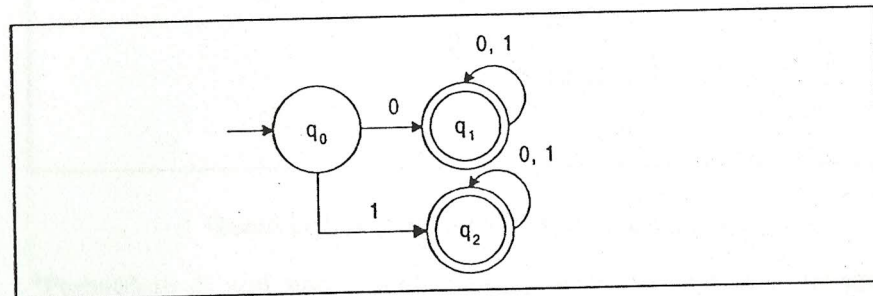


Bab 3

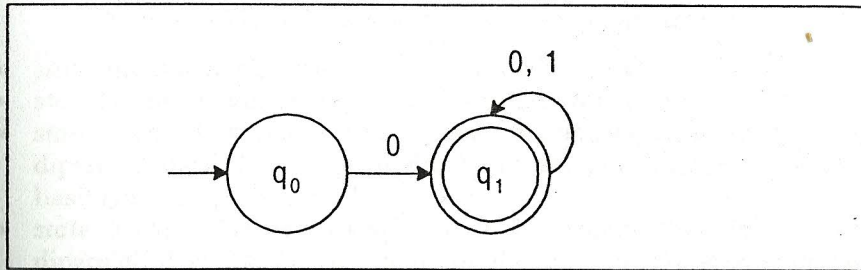
EKIVALENSI NON-DETERMINISTIC FINITE AUTOMATA KE DETERMINISTIC FINITE AUTOMATA

3.1 Tahapan Pengubahan Non-deterministic Finite Automata ke Deterministic Finite Automata

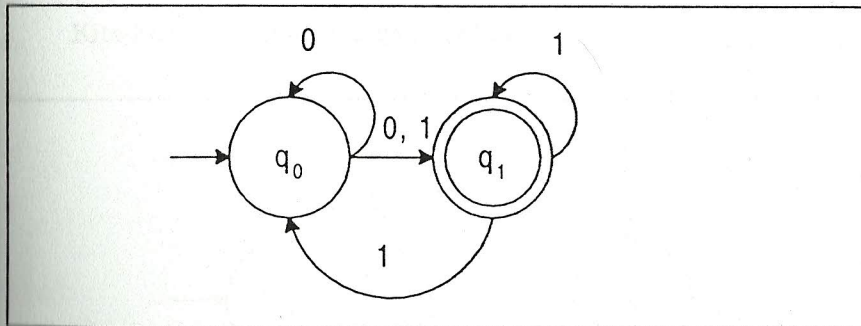
Dari sebuah mesin *Non-deterministic Finite Automata* dapat dibuat mesin *Deterministic Finite Automata*-nya yang ekuivalen (ber-sesuaian). Ekuivalen di sini artinya mampu menerima bahasa yang sama. Lihat *finite state automata* pada gambar 3.1 dan gambar 3.2. Gambar 3.1 adalah *Deterministic Finite Automata*, sedangkan gambar 3.2 adalah *Non-deterministic Finite Automata*. Meskipun yang satu deterministik dan lainnya non-deterministik, kedua-duanya menerima bahasa yang sama, yang dalam ekspresi regular = $0(0 \cup 1)^*$ (mengenai ekspresi regular dapat anda lihat pada bab V).



Gambar 3.1 Mesin DFA



Gambar 3.2 Mesin NFA



Gambar 3.3 Mesin otomata NFA

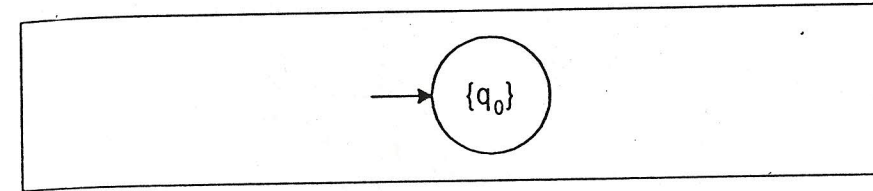
Sekarang kita lihat bagaimana membuat suatu *Deterministic Finite Automata* yang ekuivalen dengan sebuah *Non-deterministic Finite Automata*. Misalkan kita ingin membuat mesin *Deterministic Finite Automata* dari mesin *Non-deterministic Finite Automata* pada gambar 3.3. Pertama-pertama yang kita lakukan adalah membuat tabel transisi NFA tersebut. Bila diketahui $\Sigma = \{0,1\}$, maka tabel transisinya adalah:

