

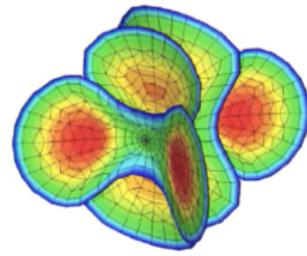
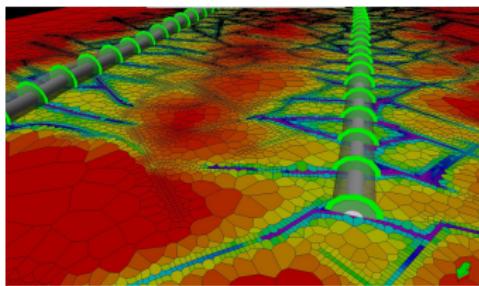
Моделирование перераспределения потоков между трещинами гидроразрыва пласта

Выполнил студент: А. А. Муравцев
Научный руководитель: С. А. Калинин
Консультант: И. Ш. Базыров

18 мая 2023 г.

Проблематика и актуальность работы

- ▶ при эксплуатации месторождения во время перевода скважин с проведённым многостадийным гидроразрывом пласта в нагнетание (с целью поддержания пластового давления) практически невозможно избежать роста нескольких трещин автоГРП
- ▶ важно научиться моделировать одновременный рост нескольких трещин автоГРП и перераспределение потоков между ними, чтобы не допускать снижение эффективности эксплуатации месторождения вследствие прорыва трещин автоГРП к добывающим скважинам



Цель и задачи работы

Цель:

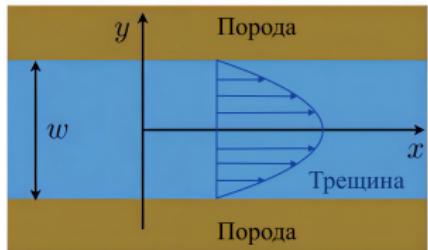
- ▶ построить модель совместного роста нескольких трещин автоГРП с учётом перераспределения потоков между ними

Задачи:

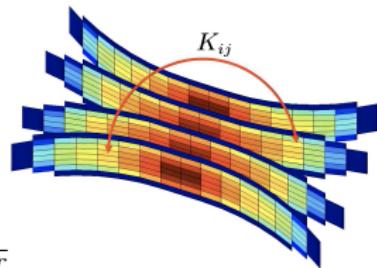
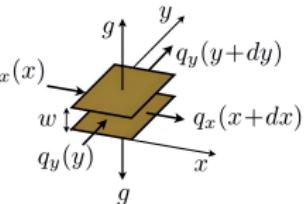
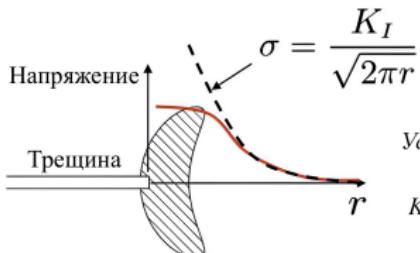
- ▶ провести обзор имеющихся моделей роста трещины гидроразрыва пласта и выбрать наиболее подходящую модель для роста трещины автоГРП
- ▶ построить физико-математическую модель роста нескольких трещин автоГРП
- ▶ реализовать численный алгоритм решения на Python
- ▶ построить графики зависимостей полудлины каждой из трещин автоГРП и расходов на каждой из трещин от времени
- ▶ построить график зависимости забойного давления от времени

Основные компоненты полной модели трещины ГРП

- 1) закон сохранения жидкости (доминирование или отсутствие утечек);
- 2) уравнение течения жидкости в трещине (в зависимости от реологии жидкости);
- 3) уравнение упругости для горной породы;
- 4) условие распространения трещины;
- 5) транспорт проппанта



$$w = \sqrt{\frac{32}{\pi}} \frac{K_I (1 - \nu^2)}{E} \sqrt{r}$$



K_I — коэффициент интенсивности напряжений (КИН)

