Um nicht jedes mal die MOK aus omegaAnalyse zu lesen, wurden die MOK in der Form, die sich meinem Gefühl nach systematisch durch alle Ausdrücke bis auf omega[16] durchzieht, als Tabelle gespeichert. Auch I, das in *Mathematica* eindeutig ist, wurde durch das doppeldeutige wurzel[-1] ersetzt. Sollte das Auftauchen von I im MOK gestattet sein, bedeutet das für recht viele n, daß im MOK die Anzahl von wurzel um 1 reduziert werden kann und mithin auch das Auftauchen von Doppellösungen (zwei Deutungen mit gleicher Lösung) verhindert werden kann.

Bis omega[15] tauchte wurzel MOK entweder EulerPhi[n] mal oder EulerPhi[n]/2 mal auf (bei Primzahlen n war es der höhere Wert). Wir sollten omega[16], das sich diesem Muster widersetzt, noch einmal ins Visier nehmen; ich gehe davon aus, daß es noch optimiert werden kann, denn in seiner gegenwärtigen Formulierung sehe ich keinen Weg, nach o.g. Methode da Auftauchen von Doppellösungen zu verhindern.
Die Beobachtung der Anzahlen von wurzel ist wenig ermutigend, denn denn während omega[15] noch mit 8maligem Auftauchen von wurzel auskommt, müßte demnach selbst bei optimal formuliertem MOK für omega[17] mit 16maligem Auftauchen von wurzel zu rechnen sein.
Das Hauptproblem ist wohl weniger die Bildung des Radikals, die aus Timms Ausdruck schon gelingen dürfte, als vielmehr die explosiv steigende Zahl an Deutungen, unter denen die 16 Lösungen zu finden sind. Jede dieser Deutungen ist ein so komplizierter Ausdruck wie Timms Output, und selbst bei optimalem MOK würden die 2^16 = 65536 Deutungen auch den Arbeitsspeicher modernster Rechner in die Knie zwingen; zudem hieße bei unoptimiertem MOK jedes überflüssige Auftauchen von wurzel, daß der Arbeitspeicher hierfür verdoppelt werden müßte, um die Deutungen zu erhalten! Wie könnte unter diesen Umständen bewiesen werden, daß ein gegebenes Radikal alle Lösungen produziert?

Wie dem auch sei, jetzt sind wir durch omega[15] ermutigt und wagen anhand von Timms Ausdruck einen Angriff auf omega[17].
Zusätzlich zu den darin gelieferten Konjugierten kann man ComplexExpand über die trigonometrisch formulierten Real- und Imaginärteile anwenden und mit den erhaltenen Radikalen auch den zweiten Weg zum MOK öffnen.

Replace$\left[\dfrac{1}{4\sqrt{\dfrac{2}{15+\sqrt{17}-\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}+\sqrt{2\left(34+6\sqrt{17}+\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}-\sqrt{34\left(17-\sqrt{17}\right)}+8\sqrt{2\left(17+\sqrt{17}\right)}\right)}}}}\right.,$

Power[r_, Rational[1, 2]] :> wurzel[r], {0, Infinity}]

```
1^2 / (4 √2 √(1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[2 (17 - wurzel[17])] +
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[2 (17 - wurzel[17])] -
            wurzel[34 (17 - wurzel[17])] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])))
```

Merkwürdigerweise ist hier der Versuch, die Wurzeln im Zähler zu bringen, kontraproduktiv. Auch wenn wir vorher manuell ein wenig vereinfachen, kommen dabei Alpträume heraus. Und wenn wir nicht vereinfachen, schafft Mathematica diesen Vorgang überhaupt nicht mehr und bringt Root-Ausdrücke

```
FullSimplify[%]
```

```
1^2 / (4 √2 √(1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
            wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])))
```