δ	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	\emptyset	$\{q_0, q_1\}$

Dengan adanya tabel transisi tersebut akan mempermudah kita melakukan langkah selanjutnya. Kita akan mulai dari *state* awal, kemudian mengikuti transisinya untuk membentuk *state-state* baru, untuk setiap *state* yang terbentuk diikuti lagi transisinya

sampai ter-'cover' semua. Untuk lebih jelasnya kita lihat contoh pengerjaan berikut.

Kita mulai dengan *state* awal q_0 , seperti terlihat pada gambar 3.4

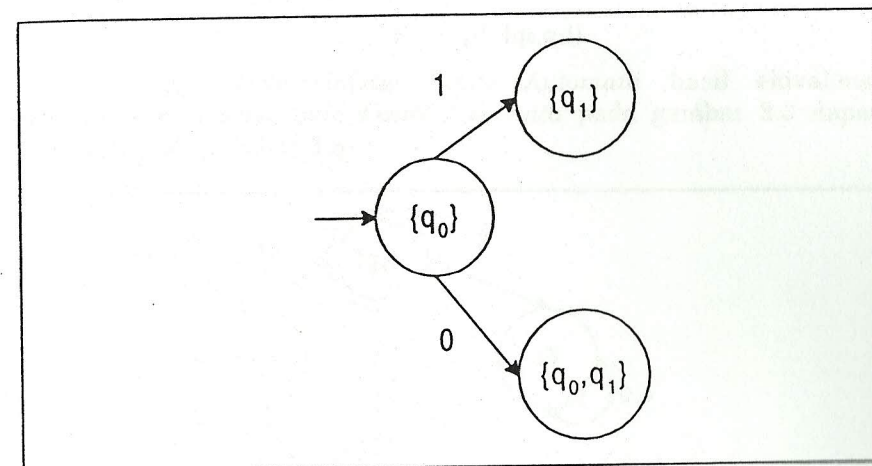


Gambar 3.4 Mulai dengan state awal

Selanjutnya kita telusuri *state* berikutnya yang diperoleh dengan memanfaatkan tabel transisinya:

- *state* $\{q_0\}$ bila memperoleh *input* 0 menjadi *state* $\{q_0, q_1\}$
- *state* $\{q_0\}$ bila memperoleh *input* 1 menjadi *state* $\{q_1\}$

Kita lihat hasilnya pada gambar 3.5

Gambar 3.5 Hasil dari penelusuran $\{q_0\}$

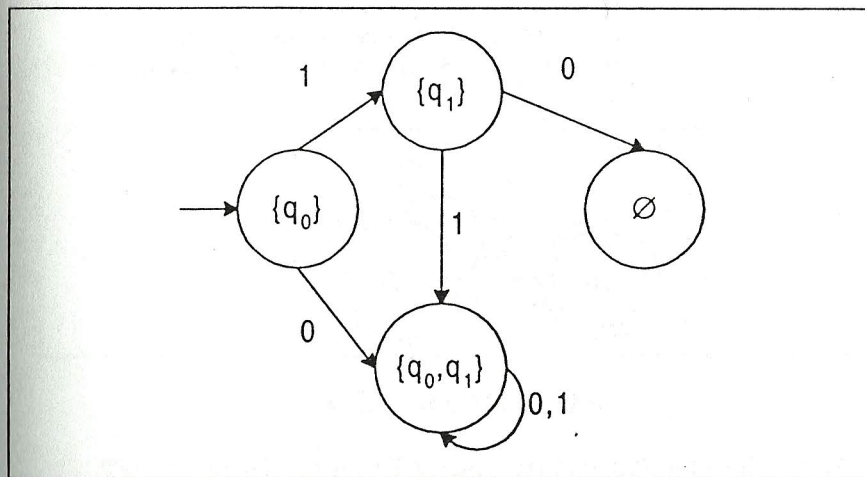
*Perhatikan di sini pada gambar setiap *state* kita tuliskan sebagai himpunan *state*

Selanjutnya kita telusuri *state-state* baru yang terbentuk:

