

О курсах лекций.

Курсы лекций «Методы математической физики в нефтяном инжиниринге» и «Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов» читаются на магистерской программе «Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи» в Высшей Школе Теоретической Механики и Математической Физики в Санкт-Петербургском Политехническом университете Петра Великого.

Автор курсов: Евгений Викторович Юдин.

Видеозаписи лекций курсов доступны по ссылке: [GO TO RECORDINGS](#).

Содержание

| | |
|---|-----------|
| 1 Семинар 04.02.2022 (Юдин Е.В.) | 4 |
| 1.1 Закон фильтрации | 5 |
| 1.2 Стадии разработки месторождения | 7 |
| 1.3 Режимы работы пласта | 10 |
| 1.4 Режимы работы скважины в пласте | 11 |
| 1.5 Формула Дюпюи | 16 |
| 1.6 Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы | 19 |
| 2 Семинар 11.02.2022 (Юдин Е.В.) | 30 |
| 2.1 Аналитический расчёт форм-факторов | 30 |
| 2.2 Скин-фактор | 34 |
| 2.2.1 За счёт загрязнения/стимуляции призабойной зоны | 36 |
| 2.2.2 За счёт перфорации и частичного вскрытия | 37 |
| 2.2.3 За счёт вскрытия открытым стволом на малую глубину | 40 |
| 2.2.4 За счёт частичного вскрытия. Модели Papatzacos и Vrbik | 41 |
| 2.2.5 За счёт перфорации | 43 |
| 2.2.6 В случае комбинации нескольких факторов | 45 |
| 2.3 Производительность трещины ГРП | 50 |
| 3 Семинар 04.03.2022 (Юдин Е.В.) | 63 |
| 3.1 Производительность наклонно-направленной скважины | 65 |
| 3.2 Учёт вертикальной анизотропии | 69 |
| 3.3 Производительность горизонтальной скважины | 74 |
| 3.4 Подходы к планированию продуктивности скважины произвольного заканчивания | 83 |
| 4 Семинар 11.03.2022 (Юдин Е.В.) | 89 |
| 4.1 Производительность скважины в системе разработки | 89 |
| 4.1.1 Маскет 1937 | 91 |
| 4.1.2 Deppe 1961 | 93 |
| 4.1.3 Обобщение Hansen 2003, единичное соотношение подвижностей | 101 |
| 4.1.4 Обобщение Hansen 2003, неединичное соотношение подвижностей | 102 |
| 4.1.5 Проводимость элемента системы разработки | 103 |
| 4.2 Оптимальная проводимость системы разработки | 105 |
| 4.3 Анализ производительности методом индикаторных диаграмм | 108 |
| 4.4 Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки | 118 |
| 4.5 Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим | 120 |

| | |
|--|------------|
| 5 Семинар 18.03.2022 (Юдин Е.В.) | 130 |
| 5.1 Метод индикаторных диаграмм для многоскважинных систем | 130 |
| 5.2 Статическая и мгновенная индикаторные диаграммы | 144 |
| 5.3 Статический и мгновенный коэффициенты продуктивности | 145 |
| 6 Семинар 25.03.2022 (Юдин Е.В.) | 153 |
| 6.1 Работа скважины в произвольной многоскважинной системе. Матрица взаимной продуктивности | 153 |
| 6.2 Основные факторы, влияющие на эффективность заводнения | 168 |
| 7 Семинар 01.04.2022 (Юдин Е.В.) | 172 |
| 7.1 Вытеснение на микроуровне | 172 |
| 7.2 Межфазное натяжение | 174 |
| 7.3 Смачиваемость | 175 |
| 7.4 Капиллярное давление | 184 |
| 7.5 J-функция Леверетта | 191 |
| 7.6 Кейс. Сихорейское месторождение | 202 |
| 8 Семинар 08.04.2022 (Юдин Е.В.) | 214 |
| 8.1 Относительные фазовые проницаемости | 214 |
| 8.2 Остаточная нефтенасыщенность | 225 |
| 9 Семинар 15.04.2022 (Юдин Е.В.) | 232 |
| 9.1 Влияние микропараметров на эффективность вытеснения | 232 |
| 9.2 Вытеснение на макроуровне. Система уравнений двухфазной фильтрации | 242 |
| 9.3 Поршневое вытеснение | 245 |
| 9.4 Модель Баклея-Леверетта. За фронтом вытеснения остаётся ещё много нефти | 247 |
| 9.5 Движение фронта вытеснения | 252 |
| 10 Семинар 29.04.2022 (Юдин Е.В.) | 262 |
| 10.1 Движение фронта вытеснения. Продолжение | 262 |
| 10.2 Инженерные методы расчёта многофазного потока | 267 |
| 10.3 Кейс. Определение оптимальных параметров заводнения на низкопроницаемом расчленённом коллекторе | 278 |
| 11 Семинар 06.05.2022 (Юдин Е.В.) | 291 |
| 11.1 Кейс. Заводнение месторождения Белый Тигр - нижний миоцен | 291 |
| 11.2 Кейс. Заводнение гидрофильного коллектора | 294 |
| 11.3 Кейс. Вытеснение на гидрофобном трещиноватом коллекторе | 296 |
| 11.4 Инструменты контроля заводнением | 304 |
| 11.4.1 Анализ кривых падения добычи: кривые Арпса | 309 |
| 11.4.2 Экспертный анализ взаимовлияния скважин | 312 |
| 11.4.3 Материалный баланс | 313 |
| 11.4.4 Блочный материальный баланс | 318 |
| 11.4.5 Регрессионные модели | 321 |
| 11.4.6 CRM-модели | 322 |
| 11.4.7 Матрица взаимных производительностей | 328 |

| | |
|---|------------|
| 11.4.8 Метод граничных элементов | 329 |
| 11.4.9 Построение карт остаточных нефтенасыщенных толщин (ОННТ) | 336 |
| 11.4.10 Прокси моделирование | 339 |
| 11.4.11 Полномасштабные ГДМ | 342 |
| 12 Семинар 20.05.2022 (Юдин Е.В.) | 344 |
| 12.1 Анизотропия по проницаемости | 344 |
| 12.1.1 Анизотропия. Производительность наклонно-направленной скважины | 345 |
| 12.1.2 Учёт вертикальной анизотропии: простой подход | 349 |
| 12.1.3 Учёт вертикальной анизотропии: общий случай | 350 |
| 12.1.4 Расчёт анизотропии для горизонтальной скважины с наклоном относительно двух осей координат | 353 |
| 12.1.5 Трещина ГРП | 357 |
| 12.1.6 Упражнение. Вычислить тензор проницаемости для среды | 360 |
| 12.2 Псевдофункции. Фильтрация сжимаемой жидкости | 372 |
| 12.2.1 Расчётный пайплайн | 373 |
| 12.2.2 Линеаризация при неустановившейся фильтрации | 374 |
| 12.2.3 Расчёт продуктивности для сжимаемого флюида | 375 |
| 12.2.4 Вычислить функцию псевдодавления для газа | 376 |
| 12.2.5 Корректировка модели Богеля | 377 |
| 12.2.6 Сравнение для условий ВУ ОНГКМ | 381 |
| 12.3 Криволинейные координаты | 382 |
| 12.3.1 Градиент и дивергенция в криволинейных координатах | 387 |
| 12.3.2 Ротор в криволинейных координатах | 388 |
| 12.3.3 Упражнение. Оператор Лапласа в криволинейных координатах | 389 |
| 12.3.4 Вывод выражения для оператора Лапласа в криволинейных координатах через коэффициенты Ляме | 390 |
| 12.3.5 Течение в трещине | 391 |
| 12.4 Численные методы | 402 |
| ТЕСТ ПО КУРСУ (ЮДИН Е.В.) | 427 |

Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов

Конспект лекций

Муравцев А.А.¹ Юдин Е.В.²

13 июня 2023 г.

1 Семинар 04.02.2022 (Юдин Е.В.)

Краткий план.

1 часть. Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов. Практический курс длительностью 4 интенсива по 8 часов. Режимы работы скважины в пласте. Режимы работы пласта. Формулы для производительности скважин, регулярные и нерегулярные системы разработки. Модели вытеснения. Факторы, влияющие на эффективность вытеснения. Разбор кейсов.

И тест по окончании курса.

2 часть. Продолжение методов математической физики.

Анизотропия, работа в неоднородных коллекторах, учёт многофазности течения, псевдо-функции Баклея-Леверетта, вязкость зависит от давления, следовательно, нелинейность, и необходимы симплектические численные схемы для решения нелинейных уравнений.

Лабораторная по численным методам. Преобразования Фурье и Лапласа. Криволинейные системы координат. Задача фильтрации в эллиптическую трещину. Уравнение Навье-Стокса. Задача о нагрузке на физический кабель. Трубы. Узловой анализ (лр). Методы понижения размерности. Метод граничных элементов, трубы тока.

¹конспектирует; email: almuravcev@yandex.ru

²лектор и составитель слайдов, Высшая школа теоретической механики, Санкт-Петербургский Политехнический университет. Дополнительные материалы к лекциям [доступны по ссылке](#).

1.1 Закон фильтрации

Основные законы сохранения и вывод уравнений однофазной фильтрации

Законы сохранения: величина, инвариантная при движении важная часть любой теории, выводятся из самых общих принципов

В теоретической механике*:

- Закон сохранения энергии – следствие однородности времени (произвольности выбора начала отсчета времени)
- Закон сохранения импульса – следствие однородности пространства (произвольности выбора координат)
- Закон сохранения момента импульса – следствие изотропности пространства (произвольности выбора направления)

Уравнение неразрывности: закон сохранения массы

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{u}) = w$$

Масса никуда не девается

$$\kappa \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$$

$$\kappa = \frac{k}{\varphi \mu C_t}$$

Коэффициент пьезопроводности

$$C_t = C_o(1 - s_{wi}) + C_f + s_{wi}C_w$$

Общая сжимаемость

Закон изменения импульса: закон Дарси

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(p)$$

Скорость фильтрации прямо пропорционален градиенту давления

Уравнение состояния

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = \operatorname{const} = C_f \quad \frac{\partial \phi}{\partial p} = \operatorname{const} = C_\phi$$

Зависимость плотности жидкости и пористости от давления

(*) Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, том I

6

(c) Юдин Е.В.

Уравнение пьезопроводности:

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где $\kappa = \frac{k}{\varphi \mu C_t}$ – коэффициент пьезопроводности.

Закон фильтрации

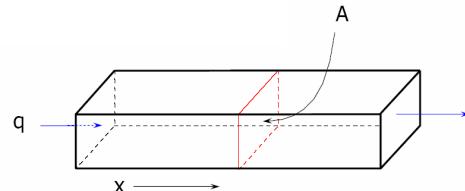


Генри Дарси
(Henry Philibert Gaspard Darcy)
(1803-1858)
французский гидролог

Генри Дарси исследовал течение воды через пористую среду для строительства питьевых фонтанов г. Дигона. В 1856 году он сформулировал закон: «Расход воды прямо пропорционален площади и градиенту давления и обратно пропорционален длине участка»

$$q = \frac{KA \cdot \Delta p}{L} \quad \rightarrow \quad \vec{u} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(p)$$

q – расход жидкости, м³/сек
 K – проводимость, м·сек⁻¹
 A – площадь, перпендикулярная потоку, м²
 L – длина участка, м
 Δp – изменение напора по длине участка L , м



Другие виды зависимости:

$$\nabla p = -f(|\vec{u}|) \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \quad \text{общий вид}$$

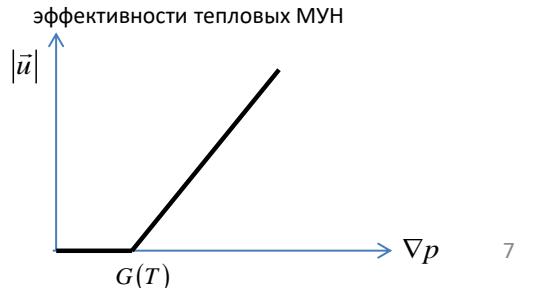
$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} \vec{u} + C \rho \vec{u} |\vec{u}| \quad \text{двучленный закон фильтрации}$$

$$\vec{u} = \begin{cases} \frac{k}{\mu} \left(\nabla p - G \frac{\nabla p}{|\nabla p|} \right), & |\nabla p| > G \\ 0, & |\nabla p| < G \end{cases} \quad \text{фильтрация с начальным градиентом давления}$$

(*) Движение жидкостей и газов в природных пластах. Баренблatt Г.И. и др.



Целики нефти при фильтрации с начальным градиентом сдвига*



Откуда появляются другие виды закона фильтрации?

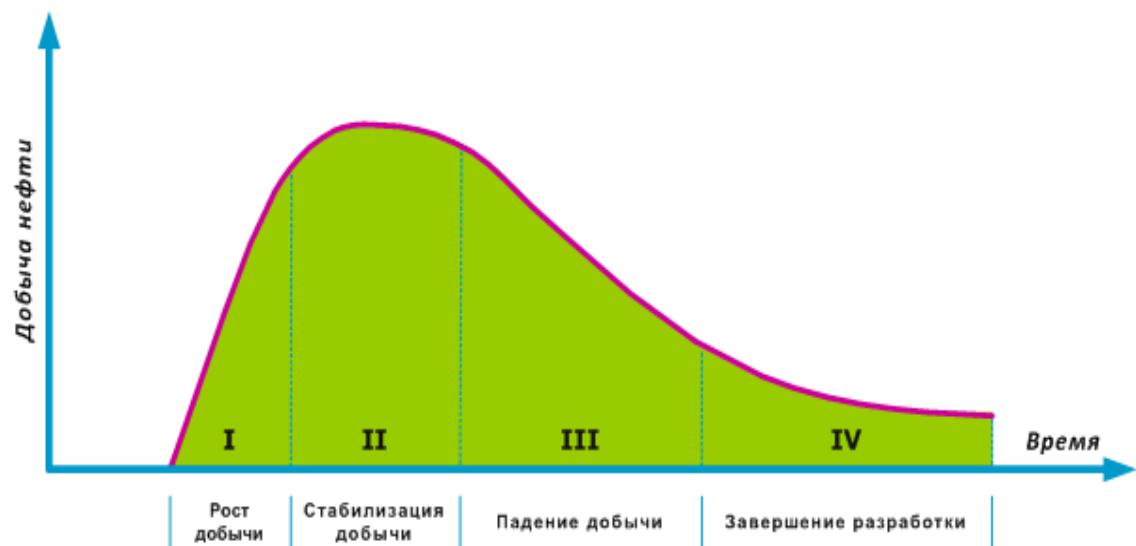
На самом деле теоретически можем вывести закон фильтрации как разложение тензора диссипативных напряжений. И дальше брать необходимое количество слагаемых в этом разложении.

Выражение для фильтрации с начальным градиентом давления задаёт порог давления, ниже которого жидкость не течёт. В основном используется для существенно вязкопластичных жидкостей (например, битумов).

(*) Книга доступна по ссылке

1.2 Стадии разработки месторождения

Стадии разработки месторождения



(с) Юдин Е.В.

9

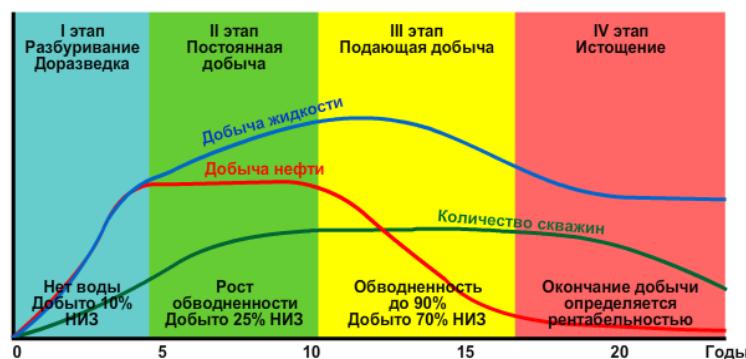
4 основные стадии разработки месторождения. Есть ещё нулевая стадия (уровень геологоразведочных работ).

Стадии разработки месторождения

В мировой практике выделяют четыре основных этапа разработки месторождения:

- начальный, когда его разбуривают и обустраивают;
- постоянная добыча, соответствующая выходу разработки месторождения на запроектированные показатели;
- этап резко падающей добычи нефти, когда при постоянной или несколько растущей добыче жидкости быстро уменьшается добыча нефти и при завоевании растет обводненность продукции скважин;
- этап истощения, в течение которого наблюдаются сравнительно медленное, но стабильное падение добычи нефти и такой же рост обводненности продукции.

На графике приведено изменение основных показателей разработки во времени на каждом из них.

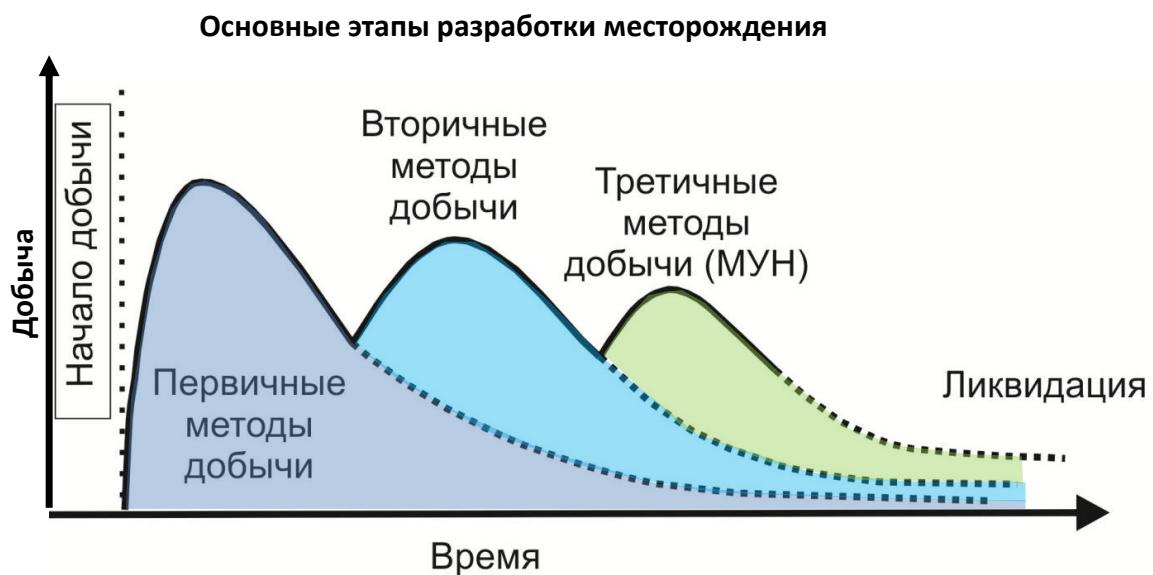


НИЗ – начальные извлекаемые запасы – часть начальных геологических запасов (НГЗ), которая может быть рентабельно извлечена из пласта.

(с) Юдин Е.В.

10

Основные этапы разработки месторождения



Первичные методы – добыча за счет естественной энергии пласта

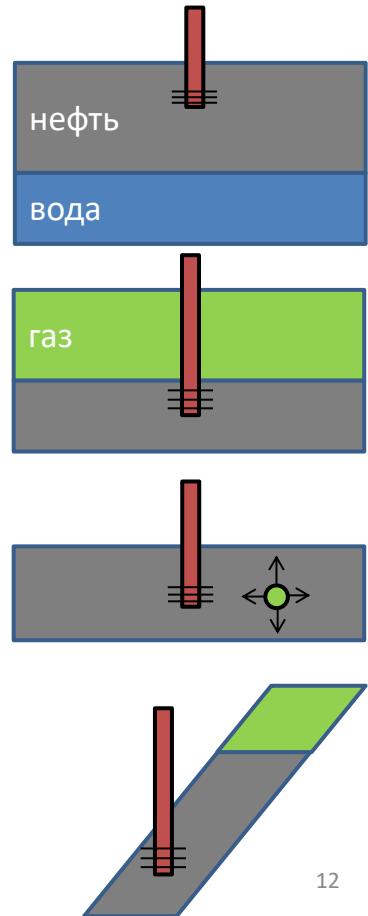
Вторичные методы – формирование системы поддержания пластового давления

Третичные методы – применение технологий увеличения нефтеотдачи

1.3 Режимы работы пласта

Режимы работы пласта

- **Водонапорный режим:** снижение давления за счет добычи компенсируется притоком воды из акуифера, два варианта:
 - Пластовая залежь
 - Массивная залежь
- **Газонапорный режим:** снижение давления компенсируется расширением газа из газовой шапки
 - Нельзя превышать критическую депрессию для исключения прорыва газа в добывающие скважины
- **Режим растворенного газа:** снижение давления компенсируется энергией расширяющегося растворенного в нефти газа
 - Режим возникает в том числе при добыче на истощение
- **Гравитационный режим:** нефть движется к забоям скважин за счет энергии гравитации
 - Режим возникает в пластах с большим этажом нефтепоистности
 - Режим наблюдается на горизонтальных скважинах при добыче высоковязкой нефти по технологии SAGD
- Смешанный режим



(*) Упражнение с динамикой газового фактора (c) Юдин Е.В.

