

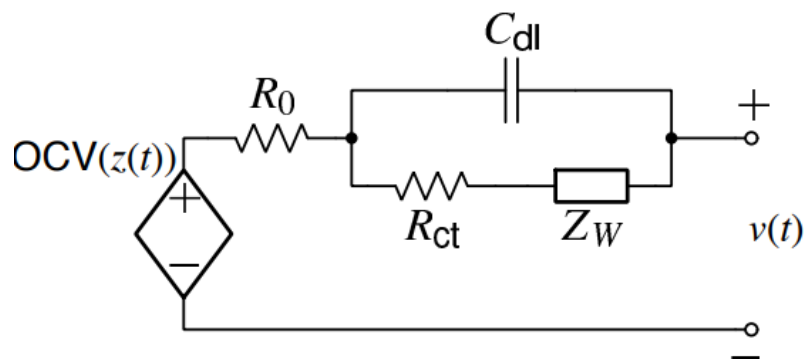
## 2.1.4 O que é uma “impedância de Warburg” e como ela é implementada

Anteriormente, você aprendeu sobre o modelo de circuito equivalente de uma célula de bateria de íon-lítio conhecido como **modelo de Thévenin**. Esse modelo possui elementos que descrevem a tensão de circuito aberto, uma mudança de tensão instantânea devido a uma queda de tensão através de uma resistência em série equivalente,  $R_0$ , e subcircuitos resistor-capacitor que modelam os processos de difusão dentro da célula da bateria.

Agora vamos nos concentrar em um modelo avançado, às vezes encontrado na literatura, que contém um elemento de circuito conhecido como **impedância de Warburg**.

### O Circuito de Randles e a Impedância de Warburg

Um modelo de circuito equivalente derivado de princípios eletroquímicos é conhecido como o **circuito de Randles**.



Este modelo tenta representar os fenômenos físicos que ocorrem dentro da célula com componentes de circuito específicos.

### Os Componentes do Circuito de Randles

O circuito de Randles é composto por vários elementos, cada um com um significado físico distinto:

- $R_0$ : Modela a **resistência do eletrólito**.
- $R_{ct}$ : É a **resistência de transferência de carga**, que modela a queda de tensão na interface entre o eletrodo e o eletrólito, causada por uma carga.
- $C_{dl}$ : É a **capacitância de dupla camada**, que modela os efeitos do acúmulo de cargas no eletrólito perto da superfície do eletrodo.

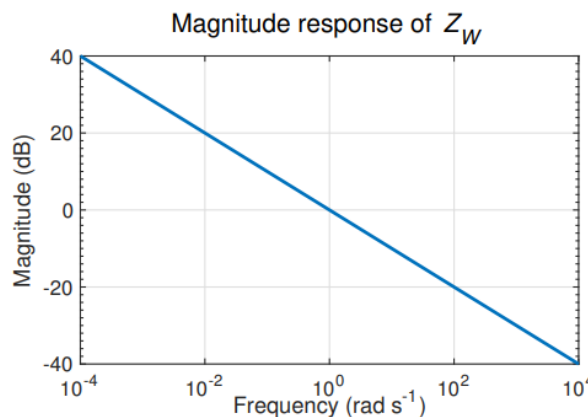
- $Z_W$ : É a **impedância de Warburg**, que, assim como os pares RC no modelo de Thévenin, modela os lentos **processos de difusão** na célula.