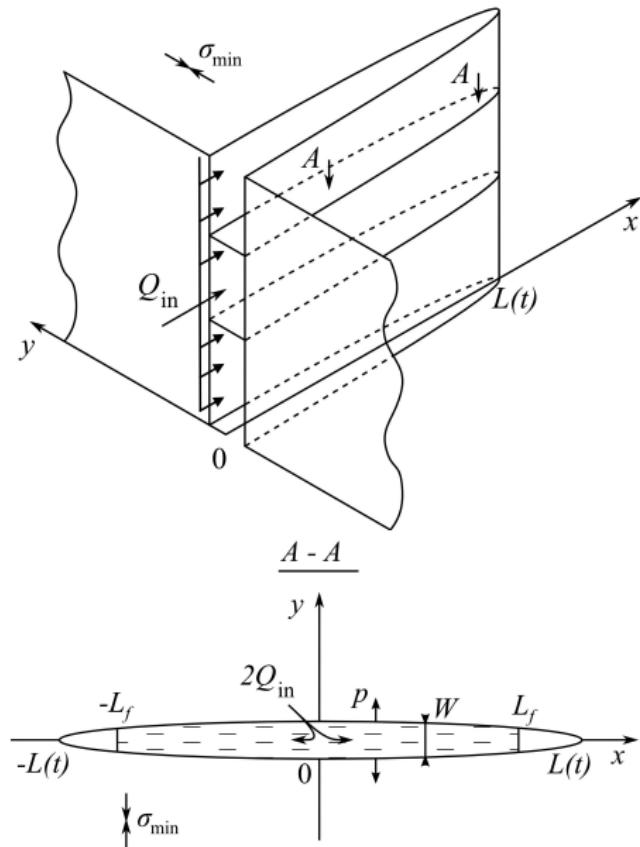
Условие распространения: $K_I = K_{lc}$
 K_{lc} — трещиностойкость породы

Модель Христиановича-Желтова-Гиртсма-дeКлерка (модель плоской трещины)

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{C'}{\sqrt{t - t_0(x)}} = Q_0(t)\delta(x), \\ q = -\frac{w^3}{\mu'} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ p(x, t) = \sigma_0 - \frac{E'}{4\pi} \int_{-L(t)}^{L(t)} \frac{w(s)ds}{(x-s)^2}, \\ \lim_{x \rightarrow L} \frac{w}{(L-x)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{cases}$$

где $C' = 2C_l$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$;

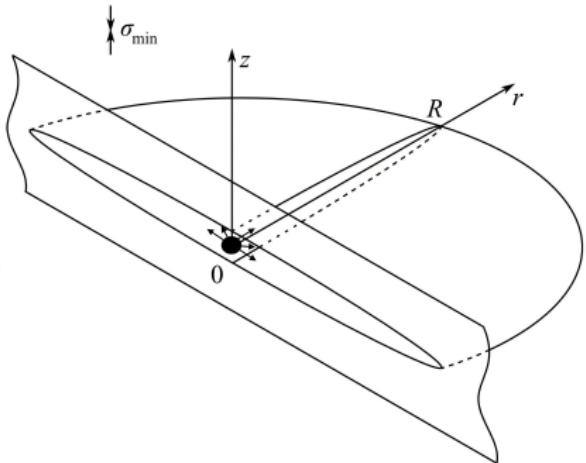
$$K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}.$$



E.V. Dontsov. An approximate solution for a plane strain hydraulic fracture that accounts for fracture toughness, fluid viscosity, and leak-off. *Int. J. Fract.*, 205:221-237, 2017

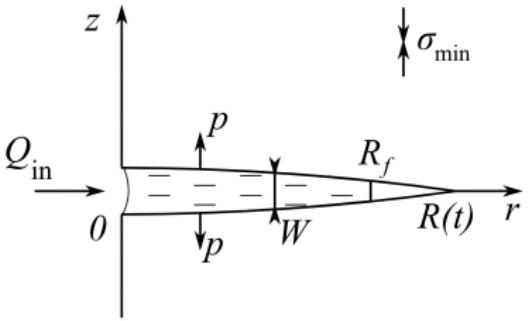
Модель радиальной трещины

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rq) + \frac{C'}{\sqrt{t - t_0(r)}} = Q_0 \delta(r), \\ q = -\frac{w^3}{\mu'} \frac{\partial p_n}{\partial r}, \\ p_n(r, t) = -\frac{E'}{2\pi R} \int_0^{R(t)} M\left(\frac{r}{R}, \frac{r'}{R}\right) \frac{\partial w(r', t)}{\partial r'} dr', \\ \lim_{r \rightarrow R} \frac{w}{(R-r)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{cases}$$



