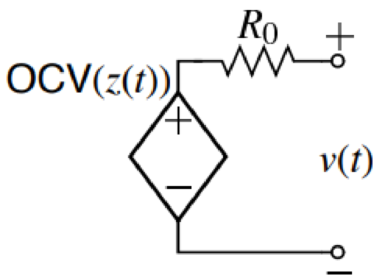
2.1.3 Como modelar a polarização da tensão

Com base no modelo simples e dependente do estado de carga desenvolvido anteriormente, iremos agora adicionar elementos ao nosso circuito equivalente que descrevem o fenômeno da **polarização de tensão**. Polarização é um termo geral que se refere a qualquer desvio da tensão terminal medida da célula em relação à sua tensão de circuito aberto (OCV) interna, que é causado pela passagem de corrente elétrica através da célula. Um exemplo comum e intuitivo disso é a queda de tensão que ocorre quando uma bateria é colocada sob carga.

O Modelo "Rint": Capturando a Resistência Instantânea

A maneira mais simples de começar a modelar a polarização é levar em conta a resistência interna da célula. Isso é feito adicionando um único resistor, denominado **R_0**, em série com a fonte de OCV. Essa configuração é comumente conhecida na literatura como o **modelo "Rint"**, pois incorpora a resistência **int**erna da célula.



Com a adição deste resistor, a equação para a tensão terminal da célula, **v(t)**, torna-se:

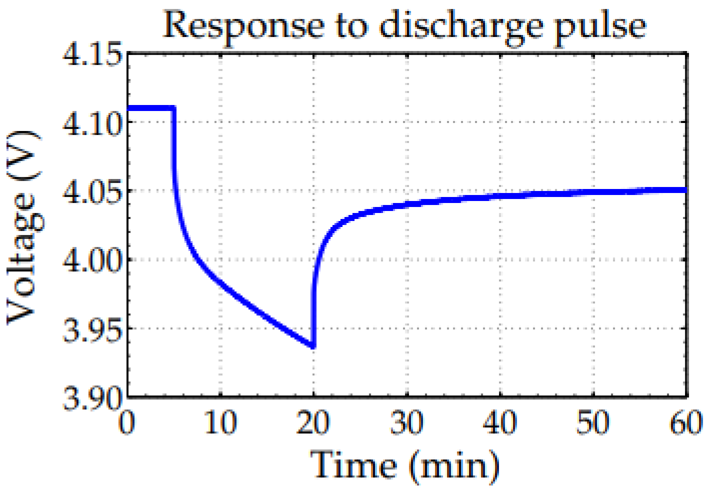
$$v(t) = OCV(z(t)) - i(t)R0$$

Esta equação simples captura com precisão vários comportamentos chave. Relembrando a convenção de sinal (corrente positiva é descarga, negativa é carga), o modelo prevê corretamente que a tensão terminal será *menor* que a OCV durante a descarga e *maior* que a OCV durante a carga. Além disso, a potência dissipada como calor através deste resistor ($P = i^2R_0$) explica corretamente a principal fonte de **ineficiência energética** de uma célula.

Embora o modelo Rint seja uma melhoria significativa e muitas vezes suficiente para projetos eletrônicos simples, ele não é preciso o suficiente para aplicações avançadas de BMS (como em veículos elétricos). Sua limitação é que o termo `i(t)R₀` modela apenas a resposta de tensão **instantânea** a uma mudança na corrente.

Observando o Comportamento Dinâmico: A Necessidade de um Modelo Mais Avançado

Testes de laboratório do mundo real revelam que a resposta de tensão de uma bateria é mais complexa do que apenas uma mudança instantânea. Um gráfico da tensão de uma célula durante e após um pulso de descarga de 15 minutos mostra dois fenômenos distintos:

