

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
1. Описание методики проведения модального анализа	4
2. Задание входных данных для расчёта	6
2.1 Построение CAD-модели изделия	6
2.2 Построение сетки	10
2.3 Граничные условия	11
3. Результаты проведённых расчётов	12
Заключение	20
Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Проектирование любой современной сложной конструкции предполагает проведение большого количества компьютерных экспериментов с целью выбора подходящих материалов компонентов конструкции, сокращения затрат во время производства, увеличения срока службы изделия, а также раннего выявления инженерных ошибок, которые могут привести к разрушению.

Чтобы предотвратить поломку сложной конструкции, для каждого её компонента необходимо провести тщательный анализ физического состояния (напряжённо-деформированного состояния и т.д.), в котором будет находиться рассматриваемая деталь. Другими словами, провести моделирование реакции рассматриваемой детали на заданные внешние воздействия.

В частности, вибрация (механические колебания машин и механизмов) может вызвать неисправность и поломку конструкции, при проектировании детали которой нарушена динамическая целостность и баланс прилагаемых нагрузок. Это может привести к массовым техногенным авариям, таким как обрушение моста.

Модальное представление [1] — один из возможных способов рассмотрения вибрации конструкций. Вибрация и деформации конструкций при механическом возбуждении на собственных частотах характеризуются конкретными формами, которые называются собственными формами колебаний (колебательными модами). В типовых условиях эксплуатации характер вибрации будет сложным, включающим все собственные формы. Но если изучить каждую собственную форму отдельно, то с помощью этих знаний можно анализировать все имеющиеся типы вибрации. Определение собственных частот, коэффициентов демпфирования и форм колебаний конструкции по результатам измерений частотной передаточной функции (ЧПФ) называется модальным анализом.

Для прогнозирования вибрационных характеристик проектируемой конструкции используется динамический модальный анализ методом конечных элементов [4]. При таком анализе всю конструкцию представляют теоретически в виде набора пружин и масс, после чего составляют систему матричных уравнений, описывающих конструкцию [3]. Затем к полученным матрицам применяется математический алгоритм для определения собственных частот и форм колебаний конструкции [2]. С помощью этого метода прогнозируют

модальные параметры конструкции до ее изготовления, чтобы заранее выявить возможные проблемы и устранить их на ранних стадиях процесса проектирования.

В следующем тексте проведены модальный анализ и анализ отклика на гармоническое воздействие для вилки, состоящей из хомута, булавки и U-образной формы (clevis assembly consists of a yoke, a pin, and a U-shape). Изделия, подобные рассматриваемому, часто применяются для закрепления и обеспечения надёжности мест соединения в различных инженерных системах.

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Линейное дифференциальное уравнение движения рассматриваемого тела:

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [K] \{ u \} = \{ 0 \}, \quad (1.1)$$

где $[M]$ - матрица масс, $[K]$ - матрица жёсткости.

Предположим, что движение происходит по гармоническому закону, тогда

$$\{ u \} = \{ A \}_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (1.2)$$

$$\{ \ddot{u} \} = -\omega_i^2 \{ A \}_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (1.3)$$

Подставляя в уравнение движения, получаем задачу на собственные значения:

$$\left([K] - \omega_i^2 [M] \right) \{ A \}_i = 0 \quad (1.4)$$

У реальных физических деталей в силу их сложного строения могут быть тысячи и миллионы собственных частот и форм. Но в большинстве случаев собственные формы на очень высоких собственных частотах могут быть отброшены. И не каждая собственная форма вносит одинаковый вклад в деформацию рассматриваемой структуры под динамической нагрузкой.

Чтобы количественно охарактеризовать вклад каждой собственной формы, вводится параметр вклада (mode participation factor):

$$\gamma_i = \{ A \}_i^T [M] \{ D \}, \quad (1.5)$$

где $\{ D \}$ - единичный вектор, в направлении которого хотим найти параметр вклада.

Квадрат параметра вклада есть эффективная масса:

$$M_{\text{eff}, i} = \gamma_i^2 \quad (1.6)$$

Параметр вклада и эффективная масса показывают количество массы изделия, которое движется в заданном направлении для каждой из собственных форм. Высокие значения эффективной массы в заданном направлении указывают на то, что рассматриваемая собственная форма будет возбуждаться силами именно в этом направлении.

При проведении модального анализа необходимо исследовать все собственные формы, вносящие существенный вклад в деформацию структуры.

Для этого используют отношение между эффективными массами и полной массой рассматриваемого изделия. Если в заданном направлении сумма (по всем собственным формам) отношений эффективных масс к полной массе близка к единице, то наиболее существенные собственные формы уже найдены. В противном случае, необходимо найти дополнительные собственные частоты и формы рассматриваемого изделия.

Далее в данной работе методом конечных элементов с помощью пакета Ansys [4] будут найдены первые 10 собственных частот и форм заданного изделия, а также будут рассчитаны значения эффективных масс для каждой степени свободы (6 степеней свободы: 3 поступательные и 3 вращательные) и каждой собственной формы. После проведённого модального анализа будет сделано замечание о полноте извлечения существенных собственных форм.

2. ЗАДАНИЕ ВХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ РАСЧЁТА

Перед проведением расчёта в Ansys необходимо задать входные данные: геометрию рассматриваемой детали, конечно-элементную сетку и граничные условия.

Известно, что изделие изготовлено из конструкционной стали с модулем Юнга $E = 200$ ГПа, коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$ и плотностью $\rho = 7850$ кг/м³.

2.1. Построение CAD-модели изделия

3D-модель рассматриваемого изделия строим в Ansys DesignModeler. Сначала необходимо построить эскизы, на основе которых в дальнейшем с помощью функции Extrude будут получены полноценные 3D детали.

На рис. 2.1 представлен эскиз хомута.

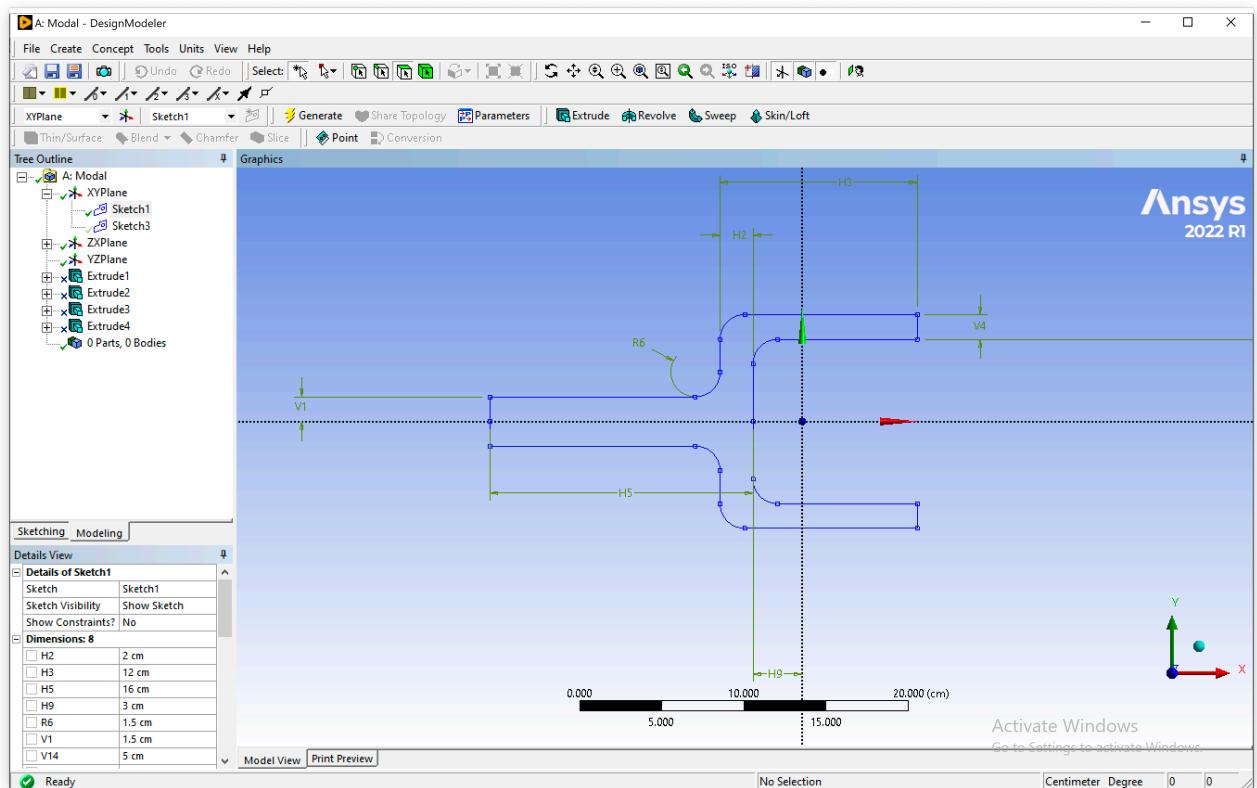


Рис.2.1. Эскиз хомута

После применения функции Extrude из эскиза получаем полноценную 3D деталь-хомут, представленную на рис. 2.2.