где $C' = 2Cl$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$; $K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}$;

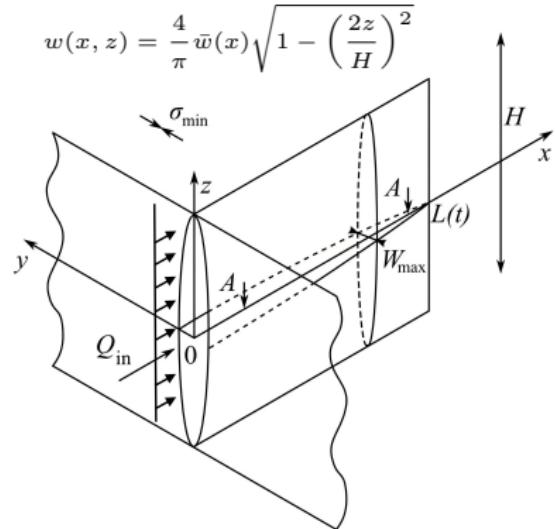
$$M(\rho, s) = \begin{cases} \frac{1}{\rho} K\left(\frac{s^2}{\rho^2}\right) + \frac{\rho}{s^2 - \rho^2} E\left(\frac{s^2}{\rho^2}\right) \\ \frac{s}{s^2 - \rho^2} E\left(\frac{\rho^2}{s^2}\right) \end{cases}$$



E.V. Dontsov. An approximate solution for a penny-shaped hydraulic fracture that accounts for fracture toughness, fluid viscosity, and leak-off. *R. Soc. Open Sci.*, 3:160737, 2016

Модель Перкинса-Керна-Нордгрена (модель PKN)

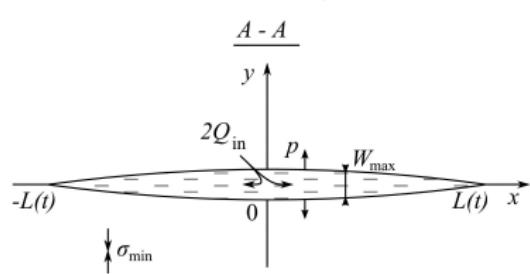
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{q}_x}{\partial x} + \frac{C'}{\sqrt{t - t_0(x)}} = \frac{Q_0}{H} \delta(x), \\ \bar{q}_x = -\frac{\bar{w}^3}{\pi^2 \mu} \frac{\partial p_n}{\partial x}, \\ p_n(x, t) = \frac{2E'}{\pi^2 H} \int_{-L(t)}^{L(t)} \bar{w}(x', t) \frac{dG(2(x' - x)/H)}{dx'}, \\ \lim_{x \rightarrow L} \frac{w}{(L - x)^{1/2}} = \frac{K'}{E'}, \end{array} \right.$$



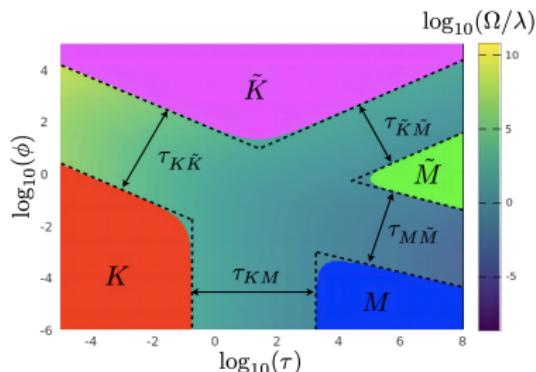
где $C' = 2C_l$; $\mu' = 12\mu$; $E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$; $K' = \frac{8K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}$;

$$\bar{w}(x) = \frac{1}{H} \int_{-H/2}^{H/2} w(x, z) dz$$

$$G(s) = \frac{\sqrt{1+s^2}}{s} E\left(\frac{1}{1+s^2}\right)$$



Параметрическая карта решения модели PKN



В данной работе предполагается, что трещины автоГРП распространяются в режиме больших утечек и доминирования трещиностойкости (пренебрегаем вязкостью). В этом режиме решение для среднего раскрытия:

$$\bar{w}_{\tilde{K}} = \frac{K_{Ic}\sqrt{\pi H}}{E'}$$

$$\Omega = \frac{\bar{w}}{w_*} \quad ; \quad \lambda = \frac{l}{l_*} \quad ; \quad \tau = \frac{t}{t_*} \quad ; \quad \xi = \frac{x}{l(t)}$$

