

알고리즘 과제(03)

201404377 진승언

1. 과제 목표 및 해결 방법

이번 과제는 최대/최소 힙정렬과 계수정렬을 구현하는게 목표였다. 힙정렬이란 이진트리로서 맨 아래 층을 제외하고는 완전히 채워져 있고 맨 아래층은 왼쪽부터 짝 채워져있다. 그리고 최소힙은 각 노드의 값은 자신의 자식의 값보다 작다는 성질을 갖고있고 최대힙은 각 노드의 값은 자신의 자식의 값보다 크다는 성질을 갖고있다.

이번과제에서는 힙정렬을 크게 Max-Heap-Sort(A), Build-Max-Heap(A), Max-Heapify(A, i) 3가지로 메소드를 분리해서 구현하였다. 먼저 주 메소드인 Max-Heap-Sort(A) 에서 Build-Max-Heap(A)를 호출해준다. Build-Max-Heap(A)는 자식이 존재하는 가장 마지막 노드부터 시작해서 처음 노드까지 기준노드를(부모노드 or i 값) 정해서 Max-Heapify(A, i)을 호출하는 역할을 한다. 여기서 Max-Heapify(A, i)는 해당 i 인덱스에 있는 값을 기준으로 자식노드들과 비교해서 만약 자식노드가 더 큰 값을 가지고 있다면 i 인덱스와 swap을 해주고 swap을 했다면 i 를 largest으로(최대값) 하여 이것을 그 밑의 자손노드들(서브트리)까지 Max-Heapify(A, i) 재귀를 돌려준다. 이렇게 해주면 큰값이 이진트리의 상위 높이에 존재하게되고 작은값은 하위 높이에 존재하게 된다. 다시 말하면, 이 과정을 Build-Max-Heap(A)에서 Max-Heapify(A, i)를 자식이 있는 노드의 가장아래부터 가장 최상위에 있는 노드까지 반복문을 돌려 주어 자식이 있는 노드들은 모두 Max-Heapify(A, i) 시켜줌으로서 모든 부모노드가 자식노드보다는 큰 값을 가지게 해주는 것이다.

최소 힙정렬은 heapify 부분을 최대 힙정렬에서 자식노드가 작은값일 때 swap 해주는 걸로만 바꿔주면 된다.

계수정렬은 각 데이터들의 개수를 계산하여 배열[데이터값]에(count 배열이라 하겠다) 그 데이터의 개수를 넣는다. 그 다음 이 배열의 누적합을 구해서 배열에 다시 담아준다. 누적합은 그냥 $count[1]$ 은 $count[0] + count[1]$ 해주고 $count[2]$ 는 앞서 누적합이 놓여진 $count[1] + count[2]$ 이런식으로 누적되는합을 말한다. 이 누적합 배열을 이용해서 원래 처음 데이터배열의 크기만큼 임시 배열을 만들어 거기에 차례대로 넣어주면 된다. 그리고 임시배열을 원래배열에 다시 복사해주면된다. 그럼 예를들어 누적합이 담긴 배열이 $count[4]=\{1,4,6,10\}$ 이렇게 됐다면 인덱스 0인 부분이 1이니깐 데이터 0은 0번째에서 1번째 사이에 위치한다는 의미이고, 즉 임시배열의 인덱스 0에 데이터 값 0이 놓여진다. 인

덱스 1인 부분은 4니까 1번째에서 4번째 사이에 위치한다는 의미로서 1,2,3인덱스에 데이터 값 1이 들어가면 된다. 마지막으로 인덱스 2인 부분은 4번째에서 6번째 사이니깐 데이터 값 2가 4,5번째에 들어가면 된다.

2. 주요 부분 코드 설명(알고리즘 부분 코드 캡처)

알고리즘의 저유 부분코드 설명은 코드의 주석에 자세히 쓰는게것이 더 보기도 좋아서 주석으로 작성하였다. 또한 이 코드에 대한 설명은 앞서 1번에서 자세히 작성하였다.

추가적으로, 힙정렬에서 맨 상위노드 인덱스를 1로하는 경우가 많은데 나 같은 경우 0 인덱스로 했다.

