

**Laboratorio de Métodos Numéricos - Primer cuatrimestre 2011**  
**Trabajo Práctico Número 1: Errores en serie ...**

---

El objetivo del trabajo práctico es analizar el comportamiento numérico de varios métodos para aproximar  $\pi$  cuando cada método se implementa por medio de una aritmética finita de  $t$  dígitos. Los métodos consisten en evaluar las siguientes series hasta un cierto término:

**Serie de Gregory (1671):**

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

**Fórmula de Machin (1706):**

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan(1/5) - \arctan(1/239), \quad \text{con } \arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad \text{cuando } |x| < 1$$

**Serie de Ramanujan (1914):**

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)! (1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$

El trabajo práctico consta de dos partes:

**1. Análisis teórico**

Analizar la propagación de errores en el tercer término (en función de los errores de los dos primeros) de cada una de las series propuestas, en función de la precisión aritmética utilizada. Emplear estos resultados en la argumentación de sus conclusiones luego de realizar el análisis empírico del punto 2.

**2. Análisis empírico**

Implementar los tres métodos con aritmética binaria de punto flotante con  $t$  dígitos de precisión en la mantisa (el valor  $t$  debe ser un parámetro de la implementación,  $t < 52$ ) y comparar los errores relativos de los resultados obtenidos en los tres casos y con las cotas de error del punto anterior. Realizar al menos los siguientes experimentos numéricos:

- a) Reportar el error relativo de cada método en función de la cantidad de dígitos  $t$  de precisión en la mantisa, para cantidades fijas de términos  $n$  de la serie.
- b) Reportar el error relativo de cada método en función de la cantidad de términos  $n$  de la serie correspondiente, para cantidad de dígitos  $t$  de precisión.
- c) Comparar los resultados obtenidos en a) y b) con las cotas de error calculadas en el punto 1.
- d) (Opcional) Explorar distintas formas de implementar las fórmulas (realizar las cuentas) de cada cada método.

Se deben presentar los resultados de estas pruebas en un formato conveniente para su visualización y análisis. Sobre la base de los resultados obtenidos, ¿se pueden extraer conclusiones sobre la conveniencia de utilizar uno u otro método?

---

**Entregas parciales**

**1 de abril:** Análisis teórico del error de los métodos. Implementación básica usando `float` y `double`.

**8 de abril:** Implementación de los métodos en aritmética finita de  $t$  dígitos. Resultados preliminares.

**Entrega Final**

**Formato Electrónico:** 14 de abril de 2011, hasta las 23:59 hs, a la dirección:

*metnum.lab2011@gmail.com*

**Formato físico:** 15 de abril de 2011, de 17 a 21 hs.