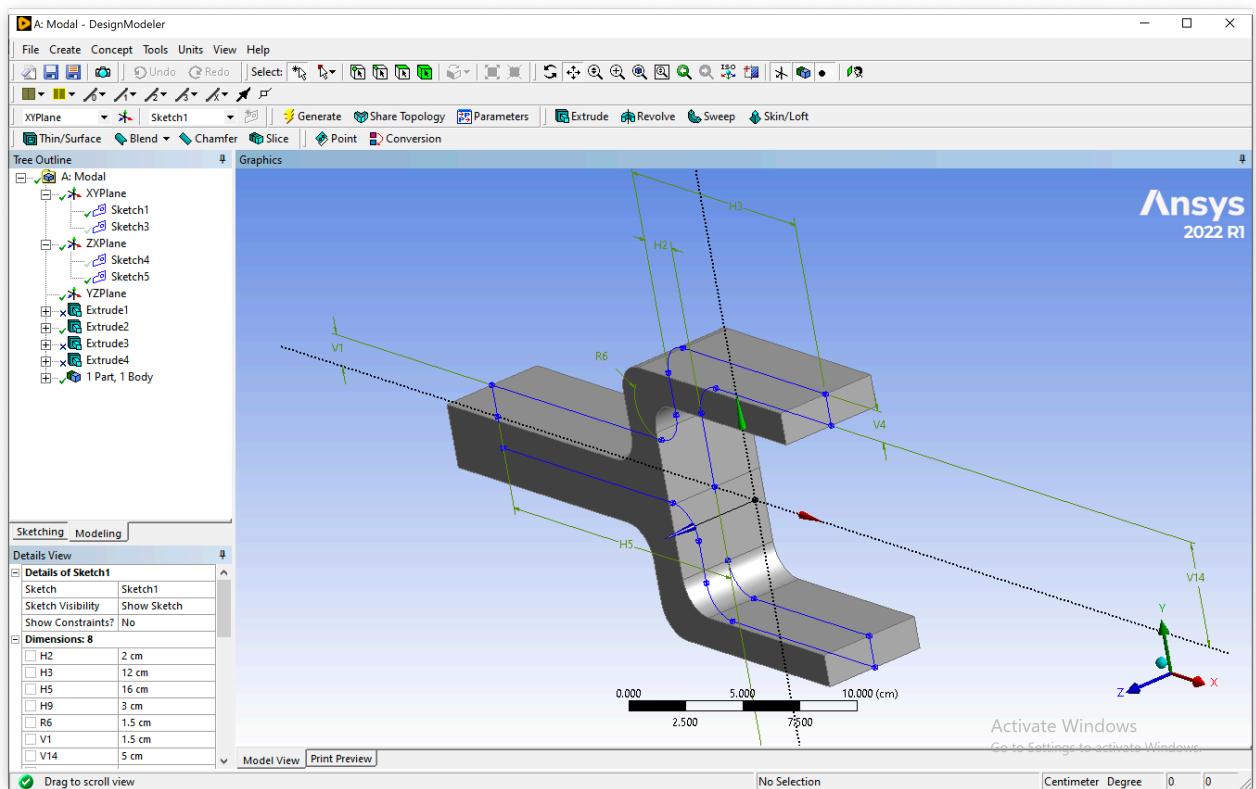


Рис.2.2. Деталь-хомут

На рис.2.3 представлен эскиз U-формы.

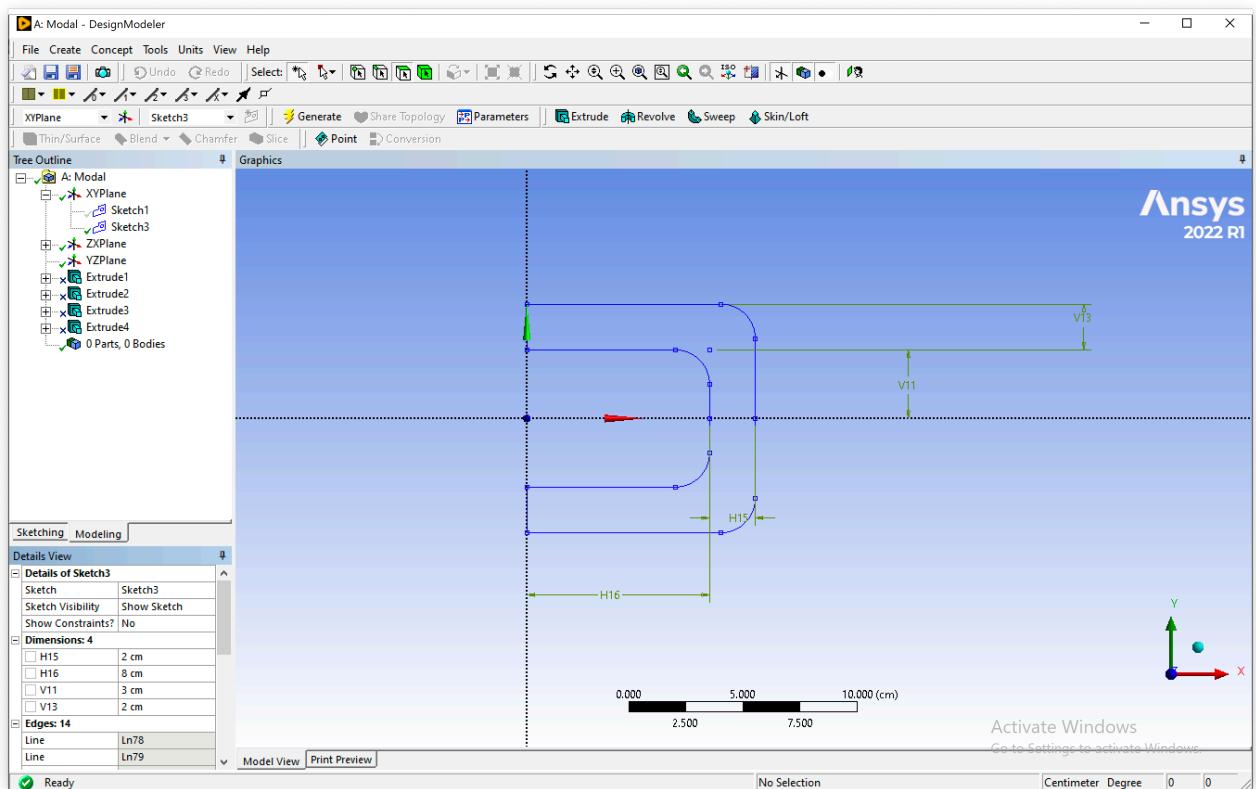


Рис.2.3. Эскиз U-формы

После применения функции Extrude из эскиза получаем полноценную 3D деталь U-формы, представленную на рис. 2.4. Ключевые размеры всех деталей указаны в левом нижнем углу соответствующих изображений.

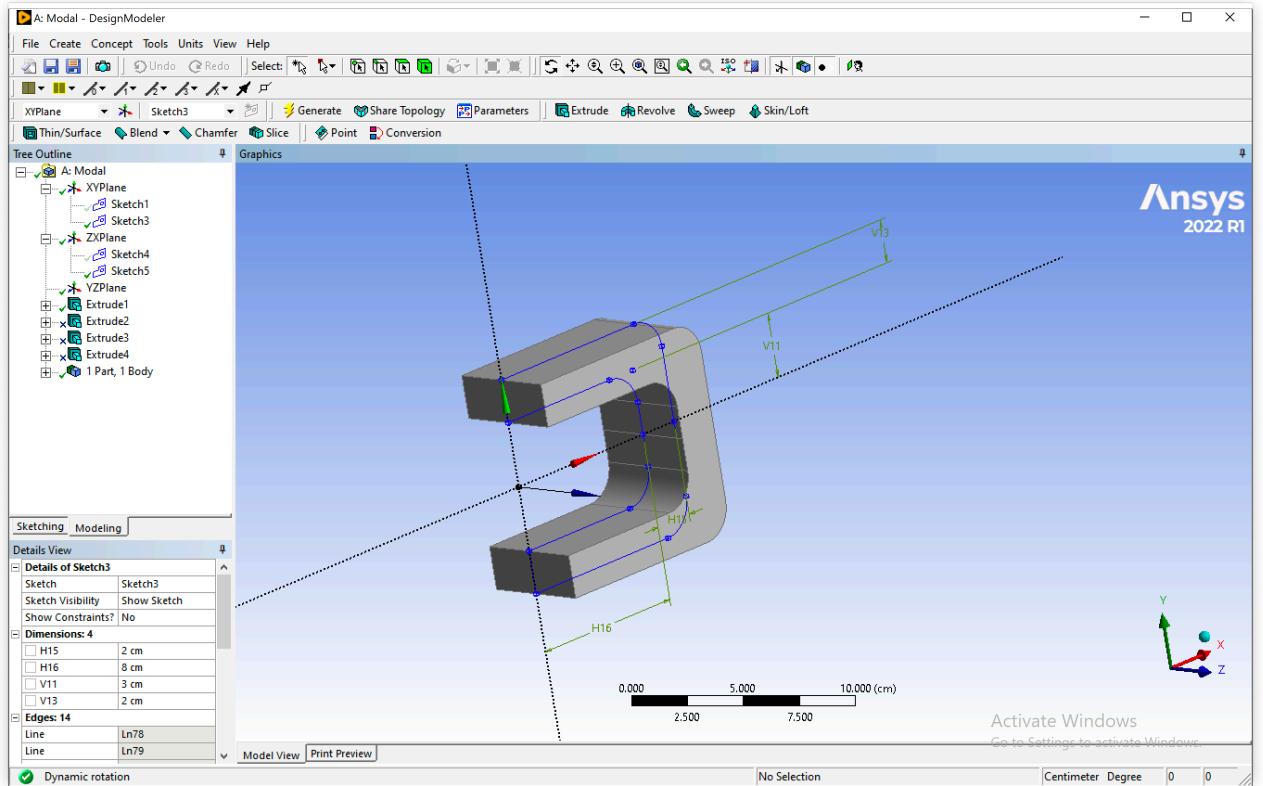


Рис.2.4. Деталь U-формы

Далее удаляем часть материала построенных ранее деталей, чтобы в дальнейшем добавить цилиндрическую булевку.

Удаление материала производим с помощью функции Extrude, но теперь с опцией Cut Material. Extrude применяем к новому эскизу, расположенному в плоскости xOz и представляющему из себя круг заданного радиуса.

Дополнительно в опциях объекта Extrude указываем Direction: Both-Symmetric, чтобы удаление материала было успешно проведено по обе стороны от плоскости xOz.

Деталь-хомут и деталь U-формы после удаления части материала (создания цилиндрических отверстий) изображены на рис. 2.5. Основные опции выполненного Extrude представлены в левом нижнем углу.

