Laboratorio de Cálculo Numérico
Ecuaciones Diferenciales
Runge-Kutta

1. Método de Runge-Kutta

Para la ecuación diferencial de primer orden con valor inicial

$$\begin{aligned} y' &= f(t,\ y) \\ y(a) &= y_a \end{aligned} \tag{1}$$

consideramos la partición igualmente espaciada de $n+1$ puntos, $\mathcal{P} = \{a = t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n = b\}$, del intervalo $[a,\ b]$, donde $h = (t_{k+1} - t_k)$ es el tamaño de paso de la partición.

Método de Runge-Kutta

Para $k = 0,\ 1,\ \ldots,\ n-1$ **hacer**

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4) \tag{2}$$

donde

$$\begin{aligned} s_1 &= f(t_k,\ y_k) \\ s_2 &= f(t_k + (h/2),\ y_k + (h/2)s_1) \\ s_3 &= f(t_k + (h/2),\ y_k + (h/2)s_2) \\ s_4 &= f(t_k + h,\ y_k + hs_3) \end{aligned}$$

Fin

El segundo término de (2) puede verse como una aproximación a la regla de Simpson; $\frac{h}{6}(f(t_k,\ y_k) + 4f(t_k + \frac{h}{2},\ y_{med}) + f(t_{k+1},\ y_{k+1}))$

El error local de (2) es de orden h^4.

2. Ecuaciones de Lorenz

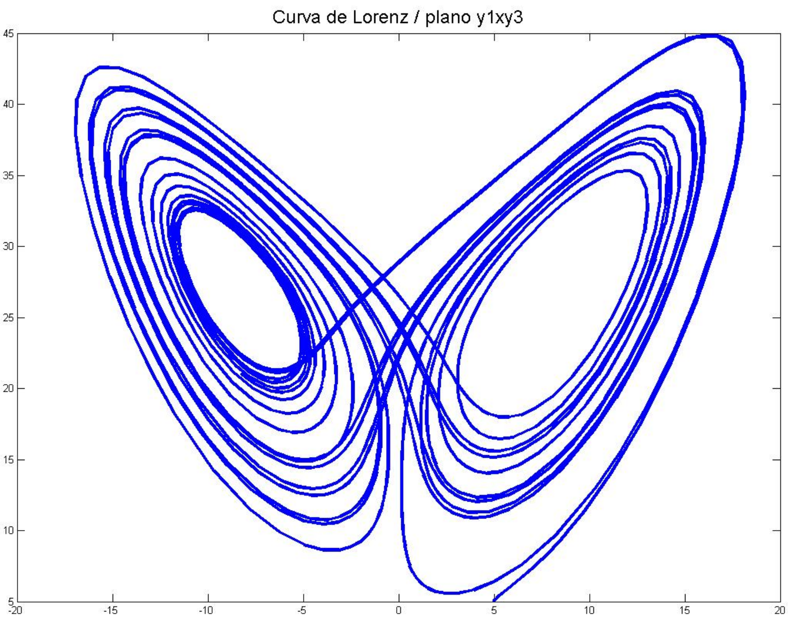
Las ecuaciones de Lorenz son

$$\begin{aligned} {y'}_1 &= -sy_1 + sy_2 \\ {y'}_2 &= -y_1y_3 + ry_1 - y_2 \\ {y'}_3 &= y_1y_2 - cy_3 \end{aligned}$$

generalmente $s = 10,\ r = 28,\ c = 8/3.$

Resuelva con el método de Runge-Kutta las ecuaciones de Lorenz con condiciones iniciales en $a = 0$ como $(y_1,\ y_2,\ y_3) = (5,\ 5,\ 5)$, $b = 20$ y $n = 1000$.

Resuelva con las mismas condiciones con el método del trapecio y compara gráficamente las curvas resultantes. **Script file. pruebarunge.m**



3. Método del Trapecio

Se tiene la misma partición, $\mathcal{P} = \{a = t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n = b\}$, del intervalo $[a,\ b]$, donde $h = (t_{k+1} - t_k)$ es el tamaño de paso de la partición.

---

1. $y_1 = y_a$
2. **Para** $k = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$ **hacer**
   a) $s_1 = y_k + hf(t_k,\ y_k)$
   b) $y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2}(f(t_k,\ y_k) + f(t_{k+1},\ s_1))$
3. **Fin**

El error local del método del trapecio es h^3.