# 4 Satellitennavigation

Ein Satellitennavigationssystem ermöglicht dem Nutzer die Bestimmung seiner Position, Geschwindigkeit und Zeit. Dazu werden von Satelliten abgestrahlte Signale empfangen und ausgewertet.

Transit war das erste Satellitennavigationssystem und stand ab 1964 zur Verfügung. Zur Positionsbestimmung wurde die Frequenzverschiebung der Satellitensignale aufgrund des Doppler-Effekts genutzt, die Positionsgenauigkeit betrug ungefähr 500 Meter. Transit wurde von GPS abgelöst und hat heute keine Bedeutung mehr.

Russland betreibt das Satellitennavigationssystem GLONASS. Die Satelliten dieses Systems senden in zwei Frequenzbändern, L1 und L2, auf unterschiedlichen Frequenzen:

$$f_{L1,n} = 1602 \,\text{MHz} + n \cdot 562.5 \,\text{KHz}$$
 (4.1)

$$f_{L2,n} = 1246 \,\text{MHz} + n \cdot 437.5 \,\text{KHz}$$
 (4.2)

Die empfangenen Satellitensignale können daher anhand ihrer Signalfrequenzen getrennt werden, man spricht von frequency-division multiple access (FDMA). Die Positionsbestimmung erfolgt durch Messung der Signallaufzeit vom Satellit zum Empfänger. 1996 befanden sich 24 Satelliten im Orbit, bis zum Jahre 2001 sank die Anzahl funktionsfähiger Satelliten jedoch auf sieben Stück ab. Seitdem wird versucht, diesem System wieder Satelliten hinzuzufügen, Ende 2010 waren 26 Satelliten vorhanden, von denen 18 operationell waren. Details zu GLONASS können [4] entnommen werden.

China betreibt das System Beidou, das derzeit über drei geostationäre Satelliten verfügt und im Wesentlichen den asiatischen Raum abdeckt, siehe [1].

Das europäische System Galileo befindet sich noch im Aufbau und wird in Abschnitt 4.5 kurz beschrieben.

Das momentan wichtigste System ist das amerikanische Navstar GPS, oder kurz GPS. Es ist das derzeit einzige System, das eine kontinuierliche weltweite Abdeckung bietet und für das Empfänger kommerziell verfügbar sind. Dieses System wird daher in den folgenden Abschnitten in größerer Tiefe betrachtet.

# 4.1 Navstar GPS Systemüberblick

Die Entwicklung des Navstar Global Positioning Systems wurde 1973 vom US-Verteidigungsministerium initiiert. Der erste Satellit wurde bereits 1978 in die Umlaufbahn gebracht. Bis 1985 folgten zehn weitere so genannte Block-I-Satelliten, von denen heute keiner mehr aktiv ist. Seit 1989 wurden mit Block II, Block IIA, Block IIR und Block

IIR-M die nächsten Satellitengenerationen ins All geschossen, so dass momentan 31 GPS-Satelliten verfügbar sind [5]. Im Zuge der Modernisierung des GPS-Systems werden künftig IIF- und GPS-III-Satelliten zur Verfügung stehen, siehe Abschnitt 4.4.

### Space Segment

Das Space Segment besteht aus den GPS-Satelliten, die sich auf sechs verschiedenen Umlaufbahnen um die Erde befinden. Die Bahnebenen sind um  $55\,^{\circ}$  gegenüber der Äquatorebene geneigt, der Rektaszensionsunterschied¹ zweier benachbarter Bahnen beträgt  $60\,^{\circ}$ . Der mittlere Radius der Umlaufbahnen ist 26560 Kilometer. Die Umlaufdauer auf diesen Bahnen beträgt 11 Stunden 58 Minuten, so dass sich eine Relativgeschwindigkeit gegenüber der Erde von ungefähr  $3.9\,\mathrm{km/s}$  ergibt. An jedem Punkt der Erde sind zu jeder Zeit mindestens vier Satelliten mit einem Erhebungswinkel von mehr als fünfzehn Grad sichtbar.

### Control Segment

Das Control Segment besteht aus fünf auf dem Globus verteilten Bodenstationen, wobei sich die Hauptkontrollstation in Colorado Springs befindet. Diese Bodenstationen berechnen aktuelle Ephemeridendaten, anhand derer ein GPS-Empfänger die Positionen der Satelliten berechnen kann, und bestimmen den Fehler der Satellitenuhren. Diese Informationen werden an die Satelliten übermittelt und von diesen im Rahmen der Navigationsdaten übertragen.

### User Segment

Unter dem User Segment versteht man die Nutzer des GPS-Systems, die mit Hilfe von GPS-Empfängern ihre Position , Geschwindigkeit und die Zeit bestimmen. Die Positionsbestimmung mit GPS beruht auf der Messung der Laufzeit, die die von den Satelliten ausgesendeten Signale bis zur Ankunft beim Empfänger benötigen. Aus dieser Laufzeit kann auf die Entfernung zwischen Satellit und Empfänger geschlossen werden und schließlich, den Empfang einer ausreichenden Anzahl von Satelliten vorausgesetzt, auf die Empfängerposition.

Für den Empfang der Satellitensignale werden unterschiedliche Typen von GPS-Empfängern eingesetzt, auf die im Folgenden kurz eingegangen werden soll.

- Einfrequenz-Empfänger sind die kostengünstigsten GPS-Empfänger, die nur den C/A-Code, siehe Abschnitt 4.2.1, nutzen können. Die im Stand-alone-Betrieb mögliche Positionsgenauigkeit ist geringer als bei anderen Empfängertypen: Da nur die L1-Trägerfrequenz empfangen wird, können die frequenzabhängigen Laufzeitverzögerungen in der Ionosphäre nicht kompensiert werden.
- Ein **Zweifrequenz-Empfänger mit Codeless-Technik** nutzt neben dem C/A-Code auch das Satellitensignal auf der L2-Trägerfrequenz, ohne jedoch den Y-Code

 $<sup>^1</sup>$ Der Rektaszensionsunterschied ist die Differenz der Längengrade der beiden beiden Punkte, an denen zwei Satelliten von unterhalb der Äquatorebene kommend diese durchstoßen.

zu kennen. Im einfachsten Fall bedient man sich der Tatsache, dass der Y-Code auf beiden Trägerfrequenzen zwar unbekannt, aber identisch ist. Durch Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen den L1- und L2-Signalen kann so die Verschiebung dieser Signale ermittelt werden, was die Kompensation des Ionosphärenfehlers ermöglicht. Allerdings ist dies mit einer Verschlechterung des Signal-Rauschverhältnisses verbunden. Neben dem beschriebenen Verfahren existieren noch weitere, leistungsfähigere Codeless-Techniken, siehe [53]. Unter Verwendung präziser Ephemeriden- und Satellitenuhrenfehlerdaten, die je nach Genauigkeit mit einigen Stunden bis zwölf Tagen Verzögerung zur Verfügung stehen [6], kann eine Stand-alone-Positionsgenauigkeit im Zentimeterbereich erreicht werden [71].

- C/A-P(Y)-Empfänger stehen den US-Streitkräften und ihren Verbündeten zur Verfügung. Diesen Empfängern ist der Y-Code bekannt und kann daher auf beiden Trägerfrequenzen genutzt werden. Der C/A-Code wird für einen Kaltstart des Empfängers benötigt: Da die Y-Code-Pseudozufallsfolge sehr lang ist, wäre ohne durch Auswertung des C/A-Codes erhaltene Positions- und Zeitinformationen die Suche nach dem Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen empfängerinternem Y-Code-Referenzsignal und dem Satellitensignal zu aufwändig. Hintergedanke bei diesen Empfängern ist, in einem Konfliktfall den C/A-Code so zu verschlechtern (SA, Selective Availability²), dass die frei zugänglichen C/A-Code-Empfänger im Prinzip nutzlos werden, ein Kaltstart der C/A-P(Y)-Empfänger aber noch möglich ist.
- Die SAASM-Direct-P(Y)-Empfänger sind ebenfalls militärischen Anwendungen vorbehalten. Neben anderen Unterschieden zu C/A-P(Y)-Empfängern besitzen diese die Möglichkeit, einen Kaltstart ohne Verwendung des C/A-Codes durchzuführen. Hierzu gibt es zwei unterschiedliche Vorgehensweisen: Im ersten Fall erfolgt die Suche nach der Verschiebung zwischen Y-Code-Referenzsignal und Satellitensignal mit einer großen Zahl an Korrelatoren, im zweiten Fall wird eine Positions- und Zeitinformation von einer externen Quelle, zum Beispiel einem Empfänger ersteren Typs, zur Verfügung gestellt. Die zugrundeliegende Philosophie ist hierbei, in einem Konfliktfall den C/A-Code in einem lokalen Bereich durch Störsender vollständig unbrauchbar zu machen, ohne wie bei einer künstlichen Verschlechterung des C/A-Codes weltweit auf C/A-Code-Empfänger verzichten zu müssen [32].

# 4.2 Funktionsprinzip eines GPS-Empfängers

Ein GPS-Empfänger ermittelt aus den von den Satelliten gesendeten Signalen die Signallaufzeit, die Frequenzverschiebung aufgrund des Dopplereffekts und die Phasenlage. Die Grundzüge der dafür benötigten Signalverarbeitung sollen im Folgenden skizziert werden.

 $<sup>^2{\</sup>rm Bis}$  zum 1.5.2000 wurde mittels SA die Genauigkeit der C/A-Positionsbestimmung auf ungefähr hundert Meter verschlechtert, es sind aber Verschlechterungen beliebigen Ausmaßes möglich.

### 4.2.1 GPS-Signalstruktur

Die GPS-Satelliten senden Signale auf zwei Trägerfrequenzen L1 ( $f_{L1}=1575.42\,\mathrm{MHz}, \lambda_{L1}\approx19\,\mathrm{cm}$ ) und L2 ( $f_{L2}=1227.60\,\mathrm{MHz}, \lambda_{L2}\approx24.4\,\mathrm{cm}$ ). Der große Vorteil bei der Verwendung von zwei Sendefrequenzen besteht darin, dass Laufzeitverzögerungen der Signale in der Ionosphäre wieder herausgerechnet werden können. Um die Signale verschiedener Satelliten voneinander trennen zu können, wird ein Bandspreizverfahren (CDMA, Code Division Multiple Access) eingesetzt. Dabei werden die Trägersignale mit bekannten Pseudozufallsfolgen (PRN, Pseudo Random Noise) moduliert. Diese Pseudozufallsfolgen haben die Eigenschaft, dass ihre Autokorrelationsfunktion für Verschiebungen ungleich Null verschwindet. Zusätzlich sind diese Pseudozufallsfolgen orthogonal zueinander, d.h. die Kreuzkorrelationsfunktion zweier Pseudozufallsfolgen verschwindet.

Es finden zwei Arten von Pseudozufallsfolgen Verwendung, der C/A-Code (Coarse/Acquisition) und der P-Code (Precise). Jedem Satellit sind sowohl eine C/A-Codeals auch eine P-Code-Pseudozufallsfolge eindeutig zugeordnet.

Jede C/A-Code-Pseudozufallsfolge hat eine Länge von  $1023~\mathrm{Chips}^3$ , die Chiprate beträgt  $1.023~\mathrm{MHz}$ . Ein Chip entspricht also  $977.5~\mathrm{ns}$ , multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich so eine Chiplänge von ungefähr  $300~\mathrm{m}$ . Der C/A-Code ist nur auf das L1-Trägersignal aufmoduliert und wiederholt sich jede Millisekunde. Der C/A-Code ist jedem Nutzer frei zugänglich.