$$w_* = \frac{(\pi H)^{1/2} K_{Ic}}{E'} \quad ; \quad l_* = \frac{H^2 K_{Ic}^4}{2\pi E'^3 \mu Q_0}$$

$$t_* = \frac{H^{7/2} K_{Ic}^5}{2\pi^{1/2} E'^4 \mu Q_0^2} \quad ; \quad \phi = \left(\frac{H^5 K_{Ic}^6 C'^4}{4\pi^3 E'^4 \mu^2 Q_0^4} \right)^{1/4}$$

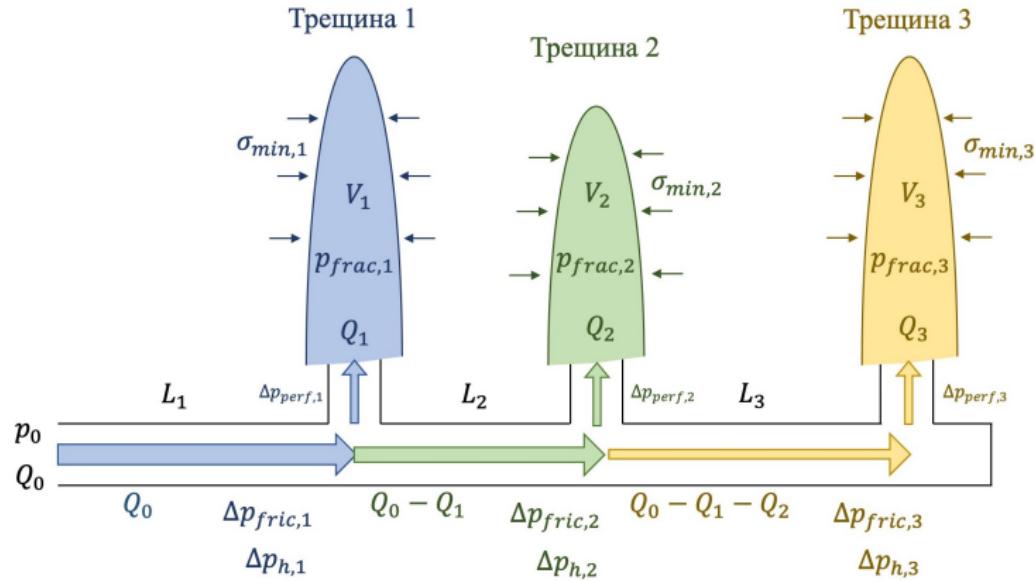
K -режим = доминирование трещиностойкости и отсутствие утечек (пренебрегаем вязкостью)

\tilde{K} -режим = доминирование трещиностойкости и большие утечки (пренебрегаем вязкостью)

M -режим = доминирование вязкости и отсутствие утечек (пренебрегаем трещиностойкостью)

\tilde{M} -режим = доминирование вязкости и большие утечки (пренебрегаем трещиностойкостью)

Схема перераспределения потоков между трещинами гидроразрыва и правила Кирхгофа



$$Q_0 = \sum_{i=1}^N Q_i$$

$$p_0 = \sigma_{min,i} + p_{net,i} + \Delta p_{perf,i} - \sum_{j=1}^i \Delta p_{h,j} + \sum_{j=1}^i \Delta p_{fric,j}$$

Чистое давление в трещинах РКН

$$p_{\text{net},i}(Q_i) = a_i Q_i^{\frac{n}{2n+3}} V_i^{\frac{1}{2n+3}},$$

где $a_i = \left(\frac{(n+3)(2n+1)^n \cdot K \cdot (E'_i)^{2n+2}}{\pi 2^{2n} n^n \phi^n h_i^{3n+3}} \right)^{\frac{1}{2n+3}}$ – параметр жёсткости,

Q_i и V_i – расход на i -ой трещине и объём i -ой трещины;

K и n – реологические параметры степенной жидкости;

E'_i – модуль плоской деформации породы вблизи i -ой трещины;

$h_i = H$ – мощность продуктивной зоны.