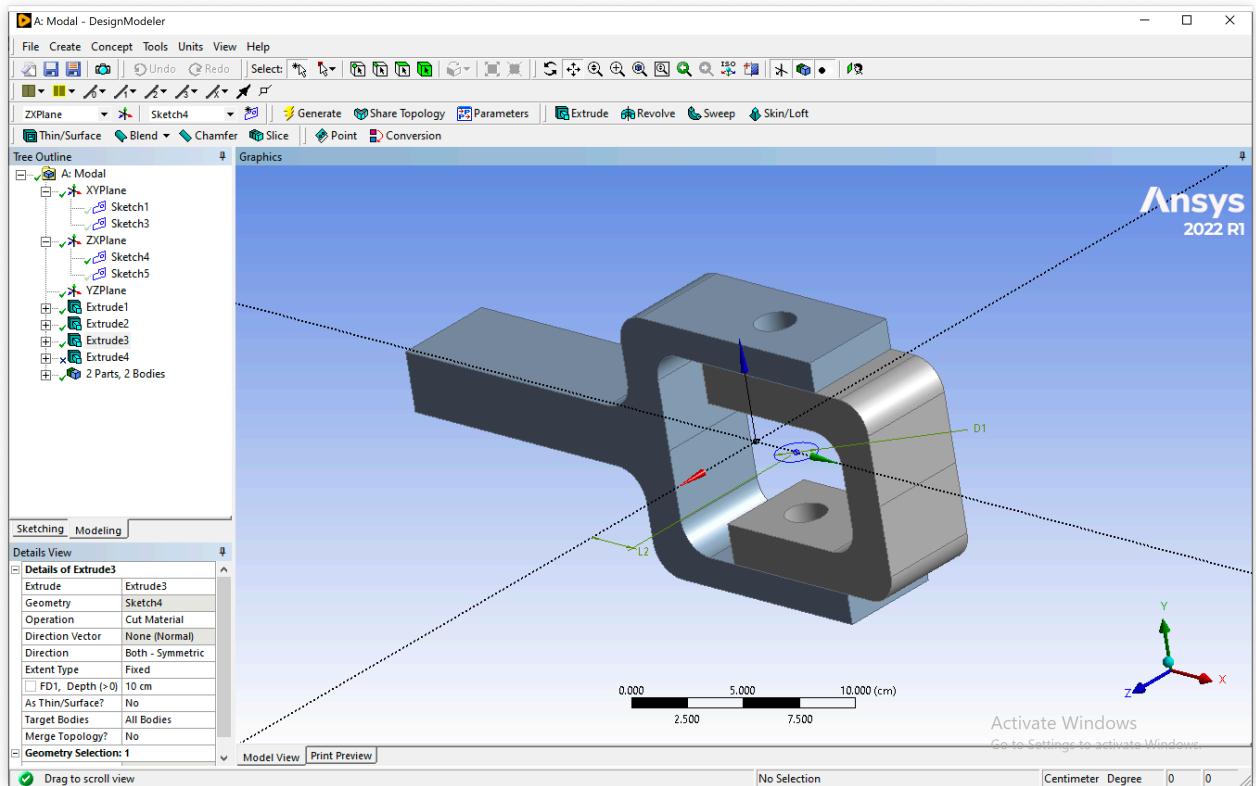


Рис.2.5. Детали с цилиндрическим отверстием

И в завершение построения CAD-модели добавляем цилиндрическую булавку (рис. 2.6), скрепляющую ранее построенные детали.

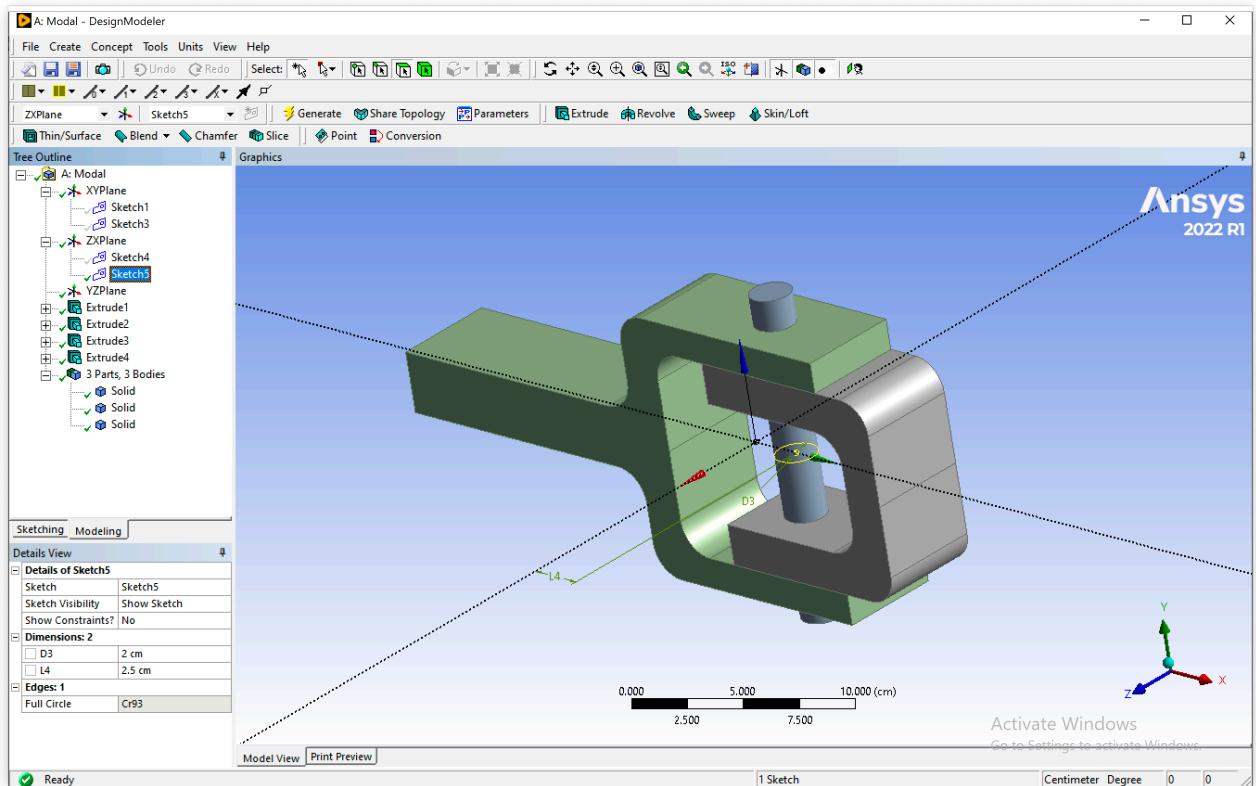


Рис.2.6. Добавлена цилиндрическая булавка

Суммарно в процессе построения CAD-модели рассматриваемого изделия были использованы следующие инструменты Ansys DesignModeler: SketchingDrawPolyline (для построения половины эскиза), ModifyFillet (для скругления углов), ModifyReplicate (для симметричного копирования половины эскиза с целью построения полного эскиза), DimensionsHorizontal (для задания горизонтальных размеров эскиза), DimensionsVertical (для задания вертикальных размеров эскиза), DimensionsRadius (для задания радиусов скруглений на эскизе), ConstraintsCoincident (для привязки двух симметричных частей эскиза друг к другу), ConstraintsSymmetry (для задания симметрии частей эскиза относительно оси абсцисс), FlipVertical (для зеркального отображения второй части каждого из эскизов относительно первой части), Extrude (для построения 3D деталей на основе построенных эскизов).

2.2. Построение сетки

Конечно-элементную сетку строим с помощью инструментов Ansys Meshing: Face Sizing, Face Meshing и Inflation. На рис. 2.7 представлена построенная сетка.

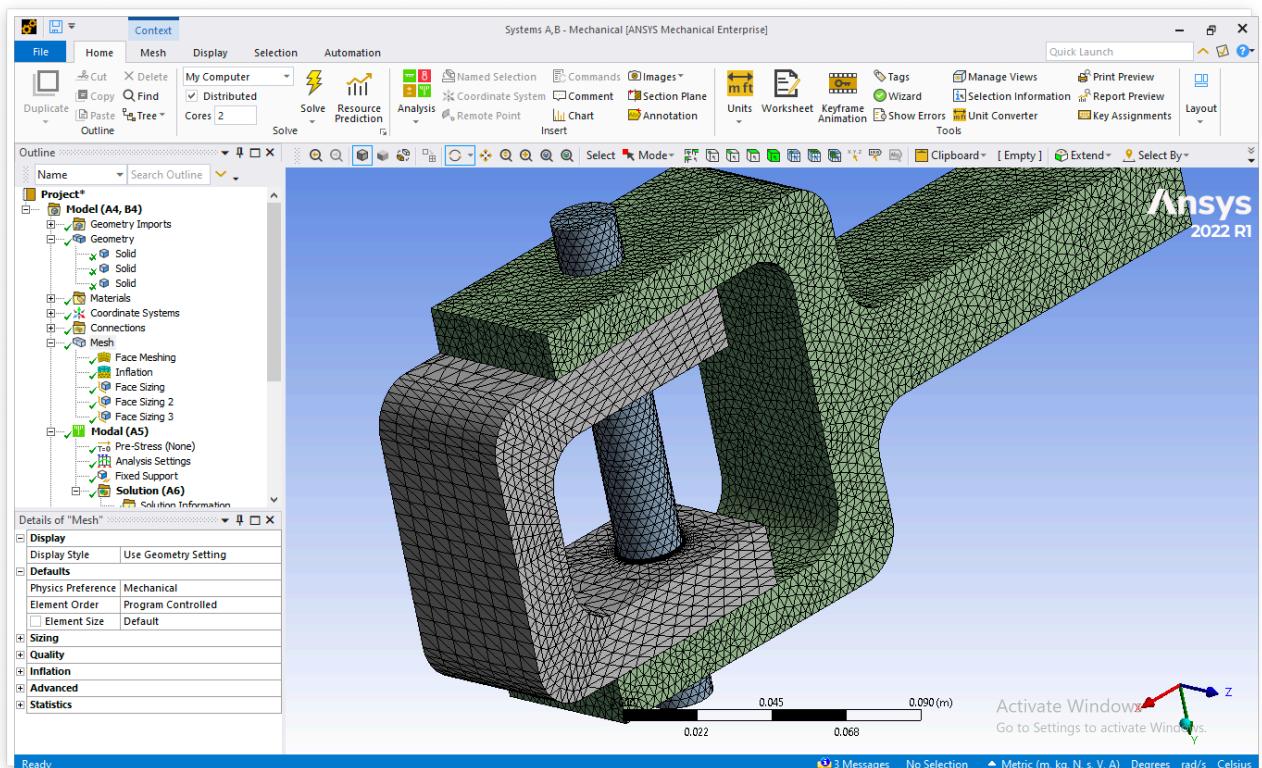


Рис.2.7. Конечно-элементная сетка

В дальнейшем полученная сетка может быть улучшена путём задания только одной специфичной формы элемента сетки и сстыковки элементов на границах соседних деталей. Но первоначальный расчёт может быть произведён и на сетке, представленной на рис. 2.7.