Die P-Code-Pseudozufallsfolge schließlich hat eine Länge von 266.4 Tagen, jeder Satellit verwendet aber nur ein Segment dieses Codes von der Dauer einer Woche. Der P-Code besitzt eine Chiprate von 10.23 MHz, was einer Chiplänge von ungefähr 30 m entspricht. Um die Verwendung des bekannten P-Codes auf autorisierte Nutzer einzuschränken und zu verhindern, dass deren GPS-Empfänger durch vorgetäuschte GPS-Signale in die Irre geführt werden können (spoofing), wird der P-Code mit dem geheimen W-Code verschlüsselt. Der resultierende Code wird als Y-Code bezeichnet. Der W-Code besitzt eine Chiprate von 511.5 kHz, so dass auf jeden Chip des W-Codes zwanzig Chips des P-Codes kommen. Der Y-Code ist auf das L2-Trägersignal und um 90° gegenüber dem C/A-Code phasenverschoben auf das L1-Trägersignal aufmoduliert.

Zusätzlich zu den PRN-Codes werden noch Navigationsdaten übertragen, die per Biphasenmodulation auf den C/A-Code und den P-Code aufmoduliert werden. Die Navigationsdaten besitzen eine Bitrate von 50 Hz, so dass während der Zeit, die für das Senden von einem Bit Navigationsdaten benötigt wird, die 1023 Chips des C/A-Codes zwanzig mal vollständig wiederholt werden. Die Navigationsdaten werden in Frames zu 1500 Bit eingeteilt, die sich aus fünf Subframes zu 300 Bit zusammensetzten. Die Daten der ersten drei Subframes enthalten unter anderem Informationen über den Satellitenuhrenfehler und die Ephemeriden des sendenden Satelliten und bleiben, von gelegentlichen Anpassungen abgesehen, konstant. Die Subframes vier und fünf enthalten unter anderem Almanach-Daten<sup>4</sup> aller Satelliten und Daten zur Korrektur der Laufzeitver-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Da dieser Datenstrom fest vorgegeben ist und somit keine Informationen enthält, spricht man von Chips; bei einem Informationen enthaltenden Datenstrom spricht man von Bits.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Ephemeriden sind genaue Satellitenbahninformationen, die Almanach-Daten sind grobe Bahninformationen, die lediglich dazu dienen festzustellen, welche Satelliten sichtbar sind.

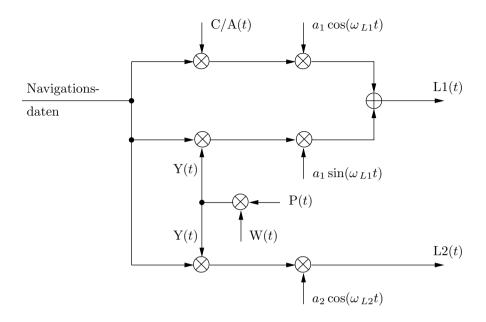


Abbildung 4.1: Generierung der GPS-Satellitensignale.

zögerung in der Ionosphäre. Der Inhalt der Subframes vier und fünf ändert sich von Frame zu Frame, bis nach 25 Frames $^5$  die Navigationsdaten vollständig übertragen sind und wiederholt werden.

Die Generierung der GPS-Satellitensignale ist in Abb. 4.1 schematisch dargestellt. Mathematisch lässt sich das von einem Satelliten gesendete Signal vereinfacht wie folgt beschreiben:

$$s_{t,L1}(t) = a_{t,CA} \cdot c(t) \cdot d(t) \cdot \sin(2\pi f_{L1}t) + a_{t,Y1} \cdot y(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_{L1}t)$$

$$(4.3)$$

$$s_{t,L2}(t) = a_{t,Y2} \cdot y(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_{L2}t)$$

$$(4.4)$$

#### Hierbei bezeichnet

$$s_{t,L1}(t),\,s_{t,L2}(t)$$
Sendesignale auf den Trägerfrequenzen  $L1$  und  $L2$   $a_{t,CA},\,a_{t,Y1},\,a_{t,Y2}$ Amplituden von C/A- und Y-Code Chip-Folge des C/A-Codes

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>25 Frames entsprechen 12.5 Minuten.

$$y(t)$$
 Chip-Folge des Y-Codes  $d(t)$  Bit-Folge der Navigationsdaten

Die empfangenen Signale sind einer Reihe von Einflüssen unterworfen und unterscheiden sich daher von den Sendesignalen. Einige wesentliche Einflüsse werden im Folgenden kurz angesprochen.

#### Doppler-Verschiebung

Der Doppler-Effekt tritt auf, wenn sich ein Sender und ein Empfänger relativ zueinander bewegen. Bewegen sich Sender und Empfänger aufeinander zu, so erhöht sich
die Frequenz des empfangenen Signals gegenüber der nominellen Sendefrequenz. Entfernen sich Sender und Empfänger voneinander, so verringert sich die Frequenz des
empfangenen Signals. Hierbei ist lediglich die Komponente der Relativgeschwindigkeit
in Ausbreitungsrichtung des Signals vom Sender zum Empfänger von Bedeutung<sup>6</sup>, die
bei einem auf der Erde ruhenden Empfänger maximal  $v_{rel} = 929 \,\mathrm{m/s}$  beträgt [56]. Dies
führt beim L1-Trägersignal auf eine maximale Verschiebung der Trägerfrequenz von

$$\Delta f_{L1} = f_{L1} \frac{v_{\text{rel}}}{c} = 4.9 \,\text{kHz} \,,$$
 (4.5)

für die Chiprate des C/A-Codes ergibt sich eine maximale Dopplerverschiebung von

$$\Delta f_{C/A} = f_{C/A} \frac{v_{\text{rel}}}{c} = 3.2 \,\text{Hz} \,.$$
 (4.6)

Dabei bezeichnet c die Lichtgeschwindigkeit. Um die Dopplerverschiebung des C/A-Codes bei der empfängerinternen Signalverarbeitung zu berücksichtigen, muss die Zeitachse für die Erzeugung der Replica-Codes mit

$$m_{C/A} = \frac{f_{C/A} + \Delta f_{C/A}}{f_{C/A}} \tag{4.7}$$

multipliziert werden, da sich die Zeitdauer eines Chips des empfangenen Codes gerade um den Faktor  $1/m_{C/A}$  verändert hat.

Ist der Empfänger gegenüber der Erdoberfläche bewegt, muss diese Geschwindigkeitskomponente ebenfalls berücksichtigt werden.

#### Signallaufzeit

Der Abstand zwischen einem Empfänger auf der Erdoberfläche und einem GPS-Satellit variiert zwischen  $r_{min}=20192\,\mathrm{km}$  für einen senkrecht über der Empfängerposition stehenden Satelliten und  $r_{max}=25785\,\mathrm{km}$  für einen gerade auf- oder untergehenden Satelliten.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Es existiert auch noch ein transversaler Dopplereffekt, für den die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ausschlaggebend ist. Eine Herleitung ist über die spezielle Relativitätstheorie möglich. Bei den hier auftretenden Geschwindigkeiten ist dieser Effekt jedoch vernachlässigbar.

Setzt man als Ausbreitungsgeschwindigkeit der Satellitensignale die Lichtgeschwindigkeit an, ergibt sich eine minimale Signallaufzeit von

$$\tau_{min} = \frac{r_{min}}{c} \approx 67 \,\text{ms} \tag{4.8}$$

und eine maximale Signallaufzeit von

$$\tau_{max} = \frac{r_{max}}{c} \approx 83 \,\text{ms} \,. \tag{4.9}$$

Die Erdatmosphäre beeinflusst die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Satellitensignale und damit die Signallaufzeit. Dies ist – neben der Mehrwegeausbreitung, die an dieser Stelle nicht betrachtet werden soll – eine der Hauptfehlerquellen bei der Positionsbestimmung, siehe Abschnitt 4.3.4.

#### Freiraumdämpfung

Mit wachsendem Abstand vom Sender nimmt die Leistung des empfangenen Signals ab. In [56] findet man hierfür den Zusammenhang

$$P_r = \frac{P_t \lambda^2}{(4\pi r)^2} \,. \tag{4.10}$$

Die Sendeleistung ist mit  $P_t$  bezeichnet,  $\lambda$  ist die Wellenlänge des Trägers, r ist der Abstand zwischen Satellit und Empfänger und  $P_r$  ist die Empfangsleistung.

Die Sendeleistung  $P_t$  des C/A-Codes auf L1 beträgt 478.63 W. Häufig gibt man die Leistung auch in [dBW] an, die sich aus der Leistung in Watt wie folgt berechnet:

$$P[dBW] = 10 \log_{10} \frac{P[W]}{1[W]}, \quad P[W] = 10^{\frac{1}{10}P[dBW]}$$
 (4.11)

Damit erhält man

$$P_t = 478.53 \,\mathrm{W} \, \hat{=} \, 26.8 \,\mathrm{dBW} \,.$$
 (4.12)

Der größte Abstand zwischen Satellit und Empfänger auf der Erdoberfläche beträgt ca.  $25785\,\mathrm{km}$ , so dass man mit der Wellenlänge des C/A-Codes von  $19\,\mathrm{cm}$  für die minimale Leistung des empfangenen Signals

$$P_r = 1.610^{-16} \,\text{W} \hat{=} -157.8 \,\text{dBW} \tag{4.13}$$

erhält. Die maximale Empfangsleistung beim minimalen Abstand liegt um 2.1 dB höher. Die Freiraumdämpfung beträgt also ungefähr

$$\Delta P_{Freiraum} = P_r - P_t = -184.6 \,\text{dBW} \,.$$
 (4.14)

Zusätzlich treten noch athmosphärische Verluste und Polarisationsverluste auf, die hier nicht berücksichtigt sind. Die in [7] spezifizierte Empfangsleistung des C/A-Codes auf L1 liegt bei  $-158.5\,\mathrm{dBW}$ .

#### Empfangssystem

Die Rauschleistung des thermischen Rauschens im Empfangssystem ist gegeben durch

$$N[W] = k \cdot T_0 \cdot B , \qquad (4.15)$$

wobei  $T_0[K]$  die Temperatur in Kelvin bezeichnet,  $k = 1.380610^{-23}[W_s/K]$  ist die Boltzmannkonstante und B[Hz] ist die relevante Bandbreite, im Falle des C/A-Codes also 2 MHz. Bei einer Temperatur von 290 K erhält man damit

$$N[dBW] = 10 \cdot \log_{10}(k \cdot T_0 \cdot B) = -141.0 \, dBW$$
 (4.16)

Häufig wird die Rauschleistung auch auf die Bandbreite bezogen angegeben:

$$N_0[W/H_z] = \frac{N}{R} = k \cdot T_0$$
 (4.17)

Mit den obigen Zahlenwerten erhält man

$$N_0[\text{dBW/Hz}] = 10 \cdot \log_{10}(k \cdot T_0) = -204.0 \,\text{dBW/Hz}$$
 (4.18)

Die Trägerleistung nach der AD-Wandlung des empfangenen Signals ergibt sich aus der Empfangsleistung  $P_r$ , der Verstärkung  $G_a$  durch die Antenne, der Verluste durch das Rauschen des Vorverstärkers  $D_{sys}$  und der Verluste durch die AD-Wandlung  $D_{AD}$  zu

$$C[W] = \frac{P_r \cdot G_a}{D_{sys} \cdot D_{AD}} . \tag{4.19}$$

Mit einem Antennen-Gewinn von  $G_a=1 = 0\,\mathrm{dB}$  und den Zahlenwerten  $P_r=-160[\mathrm{dBW}],\, D_{sys}=4\,\mathrm{dB},\, D_{AD}=2\,\mathrm{dB}$  erhält man

$$C[dBW] = 10 \log_{10} \left( \frac{P_r \cdot G_a}{D_{sys} \cdot D_{AD}} \right)$$

$$= P_r[dBW] + G_a[dB] - D_{sys}[dB] - D_{AD}[dB]$$

$$= -166 dBW. \tag{4.20}$$

Zur Beurteilung des empfangenen Signals bildet man das Verhältnis von Trägerleistung zu Rauschleistung und erhält so

$$\frac{C}{N}[\text{dBW}] = C[\text{dBW}] - N[\text{dBW}] = -25 \,\text{dBW} ,$$
 (4.21)

beziehungsweise auf die Bandbreite bezogen

$$\frac{C}{N_0}[\text{dBHz}] = C[\text{dBW}] - N_0[\text{dBW/Hz}] = 38 \,\text{dBHz} \,.$$
 (4.22)

Am Empfänger überlagern sich die Signale der sichtbaren Satelliten. Werden n Satellitensignale empfangen, verschlechtert sich durch diese Überlagerung das Signal-Rauschverhältnis für das Signal eines bestimmten Satelliten um ca.  $(n-1) \cdot 2$  dB.

