

## Nümerik Laplace sorusu

Elimizde,  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre  $[0,1]$  aralığında bir kare alan var. Bu alanda, üç kenar ( $x=0$ ,  $x=1$  ve  $y=0$ ) sıfır sıcaklık değerine sahipken, dördüncü kenar ( $y=1$ ) ise  $\sin(\pi x)$  fonksiyonu ile tanımlanan bir sıcaklık dağılımına sahiptir. Bu, karenin alt kenarı boyunca sıcaklığın ortada maksimum olduğu ve kenarlara doğru sıfıra indiği anlamına gelir. Sorun, kare alan içindeki sıcaklık dağılımını bulmaktır.

Sayısal çözüm için, kareyi eşit büyüklükte küçük karelerden oluşan bir ızgaraya böleriz. Her bir ızgara noktasının sıcaklığını hesaplamak için, Gauss-Seidel iterasyon yöntemi kullanılarak, Laplace denkleminin iki boyutlu diskretizasyonu uygulanır.

### Sınır Değerler

$x=0$  ve  $x=1$  kenarlarında, tüm  $y$  değerleri için sıcaklık 0.

$y=0$  kenarında, tüm  $x$  değerleri için sıcaklık 0.

$y=1$  kenarında, sıcaklık  $\sin(\pi x)$  fonksiyonu ile belirlenir.

### Kodun Çalışma Mantığı

Parametrelerin Belirlenmesi: Izgara boyutu ( $N$ ) ve yakınsama kriteri belirlenir. Bu örnekte ızgara boyutu  $10 \times 10$  olarak seçilmiştir.

Başlangıç Sıcaklık Değerlerinin Atanması: Izgara noktalarının başlangıç sıcaklıkları sıfır olarak atanır, ancak  $y=1$  kenarı için  $\sin(\pi x)$  değerleri kullanılır.

Gauss-Seidel İterasyonu: Her bir iç ızgara noktası için, komşu noktaların sıcaklık ortalaması alınarak yeni sıcaklık değeri hesaplanır. Bu işlem, ızgara üzerindeki sıcaklık değerleri değişmediğinde sonlandırılır.

Sonuçların Görselleştirilmesi: Elde edilen sıcaklık dağılımı, bir renk haritası kullanılarak görselleştirilir.