まず、$3^2=9$ という簡単な式を考えます。$3\times3=9$（3 を 2 回かけたら 9）という意味になりますが、これを log を使って表すとこうなります。

$$\log_3 9 = 2$$

log の g の下に小さく書いてある数字 (=3) を 9 にするためには 2 回かければいいってことになります。

まとめるとこうなります

$$a^b = c \text{ ならば } \log_a c = b$$

$$\text{例：} 5^3 = 125 \text{ ならば } \log_5 125 = 3$$

問題 9 の (1) を見てみます。

$$256 = 2^n$$

これは 2 を n 回かけたら 256 という意味なので

$$\log_2 256 = n$$

となります。もしくは、

$$a^b = c \text{ ならば } \log_a c = b$$

を公式のようにみてみれば同じ答えになります。(2) や (3) も同じ要領で解くことができます。

---

(2) は 32 を $\frac{1}{5}$ 回かけたら 2 って意味なので、

$$\log_3 22 = \frac{1}{5}$$

となります。

---

(3) は 4 を-3 回かけたら $\frac{1}{64}$ になるってことなので、

$$\log_4 \frac{1}{64} = -3$$

となります。

問題 10 は、ちょうど問題 9 の逆です。

(1)

$\log_1 0100 = 2$ の意味するところは 10 を 2 乗したら 100 になったということですので、こうなります。

$$10^2 = 100$$

---

(2), (3), (4)

(1) と同様に考えて、

(2)$6^{-2} = \frac{1}{36}$
(3)$4^{\frac{3}{2}} = 8$
(4)$\frac{1}{6}^{-2} = 36$

となります。

問題 11 は、書き換えではなく計算になりますが、上がわかればそこまで難しくありません。
(1)
$\log_6 36$ というのは、「6 を何回かかけ合わせたら 36 になりますか？」ということです。
$6 \times 6 = 6^2 = 36$ なので 2 回かけ合わせれば 36 になります。
$\therefore$ 答えは 2 になります。

....

(2), (3), (4), (5), (6)
いずれも (1) と同様に解きます。
(2) $4^3 = 64$ なので 3
(3) $8^{-1} = \frac{1}{8}$ なので-1
(4) $10^{-2} = \frac{1}{100}$ なので-2
(5) $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ なので $\frac{1}{2}$
(6) $6^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$ なので $\frac{1}{3}$
となります。

指数に分数とかマイナスの数とかついてるときの計算

$a^{\frac{1}{b}} = \sqrt[b]{a}$
$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$
なので
$a^{\frac{b}{c}} = a^{b \times \frac{1}{c}} = (a^b)^{\frac{1}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$
となります。

---

log の g の下にくっついてる数を底といいます。底が同じ log どうしの足し算、引き算では次の公式が使えます。

底が同じ log どうしの足し算・引き算

$\log_a b + \log_a c = log_a b \times c$
$\log_a b - \log_a c = log_a \frac{b}{c}$
log の外の足し算は log の中では掛け算に
log の中の引き算は log の中では割り算に

これを使って問題 12 を解けます。

(1) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 12 \times 3 = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

(2) $\log_{10} 25 + \log_{10} 4 = \log_{10} 25 \times 4 = \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2$

足し算は掛け算になります。

(3) $\log_3 75 - \log_3 25 = \log_3 \frac{75}{25} = \log_3 3 = 1$

(4) $\log_2 56 - \log_2 14 = \log_2 \frac{56}{14} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$

引き算は割り算になります。

log の単調性

$\log_a x$ のとき、x が大きければ大きいほど、$\log_a x$ も大きくなります。
逆に、x が小さければ小さいほど、$\log_a x$ も小さくなります。
たとえば、$\log_3 10$ と $\log_3 20$ は、中身がそれぞれ 10、20 なので、$\log_3 10 < \log_3 20$ となります。