#### Mathematische Beschreibung des empfangenen Signals

Die empfangenen Signale sind gegenüber den am Satelliten abgestrahlten Signalen um die Signallaufzeit  $\tau_{L1}$  bzw.  $\tau_{L2}$  verzögert. Da der Empfänger die exakte Zeit nicht kennt, erscheint von der empfängerinternen Zeitskala aus betrachtet das Empfangssignal zusätzlich verschoben. Diese Verschiebung entspricht gerade dem Fehler  $\delta t_U$  der empfängerinternen Uhr. Unter Berücksichtigung der Dopplerverschiebung erhält man damit aus (4.3), (4.4) mit

$$m_{L1} = \frac{f_{L1} + \Delta f_{L1}}{f_{L1}}, \quad m_{L2} = \frac{f_{L2} + \Delta f_{L2}}{f_{L2}}, \quad \text{usw.}$$
 (4.23)

für die von einem Satelliten empfangenen Signale  $s_{r,L1}(t)$  und  $s_{r,L2}(t)$  die vereinfachte mathematische Beschreibung

$$s_{r,L1}(t) = a_{r,CA} \cdot c \left( m_{C/A} t - \tau_{L1} - \delta t_U \right) \cdot d \left( m_{C/A} t - \tau_{L1} - \delta t_U \right)$$

$$\cdot \sin \left( 2\pi f_{L1} (m_{L1} t - \tau_{L1} - \delta t_U) \right)$$

$$+ a_{r,Y1} \cdot y \left( m_Y t - \tau_{L1} - \delta t_U \right) \cdot d \left( m_Y t - \tau_{L1} - \delta t_U \right)$$

$$\cdot \cos \left( 2\pi f_{L1} (m_{L1} t - \tau_{L1} - \delta t_U) \right) + n_{L1}(t)$$
(4.24)

$$s_{r,L2}(t) = a_{r,Y2} \cdot y \Big( m_Y t - \tau_{L2} - \delta t_U \Big) \cdot d \Big( m_Y t - \tau_{L2} - \delta t_U \Big)$$

$$\cdot \cos \Big( 2\pi f_{L2} (m_{L2} t - \tau_{L2} - \delta t_U) \Big) + n_{L2}(t) .$$
(4.25)

Die Bezeichnungen sind hierbei in Analogie zu Gl. (4.3) und (4.4) gewählt,  $n_{L1}(t)$  und  $n_{L2}(t)$  sind Rauschterme.

Mit den Abkürzungen

$$\Phi(t) = 2\pi \Delta f_{L1} t - 2\pi f_{L1} (\tau_{L1} + \delta t_U)$$
(4.26)

$$\tau'_{L1} = \tau_{L1} + \delta t_U - \frac{\Delta f_{C/A}}{f_{C/A}} t \tag{4.27}$$

$$\tau_{L1}'' = \tau_{L1} + \delta t_U - \frac{\Delta f_Y}{f_Y} t \tag{4.28}$$

kann man das L1-Empfangssignal alternativ auch wie folgt darstellen:

$$s_{r,L1}(t) = a_{r,CA} \cdot c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1}) \cdot \sin(2\pi f_{L1}t + \Phi(t)) + a_{r,Y1} \cdot y(t - \tau''_{L1}) \cdot d(t - \tau''_{L1}) \cdot \cos(2\pi f_{L1}t + \Phi(t)) + n_{L1}(t)$$

$$(4.29)$$

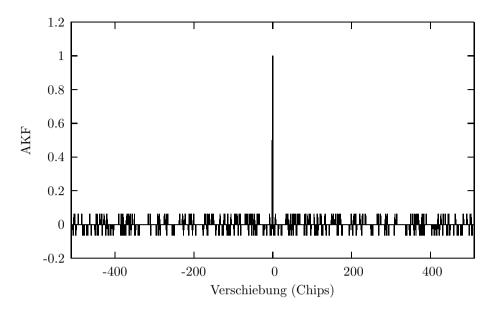


Abbildung 4.2: Autokorrelation eines C/A-Codes.

### 4.2.2 Akquisition

Nach dem Einschalten oder wenn längere Zeit keine GPS-Signale empfangen werden konnten, führt ein GPS-Empfänger eine Suche nach vorhandenen Satellitensignalen durch, die Akquisition genannt wird. Entscheidend ist, ob gültige Almanach-Daten vorhanden sind. Almanach-Daten enthalten Satellitenbahninformationen, allerdings weniger genau als die Ephemeriden-Daten<sup>7</sup>. Sofern der Empfänger zusätzlich Zeit und Position ungefähr kennt, kann anhand der Almanach-Daten auf die theoretisch sichtbaren Satelliten geschlossen werden. Da Signale nicht sichtbarer Satelliten aus der Suche ausgeschlossen werden können, wird die für die Akquisition benötigte Zeit erheblich verkürzt, man spricht von einem Warmstart. Fehlen diese Sichtbarkeitsinformationen, muss zunächst nach den Signalen aller Satelliten gesucht werden, was als Kaltstart bezeichnet wird.

Ziel der Akquisitionsphase ist, die vorhandenen Satellitensignale, ihre chipweise Verschiebung und ihre dopplerverschobenen Trägerfrequenzen zu bestimmen. Hierzu werden die Korrelationseigenschaften der C/A-Codes<sup>8</sup> ausgenutzt: Die Autokorrelationsfunktion verschwindet für Chip-Verschiebungen ungleich null nahezu vollständig, siehe Abb. 4.2. Zusätzlich verschwindet die Kreuzkorrelationsfunktion zweier verschiedener C/A-Codes, siehe Abb. 4.3. In der Akquisitionsphase wird das empfangene, herunter-

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Ein GPS-Satellit sendet die eigenen Ephemeriden-Daten und die Almanach-Daten aller Satelliten. Selbst wenn nur ein Satellit empfangen werden kann, sind daher nach einiger Zeit die Almanach-Daten aller Satelliten bekannt.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Eine direkte Akqusition des P-Codes ist nur mit speziellen Empfängern möglich.

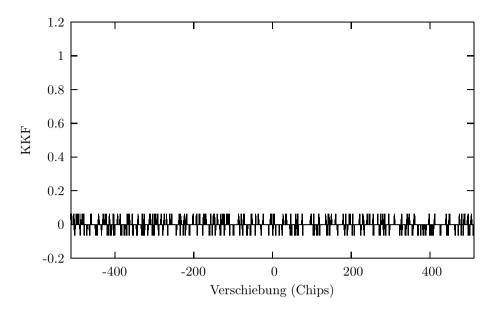


Abbildung 4.3: Kreuzkorrelation zweier verschiedener C/A-Codes.

gemischte, AD-gewandelte Empfangssignal mit einer vermuteten Trägerfrequenz demoduliert und mit im Empfänger erzeugten Replica-C/A-Codes korreliert. Nur wenn
der entsprechende C/A-Code im Empfangssignal vorhanden ist, die Verschiebung des
Replica-Codes damit in etwa übereinstimmt und auch die vermutete Trägerfrequenz
nicht zu weit von der tatsächlichen Trägerfrequenz entfernt ist, liefert die Korrelation ein
Ergebnis oberhalb des Rauschlevels. Üblicherweise wird ausgehend von der nominalen
Trägerfrequenz der Replica-Code solange verschoben, bis entweder das Korrelationsergebnis über einem Schwellwert liegt oder alle 1023 möglichen Verschiebungen betrachtet
worden sind. Wurde der Schwellwert nicht überschritten, verändert man die Frequenz
einen Schritt nach oben<sup>9</sup>. Wird auch bei dieser Frequenz kein Signal gefunden, bewegt
man sich zwei Frequenzschritte nach unten, dann drei Schritte nach oben usw., siehe
Abb. 4.4. Der Abstand der betrachteten Frequenzen kann dabei einige zehn bis einige
hundert Hertz betragen.

Um bei dem Vergleich des Korrelationsergebnisses mit dem Schwellwert die Falschalarmrate zu minimieren, werden sogenannte Detektoren verwendet. Hierbei ist zwischen Detektoren, die nach einer festgelegten Zeit ein Ergebnis liefern und Detektoren, deren Zeitbedarf bis zur Entscheidung von der Empfangssituation abhängt, zu unterscheiden. Zur ersten Kategorie zählt z.B. der m-von-n-Detektor, der bei schlechtem Signal-Rauschverhältnis Vorteile bietet. Bei gutem Signal-Rauschverhältnis ist dieser Detektor aber langsamer als z.B. der Tong-Detektor, der zur zweiten Kategorie zählt. Die Grundidee des m-von-n-Detektors besteht darin, dass zu einem Punkt im Suchraum für n

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Man spricht in diesem Zusammenhang von frequency bins.

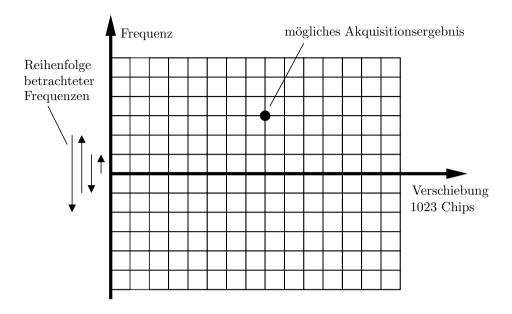


Abbildung 4.4: Suchraum bei der Akquisition.

Samples des empfangenen Signals ein Korrelationsergebnis berechnet wird. Wird dabei mindestens m-mal der festgelegte Schwellwert überschritten, wird diese Verschiebungs-Frequenz-Kombination akzeptiert, andernfalls wird sie abgelehnt. Beim Tong-Detektor wird ein zu Beginn initialisierter Zähler inkrementiert, wenn das Korrelationsergebnis eines Signal-Samples einen Schwellwert überschreitet, andernfalls wird der Zähler dekrementiert. Sinkt der Zählerstand auf null, wird die Verschiebungs-Frequenz-Kombination abgelehnt. Erreicht der Zähler einen bestimmten Grenzwert, gilt die Akquisition als erfolgreich.

Es existieren eine Vielzahl von Modifikationen und Verfeinerungen dieser beschriebenen Detektoren. Betrachtungen in größerer Tiefe sind z.B. in [65] und [77] zu finden.

War die Akquisition erfolgreich und Chip-Verschiebung und Trägerfrequenz sind näherungsweise bekannt, geht der Empfänger für diesen Satelliten in die Tracking-Phase über.

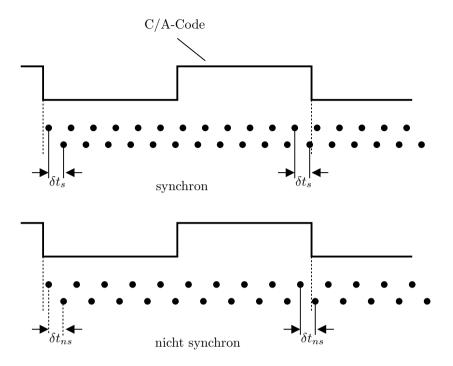


Abbildung 4.5: Wahl der Abtastrate.