12

Режимы работы пласта отражают энергию, за счёт которой нефть движется к забою скважины.

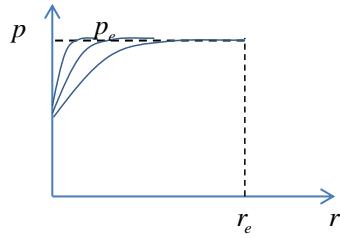
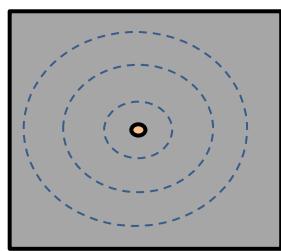
SAGD = парогравитационный дренаж. В пласт битума (ближе к подошве) забуривают горизонтальную скважину. На расстоянии 5-10 м сверху от неё параллельно бурится паронагнетательная скважина. За счёт неё вырабатывается расширяющаяся паровая камера, и битум стекает по краям этой паровой камеры в добывающую скважину.

1.4 Режимы работы скважины в пласте

Режимы работы скважины в пласте

Неустановившийся режим:

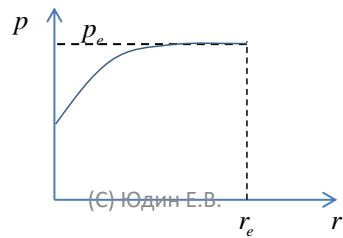
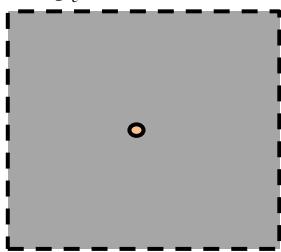
- связан с расширением области дренирования скважины
- границы не оказывают влияния
- падение дебита скважины при заданном забойном давлении
- падение забойного давления при заданном дебите



Установившийся режим:

- наблюдается после переходного режима, который следует за неустановившимся, если в системе есть граница с поддержанием постоянного давления
- дебит и забойное давление стационарны
- профиль давления в пласте стационарен

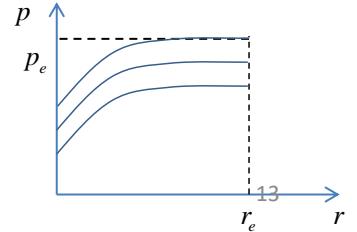
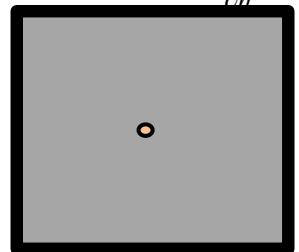
$$p_e = \text{const}$$



Псевдоустановившийся режим:

- наблюдается после переходного режима, который следует за неустановившимся, если в системе нет границ с поддержанием постоянного давления при задании на скважине постоянного дебита
- Форма профиля давления неизменна
- Профиль давления в пласте движется параллельно и линейно по времени
- Добыча из разных участков пласта одинакова

$$\vec{u} = 0 \quad \leftrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$



Неустановившийся режим

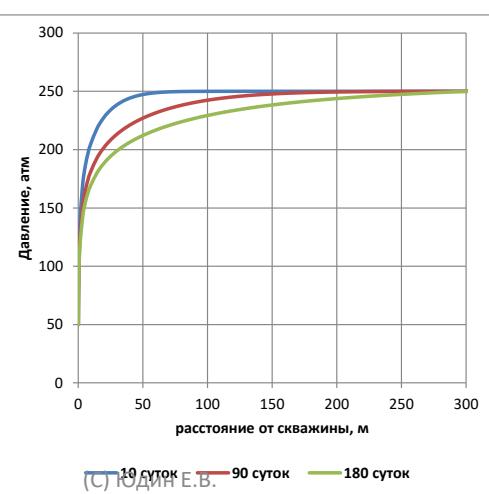
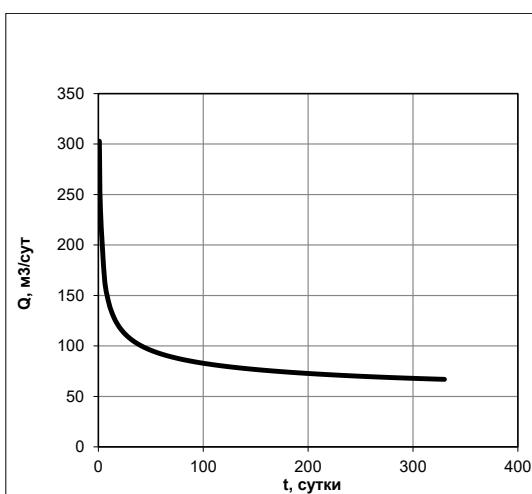
- Неустановившийся режим – это режим, на котором возмущение давления распространяется от скважины до границы, на этом режиме скважина ведет себя как в бесконечном пласте, «не чувствуя» границ дренируемой области
- Длительность неустановившегося режима можно оценить по следующей формуле:

$$T_{tr} = 0.3 \frac{r_b^2}{K}$$

$$T_{tr} = 35 \frac{r_b^2}{K}$$

r_b - расстояние до ближайшей границы
 $K = \frac{k}{\varphi \mu C_t}$ - коэффициент пьезопроводности

!!! На низкопроницаемых коллекторах длительность неустановившегося режима может составлять от нескольких месяцев до нескольких лет, иногда неустановившийся режим длится все время разработки (горючие сланцы США Bakken, Eagle Ford)



Мощность: 10 м
 Проницаемость: 0,5 мД
 Вязкость: 1,5 сПз
 Пористость: 20%
 Сжимаемость: $3 \cdot 10^{-4}$ 1/атм
 Пластовое давление: 250 атм
 Забойное давление: 50 атм
 Радиус дренирования: 300 м
 Скин: -5

14

Выражения для работы скважины на неустановившемся режиме

- Модель постоянного дебита (*):

$$\Delta p = \frac{q\mu B}{4\pi kh} \int_0^t e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-t')}} dt' \quad t > \frac{25r^2}{\kappa}$$

$t > \frac{2893 \cdot r^2}{\kappa}$

$\gamma \approx 0,5772$ – постоянная Эйлера-Маскерони

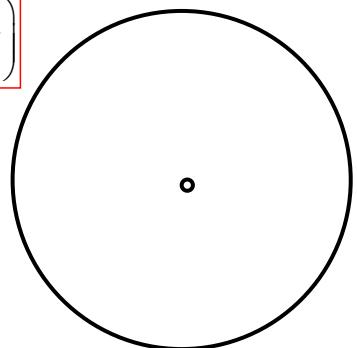
$$p_w(t) \approx p_0 - \frac{36.8q\mu B}{kh} \left(\ln \left(\frac{0.0346 \cdot \kappa t}{r_w^2} \right) - \gamma \right)$$

- Модель постоянного забойного давления (**):

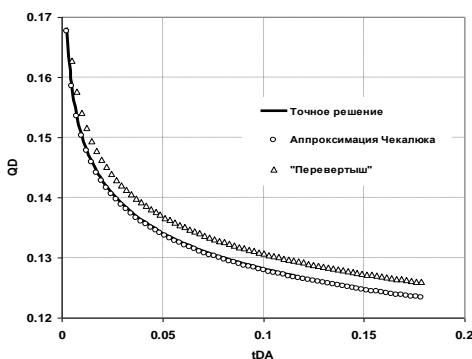
$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{P_0 - P_{wf}}{\ln \left(1 + \frac{\sqrt{\pi\kappa t}}{r_w s} \right)} \quad t < \frac{(r_e - r_w)^2}{\pi\kappa}$$

$$s = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi n^2 \left(\frac{R - r_w}{r_e - r_w} \right)^2} \quad t < \frac{36 \cdot (r_e - r_w)^2}{\kappa}$$

$$q = \frac{kh}{18.4\mu B} \frac{P_0 - P_{wf}}{\ln \left(1 + \frac{\sqrt{0.0271 \cdot \kappa t}}{r_w} \right)}$$



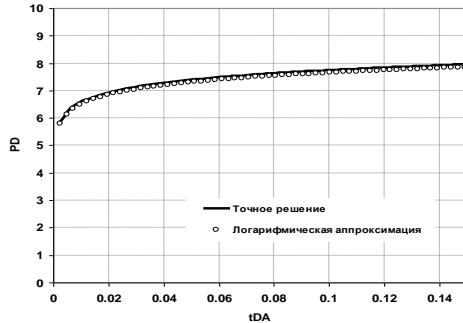
Сравнение решений



(*) – В.Н. Щелкачев: Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. Монография: В 2 ч. – М.: Нефть и газ, 1995.

(**) – Э.Б.Чекалюк: Об эффективном радиусе влияния скважины – Нефтяное хозяйство 1952.

Сравнение точного решения и логарифмической аппроксимации для модели постоянного дебита



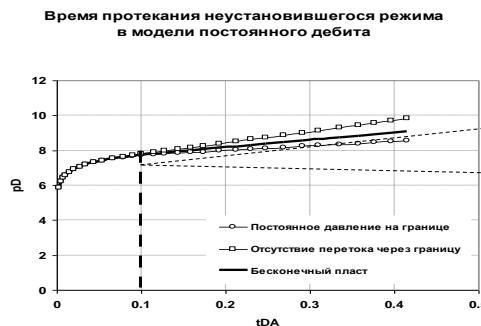
$$t_{DA} = \frac{\kappa t}{A}$$

$$p_D = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu B q}$$

$$q_D = \frac{\mu B q}{2\pi kh\Delta p}$$

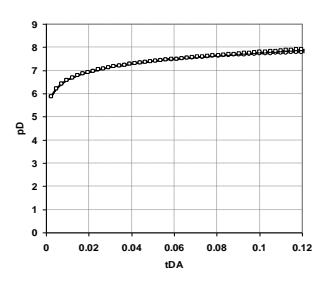
Выражения для работы скважины на неустановившемся режиме

- Модель постоянного дебита:

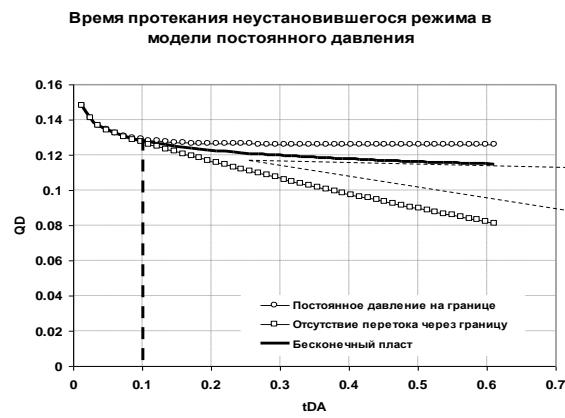


Решения, как показывают расчеты, отличаются не более 1% при

$$\rightarrow T_{tr} = 0.1 \frac{A}{K}$$

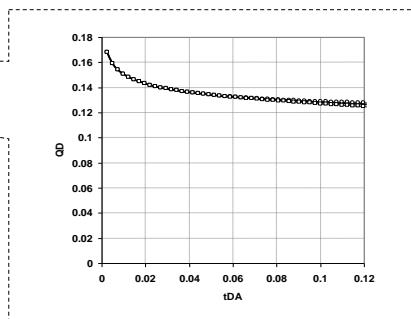


- Модель постоянного давления:



Решения, как показывают расчеты, отличаются не более 1% при

$$\rightarrow T_{tr} = 0.1 \frac{A}{K}$$



(С) Юдин Е.В.

16

Упражнение

Дано:

- Общая сжимаемость: $3 \cdot 10^{-4}$ 1/атм
- Пористость: 20%
- Вязкость: 3 сПз
- Размеры участка 10×3 км
- Мощность: 10 м

Найти:

- Оценить длительность неустановившегося режима в пласте для двух случаев: проницаемость пласта 0,1 мД и 100 мД



(С) Юдин Е.В.

17

Соотношение воронки депрессии скважины к границам области дренирования.

Упражнение (длительность неустановившегося режима)

```
C_t = 3E-4 # 1/атм
phi = 0.2 # доли
mu = 3 # сПз
r_b = 1000 # м
k = 100E-3 # Дарси
kappa = k / (phi * mu * C_t)
h = 10

T = 35 * r_b**2 / kappa
print('Длительность неустановившегося режима ', T / (60 * 60 * 24),
      'суток')
```

Скважину запускают не сразу. Как правило, её выводят на режим.

Последовательно. Пробурили. Спустили ГИС. Интерпретировали ГИС. Спустили эксплуатационную колонну. Убедились в герметичности (опрессовка). Проперфорировали. Пригнали флот ГРП. Спустили ГНКТ (гибкие насосно-компрессорные трубы) с пакером. Провели ГРП. Промыли пропант из скважины. Заглушили скважину. Далее бригада КРС (капитального ремонта скважины) спускает погружной ЭЦН, который

крепится к ГНКТ. Спустили насос (при этом скважина не пустая, в ней есть жидкость глушения, чтобы не допустить газонефтепроявления на устье). Имеется кабель питания для ЭЦН.

Далее кнопочный пуск (начинает работать ЭЦН). С этого момента начинается вывод скважины на режим: частота насоса увеличивается с низких до рабочих частот, дебит жидкости постепенно растёт, а обводнённость падает (постепенно вытягивается вся жидкость глушения).

Процесс от кнопочного пуска до вывода параметров по скважине (как по жидкости, так и по обводнённости) называют выводом скважины на режим.

Среднее время вывода скважины на режим составляет 7 суток.

1.5 Формула Дюпюи

Формула Дюпюи: постоянное давление на границе

- Рассмотрим уравнение пьезопроводности для плоскорадиального случая:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Если фильтрация установившаяся:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = 0$$

- Общее решение: $p = A \ln r + B$

- Границные условия: $p(r_e) = p_e$ $p(r_w) = p_w$

- Дебит скважины:

$$q = \frac{kh}{\mu} \oint_{r=r_w} \frac{\partial p}{\partial r} dr = \frac{2\pi k h r_w}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w}$$

- Среднее пластовое давление:

$$\bar{p} = \frac{1}{\pi r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi p(r) r dr = p_w \left(1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right) \right)$$

$$\frac{r_e}{r_w} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \bar{p} = p_w + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right)$$

- Связь дебита и пластового давления в промысловых единицах:

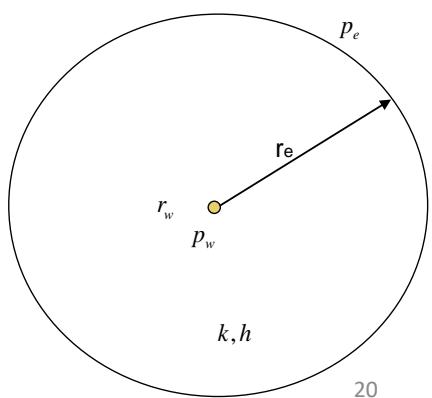
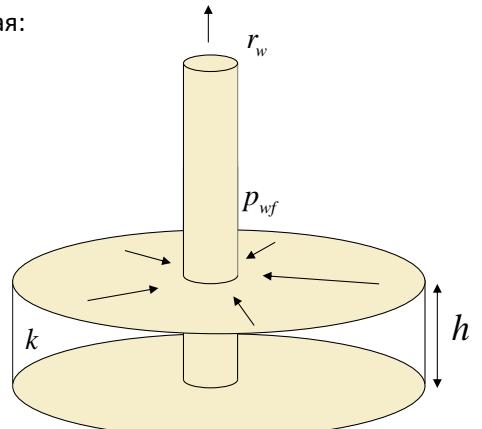
$$p(r) = \frac{p_e \ln \frac{r}{r_w} - p_w \ln \frac{r}{r_e}}{\ln \frac{r_e}{r_w}}$$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln \frac{r_e}{r_w}}$$

$$p(r) = p_w + \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_w}$$

$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S - \frac{1}{2} \right)}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4 \mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S - \frac{1}{2} \right)}$$



Формула Дюпюи: псевдоустановившийся режим

- Рассмотрим уравнение пьезопроводности для плоскорадиального случая:

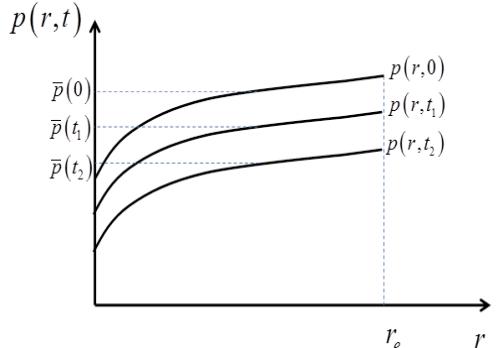
$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Если фильтрация псевдо установившаяся:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = C \quad \forall t \quad \rightarrow \quad q = \frac{dV_{por}}{dt} = -C_t V_{por} \frac{dp}{dt} = -C_t V_{por} \frac{d\bar{p}}{dt}$$

- Общее решение:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \quad \rightarrow \quad p(r,t) = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln r - \frac{r^2}{2r_e^2} - \frac{2t}{\kappa r_e^2} \right)$$



- Если рассматривать депрессию относительно давления на границе:

$$q = \frac{2\pi kh(p_{e_ss} - p_w)}{\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(p_{e_ss} - p_w)}{18.4\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)}$$

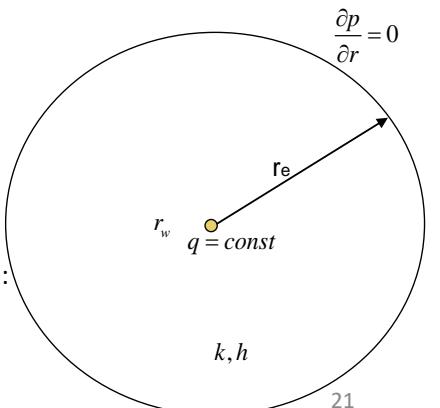
- Среднее пластовое давление:

$$\bar{p}(t) = \frac{1}{r_e^2} \frac{q\mu}{\pi kh} \left(\frac{r_e^2}{2} \ln r_e - \frac{r_w^2}{2} \ln r_w - \frac{(r_e^2 - r_w^2)}{4} - \frac{(r_e^4 - r_w^4)}{8r_e^2} - \frac{t(r_e^2 - r_w^2)}{\kappa r_e^2} \right)$$

- Если рассматривать депрессию относительно среднего пластового давления:

$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)}$$

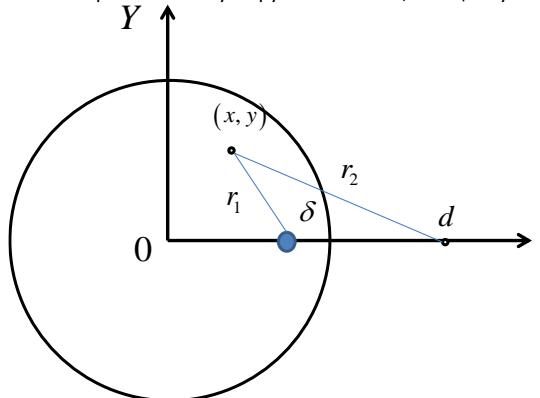
$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)}$$



21

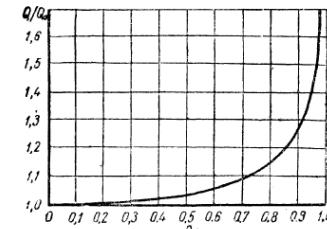
Скважина в круговом пласте: установившийся режим

- Рассмотрим скважину в круговом пласте, смещенную относительно центра на расстояние δ (*):



$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e^2 - \delta^2}{r_e r_w}\right) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e^2 - \delta^2}{r_e r_w}\right) + S \right]}$$



Фиг. 34. График влияния на эксплуатационную производительность скважины ее смещения (δ) от центра внешнего кругового контура:

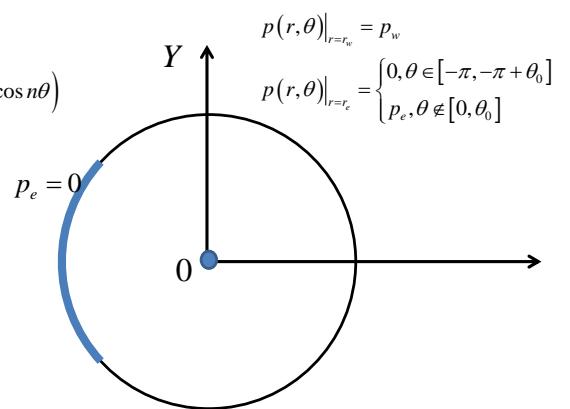
Q/Q_0 = (эксплуатационная производительность смещенной скважины) / (эксплуатационную производительность центральной скважины); (радиус скважины) / (радиус внешнего контура, r_e) = 1/2000.