## Entendendo a Impedância de Warburg

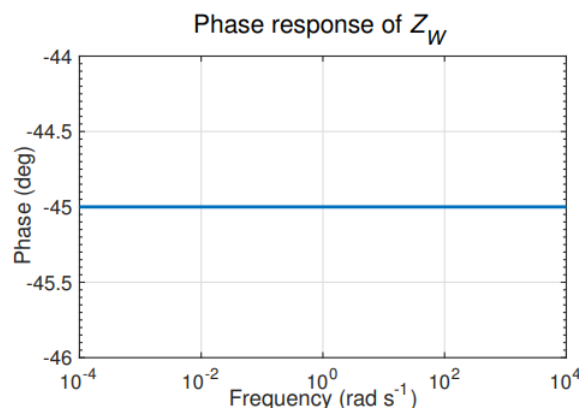
Para entender o elemento de Warburg, primeiro precisamos entender o conceito de **impedância (Z)**. A impedância é uma resistência complexa e dependente da frequência. Ela possui uma **magnitude** (que descreve quanta resistência um elemento oferece a uma determinada frequência) e uma **fase** (que descreve o quanto um sinal de saída é atrasado em relação ao sinal de entrada).

A impedância de Warburg, especificamente, é definida no domínio da frequência pela equação  $Z_W = A_W / \sqrt{j\omega}$ , onde  $\omega$  é a frequência em radianos por segundo. Ela modela a difusão de íons de lítio nos eletrodos. Sua resposta em frequência é única:

- **Magnitude:** O gráfico de magnitude de sua impedância diminui com uma inclinação constante de **-10 decibéis por década** de frequência.



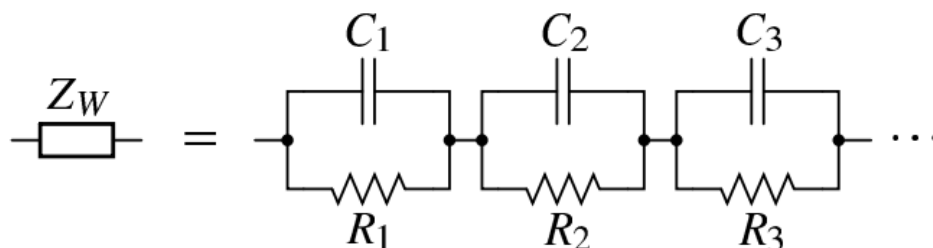
- **Fase:** Sua fase é constante em **-45 graus** para todas as frequências.



Como sua fase é constante, ela é conhecida como um **elemento de fase constante**. A principal dificuldade é que **não existe uma equação diferencial simples de ordem finita** que possa representar perfeitamente uma impedância de Warburg no domínio do tempo. Isso torna a simulação precisa de circuitos que incluem este elemento intratável.

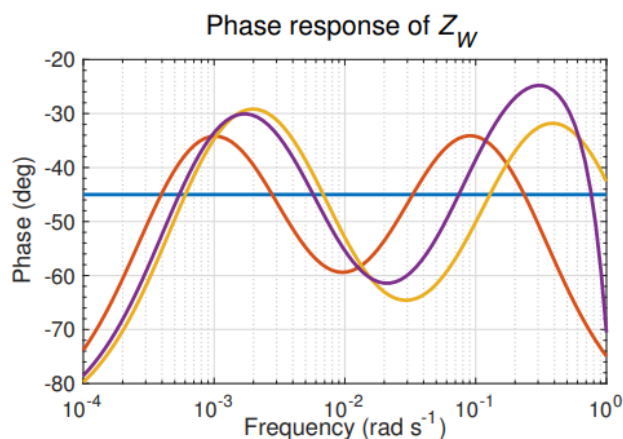
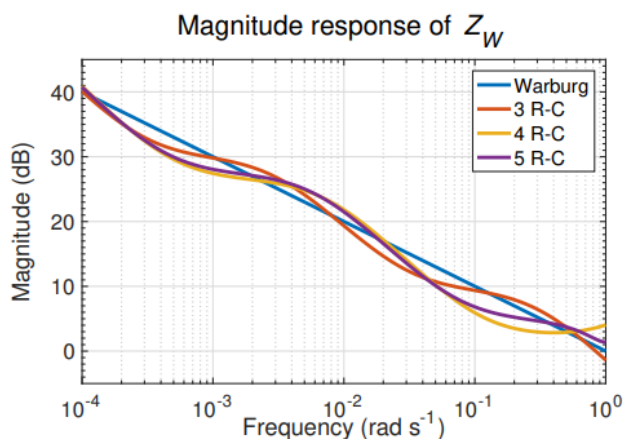
# Aproximando a Impedância de Warburg com Redes RC

Embora uma representação perfeita seja impossível, é possível **aproximar** o efeito de uma impedância de Warburg com notável precisão usando uma série de múltiplas **redes resistor-capacitor (RC)** em paralelo.