2.3. Границные условия

На левой стенке хомута задаём условие отсутствия перемещений (рис. 2.8).

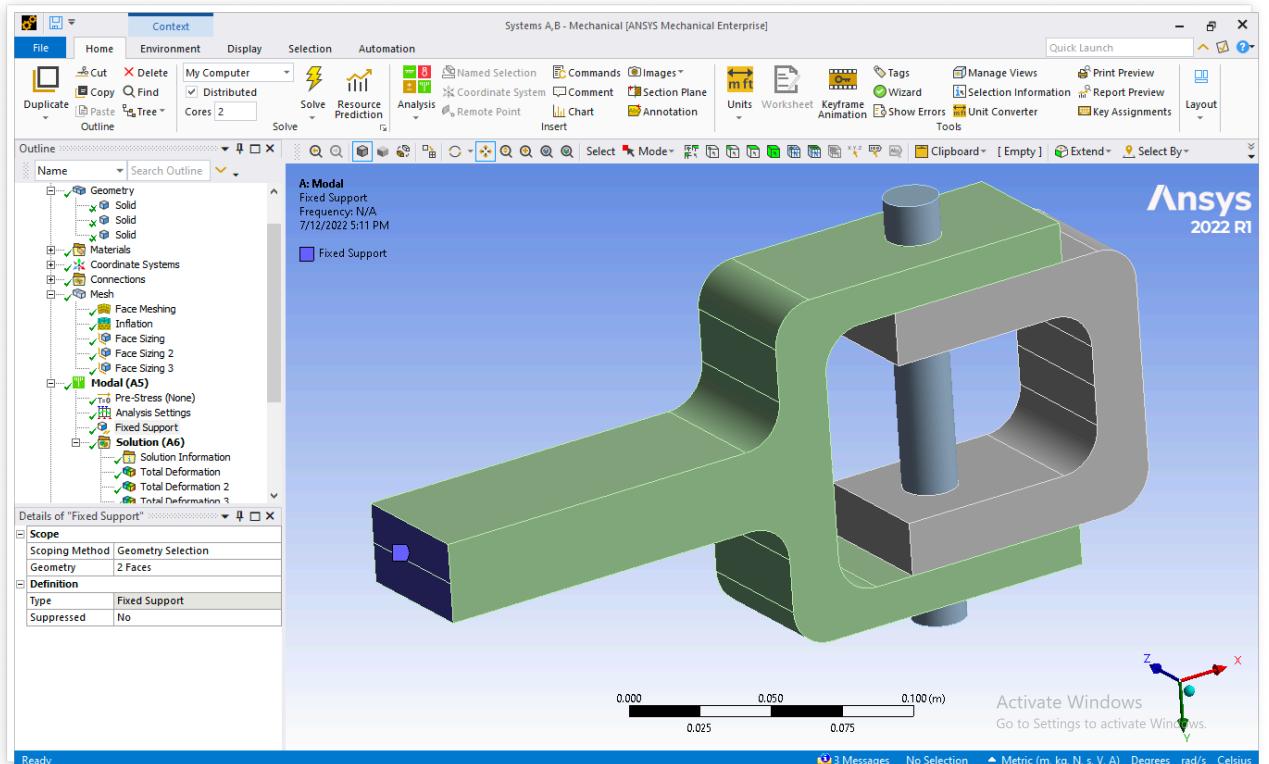


Рис.2.8. Границное условие (нулевые перемещения)

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЁННЫХ РАСЧЁТОВ

В данном разделе представлены результаты расчётов. Получены первые 10 собственных частот и форм рассматриваемого изделия (рис. 3.4-3.13).

Для того, чтобы получить наглядную количественную картину направлений, в которых будет возбуждаться каждая из собственных форм, получены значения параметров вклада и эффективных масс рассматриваемого изделия. Результаты представлены на рис. 3.1-3.3.

Participation Factor							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	180.33	-1.3158e-008	2.0614	-4.9034e-005	-1.4438e-007	1.3537e-006	8.7544e-002
2	285.95	-1.0774e-006	4.143e-005	2.084	4.6356e-007	-7.353e-002	2.6078e-006
3	636.65	2.3834e-006	-1.5303e-005	-1.0105e-005	9.779e-002	3.2594e-007	2.4952e-006
4	1334.4	9.8513e-005	1.1338	-9.9335e-005	1.519e-006	-1.238e-005	-0.14691
5	1518.6	-1.8947e-005	1.1208e-004	1.0143	5.0525e-008	0.11307	-1.3791e-005
6	1862.1	2.1293	-4.8894e-005	1.3398e-005	-4.0034e-008	1.4623e-006	6.3971e-006
7	3211.5	1.3123e-005	-8.4365e-002	1.2921e-006	3.4431e-006	3.3455e-007	1.407e-002
8	3455.9	6.0099e-005	-4.0177e-005	-4.9787e-006	-5.64e-003	-6.9064e-007	6.4965e-006
9	5146.	5.4203e-005	2.1744e-005	-0.47217	5.0596e-008	-7.0724e-002	-3.9458e-006
10	5769.7	-5.8426e-005	3.6837e-005	-0.12629	8.9587e-008	-1.9032e-002	-6.0553e-006

Рис.3.1. Значения параметров вклада в каждую из собственных форм

Effective Mass							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction [kg]	Y Direction [kg]	Z Direction [kg]	Rotation X [kg m m]	Rotation Y [kg m m]	Rotation Z [kg m m]
1	180.33	1.7313e-016	4.2495	2.4043e-009	2.0846e-014	1.8326e-012	7.664e-003
2	285.95	1.1608e-012	1.7164e-009	4.3429	2.1489e-013	5.4067e-003	6.8005e-012
3	636.65	5.6806e-012	2.3417e-010	1.021e-010	9.5629e-003	1.0624e-013	6.226e-012
4	1334.4	9.7049e-009	1.2854	9.8674e-009	2.3072e-012	1.5326e-010	2.1582e-002
5	1518.6	3.59e-010	1.2562e-008	1.0287	2.5528e-015	1.2784e-002	1.9019e-010
6	1862.1	4.5339	2.3906e-009	1.7949e-010	1.6027e-015	2.1382e-012	4.0923e-011
7	3211.5	1.7222e-010	7.1175e-003	1.6695e-012	1.1855e-011	1.1192e-013	1.9796e-004
8	3455.9	3.6119e-009	1.6142e-009	2.4783e-011	3.1809e-005	4.7698e-013	4.2204e-011
9	5146.	2.9379e-009	4.7278e-010	0.22294	2.5599e-015	5.0018e-003	1.5569e-011
10	5769.7	3.4136e-009	1.357e-009	1.595e-002	8.0259e-015	3.6221e-004	3.6667e-011
Sum		4.5339	5.542	5.6105	9.5947e-003	2.3554e-002	2.9444e-002

Рис.3.2. Значения эффективных масс для каждой из собственных форм

Cumulative Effective Mass Fraction							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	180.33	3.0145e-017	0.71432	4.0406e-010	2.1523e-012	5.5562e-011	0.18976
2	285.95	2.0215e-013	0.71432	0.72986	2.4339e-011	0.16393	0.18976
3	636.65	1.1913e-012	0.71432	0.72986	0.98734	0.16393	0.18976
4	1334.4	1.691e-009	0.93039	0.72986	0.98734	0.16393	0.72412
5	1518.6	1.7533e-009	0.93039	0.90275	0.98734	0.55152	0.72412
6	1862.1	0.78943	0.93039	0.90275	0.98734	0.55152	0.72412
7	3211.5	0.78943	0.93159	0.90275	0.98734	0.55152	0.72902
8	3455.9	0.78943	0.93159	0.90275	0.99063	0.55152	0.72902
9	5146.	0.78943	0.93159	0.94022	0.99063	0.70317	0.72902
10	5769.7	0.78943	0.93159	0.9429	0.99063	0.71415	0.72902