- Рассмотрим скважину с неоднородными условиями на границе (*):

$$p(r, \theta) = \frac{\alpha p_e \ln \frac{r}{r_w} - p_w \ln \frac{r}{r_e}}{\ln \frac{r_e}{r_w}} + \frac{p_e}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n D_n} \left(\frac{r^n}{r_w^n} - \frac{r^n}{r_e^n} \right) \left[\left((-1)^n - (-1)^n \cos(n\theta_0) \right) \sin n\theta + \sin(n\theta_0) \cos n\theta \right]$$

→
$$q = \frac{2\pi kh(\alpha p_e - p_w)}{\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)}$$
 α - доля границы с поддержанием давления

→
$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p}_e - p_w)}{\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)}$$
 $\bar{p}_e = 0$



(c) Юдин Е.В.

(*).Макет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 628 стр.

22

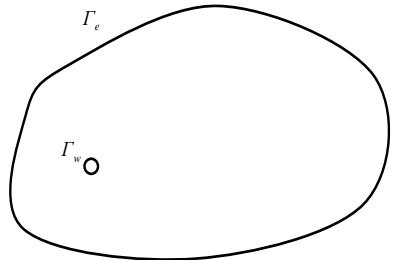
1.6 Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы

Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы

- Рассмотрим работу скважины на псевдоустановившемся режиме в пласте сложной формы
- Производительность скважины на псевдоустановившемся режиме описывается формулой

$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} + S \right)}$$



- Отвечает за расположение скважины в пласте и форму пласта, а также за типы граничных условий
- Получены различные формулы для вычисления форм-фактора для скважин в режиме постоянного дебита и постоянного забойного давления
- Отвечает за состояние призабойной зоны и способ заканчивания скважины :
 - Вертикальная с идеальным полным вскрытием
 - Вертикальная скважина с загрязненной зоной
 - Вертикальная скважина частичного вскрывающая пласт
 - Вертикальная скважина с перфорацией
 - Наклонно-направленная скважина
 - Наклонно-направленная скважина частично вскрывающая пласт
 - Горизонтальная скважина
 - Скважина с трещиной ГРП
 - Более сложные случаи: многозабойная скважина, горизонтальная скважина с МГРП

Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задан постоянный дебит

- Рассмотрим работу скважины на псевдоустановившемся режиме в пласте сложной формы:

$$p(x, y, t) = p'(x, y) + p''(t) \quad p''(t) = -\frac{qt}{\varphi C_i h A} \quad \text{из материального баланса}$$

- Вывод основного уравнения производительности скважины на псевдоустановившемся режиме:

$$p(x, y, t) = p'(x, y) - \frac{qt}{\varphi C_i h A} \quad \rightarrow \quad \bar{p}_i - p(x, y, t) = \frac{qt}{\varphi C_i h A} - (\bar{p}_i - p'(x, y))$$

- Итоговое выражение для динамики депрессии при заданном дебите скважины :

$$\rightarrow p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} + S \quad \text{где} \quad p_D = \frac{2\pi k h (\bar{p}_i - p(x, y, t))}{\mu q} \quad t_{DA} = \frac{kt}{\mu \varphi C_i A}$$

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{k h (\bar{p} - p_w)}{18.4 \mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} + S \right)}$$

- Форм-фактор отвечает за влияние на дебит формы пласта и расположения скважины в пласте

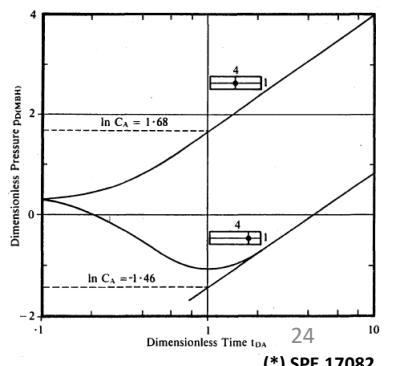
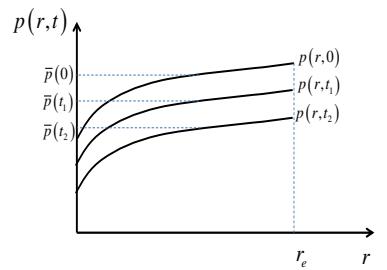
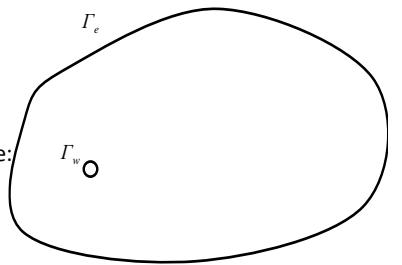
- Для кругового пласта: $C_A = \frac{4\pi e^{\frac{3}{2}}}{e^{\gamma}} \approx 31.6$

- «Странный» вид уравнения связан с особенностями получения выражения для форм-фактора из данных при КВД:

$$p_w(t) = \bar{p} + \frac{q\mu}{4\pi kh} \ln(\Delta t_{DA} C_A) \quad \rightarrow \quad \ln(C_A) = \frac{4\pi kh}{q\mu} (p_w - \bar{p}) \quad \text{или} \quad \Delta t_{DA} = 1/C_A \quad \rightarrow \quad p_w(t) = \bar{p}$$

(c) Юдин Е.В.

Δt_{DA} - время с начала КВД



Форм-факторы для пластов различной: заданный дебит, отсутствие перетока через границы

| TABLE 1 | | | |
|---|---------------------|-----------------|--|
| In bounded reservoirs | $\ln C_{\text{st}}$ | C_{st} | Stabilized conditions $kT > \phi_i c A$ |
| ● | 3.45 | 31.6 | 0.1 |
| ■ | 3.43 | 30.9 | 0.1 |
| ○ | 3.45 | 31.6 | 0.1 |
| △ | 3.32 | 27.6 | 0.2 |
| △60° | 3.30 | 27.1 | 0.2 |
| △ | 3.09 | 21.9 | 0.4 |
| □ | 3.12 | 22.6 | 0.2 |
| □ | 1.68 | 5.38 | 0.7 |
| □ | 0.86 | 2.36 | 0.7 |
| □ | 2.56 | 12.9 | 0.6 |
| □ | 1.52 | 4.57 | 0.5 |
| In water-drive reservoirs | | | |
| ○ | 2.95 | 19.1 | 0.1 |
| In reservoirs of unknown production character | | | |
| ○ | 3.22 | 25 | 0.1 |

(c) Юдин Е.В.
(*) Dietz D.N. Determination of Average Reservoir Pressure from Build-Up Surveys // SPE 1156

25

Классические форм-факторы получены при отсутствии перетока на границе пласта и постоянном дебите на скважине.

Значения классического форм-фактора практически не зависят от формы пласта, если скважина находится в центре, а размеры пласта по длине и ширине при этом практически равны (пласт не вытянут). Если же пласт вытянут или скважина сильно смещена от центра, то форм-фактор существенно зависит от формы пласта.

(*) Статья доступна по ссылке

Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задано постоянное давление

- Пусть на скважине задано постоянное забойное давление
- В системе наблюдается псевдоустановившийся режим: обобщенный определение псевдоустановившегося режима «**Kpr - постоянен**»

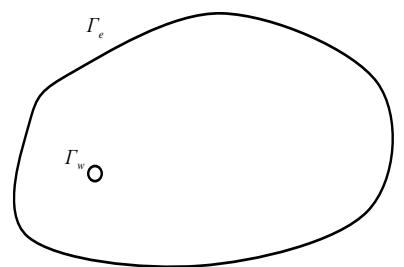
Материальный баланс Условие псевдоустановившегося режима

$$\bar{p}_i - \bar{p}(t) = \frac{N_p(t)}{Ah\varphi C_i}$$

$$\bar{p}(t) - p_w = q \cdot J$$

Уравнение притока в скважину

$$J = \frac{2\pi kh}{\mu \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S \right)}$$



$$\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w)}{\mu q(t)} - \frac{2\pi kh N_p(t)}{Ah\varphi \mu C_i q(t)}$$

или

$$\frac{1}{q_D} = \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S + \frac{r_w^2 N_{pD}}{A q_D}$$

$$N_{pD} = \frac{N_D}{h\varphi C_i r_w^2 (\bar{p}_i - p_w)} \quad J_D = \frac{\mu J}{2\pi kh} \quad p_D = \frac{(\bar{p}_i - p)}{(\bar{p}_i - p_w)} \quad q_D = \frac{q\mu}{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w)}$$

- Получение форм-фактора из фактических данных (*):

График: $\frac{\bar{p}_i - p_w}{q(t)}$ от $\frac{N_p(t)}{Ah\varphi C_i q(t)}$ $\rightarrow [C_{ACP}]$ или График: $\frac{1}{q_D}$ от N_{pD} $\rightarrow [C_{ACP}]$

- Получение форм-фактора из фактических данных (Юдин)

- Аналитическое решение динамики дебита

$$q(t) = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w) J_D}{\mu} \exp\left(-\frac{2\pi k J_D t}{A}\right) \rightarrow [q(t) = q_0 \exp(-2\pi J_D t_{DA})] \quad q_0 = q(0) = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w) J_D}{\mu}$$

- График зависимости дебита от времени при задании лог.масштаба по оси дебита:

наклон $-2\pi J_D$ $\rightarrow [C_{ACP}]$ (c) Юдин Е.В.

26
(*) SPE 39970

Если на скважине задано постоянное давление, то форм-факторы отличаются от классических.

Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задано постоянное давление

| Case | Drainage Area Shape | Constant Rate | | Constant Pressure | | Constant Rate & Constant Pressure | | |
|-----------|---------------------|---------------|-----------------------------------|-------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|--|
| | | C_A | $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{r C_A}$ | C_{ACP} | $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{r C_{ACP}}$ | Exact for $t_{DA} >$ | Less than 1% error $t_{DA} >$ | Use infinite solution with less than 1% error for $t_{DA} <$ |
| 1 1x1 | | 30.88 | -1.311 | 29.34 | -1.285 | 0.1 | 0.05 | 0.09 |
| 2 1x1 | | 12.99 | -0.877 | 10.92 | -0.791 | 0.7 | 0.25 | 0.03 |
| 3 1x1 | | 4.51 | -0.349 | 3.38 | -0.204 | 0.6 | 0.30 | 0.025 |
| 4 1x1 | | 3.34 | -0.198 | 2.59 | -0.071 | 0.7 | 0.25 | 0.01 |
| 5 1x2 | | 21.84 | -1.137 | 19.88 | -1.090 | 0.3 | 0.15 | 0.025 |
| 6 1x2 | | 10.84 | -0.787 | 9.50 | -0.721 | 0.4 | 0.15 | 0.025 |
| 7 1x2 | | 4.51 | -0.349 | 2.50 | -0.054 | 1.5 | 0.50 | 0.06 |
| 8 1x2 | | 2.08 | 0.039 | 1.14 | 0.339 | 1.7 | 0.50 | 0.02 |
| 9 1x2 | | 3.16 | -0.170 | 2.70 | -0.092 | 0.4 | 0.15 | 0.005 |
| 10 1x2 | | 0.581 | 0.676 | 0.249 | 1.100 | 2.0 | 0.60 | 0.02 |
| 11 1x2 | | 0.111 | 1.504 | 0.047 | 1.939 | 3.0 | 0.60 | 0.005 |
| 12 1x4 | | 5.38 | -0.437 | 3.95 | -0.282 | 0.8 | 0.30 | 0.01 |
| 13 1x4 | | 2.69 | -0.090 | 1.97 | 0.066 | 0.8 | 0.30 | 0.01 |
| 14 1x4 | | 0.232 | 1.136 | 0.029 | 2.175 | 4.0 | 2.00 | 0.03 |
| 15 1x4 | | 0.116 | 1.484 | 0.016 | 2.485 | 4.0 | 2.00 | 0.01 |
| 16 1x5 | | 2.36 | -0.025 | 1.49 | 0.205 | 1.0 | 0.40 | 0.025 |

(с) Юдин Е.В.

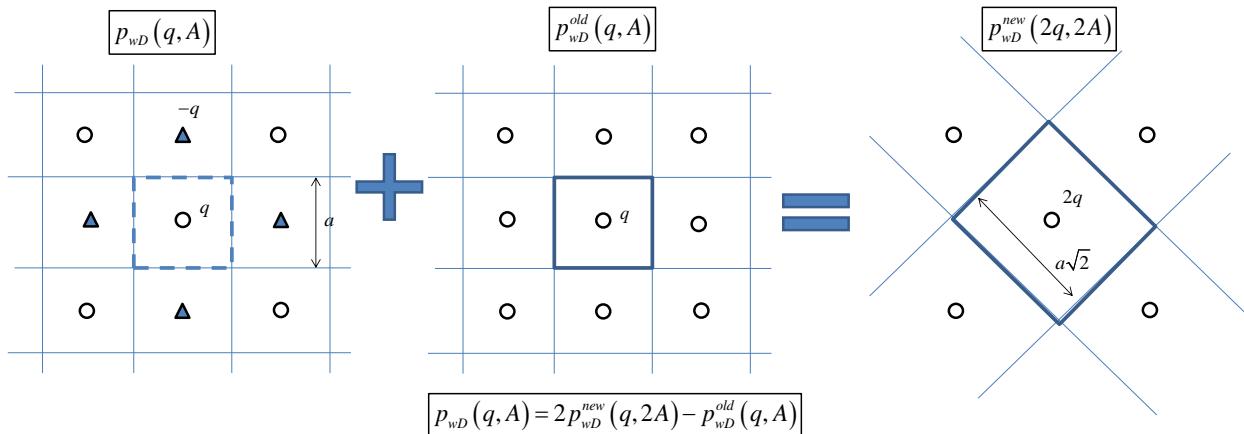
27

(*) Helmy M.W., Wattenbarger R.A. New Shape Factors for Wells Produced at Constant Pressure // SPE 39970

(*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, смешанные условия на границе пласта

- Пусть на границе пласта заданы смешанные граничные условия: есть граница с поддержанием постоянного давления
- После неустановившегося режима следует установившийся
- Представим систему со смешанными граничными условиями в виде суперпозиции двух замкнутых систем (*)



- Распишем выражения для каждого из слагаемых:

$$p_{wD}^{old} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_A^{old} r_w^2} + S$$

$$p_{wD}^{new} = \pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{8A}{e^\gamma C_A^{new} r_w^2} + S$$

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^\gamma C_A^{CPB} r_w^2} + S$$

$$C_A^{CPB} = \frac{(C_A^{new})^2}{C_A^{old}}$$

$$q = \frac{2\pi kh(p_i - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^\gamma C_A^{CPB} r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(p_i - p_w)}{18.4\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^\gamma C_A^{CPB} r_w^2} + S \right)}$$

p_i - давление на границе

- Проблема определить два слагаемых для конкретной ситуации со смешанными условиями

(с) Юдин Е.В.

28

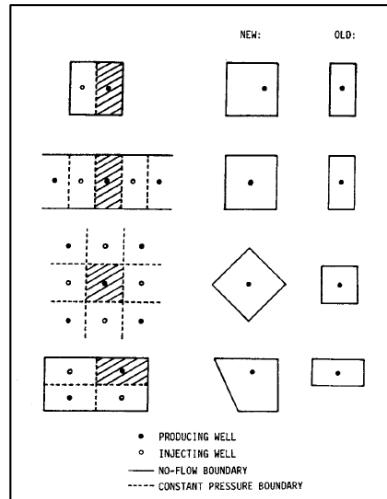
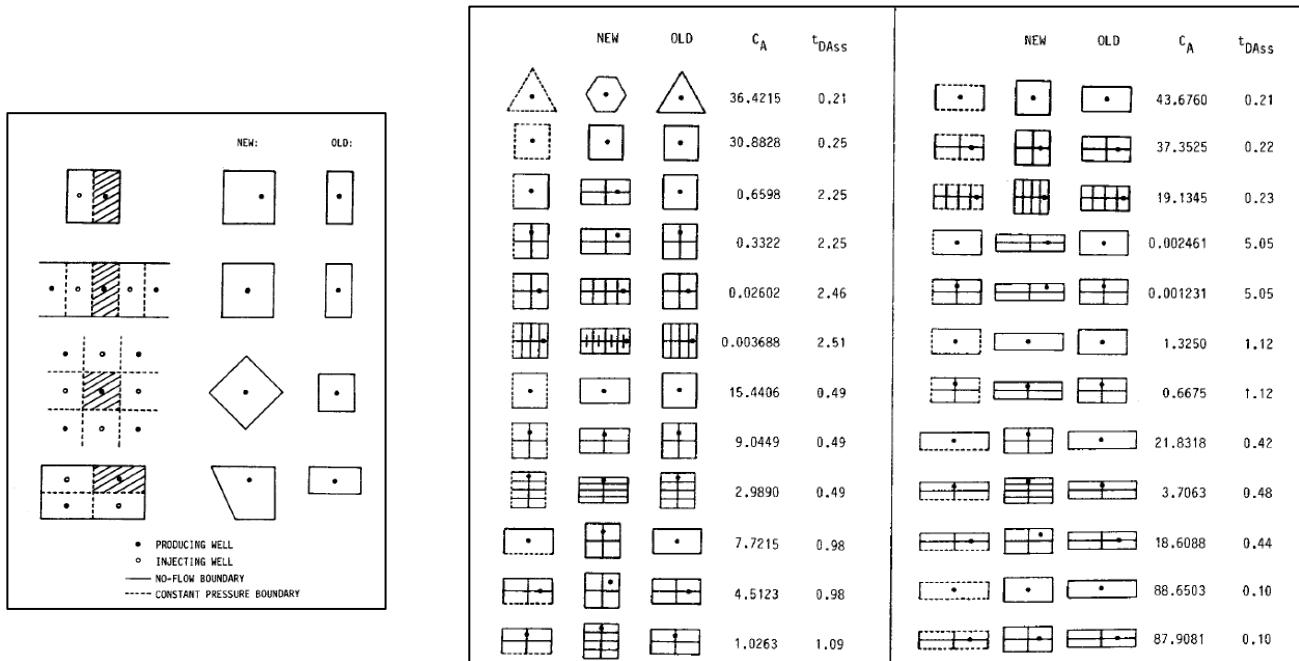
(*) Larsen L. Wellbore Pressures in Reservoirs with Constant Pressure or Mixed No-flow/Constant-Pressure Outer Boundary // SPE 11440

Пунктирная линия = постоянное давление на границе пласта (ППД), которое организуется расстановкой нагнетательных и добывающих скважин в шахматном порядке.

Сплошная линия = условие неперетока, которое организуется расстановкой только добывающих скважин.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, смешанные условия на границе пласта



(c) Юдин Е.В.

29

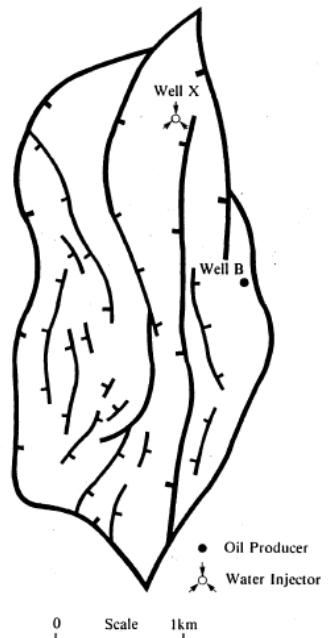
(*) Larsen L. Wellbore Pressures in Reservoirs with Constant Pressure or Mixed No-flow/Constant-Pressure Outer Boundary // SPE 11440

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Зачем рассматривать форм-факторы

- Почему недостаточно формулы Дюпюи для инженерных расчетов?
- Зачем вообще рассматривать форм-факторы?

Пример в пластах с разломами – производительность отличается в разы – не на проценты а В РАЗЫ !



(*) Иллюстрация SPE 17082

(с) Юдин Е.В.

