

1. Motivación del tema

Como proyecto final decidimos aplicar la simulación a ciertos conceptos de probabilidad y estadística. Si bien los conceptos con los que vamos a trabajar ya fueron estudiados anteriormente, consideramos que con las herramientas obtenidas en la clase de simulación, podemos comprobar estos resultados de una manera distinta. A pesar de que en semestres anteriores estos resultados ya los demostramos, creemos que mediante la simulación de estos procesos y de ejemplos concretos, reforzaremos su aprendizaje y facilitaremos su comprensión.

2. Alcance del proyecto

El propósito de nuestro proyecto es comprobar e ilustrar algunos resultados vistos en cursos pasados y que, mediante la simulación de sus respectivos modelos, logremos un mejor entendimiento y comprensión de los conceptos estudiados. Consideramos que al nosotros generar los modelos necesarios para cada uno de los conceptos presentados, con nuestro proyecto alcanzaremos a ejemplificar los resultados de estos teoremas y demás nociones mostradas.

3. Resultados esperados

Esperamos reforzar el conocimiento de los cursos anteriores de teoría de la medida y la rama de estadística y probabilidad mediante la generación de diferentes modelos que simulen los resultados de teoremas y conceptos vistos en esos cursos. A partir de la generación de estos modelos, buscamos analizar la necesidad de las hipótesis presentadas así como la posibilidad de modificar algunos de los supuestos dados. De igual forma, pretendemos mostrar resultados que dependan de diferentes valores de parámetros y evaluar su efecto en los conceptos.

4. Actividades a realizar

Los resultados que queremos presentar son los del Teorema del Límite Central, teorema de Bayes y teorema de la convergencia dominada de Arzelà. Para cada uno de estos teoremas queremos enunciarlos, hacer hincapié en la importancia de sus supuestos, utilizar diferentes tamaños y distribuciones de muestra para el modelado que produzcan resultados visuales y, por último, mostrar algunas aplicaciones de los mismos. Con el fin de resaltar la importancia de los supuestos queremos exhibir, en cada caso, qué sucede cuando estos no se cumplen.

5. Metodología

- Ilustrar el **teorema de la convergencia dominada de Arzelà**, el cual puede ser visto como un corolario (para el caso de la integral de Riemann) del teorema de la convergencia dominada de Lebesgue. Dicho teorema es uno de los más importantes dentro de la teoría de la medida. El propósito es dar unos ejemplos donde se cumpla el teorema. Dado que el teorema involucra integrales, éstas se van a calcular con los métodos vistos en clase (en particular los métodos de Monte Carlo junto con métodos de reducción de varianza).
- Realizar una breve introducción del análisis bayesiano de datos. Se dará un ejemplo teórico simple para entender la alta relevancia del **teorema de Bayes**, puesto que tiene vinculación íntima con la comprensión de la probabilidad de aspectos causales dados los efectos observados. A través de simulación y el método de análisis basado en este teorema, se pretende resolver el problema de “captura y recaptura”, en el que un estadístico está interesado en el número de peces que hay en un estanque.
- Mostrar cómo, dadas 4 muestras aleatorias de diferentes distribuciones (tentativamente exponencial, uniforme, binomial y Poisson) con diferentes tamaños de muestra, el **Teorema del Límite Central** se cumple. Tras enunciar este teorema y comparar los resultados dependiendo de la muestra que se utilice, se expondrán tres situaciones de la vida real donde este teorema está presente.
- Finalmente, y como complemento de los resultados obtenidos en los puntos anteriores, planeamos simular qué pasaría si alguno de los **supuestos** establecidos en sus respectivos teoremas **no se satisface**. Pues en estos casos, la simulación parecería ser nuestra mejor aliada para tratar de reconocer el comportamiento aberrante frente al que nos podamos encontrar.