- *state* $\{q_1\}$ bila memperoleh *input* 0 menjadi *state* \emptyset
- *state* $\{q_1\}$ bila memperoleh *input* 1 menjadi *state* $\{q_0, q_1\}$
- *state* $\{q_0, q_1\}$ bila memperoleh *input* 0 menjadi *state* $\{q_0, q_1\}$, ini diperoleh dari $\delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\}$ digabung dengan $\delta(q_1, 0) = \emptyset$, maka hasilnya $\delta(\{q_0, q_1\}, 0) = \{q_0, q_1\}$
- *state* $\{q_0, q_1\}$ bila memperoleh *input* 1 menjadi *state* $\{q_0, q_1\}$, ini diperoleh dari $\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$ digabung dengan $\delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}$, maka hasilnya $\delta(\{q_0, q_1\}, 1) = \{q_0, q_1\}$

*Perhatikan *state* yang sama cukup ditulis sekali saja

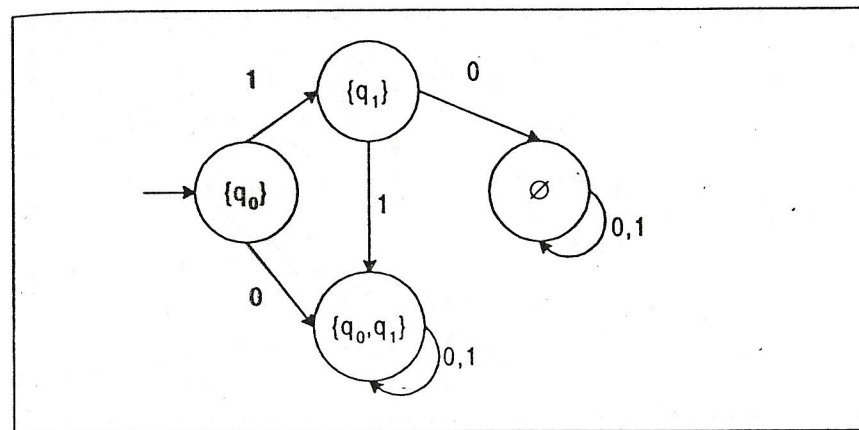
Kita lihat hasilnya pada gambar 3.6



Gambar 3.6 Hasil setelah penelusuran $\{q_1\}$ dan $\{q_0, q_1\}$

*Perhatikan *state* q_1 menerima *input* 0 menjadi *state* \emptyset , di sini \emptyset kita gambarkan juga sebagai sebuah *state*.

Selanjutnya kita lihat semua *state* sudah kita telusuri/dirunut, tinggal *state* \emptyset . *State* \emptyset menerima *input* 0 atau 1 menjadi *state* \emptyset , atau $\delta(\emptyset, 0) = \emptyset$ dan $\delta(\emptyset, 1) = \emptyset$. Hasilnya dapat kita lihat pada gambar 3.7.

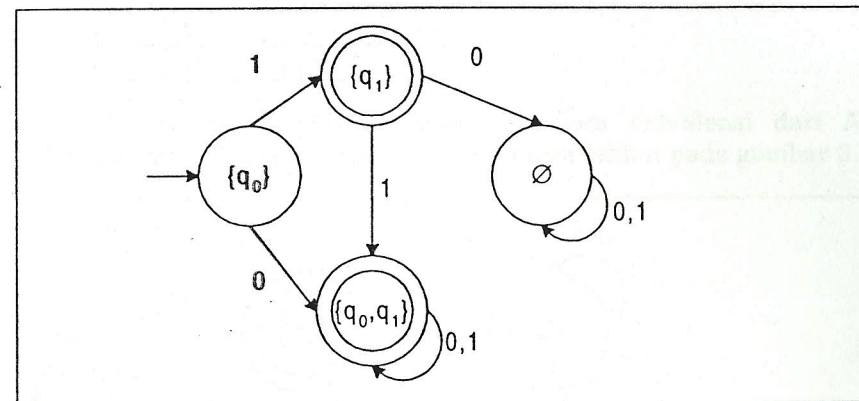


Gambar 3.7 Hasil setelah semua ditelusuri

Kita ingat pada mesin *Non-deterministic Finite Automata* semula, himpunan *state* akhir adalah $\{q_1\}$, maka pada *Deterministic Finite Automata* hasil perubahannya *state-state* akhir adalah semua *state* yang mengandung $\{q_1\}$. Maka *state* akhirnya sekarang adalah *state* $\{q_1\}$ dan *state* $\{q_0, q_1\}$, atau secara formal:

$$F = \{\{q_1\}, \{q_0, q_1\}\}$$

Sehingga *Deterministic Finite Automata* hasil ekivalensi dengan *Non-deterministic Finite Automata* pada gambar 3.3 dapat kita lihat pada gambar 3.8.