Рис.3.3. Значения кумулятивных эффективных масс на каждой из собственных форм

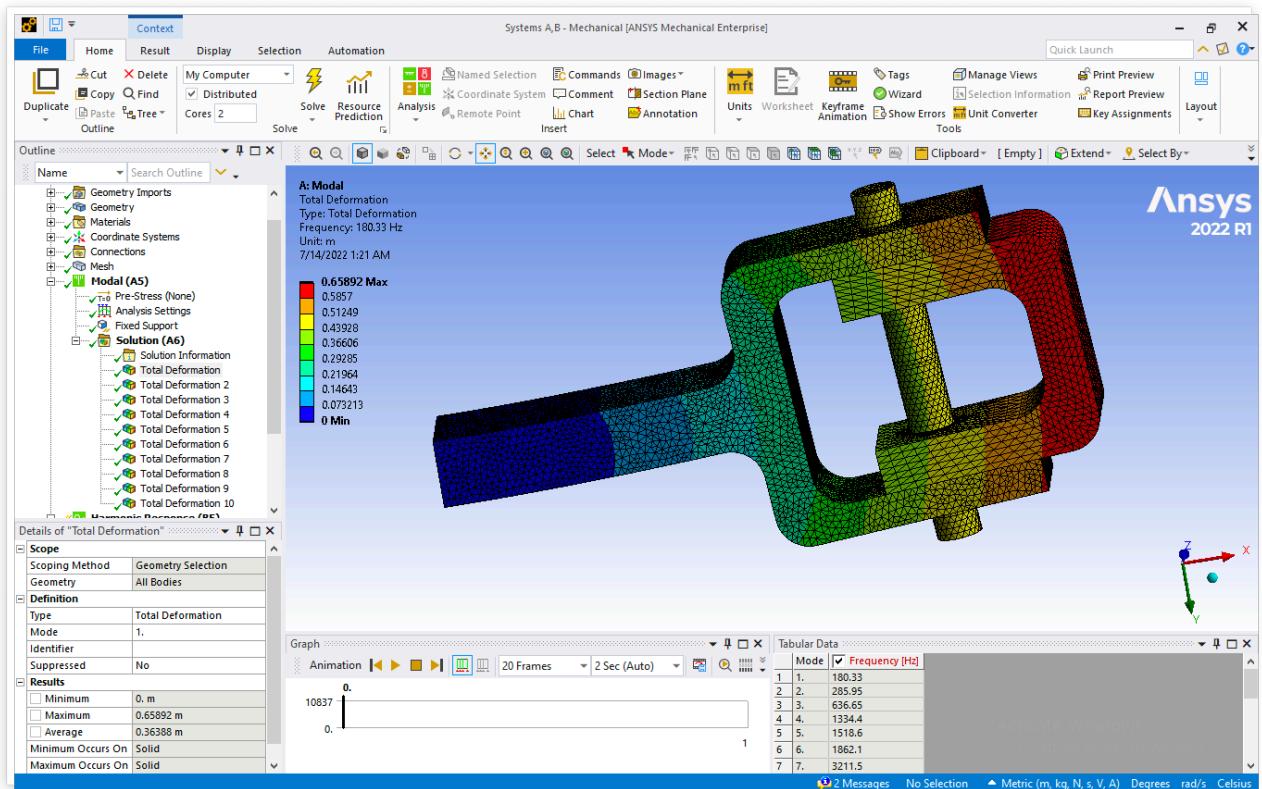


Рис.3.4. Деформации при первой собственной частоте (преимущественно перемещения вдоль оси Оу и вращение вокруг оси Oz)

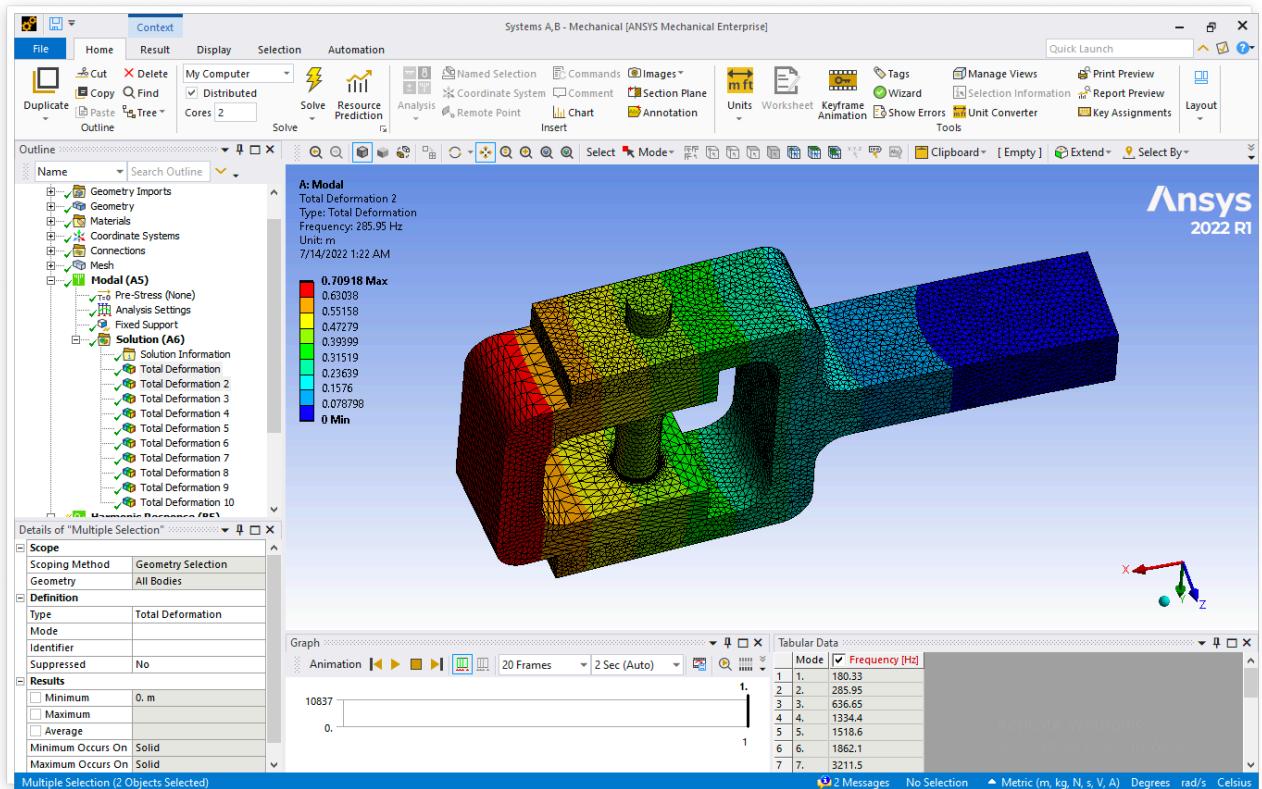


Рис.3.5. Деформации при второй собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Oz и вращение вокруг оси Oy)

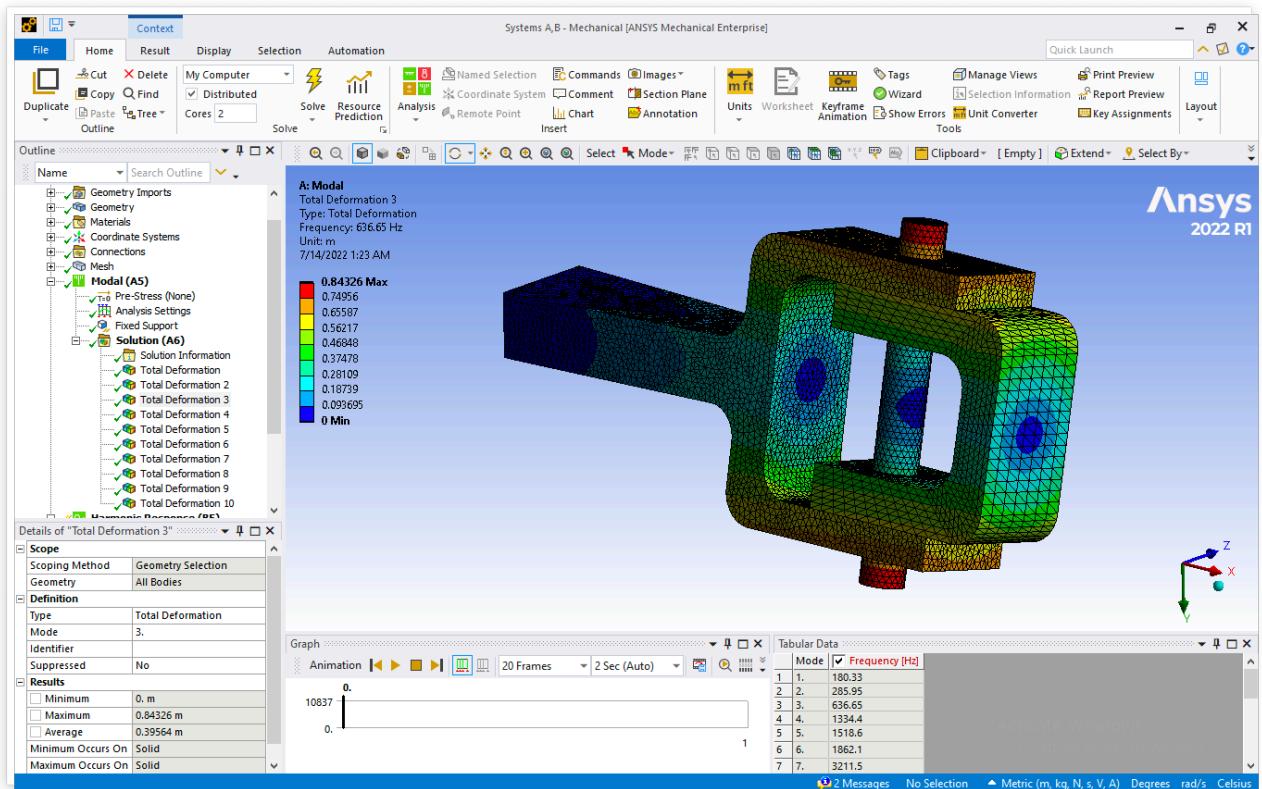


Рис.3.6. Деформации при третьей собственной частоте (преимущественно вращение вокруг оси Ox)

