] J. Wertz and W. Larson, *Space mission analysis and design*. Space technology Series, 1999.
- [12] J. P. Mason, M. Baumgart, B. Rogler, C. Downs, M. Williams, T. N. Woods, S. Palo, P. C. Chamberlin, S. Solomon, A. Jones, X. Li, R. Kohnert, and A. Caspi, “Minxss-1 cubesat on-orbit pointing and power performance: The first flight of the blue canyon technologies xact 3-axis attitude determination and control system,” *Journal of Small Satellite Missions*, vol. 10, no. 3, pp. 651–662, 2017.
- [13] S.-G. Kim and J.-S. Chae, “Attitude control system performance estimation for next generation small satellite 1,” *World Congress on Aeronautics, Nano, Bio, Robotics and Energy (ANBRE15)*, vol. 1, p. Incheon, August 2015.
- [14] Z. Ye, Y. Xu, S. Zheng, X. Tong, X. Xu, S. Liu, H. Xie, S. Liu, C. Wei, and U. Stilla, “Resolving time-varying attitude jitter of an optical remote sensing satellite based on a time-frequency analysis,” *Optics Express*, vol. 28, p. 15805, May 2020.
- [15] C. Dennehy and O. S. Alvarez-Salazar, “A survey of the spacecraft line-of-sight jitter problem,” *NASA Technical Reports*, 2020.
- [16] G. Lavezzi, M. E. Grottey, and M. Ciarcia, “Attitude control strategies for an imaging cubesat,” *2019 IEEE International Conference on Electro Information Technology (EIT)*, vol. 1, pp. 149–155, May 2019.
- [17] R. Votel and D. Sinclair, “Comparison of control moment gyros and reaction wheels for small earth-observing satellites,” in *Conference on Small Satellites*, 2012.
- [18] E. P. Babcock, E. P. Babcock, and T. Bretl, “Cubesat attitude determination via kalman filtering of magnetometer and solar cell data,” in *25 th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2011.

- [19] D. Torczynski, R. Amini, and P. Massioni, “Magnetorquer based attitude control for a nanosatellite testplatform,” in *AIAA Infotech@Aerospace 2010*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 4 2010.
- [20] D. M. Vélez, E. I. Dawson, and N. E. Nassiff, “Attitude determination and control subsystem design for a cubesat,” 2012.
- [21] A. Annenkova, S. Biktimirov, K. Latyshev, A. Mahfouz, P. Mukhachev, and D. Pritykin, “Cubesat adcs model for preliminary design procedures within a concurrent design approach,” 2019.
- [22] A. Rassõlkin, T. Vaimann, P. Org, A. Leibak, R. Gordon, and E. Priidel, “Adcs development for student cubesat satellites – taltech case study,” *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, vol. 70, p. 268, 2021.
- [23] P. S. System, “Spacecraft control toolbox,” 2017. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [24] Mathworks, “Model and simulate cubesats,” 2023. Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [25] Valispace, “Fan tutorials.” Accedido el: 16 de septiembre de 2024.
- [26] U. of Colorado, L. for Atmospheric, and S. Physics, “Basilisk,” 2024. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [27] A. Chaves, “On the coupling of orbit and attitude determination of satellite formations from atmospheric drag,” 2020.
- [28] J. Sellers, *Understanding Space: An Introduction to Astronautics*. Space technology series, McGraw-Hill, 2000.
- [29] T. Kuwahara, “Introduction to cubesat attitude control system,” 2021. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [30] R. Tedrake, “Linear quadratic regulators,” 2024. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [31] D. Kirk, *Optimal Control Theory: An Introduction*. Dover Books on Electrical Engineering Series, Dover Publications, 2004.
- [32] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, S. J. van der Walt, M. Brett, J. Wilson, K. J. Millman, N. Mayorov, A. R. J. Nelson, E. Jones, R. Kern, E. Larson, C. J. Carey, Í. Polat, Y. Feng, E. W. Moore, J. VanderPlas, D. Laxalde, J. Perktold, R. Cimrman, I. Henriksen, E. A. Quintero, C. R. Harris, A. M. Archibald, A. H. Ribeiro, F. Pedregosa, P. van Mulbregt, and S. . Contributors, “SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python,” *Nature Methods*, vol. 17, pp. 261–272, 2020.
- [33] M. L. Bynum, G. A. Hackebeil, W. E. Hart, C. D. Laird, B. L. Nicholson, J. D. Siirola, J.-P. Watson, and D. L. Woodruff, *Pyomo–optimization modeling in python*, vol. 67. Springer Science & Business Media, third ed., 2021.
- [34] W. E. Hart, J.-P. Watson, and D. L. Woodruff, “Pyomo: modeling and solving mathematical programs in python,” *Mathematical Programming Computation*, vol. 3, no. 3, pp. 219–260, 2011.

- [35] Ansys, “Systems tool kit,” 2024. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [36] Valispace, “Valispace,” 2024. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [37] D. Vallado and P. Crawford, “Sgp4 orbit determination,” 08 2008.
- [38] a.i solutions, “Freeflyer software,” 2023. Accedido el: 17 de septiembre de 2024.
- [39] P. Alken, E. Thébault, C. D. Beggan, H. Amit, J. Aubert, J. Baerenzung, T. N. Bondar, W. J. Brown, S. Califf, A. Chambodut, A. Chulliat, G. A. Cox, C. C. Finlay, A. Fournier, N. Gillet, A. Grayver, M. D. Hammer, M. Holschneider, L. Huder, G. Hulot, T. Jager, C. Kloss, M. Korte, W. Kuang, A. Kuvshinov, B. Langlais, J.-M. Léger, V. Lesur, P. W. Livermore, F. J. Lowes, S. Macmillan, W. Magnes, M. Manda, S. Marsal, J. Matzka, M. C. Metman, T. Minami, A. Morschhauser, J. E. Mound, M. Nair, S. Nakano, N. Olsen, F. J. Pavón-Carrasco, V. G. Petrov, G. Ropp, M. Rother, T. J. Sabaka, S. Sanchez, D. Saturnino, N. R. Schnepf, X. Shen, C. Stolle, A. Tangborn, L. Tøffner-Clausen, H. Toh, J. M. Torta, J. Varner, F. Vervelidou, P. Vigneron, I. Wardinski, J. Wicht, A. Woods, Y. Yang, Z. Zeren, and B. Zhou, “International geomagnetic reference field: the thirteenth generation,” *Earth, Planets and Space*, vol. 73, p. 49, 12 2021.
- [40] N. C. for Enviromental Information, “International geomagnetic reference field (igrf),” 2021. Accedido el: 18 de septiembre de 2024.
- [41] J. Stewart, *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning, 8 ed., 2015.
- [42] R. Bauer, “Attitude dynamics model of a cubesat with reaction wheels for an extended kalman filter,” in *Progress in Canadian Mechanical Engineering. Volume 4*, University of Prince Edward Island. Robertson Library, 6 2021.
- [43] A. Bacciotti, “Stability and control of linear systems,” 2019.
- [44] P. Baranwal, K. Batta, and T. Kaushik, “Comparative study of classical and fuzzy pid attitude control system with extended kalman filter feedback for nanosatellites,” 10 2018.
- [45] NASA, “State of the art of small spacecraft technology,” 2023.

A Planos de fabricación

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

B Código en Python

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.