Объём i -ой трещины:

$$V_i = 2x_{f,i}(t) \cdot H \cdot \bar{w}_{\tilde{K}} = \frac{2x_{f,i}(t) \cdot \sqrt{\pi} K_{Ic} \cdot H^{3/2}}{E'_i},$$

где $x_{f,i}$ – полудлина i -ой трещины

Падение давления на перфорациях

$$\Delta p_{\text{perf},i} = \frac{8\rho_s}{\pi^2 C_{d,i}^2 n_{p,i}^2 d_{p,i}^4} Q_i |Q_i|$$

где ρ_s – средняя плотность смеси;

$n_{p,i}$, $d_{p,i}$ – количество и диаметр перфораций;

$C_{d,i} = \frac{\min(d_{jet})}{d_p}$ – безразмерный коэффициент эрозии (в случае отсутствия твёрдых частичек в потоке $C_{d,i} \in [0.5, 0.6]$, а с твёрдыми частичками в потоке $C_{d,j} \in [0.6, 0.95]$ из-за эрозии перфорации).

Падение давления на трение

$$\Delta p_{\text{fric},i} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f \frac{\rho u_{m,i}^2}{R_i} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\rho(c(t,s)) \cdot f(Re) \cdot \left(Q_0 - \sum_{j=1}^{i-1} Q_j\right)^2}{R_i(s) S_i^2(s)} ds$$

где $f = \frac{\tau}{\rho u_{m,i}^2 / 2}$ – коэффициент трения Фаннинга;

$\rho(c(t,s))$ – плотность смеси, которая зависит от динамически меняющейся концентрации проппанта (в рассматриваемой задаче постоянна, так как нет проппанта);

$$u_{m,i} = \frac{Q_0 - \sum_{j=1}^{i-1} Q_j}{S_i} \quad \text{– средняя скорость на рассматриваемом участке трубы;}$$

S_i – площадь сечения рассматриваемого участка трубы;

R_i – радиус рассматриваемого участка трубы;

Re – число Рейнольдса.

Запись правил Кирхгофа в векторной форме

Вектор неизвестных:

$$Q^T = [Q_1, Q_2, \dots, Q_N, p_0]$$

Вектор невязок:

$$[F_1, F_2, \dots, F_N, F_{N+1}] ,$$

где

$$F_i = \begin{cases} \sigma_{\min,i} + p_{\text{net},i} + \Delta p_{\text{perf},i} - \sum_{j=1}^i \Delta p_{h,j} + \sum_{j=1}^i \Delta p_{\text{fric},j} - p_0 \\ \quad (\text{при } i \leq N) \\ Q_0 - \sum_{j=1}^N Q_j \quad (\text{при } i = N+1) \end{cases}$$

Итеративная процедура решения

Матрица Якоби:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial Q_N} & \frac{\partial F_1}{\partial p_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{N+1}}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial F_{N+1}}{\partial Q_N} & \frac{\partial F_{N+1}}{\partial p_0} \end{bmatrix}$$

Выражение:

$$\overline{Q}^{k+1} = \overline{Q}^k - J^{-1} \overline{F}^k$$

Начальное приближение: $Q_i = Q_0/N$ и $p_0 = \sigma_i$ при $i \in [1, N]$

Условие остановки: $\left| \overline{Q}^{k+1} - \overline{Q}^k \right|^2 \leq 10^{-4}$

Формула Кёнига

Зависимость полудлины трещины автоГРП от расхода жидкости, репрессии на пласт и фильтрационно-ёмкостных свойств пласта:

$$x_f = \frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)},$$

где $\kappa = \frac{k_e}{\varphi_e \mu c_t}$ – пьезопроводность пласта;

Q – расход нагнетаемой в рассматриваемую трещину жидкости;
 μ – вязкость жидкости;
 t – время закачки; k_e и φ_e – проницаемость и пористость пласта соответственно; c_t – общая сжимаемость; h – эффективная толщина (мощность) пласта; $\Delta p = p_f - p_e$ – разница между средним давлением в трещине и пластовым давлением.