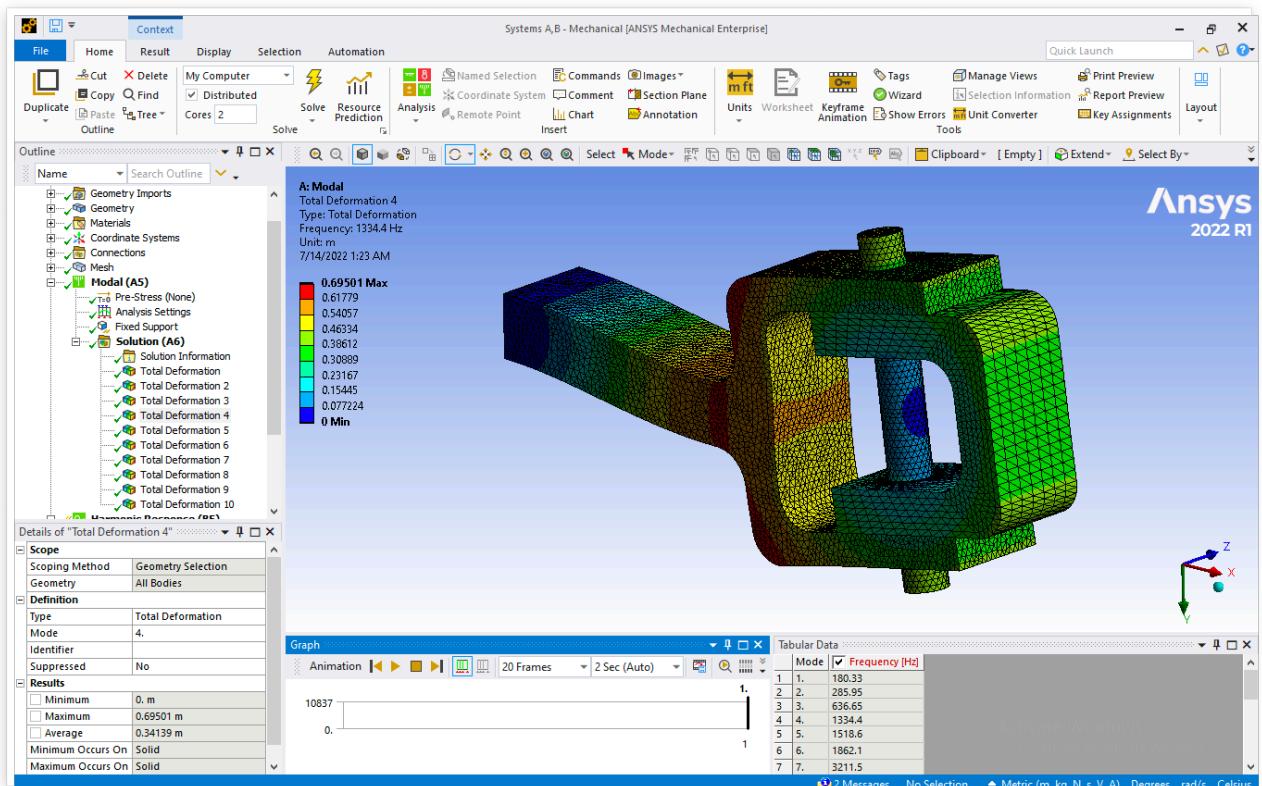


Рис.3.7. Деформации при четвёртой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Oy и вращение вокруг оси Oz)

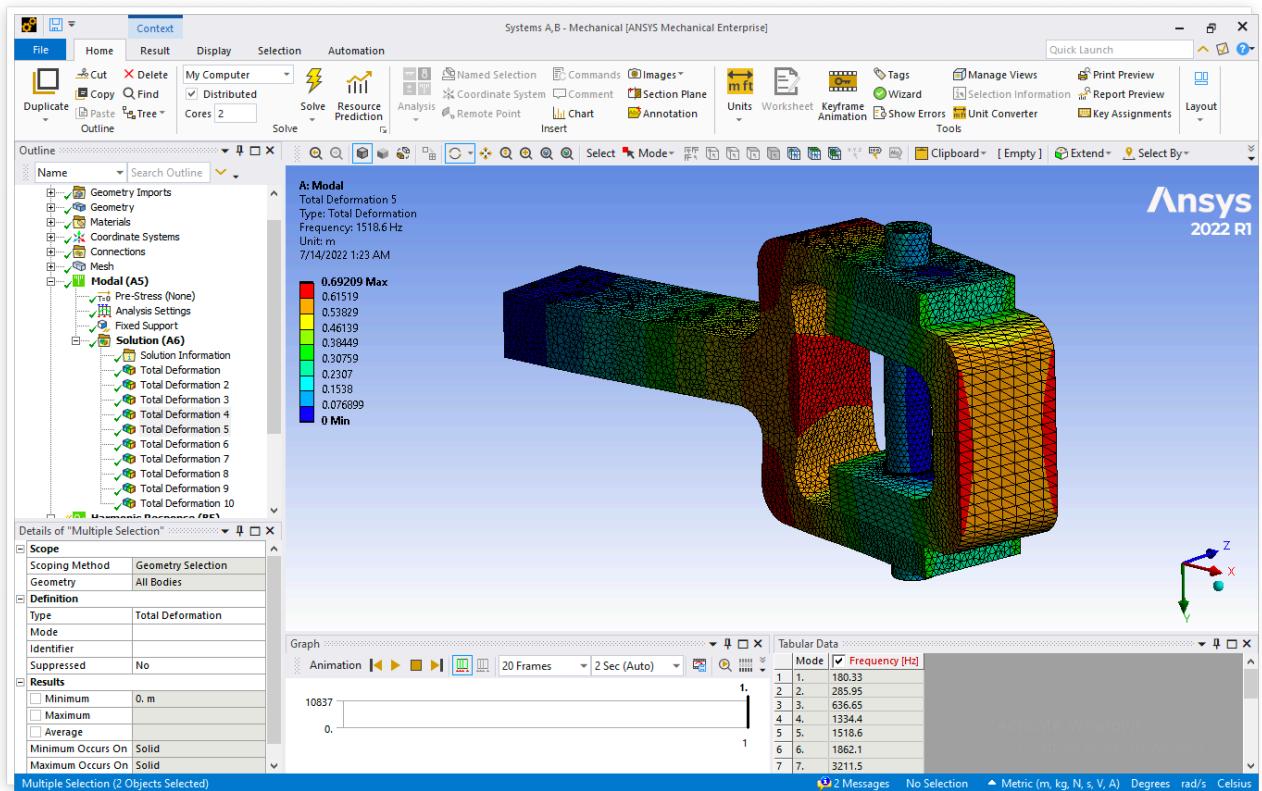


Рис.3.8. Деформации при пятой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Oz и вращение вокруг оси Oy)

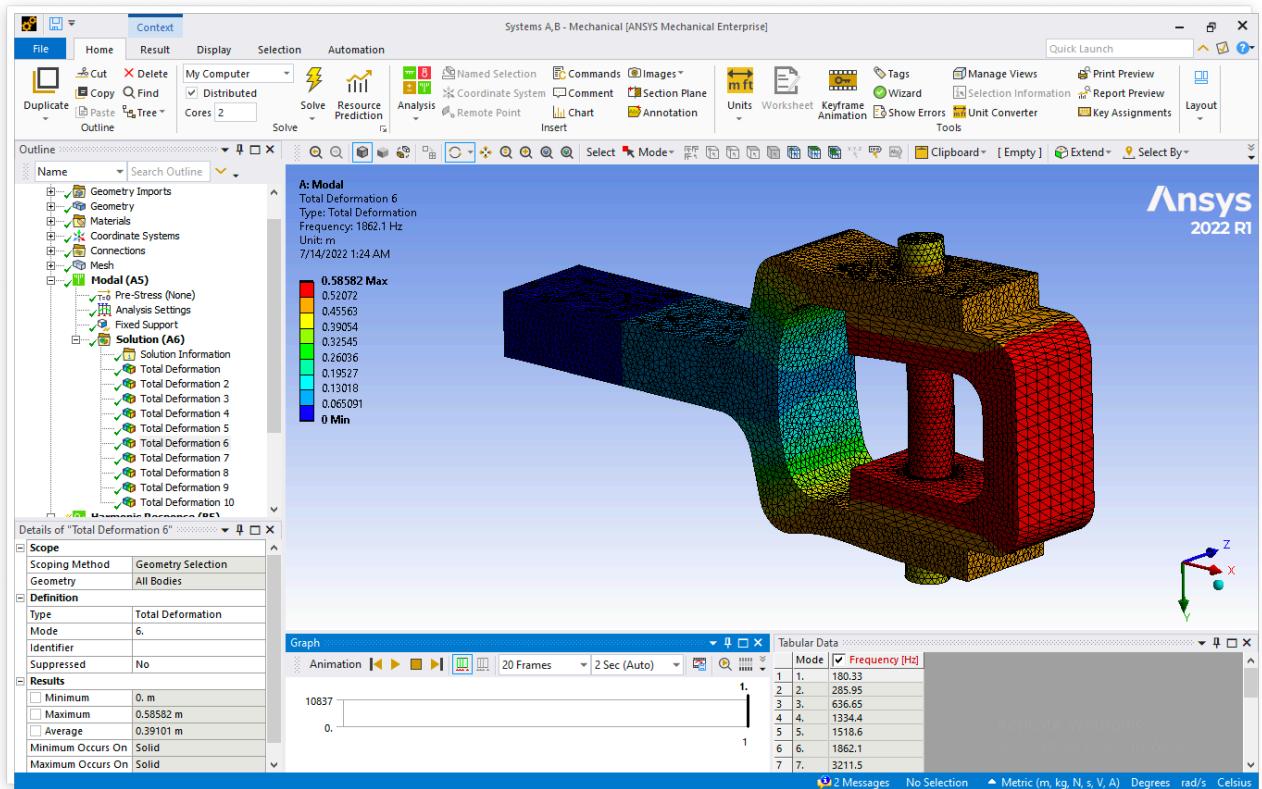


Рис.3.9. Деформации при шестой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Ox)