30

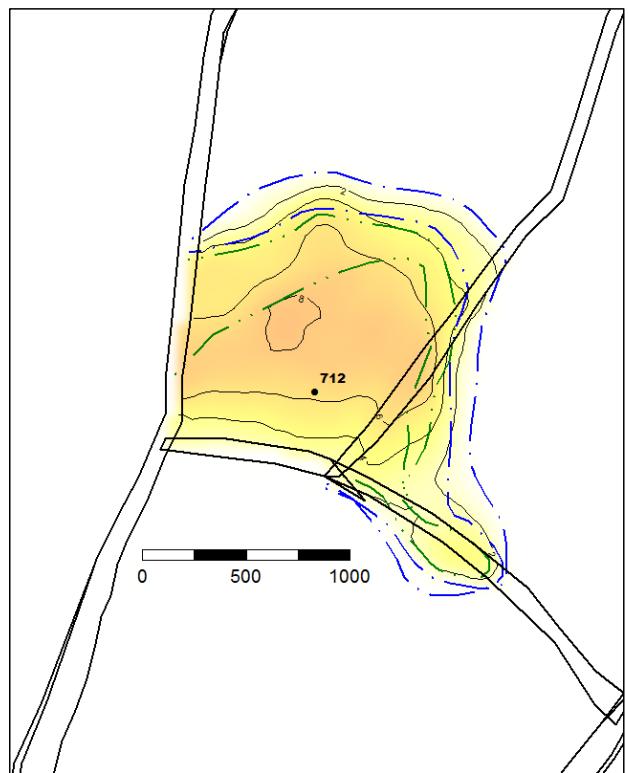
Упражнение

Дано:

- Свойства пласта:
 - Пористость 0,2
 - Вязкость 10 сПз
 - Проницаемость 100 мД
 - Пластовое давление 250 атм
 - Забойное давление 50 атм
 - Давление насыщения 30 атм
 - Мощность 10 м
 - Объемный коэффициент 1.2 м³/м³
 - Радиус скважины 0,108 м
 - Скин-фактор -4
- Аквифер активный

Найти:

- Найти форм фактор
- Оценить дебит скважины
- Оценить дебит скважины по формуле Дюпюи



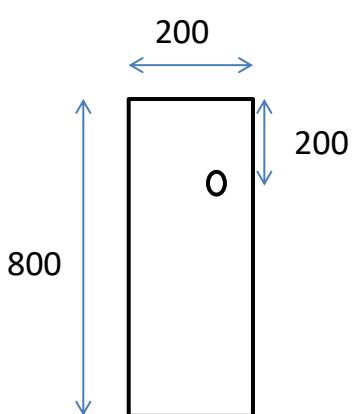
Месторождение Дракон (Верхний Олигоцен)

(с) Юдин Е.В.

31

Упражнение

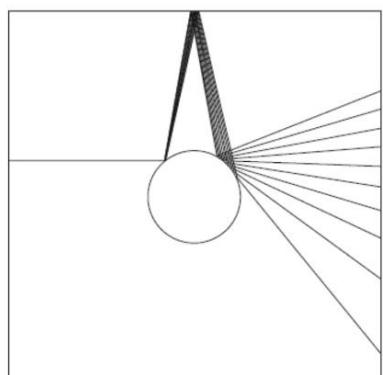
При тех же параметрах, что и в предыдущем упражнении рассчитать дебит по формуле Дюпюи и по формуле, используя форм-фактор (на скважине поддерживается постоянное давление)



Пример Нассима Талеба с билльярдными шарами

- Пример из книги (*) демонстрирует, что прогноз природных явлений (в частности фильтрации жидкости в пористой среде) является крайне сложной и неустойчивой задачей
- На примере с билльярдными шарами Талеб показал, что точность определения начальных условий растет по мере увеличения времени прогноза:
 - Спрогнозировать траекторию шара после 1-го удара – несложно, все это делают
 - Для корректного расчета девятого удара билльярдного шара необходимо учесть силу гравитационного взаимодействия людей, стоящих рядом со столом
 - Для корректного учета 56-го удара необходимо учесть влияние всех элементарных частиц всех вселенной: электрон на краю Вселенной (~10 млрд.св.лет) влияет на результат расчетов

Рис. 2. Точность и предсказание



Какой Выход?

Не надо обсуждать количественные понятия, нужно описывать качественные понятия. Можно точно мыслить, но не использовать цифры (*) :

- Прообраз топологии
- История Пуанкаре и задаче о трех телах

38

(с) Юдин Е.В.

(*) Нассим Талеб. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости.

2 Семинар 11.02.2022 (Юдин Е.В.)

Резюме с прошлого семинара: когда говорим о производительности скважины сложного заканчивания в пласте со сложными границами на псевдоустановившемся режиме, то формула Дюпюи имеет более общий вид:

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} + S \right)} \quad (2)$$

За форму пласта отвечает форм-фактор C_A .

За заканчивание скважины отвечает скин-фактор S .

Далее рассмотрим собранные воедино формулы для форм-факторов в различных ситуациях и поговорим про скин-фактор.

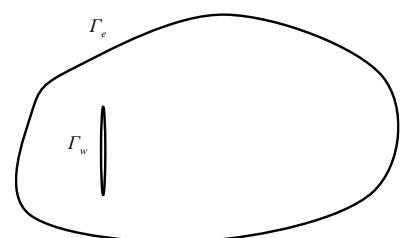
В итоге, получим инженерные формулы, позволяющие вычислить производительность скважины в разных ситуациях.

2.1 Аналитический расчёт форм-факторов

Трещина в пласте сложной формы на псевдоустановившемся режиме

- В случае наличия трещины в пласте сложной формы, выражение для динамики давления на псевдоустановившемся режиме:

$$p_{WD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \quad \rightarrow \quad q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \right)} \quad q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \right)}$$



- Связь между форм-факторами для трещины и вертикальной скважины :

в общем виде

$$\ln C_{Af} = \ln C_A + 2 \ln \frac{r'_w}{x_f}$$

трещина равнопритока (*)

$$\ln C_{Af} = \ln C_A - 2$$

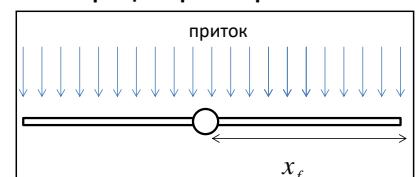
трещина бесконечной проводимости



трещина бесконечной проводимости (*)

$$\ln C_{Af} = \ln C_A - 1.3863 \quad \frac{x_f}{\sqrt{A}} < 0.05$$

трещина равнопритока



(с) Юдин Е.В.

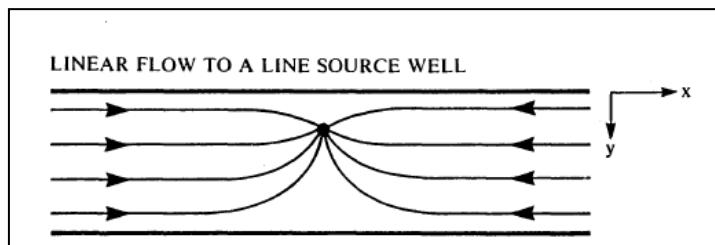
(*) Gringarten A.C. Reservoir Limit Testing for Fractured Wells // SPE 7452

34

(*) Статья доступна по ссылке

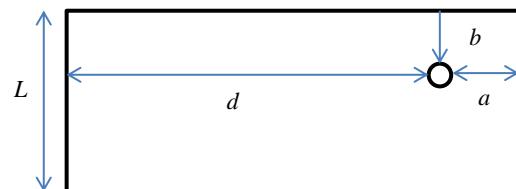
Аналитические выражения для расчета продуктивности скважины в пластах сложной формы

- В работе (*) были представлены выражения для производительности скважин на псевдоустановившемся и установившемся режимах для различной формы пластов
- Выражения получены из аналогии для линейного движения в полосообразном пласте и дополнительной депрессии из-за схождения потока:



$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left[\frac{2\pi A}{L^2} \left(\frac{1}{3} - a_E d_E \right) + \ln \left(\frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) + \alpha + S \right]}$$

Схождение потока по горизонтали Схождение потока по вертикали Нессимметричность линий тока из-за близости границы



$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left[\frac{2\pi A}{L^2} \left(\frac{1}{3} - a_E d_E \right) + \ln \left(\frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) + \alpha + S \right]}$$

$$\ln C_A = \ln \left(\frac{16A\pi^2 \sin^2(\pi b_D)}{L^2} \right) - \frac{4\pi A}{L^2} \left(\frac{1}{3} - a_E d_E \right) - 2\alpha - \gamma$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \ln \left[\left((\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d}, \quad a_E = \frac{a}{a+d}, \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D}, \quad a_D = \frac{a}{L}, \quad b_D = \frac{b}{L}, \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!) $\alpha \approx 0$ при $a > L$

(c) Юдин Е.В.

35

(*) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

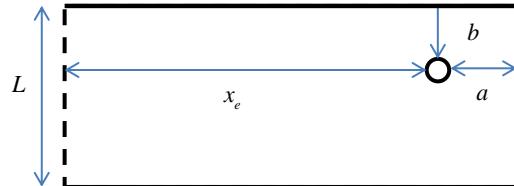
Приведены формулы для форм-фактора в случае прямоугольной формы пласта с условием неперетока.

Аналитические выражения для расчета продуктивности скважины в пластах сложной формы

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[\frac{2\pi x_e}{L} + \ln \left(\frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) + \alpha + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[\frac{2\pi x_e}{L} + \ln \left(\frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) + \alpha + S \right]}$$

$$\ln C_A^{CPB} = \ln \left(\frac{64A\pi^2 \sin^2(\pi b_D)}{L^2} \right) - \frac{4\pi x_e}{L} - 2\alpha - \gamma$$



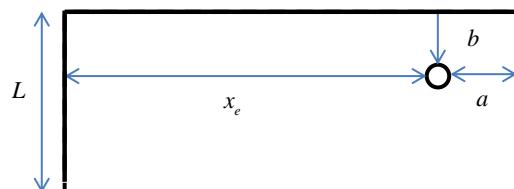
$$\alpha = -\frac{1}{2} \ln \left[\left((\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d} \quad a_E = \frac{a}{a+d} \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D} \quad a_D = \frac{a}{L} \quad b_D = \frac{b}{L} \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!) $\alpha \approx 0$ при $a > L$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln \left(\frac{4L}{\pi r_w} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi b_D}{2} \right) \right) + 2\alpha \left(\frac{a_D}{2}, \frac{b_D}{2} \right) - \alpha(a_D, b_D) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[\ln \left(\frac{4L}{\pi r_w} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi b_D}{2} \right) \right) + 2\alpha \left(\frac{a_D}{2}, \frac{b_D}{2} \right) - \alpha(a_D, b_D) + S \right]}$$



$$\alpha(a_D, b_D) = -\frac{1}{2} \ln \left[\left((\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d} \quad a_E = \frac{a}{a+d} \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D} \quad a_D = \frac{a}{L} \quad b_D = \frac{b}{L} \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!) $\alpha \approx 0$ при $a > L$

(c) Юдин Е.В.

(*) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

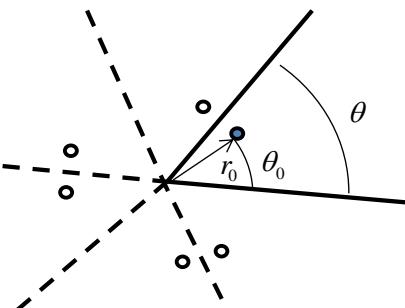
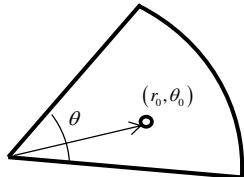
36

Приведены формулы для форм-фактора в случае прямоугольной формы пласта с наличием границы, на которой поддерживается постоянное давление.

Данные формулы получены суммированием бесконечных рядов (используется метод отражений / мнимых источников).

Аналитические выражения для расчета продуктивности скважины в пластах сложной формы

- Выражения для сектора получены с помощью метода отражений:

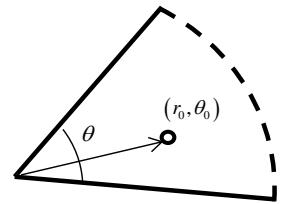


$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left[\frac{2\pi}{\theta} \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) - \frac{3}{4} \right] + \ln\left(\frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\theta} b_D\right)}\right) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left[\frac{2\pi}{\theta} \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) - \frac{3}{4} \right] + \ln\left(\frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\theta} b_D\right)}\right) + S \right]}$$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[\frac{2\pi}{\theta} \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) + \ln\left(\frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\theta} b_D\right)}\right) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[\frac{2\pi}{\theta} \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) + \ln\left(\frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\theta} b_D\right)}\right) + S \right]}$$



(c) Юдин Е.В.

(*) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

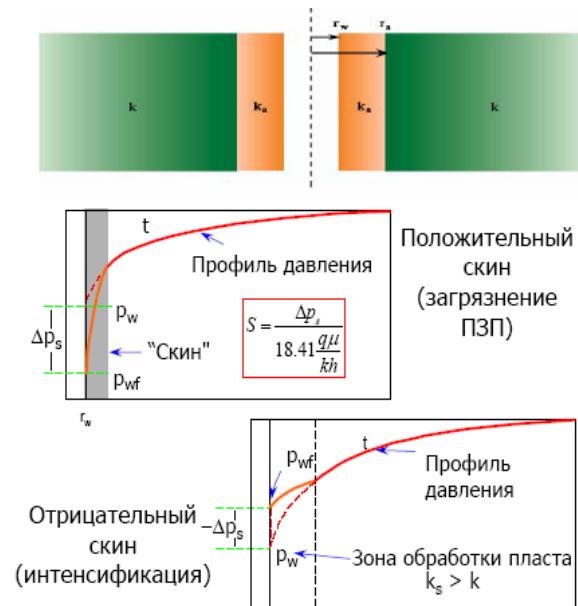
37

Представлена формула форм-фактора для скважины, находящейся в углу двух пересекающихся непроницаемых разломов.

Ограничение формулы: угол должен целое количество раз укладываться в 360 градусов (для того, чтобы можно было применить метод отражений / мнимых источников).

2.2 Скин-фактор

Скин-фактор скважины



Скин-фактор описывает изменение проницаемости призабойной зоны, которое может быть вызвано

- Проникновение бурового раствора и блокировкой поровых каналов
- Набуханием глин при контакте с фильтратом бурового раствора
- Химическим осаждением
- Продвижением песчаных частиц к стволу скважины
- Повреждением породы при перфорации
- другими причинами

Проницаемость призабойной зоны может быть увеличена за счет

- Соляно-кислотной обработки
- Гидроразрыва пласта



- Положительный скин-фактор может сколь угодно большим, отрицательный скин-фактор ограничен.
- Скин-фактор сам по себе отрицательным быть не может. Только в случае проведения спец. работ (ГРП, хим. очистка, дополнительная перфорация и т.д.)

Минимальный скин-фактор определяется из условия обращения знаменателя в формуле Дюпюи в ноль, т.е.

$$S_{\min} = -\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + 0.5 = -\ln\left(\frac{250}{0.1}\right) + 0.5 = -7.3$$

(c) Юдин Е.В.

40

Скин-фактор исторически вводился для того, чтобы учсть зону с изменённой проницаемостью в призабойной зоне. Эта зона возникает при бурении скважины за счёт наличия бурового раствора (= раствор воды со взвешенными частицами или раствор на углеводородной основе, если нужно бурить на невысокой депрессии).

Буровой раствор начинает фильтроваться и оседает в призабойной зоне пласта, снижая её пористость и проницаемость. Чтобы учсть это изменение, в 40-х годах ввели понятие скин-фактор.

Скин-фактор = безразмерный перепад давления на стенке скважины (возникает вследствие загрязнённой призабойной зоны).

Аналогично в призабойной зоне может быть увеличение проницаемости (например, за счёт появления протравленных каналов при обработке призабойной зоны кислотным раствором: для терригенных – глиноокислота, для карбонатных – соляная кислота).

Минимальное значение скин-фактора можем оценить из формулы Дюпюи.

Скин-фактор

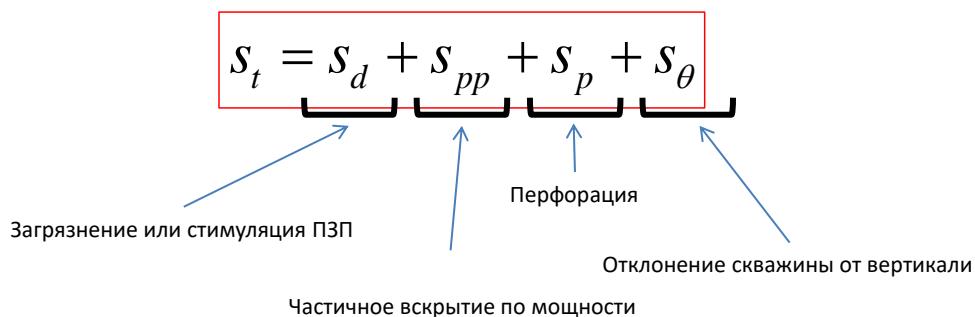
- Скин-фактор может отражать как загрязнение призабойной зоны, так и особенности заканичивания (перфорация, частичное вскрытие и т.д.)

$$J_{ideal} = \frac{q}{\Delta p} = \frac{kh}{18.4\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad J_{real} = \frac{q}{\Delta p} = \frac{kh}{18.4\mu B \left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_t \right)}$$

Безразмерный дополнительный
перепад давления

$$s_t = \frac{kh}{18.4q\mu B} \Delta p_{add}$$

- Скин-фактор может суммироваться по нескольким составляющим:



(c) Юдин Е.В.

41

Скин-фактор универсален. Его можно обобщить и использовать не только в случае загрязнённой призабойной зоны, но и в других случаях. Горизонтальность скважины тоже можно учесть в скин-факторе и использовать формулу Дюпюи.

Δp_{add} – разность забойных давлений в гидравлически идеальном случае и по факту.

2.2.1 За счёт загрязнения/стимуляции призабойной зоны

Скин-фактор за счет загрязнения/стимуляции призабойной зоны

- Загрязнение/стимуляция призабойной зоны моделируется введением области вокруг пласта с отличающейся проницаемостью
- Саму задачу на установившемся режиме можно решить аналитически

$$s_d = \left(\frac{k}{k_d} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_d}{r_w} \right)$$

- **Упражнение 1:** получить формулу для скин-фактора в случае наличия зоны стимуляции/загрязнения
- Указание: учесть что фильтрация происходит на установившемся режиме и из этого условия выразить давление на границе зоны загрязнения

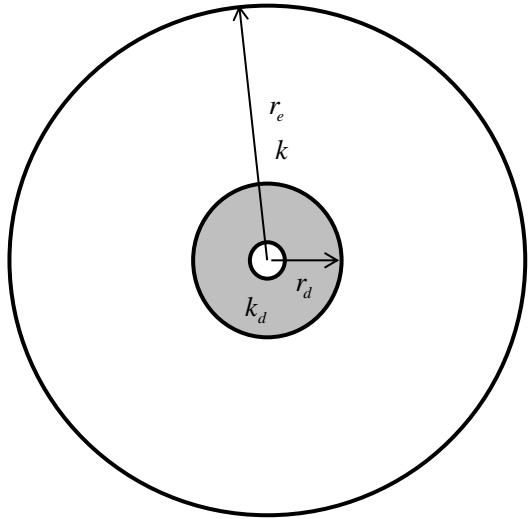
$$q = \frac{2\pi k h (p_e - p_d)}{\mu B \ln \left(\frac{r_e}{r_d} \right)} = \frac{2\pi k h (p_d - p_w)}{\mu B \ln \left(\frac{r_d}{r_w} \right)}$$

- **Упражнение 2:** для пласта со следующими параметрами построить график зависимости дебита и скин-фактора в зависимости от величины проницаемости ПЗП
 - Мощность 20 м
 - Проницаемость 50 мД
 - Радиус контура 250 м
 - Вязкость 2 сПз
 - Объемный коэффициент 1.2
 - Пластовое давление 250 атм
 - Забойное давление 50 атм
 - Радиус зоны стимуляции/загрязнения 1.5 м³

(c) Юдин Е.В.

42

Задача на скин-фактор в случае зонально неоднородного пласта.