Gambar 3.8 Mesin DFA yang ekivalen dengan NFA pada gambar 3.3

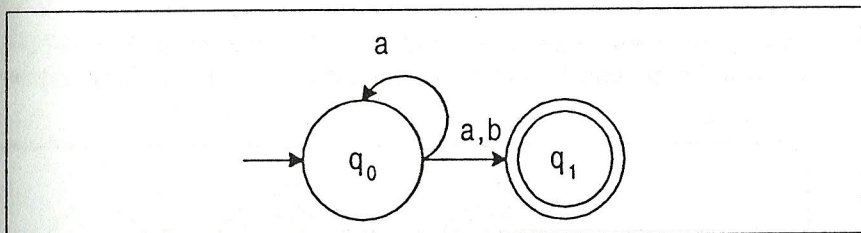
Kita bisa memeriksa apakah kedua otomata tersebut ekuivalen. Untuk membuktikannya kita perlu memperlihatkan bahwa suatu bahasa yang diterima oleh *Non-deterministic Finite Automata* juga diterima oleh *Deterministic Finite Automata* ekuivalennya tersebut. Bila diketahui *Non-deterministic Finite Automata* semula (gambar 3.3) menerima string '001', maka seharusnya *Deterministic Finite Automata* pada gambar 3.8 juga menerima string tersebut. Kita lihat:

$$\delta(q_0, 001) = \delta(\{q_0, q_1\}, 01) = \delta(\{q_0, q_1\}, 1) = \{q_0, q_1\}$$

Karena state $\{q_0, q_1\}$ termasuk state akhir, maka berarti string tersebut diterima.

3.2 Contoh-contoh Ekuivalensi Non-deterministic Finite Automata ke Deterministic Finite Automata

Kita lihat contoh-contoh lain ekuivalensi *Non-deterministic Finite Automata* ke *Deterministic Finite Automata*.

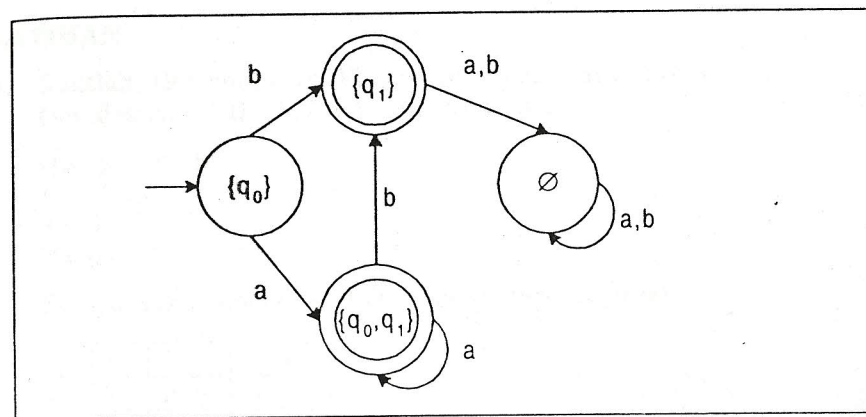


Gambar 3.9 Mesin NFA

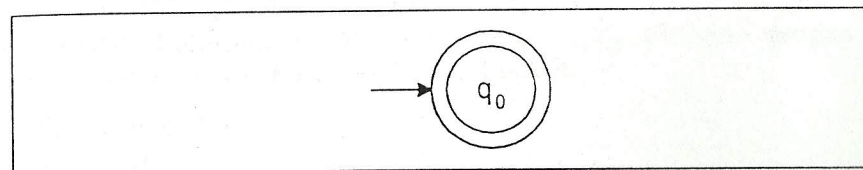
Tabel transisi untuk NFA pada gambar 3.9, bila diketahui $\Sigma = \{a, b\}$:

δ	a	b
q0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q1	\emptyset	\emptyset

Mesin *Deterministic Finite Automata* ekuivalensi dari *Non-deterministic Finite Automata* tersebut bisa dilihat pada gambar 3.10