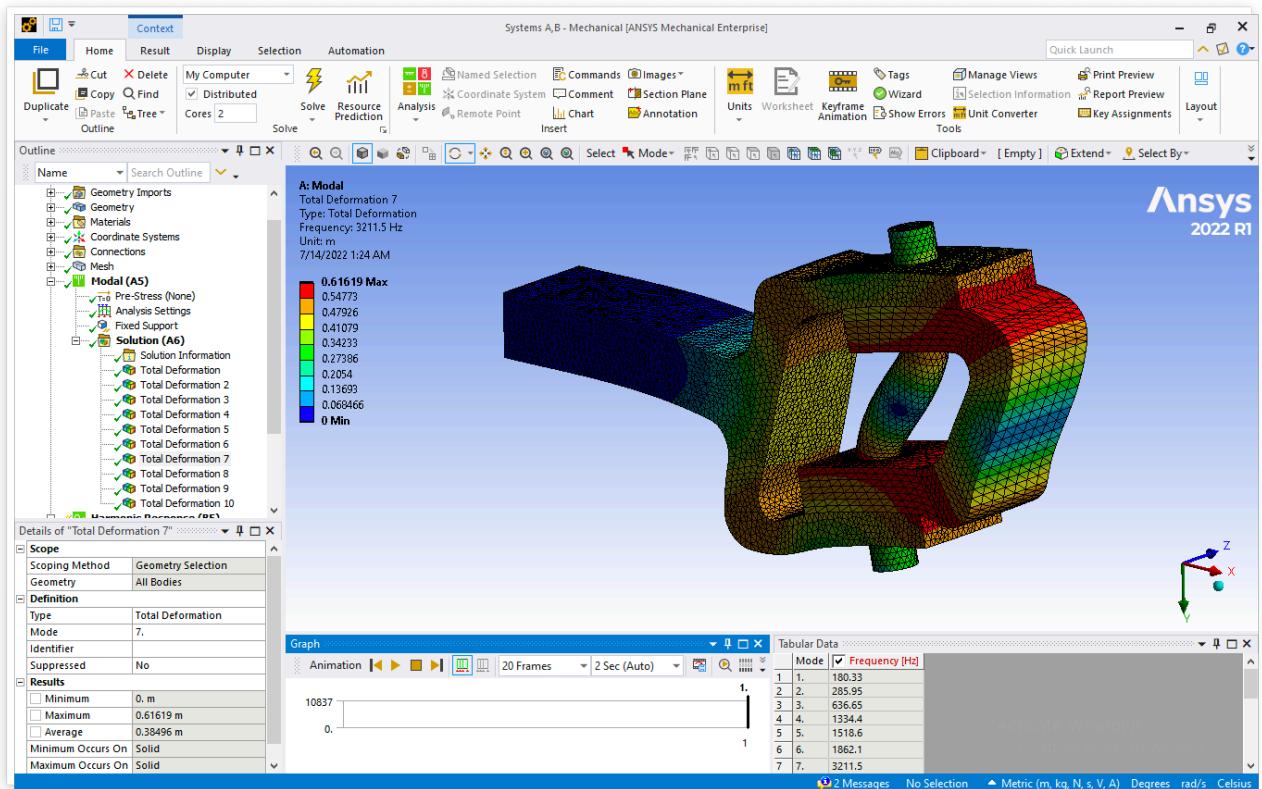


Рис.3.10. Деформации при седьмой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Оу и вращение вокруг оси Oz)

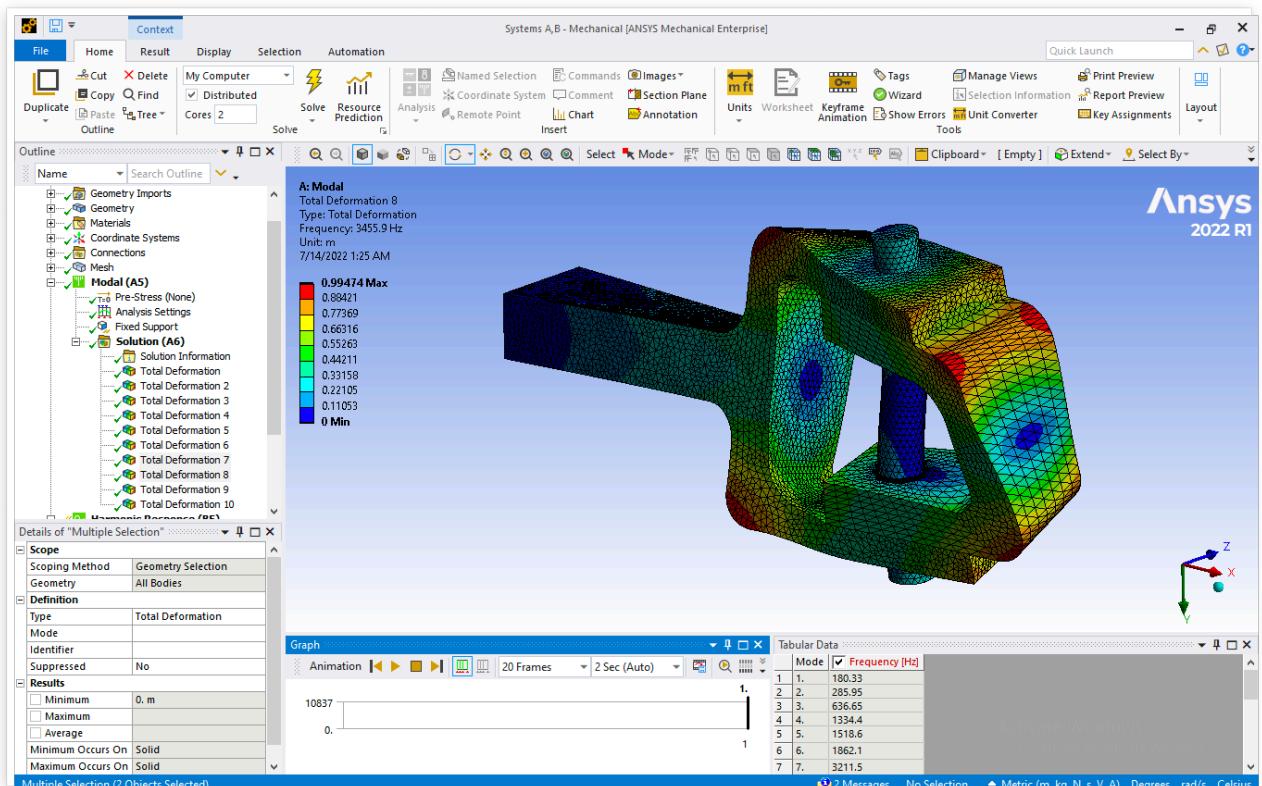


Рис.3.11. Деформации при восьмой собственной частоте (преимущественно вращение вокруг оси Ox)

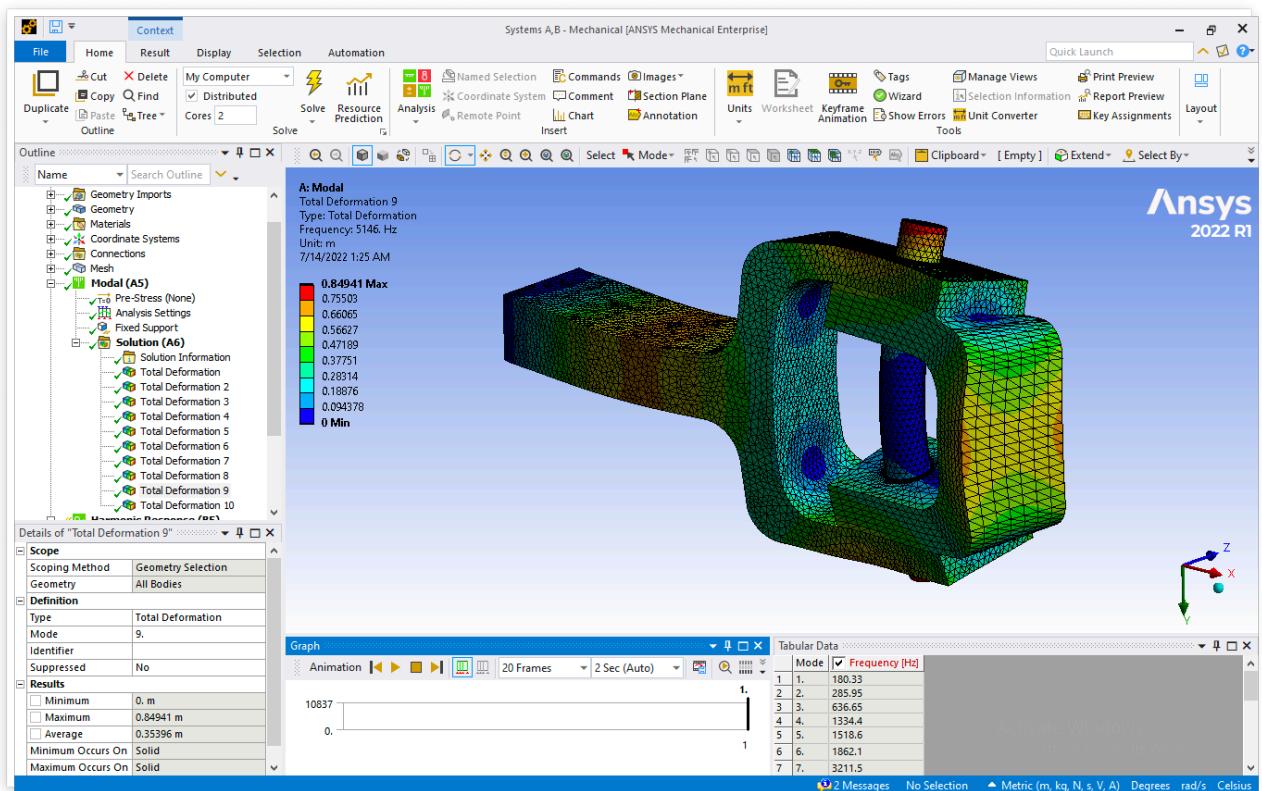


Рис.3.12. Деформации при девятой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Oz и вращение вокруг оси Oy)