### 4.2.3 Tracking

Es gibt die unterschiedlichsten Ansätze um ein Tracking von Satellitensignalen zu realisieren. Die prinzipielle Funktionsweise eines möglichen Ansatzes wird im Folgenden beschrieben, es wird nur der C/A-Code betrachtet.

Das von der GPS-Antenne empfangene Signal wird zunächst verstärkt, gefiltert, auf eine Zwischenfrequenz von  $21.25\,\mathrm{MHz}$  heruntergemischt und normalisiert. Die Normalisierung – auch als automatic gain control (AGC) bezeichnet – dient dazu, bei der anschließenden A/D-Wandlung den A/D-Wandler optimal auszunutzen. Bei der A/D-Wandlung entsteht durch Unterabtastung ein digitaler Datenstrom mit einer Datenrate von 5 MHz. Diese 5 MHz sind bewusst kein Vielfaches der C/A-Code-Chiprate von 1.023 MHz: Würde die A/D-Wandlung mit einem Vielfachen der C/A-Code-Chiprate erfolgen, könnte eine Verschiebung  $\delta t_s$  des Signals, die kleiner als die Abtastzeit ist, nicht detektiert werden, da eine solche Verschiebung den digitalen Datenstrom nicht beeinflusst, siehe Abb. 4.5 oben. Erfolgt die Abtastung jedoch nicht synchronisiert, führt auch eine Verschiebung  $\delta t_{ns}$  des Signals um weniger als die Abtastzeit nach einiger Zeit zu einer Veränderung des digitalen Datenstroms und ist damit prinzipiell erkennbar,

siehe Abb. 4.5 unten. Die Verarbeitung des so gewonnenen digitalen Datenstroms ist in Abb. 4.6 schematisch dargestellt.

#### Inphasen- und Quadraturkomponente

Zunächst wird das Signal in Inphasen- und Quadraturkomponente zerlegt. Die Inphasen-Komponente erhält man durch Multiplikation des Datenstroms mit einer um die geschätzte Phasenverschiebung  $\hat{\Phi}(t)$  verschobenen Sinus-Schwingung. Die Frequenz der Sinus-Schwingung ist gerade die heruntergemischte Trägerfrequenz des Satellitensignals, in der hier beschriebenen Konfiguration 1.25 MHz. Betrachtet man nur den C/A-Code, so erhält man mit Gl. (4.29) für die Inphasen-Komponente

$$I(t) = s_{r,L1}(t) \cdot \sin\left(2\pi f_{L1}t + \hat{\Phi}(t)\right)$$

$$= c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1}) \cdot \sin\left(2\pi f_{L1}t + \Phi(t)\right) \cdot \sin\left(2\pi f_{L1}t + \hat{\Phi}(t)\right)$$

$$= -\frac{1}{2}c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1})$$

$$\cdot \left[\cos\left(4\pi f_{L1}t + \Phi(t) + \hat{\Phi}(t)\right) - \cos\left(\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)\right)\right]. \tag{4.30}$$

Das Rauschen des Empfangssignal wurde hierbei der Einfachheit halber vernachlässigt. Eliminiert man den höherfrequenten Anteil durch Tiefpassfilterung, erhält man schließlich

$$I(t) = \frac{1}{2}c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1})\cos(\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)).$$
 (4.31)

In analoger Weise findet man durch Multiplikation mit einer um die geschätzte Phasenverschiebung verschobenen Kosinus-Schwingung die Quadratur-Komponente zu

$$Q(t) = \frac{1}{2}c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1})\sin(\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)).$$
 (4.32)

Stimmt die geschätzte Phasenverschiebung mit der Phasenverschiebung des empfangenen Signals überein, verschwindet die Quadratur-Komponente und die Inphasen-Komponente besteht nur aus C/A-Code und Navigationsdaten:

$$I(t) = \frac{1}{2}c(t - \tau'_{L1}) \cdot d(t - \tau'_{L1})$$
(4.33)

$$Q(t) = 0 (4.34)$$

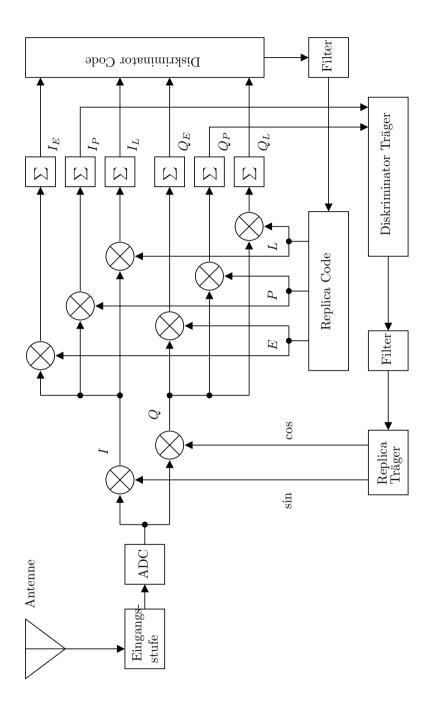


Abbildung 4.6: Generisches Empfänger-Blockdiagramm.

Nun werden die beiden Signale aus Gl. (4.31) und Gl. (4.32) mit drei vom Empfänger erzeugten Replica C/A-Codes korreliert, early (E), prompt (P) und late (L). Der prompt-Code wird gerade mit der geschätzten Verschiebung  $\hat{\tau}'$  des empfangenen C/A-Codes generiert, die early- und late-Codes sind um die Dauer eines halben C/A-Code Chips verfrüht bzw. verspätet. Betrachtet man 20 ms lange Signal-Samples<sup>10</sup>, entstehen durch das Aufsummieren der jeweiligen, mit 5 MHz anfallenden Korrelationsergebnisse insgesamt sechs Signale mit einer Datenrate von 50 Hz:  $I_E$ ,  $I_E$ ,  $I_L$ ,  $Q_E$ ,  $Q_P$ ,  $Q_L$ . Diese Signale dienen zur Bestimmung der Fehler der geschätzten Verschiebung  $\hat{\tau}'$  und der Trägerphase  $\hat{\Phi}(t)$ . Zur Veranschaulichung der Bedeutung der Korrelationsergebnisse wird in Abb. 4.7 ein vereinfachtes Beispiel betrachtet. Auf der linken Seite sind die Ergebnisse der normalisierten Korrelationen eines C/A-Codes mit early-, prompt- und late-Replica-C/A-Codes für den Fall dargestellt, dass die geschätzte Verschiebung des C/A-Codes mit der tatsächlichen Verschiebung übereinstimmt. Die Korrelation des prompt Codes liefert den größten Beitrag, die Amplitude der early- und late-Korrelationsergebnisse sind halb so groß. Ist der prompt-Replica-Code um einen viertel Chip zu früh, resultieren die auf der rechten Seite von Abb. 4.7 dargestellten Verhältnisse: Early- und promt-Codes liefern identische Korrelationsergebnisse, die Amplitude des Korrelationsergebnisses des late-Codes ist am geringsten.

#### Delay Lock Loop (DLL)

Die Bestimmung des Fehlers  $\delta \hat{\tau}'$  der geschätzten Verschiebung erfolgt mit einem Diskriminator. Es gibt eine Vielzahl von Diskriminatoren, die sich in Leistungsfähigkeit und Rechenzeitbedarf unterscheiden. Ein möglicher Diskriminator ist gegeben durch

$$\delta \hat{\tau}' = \frac{1}{2} \frac{\sum \sqrt{I_E^2 + Q_E^2} - \sum \sqrt{I_L^2 + Q_L^2}}{\sum \sqrt{I_E^2 + Q_E^2} + \sum \sqrt{I_L^2 + Q_L^2}}.$$
 (4.35)

Durch die Addition der Quadrate der jeweiligen Inphasen- und Quadraturkomponente entfällt die Störung durch eine fehlerhaft geschätzte Trägerphase: Der Sinus des Trägerphasenschätzfehlers geht multiplikativ in die Amplituden der Inphasen-Komponenten ein, dessen Kosinus in die Quadraturkomponenten, siehe Gl. (4.31) und Gl. (4.32). Addiert man die Quadrate der Inphasen- und Quadraturkomponente, ist die Amplitude des resultierenden Signals aufgrund von

$$\sin\left(\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)\right)^2 + \cos\left(\Phi(t) - \hat{\Phi}(t)\right)^2 = 1 \tag{4.36}$$

vom Trägerphasenschätzfehler unabhängig. Durch den Nenner in Gl. (4.35) wird eine Beeinflussung des Diskriminatorergebnisses durch die absoluten Signalamplituden verhindert, lediglich die relativen Amplituden von early und late spielen eine Rolle.

Das Diskriminatorergebnis wird gefiltert und zur Korrektur der geschätzten Verschiebung  $\hat{\tau}'$  verwendet, die dann Grundlage der Erzeugung der Replica-Codes für die Verarbeitung des nächsten 20-ms-Signal-Samples ist. Diese Regelschleife wird als Delay Lock Loop (DLL) bezeichnet.

 $<sup>^{10}</sup>$ Die Navigationsdatenbits können sich alle 20 ms ändern. Idealerweise werden die 20-ms-Signal-Samples so mit dem empfangenen Signal synchronisiert, dass innerhalb eines Samples keine Änderung des Navigationsdatenbits erfolgen kann.

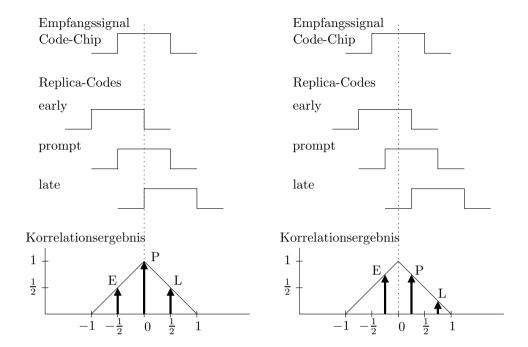


Abbildung 4.7: Korrelation mit Replica-Codes.

#### Phase Lock Loop (PLL)

Zur Bestimmung des Schätzfehlers der Trägerphase werden die Signale  $I_P$  und  $Q_P$  herangezogen. Auch hier gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Diskriminatoren. Ein leistungsfähiger, wenn auch rechenaufwändiger Diskriminator ist durch

$$\delta \hat{\Phi} = \arctan\left(\frac{Q_P}{I_P}\right) \tag{4.37}$$

gegeben, was gerade dem Maximum-Likelyhood-Schätzwert des Trägerphasenschätzfehlers entspricht. Da in  $Q_P$  der Kosinus und in  $I_P$  der Sinus des Trägerphasenschätzfehlers eingeht, ist dieser Ansatz unmittelbar einsichtig. Phasensprünge von 180 Grad aufgrund der Navigationsdaten beeinflussen aufgrund der Mehrdeutigkeit der Arcus-Tangens-Funktion das Ergebnis nicht. Das Diskriminator-Ergebnis wird gefiltert, der Trägerphasenschätzwert damit korrigiert und für die Gewinnung der Signale Gl. (4.31) und Gl. (4.32) aus dem nächsten 20-ms-Signal-Sample verwendet. Diese Regelschleife wird als Costas Phase Lock Loop bezeichnet.

Anstelle eines Costas PLL kann auch ein Frequency Lock Loop (FLL) eingesetzt werden. Da hier nur grundlegende Prinzipien der empfängerinternen Signalverarbeitung qualitativ beschrieben werden sollen, wird auf Frequency Lock Loops und die zur Filterung der Diskriminatorergebnisse notwendigen Filter nicht eingegangen.

Ausführliche Beschreibungen der Funktionsweise eines GPS-Empfängers sind in [56], [24], [97] oder [65] zu finden.

### 4.3 GPS-Beobachtungsgrößen

In diesem Abschnitt stehen die vom GPS-Empfänger gelieferten Messwerte und ihr Zusammenhang mit Position und Geschwindigkeit der Antenne des GPS-Empfängers im Vordergrund. Die folgenden Betrachtungen sind dabei bewusst so aufbereitet, dass ein Verständnis der in Abschnitt 4.2 skizzierten, empfängerinternen Signalverarbeitung nicht erforderlich ist.