Приращение полудлины трещины

Полная производная полудлины трещины x_f по времени t :

$$\frac{dx_f}{dt} = \frac{\partial x_f}{\partial t} + \frac{\partial x_f}{\partial Q} \frac{dQ}{dt} + \frac{\partial x_f}{\partial p_f} \frac{dp_f}{dt},$$

где

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = \frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} \quad ; \quad \frac{\partial x_f}{\partial Q} = \frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)};$$

$$\frac{\partial x_f}{\partial p_f} = -\frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2}$$

Приращение полудлины трещины

Полная производная полудлины трещины x_f по времени t :

$$\frac{dx_f}{dt} = \frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} + \frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)} \frac{dQ}{dt} - \frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2} \frac{dp_f}{dt}$$

Приращение полудлины трещины на каждом шаге по времени:

$$dx_f = \frac{dx_f}{dt} dt$$

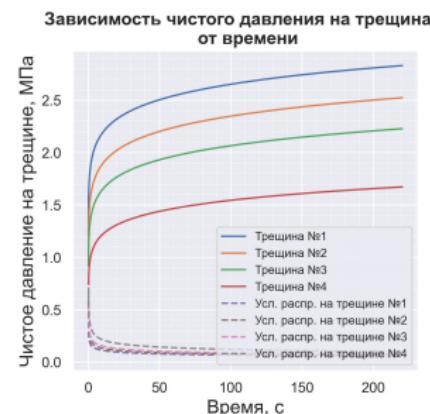
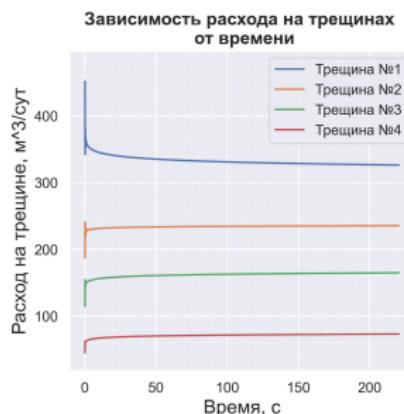
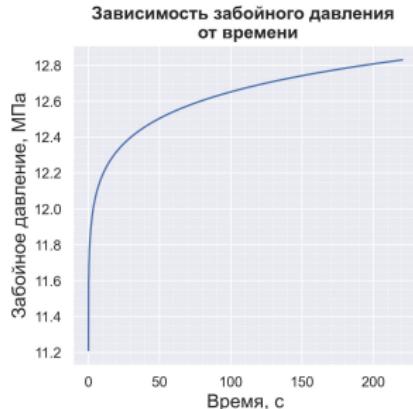
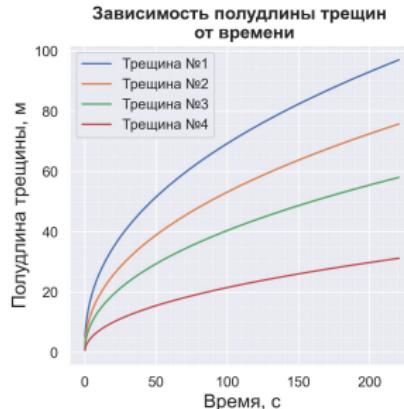
$$dx_f = \underbrace{\frac{Q\mu}{4\pi k_e h (p_f - p_e)} \sqrt{\frac{\pi\kappa}{t}} dt}_{\text{за счёт изменения времени}} + \underbrace{\frac{\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)} dQ}_{\text{за счёт изменения расхода на трещине}} - \underbrace{\frac{Q\mu\sqrt{\pi\kappa t}}{2\pi k_e h (p_f - p_e)^2} dp_f}_{\text{за счёт изменения давления в трещине}}$$

Выбранные значения входных параметров

Расход на забое Q_0 , м ³ /сут	800	Мощность пласта*, м	2
Вязкость воды μ , Па·с	10^{-3}	Количество перфораций* n_p	32
Геометрический параметр трещины ϕ	0.3	Диаметр перфораций* d_p , м	0.02
Плотность воды ρ , кг/м ³	1000	Безразмерный коэффициент эрозии* C_d	0.7
Проницаемость пласта k_e , мДарси	1	Радиус участков трубы* R , м	0.08
Пористость пласта φ_e	0.2	Длина участков трубы* L , м	100
Общая сжимаемость c_t , Па ⁻¹	$2.2 \cdot 10^{-9}$	Давление смыкания* σ_{\min} , МПа	10
Пластовое давление p_e , МПа	9	Трещиностойкость породы* K_{Ic} , Па·м ^{1/2}	10^6
Модуль плоской деформации породы* E' , МПа	10^4	Количество трещин	4

* – для всех трещин

Результат совместного использования формулы Кёнинга с решателем уравнений Кирхгофа



Трещина 1 рассчитана с выбранными значениями входных параметров задачи.