2.2.2 За счёт перфорации и частичного вскрытия

Скин-фактор за счет перфорации и частичного вскрытия

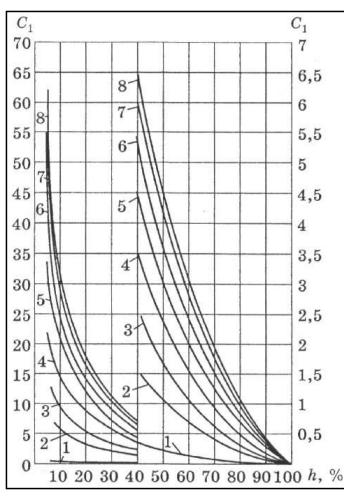
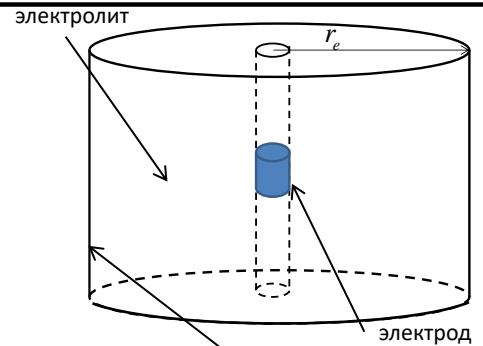
- Один из самых известных результатов по моделированию производительности несовершенной скважины получил Щуров (*)
- Он рассматривал несовершенную перфорированную скважину, частично вскрывающую пласт

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + C_1 + C_2 \right)}$$

C_1 - сопротивление за счет частичного вскрытия

C_2 - сопротивление за счет перфорации

$$l = \frac{l'}{D} = 0,5$$

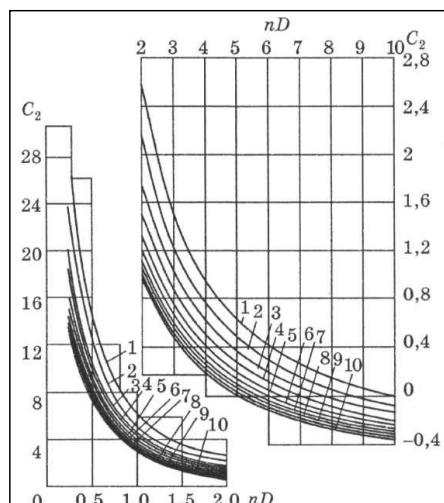


Цифры соответствуют различному значению отношения величины вскрытого интервала к диаметру скважины: 1-1, 2-5, 3-10, 4-20, 5-40, 6-80, 7-160, 8-300.

$$\alpha = \frac{h_0}{D}$$

h - процент вскрытой мощности

(*) Щуров В.И. Технология и техника добычи Нефти



(c) Юдин Е.В.

Кольцевой электрод с постоянным потенциалом

nD - безразмерный параметр, произведение диаметра скважины [м] на плотность перфорации [1/м].
Цифры соответствуют различному значению отношения диаметра перфорации к диаметру скважины: от 0,02 до 0,2

$$\alpha = \frac{d}{D}$$

l' - глубина перфорационного канала

43

Что делать в более сложных случаях? Например, когда скважина частично перфорирована (в этом случае скин-фактор может быть как положительным, так и отрицательным).

Палетки Щурова. Принцип электромеханической аналогии: уравнения электростатики похожи на уравнения фильтрации жидкости на установившемся режиме.

В лоб: физические эксперименты на насыпной модели. Спрессовываем грунт, песок. Необходимо правильно установить все датчики давления и расхода. Вводим много коэффициентов подобия, чтобы правильно перенести результаты физического эксперимента на реальный кейс.

С использованием электромеханической аналогии: в электростатике всё проще и точнее при проведении эксперимента. Силу тока и напряжения можем измерить мультиметром.

Электромеханическая аналогия полезна и упрощает проведение экспериментов. Щуров воспользовался этой аналогией и получил палетки для скин-факторов.

Скин-фактор за счет перфорации и частичного вскрытия

- Если у тебя нет мощного и устойчивого компьютера чтобы рассчитать производительность несовершенной скважины
- как поступить?
- Ранее широко использовался метод электролитической аналогии
- Его суть заключается в том, что уравнения, описывающие установившуюся фильтрацию в пористой среде и уравнения, описывающие распределение электрического поля в электролитической среде – одни и те же
- Действительно, запишем уравнения Максвелла (** факты из истории и выводе данных уравнений):

$$\begin{aligned}\nabla D &= 4\pi\rho \\ \nabla B &= 0 \\ \nabla \times E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H &= \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}\end{aligned}$$

Применим операцию дивергенции к последнему уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(j) = 0$$

В стационарном случае

$$\operatorname{div}(j) = 0$$

$$j_k = \sigma_{kl} E_l$$

σ_{kl} - тензор электрической проводимости (аналогия с тензором проницаемости)

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

Распределение эл. потенциала в неоднородной среде

$$\operatorname{div}(\sigma \cdot \operatorname{grad}[\varphi]) = 0$$

Распределение давления в неоднородной пористой среде

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad}[p]) = 0$$

- Вид уравнений является одни и тем же, однако эксперимент гораздо проще поставить с электрическим полем
- (**) Несколько слов о Фарадее и Максвелле: о роли прозрения в науке, и о том, без чего великие открытия невозможны

(с) Юдин Е.В.

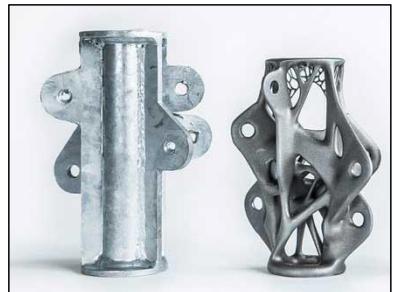
50

Представлена схожесть уравнений Максвелла с уравнениями фильтрации жидкости на установившемся режиме.

Архитектор Антонио Гауди (*)

- Аналогичный метод использовал архитектор Антонио Гауди: он интуитивно понял, что для того чтобы рассчитать оптимальную конструкцию и нагрузки можно воспользоваться аналогией и собрать физическую модель проектируемого здания
- «Механический компьютер» представлял собой совокупность веревок с распределенными подвешенными к ним грузиками, которые отражали нагрузку на различные части конструкции, фора веревки отражала как именно выгибаются арки будущего здания – «перевернутый» макет
- Таким образом он получал свои удивительные проекты, которые наряду с их красотой можно характеризовать как очень практичные по использованию материалов

Крепления выдерживают один и тот же вес, но затраты на материалы у правого изделия на 25 % ниже



(с) Юдин Е.В.

44

(*) материал с <https://habrahabr.ru/post/331802/>

Метод электромеханической аналогии был изобретён не в 50-х годах. В конце XIX-го века метод аналогий архитектора Антонио Гауди, для повышения эффективности использования материалов при проектировании.

Метод топологической оптимизации. Вариационные методы.

2.2.3 За счёт вскрытия открытым стволовом на малую глубину

Скин-фактор за счет вскрытия открытым стволовом пласта на малую глубину

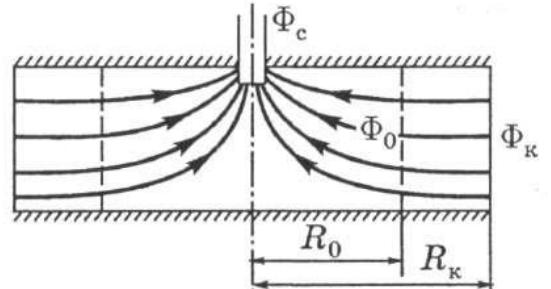
- Для анализа продуктивности скважин достаточно распространен метод фильтрационных сопротивлений
- Для моделирования производительности скважин, вскрывающей пласт на малую глубину фильтрация рассматривается в двух зонах:
 - Плоскорадиальный приток
 - Сферический приток

Для плоскорадиального притока:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_d)}{\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r_d}\right)}$$

Для сферического притока(*):

$$q = \frac{2\pi k(p_d - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_d} \right)}$$



Исключим отсюда p_d

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left(\ln\left(\frac{r_e}{r_d}\right) - \frac{h}{r_w} \right)}$$

Предполагая, что $r_d = 1.5h$, получим:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left(\ln\left(\frac{r_e}{1.5h}\right) - \frac{h}{r_w} \right)}$$

(*) Вывод формулы:

Для симметричного случая фильтрация описывается с помощью уравнения:

$$\Delta p = 0 \rightarrow \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = 0 \rightarrow p = \frac{A}{r} + B \rightarrow \begin{cases} p_e = \frac{A}{r_e} + B \\ p_w = \frac{A}{r_w} + B \end{cases} \rightarrow A = \frac{p_e - p_w}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w}} \rightarrow q = 2\pi r_w^2 \frac{k}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \rightarrow q = -2\pi \frac{kA}{\mu B}$$

(c) Юдин Е.В.

45

Чтобы получить выражение для скин-фактора в данном случае, сравниваем полученную формулу для производительности с формулой Дюпюи и вычисляем S .

Такие скважины бурят, когда необходимо избежать конуса воды. Или когда бурим газовую скважину, то нужно избежать подтягивание конденсата или подошвенной воды.

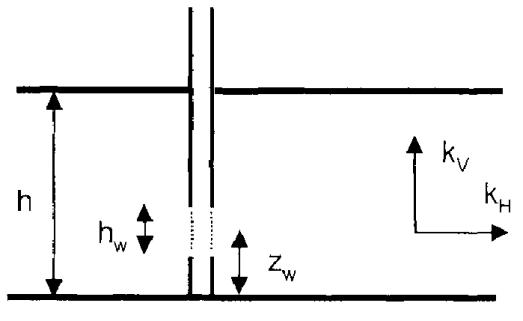
Но сейчас все эти трудности лучше решают горизонтальные скважины (площадь соприкосновения больше \Rightarrow выработка лучше).

2.2.4 За счёт частичного вскрытия. Модели Papatzacos и Vrbik

Скин-фактор за счет частичного вскрытия: модель Papatzacos et al и Vrbik et al

- Papatzacos et al (*) находит решение для псевдорадиального скин-фактора в два этапа (показать):
 - Сначала ищет производительность скважины конечной длины в бесконечном (во всех направлениях пласте)
 - С помощью метода отражений моделирует влияние границ сверху и снизу скважины

$$s_{pp} = \left(\frac{h}{h_w} - 1 \right) \ln \left(\frac{\pi h_D}{2} \right) + \frac{h}{h_w} \ln \left[\frac{\frac{h_w}{h}}{2 + \frac{h_w}{h}} \sqrt{\frac{(z_w + h_w/4)(h - z_w + h_w/4)}{(z_w - h_w/4)(h - z_w - h_w/4)}} \right]$$



- Аналогично решена задача Vrbik et al (**)

$$s_{pp} = \left(\frac{h}{h_w} - 1 \right) (1.2704 + \ln h_D) - \left(\frac{h}{h_w} \right)^2 \left[f(0) - f\left(\frac{h_w}{h}\right) + f\left(2\frac{z_w}{h}\right) - 0.5f\left(\frac{2z_w + h_w}{h}\right) - 0.5f\left(\frac{2z_w - h_w}{h}\right) \right]$$

$$f(y) = \begin{cases} y \ln y + (2-y) \ln(2-y) + \frac{1}{\pi h_D} \ln \left[\sin^2 \left(\frac{\pi y}{2} \right) + \frac{0.1053}{h_D^2} \right], & 0 < y < 2, \\ 2 \ln 2 + \frac{1}{\pi h_D} \ln \left(\frac{0.1053}{h_D^2} \right), & y = 0, y = 2. \end{cases}$$

(*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for Infinite-Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987

(**) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991

46

Если рассматриваем плоскорадиальное симметричное течение, то это двумерная задача. И для неё есть решение.

Рекомендуется использовать формулу в красной рамке.

h – мощность пласта;

h_w – мощность открытого интервала;

z_w – расстояние от подошвы до середины интервала перфорации;

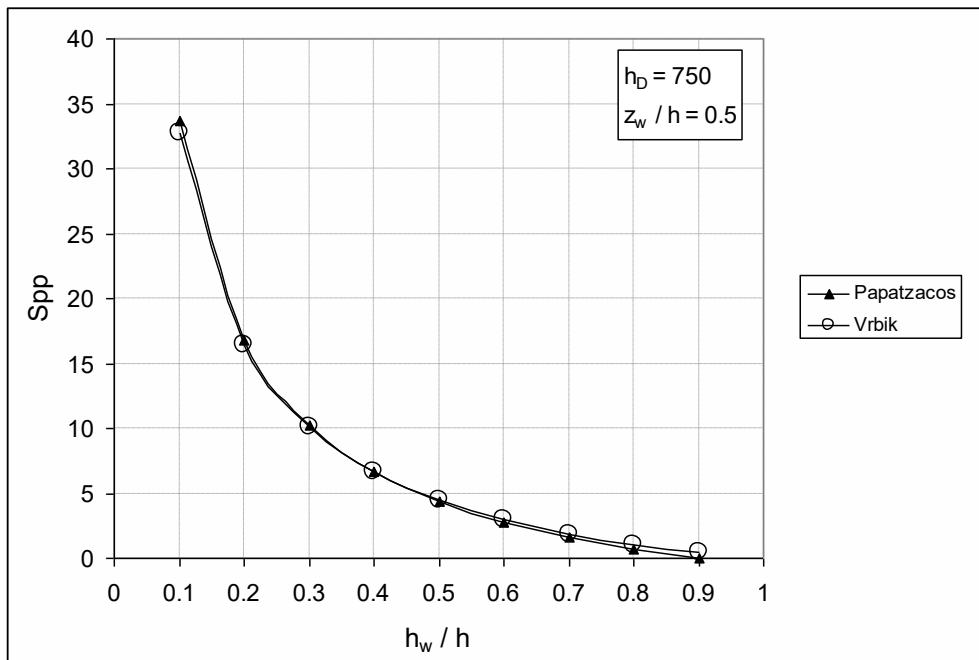
h_d – безразмерная мощность пласта (нормирована на радиус скважины); в случае анизотропного пласта со множителем (корень из отношения горизонтальной и вертикальной проницаемостей).

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

(**) Статья [доступна по ссылке](#)

Сравнение двух расчетов

- Модели показывают схожие результаты



(*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for (Infinite) Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987
 (***) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991.

47

Результаты моделей Papatzacos и Vrbik практически совпадают. Но у Papatzacos формула выглядит проще. Представлены графики для скрин-фактора в случае расположения открытого интервала посередине пласта. Из графиков видим, что при уменьшении открытого интервала увеличивается скрин-фактор.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

(***) Статья [доступна по ссылке](#)

2.2.5 За счёт перфорации

Скин-фактор за счет перфорации

- Karakas, Tariq (*) et al для решения определения производительности перфорированной скважины:
- Выполнены множественные расчеты на гидродинамической модели

$$S_p = S_H + S_V + S_{wb}$$

S_H - за счет схождения потока к перфорационным каналам в горизонтальной плоскости

S_V - скин-фактор за счет схождения потока к перфорационным каналам в вертикальной плоскости;

S_{wb} - за счет самого ствола скважины

$$S_H$$

$$S_H = \ln\left(\frac{r_w}{r_{we}}\right)$$

$$r_{we} = \begin{cases} \frac{1}{4}L_p, & \text{если } \varphi = 0^\circ, \\ \alpha_\varphi(r_w + L_p), & \text{если } \varphi \neq 0^\circ. \end{cases}$$

L_p - длина перфорационного канала

α_φ - набор численных коэффициентов

$$S_V$$

$$S_V = 10^a z_{pD}^{b-1} r_{pD}^b \quad z_{pD} \leq 10$$

$$z_{pD} = \frac{\Delta z_p}{L_p} \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \quad r_{pD} \geq 0.01$$

$$r_{pD} = \frac{r_p}{2\Delta z_p} \left(1 + \sqrt{\frac{k_V}{k_H}}\right)$$

$$a = a_1 \log r_{pD} + a_2$$

$$b = b_1 r_{pD} + b_2$$

$$\Delta z_p = \frac{1}{N} \text{ - расстояние между } N \text{ перфорационными отверстиями}$$

r_p - радиус перфорационных каналов
- радиус перфорационных каналов

(c) Юдин Е.В.

(*) Karakas M. and Tariq S.M.: "Semianalytical Productivity Models for Perforated Completions", paper SPE 18247, 1991.

Помним, что скин-фактор за счёт перфорации может быть как положительным, так и отрицательным (это зависит от параметров перфорации).

Кейс из Тимано-Печоры. Бурим наклонно-направленную скважину в карбонатном коллекторе (хорошо консолидированный камень, часто его даже не надо обсаживать). Залили кислоту. Но приток вызвать не получается. Как будто бесконечный скин-фактор. В чём проблема?

Кислота не доходит до забоя (ей мешает вода). Что делали?

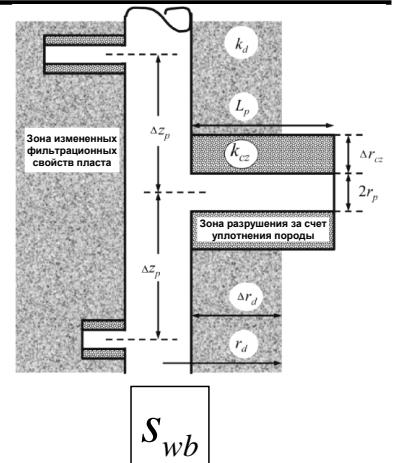
Спустили перфоратор (несколько зарядов). Это позволило создать фильтрацию. Задавили кислоту в пласт, и скважина начала работать (100-150 т/сут).

В этом кейсе из Тимано-Печоры перфорация позволила скважину в принципе запустить.

Когда говорим про перфорацию, то это существенно трёхмерная фильтрация, т.е. необходимо учесть множество факторов.

Karakas и Tariq взяли результаты численного моделирования и попытались под эти результаты сделать корреляционную модель, которая с приемлемой точностью аппроксимирует результаты численного моделирования. В итоге, разделили скин-фактор за счёт перфорации на 3 составляющие.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)



$$S_{wb}$$

$$S_{wb} = c_1 \exp(c_2 r_{wD})$$

$$r_{wD} = \frac{r_w}{r_w + L_p}$$

$$0.3 \leq r_{wD} \leq 0.9$$

$a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ - набор корреляционных параметров

48

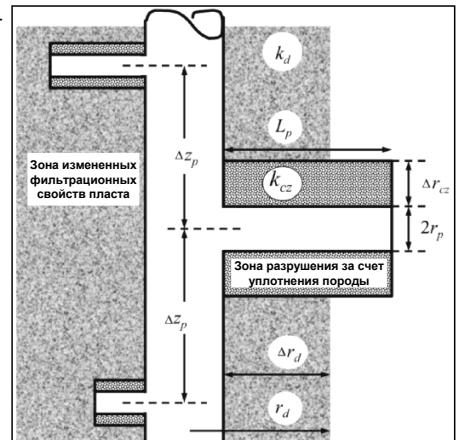
Скин-фактор за счет перфорации

- Также необходимо учитывать скин-фактор за счет существования зоны разрушения вокруг перфорационных каналов
- Находится аналогично как для случая со скважиной с загрязненной ПЗП

$$s_{cz} = \frac{\Delta z_p}{L_p} \left(\frac{k}{k_{cz}} - \frac{k}{k_d} \right) \ln \left(\frac{r_{cz}}{r_p} \right)$$

k_{cz} - проницаемость зоны разрушения породы вокруг перфорационных каналов

r_{cz} - радиус зоны разрушения породы вокруг перфорационных каналов



| Фазировка перфорационных зарядов, φ градусы | α_φ | a_1 | a_2 | b_1 | b_2 | c_1 | c_2 |
|--|------------------|--------|--------|--------|--------|----------------------|-------|
| 0 (360) | 0.250 | -2.091 | 0.0453 | 5.1313 | 1.8672 | 1.6×10^{-1} | 2.675 |
| 180 | 0.500 | -2.025 | 0.0943 | 3.0373 | 1.8115 | 2.6×10^{-2} | 4.532 |
| 120 | 0.648 | -2.018 | 0.0634 | 1.6136 | 1.7770 | 6.6×10^{-3} | 5.320 |
| 90 | 0.726 | -1.905 | 0.1038 | 1.5674 | 1.6935 | 1.9×10^{-3} | 6.155 |
| 60 | 0.813 | -1.898 | 0.1023 | 1.3654 | 1.6490 | 3.0×10^{-4} | 7.509 |
| 45 | 0.860 | -1.788 | 0.2398 | 1.1915 | 1.6392 | 4.6×10^{-5} | 8.791 |

(*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for [Infinite] Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987

49

(**) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991.