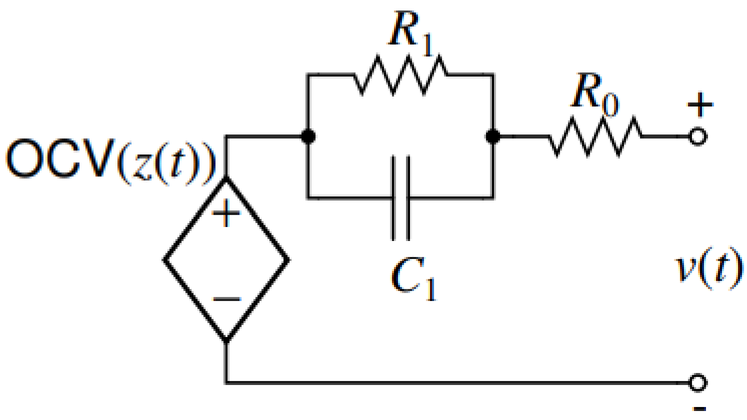


1. Uma queda de tensão **instantânea** quando a corrente é aplicada e uma recuperação instantânea quando ela é removida. Este é o comportamento capturado pelo resistor R_0 no modelo Rint.
2. Uma mudança **lenta e dinâmica** na tensão. Durante a descarga, a tensão continua a diminuir lentamente. Mais importante, após a remoção da corrente, a tensão não retorna imediatamente à sua OCV final. Em vez disso, ela **relaxa lentamente** de volta à tensão de equilíbrio por um longo período, às vezes levando 40 minutos ou mais para ocorrer.

O modelo Rint não possui nenhum mecanismo para descrever essa relaxação lenta. Esse comportamento dinâmico é fisicamente causado por **processos lentos de difusão** dentro da célula. À medida que a corrente flui, ela cria gradientes na concentração de lítio dentro das partículas do eletrodo. Quando a corrente para, leva muito tempo para que esses gradientes de concentração se equalizem por meio da difusão, e esse processo interno lento se reflete na lenta mudança da tensão terminal externa. Referimo-nos a este componente de tensão que muda lentamente como uma **tensão de difusão**.

O Modelo de Thévenin: Capturando a Dinâmica de Difusão

Para modelar com precisão essas tensões de difusão lentas, podemos aprimorar nosso circuito equivalente adicionando um ou mais **subcircuitos resistor-capacitor (RC)** em paralelo. Um modelo com um desses pares RC é conhecido como **modelo de Thévenin**.



O Circuito e sua Equação de Saída

No modelo de Thévenin, um par RC (composto pelo resistor $\mathbf{R_1}$ e o capacitor $\mathbf{C_1}$) é colocado em série com o resistor R_0. O capacitor neste circuito atua como um elemento de armazenamento de curto prazo que modela o acúmulo e a relaxação lentos da tensão de difusão.

A nova equação de saída para a tensão terminal pode ser escrita de duas formas equivalentes, mas a forma mais útil para análises futuras é:

$$v(t) = OCV(z(t)) - R_1 i_{R_1(t)} - R_0 i(t)$$

Aqui, `i_R₁(t)` representa apenas a porção da corrente total da célula que está fluindo através do resistor R_1, já que a corrente total `i(t)` é dividida entre o resistor R_1 e o capacitor C_1.

Derivando a Equação de Estado para o Par RC

Para completar o modelo, precisamos de uma nova equação diferencial — uma segunda equação de estado — que descreva o comportamento do par RC. Aplicando as leis básicas de circuitos (Leis de Kirchhoff e a equação da corrente do capacitor), podemos derivar uma equação diferencial ordinária de primeira ordem que descreve a evolução da corrente que flui através do resistor R_1:

$$\frac{di_{R_1}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_1 C_1} i_{R_1}(t) + \frac{1}{R_1 C_1} i(t)$$

O Modelo Completo de Dois Estados de Thévenin

Ao progredir de uma simples fonte de tensão para o modelo Rint e, finalmente, para o modelo de Thévenin, desenvolvemos uma descrição muito mais precisa do comportamento de uma célula de íon-lítio. O modelo de Thévenin completo agora consiste em três equações:

- **Equação de Estado 1 (SOC):**

$$\frac{dz(t)}{dt} = -\frac{\eta(t)}{Q} i(t)$$

- **Equação de Estado 2 (Par RC):**

$$\frac{di_{R_1}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_1 C_1} i_{R_1}(t) + \frac{1}{R_1 C_1} i(t)$$

- **Equação de Saída (Tensão):**

$$v(t) = \mathrm{OCV}(z(t)) - R_1 i_{R_1}(t) - R_0 i(t)$$

Este conjunto de equações em tempo contínuo, compreendendo duas equações de estado e uma equação de saída, captura tanto os efeitos resistivos instantâneos quanto os efeitos dinâmicos lentos de difusão da polarização de tensão. O próximo passo, é converter este modelo de tempo contínuo para uma forma de tempo discreto, adequada para implementação em um BMS.