Gambar 3.10 DFA yang ekuivalen dengan NFA pada gambar 3.9

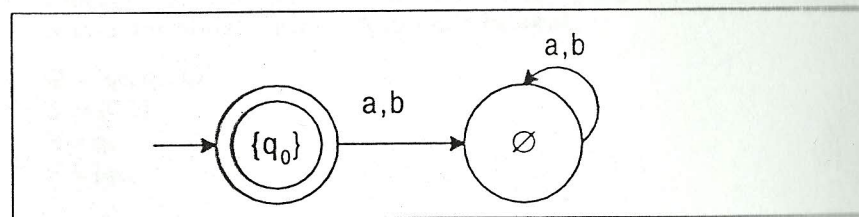


Gambar 3.11 Mesin NFA

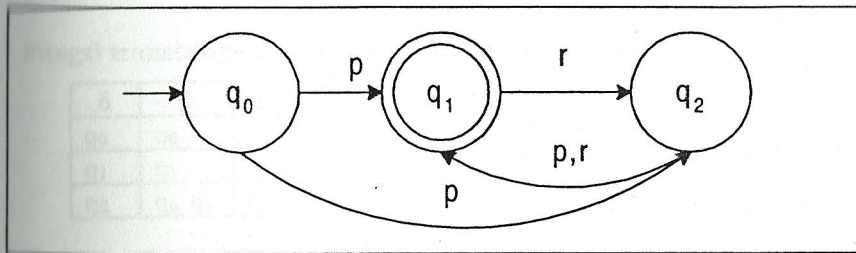
Tabel transisi untuk *Non-deterministic Finite Automata* pada gambar 3.11, bila diketahui $\Sigma = \{a, b\}$:

δ	a	b
q0	\emptyset	\emptyset

Mesin *Deterministic Finite Automata* ekuivalensi dari *Non-deterministic Finite Automata* tersebut bisa dilihat pada gambar 3.12



Gambar 3.12 DFA yang ekuivalen dengan NFA pada gambar 3.11

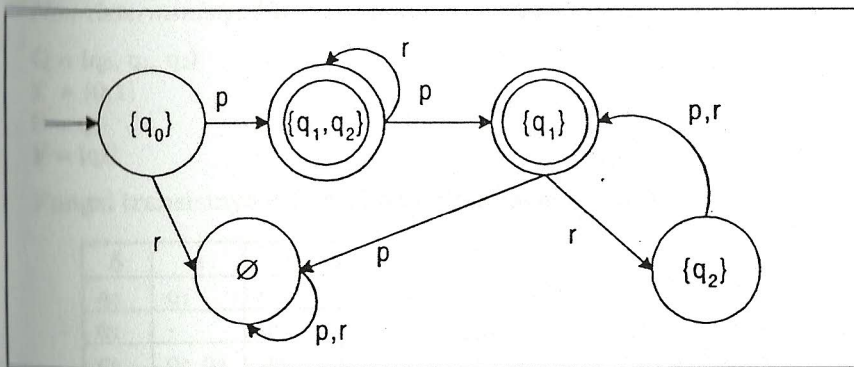


Gambar 3.13 Mesin NFA

Tabel transisi untuk *Non-deterministic Finite Automata* pada gambar 3.13, bila diketahui $\Sigma = \{p, r\}$:

δ	p	r
q ₀	{q ₁ , q ₂ }	\emptyset
q ₁	\emptyset	{q ₂ }
q ₂	{q ₁ }	{q ₁ }

Mesin *Deterministic Finite Automata* ekivalensi dari *Non-deterministic Finite Automata* tersebut bisa dilihat pada gambar 3.14.



Gambar 3.14 DFA yang ekivalen dengan NFA pada gambar 3.13

LATIHAN

1. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{p, q, r, s\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = p$$

$$F = \{s\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	0	1
p	p, q	p
q	r	r
r	s	-
s	s	s

2. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{p, q, r, s\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = p$$

$$F = \{q, s\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	0	1
p	q, s	q
q	r	q, r
r	s	p
s	-	p

3. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = q_0$$

$$F = \{q_2\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	0	1
q_0	q_0	q_2
q_1	q_1	-
q_2	q_0, q_1	q_1

4. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekuivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = q_0$$

$$F = \{q_1\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	a	b
q_0	q_1, q_2	q_2
q_1	q_1	q_2
q_2	-	q_0, q_2

5. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekuivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = q_0$$

$$F = \{q_0\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	-	q_0, q_2
q_2	q_0, q_2	q_0

6. Buatlah *Deterministic Finite Automata* yang ekuivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* berikut:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$S = q_0$$

$$F = \{q_1\}$$

Fungsi transisinya dinyatakan dalam tabel transisi:

δ	0	1
q_0	q_1	-
q_1	q_1, q_2	q_2
q_2	q_0	q_1, q_2

-oo0oo-