

Моделирование перераспределения потоков между трещинами гидроразрыва пласта

Выполнил студент: А. А. Муравцев
Научный руководитель: С. А. Калинин
Консультант: И. Ш. Базыров

11 мая 2023 г.

Проблематика и актуальность работы

- ▶ при эксплуатации месторождения во время перевода скважин с проведённым многостадийным гидроразрывом пласта в нагнетание (с целью поддержания пластового давления) практически невозможно избежать роста нескольких трещин автоГРП
- ▶ важно научиться моделировать одновременный рост нескольких трещин автоГРП и перераспределение потоков между ними, чтобы не допускать снижение эффективности эксплуатации месторождения вследствие прорыва трещин автоГРП к добывающим скважинам

Цель и задачи работы

Цель:

- ▶ построить модель совместного роста нескольких трещин автоГРП с учётом перераспределения потоков между ними

Задачи:

- ▶ провести обзор имеющихся моделей роста трещины гидроразрыва пласта и выбрать наиболее подходящую модель для роста трещины автоГРП
- ▶ построить физико-математическую модель роста нескольких трещин автоГРП
- ▶ реализовать численный алгоритм решения на Python
- ▶ построить графики зависимостей полудлины каждой из трещин автоГРП и расходов на каждой из трещин от времени
- ▶ построить график зависимости забойного давления от времени

Основные компоненты любой модели трещины ГРП

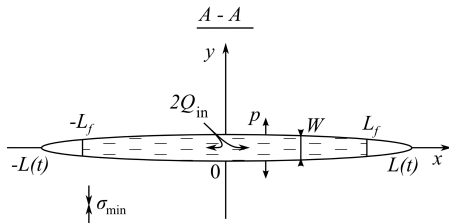
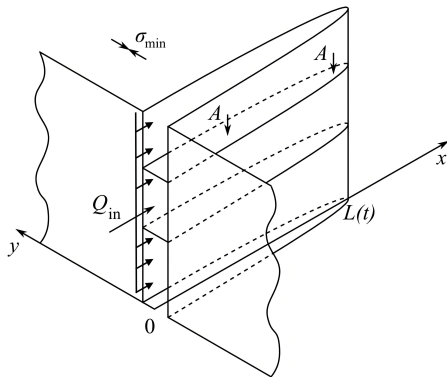
- 1) закон сохранения жидкости (доминирование или отсутствие утечек);
- 2) уравнение течения жидкости в трещине (в зависимости от реологии жидкости);
- 3) уравнение упругости для горной породы;
- 4) условие распространения трещины;
- 5) транспорт проппанта

Модель Христиановича-Желтова-Гиртсма-деКлерка (модель плоской трещины)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{C'}{\sqrt{t - t_0(x)}} = Q_0(t)\delta(x), \\ q = -\frac{w^3}{\mu'} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ p(x, t) = \sigma_0 - \frac{E'}{4\pi} \int_{-l}^l \frac{w(s)ds}{(x-s)^2}, \\ \lim_{x \rightarrow l} \frac{w}{(l-x)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{array} \right.$$

где $C' = 2C_l$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$;

$$K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}.$$



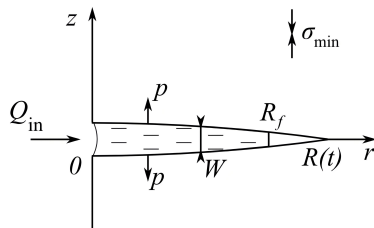
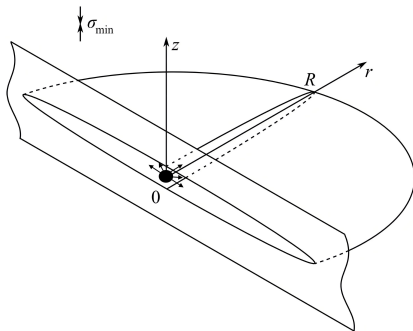
E.V. Dontsov. An approximate solution for a plane strain hydraulic fracture that accounts for fracture toughness, fluid viscosity, and leak-off. *Int. J. Fract.*, 205:221-237, 2017

Модель радиальной трещины

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rq) + \frac{C'}{\sqrt{t-t_0(r)}} = Q_0 \delta(r), \\ q = -\frac{w^3}{\mu'} \frac{\partial p_n}{\partial r}, \\ p_n(r, t) = -\frac{E'}{2\pi R} \int_0^R M\left(\frac{r}{R}, \frac{r'}{R}\right) \frac{\partial w(r', t)}{\partial r'} dr', \\ \lim_{r \rightarrow R} \frac{w}{(R-r)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{array} \right.$$

где $C' = 2C_l$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$; $K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}$;

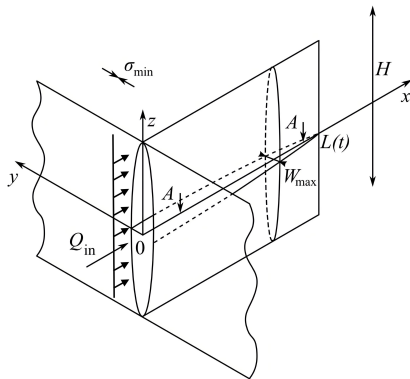
$$M(\rho, s) = \begin{cases} \frac{1}{\rho} K\left(\frac{s^2}{\rho^2}\right) + \frac{\rho}{s^2 - \rho^2} E\left(\frac{s^2}{\rho^2}\right) \\ \frac{s}{s^2 - \rho^2} E\left(\frac{\rho^2}{s^2}\right) \end{cases}$$



E.V. Dontsov. An approximate solution for a penny-shaped hydraulic fracture that accounts for fracture toughness, fluid viscosity, and leak-off. *R. Soc. Open Sci.*, 3:160737, 2016