$$\text{Replace}\Big[\frac{1}{4}\sqrt{\left(8-\sqrt{\left(2\left(15+\sqrt{17}+\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}-\sqrt{2\left(34+6\sqrt{17}-\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}+\sqrt{34\left(17-\sqrt{17}\right)}-8\sqrt{2\left(17+\sqrt{17}\right)}\right)}\right)\right)}\right)},$$

```
 Power[r_, Rational[1, 2]] :> wurzel[r], {0, Infinity}]
```

```
1/4 wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[2 (17 - wurzel[17])] -
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[2 (17 - wurzel[17])] +
            wurzel[34 (17 - wurzel[17])] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])]]
```

```
FullSimplify[%]
```

```
1/4 wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] -
            wurzel[34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])]]
```

```
%% + wurzel[-1] * %
```

```
1^2 / (4 √2 √(1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
          wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
              wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])]))) +
  1/4 wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] -
            wurzel[34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])]]
```

Hier tauchen schon wieder Sqrt-Ausdrücke auf, die wir vorhin loswerden wollten. Sie verschwinden zwar nicht mit FullSimplify...

```
FullSimplify[%]
```

```
1
─
8
 ((√2) / (√ (1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] -
                    wurzel[578 - 34 wurzel[17]] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
                    8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])])))) +
    2 wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
              wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] -
                    wurzel[34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])])])
```

... aber wir können die manuell loswerden. Wir machen das schrittweise und verändern nur die obere Wurzel, um dann beide Summanden durch Bringen auf den Hauptnenner zu vereinfachen und damit die Wurzeln doch noch möglichst in den Zähler zu bringen:

```
1
─ (wurzel[2] / (√ (1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
8
              wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
                    wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])])))) +
    2 wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
              wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] -
                    wurzel[34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])])])
```

```
bislang = Together[%]
```

```
(1 (wurzel[2] + 1 / 1 × 2 √ (1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
                  wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
                        wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])]))
          wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
                  wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] -
                        wurzel[34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])])]))) /
  (8 √ (1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + wurzel[
            2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
                  wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])])))
```

Hier egibt sich die Frage, ob dieser Ausdruck einfacher ist: die Wurzeln sind zumeist aus dem Nenner, dafür aber taucht eine achte Wurzel auf... Da omega[17] bewiesenermaßen mit Quadratwurzeln auskommt, könnten wir dies als wurzel[wurzel[wurzel[...]]] auszudrücken, und angesichts dessen, daß dann wurzel 41 mal (!) auftaucht, hätte dieser zweite Ausdruck, nennen wir ihn form2, keine Chance, mit heutiger Hardware gedeutet zu werden:

```
form2 =
  (wurzel[2] + 2 wurzel[-1] × wurzel[1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + wurzel[
              2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
                    wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])])] ×
        wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
                wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] - wurzel[
                      34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])])]) /
   wurzel[wurzel[wurzel[1 / (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
            wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
                  wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])]])])]]]
```

Auch wenn hiermit wohl zum ersten Mal menschliche Augen ein MOK für omega[17] sehen, sollte dieses angesichts der vorhandenen besseren Form gleich wieder auf den Schrotthaufen unoptimaler Mathelösungen, der im Laufe der Geschichte der Mathematik angewachsen ist.
Kehren wir zur vorigen Form, form1 zurück

```
form1 =
 1/8 (wurzel[2] / wurzel[1/ (15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + wurzel[2 (34 +
          6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
          8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])] +
   2 wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] - wurzel[
             34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])]])
```

Verlockend wäre es natürlich, im ersten Summand innerhalb der ersten Klammer wurzel[1] = 1 zu setzen und den gesamten Bruch zu bilden, indem man Zähhler mit dem Kehrwert des Nenners multipliziert. Dann entsteht untenstehender Ausdruck, wobei aber wurzel[1] auch die Deutung -1 haben könnte und evt. Lösungen verlorengehen:

```
form1UnzulaessigVereinfacht =
 1/8 (wurzel[2] × wurzel[15 + wurzel[17] - wurzel[34 - 2 wurzel[17]] +
      wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] - wurzel[578 - 34 wurzel[17]] +
          wurzel[34 - 2 wurzel[17]] + 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])]] +
   2 wurzel[-1] × wurzel[8 - wurzel[2 (15 + wurzel[17] + wurzel[34 - 2 wurzel[17]] -
        wurzel[2 (34 + 6 wurzel[17] + wurzel[578 - 34 wurzel[17]] - wurzel[
             34 - 2 wurzel[17]] - 8 wurzel[2 (17 + wurzel[17])])])]])
```