Представлена таблица для набора корреляционных параметров α_φ , a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , c_1 и c_2 .

Фазировка φ определяет расположение зарядов (а именно угол между перфорационными зарядами).

Плотность перфорации определяет частоту (количество зарядов на единицу длины), с которой производится перфорация.

При одинаковой плотности перфорации скин-фактор существенно меняется при переходе от $\varphi = 0^\circ$ к $\varphi = 180^\circ$, при других изменениях фазировки (например от 60 градусов к 90 градусам) скин фактор изменяется незначительно.

(*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

(**) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

2.2.6 В случае комбинации нескольких факторов

Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Скважина, совершенная по степени вскрытия (открытый ствол) – весь скин-фактор, это скин-фактор за счет загрязнения ПЗП:

$$S_t = S_d$$

- Скважина частично вскрывающая пласт с загрязненной ПЗП:

$$S_t = \frac{h}{h_w} S_d + S_{pp}$$

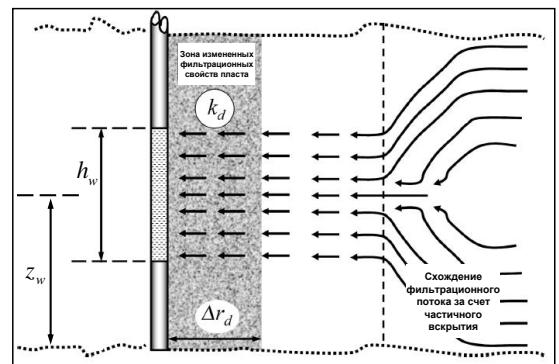
Если поток сходится вне зоны загрязнения (пояснить формулу – выразить скин через $S = \frac{q\mu}{2\pi k h_w} \Delta p$)

$$S_t = \frac{1}{\gamma} \frac{h}{h_w} S_d + S_{pp}$$

Если поток сходится в зоне загрязнения

$$\gamma > 1$$

Не работает, когда $S_d < 0$



Упражнение на расчет скин-фактора 1: Оценить скин-фактор вертикальной необсаженной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 18 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.1 и мощностью коллектора 26.7 м. Скважина вскрывает первые 22 м от кровли продуктивного пласта. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.5 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 10 раз.

(c) Юдин Е.В.

(*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

51

Скин-фактор не является аддитивной величиной. Ранее говорили о сумме скин-факторов в обобщённом смысле (есть вклад каждого из слагаемых, но это не арифметическая сумма).

Хотелось бы иметь формулы: как из отдельных известных составляющих получить общий скин-фактор. Решение упражнения представлено на следующей странице.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Решение упражнения

Упражнение: Оценить скрин-фактор вертикальной необсаженной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 18 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.1 и мощностью коллектора 26.7 м. Скважина вскрывает первые 22 м от кровли продуктивного пласта. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.5 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 10 раз.

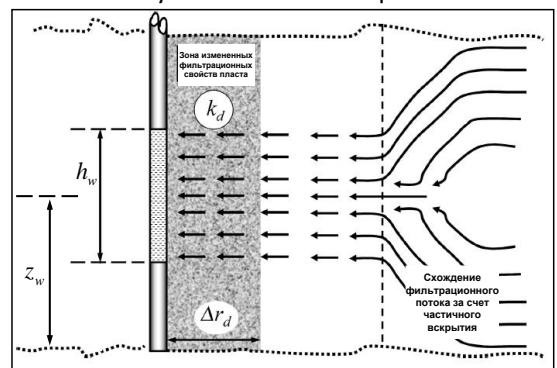
$$s_d = \left(\frac{18}{1.8} - 1 \right) \ln \left(\frac{1.5}{0.108} \right) = 24.37.$$

$$z_w = h - h_w / 2 = 26.7 - 22/2 = 15.7$$

$$h_D = \frac{26.7}{0.108} \sqrt{\frac{1}{0.1}} = 781.79$$

$$s_{pp} = \left(\frac{26.7}{22} - 1 \right) \ln \left[\frac{(3.14)(781.79)}{2} \right] + \frac{26.7}{22} \ln \left[\left(\frac{\frac{22}{26.7}}{2 + \frac{22}{26.7}} \right) \sqrt{\frac{(15.7 + 22/4)(26.7 - 15.7 + 22/4)}{(15.7 - 22/4)(26.7 - 15.7 - 22/4)}} \right] = 1.14.$$

$$s_t = \frac{26.7}{22} (24.37) + 1.14 = 30.72.$$



(c) Юдин Е.В.

52

Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Обсаженная скважина, полностью перфорированная пласт с загрязненной ПЗП:

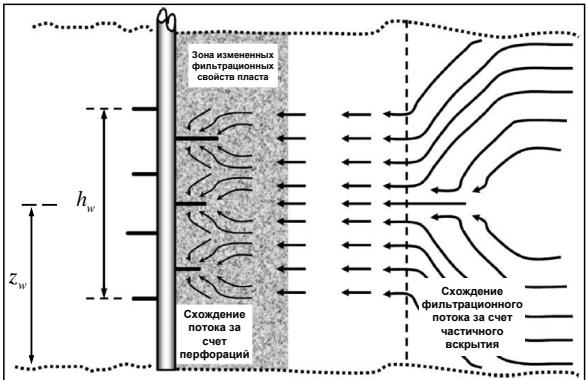
$$S_t = S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz}$$

k_d - проницаемость ПЗП

S_d - скин-фактор из-за загрязнения ПЗП

S_p - скин-фактор из-за перфорации

S_{cz} - скин-фактор из-за зоны разрушения вокруг перф.каналов



- Обсаженная скважина, частично перфорирующая пласт:

$$S_t = \frac{h}{h_w} \left(S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz} \right) + S_{pp}$$

h_w - мощность интервала перфорации

S_{pp} - скин-фактор за счет частичного вскрытия

Упражнение на расчет скин-фактора 2: Оценить скин-фактор обсаженной вертикальной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 11 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.2 и мощностью коллектора 26 м. Скважина перфорирована с помощью зарядов с 120-градусной фазировкой и плотностью перфорации 12 отверстий на метр. Радиус перфорационных каналов 0.015 м, длина – 70 см. Проницаемость в зоне уплотнения породы вокруг перфорационных каналов 2 мД, радиус этой зоны – в два раза превышает радиус перфорационных каналов. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.2 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 5 раз.

(c) Юдин Е.В.
(*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

53

(*) Статья доступна по ссылке

Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Необсаженная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП (пояснить формулу) :

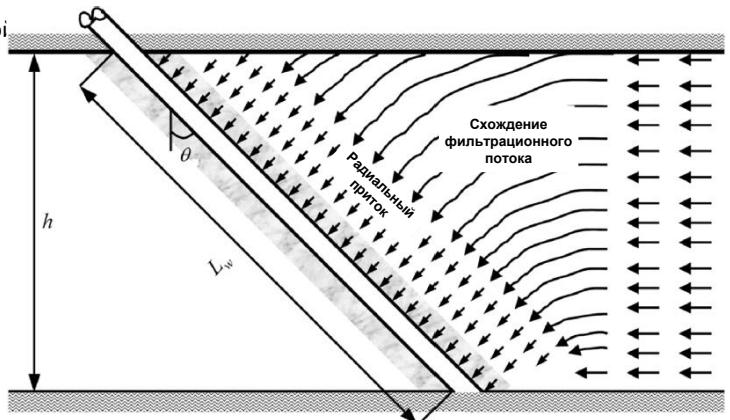
$$s_t = \frac{h}{L_w} s_d + s_\theta = s_d \cos \theta + s_\theta$$

s_θ - Геометрический скин-фактор за счет отклонения скважины

s_d - скин-фактор из-за загрязнения ПЗП

- Необсаженная наклонно-направленная скважина частично вскрывающая пласт с загрязненной ПЗП :

$$s_t = \frac{h}{L_{wpc}} \left(s_d + \frac{k}{k_d} s_p + s_{cz} \right) + s_{\theta pp}$$



L_{wpc} - длина наклонно-направленной скважины в пределах продуктивного пласта, открытая для притока флюида

$s_{\theta pp}$ - скин-фактор за счет частичного вскрытия по модели Озкан-Рагаван

Упражнение на расчет скин-фактора 3: Используя исходные данные из Упражнения 1, оценить скин-фактор необсаженной наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей продуктивный пласт. Угол отклонения скважин от вертикали на входе в пласт составляет 30°.

(c) Юдин Е.В.

(*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

54

У наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей пласт, скин-фактор отрицательный (т.к. площадь контакта с пластом заметно больше, чем у вертикальной скважины)

(*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Полностью перфорированная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП ([пояснить формулу](#)) :

$$s_t = \frac{h}{L_w} \left(s_d + \frac{k}{k_d} s_p + s_{cz} \right) + s_\theta = \left(s_d + \frac{k}{k_d} s_p + s_{cz} \right) \cos \theta + s_\theta$$

s_θ - Геометрический скин-фактор за счет отклонения скважины

s_d - скин-фактор из-за загрязнения ПЗП

s_p - скин-фактор из-за перфорации

s_{cz} - скин-фактор из-за зоны разрушения вокруг перф.каналов

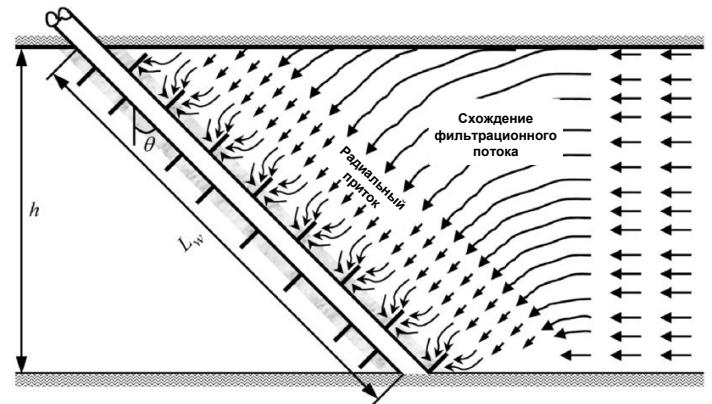
- Частично перфорированная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП:

$$s_t = \frac{h}{L_{wpc}} \left(s_d + \frac{k}{k_d} s_p + s_{cz} \right) + s_{\theta pp}$$

L_{wpc} - длина наклонно-направленной скважины в пределах продуктивного пласта, открытая для притока флюида

$s_{\theta pp}$ - скин-фактор за счет частичного вскрытия по модели Озкан-Рагаван

Упражнение на расчет скин-фактора 4: Используя исходные данные из Упражнения 2, оценить скин-фактор обсаженной наклонно-направленной скважины с углом отклонения от вертикали на входе в пласт 45° . Интервал перфорации составляет 18 м и расположен по центру продуктивного пласта.



(c) Юдин Е.В.
(*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

55

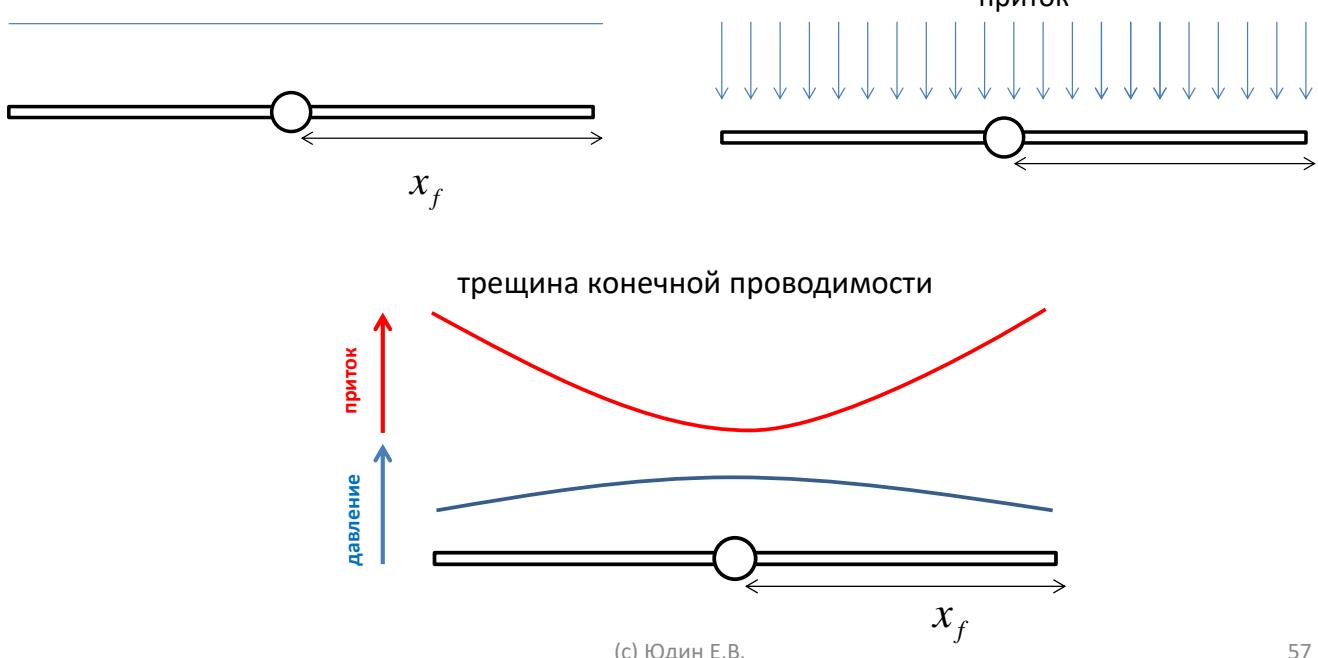
(*) Статья [доступна по ссылке](#)

2.3 Производительность трещины ГРП

Производительность трещин: три типа трещин

- Существует три типа модели трещин:
 - Трещины равнопритока – задан равномерный приток по длине трещины
 - Трещины бесконечной проводимости – задано одинаковое давление вдоль длины трещины
 - Трещины конечной проводимости

Распределение давления на трещине



(c) Юдин Е.В.

57

Когда не помогают кислотные обработки, можем рвать пласт. Создаём избыточное давление на забое, будет образовываться трещина (пласт будет пытаться фильтровать закачиваемую жидкость, но если не получается, то образуется трещина, чтобы увеличить площадь притока). Как только снизим давление, трещина обратно сомкнётся. Необходимо закрепить: закачать расклинивающий агент (раньше был песок, сейчас проппант – керамические шарики).

Проппант закачивается в виде геля (если с помощью воды, то керамические шарики где-то осядут и даже не зайдут в трещину). Через определённое время гель разлагается, а проппант остаётся в трещине. Трещина теперь закреплена.

Как смоделировать работу скважины с такой трещиной ГРП?

Исторически есть 3 подхода (модели):

- 1) модель равнопритока (предполагаем, что к каждой единице длины трещины идёт одна и та же плотность притока); проста в математической реализации, но плохо предсказывает;
- 2) модель бесконечной проводимости (один разрез с одним и тем же давлением по всей длине трещины, равным забойному давлению на скважине), но тоже плохо предсказывает;
- 3) модель конечной проводимости (есть распределение как давления, так и притока вдоль трещины); на рисунке небольшая опечатка, синей линией изображена депрессия, а не давление; видим, что к кончикам

трещины идёт наибольший приток; если представить трещину в виде набора скважин, то видим, что для кончиков будет относительно невысокая интерференция; форма может изменяться, например, при снижении проницаемости трещины приток с кончиков уменьшается и больший вклад вносит основной приток к скважине (кончики экранируются); достаточно точная модель.

В модели конечной проводимости основными параметрами являются размер трещины (полудлина и средняя раскрытость) и проницаемость трещины.

Связь моделей трещины равнопротока и бесконечной проводимости при работе в бесконечном пласте

- На псевдоустановившемся режиме вдоль трещины есть точка равенства давления для трещины бесконечной проводимости и трещины равнопротока
- В этой же точке давления равны и на ранних временах (поскольку трещина равнопротока ведет себя как скважина бесконечной проводимости и наоборот)
- Предположение (**неверное**): в данной точке давления равны на всех режимах
- Точное решение для забойного давления:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{\sqrt{\pi t_D}}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{t_D}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{t_D}}\right) \right] - \frac{(1+x_D)}{4} Ei\left(-\frac{(1+x_D)^2}{4t_D}\right) - \frac{(1-x_D)}{4} Ei\left(-\frac{(1-x_D)^2}{4t_D}\right)$$

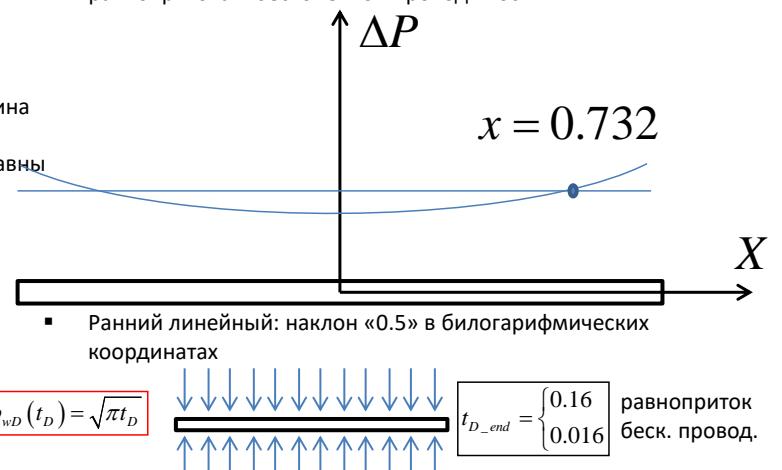
$$x_D = \begin{cases} 0 & \text{для трещины равнопротока} \\ 0.732 & \text{для трещины беск. проводимости} \end{cases}$$

- Для псевдоустановившегося режима (Ozkan):

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0.80907] + 1 + \sigma + s$$

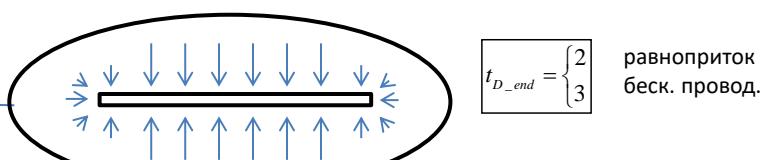
$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{для трещины равнопротока} \\ \ln 2 - 1 & \text{для трещины беск. проводимости} \\ f(x_f, F_{CD}) & \text{для трещины конеч. проводимости} \end{cases}$$

Сравнение распределения давления вдоль трещины для равнопротока и бесконечной проводимости



$$p_{wD}(t_D) = \sqrt{\pi t_D} \quad t_{D_end} = \begin{cases} 0.16 & \text{равнопроток} \\ 0.016 & \text{беск. провод.} \end{cases}$$

- Псевдорадиальный: характеризуется прямой на полулогарифмических координатах



- Псевдоустановившийся режим: характеризуется единичным наклоном в билогарифмических координатах

(c) Юдин Е.В.

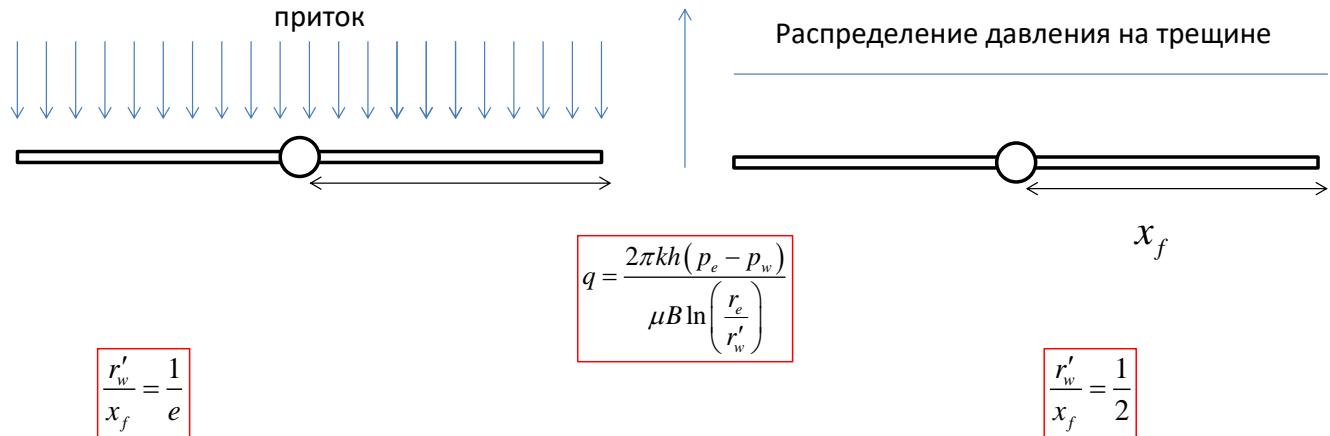
58

(*) Gringarten A.C., Ramey H.J., Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture, SPE 4051

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Производительность трещин равнопритока и бесконечной проводимости

- Оценить производительность трещины равнопритока и трещины бесконечной проводимости можно следующим образом:



(*) Gringarten A.C., Ramey H.J., Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture, SPE 4051 59

Инженерные подходы к расчёту продуктивности трещины ГРП.