つまり、log のついていない数も log に直してから、log の中身を比較すればよいことになります。

log と数の掛け算

次の式が成り立ちます。
$a \log_b c = \log_b c^a$
たとえば、$5 \log_2 7 = \log_2 7^5$
となります。

問題 14

(1)

0 以外は底が 2 なので、それぞれの数を $\log_2$ の式に変形していきます。

$$2 \log_2 3 = \log_2 3^2 = \log_2 9$$

$$3 \log_2 2 = \log_2 2^3 = \log_2 8$$

また、2 はどんなに少ない回数かけても、0 には絶対なりませんので、

$$0 < \log_2 8 < \log_2 9$$

となります。元の形に戻すと、

$$0 < 3 \log_2 2 < 2 \log_2 3$$

となります。

(2)

底がすべて同じなので、それぞれを log の式に変形していきます。

$$2 \log_{\frac{1}{3}} 5 = \log_{\frac{1}{3}} 5^2 = \log_{\frac{1}{3}} 25$$

$$3 \log_{\frac{1}{3}} 4 = \log_{\frac{1}{3}} 4^3 = \log_{\frac{1}{3}} 64$$

$$4 \log_{\frac{1}{3}} 3 = \log_{\frac{1}{3}} 3^4 = \log_{\frac{1}{3}} 81$$

なので、log の中身を比較して、

$$\log_{\frac{1}{3}} 25 < \log_{\frac{1}{3}} 64 < \log_{\frac{1}{3}} 81$$

となります。元の形に戻すと、

$$2 \log_{\frac{1}{3}} 5 < 3 \log_{\frac{1}{3}} 4 < 4 \log_{\frac{1}{3}} 3$$

となります。

(3)

(2) と同様、底がすべて同じなので、それぞれを log の式に変形していきます。

$$2\log_3 2 = \log_3 2^2 = \log_3 4$$
$$4\log_3 \sqrt{3} = 4\log_3 3^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{1}{2}\times 4} = \log_3 3^2 = \log_3 9$$
$$3\log_3 2 = \log_3 2^3 = \log_3 8$$

なので、log の中身を比較して、

$$\log_3 4 < \log_3 8 < \log_3 9$$

となるので、元の形に戻すと、

$$2\log_3 2 < 3\log_3 2 < 4\log_3 \sqrt{3}$$

となります。

(4)

(2) と同様、底がすべて同じなので、それぞれを log の式に変形していきます。

$$4\log_{\frac{1}{2}} 3 = \log_{\frac{1}{2}} 3^4 = \log_{\frac{1}{2}} 81$$
$$2\log_{\frac{1}{2}} 7 = \log_{\frac{1}{2}} 7^2 = \log_{\frac{1}{2}} 49$$
$$6\log_{\frac{1}{2}} 2 = \log_{\frac{1}{2}} 2^6 = \log_{\frac{1}{2}} 64$$

なので、log の中身を比較して、

$$\log_{\frac{1}{2}} 49 < \log_{\frac{1}{2}} 64 < \log_{\frac{1}{2}} 81$$

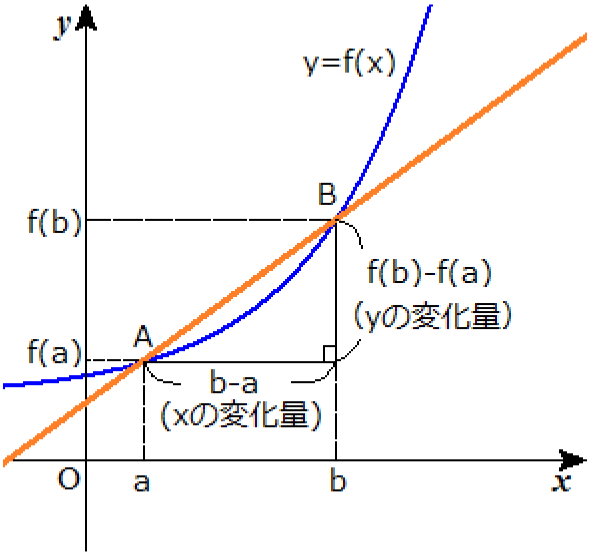
となるので、元の形に戻すと、

$$2\log_{\frac{1}{2}} 7 < 6\log_{\frac{1}{2}} 2 < 4\log_{\frac{1}{2}} 3$$

となります。

平均変化率

平均変化率は、関数上の 2 点を結んだとき、その直線の傾きを言います。



(http://highmath.blog.fc2.com/blog-entry-70.html からの引用)

