

Prova II

Exercício de Avaliação 02

Matheus Batista Honório – 20190097098



CENTRO DE INFORMÁTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

**Relatório apresentado à disciplina Cálculo Numérico
do curso de Engenharia de Computação.**

Professor: Moisés Dantas dos Santos

João Pessoa, 2021

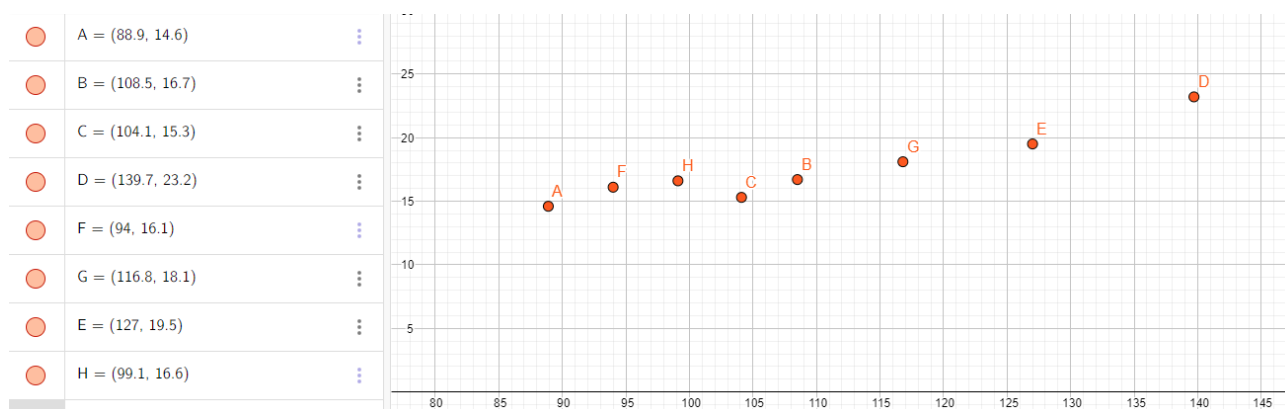
Questão 1

1.1 – Trace os dados

Os pontos são, respectivamente:

Precipitação, cm/ano	88,9	108,5	104,1	139,7	127	94	116,8	99,1
Escoamento, m³/s	14,6	16,7	15,3	23,2	19,5	16,1	18,1	16,6

Então:



Fonte: Geogebra 2D, pontos colocados manualmente.

1.2 – Use a reta de melhor ajuste para prever o escoamento anual de água se a precipitação for 120 cm. Superponha essa reta ao seu dado (gráfico).

Dissertando o método dos mínimos quadrados, abaixo:

Questão 1:

Utilizando o método dos mínimos quadrados

$$\sum x_i = 88,9 + 108,5 + 104,1 + 139,7 + 127 + 94 + 116,8 + 99,1$$

$$\sum x_i = 878,1$$

$$\sum x_i^2 = 88,9^2 + 108,5^2 + 104,1^2 + 139,7^2 + 127^2 + 94^2 + 116,8^2 + 99,1^2 = 98456,41$$

$$\sum y_i = 14,6 + 16,7 + 15,3 + 23,2 + 19,5 + 16,1 + 18,1 + 16,6 = 140,1$$

$$\sum x_i y_i = 88,9 \cdot 14,6 + 108,5 \cdot 16,7 + 104,1 \cdot 15,3 + 139,7 \cdot 23,2 + 127 \cdot 19,5 + 94 \cdot 16,1 + 116,8 \cdot 18,1 + 99,1 \cdot 16,6 = 15692,41$$

São 8 pontos na tabela, logo $n=8$.

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$$

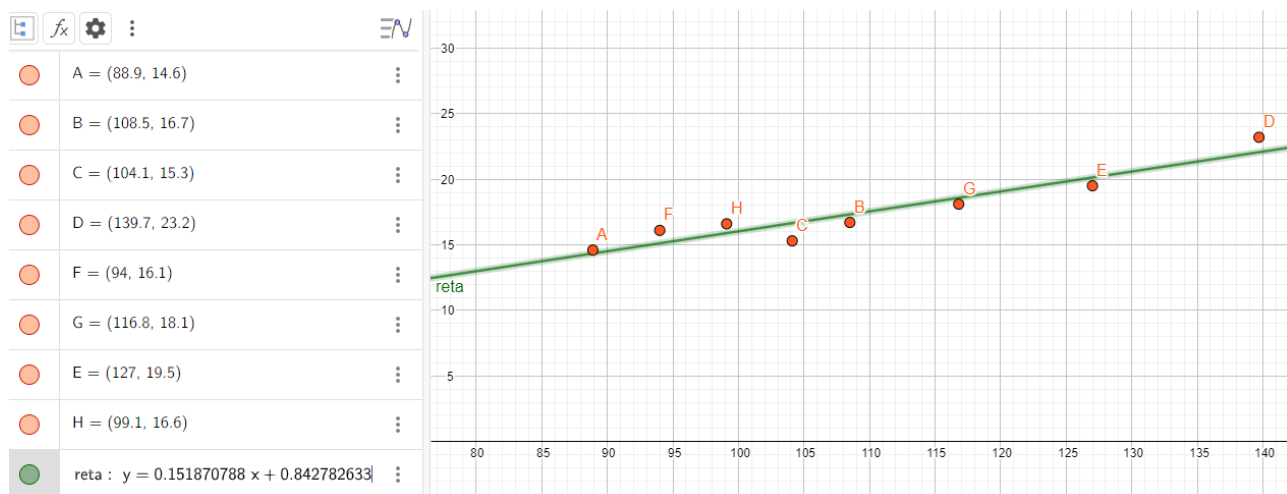
$$a = \frac{8 \cdot 15692,41 - 878,1 \cdot 140,1}{8 \cdot 98456,41 - (878,1)^2} = \frac{2519,49}{16594,67}$$

$$a \approx 0,151870488$$

$$b = \frac{140,1 - 0,151870488 \cdot 878,1}{8}$$

$$b = 0,842782633$$

$$f(x) = 0,151870488x + 0,842782633$$



Fonte: Geogebra 2D, pontos colocados manualmente.