### 4.3.1 Pseudorange

Die Pseudorange-Messung wird aus der zeitlichen Verschiebung zwischen dem empfängerinternen Replica-Code und dem empfangenen Satellitensignal gewonnen. Allerdings ist die zeitliche Verschiebung dieser beiden Signale nicht nur von der Laufzeit des Satellitensignals und somit vom Abstand zwischen Satellit und Empfänger abhängig, sondern auch vom Fehler der empfängerinternen Uhr. Dieser Uhrenfehler geht daher in die nichtlineare Pseudorange-Messgleichung ein:

$$\tilde{\rho}_i = c_{g,i} \cdot \hat{\tau}_i' = |\vec{r}_{S_i} - \vec{r}_A| + c\delta t_U + e_{\rho,i} \tag{4.38}$$

Hierbei bezeichnet

 $\begin{array}{ll} \tilde{\rho}_i & \text{Pseudorange zum Satelliten } i \\ c_{g,i} & \text{Gruppengeschwindigkeit des Satellitensignals } i \\ \hat{\tau}'_i & \text{Gemessene zeitliche Verschiebung zwischen empfängerinternem } \\ \text{Referenzsignal und Satellitensignal } i \\ \vec{r}_{S_i} & \text{Position des Satelliten } i \text{ zum Sendezeitpunkt} \\ \vec{r}_A & \text{Position der GPS-Antenne zum Empfangszeitpunkt} \\ c & \text{Lichtgeschwindigkeit} \\ \delta t_U & \text{Uhrenfehler des GPS-Empfängers zum Empfangszeitpunkt} \\ e_{\rho,i} & \text{Messfehler der Pseudorange-Messung zum Satelliten } i. \end{array}$ 

Werden die Pseudorange-Messgleichungen (4.38) für jeden zu einem Zeitpunkt empfangenen Pseudorange aufgestellt, so entsteht ein nichtlineares Gleichungssystem. Liegen mindestens vier Pseudoranges vor, kann dieses Gleichungssystem iterativ nach den vier Unbekannten Antennenposition  $(r_{A,x}, r_{A,y}, r_{A,z})^T$  und Empfängeruhrenfehler  $\delta t_U$  aufgelöst werden. Dazu wird das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix}
\tilde{\rho}_{1} \\
\tilde{\rho}_{2} \\
\vdots \\
\tilde{\rho}_{n}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
h_{1}(\vec{x}) \\
h_{2}(\vec{x}) \\
\vdots \\
h_{n}(\vec{x})
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}
e_{\rho,1} \\
e_{\rho,2} \\
\vdots \\
e_{\rho,n}
\end{pmatrix}$$

$$\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}{\stackrel{\tilde{e}_{\rho}}}}}}}}}} (4.39)$$

mit

$$\vec{x} = (r_{A,x}, r_{A,y}, r_{A,z}, \delta t_U)^T \tag{4.40}$$

in eine Taylor-Reihe um die geschätzte Antennenposition und den geschätzten Uhrenfehler entwickelt:

$$\tilde{\vec{\rho}} = \vec{h}(\hat{\vec{x}}) + \mathbf{H}(\vec{x} - \hat{\vec{x}}) + h.o.t.^{11}$$
 (4.41)

Der Vektor der Messfehler wurde hierbei aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen. Die Matrix  $\mathbf{H}$  ist die Jacobi-Matrix von  $\vec{h}(\vec{x})$ :

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \vec{h}(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \bigg|_{\vec{x} = \hat{\vec{x}}_k} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial r_{A,x}} & \frac{\partial h_1}{\partial r_{A,y}} & \frac{\partial h_1}{\partial r_{A,y}} & \frac{\partial h_1}{\partial c \delta t_U} \\ \frac{\partial h_2}{\partial r_{A,x}} & \frac{\partial h_2}{\partial r_{A,y}} & \frac{\partial h_2}{\partial r_{A,z}} & \frac{\partial h_2}{\partial c \delta t_U} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial r_{A,x}} & \frac{\partial h_n}{\partial r_{A,y}} & \frac{\partial h_n}{\partial r_{A,z}} & \frac{\partial h_n}{\partial c \delta t_U} \end{pmatrix} \bigg|_{\vec{x} = \hat{\vec{x}}_b}$$

$$(4.42)$$

Die Komponenten der Matrix **H** ergeben sich mit

$$|\vec{r}_{S_i} - \vec{r}_A| = \sqrt{(r_{S_i,x} - r_{A,x})^2 + (r_{S_i,y} - r_{A,y})^2 + (r_{S_i,z} - r_{A,z})^2}$$
 (4.43)

und

$$\frac{\partial h_i}{\partial r_{A,x}} = \frac{-(r_{S_i,x} - r_{A,x})}{\sqrt{(r_{S_i,x} - r_{A,x})^2 + (r_{S_i,y} - r_{A,y})^2 + (r_{S_i,z} - r_{A,z})^2}}$$
(4.44)

$$\frac{\partial h_i}{\partial r_{A,y}} = \frac{-(r_{S_i,y} - r_{A,y})}{\sqrt{(r_{S_i,x} - r_{A,x})^2 + (r_{S_i,y} - r_{A,y})^2 + (r_{S_i,z} - r_{A,z})^2}}$$
(4.45)

$$\frac{\partial h_i}{\partial r_{A,z}} = \frac{-(r_{S_i,z} - r_{A,z})}{\sqrt{(r_{S_i,x} - r_{A,x})^2 + (r_{S_i,y} - r_{A,y})^2 + (r_{S_i,z} - r_{A,z})^2}}$$
(4.46)

sowie

$$\vec{e}_{S_i} = \frac{\vec{r}_{S_i,x} - \vec{r}_{A,x}}{|\vec{r}_{S_i,x} - \vec{r}_{A,x}|} = \begin{pmatrix} e_{S_i,x} \\ e_{S_i,y} \\ e_{S_i,z} \end{pmatrix}$$
(4.47)

zu

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -e_{S_1,x} & -e_{S_1,y} & -e_{S_1,z} & 1\\ -e_{S_2,x} & -e_{S_2,y} & -e_{S_2,z} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -e_{S_n,x} & -e_{S_n,y} & -e_{S_n,z} & 1 \end{pmatrix} \Big|_{\vec{x} = \hat{\vec{x}}},$$

$$(4.48)$$

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Higher order terms

wobei  $\vec{e}_{S_i}$  den Einheitsvektor bezeichnet, der von der Antennenposition zum i-ten Satelliten weist.

Mit

$$\Delta \vec{\rho} = \tilde{\vec{\rho}} - \vec{h}(\hat{\vec{x}}), \quad \Delta \vec{x} = \vec{x} - \hat{\vec{x}} \tag{4.49}$$

lässt sich Gl. (4.41) umstellen, wobei Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden:

$$\Delta \vec{\rho} = \mathbf{H} \Delta \vec{x} \tag{4.50}$$

Die Least-Squares-Lösung von Gl.(4.50) ist gegeben durch

$$\Delta \vec{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \Delta \vec{\rho}. \tag{4.51}$$

Sind Informationen über die Güte der einzelnen Pseudorange-Messungen vorhanden, können diese berücksichtigt werden, indem die Weighted-Least-Squares-Lösung berechnet wird.

Mit diesem Korrekturvektor kann die Schätzung von Antennenposition und Uhrenfehler verbessert werden:

$$\hat{\vec{x}} := \hat{\vec{x}} + \Delta \vec{x} \tag{4.52}$$

Damit beginnt der nächste Iterationsschritt, die verbesserte Schätzung wird zur Berechnung einer verbesserten Jacobi-Matrix **H** nach Gl. (4.48) verwendet, diese führt zu einem neuen Korrekturvektor Gl. (4.51), der wieder zur Verbesserung der Positionsund Uhrenfehlerschätzung (4.52) genutzt wird. Die Gleichungen (4.48), (4.51) und (4.52) werden in der beschriebenen Weise iteriert, bis die Änderung der Schätzwerte in einem Iterationsschritt ein zuvor definiertes Maß unterschreitet.

Diese Vorgehensweise zur Berechnung der Antennenposition aus den Pseudoranges wird auch als Snap-Shot-Algorithmus bezeichnet, da nur die zum aktuellen Zeitpunkt vorliegenden Pseudoranges berücksichtigt werden. Häufig werden bei der Ermittlung der Empfängerposition aus Pseudorange-Messungen aber auch Pseudorange-Messungen zu früheren Zeitpunkten mit einbezogen. Durch eine solche Filterung lassen sich zwar höherfrequente Fehler reduzieren, allerdings wird dies durch zusätzliche Zeitkorrelationen in den Positionsfehlern und eine zusätzliche Verzögerung in der Positionslösung erkauft.

Anhand von Gl. (4.51) können auch prinzipielle Aussagen über die Güte der Positionsbestimmung getroffen werden. Geht man davon aus, dass jede Pseudorange-Messung mit einem Messrauschen der gleichen Varianz  $\sigma_{\rho}^2$  behaftet ist, so erhält man für die Kovarianz von Position und Uhrenfehler  $\mathbf{P}_x$ :

$$\mathbf{P}_{x} = (\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{T} \cdot \sigma_{\rho}^{2}\mathbf{I} \cdot \left((\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{T}\right)^{T}$$

$$= (\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{T} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1,T} \cdot \sigma_{\rho}^{2}$$

$$= (\mathbf{H}^{T}\mathbf{H})^{-1,T}\sigma_{\rho}^{2}. \tag{4.53}$$

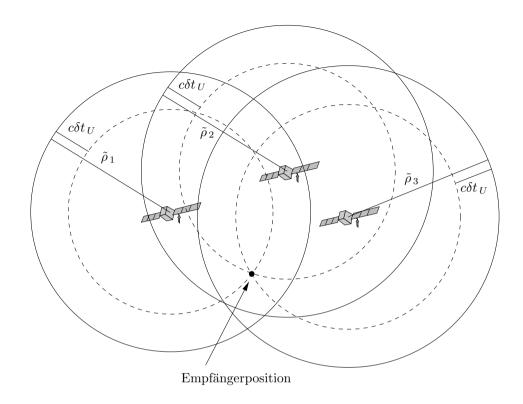


Abbildung 4.8: Geometrische Veranschaulichung der Positionsbestimmung mit Pseudorange-Messungen im zweidimensionalen Fall.

Die Hauptdiagonale der Matrix  $\mathbf{V}^T = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1,T}$  bzw.  $\mathbf{V} = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}$  bestimmt folglich, wie sich das Messrauschen der Pseudoranges auf die Varianz von Position und Uhrenfehler auswirkt. Diese Matrix wird daher zur Definition einiger Kenngrößen herangezogen, der DOP-Faktoren<sup>12</sup>. Hierbei handelt es sich um Indikatoren die angeben, ob bei der vorliegenden Satellitenkonstellation mit guten oder schlechten Ergebnissen bei der Bestimmung von Position und Uhrenfehler zu rechnen ist. Folgende DOP-Faktoren sind üblich:

$$\begin{array}{ll} \text{VDOP} = & \sqrt{\mathbf{V}(3,3)} & \text{vertical DOP} \\ \text{HDOP} = & \sqrt{\mathbf{V}(1,1) + \mathbf{V}(2,2)} & \text{horizontal DOP} \\ \text{PDOP} = & \sqrt{\mathbf{V}(1,1) + \mathbf{V}(2,2) + \mathbf{V}(3,3)} & \text{position DOP} \\ \text{GDOP} = & \sqrt{\mathbf{V}(1,1) + \mathbf{V}(2,2) + \mathbf{V}(3,3) + \mathbf{V}(4,4)} & \text{geometric DOP} \end{array}$$

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>DOP steht für 'Dilution of Precision'.