Используется формула Дюпюи с поправкой на эффективный радиус. Должны найти такой эффективный радиус вертикальной скважины, чтобы при его подстановке в формулу Дюпюи дебит этой скважины совпадал с продуктивностью трещины с полудлиной x_f .

Для трещины равнопритока:

$$\frac{r'_w}{x_f} = \frac{1}{e} \quad (3)$$

Для трещины бесконечной проводимости:

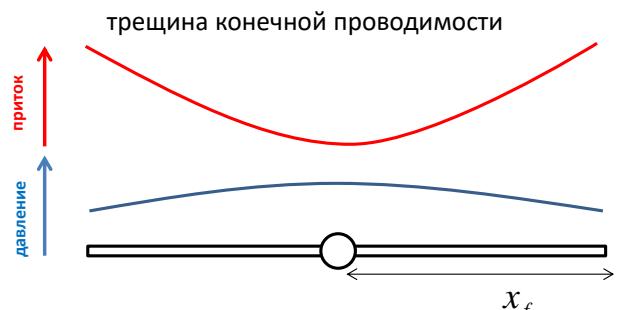
$$\frac{r'_w}{x_f} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

(*) Статья доступна по ссылке [\(*\)](#)

Производительность трещины конечной проводимости

- Рассмотрим трещину конечной проводимости
- Два дополнительных параметра:
 - Ширина трещины
 - Проводимость трещины
- Производительность трещины на псевдоуставновившемся режиме можно свести к зависимости от одного параметра – **безразмерной проводимости трещины**:

$$C_{JD} = \frac{k_f w_f}{k x_f}$$



- Производительность трещины (*):

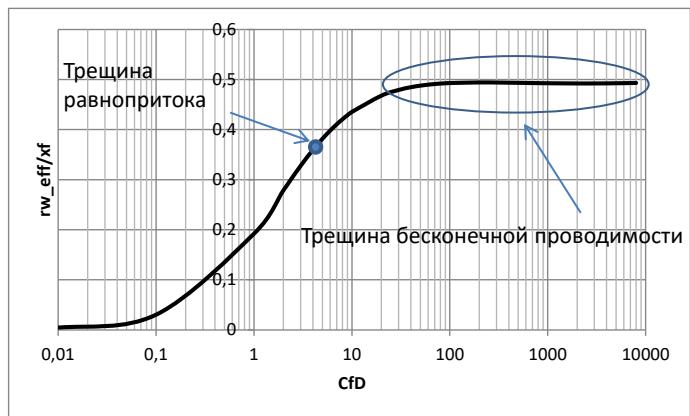
$$q = \frac{2\pi k h (p_e - p_w)}{\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right)}$$

$$\ln \frac{x_f}{r'_w} = \frac{1.65 - 0.328u + 0.116u^2}{1 + 0.18u + 0.064u^2 + 0.005u^3}$$

$$u = \ln C_{JD}$$

$$q = \frac{2\pi k h (p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right) + S_f \right]}$$

$$\begin{aligned} S_f &= \ln \frac{r_w}{r'_w} \\ r'_w &= \exp(-S_f) \end{aligned}$$



(*) Economides et al Unified Fracture Design

(с) Юдин Е.В.

60

Чуть сложнее, когда хотим определить продуктивность скважины конечной проводимости. Здесь необходимо учитывать геометрические особенности трещины и проницаемость внутри трещины.

Важно! Практически вся Западная Сибирь не потечёт, если не сделать ГРП. Поэтому крайне важно уметь считать продуктивность трещины ГРП.

Синко Ли: продуктивность трещины конечной проводимости зависит от безразмерной комбинации (безразмерной проводимости трещины):

$$C_{fD} = \frac{k_f w_f}{k x_f}, \quad (5)$$

где k_f – проницаемость трещины, w_f – средняя раскрытие трещины, k – проницаемость пласта, x_f – полудлина трещины.

Тоже используется формула Дюпюи, но чтобы найти эффективный радиус скважины, необходимо сделать промежуточные выкладки.

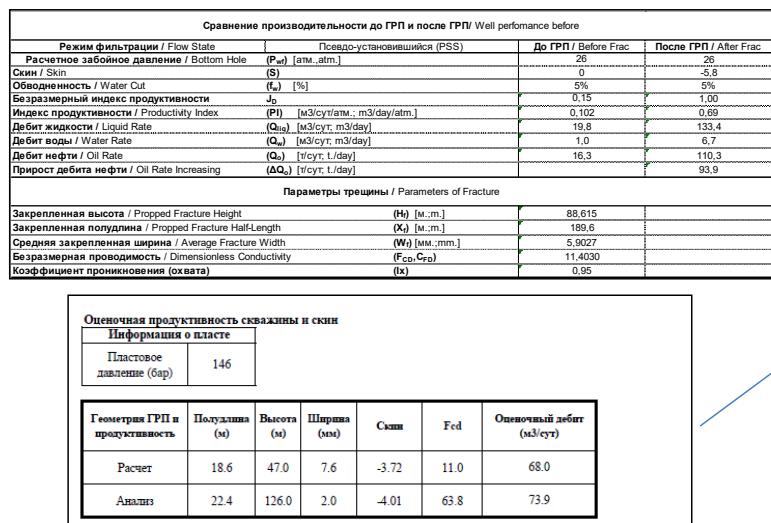
Economides упаковал численные результаты Синко Ли и нашёл удобную аппроксимацию для нахождения эффективного радиуса скважины.

Видим, что при увеличении безразмерной проводимости трещины, зависимость асимптотически приближается к значению 0.5. Так и должно быть, ведь модель трещины конечной проводимости переходит в модель бесконечной проводимости при очень больших значениях безразмерной проницаемости.

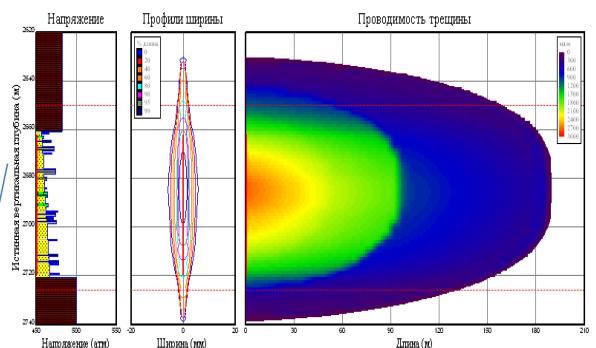
(*) Книга [доступна по ссылке](#)

Реальные трещины

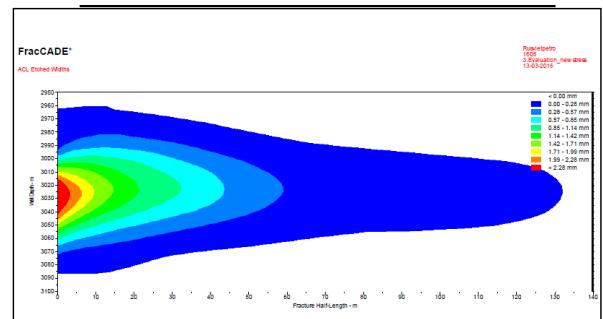
- Каковы реальные трещины?
- Зачем нужны модели трещин равнопритока и трещины бесконечной проводимости
- Реальная трещина характеризуется **неоднородным распределением проводимости по длине и ширине трещины**
- В отчетах по ГРП даются средние параметры трещины:
 - Геометрия: длина, ширина, высота
 - Средний CFD
 - Оценочный псевдорадиальный скин-фактор



Отчет о проппантном ГРП на скв. в Западной Сибири



Отчет о кислотном ГРП на скв. в Тимано-Печоре



(c) Юдин Е.В.

61

Приведены 2 реальных примера трещин ГРП.

Видим, что у трещины есть некоторое распределение раскрытия как по вертикали, так и по горизонтали; есть распределение проводимости (трещина неоднородная), но все параметры, которые есть в модели Economides можно найти в отчёте о ГРП. Как правило, в папке скважин есть 2 таких отчёта: первый отчёт о дизайне, второй отчёт о проведённом ГРП (Post Frac Report).

В отчёте о ГРП можем найти: псевдорадиальный скин-фактор, геометрию трещины (закреплённые высоту, ширину и полуслыни), безразмерную проводимость.

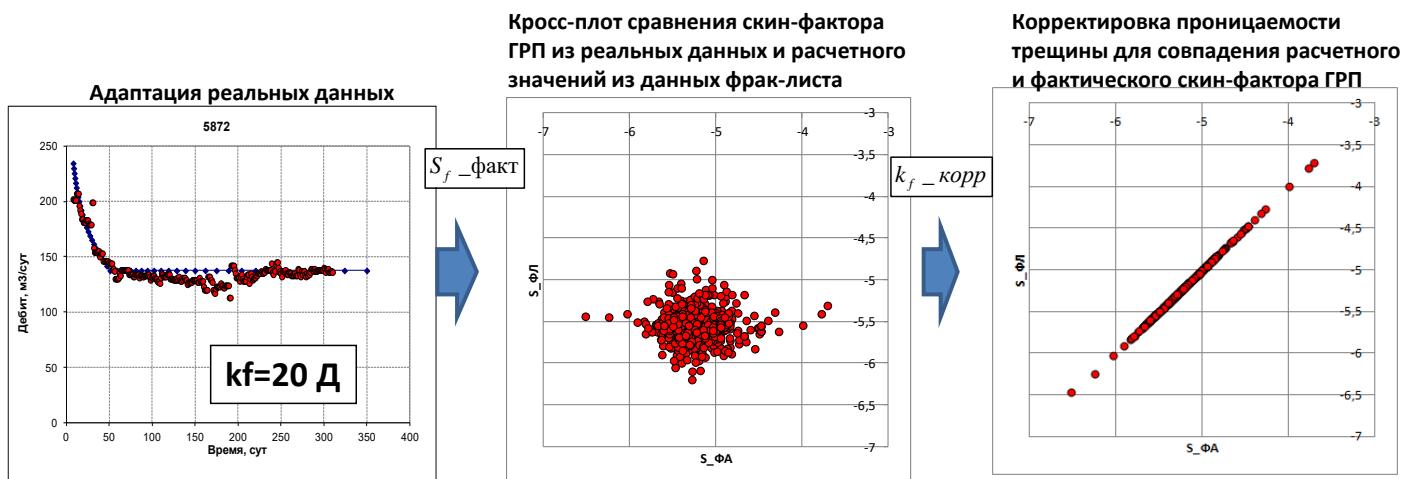
Но если возьмём скин-фактор, представленный в отчёте, подставим его в формулу Дюпюи, то получим примерно в 2 раза завышенное значение дебита. Это связано с тем, что коллеги, формулирующие Post Frac Report используют паспортные характеристики проппанта, а на самом деле во время освоения делаем много неточностей: есть неразложившийся гель, есть приток частиц/глин из пласта, есть глушение скважины. Всё это существенно снижает проницаемость трещины (если по паспорту от 100 до 300 Дарси, то по факту средняя проводимость трещины примерно 30 Дарси).

Поэтому необходимо делать собственные поправки к отчёту о проведённом ГРП.

(*) Книга доступна по ссылке

Проводимость реальных трещин

- Проводимость реальных трещин может заметно отличаться от проводимости из дизайна и отчета о ГРП
- Проницаемость реальной трещины заметно отличается от проницаемости проппанта по паспорту
- Рассмотрим результаты работы скважины на неустановившемся и псевдоустановившемся режимах
- Произведем адаптацию данных нормальной эксплуатации,



Возможные причины расхождений расчетного и фактического скин-фактора:

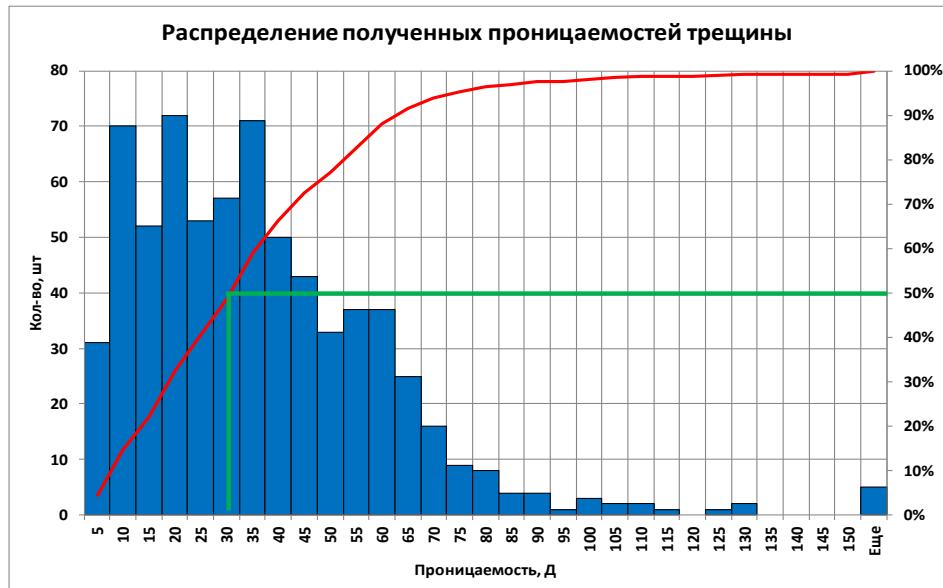
- Загрязнение трещины ГРП во время освоения
- Неравномерное распределение проппанта
- Смыкание участков трещины, «затекание глин»

(*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласти АС10-11-12, БС4-5, мел)

62

Проводимость реальных трещин

- Сравнение скин-факторов, полученных по адаптации данных нормальной эксплуатации скважин (ФА) и данных фраклиста (ФЛ) показало отсутствие какой-либо зависимости
- Скин-фактор ФЛ с учетом фактических данных (длина и ширина трещины) был адаптирован к значению по ФА с помощью подбора соответствующей проницаемости трещины
- Гистограмма распределения полученных значений показывает, что проницаемость трещины варьируется в широких пределах от нескольких Дарси до нескольких сотен Дарси
- Среднее значение проницаемости трещины составляет 34,6 Д

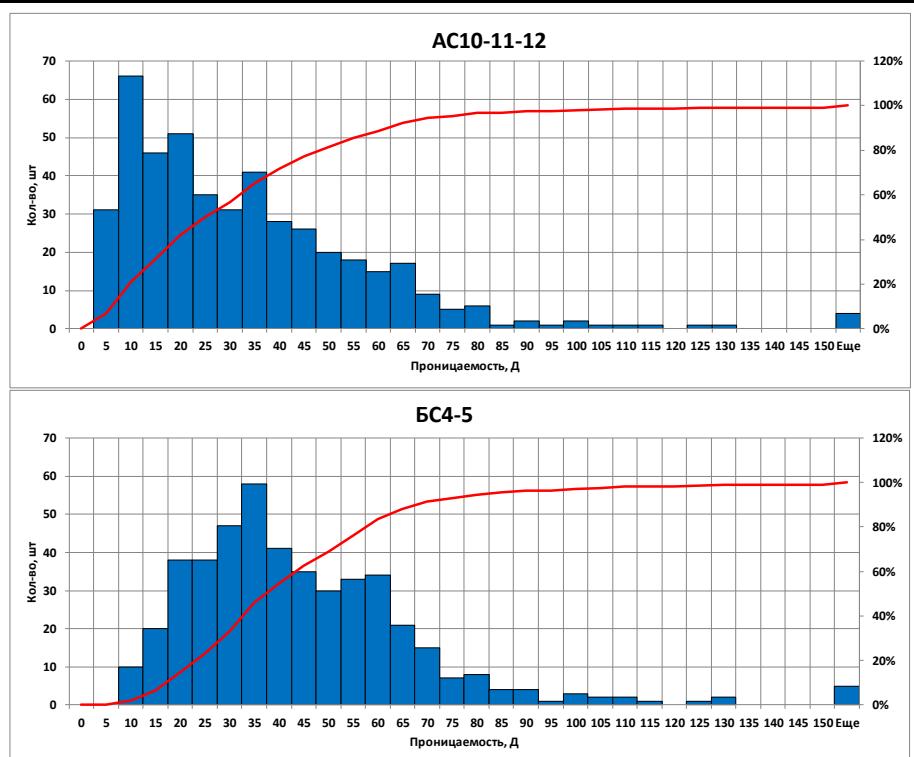


(*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласты АС10-11-12, БС4-5, мел)

63

Проводимость реальных трещин

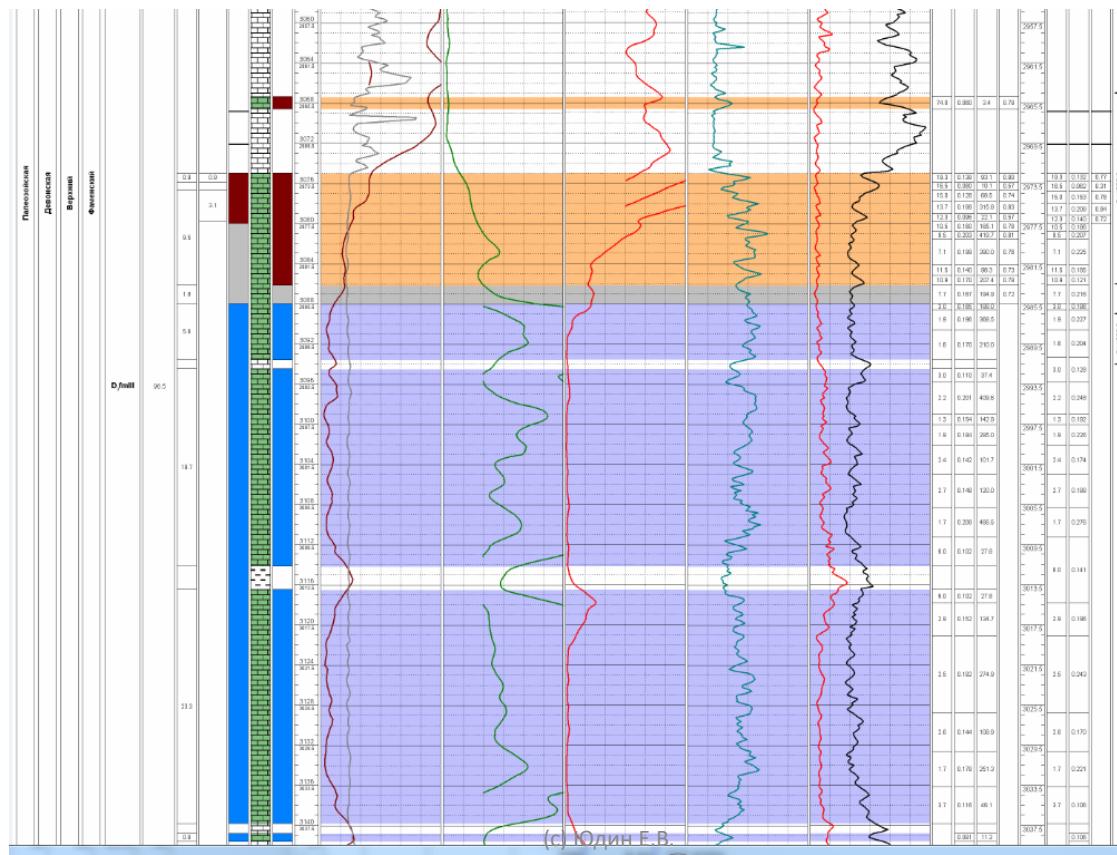
- Предлагается закрепить проницаемость трещины ГРП при расчете производительности ГС с МГРП на уровне 30 Д
- Проницаемость трещины варьируется от месторождения к месторождению (см.доп.слайды) – при используемом в анализе скважин это статистически достоверный факт – это говорит о том, что используемые модели не учитывают еще дополнительные эффекты (различная несвязность, «затекание глин», другие индивидуальные особенности каждого из месторождений и т.д.)
- Для отслеживания данного эффекта предлагается регулярно проводить анализ эффективности проведенного ГРП (по данным НЭ) в зависимости от используемого раствора гашения, параметров освоения, параметров проведения самого ГРП (проппант, гель, режим закачки), режима эксплуатации, свойств объекта под ГРП, КВЧ, PVT-свойств насыщающего флюида, и т.д.