Após achar a equação da reta: $f(x) = 0.151870788x + 0.842782633$, basta prever o escoamento de água de 120 cm substituindo na função, dessa forma: $f(120) = 0.151870788 * 120 + 0.842782633 = 19,0672772$. Portanto, o escoamento anual de água será 19,0672772.

Questão 2

Primeiramente é necessário fazer a mudança de variáveis de $\mathbf{Y}=\ln(\mathbf{y})$ e $\mathbf{B}=\ln(\mathbf{b})$. Utilizando os valores da tabela \mathbf{y} , calculemos \mathbf{Y} . Portanto:

- $\mathbf{Y}=\ln(\mathbf{y})$
- $\mathbf{Y}_1=\ln(100)=4,60517$
- $\mathbf{Y}_2=\ln(200)=5,29832$
- $\mathbf{Y}_3=\ln(450)=6,10925$
- $\mathbf{Y}_4=\ln(950)=6,85646$
- $\mathbf{Y}_5=\ln(2000)=7,600902$

t	0	5	10	15	20
p	100	200	450	950	2000

Dessa forma, encontraremos o \mathbf{a} e o \mathbf{B} , a seguir:

Questão 2:

$$\sum x_i = 0 + 5 + 10 + 15 + 20 = 50$$

$$\sum x_i^2 = 0^2 + 5^2 + 10^2 + 15^2 + 20^2 = 450$$

$$\sum x_i y_i = 0 \cdot 4,60517 + 5 \cdot 5,298317 + 10 \cdot 6,109248 + 15 \cdot 6,856462 + 20 \cdot 7,600902$$

$$\sum x_i y_i = 342,449035$$

$$\sum y_i = 4,60517 + 5,298317 + 6,109248 + 6,856462 + 7,600902 = 30,470099$$

$$a = \frac{5 \cdot (342,449035) - 50 \cdot 30,470099}{5 \cdot 450 - 50^2}$$

$$a = 0,150992168$$

$$b = \frac{30,470099 - 0,150992168 \cdot 50}{5}$$

$$b = 4,58409812$$

Encontrando a função usando a manipulação de **B**:

$$\begin{aligned}
 1+ & B = 4,58409812 \\
 92,7 & B = \ln(b) \\
 4,58409812 & = \ln(b) \rightarrow e^{4,58409812} = b \\
 b & = 97,914839873 \\
 f(x) & = 97,91484 e^{0,150992x}
 \end{aligned}$$

Portanto, $f(x) = 97,91484 \cdot e^{0,150992x}$. Agora calcularemos o Desvio padrão utilizando a equação $D = \sum (y_i - f(x_i))^2$. Além do mais, prevendo a população daqui a cinco anos:

$$\begin{aligned}
 y_1 - f(x_1) & = 100 - 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 0} = 2,085 \\
 y_2 - f(x_2) & = 200 - 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 5} = -8,3167494727 \\
 y_3 - f(x_3) & = 450 - 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 10} = 6,80061164406 \\
 y_4 - f(x_4) & = 950 - 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 15} = 7,08159168057 \\
 y_5 - f(x_5) & = 2000 - 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 20} = -6,08382616632 \\
 D & = (2,085)^2 + (-8,3167494727)^2 + (6,80061164406)^2 + \\
 & \quad (7,08159168057)^2 + (-6,08382616632)^2 \\
 D & = 206,925447077 \\
 f(25) & = 97,915 \cdot e^{0,150992 \cdot 25} = 4267,9963421
 \end{aligned}$$

A população daqui a cinco anos, será aproximadamente 4268.

Questão 3

O intervalo entre 0 e 5s que intercalam entre 0.5s, totaliza um total de 10 intervalos, portanto $n = 10$ e utilizando a fórmula de Simpson composta:

Questão 3:
intervalo entre 0 e 5s, totalizando $n=10$ e utilizando a fórmula de Simpson

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{5-0}{10} = \frac{1}{2}$$
$$S_n = [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + f(x_n)] \frac{\Delta x}{3}$$
$$S_6 = [f(0) + 4f(0,5) + 2f(1) + 4f(1,5) + 2f(2) + 4f(2,5) + 2f(3) + 4f(3,5) + 2f(4) + 4f(4,5) + f(5)] \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$
$$S_6 = (0 + 4 \cdot 4,67 + 2 \cdot 7,34 + 4 \cdot 8,86 + 2 \cdot 9,73 + 4 \cdot 10,22 + 2 \cdot 10,51 + 4 \cdot 10,67 + 2 \cdot 10,76 + 4 \cdot 10,81 + 10,81) \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = 44,735 \text{ m}$$

Portanto, a distância que o corredor cobriu durante os 5 segundos são 44,735 m.