Teoricamente, seria necessário um número infinito de redes RC para uma equivalência exata, mas, na prática, um número relativamente pequeno de pares RC pode modelar muito bem o comportamento em uma faixa de frequência de interesse.

Ao escolher cuidadosamente os valores para as resistências e capacitâncias em vários pares RC, é possível construir uma resposta em frequência geral que se aproxima da inclinação de  $-10$  dB/década e da fase de  $-45^\circ$  do elemento de Warburg.



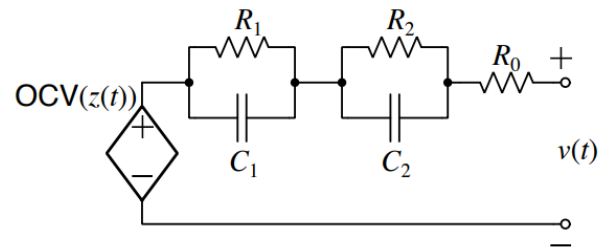
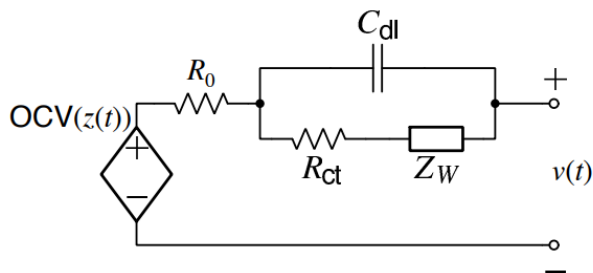
## Conciliando os Modelos de Randles e Thévenin

A capacidade de aproximar a impedância de Warburg com pares RC nos permite conciliar o modelo de Randles, de inspiração eletroquímica, com o modelo de Thévenin, mais prático. O processo de simplificação é o seguinte:

1. A **capacitância de dupla camada ( $C_{dl}$ )** tem uma constante de tempo muito rápida e seu impacto no desempenho do circuito é insignificante, exceto

em frequências extremamente altas. Para muitas aplicações de BMS, ela pode ser omitida.

2. Com a  $C_{dl}$  removida, os dois resistores em série,  $R_0$  (resistência do eletrólito) e  $R_{ct}$  (resistência de transferência de carga), podem ser combinados em uma única resistência em série equivalente. Esta resistência combinada é funcionalmente idêntica à  $R_0$  no modelo de Thévenin.
3. A **impedância de Warburg** ( $Z_W$ ) é substituída por sua aproximação: um pequeno número de pares RC..



Após essas simplificações, o complexo circuito de Randles **colapsa para um modelo de Thévenin generalizado**, com um ou mais pares RC.

## Conclusão: A Credibilidade Física do Modelo de Thévenin

Em resumo, o circuito de Randles é um modelo de inspiração eletroquímica que inclui a complexa impedância de Warburg. Embora este elemento não possa ser modelado perfeitamente com uma equação diferencial simples, seu comportamento pode ser muito bem aproximado por um pequeno número de pares RC.

Essa constatação é fundamental: ela demonstra que o modelo complexo, derivado de primeiros princípios eletroquímicos, se reduz efetivamente ao modelo de Thévenin, mais prático. Isso nos dá uma grande confiança de que **o modelo de Thévenin é uma descrição fisicamente razoável e crível** da dinâmica de uma célula de bateria. O próximo passo será aprender a converter as equações de tempo contínuo que descrevem este modelo para uma forma de tempo discreto, pronta para ser implementada em um BMS.