Je kleiner diese DOP-Faktoren ausfallen, desto weniger werden Pseudorange-Messfehler bei der Berechnung von Position und Uhrenfehler verstärkt.

In Abb. 4.8 ist die Positionsbestimmung mit Pseudorange-Messungen für den zweidimensionalen Fall geometrisch veranschaulicht. Jede Pseudorange-Messung definiert den Radius einer Kugelschale um den zugehörigen Satellit. Korrigiert man die Radien aller Kugelschalen um den gleichen Betrag, so dass sich alle Kugelschalen in einem einzigen Punkt schneiden, ist mit diesem Schnittpunkt die Position des GPS-Empfängers gefunden. Der Betrag, um den die Radien der Kugelschalen korrigiert wurden, entspricht dem Empfängeruhrenfehler multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit.

### 4.3.2 Trägerphasenmessung

Neben der Messung der Signallaufzeit anhand der zeitlichen Verschiebung von Pseudozufallsfolgen ist ein GPS-Empfänger in der Lage, die Änderung der Phasenverschiebung zwischen dem Träger eines empfangenen Satellitensignals und einem empfängerintern erzeugten Referenzträger zu messen. Die so entstehende Messgröße wird als Trägerphasenmessung bezeichnet, die zugehörige Messgleichung wird im Folgenden abgeleitet.

Die GPS-Satelliten senden Signale auf den Trägerfrequenzen L1 und L2 aus, stellvertretend hierfür wird eine Sendefrequenz  $f_c$  eingeführt. Da sich die GPS-Satelliten gegenüber dem GPS-Empfänger bewegen, stimmt die vom Empfänger festgestellte Frequenz  $f_c$  eines empfangenen Signals aufgrund des Dopplereffekts nicht mit der Sendefrequenz  $f_c$  überein:

$$f'_{c,i} = f_c \cdot \left(1 - \frac{v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}}{c}\right) \tag{4.54}$$

Hierbei bezeichnet  $v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}$  die Projektion der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}_{\text{rel},i}$  von Satellit in und Empfänger auf eine Gerade, die Empfänger und Satellit verbindet. Sie ist bei Annäherung negativ und bei Vergrößerung der Distanz positiv, siehe Abb. 4.9. Die skalare Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}$  ist gerade die Ableitung des Abstandes von Empfänger und Satellit nach der Zeit. Damit liefert die zeitliche Integration von Gl. (4.54) als Phase<sup>13</sup>  $\varphi_{S,i}$  des empfangenen Satellitensignals

$$\varphi_{S,i} = f_c \cdot \left( t - \frac{|\vec{r}_{S_i} - \vec{r}_A|}{c} \right) \quad . \tag{4.55}$$

Die Frequenz eines empfängerintern erzeugten Referenzträgers hängt von der Drift  $\delta t_U$  der empfängerinternen Uhr ab.

$$f_E = f_c \cdot \left(1 + \delta \dot{t}_U\right) \tag{4.56}$$

Für die Phase  $\varphi_E$  des Referenzträgers folgt daher

$$\varphi_E = f_c \cdot (t + \delta t_U) \quad . \tag{4.57}$$

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Es ist üblich, hier die Phase in *cycles* anzugeben.

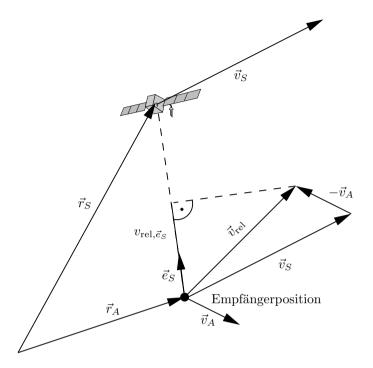


Abbildung 4.9: Relativgeschwindigkeit von Satellit und GPS-Empfänger.

Die Differenz  $\varphi_i$  der beiden Phasen  $\varphi_E$  und  $\varphi_{Sr,i}$  wird in einem so genannten Phase Lock Loop (PLL) bestimmt und ergibt sich mit  $c = f_c \lambda_c$  zu

$$\varphi_i = \varphi_E - \varphi_{Sr,i} = \frac{|\vec{r}_{S_i} - \vec{r}_A|}{\lambda_c} + \frac{c\delta t_U}{\lambda_c} \quad . \tag{4.58}$$

Allerdings ist zu beachten, dass zu dem Zeitpunkt, zu dem der Satellit zum ersten mal sichtbar ist, nur der gebrochene Anteil der Trägerphasendifferenz gemessen werden kann. Die absolute Anzahl der Wellenlängen zwischen Satellit und Empfänger ist unbekannt und wird als Trägerphasenmehrdeutigkeitswert (engl. ambiguity) N bezeichnet. Damit ergibt sich die Messgleichung einer Trägerphasenmessung, die wie die Pseudorange-Messgleichung ebenfalls nichtlinear ist, zu

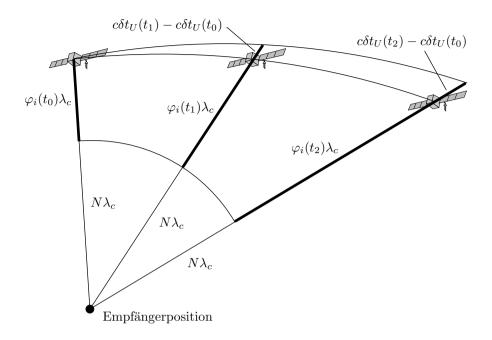


Abbildung 4.10: Geometrische Veranschaulichung der Trägerphasenmessung.

$$\tilde{\varphi}_{i}(t) = \varphi_{i}(t) - \varphi_{i}(t_{0}) 
= \frac{|\vec{r}_{S_{i}}(t) - \vec{r}_{A}(t)|}{\lambda_{c}} + \frac{c\delta t_{U}(t)}{\lambda_{c}} + \frac{e_{\varphi,i}(t)}{\lambda_{c}} 
- \left[ \frac{|\vec{r}_{S_{i}}(t_{0}) - \vec{r}_{A}(t_{0})|}{\lambda_{c}} + \frac{c\delta t_{U}(t_{0})}{\lambda_{c}} + \frac{e_{\varphi,i}(t_{0})}{\lambda_{c}} \right] 
\tilde{\varphi}_{i}(t) = \frac{|\vec{r}_{S_{i}}(t) - \vec{r}_{A}(t)|}{\lambda_{c}} + \frac{c\delta t_{U}(t)}{\lambda_{c}} + \frac{e_{\varphi,i}(t)}{\lambda_{c}} - N \quad .$$
(4.59)

Der Messfehler der Trägerphasenmessung ist mit  $e_{\varphi,i}$  bezeichnet. Aufgrund des unbekannten Mehrdeutigkeitswertes N kann Gl. (4.59) nicht unmittelbar für eine Positionsbestimmung genutzt werden. Dieser Mehrdeutigkeitswert ist konstant, in ungünstigen Empfangssituationen können jedoch auch als Cycle Slips bezeichnete Sprünge auftreten. Bei der Trägerphasenmessung handelt es sich also um eine Messung der Änderung des Abstandes zwischen Empfänger und Satellit, die um die Änderung des Uhrenfehlers seit dem Zeitpunkt, zu dem der Satellit sichtbar wurde, verfälscht ist. In Abb. 4.10 ist die Trägerphasenmessung geometrisch veranschaulicht.

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Trägerphasenmessung zu nutzen: Beim carrier aided smoothing werden Trägerphasenmesswerte verwendet, um die zugehörigen Pseudorange-Messungen zu glätten. Für hochgenaue Anwendungen wird der Mehrdeutigkeitswert N bestimmt, um die Trägerphasenmessung auf die gleiche Weise wie eine Pseudorange-Messung nutzen zu können. Dies ist jedoch nur möglich, wenn Differenzen von Trägerphasenmessungen zu verschiedenen Satelliten gebildet werden, so dass sich der Uhrenfehler aus den Messgleichungen herauskürzt. Zusätzlich müssen durch Korrekturdaten einer Referenzstation mit bekannter Position die Fehlerterme  $e_{\varphi,i}$  möglichst eliminiert werden.

### 4.3.3 Deltarange

Neben der Trägerphasenmessung stellen viele GPS-Empfänger direkt eine Messung der Relativgeschwindigkeit von Satellit und Empfänger zur Verfügung, die als Deltarange oder Doppler-Geschwindigkeitsmessung bezeichnet wird. Diese wird aus der Verschiebung der Trägerfrequenz des empfangenen Satellitensignals gewonnen. Aus Gl. (4.54) folgt

$$f'_{c,i} - f_c = -f_c \frac{v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}}{c} = -\frac{1}{\lambda_c} v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}$$
 (4.60)

Die Verschiebung der Trägerfrequenz muss dabei natürlich durch Vergleich mit der Frequenz des empfängerintern erzeugten Referenzträgers ermittelt werden.

$$\tilde{v}_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}} = -\lambda_c \left( f'_{c,i} - f_E \right) + e_{v,i}$$

$$= -\lambda_c \left[ f_c \cdot \left( 1 - \frac{v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}}}{c} \right) - f_c \cdot \left( 1 + \delta \dot{t}_U \right) \right] + e_{v,i} \tag{4.61}$$

Hierbei bezeichnet  $e_{v,i}$  den Fehler der Deltarange-Messung zum Satellit i. Mit  $c=f_c\cdot\lambda_c$  folgt

$$\tilde{v}_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}} = v_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}} + c\delta \dot{t}_U + e_{v,i} \quad . \tag{4.62}$$

Anhand von Abb. 4.9 lässt sich die skalare Relativgeschwindigkeit  $v_{\mathrm{rel},\vec{e}_{S,i}}$  in Abhängigkeit von Satellitengeschwindigkeit  $\vec{v}_{S,i}$  und Empfängergeschwindigkeit  $\vec{v}_A$  formulieren. Die Messgleichung der Deltarange-Messung lautet damit

$$\tilde{v}_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}} = \vec{e}_{S,i}^{T} (\vec{v}_{S,i} - \vec{v}_{A}) + c\delta \dot{t}_{U} + e_{v,i} \quad . \tag{4.63}$$

Durch Umstellen erhält man

$$\tilde{v}_{\text{rel},\vec{e}_{S,i}} - \vec{e}_{S,i}^T \vec{v}_{S,i} = -\vec{e}_{S,i}^T \vec{v}_A + c\delta \dot{t}_U + e_{v,i} \quad . \tag{4.64}$$

Mit den Deltarange-Messgleichungen (4.63) zu verschiedenen Satelliten lässt sich ein lineares Gleichungssystem für die drei unbekannten Komponenten der Geschwindigkeit der GPS-Antenne und der unbekannten Uhrenfehlerdrift aufstellen. Sind zu einem

Zeitpunkt vier Deltarange-Messwerte vorhanden, kann dieses lineare Gleichungssystem direkt gelöst werden, bei mehr als vier Messwerten wird die Least-Squares-Lösung verwendet. Da es sich in jedem Fall um ein lineares Gleichungssystem handelt, ist anders als bei der Berechnung der Antennenposition aus Pseudorange-Messungen eine iterative Lösung nicht notwendig.

Für die erzielbare Genauigkeit bei einer Deltarange-Messung spielt neben dem Signal-Rauschverhältnis des Trägers auch die Messzeit eine Rolle: Je länger das zur Frequenzmessung betrachtete Zeitintervall ist, desto geringer ist der bei der Frequenzmessung resultierende Fehler. Dabei sollte sich allerdings die Frequenz und somit die Relativgeschwindigkeit zwischen Empfänger und Satellit in diesem Zeitintervall nicht ändern. Daher können diese Zeitintervalle nicht beliebig lang gewählt werden, da ansonsten dynamische Vorgänge wie Änderungen der Geschwindigkeit oder Bewegungsrichtung des Empfängers verfälscht würden.