Damit bleiben wir auf form1 sitzen mit dem besten MOK für omega[17], den wir bisher haben.
Auch hier taucht wurzel noch 27 mal auf. daher ist zu vermuten, daß sich dieses MOK doch weiter optimieren lassen sollte. Wir bauen es in unsere Tabelle in der 17ten Position ein:

```
erste20MOK = {{}, {}, -1/2 + wurzel[-3]/2, wurzel[-1],
   -1/4 + wurzel[5]/4 + wurzel[-1]/2 wurzel[1/2 (5 + wurzel[5])], 1/2 + wurzel[-3]/2, {},
   wurzel[-2]/2 + wurzel[2]/2, {}, 1/4 + wurzel[5]/4 + wurzel[-1]/2 wurzel[1/2 (5 + wurzel[5])],
   {}, wurzel[-1]/2 + wurzel[3]/2, {}, {}, 1/8 + wurzel[-3]/8 + wurzel[5]/8 + wurzel[-15]/8 +
    wurzel[-1]/4 wurzel[1/2 (5 + wurzel[5])] + 1/4 wurzel[3/2 (5 + wurzel[5])],
   1/2 wurzel[2 + wurzel[2]] + wurzel[-1]/2 wurzel[2 + wurzel[2]], form1,
   {}, {}, wurzel[-1]/4 + wurzel[-5]/4 + 1/2 wurzel[1/2 (5 + wurzel[5])]};
```

```
MOKTabelle[n_] := Module[{allelsg, MOK, anzwurzeln,
    tabelleAllerMoeglichenDeutungen , SD, SDSplit, akt, akt2, mem},
   Print["ϕ = ", EulerPhi[n]];
   Print["Zerlegung von x^n-1 : ", Factor[x^n - 1]];
   Print["Davon das zyklotomische Polynom : ", Cyclotomic[n, x]];
   Print[ToRadicals[Cos[2 Pi / n]]];
   Print[MinimalPolynomial[Cos[2 Pi / n]] [x]];
   Print[ToRadicals[Sin[2 Pi / n]]];
   Print[MinimalPolynomial[Sin[2 Pi / n]] [x]];
   allelsg = Sort[Map[Last, Flatten[NSolve[Cyclotomic[n, x] == 0, x]]]];
   Print["Alle primitiven Lösungen : "];
   Print[allelsg];
   Print[];
   MOK = erste20MOK[[n]];
   anzwurzeln = Count[MOK, wurzel[_], {0, Infinity}];
   tabelleAllerMoeglichenDeutungen = Tuples[{"+", "-"}, anzwurzeln];
   SD = " " <> ToString[MOK, InputForm] <> " ";
   Print["Mehrdeutiges Radikal : ", SD];
   Print["Anzahl enthaltener Wurzeln : ", anzwurzeln];
   Print[];
   SDSplit = StringSplit[SD, "wurzel"];
   Do[akt = tabelleAllerMoeglichenDeutungen[[t]];
    akt2 =  akt  /. {"+" :→ "Sqrt", "-" :→ "-Sqrt"};
    akt2 = Flatten[
      Append[Table[{SDSplit[[j]], akt2[[j]]}, {j, 1, anzwurzeln}], Last[SDSplit]]];
    akt2 = StringJoin[akt2];
    akt2 = ToExpression[akt2];
    akt2 = N[akt2];
    mem = False;
    Do[If[(Abs[Re[akt2] - Re[allelsg[[j]]] ] < 0.0001) &&
       (Abs[Im[akt2] - Im[allelsg[[j]]] ] < 0.0001),
      mem = j; Break[]], {j, 1, Length[allelsg]}];
    If[mem =!= False,
     Print["Deutung ", akt, "  => ", N[akt2], "   = Lösung ", mem]],
    {t, 1, Length[tabelleAllerMoeglichenDeutungen ]}]]


Do[If[IntegerQ[Log[2, EulerPhi[n]]],
   Print["****** Wir betrachtchten ω(", n, ") ******"];
   MOKTabelle[n];
   Print[]], {n, 3, 20}]
```

