Relacje

1. X, Y - zbiory
   Def: **Relacją dwuargumentową** nazywamy podzbiór iloczynu kartezjańskiego $X \times Y$
   Zamiast $< x, y > \in R$ piszemy $x\, R\, y$

2. Def: $R \subseteq X \times Y$
   Zbiór $D_R = \{x \in X : \exists_{y \in Y} < x, y > \in R\}$ nazywammy dziedziną relacji R
   Na przykład $R = \{< x, y > \in \mathbb{R}^2 : \, x^2 + y^2 < 1\}$ to koło

3. Jeśli $X = Y$, to mówimy, że relacja $R \subseteq X^2$ jest **określona** na zbiorze X

4. Relacja R jest **pusta** jeśli jest zbiorem pustym
   pełna, jeśli $R = X \times Y$

5. Def: Relacja **odwrotna** do relacji $R \subseteq X \times Y$ to relacja $R^{-1} = \{< y, x > \in Y \times X :< x, y > \in R\}$

6. Def: **Złożeniem** relacji $R \subseteq X \times Y$ oraz relacji $S \subseteq Y \times Z$ nazywamy relację $S \circ R = \{< x, z > \in X \times Z : \, \exists_{y \in Y} < x, y > \in \mathbb{R} \wedge < y, z > \in S\}$

7. Def:

   (a) R jest **zwrotna**, jeśli $\forall_{x \in X} x\, R\, x$

   (b) R jest **symetryczna**, jeśli $\forall_{x,y \in X} x\, R\, y \implies y\, R\, x$

   (c) R jest **przechodnia**, jeśli $\forall_{x,y,z, \in X} (x\, R\, y \wedge y\, R\, z) \implies x\, R\, z$

   (d) R jest **antysymetryczna**, jeśli $\forall_{x,y \in X} (x\, R\, y \wedge y\, R\, x) \implies x = y$

   (e) R jest **przeciwzwrotna**, jeśli $\forall_{x \in X} \neg(x\, R\, x)$

   (f) R jest **przeciwsymetryczna**, jeśli $\forall_{x,y \in X} x\, R\, y \implies \neg(y\, R\, x)$

   (g) R jest **spójna**, jeśli $\forall_{x,y \in X} x\, R\, y \wedge y\, R\, x \vee x = y$

8. Def: Relację $R \subseteq X^2$nazywamy relację **równoważności** jeśli R jest zwrotna, symetryczna i przechodnia, na przykład
   Relacja równości
   Relacja równoległości
   Relacja pełna $R = X^2$dla dowolnego zbioru x
   Relacja $\equiv_n$ - przystawanie modulo