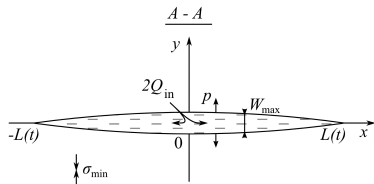
Модель Перкинса-Керна-Нордгрена (модель РКН)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial x} + \frac{C'}{\sqrt{t - t_0(x)}} = \frac{Q_0}{H} \delta(x), \\ \bar{q}_x = -\frac{\bar{w}^3}{\pi^2 \mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ p(x) = -\frac{2E'}{\pi^2 H} \int_{-l(t)}^{l(t)} \bar{w}(x') \frac{dG(2(x' - x)/H)}{dx'} dx', \\ \lim_{x \rightarrow l} \frac{w}{(l - x)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{array} \right.$$



где $C' = 2C_l$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$; $K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}$;

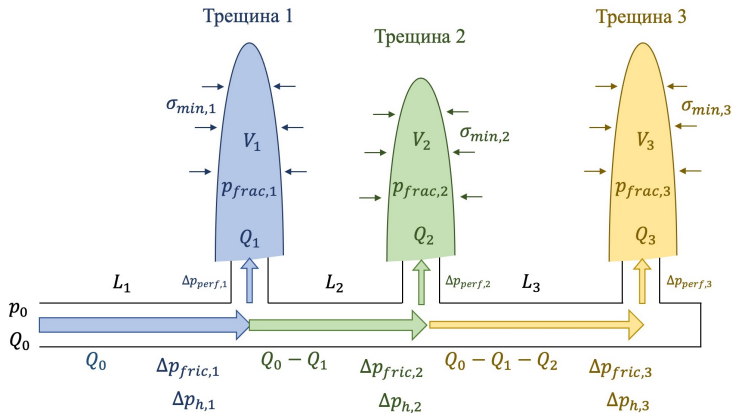
$$G(s) = \frac{\sqrt{1 + s^2}}{s} E \left(\frac{1}{1 + s^2} \right)$$



Асимптотические решения модели PKN

Модель трещины автоГРП = модель РKN в случае доминирования утечек

Схема перераспределения потоков между трещинами гидроразрыва и законы Кирхгофа



$$Q_0 = \sum_{i=1}^N Q_i$$

$$p_0 = \sigma_{min,i} + p_{net,i} + \Delta p_{perf,i} - \sum_{j=1}^i \Delta p_{h,j} + \sum_{j=1}^i \Delta p_{fric,j}$$

Чистое давление в трещинах PKN

Падение давления на перфорациях

Падение давления на трение

Запись законов Кирхгофа в векторной форме

Вектор неизвестных:

$$Q^T = [Q_1, Q_2, \dots, Q_N, p_0]$$

Вектор невязок:

$$[F_1, F_2, \dots, F_N, F_{N+1}],$$

где

$$F_i = \begin{cases} \sigma_{\min,i} + p_{\text{net},i} + \Delta p_{\text{perf},i} - \sum_{j=1}^i \Delta p_{h,j} + \sum_{j=1}^i \Delta p_{\text{fric},j} - p_0 \\ \quad (\text{при } i \leq N) \\ Q_0 - \sum_{i=1}^N Q_i \quad (\text{при } i = N + 1) \end{cases}$$

Итеративная процедура решения

Матрица Якоби:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial Q_N} & \frac{\partial F_1}{\partial p_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{N+1}}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial F_{N+1}}{\partial Q_N} & \frac{\partial F_{N+1}}{\partial p_0} \end{bmatrix}$$

Выражение:

$$\overline{Q}^{k+1} = \overline{Q}^k - J^{-1} \overline{F}^k$$

Начальное приближение: $Q_i = Q_0/N$ и $p_0 = \sigma_i$ при $i \in [1, N]$

Условие остановки: $\left| \overline{Q}^{k+1} - \overline{Q}^k \right|^2 \leq 10^{-4}$

Пример результатов решателя уравнений Кирхгофа

Формула Кёнинга

Зависимость полудлины трещины автоГРП от расхода жидкости, репрессии на пласт и фильтрационно-ёмкостных свойств пласта:

$$x_f = \frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)},$$

где $\kappa = \frac{k_e}{\varphi_e \mu c_t}$ – пьезопроводность пласта;

Приращение полудлины трещины

Полная производная полудлины трещины x_f по времени t :

$$\frac{dx_f}{dt} = \frac{\partial x_f}{\partial t} + \frac{\partial x_f}{\partial Q} \frac{dQ}{dt} + \frac{\partial x_f}{\partial p_f} \frac{dp_f}{dt},$$

где

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = \frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} \quad ; \quad \frac{\partial x_f}{\partial Q} = \frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)};$$

$$\frac{\partial x_f}{\partial p_f} = -\frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2}$$

Приращение полудлины трещины

Полная производная полудлины трещины x_f по времени t :

$$\frac{dx_f}{dt} = \frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} + \frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)} \frac{dQ}{dt} - \frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2} \frac{dp_f}{dt}$$

Приращение полудлины трещины на каждом шаге по времени:

$$dx_f = \frac{dx_f}{dt} dt$$

$$dx_f = \underbrace{\frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} dt}_{\text{за счёт изменения времени}} + \underbrace{\frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)} dQ}_{\text{за счёт изменения расхода на трещине}} - \underbrace{\frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2} dp_f}_{\text{за счёт изменения давления в трещине}}$$

Результат совместного использования формулы Кёнинга с решателем уравнений Кирхгофа

Влияние резкого ухудшения качества перфораций на рост трещин

Выводы