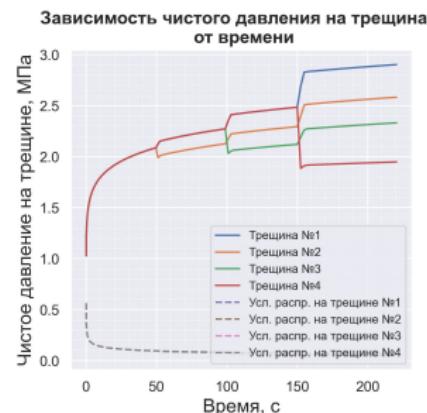
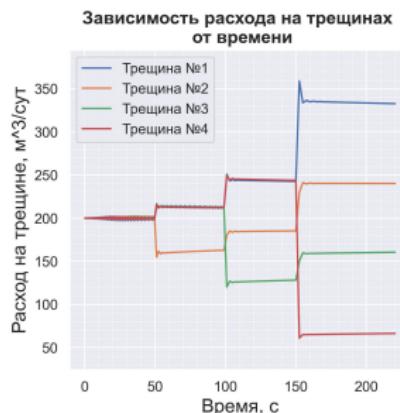
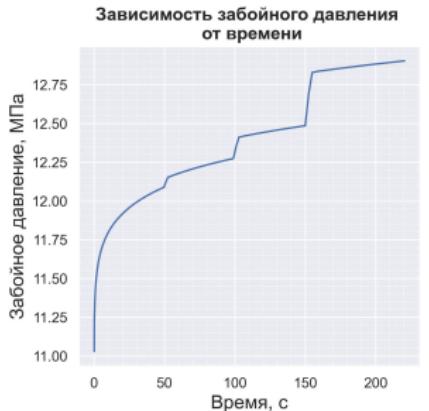
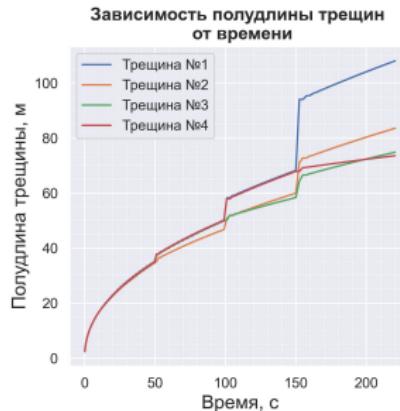
На остальных трещинах ухудшены параметры перфораций.

$$n_{p,2} = 2; \quad d_{p,2} = 0.01 \text{ м}$$

$$n_{p,3} = 1; \quad d_{p,3} = 0.01 \text{ м}$$

$$n_{p,4} = 32; \quad d_{p,4} = 0.001 \text{ м}$$

Влияние резкого ухудшения качества перфораций на рост трещин



Первые 50 секунд расчёт всех трещин проводился с выбранными значениями параметров задачи.

При $t = 50$ с ухудшено качество перфораций на второй трещине:

$$n_{p,2} = 2; \quad d_{p,2} = 0.01 \text{ м.}$$

При $t = 100$ с ухудшено качество перфораций на третьей трещине:

$$n_{p,3} = 1; \quad d_{p,3} = 0.01 \text{ м.}$$

При $t = 150$ с ухудшено качество перфораций на четвёртой трещине:

$$n_{p,4} = 32; \quad d_{p,4} = 0.001 \text{ м.}$$

Выводы

- ▶ Проведён обзор моделей трещины гидроразрыва пласта
- ▶ Реализован численный алгоритм расчёта потоков на каждой из трещин по правилам Кирхгофа (при любом количестве трещин)
- ▶ Реализован алгоритм расчёта приращения полудлины трещины на каждом шаге по времени с учётом изменяющихся расходов и давления в трещинах (при любом количестве трещин)
- ▶ Сделан вывод, что внезапное ухудшение качества перфораций на одной из трещин может привести к неконтролируемому росту соседних трещин при фиксированном расходе на забое

В дальнейшем необходимо дополнить построенную модель: учесть эффекты пороупругости, когда большие утечки из трещин влияют на упругое состояние породы и тем самым влияют на соседние трещины. В этом случае может происходить эффект закрытия трещин автоГРП.