16.10.2019

1. Zbiory - aksjomatyczna teoria zbiorów.
   (a) Zbiór - pojęcie pierwotne (nie definiujemy go)
   (b) bycie elementem zbioru - pojęcie pierwotne
   (c) $A, B, C, \ldots X, \ldots$ - zbiory
   (d) $a \in A$ - a jest elementem zboiru A (a należy do A)
   (e) $a \notin A \iff \neg(a \in A)$ - a nie należy do A
   (f) **Aksjomat ekstencjonalności**
      i. Zbiory A i B są równe wtedy i tylko wtedy gdy mają te same elementy, czyli
      ii. $A = B \iff \forall_x (x \in A \iff x \in B)$
      iii. **Uwaga** - aby pokazać, że $A = B$ wystarczy udowodnić dwie implikacje $\forall_x (x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in B \implies x \in A)$
   (g) **Aksjomat zbioru pustego**
      i. Istnieje zbiór pusty czyli taki, który nie ma żadnego elementów
      ii. $\emptyset -$zbiór pusty, $\forall_x x \notin \emptyset$
      iii. Twierdzenie - istnieje tylko jeden zbiór pusty

      D: A, B - zbiory puste, $\neg(A = B)$ czyli $A \neq B$
      : Z aksjomatu ekstencjonalności zbiory są rózne $\iff \exists_x \neg((x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in B \implies x \in A)) \iff \exists_x \neg(x \in A \implies x \in B) \vee \neg(x \in B \implies x \in A) \iff$
      : $\iff \exists_x (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge a \notin B)$
      : $x \in A \wedge x \notin B$ zdanie fałszywe, bo A jest zbiorem pustym
      : $x \in B \wedge a \notin B$ zdanie fałszywe, bo B jest zbiorem pustym
      : Sprzeczność
   (h) Sposoby definiowania zbiorów
      i. $A = \{1, 3, \sqrt{2}\}$,$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$
      ii. $\phi(x)$ - funkcja zdaniowa - $A = \{x : \phi(x)\}$