### 4.3.4 Fehlerquellen

Die von einem GPS-Empfänger gelieferten Pseudorange-, Trägerphasen- und Deltarange-Messungen sind mit einer Reihe von Fehlern behaftet. Common-Mode-Fehler treten innerhalb einer bestimmten Region bei jedem Empfänger auf, wohingegen Non-common-Mode-Fehler vom verwendeten GPS-Empfänger selbst oder der spezifischen Empfangssituation abhängen.

Zu den Common-Mode-Fehlern zählen:

• Ionosphärenfehler: Die Ionosphäre erstreckt sich in Höhen zwischen 50 km und 1000 km und beeinflusst die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Während die Gruppengeschwindigkeit  $c_{\rm g}$  verringert wird, vergrößert sich im Gegenzug die Phasengeschwindigkeit  $c_{\rm p}$  [119]:

$$c_{\rm g} \cdot c_{\rm p} = c^2 \tag{4.65}$$

Dies hat zur Folge, dass für die Pseudorange-Messung zu große Werte und für die Trägerphasenmessung zu kleine Werte resultieren. In erster Näherung gilt für den Ionosphärenfehler  $e_{\rm Ion}$ 

$$e_{\rm Ion} \sim \frac{{
m TEC}}{f_c^2}$$
 (4.66)

Die Anzahl der Elektronen pro Quadratmeter TEC (total electron count) ist von der Sonneneinstrahlung abhängig, so dass sich tagsüber größere Ionosphärenfehler ergeben als nachts. Da der Ionosphärenfehler frequenzabhängig ist, kann diese Fehlerquelle bei Zweifrequenz-Empfängern eliminiert werden.

• Troposphärenfehler: Die Troposphäre erstreckt sich von der Erdoberfläche bis in 10 km Höhe. Laufzeitverzögerungen hängen in erster Linie vom Luftdruck und der Luftfeuchtigkeit ab, eine Frequenzabhängigkeit besteht nicht. Der Troposphärenfehler ist außerdem vom Erhebungswinkel des Satelliten abhängig, da ein niedriger Erhebungswinkel mit einem langen Weg durch die Troposphäre verbunden ist.

- Ephemeridenfehler: Die Bahnen der GPS-Satelliten werden ständig von Bodenstationen vermessen und die so bestimmten Ephemeridendaten den Nutzern des GPS-Systems im Rahmen der Navigationsdaten zur Verfügung gestellt. Die Differenz zwischen angenommener und realer Satellitenbahn wird als Ephemeridenfehler bezeichnet.
- Satellitenuhrenfehler: Mit den Navigationsdaten werden auch Korrekturdaten für die Uhr des sendenden Satelliten übertragen. Die nach der Korrektur der Satellitenuhr verbleibende Differenz zur GPS-Zeit stellt den Satellitenuhrenfehler dar.

Zu den Non-common-Mode Fehlern zählen:

• Mehrwegeausbreitung (engl. Multipath): Ein Satellitensignal kann die Antenne des GPS-Empfängers nicht nur auf direktem Wege erreichen, sondern auch nachdem es an Gebäuden, der Erdoberfläche, Fahrzeugteilen oder ähnlichem reflektiert wurde. Bei einer Pseudorange-Messung wird nun anstelle des direkten Satellitensignals diese Überlagerung aus zwei oder mehreren Signalen mit dem Referenzsignal korreliert, was die Lage des Maximums der Korrelationsfunktion beeinflusst. Wie stark dieser Einfluss maximal werden kann, hängt von der verwendeten Korrelator-Technologie ab. Erreicht das reflektierte Signal mit der Hälfte der Leistung des direkten Signals den Empfänger, kann der maximale Pseudorange-Fehler durch Mehrwegeausbreitung zwischen 70 m (Wide Correlator) und 5 m (Pulse Aperture Correlator) betragen [9]. In einer typischen Empfangssituation ist mit 0.1 m bis 3 m Fehler zu rechnen [26].

Bei einer Trägerphasenmessung hingegen kann der Fehler durch Mehrwegeausbreitung 1/4 der Wellenlänge nicht überschreiten, siehe [53]. Im Falle der L1 Trägerfrequenz sind das lediglich 4.8 cm.

- Empfängeruhrenfehler: Die Differenz zwischen der empfängerinternen Uhr und der GPS-Zeit wird als Empfängeruhrenfehler bezeichnet. Durch diese Zeitdifferenz resultiert ein Bias, der für alle Pseudorange-Messungen zu einem Zeitpunkt identisch ist. Dieser Bias wird bei der Positionsbestimmung als vierte Unbekannte berechnet und beeinflusst daher die Genauigkeit der Positionsbestimmung nicht.
- Empfängerrauschen: Messfehler, die aus dem thermischen Rauschen und den Nichtlinearitäten der elektronischen Komponenten des GPS-Empfängers resultieren, sind im Empfängerrauschen zusammengefasst. Bei den heutzutage verfügbaren Empfängern liegt die Standardabweichung dieses Fehlers bei einer Pseudorange-Messung in der Größenordnung einiger Zentimeter, bei einer Trägerphasenmessung beträgt sie weniger als 1 mm [9].

#### 4.3.5 Differential GPS

Differential GPS (DGPS) ist ein Verfahren, mit dem die Fehler der von einem GPS-Empfänger bestimmten Positionslösung drastisch reduziert werden können. Dazu nimmt eine Referenzstation Pseudorange- und Trägerphasenmessungen vor. Da die Position der Referenzstation exakt bekannt ist, kann der bei jeder Messung aufgetretene Messfehler ermittelt werden. Diese Informationen werden einem GPS-Empfänger mit unbekannter Position zur Verfügung gestellt, zum Beispiel über eine Funkstrecke. Da die Common-Mode-Fehler den bei weitem größten Anteil am Messfehler darstellen, korrigiert der GPS-Empfänger mit diesen Informationen seine eigenen Messwerte. Satellitenuhrenfehler und Ephemeridenfehler werden dadurch vollständig eliminiert. Im Nahbereich der Referenzstation gilt dies auch für Ionosphärenfehler und Troposphärenfehler, mit wachsendem Abstand zwischen Referenzstation und Empfänger bleibt jedoch ein größer werdender Anteil unkompensiert. Die Non-common-Mode-Fehler können nicht verringert werden [39]. Unter günstigen Bedingungen sind mit DGPS bei ausschließlicher Verwendung von Pseudoranges Positionsgenauigkeiten im Bereich einiger Dezimeter möglich. Gelingt es, die Mehrdeutigkeitswerte der Trägerphasenmessungen zu bestimmen, können durch Verarbeitung der Trägerphasenmesswerte Positionsgenauigkeiten im Millimeterbereich erzielt werden.

Neben einer Referenzstation am Boden werden auch satellitenbasierte Systeme (satellite-based augmentation system, SBAS) wie WAAS (wide area augmentation system) oder EGNOS eingesetzt. Hierbei werden Korrekturdaten über geostationäre Satelliten ausgesendet. Die dabei erzielbare Positionsgenauigkeit ist nicht ganz so gut wie bei DGPS und liegt im Bereich von ein bis drei Metern.

### 4.4 GPS-Modernisierung

Die USA betreiben seit dem Jahre 2000 ein Programm zu Modernisierung des GPS-Systems. Hintergrund hierfür ist zum Einen, dass die grundlegende Planung der GPS-Systemarchitektur in den Jahren 1970 bis 1976 erfolgte, seitdem jedoch massive technische Fortschritte erzielt werden konnten. Zum Anderen ist man an einer Verbesserung der Anwendungsmöglichkeiten des GPS-Systems interessiert. Als Beispiel seien militärische Interessen genannt: Sieht man von hochspezialisierten Empfängern ab, erfolgt eine Akquisition der militärischen P(Y)-Codes, indem zunächst durch die Akquisition des C/A-Codes Zeit- und Positionsinformationen gewonnen werden. Ein Stören<sup>14</sup> des frei zugänglichen C/A-Codes, das aus militärischen Gründen gewünscht sein kann, erschwert dann aber auch die Akquisition des P(Y)-Codes. Von militärischer Seite werden daher Signale gewünscht, die nicht frei zugänglich sind und sich einfach direkt akquirieren lassen. Darüber hinaus ist es natürlich schwer einzuschätzen, ob nicht auch die Bestrebungen der Europäer, mit Galileo ein modernes Satellitennavigationssystem aufzubauen, das GPS-Modernisierungsprogramm mit motiviert haben.

Ein wichtiger Punkt des GPS-Modernisierungsprogrammes sind neue Signale, sowohl für den zivilen als auch für den militärischen Nutzer. Im ersten Schritt wurden modifizierte Block-IIR-M-Satelliten in die GPS-Konstellation integriert. Der erste Block-IIR-M-Satellit wurde am 26. September 2005 mit einer Delta-2-Rakete in die Umlaufbahn gebracht. Mit dieser Modernisierungsstufe werden ein neues, ziviles Signal auf L2 und zusätzliche, militärische Signale auf L1 und L2 eingeführt.

 $<sup>^{14}\</sup>mathrm{Das}$ Stören der GPS-Signale wird als jamming bezeichnet.

- L2C. Das neue zivile L2-Signal wird als L2C bezeichnet. Der Code wird aus dem civil moderate (CM) Code mit einer Chiprate von 511.5 kHz und einer Länge von 10230 Chips, der zusätzlich mit Navigationsdaten moduliert ist, und dem civil long (CL) Code mit einer Chiprate von ebenfalls 511.5 kHz und einer Länge von 767.250 Chips durch Multiplexen so zusammengesetzt, dass ein Code mit der Chiprate von 1.023 MHz entsteht [130]. Damit stehen zivile Codes auf zwei Frequenzen zur Verfügung, was die Korrektur des Ionosphärenfehlers nun auch für zivile Nutzer ermöglicht. Die volle Verfügbarkeit<sup>15</sup> des L2C-Signals wird für 2013 erwartet.
- M-Codes. Die neuen militärischen Codes auf L1 und L2 werden als M-Codes bezeichnet. Bei den M-Codes wird das BOC(10,5)-Modulationsverfahren eingesetzt. BOC steht für binary offset carrier, durch dieses Verfahren wird erreicht, dass sich die hauptsächlich belegten Frequenzbereiche ober- und unterhalb der Trägerfrequenz befinden. Dies ist beabsichtigt, um Interferenzen mit dem L1-C/A-Code bzw. L2C-Signal zu minimieren. Details zu diesem Modulationsverfahren sind in [14] zu finden. Die M-Codes können direkt akquiriert werden, mit der vollen Verfügbarkeit der Signale kann bis 2013 gerechnet werden.

Im nächsten Schritt der Modernisierung kommen Block-IIF-Satelliten zum Einsatz, der erste Satellit wurde am 28. Mai 2010 in den Orbit gebracht. Neben dem L2C-Signal und den M-Codes auf L1 und L2 wird ein zusätzliches ziviles Signal im L5-Band eingeführt werden.

• L5. Bei dem neuen L5-Signal mit einer Trägerfrequenz von 1176.45 MHz ist eine Chiprate von 10.23 MHz geplant. Die Signalstärke auf der Erdoberfläche soll bei -154 dBW liegen. Das Signal verfügt über unabhängige Codes für Inphasen- und Quadratur-Komponente. Während die Inphasen-Komponente mit Navigationsdaten moduliert ist, ist die Quadratur-Komponente frei von Navigationsdaten. Dadurch ist eine robustere Messung der Trägerphase und eine leichtere Akquisition des Signals möglich.

Ab 2014 soll dann die nächste Generation von Satelliten, GPS III, zum Einsatz kommen. Diese sollen weitere, zusätzliche Fähigkeiten aufweisen. Dazu zählt der direkte Informationsaustausch zwischen Satelliten und die Möglichkeit, gezielt die Signalstärke der M-Codes um 20 dB anzuheben, was als spot-beam bezeichnet wird.