****** Wir betrachtchten ω(3) ******

$\phi = 2$

Zerlegung von x^n-1 : $(-1+x)\left(1+x+x^2\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1+x+x^2$

$-\frac{1}{2}$

$1+2x$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-3+4x^2$

Alle primitiven Lösungen :

{-0.5 - 0.866025 i, -0.5 + 0.866025 i}

Mehrdeutiges Radikal : -1/2 + wurzel[-3]/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 1

Deutung {+} => -0.5 + 0.866025 i   = Lösung 2

Deutung {-} => -0.5 - 0.866025 i   = Lösung 1

****** Wir betrachtchten $\omega(4)$ ******

$\phi = 2$

Zerlegung von x^n-1 : $(-1+x)(1+x)\left(1+x^2\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1+x^2$

0

x

1

$-1+x$

Alle primitiven Lösungen :

{0. - 1. i, 0. + 1. i}

Mehrdeutiges Radikal : wurzel[-1]

Anzahl enthaltener Wurzeln : 1

Deutung {+} => 0. + 1. i   = Lösung 2

Deutung {-} => 0. - 1. i   = Lösung 1

****** Wir betrachtchten $\omega(5)$ ******

$\phi = 4$

Zerlegung von x^n-1 : $(-1+x)\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1+x+x^2+x^3+x^4$

$$\frac{1}{4}\left(-1+\sqrt{5}\right)$$

$-1+2x+4x^2$

$$\sqrt{\frac{5}{8}+\frac{\sqrt{5}}{8}}$$

$5-20x^2+16x^4$

Alle primitiven Lösungen :

{-0.809017 - 0.587785 i, -0.809017 + 0.587785 i, 0.309017 - 0.951057 i, 0.309017 + 0.951057 i}

Mehrdeutiges Radikal : -1/4 + wurzel[5]/4 + (wurzel[-1]*wurzel[(5 + wurzel[5])/2])/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 4

Deutung {+, +, +, +} => 0.309017 + 0.951057 i = Lösung 4

Deutung {+, +, -, +} => 0.309017 - 0.951057 i = Lösung 3

Deutung {+, -, +, +} => 0.309017 - 0.951057 i = Lösung 3

Deutung {+, -, -, +} => 0.309017 + 0.951057 i = Lösung 4

Deutung {-, +, +, -} => -0.809017 + 0.587785 i = Lösung 2

Deutung {-, +, -, -} => -0.809017 - 0.587785 i = Lösung 1

Deutung {-, -, +, -} => -0.809017 - 0.587785 i = Lösung 1

Deutung {-, -, -, -} => -0.809017 + 0.587785 i = Lösung 2

****** Wir betrachtchten $\omega(6)$ ******

$\phi = 2$

Zerlegung von x^n-1 : $(-1+x)(1+x)\left(1-x+x^2\right)\left(1+x+x^2\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1-x+x^2$

$\frac{1}{2}$

$-1+2x$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-3+4x^2$

Alle primitiven Lösungen :

{0.5 - 0.866025 i, 0.5 + 0.866025 i}

Mehrdeutiges Radikal : 1/2 + wurzel[-3]/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 1

