08.10.2019
Barbara Roszkowska-Lech
www.mini.pw.edu.pl/~barosz
barosz@mini.pw.edu.pl
521-
2 kolokwia - po 16 punktów
24 pkt z kolokwiów zwalnia z części zadaniowej egzaminu - 60pkt zadaniowa,20pkt teoretyczna
zadania weekendowe
kolokwia - piątek 18.00 29.11,24.01

1. $(f \circ g)(i) = f(g(i))$
   (a) $f \circ id = f = id \circ f$
   (b) $f^{-1} \circ f = id$
2. Grupa $(X, \circ)$
   (a) $\forall_{x,y \in X} x \circ y \in G$
      i. Wewnętrzność
   (b) $\forall_{a,b,c \in G} (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
      i. Łączność
   (c) $\exists_{e \in X} \forall_{x \in X} x \circ e = e \circ x = x$
      i. Element neutralny
   (d) $\forall_{x \in X} \exists_{x' \in X} x \circ x' = x' \circ x = e$
      i. Odwracalność
3. Rozwiązywanie układów n równań z n niewiadomymi
   (a) Na razie - współczynniki układów równań to liczby rzeczywiste
   (b) Def. Układ m równań z niewiadomymi $x_1, ..., x_n$
   $a_{11}x_1 + ... + a_{1n}x_n = b_1$
   $a_{21}x_1 + ... + a_{2n}x_n = b_2$
   ...
   $a_m x_1 + ... + a_{mn}x_n = b_m$
   na przykład
   $2x + 3y - 5z = 2$
   $x + 2y - 3z = 1$
   (c) Rozwiązanie to taki zbiór $(s_1, ..., s_n) \in \mathbb{R}^n$,tj $\forall_i a_{i1}s_1 + ... + a_{in}s_n = b_i$
      i. Definicja n-iloczynu kartezjańskiego
      ii. $(\mathbb{R}^n = \{(x_1, .., x_n)\, x_i \in \mathbb{R}) = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times ... \times \mathbb{R}$
         A. $A \times B = \{(a, b)\, a \in A, b \in B\}$
   (d) Układ sprzeczny - układ który nie ma rozwiązań
   (e) $\begin{vmatrix} b_1 \\ ... \\ b_m \end{vmatrix}$- kolumna wyrazów wolnych
      i. Jeśli $\forall_i b_i = 0 \rightarrow$układ U nazywamy jednorodnym - układ jednorodny zawsze ma rozwiązania zerowe
   $2x + 3y = 8$
   $x + 2y = 7$
   potem
   $r_1 - 2r_2 \quad :x + 2y = 7$
   $r_1 - r_2 \quad :-y = -6$
   potem
   $r_1 + 2r_2 \quad :x = -5$
   $-r_2 \quad :y = 6$
   (f) Dwa układy równań są równoważne gdy maja te same zbiory rozwiązań

i. Lemat: Następujące operacje przekształcają układ równań na układ równoważny.

A. Zamiana kolejności dwóch równań

B. Do jakiegoś równania dodajemy inne równanie pomnożone przez stałą

C. Mnożenie równania przez stałą inną od zera

$x + 2y - 3z + t = 1$
$2x - y + z - t = 5$
potem
$r_1 - 2r_2 \quad x + 2y - 3z + t = 1$
$: \quad -5y + 7z - 3t = 3$
potem
$: \quad -5y + 7z - 3t = 3$
$\frac{r_2}{5} \quad -y + \frac{7}{5}z - \frac{3}{5}t = \frac{3}{5}$
potem
: itd itp każdy umie
potem
$x = \frac{11}{5} + \frac{z}{5} + \frac{t}{5}$
$y = \frac{-3}{5} + \frac{7}{5}z + \frac{3}{5}t$
$z, t \in \mathbb{R}$
Rozw $\{(\frac{11}{5} + \frac{z}{5} + \frac{t}{5}; \frac{-3}{5} + \frac{7}{5}z + \frac{3}{5}t, z, t)\, z, t \in \mathbb{R}\}$

(g) U' :
$x_{j1} = c_{11}x_1 + ... + c_{1n}x_n + d_1$
...
$x_{jk} = c_{k1}x_1 + ... + c_{kn}x_n + d_k$
dla $j_1 < ... < j_k$ oraz $x_1, ..., x_{jk}$ nie występują po prawej stronie U'

(h) $x_1, ..., x_{jk}$ - zmienne zależne , $x_i : i \notin \{j_1, ..., j_k\}$ - zmienne niezależne (parametry)

(i) Jeśli U' jest równoważny U to U' nazywamy rozwiązaniem ogólnym układu U

i. Każde podstawienie ciągu $n - k$ liczb za parametry i wyliczeniu pozostałych x_j daje rozwiązanie

ii. Różnym ciągom parametrów odpowiadają różne rozwiązania

iii. Każde rozwiązanie mozna otrzymać w ten sposób