1)MAX HEAP SORT

```
//MAX HEAP SORT(인덱스 0부터 시작)
public void maxHeapSort(int[] arr) {
    int tmp;
    buildMaxHeap(arr); //max heap 구조로 만들음
    for(int i = arr.length-1; i>=1; i--) { //최대 힙으로 되있는 것을 마저 완벽하게 정렬해줌, 노드가 n개라면 n-1번 반복해야함
        //swap
        tmp = arr[0]; //힙에서 최댓값을 가장 마지막값과 바꿈 (최댓값 최솟값 스왑)
        arr[0] = arr[i];
        arr[i] = tmp;

        heap_size -= 1; //하나씩 정렬하는 것이므로 하나의 노드가 정렬이 완료되면 힙사이즈를 1줄여준다. (즉 스왑 후 마지막노드값은 고정됨)(마지막값이 가장 큰 노드값으로 고정)
        maxHeapify(arr, 0); //첫노드엔 가장 큰 값이 마지막노드엔 가장 작은값이 오도록 heapify재귀를 돌려줌
    }
}

public void buildMaxHeap(int[] arr) {
    heap_size = arr.length-1; //힙사이즈 최대크기 설정
    for(int i = arr.length/2-1; i>=0; i--) { //자식노드들과 있는노드에서부터 상위노드까지 차례대로 힙구조로 만들음
        maxHeapify(arr, i);
    }
}
```

```

public void maxHeapify(int[] arr, int i) { //부모노드와 부모노드의 서브트리들 비교(재귀), 스왑하면서 maxheap구조로 만들어줌
    int largest; //최대값 갖고있는 인덱스
    int left = 2*i+1; //왼쪽 자식노드 인덱스
    int right = 2*i+2; //오른쪽 자식노드 인덱스

    if(left <= heap_size && arr[left]>arr[i]) { //왼쪽 자식노드 힙사이즈보다 작거나같고 부모노드(기준) 값보다 크면 largest에 왼쪽자식노드 인덱스 저장
        largest = left;
    }
    else { //아니면 부모노드 인덱스를 largest에 저장
        largest = i;
    }

    //largest에 부모인덱스 or 왼쪽자식인덱스 저장되었는 상태
    if(right <= heap_size && arr[right] > arr[largest]) { //오른쪽자식 인덱스가 힙사이즈보다 작거나같고 largest인덱스 값보다 크면 largest에 오른쪽자식노드 인덱스저장
        largest =right;
    }
    if(largest != i){ //가장 큰 값의 인덱스가 부모노드가 아니라면 자식노드와 부모노드를 swap 해줌
        swap(arr, i, largest);
        maxHeapify(arr, largest); //가장 컸던 자식노드들(largest) 기준으로 재귀로 heapify반복
    }
}

```

2) MIN HEAP SORT

최대 힙정렬과 heapify부분만 자식노드가 부모노드값 보다 작은 값일 때 swap되게 바뀌 주면 나머지 동일하다.

```

//MIN HEAP SORT (max heap과 반대로 heapify메소드에서 자식노드가 더 작은값이면 부모노드와 스왑해주면됨
public void minHeapify(int[] arr, int i) {
    int smaller;
    int left = 2*i+1;
    int right = 2*i+2;
    if(right<= heap_size) {
        if(arr[left] < arr[right]) {
            smaller = left;
        }
        else {
            smaller = right;
        }
    }
    else if(left <= heap_size) {
        smaller = left;
    }
    else {
        return;
    }
    if(arr[smaller] < arr[i]) {
        swap(arr, i, smaller);
        minHeapify(arr, smaller);
    }
}

```

3) COUNTING SORT

```
public void countingSort(int[] arr) {  
    int i, j, max=0;  
    int count[];  
    int tmp[] = new int[arr.length];
```

값을 담아놓 count와 tmp배열이 필요하다.

```
//arr배열 최대값 max에 저장  
for(i=0; i<arr.length; i++) {  
    if(arr[i] > max) {  
        max = arr[i];  
    }  
}  
  
//count배열 생성  
count = new int[max+1];  
  
//카운팅 배열 초기화  
for(i=0; i<=max; i++) {  
    count[i] = 0;  
}  
  
//카운팅 저장(ex)arr배열에 1이 3개면 count[1]에 3저장  
for(i=0; i<arr.length; i++) {  
    count[arr[i]]++;  
}  
  
//count에 누적된 합저장  
//count[j]에 j보다 작거나 같은 원소의 총 개수 저장 (ex) count[1]은 count[0]과 count[1]의 합, count[2]는 누적합이 저장된 count[1]과 count[2]의 합  
for(j=1; j < count.length; j++) {  
    count[j] = count[j] + count[j-1];  
}  
  
//위에서한 누적된 합을(count) 이용해 정렬  
for(j=arr.length-1; j >= 0; j--) {  
    tmp[count[arr[j]]-1] = arr[j]; // arr값이 들어있는 count 누적된값에서 -1한 인덱스 위치를 사용하여 tmp에 해당 arr의 값을 저장  
    count[arr[j]]--; //count에 누적된합에서 1감소시켜줌  
}  
  
//tmp배열을 arr배열에 복사  
System.arraycopy(tmp, 0, arr, 0, tmp.length);
```

주석에 자세히 설명해놓았다.