Deutung {+} => 0.5 + 0.866025 i = Lösung 2

Deutung {-} => 0.5 - 0.866025 i = Lösung 1

****** Wir betrachtchten $\omega(8)$ ******

$\phi = 4$

Zerlegung von x^n-1 : $(-1+x)(1+x)\left(1+x^2\right)\left(1+x^4\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1+x^4$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$-1+2x^2$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$-1+2x^2$

Alle primitiven Lösungen :

{−0.707107 − 0.707107 i, −0.707107 + 0.707107 i, 0.707107 − 0.707107 i, 0.707107 + 0.707107 i}

Mehrdeutiges Radikal : wurzel[−2]/2 + wurzel[2]/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 2

Deutung {+, +} => 0.707107 + 0.707107 i = Lösung 4

Deutung {+, −} => −0.707107 + 0.707107 i = Lösung 2

Deutung {−, +} => 0.707107 − 0.707107 i = Lösung 3

Deutung {−, −} => −0.707107 − 0.707107 i = Lösung 1

****** Wir betrachtchten $\omega(10)$ ******

$\phi = 4$

Zerlegung von x^n−1 : $(-1+x)(1+x)\left(1-x+x^2-x^3+x^4\right)\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1-x+x^2-x^3+x^4$

$$\frac{1}{4}\left(1+\sqrt{5}\right)$$

$-1-2x+4x^2$

$$\sqrt{\frac{5}{8}-\frac{\sqrt{5}}{8}}$$

$5-20x^2+16x^4$

Alle primitiven Lösungen :

{−0.309017 − 0.951057 i, −0.309017 + 0.951057 i, 0.809017 − 0.587785 i, 0.809017 + 0.587785 i}

Mehrdeutiges Radikal : 1/4 + wurzel[5]/4 + (wurzel[−1]*wurzel[(5 + wurzel[5])/2])/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 4

Deutung {+, +, +, −} => 0.809017 + 0.587785 i = Lösung 4

Deutung {+, +, −, −} => 0.809017 − 0.587785 i = Lösung 3

Deutung {+, −, +, −} => 0.809017 − 0.587785 i = Lösung 3

Deutung {+, −, −, −} => 0.809017 + 0.587785 i = Lösung 4

Deutung {−, +, +, +} => −0.309017 + 0.951057 i = Lösung 2

Deutung {−, +, −, +} => −0.309017 − 0.951057 i = Lösung 1

Deutung {−, −, +, +} => −0.309017 − 0.951057 i = Lösung 1

Deutung {−, −, −, +} => −0.309017 + 0.951057 i = Lösung 2

****** Wir betrachtchten $\omega(12)$ ******

$\phi = 4$

Zerlegung von x^n−1 : $(-1+x)(1+x)\left(1+x^2\right)\left(1-x+x^2\right)\left(1+x+x^2\right)\left(1-x^2+x^4\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1-x^2+x^4$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-3+4x^2$

$\frac{1}{2}$

$-1+2x$

Alle primitiven Lösungen :

{−0.866025 − 0.5 i, −0.866025 + 0.5 i, 0.866025 − 0.5 i, 0.866025 + 0.5 i}

Mehrdeutiges Radikal : wurzel[−1]/2 + wurzel[3]/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 2

Deutung {+, +} => 0.866025 + 0.5 i   = Lösung 4

Deutung {+, −} => −0.866025 + 0.5 i   = Lösung 2

Deutung {−, +} => 0.866025 − 0.5 i   = Lösung 3

Deutung {−, −} => −0.866025 − 0.5 i   = Lösung 1

****** Wir betrachtchten $\omega(15)$ ******

$\phi = 8$

Zerlegung von x^n−1 : $(-1+x)\left(1+x+x^2\right)\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)\left(1-x+x^3-x^4+x^5-x^7+x^8\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1-x+x^3-x^4+x^5-x^7+x^8$

$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}\left(5-\sqrt{5}\right)}+\frac{1}{8}\left(1+\sqrt{5}\right)$

$1+8x-16x^2-8x^3+16x^4$

$-\frac{1}{8}\sqrt{3}\left(-1-\sqrt{5}\right)-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{2}\left(5-\sqrt{5}\right)}$

