PROGRAMACIÓN LINEAL
TAREA I – MODELACIÓN

(Tareas de Dr. Zeferino Parada.)

1. Una fábrica de muebles produce cuatro tipos de escritorios. Cada escritorio se fabrica en dos departamentos, primero en el departamento de Ebanistería y después pasa al departamento de Barnizado. La siguiente tabla describe cuantas horas requiere cada uno de los escritorios en ambos departamentos y el número de horas que pueden emplearse semanalmente.

depa.	Escr. 1	Escr. 2	Escr. 3	Escr. 4	horas disponibles
Ebanistería	4	9	7	10	6000
Barnizado	1	1	3	40	4000

Las ganancias por cada unidad son las siguientes:

	Escr. 1	Escr. 2	Escr. 3	Escr. 4
Ganancia	\$ 12	\$ 20	\$ 18	\$ 40

Suponiendo que se venden todos los escritorios producidos, escriba el modelo de programación lineal que maximice las ganancias de la fábrica.

2. La tabla de precios (en dólares) de un McDonalds es:

articulo	precio
Quarter Pounder w/ Cheese	1.84
Big Mac	1.84
Filet-O-Fish	1.44
McGrilled Chicken	2.29
Fries, small	0.77
Sausage McMuffin	1.29
Lowfat Milk	0.60
Orance Juice	0.72

La tabla de nutrientes de cada producto es:

articulo	Cal	Carbo	Protein	VitA	VitC	Calc	Hierro
Quarter Pounder w/ Cheese	510	34	28	15	16	30	20
Big Mac	500	42	25	6	2	25	20
Filet-O-Fish	370	38	14	2	0	15	10
McGrilled Chicken	400	42	31	8	15	15	8
Fries, small	220	26	3	0	15	0	2
Sausage McMuffin	345	27	15	4	0	20	15
Lowfat Milk	110	12	9	10	4	30	0
Orance Juice	80	20	1	2	120	2	2

La tabla de nutrientes diarios que requiere una persona es:

	Calorías	Careo hidratos	Proteína	VitA	VitC	Calcio	Hierro
n_{min}	2000	350	55	100	100	100	100
n_{max}		375					

Formule el problema de la dieta diaria a costo mínimo comiendo en McDonalds.

3. Préstamo bancario.

Un Banco tiene un fondo de 12 millones de pesos destinado a préstamos. Siendo una institución de banca múltiple, los préstamos se destinan a diferentes productos como indica la tabla:

Préstamo	Interés	Probabilidad de no pagar
Personal	0.140	0.10
Carro	0.130	0.07
Casa	0.120	0.03
Campo	0.125	0.05
Comercio	0.100	0.02

Las políticas de los préstamos son las siguientes:

a) Incumplimiento de pago no genera intereses y se considera dinero perdido. (La probabilidad de no pagar es interpretada como una fracción perdida del préstamo asociado.)

b) Al menos 40 % del fondo debe ser destinado al campo y al comercio.

c) Para favorecer a la industria de la construcción, el préstamo a casas debe ser al menos el 50 % de los préstamos personales y de carro.

d) La razón entre la cantidad de incumplimiento de pago y el préstamo total no debe exceder a 0,04.

Formule el problema de programación lineal que maximice las ganancias del banco.

4. Horarios del trabajo.

   Un hospital abrirá nuevas plazas para enfermeras de tiempo completo (8 horas diarias). El número de enfermeras que necesita el hospital se indica en la tabla:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
20	25	18	19	15	12	10

   Una cláusula del contrato del trabajo es que una enfermera debe laborar cinco días consecutivas y descansar los otros dos. Formule un problema de programación lineal que minimice el número de enfermeras a contratar. La solución debe cumplir las necesidades del hospital. Además indica que significan las incógnitas.

5. Problema de transporte.
   Una fábrica de colchones tiene tres bodegas en la Cuidad de México, una en Tepito, Xochimilco y el Centro. El número de colchones en cada bodega por semana es de: 250 en Tepito, 380 en Xochimilco y 275 en el Centro. La fábrica tiene cuatro clientes importantes en la ciudad: Soriana (200) an Nezahualcoyotl, Gran Sur (240) en Santa Úrsula, Walmart (275) en Cuajimalpa y Gigante (190) en la Villa. Los números en las paréntesis indican la cantidad de colchones vendidos en la semana.

