**KRYTERIA ZBIEŻNOŚCI CAŁEK NIEWŁAŚCIWYCH**

Niech $b=\infty$ lub $b\in\mathbb{R}$ i $a<b$

1. Twierdzenie 1.1: Niech $f,g:<a,b)\to\mathbb{R}$ będą całkowalne w sensie Riemanna na $<a,\beta>$dla każdego $a<\beta<b$ i $\forall_{x\in<a,b)} 0\leq f(x)\leq g(x)$. Wtedy:
   (a) Jeśli $\int_a^b g(x)dx$ jest zbieżna, to $\int_a^b f(x)dx$ też jest zbieżna.
   (b) Jeśli $\int_a^b f(x)dx$ jest rozbieżna, to $\int_a^b g(x)dx$ też jest rozbieżna
2. Twierdzenie 1.2: Jeśli $f:<a,b)\to\mathbb{R}$ jest całkowalna w sensie Riemanna na $<a,\beta>$ dla każdego $a<\beta<b$ i $\int_a^b|f(x)|dx$ jest zbieżna, to $\int_a^b f(x)dx$ też jest zbieżna. W przypadku zbieżności mamy $|\int_a^b f(x)dx|\leq\int_a^b|f(x)|dx$
   Analogiczne twierdzenia są prawdziwe także dla funkcji $f,g:(a,b>\to\mathbb{R}$ gdzie $a=-\infty$ lub $a\in\mathbb{R}$ i $a<b$
3. $$\int_1^\infty \frac{1}{x^p}dx \text{ jest zbieżna } \iff p>1$$
   $$\int_0^1 \frac{1}{x^p}dx \text{ jest zbieżna } \iff p<1$$
   Z czego $\int_0^\infty \frac{1}{x^p}$ jest rozbieżna
4. Przykłady:
   (a) $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt[4]{5x^5+1}}$ jest zbieżna, bo $\int_1^\infty \frac{dx}{x^{5/4}}$ jest zbieżna (bo $p=\frac{5}{4}>1$) z twierdzenia 1.1(a)
   (b) $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{\sqrt{x^3}}dx$ jest rozbieżna, bo $\int_0^1 \frac{1}{x^{3/2}}$ jest rozbieżna (bo $p=\frac{3}{2}\leq 1$) z twierdzenia 1.1(b)
   (c) $\int_2^\infty \frac{x\cdot\sin x}{(x^2+4)^2}dx:\ \forall_{x\in<2,\infty)}|\frac{x\cdot\sin x}{(x^2+4)^2}|=\frac{x\cdot|\sin x|}{(x^2+4)^2}\leq\frac{x}{(x^2+4)^2}\leq\frac{x}{x^4}=\frac{1}{x^3}$