$1-32x^2+224x^4-448x^6+256x^8$

Alle primitiven Lösungen :

{−0.978148 − 0.207912 i, −0.978148 + 0.207912 i, −0.104528 − 0.994522 i, −0.104528 + 0.994522 i,
0.669131 − 0.743145 i, 0.669131 + 0.743145 i, 0.913545 − 0.406737 i, 0.913545 + 0.406737 i}

Mehrdeutiges Radikal :
1/8 + wurzel[−15]/8 + wurzel[−3]/8 + wurzel[5]/8 + (wurzel[−1]*wurzel[(5
+ wurzel[5])/2])/4 + wurzel[(3*(5 + wurzel[5]))/2]/4

Anzahl enthaltener Wurzeln : 8

Deutung {+, +, +, +, +, −, −, −} => −0.104528 + 0.994522 i   = Lösung 4

Deutung {+, +, +, +, −, −, +, −} => 0.913545 + 0.406737 i   = Lösung 8

Deutung {+, +, +, −, +, −, +, −} => 0.913545 + 0.406737 i   = Lösung 8

Deutung {+, +, +, −, −, −, −, −} => −0.104528 + 0.994522 i = Lösung 4

Deutung {+, −, −, +, +, +, +, +} => 0.669131 + 0.743145 i = Lösung 6

Deutung {+, −, −, +, −, +, −, +} => −0.978148 − 0.207912 i = Lösung 1

Deutung {+, −, −, −, +, +, −, +} => −0.978148 − 0.207912 i = Lösung 1

Deutung {+, −, −, −, −, +, +, +} => 0.669131 + 0.743145 i = Lösung 6

Deutung {−, +, −, +, +, +, −, +} => −0.978148 + 0.207912 i = Lösung 2

Deutung {−, +, −, +, −, +, +, +} => 0.669131 − 0.743145 i = Lösung 5

Deutung {−, +, −, −, +, +, +, +} => 0.669131 − 0.743145 i = Lösung 5

Deutung {−, +, −, −, −, +, −, +} => −0.978148 + 0.207912 i = Lösung 2

Deutung {−, −, +, +, +, −, +, −} => 0.913545 − 0.406737 i = Lösung 7

Deutung {−, −, +, +, −, −, −, −} => −0.104528 − 0.994522 i = Lösung 3

Deutung {−, −, +, −, +, −, −, −} => −0.104528 − 0.994522 i = Lösung 3

Deutung {−, −, +, −, −, −, +, −} => 0.913545 − 0.406737 i = Lösung 7

****** Wir betrachtchten $\omega(16)$ ******

$\phi = 8$

Zerlegung von x^n−1 : $(-1 + x)(1 + x)\left(1 + x^2\right)\left(1 + x^4\right)\left(1 + x^8\right)$

Davon das zyklotomische Polynom : $1 + x^8$

$$\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$1 - 8x^2 + 8x^4$

$$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$1 - 8x^2 + 8x^4$

Alle primitiven Lösungen :

{−0.92388 − 0.382683 i, −0.92388 + 0.382683 i, −0.382683 − 0.92388 i, −0.382683 + 0.92388 i, 0.382683 − 0.92388 i, 0.382683 + 0.92388 i, 0.92388 − 0.382683 i, 0.92388 + 0.382683 i}

Mehrdeutiges Radikal : wurzel[2 + wurzel[2]]/2 + (wurzel[−1]*wurzel[2 + wurzel[2]])/2