Neben den beschriebenen Neuerungen sind eine ganze Reihe weiterer Verbesserungen geplant, die sich nicht nur auf die Satelliten und ihre Signale beschränken, sondern auch die Bodenstationen betreffen. Eine Übersicht über das GPS-Modernisierungsprogramm ist z.B. in [87] zu finden.

### 4.5 Galileo Systemüberblick

In diesem Abschnitt soll kurz das im Aufbau befindliche, europäische Satellitennavigationssystem Galileo vorgestellt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>full operational capability (FOC)

#### Motivation

Die Entscheidung, ein eigenes Satellitennavigationssystem aufzubauen, wurde von der Europäischen Union bereits 1998 gefällt. Eine erste Definition der beabsichtigten Dienstleistungen, die durch Galileo zur Verfügung gestellt werden sollen, wurde 2001 veröffentlicht. Im Jahre 2003 wurde das Galileo Joint Undertaking (GJU) gegründet, das seitdem die Entwicklung von Galileo koordiniert.

Die Gründe für die Entwicklung eines europäischen Satellitennavigationssystems sind vielfältig. Zum einen soll sicherlich die derzeitige Abhängigkeit von USA und Russland auf dem Gebiet der Satellitennavigation beendet werden. Zum anderen ist für den Aufbau und Betrieb eines solchen Systems ein immenses know-how notwendig. Die Erarbeitung dieses know-hows stellt die Wettbewerbsfähigkeit Europas auf diesem Sektor für die Zukunft sicher. Es kann davon ausgegangen werden, dass dadurch eine Vielzahl hochqualifizierter Arbeitsplätze entstehen. Ein weiteres Ziel von Galileo ist die Verbesserung von Genauigkeit, Verfügbarkeit und Integrität der zur Verfügung gestellten Navigationsinformationen über das von GPS derzeit erzielte Maß hinaus. So wird Galileo jedem Nutzer Integritätsinformationen zur Verfügung stellen, die ihn sofort über auftretende Fehler informieren. Solche Informationen werden von GPS momentan noch nicht geliefert. Zusätzlich wird es Garantien für die Verfügbarkeit von Navigationsinformationen geben. Mit Galileo entsteht auch die Möglichkeit, nach eigenen Vorstellungen – kostenpflichtige oder freie – Mehrwertdienste zu generieren, was den Europäern beim GPS-System sicher nicht zugestanden wird.

#### Zeitplan

Die Entwicklungs- und Validierungsphase begann 2003, in der zwei Testsatelliten sowie die ersten vier In-Orbit-Validation-Satelliten in Betrieb genommen werden. Zusätzlich muss die dafür benötigte Infrastruktur in Form von Kontroll- und Monitoring-Stationen aufgebaut werden. Der erste Testsatellit, genannt Giove-A, wurde am 28.12.2005 von einer Sojus-Rakete in die Umlaufbahn gebracht. Der Start des zweiten Testsatelliten, Giove-B, fand am 26. April 2008 statt.

Im Rahmen der nächste Phase, dem Aufbau des Systems, sollen bis 2014 bereits 16 Satelliten, und bis 2016 schließlich 30 Satelliten zur Verfügung stehen.

#### Raumsegment

Das Raumsegment besteht bei Galileo aus 30 Satelliten in einer Höhe von 23616 km auf drei verschiedenen, kreisförmigen Umlaufbahnen, wobei ein Satellit pro Umlaufbahn als Reserve betrachtet wird. Eine solche Konstellation wird als Walker 27/3/1 Konstellation bezeichnet. Die Umlaufbahnen haben eine Inklination von 56 Grad.

Die Galileo-Satelliten werden Signale in vier Frequenzbändern aussenden: im Band E5a bei 1176.45 MHz, im Band E5b bei 1207.14 Mhz, im Band E6 bei 1278.75 MHz und im L1-Band bei 1575.42 MHz. In diesen Bändern stehen insgesamt zehn Signale zur Verfügung. Im E5a- und E5b-Band sind mit einer AltBOC(15,10)-Modulation Pseudo-Noise-Codes mit einer Chiprate von 10.23 Mcps<sup>16</sup> aufmoduliert. Hierbei sind die Inphasen-Komponenten, E5a-I und E5b-I, mit Zusatzinformationen mit einer Datenrate von 50 bzw. 250 sps<sup>17</sup> moduliert, die Quadratur-Komponenten E5a-Q und E5b-Q sind soge-

 $<sup>^{16}</sup>$  Mcps = 1e6 Chips per second

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Symbols per second

Signal	Trägerfrequenz	Modulation	Chiprate	Datenrate	Dienst
E5a-I	$1176.45\mathrm{MHz}$	AltBOC(15,10)	10.23 Mcps	50  sps	OS/Sol
E5a-Q				_	OS/SoL
E5b-I	$1207.14\mathrm{MHz}$			$250\mathrm{sps}$	$\mathrm{OS/SoL/CS}$
E5b-Q				_	$\mathrm{OS/SoL/CS}$
E6-A	$1278.75\mathrm{MHz}$	$BOC_{cos}(10,5)$	$5.115\mathrm{Mcps}$	$100\mathrm{sps}$	PRS
E6-B		BPSK(5)		$1000\mathrm{sps}$	CS
E6-C				_	CS
L1-A	$1575.42\mathrm{MHz}$	$BOC_{cos}(15, 2.5)$	$2.558~\mathrm{Mcps}$	$100\mathrm{sps}$	PRS
L1-B		CBOC(6,1,1/11)	$1.023\mathrm{Mcps}$	$250\mathrm{sps}$	OS/SoL/CS
L1-C				_	OS/SoL/CS

Tabelle 4.1: Signale und Frequenzen des Satellitennavigationssystems Galileo.

nannte Pilotkanäle, die datenfrei sind. Zu diesen vier Signalen kommen drei Signale im E6-Band: Mit E6-A wird ein Signal bezeichnet, bei dem mit einer  $\mathrm{BOC_{cos}}(10,5)$ -Modulation ein Pseudo-Noise-Code mit einer Chiprate von 5.115 Mcps sowie Zusatzinformationen mit 100 sps aufmoduliert werden. Mit E6-B und E6-C wird die Inphasenund Quadratur-Komponenete eines  $\mathrm{BPSK}(5)$ -Signals bezeichnet, wobei die Inphasenkomponente E6-B mit 1000 sps Zusatzinformationen moduliert ist, während die Quadraturkomponente E6-C ebenfalls ein datenfreier Pilotkanal ist. Im L1-Band sind drei Signale vorhanden, L1-A ist ein  $\mathrm{BOC_{cos}}(15,2.5)$ -Signal mit 100 sps Zusatzinformationen, L1-B und L1-C sind die Inphasen- und Quadraturkomponenten einer  $\mathrm{CBOC}(6,1,1/11)$ -Modulation, das L1-B-Signal enthält 250 sps Zusatzinformationen, L1-C ist erneut ein datenfreier Pilotkanal. Die Chiprate der L1-Pseudo-Noise-Codes beträgt 1.023 Mcps.

Eine Übersicht über die Frequenzen und Signale ist in [3] zu finden, die in Tab. 4.1 nochmals zusammengefasst sind. Eine detaillierte Beschreibung der angesprochenen Modulationsverfahren ist in [103] zu finden.

Durch diese zehn Signale werden fünf verschiedene Dienste zu Verfügung gestellt:

- Open Service (OS). Der Open Service ist vergleichbar mit dem L1-C/A-Code bei GPS – frei zugänglich. Dieser Dienst zielt auf den Massenmarkt wie Automobilnavigationssysteme oder Mobiltelefone. Da der Open Service auf Signalen im E5- und L1-Band basiert, ist eine Korrektur des Ionosphärenfehlers wie bei militärischen GPS-P(Y)-Empfängern möglich.
- Commercial Service (CS). Der Zugang zu diesen Signalen soll nur gegen Gebühr möglich sein. Dafür soll eine höhere Positionierungsgenauigkeit möglich sein und Mehrwert-Daten sollen zur Verfügung gestellt werden – denkbar sind Integritätsinformationen, Verkehrsinformationen, Wetterwarnungen oder ähnliches. Zusätzlich soll für die Verfügbarkeit dieses Dienstes eine Garantie gegeben werden können.

- Public Regulated Service (PRS). Dieser Dienst soll nur autorisierten Nutzern zur Verfügung stehen, dazu werden Ordnungs- und Sicherheitskräfte, Nachrichtendienste, der Bundesgrenzschutz und vergleichbare Organisationen bzw. Behörden zählen. Die Signale dieses Dienstes sind verschlüsselt und sollen eine größere Resistenz gegenüber unbeabsichtigten oder mutwilligen Störungen aufweisen.
- Safety-of-Life Service (SoL). Der Safety-of-Life Service richtet sich an sicherheitskritische Anwendungen wie Flug-, Schienen- oder Schiffsverkehr. Anhand einer digitalen Signatur ist der Nutzer in der Lage, das empfangene Signal eindeutig als Galileo-Signal zu identifizieren. Zusätzlich stehen Integritätsinformationen zur Verfügung, der Nutzer wird also beim Auftreten von Fehlern informiert.
- Search-and-Rescue Service (SAR). Im Rahmen dieses Dienstes werden Search-and-Rescue-Transponder der Galileo-Satelliten eingesetzt, die Signale von bestimmten Notsignalsendern empfangen können. Hierzu sollen Sender des Maritime Distress Security Service und der internationalen Organisation für Zivilluftfahrt zählen. Die Informationen der Notrufsender werden von den Galileo-Satelliten an entsprechende Bodenstationen weitergegeben.

Weitere Details zu den Galileo-Diensten sind in [2] zu finden.

#### Bodensegment

Das Galileo-Bodensegment hat die Aufgabe, die Konstellation und die Systemzeit aufrecht zu erhalten, die für die Nutzer notwendigen Informationen wie z.B. Ephemeridendaten zu ermitteln und diese über die den Satellitensignalen aufmodulierten Zusatzinformationen zur Verfügung zu stellen. Dazu ist eine umfassende Infrastruktur notwendig, die sich grob wie folgt gliedert:

- Galileo Control Center (GCC). In den beiden GCC in Oberpfaffenhofen und Fucino findet die zentrale Kontrolle und Überwachung des Galileo-Systems statt. Hier werden die Satellitenbahnen berechnet, die Systemzeit aufrecht erhalten und Manöver der Satelliten geplant. Die dafür nötigen Daten werden von den Galileo-Sensor-Stationen geliefert.
- Galileo-Sensor-Stationen (GSS). Voraussichtlich vierzig dieser Empfangsstationen empfangen die Signale der Galileo-Satelliten und leiten ihre Messergebnisse and die Galileo Control Center weiter.
- Satelliten-Kontrollstationen (TCC). Die fünf telemetry-, tracking-, and command-Stationen dienen dazu, Steuersignale an die Galileo-Satelliten zu senden.
- Up-Link-Stationen (ULS). Mit Hilfe von neun Up-Link-Stationen werden die ausgestrahlten Navigationssignale aktualisiert.

#### Galileo und GPS

Ein wichtiger Aspekt von Galileo ist die Kompatibilität und Interoperabilität mit GPS. Unter Kompatibilität versteht man, dass der Betrieb des einen Systems den Betrieb des

anderen Systems nicht stört. Unter Interoperabilität versteht man, dass Empfänger-Architekturen gefunden werden können, die sowohl Signale von GPS-Satelliten als auch von Galileo-Satelliten empfangen können. Es ist zu erwarten, dass verglichen mit reinen GPS- oder Galileo-Empfängern diese hybriden Empfänger deutliche Vorteile im Hinblick auf Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Navigationsinformationen sowie der Verfügbarkeit von Integritätsinformationen bieten. In [25] wird für Einfrequenz-Empfänger eine Steigerung der Genauigkeit um den Faktor zwei, für Zweifrequenzempfänger eine Steigerung der Genauigkeit um den Faktor fünf prognostiziert.