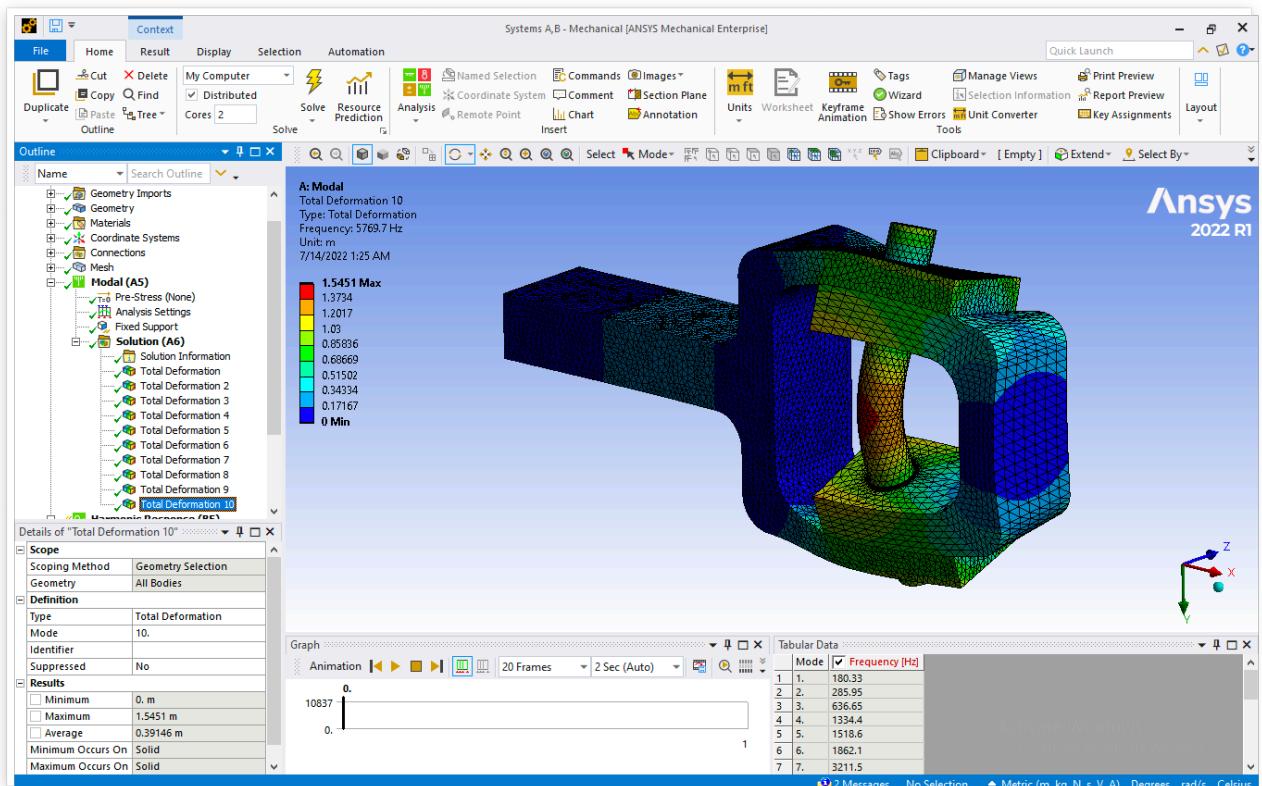


Рис.3.13. Деформации при десятой собственной частоте (преимущественно перемещение вдоль оси Oz и вращение вокруг оси Oy)

Из полученных собственных частот и форм возможно прогнозировать, при каких частотах вибрации следует избегать эксплуатацию рассматриваемого изделия (при эксплуатации на собственных частотах будет резонанс и резко возрастают риски поломки изделия). Значения этих частот для данной геометрии и материала изделия представлены на рис. 3.14.

Tabular Data		
	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1	1.	180.33
2	2.	285.95
3	3.	636.65
4	4.	1334.4
5	5.	1518.6
6	6.	1862.1
7	7.	3211.5
8	8.	3455.9
9	9.	5146.
10	10.	5769.7

Рис.3.14. 10 первых собственных частот рассматриваемого изделия

Осталось ответить на вопрос: все ли существенные собственные формы извлечены в процессе проведения модального анализа? Для этого построим таблицу отношений эффективных масс к полной массе изделия (рис. 3.15).

Ratio of Effective Mass to Total Mass							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	180.33	2.8163e-017	0.69127	3.9111e-010	2.1376e-012	4.5907e-011	0.1624
2	285.95	1.8883e-013	2.7921e-010	0.70647	2.2035e-011	0.13544	1.441e-010
3	636.65	9.2408e-013	3.8093e-011	1.661e-011	0.98059	2.6613e-012	1.3193e-010
4	1334.4	1.5787e-009	0.2091	1.6051e-009	2.3659e-010	3.8393e-009	0.45732
5	1518.6	5.8399e-011	2.0435e-009	0.16735	2.6176e-013	0.32024	4.0301e-009
6	1862.1	0.73753	3.8888e-010	2.9199e-011	1.6434e-013	5.3564e-011	8.6716e-010
7	3211.5	2.8016e-011	1.1578e-003	2.7159e-013	1.2156e-009	2.8037e-012	4.1948e-003
8	3455.9	5.8755e-010	2.6258e-010	4.0323e-012	3.2618e-003	1.1949e-011	8.943e-010
9	5146.	4.7792e-010	7.6908e-011	3.6266e-002	2.625e-013	0.1253	3.2991e-010
10	5769.7	5.5529e-010	2.2074e-010	2.5946e-003	8.2298e-013	9.0735e-003	7.7697e-010
Sum		0.73753	0.90153	0.91268	0.98385	0.59005	0.62392

Рис.3.15. Отношения эффективных масс к полной массе изделия (10 собственных форм)

Из построенной таблицы видим, что для большинства направлений сумма отношений существенно меньше единицы. Следовательно, требуется извлечь дополнительные собственные формы рассматриваемого изделия.

Таблица отношений эффективных масс к полной массе изделия при извлечении 30 собственных частот представлена на рис. 3.16.

Ratio of Effective Mass to Total Mass

Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	180.33	2.8163e-017	0.69127	3.9111e-010	2.1376e-012	4.5907e-011	0.1624
2	285.95	1.8883e-013	2.7921e-010	0.70647	2.2035e-011	0.13544	1.441e-010
3	636.65	9.2408e-013	3.8093e-011	1.661e-011	0.98059	2.6613e-012	1.3193e-010
4	1334.4	1.5787e-009	0.2091	1.6051e-009	2.3659e-010	3.8393e-009	0.45732
5	1518.6	5.8399e-011	2.0435e-009	0.16735	2.6176e-013	0.32024	4.0301e-009
6	1862.1	0.73753	3.8888e-010	2.9199e-011	1.6434e-013	5.3564e-011	8.6716e-010
7	3211.5	2.8016e-011	1.1578e-003	2.7159e-013	1.2156e-009	2.8037e-012	4.1948e-003
8	3455.9	5.8755e-010	2.6258e-010	4.0323e-012	3.2618e-003	1.1949e-011	8.9436e-010
9	5146.	4.7792e-010	7.6908e-011	3.6266e-002	2.625e-013	0.1253	3.2991e-010
10	5769.7	5.5529e-010	2.2074e-010	2.5946e-003	8.2298e-013	9.0735e-003	7.7697e-010
11	6162.2	7.7197e-010	4.3755e-002	2.9522e-011	1.5743e-011	2.4251e-011	0.1447
12	6586.2	2.0386e-009	4.7157e-004	1.625e-010	3.1597e-012	6.4644e-010	1.6821e-003
13	6786.7	0.12041	5.3491e-011	1.4351e-010	1.0493e-012	5.474e-010	1.3726e-010
14	7532.2	5.2807e-008	1.2259e-011	1.5953e-008	4.1045e-004	6.336e-008	3.8316e-011
15	7717.3	2.8843e-011	7.4099e-011	3.2319e-002	2.5442e-010	0.12941	1.8842e-010
16	7839.9	4.8401e-002	1.9864e-012	2.7514e-010	9.0217e-010	1.1028e-009	2.211e-012
17	9321.3	6.4705e-009	4.9395e-011	2.533e-011	6.0726e-003	1.1569e-010	1.3487e-010
18	10237	3.6059e-006	1.182e-010	1.1519e-010	2.7687e-003	4.9152e-010	4.953e-010
19	10263	2.3873e-002	1.2949e-011	8.4154e-010	3.8093e-007	3.7603e-009	3.5726e-011
20	10837	4.3232e-009	6.9629e-011	3.3621e-003	4.6785e-011	1.5091e-002	2.383e-010
21	12016	1.3822e-012	1.1461e-002	1.3915e-011	1.7082e-011	1.073e-010	4.3725e-002
22	14006	3.2642e-003	3.5144e-011	1.8748e-009	2.0862e-012	8.5215e-009	1.2874e-010
23	14485	1.5428e-011	7.0767e-003	3.4152e-007	1.1544e-011	1.5705e-006	2.7918e-002
24	14535	1.0457e-009	3.708e-007	6.811e-003	1.3648e-013	3.1282e-002	1.4611e-006
25	15211	8.6321e-009	3.3137e-009	2.2193e-003	6.7951e-014	1.0395e-002	1.3047e-008
26	15421	7.7207e-004	7.1532e-010	5.6872e-009	6.5828e-013	2.6813e-008	2.829e-009
27	15712	6.3194e-010	1.656e-009	1.0458e-002	4.1696e-012	4.9499e-002	6.8097e-009
28	16973	2.4517e-011	7.2289e-007	7.9979e-012	5.6839e-005	4.0443e-011	2.9191e-006
29	16982	1.9202e-011	3.4367e-003	2.1834e-010	1.3684e-008	9.8423e-010	1.3883e-002
30	17106	4.3449e-012	8.7002e-010	1.0098e-004	4.3745e-011	4.9749e-004	3.5059e-009
Sum		0.93426	0.96773	0.96795	0.99316	0.82622	0.85583

Рис.3.16. Отношения эффективных масс к полной массе изделия (30 собственных форм)

Видим, что в первых 30 собственных частотах и формах содержатся наиболее существенные собственные формы рассматриваемого изделия. Но наиболее ёмкие по эффективной массе собственные формы попадают в первые 15 извлечённых собственных форм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе с помощью Ansys Workbench 2022R1 методом конечных элементов проведён модальный анализ вилки, состоящей из хомута, булавки и U-образной формы. Найдены первые 10 собственных частот и форм рассматриваемого изделия.

Так как подобные изделия часто применяются для закрепления и обеспечения надёжности мест соединения в различных инженерных системах, то рассмотренный в данной работе набросок последовательности действий (построение геометрии изделия, построение конечно-элементной сетки, задание граничного условия и поиск собственных частот) является важным для дальнейшего изучения подобных изделий с целью минимизации рисков разрушения в процессе эксплуатации и увеличения срока службы изделия.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Бернс В. А., Долгополов А. В., Маринин Д. А.* Модальный анализ конструкций по результатам испытаний их составных частей. — ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ, 2014. — 9 с. — (Сер.: ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ).
2. *Chen X., Liu Y.* Finite Element Modeling and Simulation with Ansys Workbench. — 2017. — 162 p.
3. *Gokhale N. S., Deshpande S. S.* Practical Finite Element Analysis. — Finite To Infinite, 2008.
4. *Madenci E., Guven I.* The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. — Springer, 2015.