3. 결과(시간 복잡도 포함)

1) MAX HEAP SORT

```
1 Below is MAX Heap_Sort 100 result
2 0
3 0
4 7
5 9
6 10
7 12
8 13
9 14
10 18
11 20
12 27
13 28
14 33
15 34
16 36
17 50
18 52
19 53
20 54
21 57
22 57
23 58
24 60
25 61
26 61
27 62
28 64
29 64
30 65
31 70
32 72
33 72
34 72
35 75
36 76
37 76
38 78
39 80
```

```
1 Below is MAX Sort 1000 result
2 1
3 2
4 3
5 4
6 4
7 6
8 7
9 8
10 9
11 13
12 15
13 15
14 16
15 16
16 17
17 19
18 20
19 20
20 22
21 24
22 24
23 25
24 27
25 31
26 33
27 34
28 36
29 37
30 37
31 38
32 38
33 42
34 43
35 49
36 51
37 58
38 65
39 66
```

2) MIN HEAP SORT

101 199

102 -----

103 Below is MIN Heap_Sort 100 result

104 199

105 195

106 192

107 186

108 185

109 184

110 183

111 181

112 180

113 178

114 176

115 175

116 175

117 173

118 172

119 172

120 171

121 171

122 171

123 168

124 167

125 166

126 166

127 166

128 166

129 164

130 157

131 156

132 154

133 154

134 153

135 153

136 151

137 147

138 145

139 145

1001 1998

1002 -----

1003 Below is MIN Heap_Sort 1000 result

1004 1998

1005 1997

1006 1996

1007 1994

1008 1994

1009 1994

1010 1994

1011 1993

1012 1985

1013 1983

1014 1983

1015 1982

1016 1980

1017 1980

1018 1978

1019 1976

1020 1975

1021 1968

1022 1967

1023 1966

1024 1966

1025 1966

1026 1964

1027 1962

1028 1960

1029 1959

1030 1959

1031 1958

1032 1955

1033 1955

1034 1952

1035 1951

1036 1949

1037 1948

1038 1943

3) COUNTING SORT

203 0		2003 1
204 -----		2004 -----
205 Below is Counting_Sort 100 result		2005 Below is Counting_Sort 1000 result
206 0		2006 1
207 0		2007 2
208 7		2008 3
209 9		2009 4
210 10		2010 4
211 12		2011 6
212 13		2012 7
213 14		2013 8
214 18		2014 9
215 20		2015 13
216 27		2016 15
217 28		2017 15
218 33		2018 16
219 34		2019 16
220 36		2020 17
221 50		2021 19
222 52		2022 20
223 53		2023 20
224 54		2024 22
225 57		2025 24
226 57		2026 24
227 58		2027 25
228 60		2028 27
229 61		2029 31
230 61		2030 33
231 62		2031 34
232 64		2032 36
233 64		2033 37
234 65		2034 37
235 70		2035 38
236 72		2036 38
237 72		2037 42
238 72		2038 43
239 75		2039 49
240 76		

먼저 시간복잡도는 최대힙정렬이나 최소힙정렬 똑같은데 buildMaxHeap에서 $n/2$ 번 반복하면서 maxheapify부르는데 트리깊이만큼 비교하고 스왑하는 것이므로(스왑은 그냥 두개 바꿔주는것이므로 시간복잡도 1) $\log n$ 이다. 그래서 여기서도 $O(n \log n)$ 시간복잡도가 걸리고 그 후 maxHeapSort에서 이어서 $n-1$ 번 반복하면서 maxheapfy하는데 $\log n$ 이 걸린다. 그러므로 총 시간 복잡도는 $O(n \log n)$ 이다. 또한 좋을 때나 나쁠 때나 항상 평균 $O(\log n)$ 이다.

계수정렬은 반복문 4개다 대개 $n-1$ 번만큼의 이동연산밖에 일어나지 않으므로 시간복잡도가 $O(n)$ 이라고 볼 수 있다. 그러나 계수정렬은 n 개 크기의 임시배열도 2개가 필요하고 그 배열의 빈곳도 0으로 채워넣어야하므로 메모리 낭비가 크다는 단점이 있다.