Anzahl enthaltener Wurzeln : 5

Deutung {+, +, +, +, −} => 0.92388 + 0.382683 i = Lösung 8

Deutung {+, +, +, −, −} => 0.92388 − 0.382683 i = Lösung 7

Deutung {+, +, −, +, −} => 0.92388 − 0.382683 i = Lösung 7

Deutung {+, +, −, −, −} => 0.92388 + 0.382683 i = Lösung 8

Deutung {+, −, +, +, +} => 0.382683 + 0.92388 i = Lösung 6

Deutung {+, −, +, −, +} => 0.382683 − 0.92388 i = Lösung 5

Deutung {+, −, −, +, +} => 0.382683 − 0.92388 i = Lösung 5

Deutung {+, −, −, −, +} => 0.382683 + 0.92388 i = Lösung 6

```
Deutung {-, +, +, +, -}  =>  -0.92388 + 0.382683 i   = Lösung 2
Deutung {-, +, +, -, -}  =>  -0.92388 - 0.382683 i   = Lösung 1
Deutung {-, +, -, +, -}  =>  -0.92388 - 0.382683 i   = Lösung 1
Deutung {-, +, -, -, -}  =>  -0.92388 + 0.382683 i   = Lösung 2
Deutung {-, -, +, +, +}  =>  -0.382683 + 0.92388 i   = Lösung 4
Deutung {-, -, +, -, +}  =>  -0.382683 - 0.92388 i   = Lösung 3
Deutung {-, -, -, +, +}  =>  -0.382683 - 0.92388 i   = Lösung 3
Deutung {-, -, -, -, +}  =>  -0.382683 + 0.92388 i   = Lösung 4
```

****** Wir betrachtchten $\omega(17)$ ******

$\phi = 16$

Zerlegung von x^n-1 :

$$(-1+x)\left(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8+x^9+x^{10}+x^{11}+x^{12}+x^{13}+x^{14}+x^{15}+x^{16}\right)$$

Davon das zyklotomische Polynom :

$$1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8+x^9+x^{10}+x^{11}+x^{12}+x^{13}+x^{14}+x^{15}+x^{16}$$

$$\frac{1}{4\sqrt{\frac{2}{15+\sqrt{17}-\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}+\sqrt{2\left(34+6\sqrt{17}+\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}-\sqrt{34\left(17-\sqrt{17}\right)}+8\sqrt{2\left(17+\sqrt{17}\right)}\right)}}}}$$

$$1-8x-40x^2+80x^3+240x^4-192x^5-448x^6+128x^7+256x^8$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{\left(8-\sqrt{\left(2\left(15+\sqrt{17}+\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}-\sqrt{2\left(34+6\sqrt{17}-\sqrt{2\left(17-\sqrt{17}\right)}+\sqrt{34\left(17-\sqrt{17}\right)}-8\sqrt{2\left(17+\sqrt{17}\right)}\right)}\right)\right)}\right)}$$

$$17-816x^2+11424x^4-71808x^6+239360x^8-452608x^{10}+487424x^{12}-278528x^{14}+65536x^{16}$$

Alle primitiven Lösungen :

```
{-0.982973 - 0.18375 i, -0.982973 + 0.18375 i, -0.850217 - 0.526432 i, -0.850217 + 0.526432 i,
 -0.602635 - 0.798017 i, -0.602635 + 0.798017 i, -0.273663 - 0.961826 i, -0.273663 + 0.961826 i,
 0.0922684 - 0.995734 i, 0.0922684 + 0.995734 i, 0.445738 - 0.895163 i, 0.445738 + 0.895163 i,
 0.739009 - 0.673696 i, 0.739009 + 0.673696 i, 0.932472 - 0.361242 i, 0.932472 + 0.361242 i}
```

```
No more memory available.
Mathematica kernel has shut down.
Try quitting other applications and then retry.
```

Das beschriebene Problem. Für die Evaluation der Deutungen ist kein Speicherplatz vorhanden. Immehin haben wir nun schon den MOK für omega[17] gesehen, sogar zwei Alternativen, und damit wäre das ein produktives Wochenende gewesen. Was noch näher zu utersuchen ist, wäre omega[16], das nur fünf Mal wurzel enthält und wo ich im Ggs. zu den anderen MOK die Doppellösungen nicht loswerden kann.
Euch noch einen schönen Sonntag