x が a から b まで変化するときの平均変化率は、式で書くとこうなります。

$$(\text{平均変化率}) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

問題 15

(1)

$$(\text{平均変化率}) = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

(2)

$$(\text{平均変化率}) = \frac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)} = \frac{4^2-(-1)^2}{5} = \frac{16-1}{5} = 3$$

(3)

$$(\text{平均変化率}) = \frac{f(1+h)-f(1)}{1+h-1} = \frac{\{-(1+h)^2\}-(-1^2)}{h} = \frac{\{-(1+2h+h^2)\}+1}{h} = \frac{-2h-h^2}{h} = -2-h$$

極限値の求め方

lim とは、例えば、$\lim_{x \to a} f(x)$ のとき、$f(x)$ の x を a に限りなく近づけること。
→ $\lim_{x \to 5} x$ であれば x に 5 を代入したものと同じ 0 になる。
→ $\lim_{x \to 5} \frac{h^2}{h}$ であれば、0 を直接代入すると、$\frac{0}{0}$ となってしまうが、$\lim_{x \to 0} \frac{h^2}{h} = \lim_{x \to 0} h$ と約分して分母の 0 を解消すれば答えは 5 とわかる。このように、そのまま代入して答えが出れば代入し、($\frac{0}{0}$ のようになって) 答えが出なければ、変形して解消する。

問題 16

(1)

$\lim_{h \to 0}(1 - 3h) = 1$
(そのまま h に 0 を代入したものと同じ)

(2)

$\lim_{h \to 0}(16 - 8h + h^2) = 16$
(そのまま h に 0 を代入したものと同じ)

(3)

$\lim_{h \to 0} \frac{h + h^2}{h} = \lim_{h \to 0}(1 + h) = 1$
(そのまま h に 0 を代入すると $\frac{0}{0}$ となってしまうので、約分して分母が 0 にならないようにする)

(4)

$\lim_{h \to 0} \frac{-2h + h^2}{h} = \lim_{h \to 0}(-2 + h) = -2$
(そのまま h に 0 を代入すると $\frac{0}{0}$ となってしまうので、約分して分母が 0 にならないようにする)

微分公式

1. y を微分したものを y' と書きます。
2. x^a を微分すると ax^{a-1} となります。
   例えば、x^5 を微分すると $5x^4$ となります。
3. 足し算や引き算の式を微分するときは、微分したものを足し (引き) ます。
   例えば、$x^2 + x$ を微分すると $2x + 1$ となります。
   (x は x^1 と考えます)

問題 17

(1)

$y' = 5 \times 2x^{2-1} = 10x$

(2)

$y' = -3 \times 3x^2 = -9x^2$

(3)

$y' = 0$ （y は x に関係なく常に 7 となる。$y = x^0 + 0$ と考えるといいかも）

(4)

$y' = 5 \times 2x - 3 \times 1x^0 = 10x - 3$

(5)

$y' = \frac{1}{3} \times 3x^2 + 2x = x^2 + 2x$

(6)

$y' = -2 \times 3x^2 + 4 \times 2x = -6x^2 + 8x$

(7)

$y = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$

$y' = 2x$

(8)

$y = 4x^2 - 4x + 1$

$y' = 4 \times 2x - 4 = 8x - 4$

こんな感じです。最後のほうの微分は指数を前にくっつけて、元の指数から 1 引くイメージです！
説明へたくそなんでなにかあったら質問ください。よろしくおねがいしますね！