   El costo de transporte de un colchón de cada bodega a cada cliente se indica en la siguiente matriz de costos.

	Soriana	Gran Sur	Walmart	Gigante
Tepito	10.50	9.75	11.25	8.15
Xochimilco	9.75	6.50	12.50	14.10
Centro	8.15	10.30	9.60	7.50

   Formule el problema de programación lineal que minimice los costos de transporte para la fábrica y que cubra las necesidades de los clientes.

6. Una aerolínea tiene un vuelo el viernes en la tarde que sale de Ithaca, llega a Newark y finaliza en Boston. Se tienen tres categorías de pasajeros:
   a) Clase **Y**: reembolsable
   b) Clase **B**: no reembolsable
   c) Clase **M**: No reembolsable y compra anticipada de tres semanas

   El aeroplano tiene capacidad para treinta pasajeros. Los precios de boletos, en dólares, que se anuncian son:

	Ithaca – Newark	Newark – Boston	Ithaca – Boston
Y	300	160	360
B	220	130	280
M	100	80	140

   El número máximo de pasajeros (esperados) en cada vuelo se ha determinado como:

	Ithaca – Newark	Newark – Boston	Ithaca – Boston
Y	4	8	3
B	8	13	10
M	22	20	18

   El propósito es maximizar la ganancia de la aerolínea determinando cuántos boletos de los nueve tipos (origen/destino/clase) deben venderse. La aerolínea no debe sobre vender ninguno de los dos vuelos y debe respetar el número máximo de pasajeros, tanto como, los números máximos de pasajeros (esperados) por cada clase en cada vuelo.

   Formule el modelo de programación lineal para este problema.

7. La compañía minera Silverado tiene dos minas, **A**, **B**, localizadas en diferentes lugares. Las minas extraen plata de tres calidades diferentes: **Altea, Media y Baja**.

   Por cada hora ambas minas extraen las siguientes cantidades (en toneladas):

Mina \Calidad	Alta	Media	Baja
A	0.75	0.25	0.50
B	0.25	0.25	1.50

   Silverado tiene un contrato donde debe entregar por semana un mínimo de 36 toneladas de Alta, 24 toneladas de Media y 72 toneladas de Baja calidad. El costo por operar la mina **A** por hora es \$ 50 y para la mina **B** es de \$ 40.

   Silverado desea determinar el número de horas a la semana en que las minas deben trabajar para minimizar el costo de operación y cumplir su contrato de entrega semanal.

   Formule un problema de programación lineal para la minera Silverado y encuentre a lápiz y papel una solución óptima.

Solución: Mina **A** debe trabajar 24 horas y minas **72** horas. Costo óptimo \$ 4080.

8. Supongamos que tenemos m puntos fijos en $\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{a}^1, \boldsymbol{a}^2, \dots, \boldsymbol{a}^m$ y que $\boldsymbol{a}^1 = \mathbf{0}$. Deseamos determinar el centro $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ y el radio mínimo, $r > 0$, tal que $\boldsymbol{a}^i \in B_r(\boldsymbol{x})$, $i = 1, \dots, m$, donde $B_r(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n \colon \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\|_\infty \leq r\}$.
   Formule un modelo de programación lineal para este problema geométrico.
   Para el caso $m = 2$ encuentre el valor de r y las coordenadas del centro x.
   Pista: $\|\boldsymbol{x}\|_\infty = \max\limits_{j=1,\dots,n} |x_j|$ y ver el problema *balance del trabajo* del curso.

9. Supongamos que tenemos m puntos fijos en $\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{a}^1, \boldsymbol{a}^2, \dots, \boldsymbol{a}^m$. Deseamos determinar el centro $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ y el radio mínimo, $r > 0$, tal que $\boldsymbol{a}^i \in B_r(\boldsymbol{x})$, $i = 1, \dots, m$, donde $B_r(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n \colon \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\|_1 \leq r\}$.
   Formule un modelo de programación lineal para este problema geométrico.
   Para el caso $m = 2$ encuentre el valor de r y las coordenadas del centro x.
   Pista: $\|\boldsymbol{x}\|_1 = \sum\limits_{j=1}^{n} |x_j|$ y ver el problema de *clasificación* del curso.

10. Mas (optativos):
    - Problemas en el libro [1 del temario] *Programación lineal y no lineal*, p.26f
    - En el libro [2 del temario]: Modelar el Ejercicio 1.3 (en pagina 8)