(*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласти AC10-11-12, BC4-5, мел)

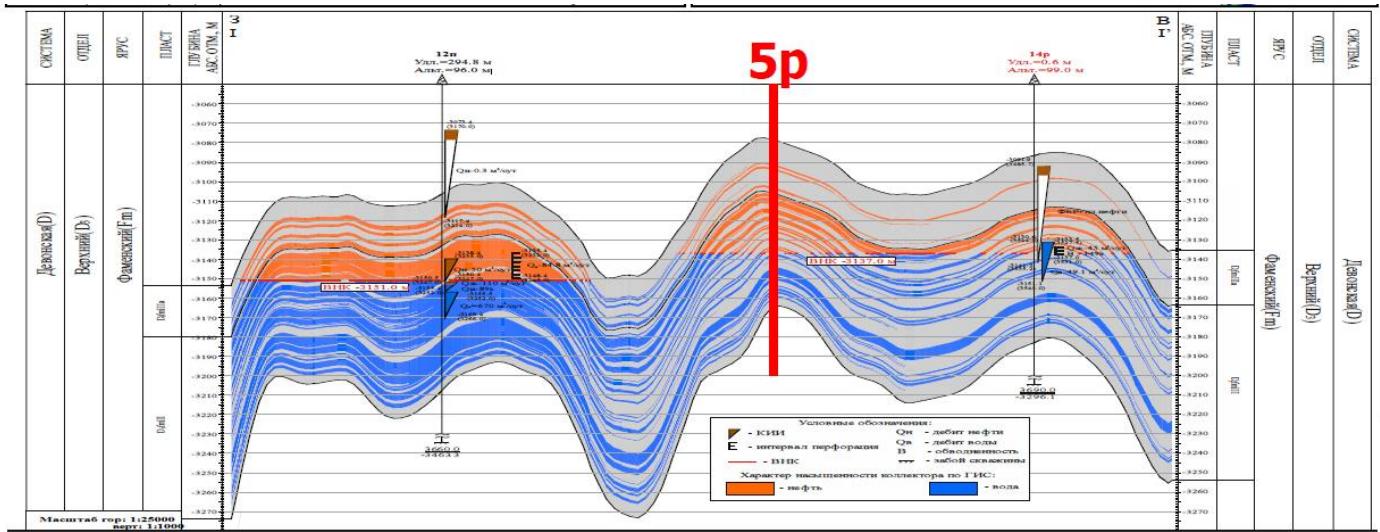
64

Упражнение II: нужен ли ГРП?



65

Упражнение II: нужен ли ГРП?



(c) Юдин Е.В.

66

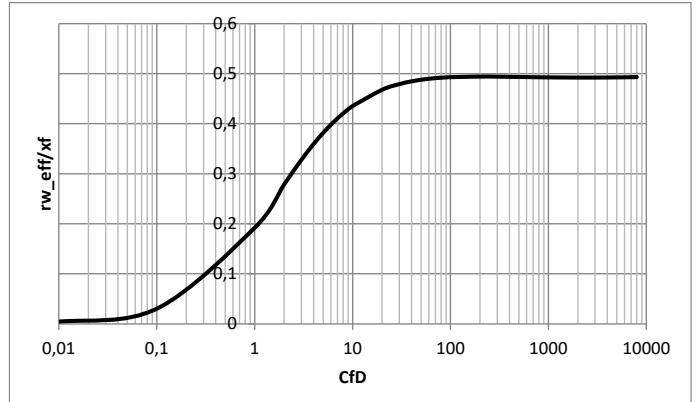
Упражнение

Дано:

- Свойства пласта:
 - Пористость 0,2
 - Вязкость 1 сПз
 - Пластовое давление 250 атм
 - Забойное давление 50 атм
 - Давление насыщения 30 атм
 - Мощность 10 м
 - Объемный коэффициент 1.2 м³/м³
 - Радиус скважины 0,108 м
 - Параметры трещины : длина 150 м, ширина 5 мм

Найти:

- Оценить кратность прироста дебита в зависимости от проницаемости пласта



$$C_{fD} = \frac{k_f w_f}{k x_f} \quad u = \ln C_{fD}$$

$$\ln \frac{x_f}{r'_w} = \frac{1.65 - 0.328u + 0.116u^2}{1 + 0.18u + 0.064u^2 + 0.005u^3}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right)}$$

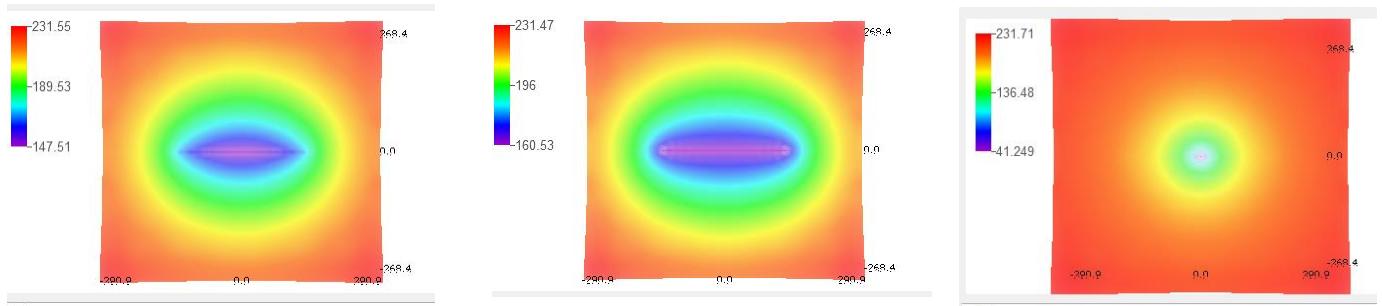
(с) Юдин Е.В.

67

3 Семинар 04.03.2022 (Юдин Е.В.)

Упражнение

Используя программу для расчета производительности скважины сложного заканчивания оценить распределение поля давления вокруг трещины конечной проводимости на различных временах



Почему распределение давления
как от вертикальной скважины?

$$\begin{aligned} kf &= 30 \text{ Д} \\ kres &= 10 \text{ мД} \end{aligned}$$

(с) Юдин Е.В.

68

Была написана программа для анализа работы скважины сложного заканчивания. Представлено поле распределения давления: для трещины равнопритока, трещины бесконечной проводимости и трещины конечной проводимости.

В рассматриваемых условиях распределение давления от трещины конечной проводимости похоже на распределение от вертикальной скважины. Почему?

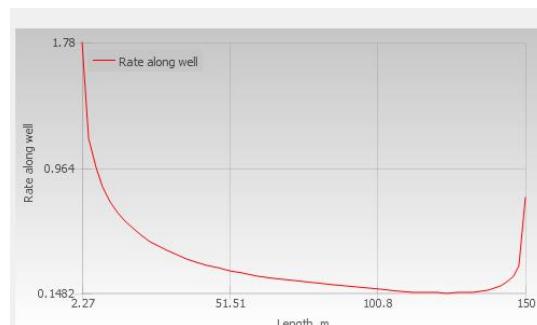
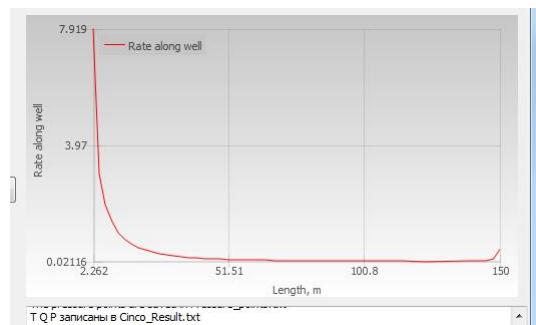
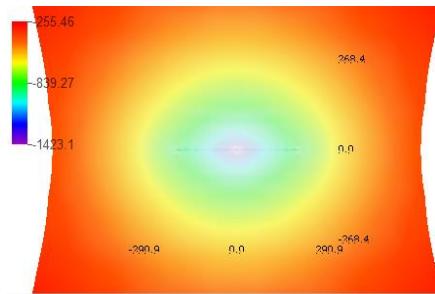
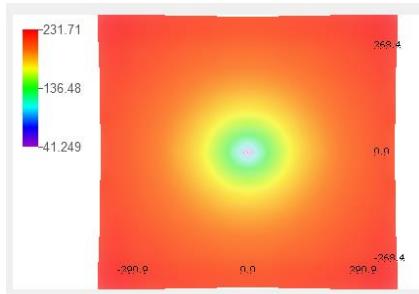
Основной приток к трещине конечной проводимости идёт с кончиков. При низкой безразмерной проводимости трещины её кончики перестают работать, работает только прискважинная зона. Поэтому и распределение давления похоже на распределение от вертикальной скважины.

Можем увеличить проводимость проппанта: пытаться запустить в трещину более крупный проппант. Для этого нужно обеспечивать большую скорость, использовать более дорогие гели (с лучшей несущей способностью). Но не всегда есть такая возможность.

Именно от безразмерной проводимости трещины зависит её продуктивность.

Упражнение

В этом и заключается механизм повышения эффективности трещин ГРП на низкопроницаемых коллекторах



(c) Юдин Е.В.

69

Показаны распределения давления для трещины с различной безразмерной проводимостью. Видим, что в случае большей безразмерной проводимости эффективность трещины выше и распределение давления напоминает форму глаза, а не круга.

Именно поэтому трещины наиболее эффективны на низкопроницаемых коллекторах: чем ниже проницаемость пласта, тем больше C_{fD} (безразмерная проводимость трещины) и тем лучше работают кончики трещины, к которым идёт основной приток.

3.1 Производительность наклонно-направленной скважины

Наклонно-направленная скважина (*)

- Рассмотрим производительность наклонно-направленной скважины в бесконечном в латеральном направлении пласте
- Для решения рассматривается уравнение пьезопроводности в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} \quad p = p(r, \theta, z, t)$$

- В статье получено точное решение данной задачи на всех режимах:
 - Способ решения – метод интегрирования точечных источников и метод отражения: сначала получаем решение в неограниченном пласте, а затем ищем суперпозицию с помощью «отражения» получившегося решения

$$\Delta p(r, \theta, z, t) = \frac{q_w}{8\varphi C_i (\pi\kappa)^{3/2} h_w \cos \theta_w} \int_0^t \left\{ \exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa\tau}\right) \times \right. \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\frac{h_w \cos \theta_w}{2}}^{\frac{h_w \cos \theta_w}{2}} \left[\exp\left(-\frac{z'^2 \operatorname{tg}^2 \theta_w - 2rz' \operatorname{tg} \theta_w \cos \theta + (z + 2nh - z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp\left(-\frac{z'^2 \operatorname{tg}^2 \theta_w + 2rz' \operatorname{tg} \theta_w \cos \theta + (z + 2nh + z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) dz' \right] d\tau \right\}$$

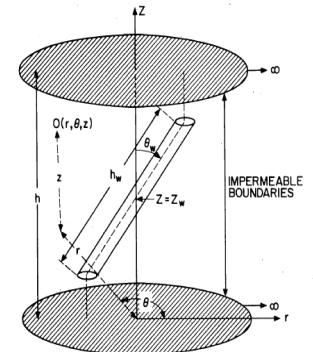


Fig. 1—Slanted well in an infinite slab reservoir.

- Поскольку авторы рассматривали решение равнопритока, то для моделирования скважины бесконечной проводимости предлагается использовать эквивалентные точки, давления в которых такие же как и для скважины бесконечной проводимости

(c) Юдин Е.В.

71

(*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Derictionally Drilled Well // SPE 5131

Вертикальные скважины в России практически сейчас не бурим. Как правило, бурим наклонно-направленные скважины от куста, к которому подведены дороги и около которого организована инфраструктура. Таким образом, важно знать формулу для производительности наклонно-направленной скважины. Как рассчитать по формуле в рамке? Сложно!

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Наклонно-направленная скважина (*)

- Далее Синко Ли по анализу численных решений заметил, что начиная с определенного времени динамика депрессии на скважине отличается на постоянную величину от динамики депрессии для вертикальной скважины (псевдорадиальный режим)
- Тогда он определил, что из этой разницы можно вычислить псевдорадиальный скин фактор:

$$p_D(r_D, \theta, z_D, t_D, \theta'_w, h_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right] + S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D)$$

- Отсюда:

$$S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D) = p_D(r_D, \theta, z_D, t'_D, \theta'_w, h_D) - \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t'_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right]$$

- Вычислив различные скин-факторы для разных углов, Синко Ли предложил корреляцию для зависимости скин-фактора от угла наклона:

$$S_\theta = p_{wD} - \left(\frac{\theta'_w}{41} \right)^{2.06} - \left(\frac{\theta'_w}{56} \right)^{1.865} \times \lg \left(\frac{h_D}{100} \right)$$

θ'_w - замеряется в обычных градусах

$$\theta'_w < 75^\circ \quad h_D = \frac{h}{r_w}$$

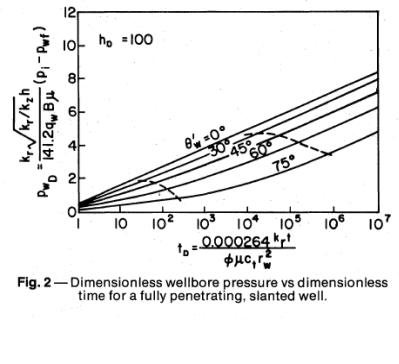


Fig. 2 — Dimensionless wellbore pressure vs dimensionless time for a fully penetrating, slanted well.

- Упражнение:** построить зависимость скин фактора от угла наклона для пласта мощностью 20 м

72

(c) Юдин Е.В.

(*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Derictionally Drilled Well // SPE 5131

Важно! Полученная формула для скин-фактора

$$S_\theta = - \left(\frac{\theta'_w}{41} \right)^{2.06} - \left(\frac{\theta'_w}{56} \right)^{1.865} \cdot \lg \left(\frac{h_D}{100} \right) \quad (6)$$

верна при полном вскрытии пласта скважиной.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Наклонно-направленная скважина (*)

- Besson et al в своей работе создал полуаналитический симулятор на точечных источниках. Для вывода аналитического выражения, авторы сравнивали скрин-фактор наклонной скважины данной длины, полностью вскрывающей пласт (таким образом длина скважины зависит от угла наклона) и скрин-фактор горизонтальной скважины, расположенной в центре пласта (по модели Giger):

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right)$$

L - длина скважины

- Из их корреляции получилось, что:

$$S_\theta - S_{gH} = \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \frac{h}{L} \ln\left(\frac{L}{h}\right)$$


$$S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w}\right)$$

- Относительно угла наклона формула выглядит следующим образом

$$S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w \cos \theta_w}{h}\right) + \cos \theta_w \ln\left(\frac{h}{4r_w \sqrt{\cos \theta_w}}\right)$$

- Упражнение:** построить зависимость скрин-фактора от угла наклона по формуле Besson et al для пласта мощностью 20 м, сравнить с моделью Cinco Ley et al

73

(с) Юдин Е.В.

(*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

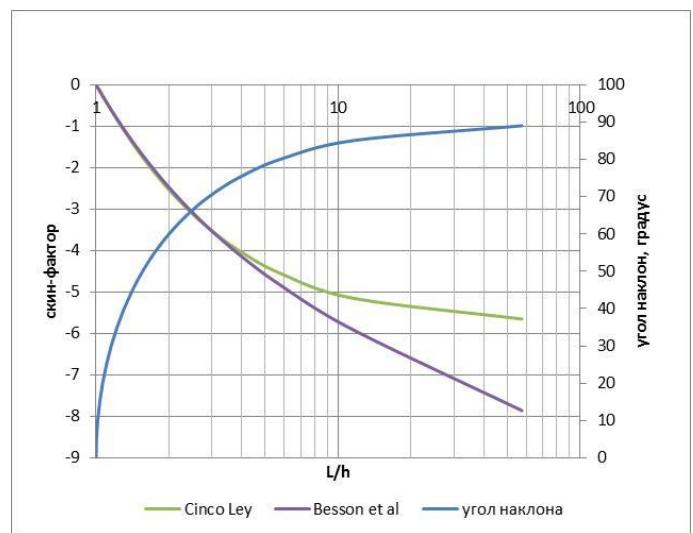
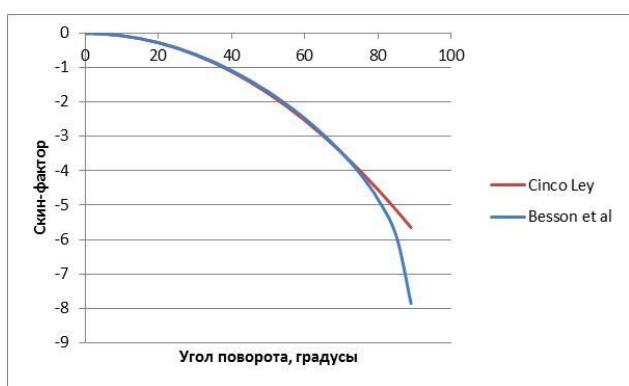
Besson вывел формулу из более физических соображений, но также как у Синко Ли у него был численный симулятор, основанный на методе источников, и он сравнил как множество полученных численных решений отличается от решения для вертикальной скважины.

Besson получил более физически обоснованную корреляцию. Формулы относительно длины скважины в продуктивном пласте и относительно угла наклона представлены в красных рамках.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Наклонно-направленная скважина (*)

- Сравнение формул Besson et al и Cinco Ley в размерных и безразмерных координатах для пласта мощностью 20 м
- Видно, что расхождение начинается при углах более 75 градусов



(с) Юдин Е.В.

74

Видим, что полученные формулы для скин-фактора наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей пласт, очень хорошо совпадают.

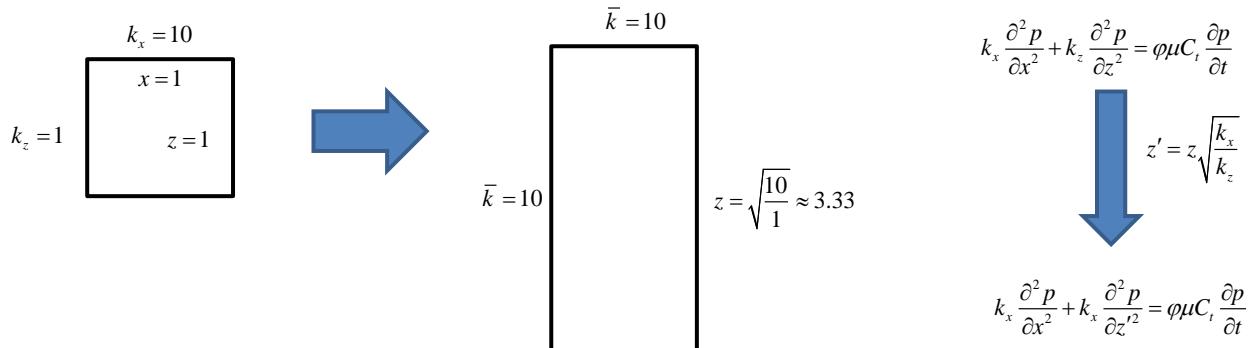
Формула Бессона работает условно до 89 градусов.

Формула Синко Ли работает только до 75 градусов.

3.2 Учёт вертикальной анизотропии

Учет вертикальной анизотропии

- На производительность горизонтальной и наклонной направленной скважины огромное влияние оказывает вертикальная анизотропия
- Рассмотрение фильтрации в анизотропном пласте можно свести к рассмотрению фильтрации в изотропном пласте в эффективной среде, в которой меньшая проницаемость «компенсируется» большим расстоянием



- В более общем случае:

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \varphi \mu C_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

преобразования координат

$$\begin{aligned} x' &= ax \\ y' &= by \\ z' &= cz \end{aligned} \quad a \cdot b \cdot c = 1$$

Дебит скважины

$$q = \oint_S \frac{k}{\mu} \nabla p \cdot dS$$

Поток через площадку

$$\vec{u} \cdot dS$$

Поток через площадку

$$k_x \frac{\partial p}{\partial x} dz dy + k_y \frac{\partial p}{\partial y} dx dz + k_z \frac{\partial p}{\partial z} dxdy = \bar{k} \frac{\partial p}{\partial x'} dz' dy' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial y'} dx' dz' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial z'} dx' dy'$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} x \\ y' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} y \\ z' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} z \end{aligned}}$$

(c) Юдин Е.В.

75

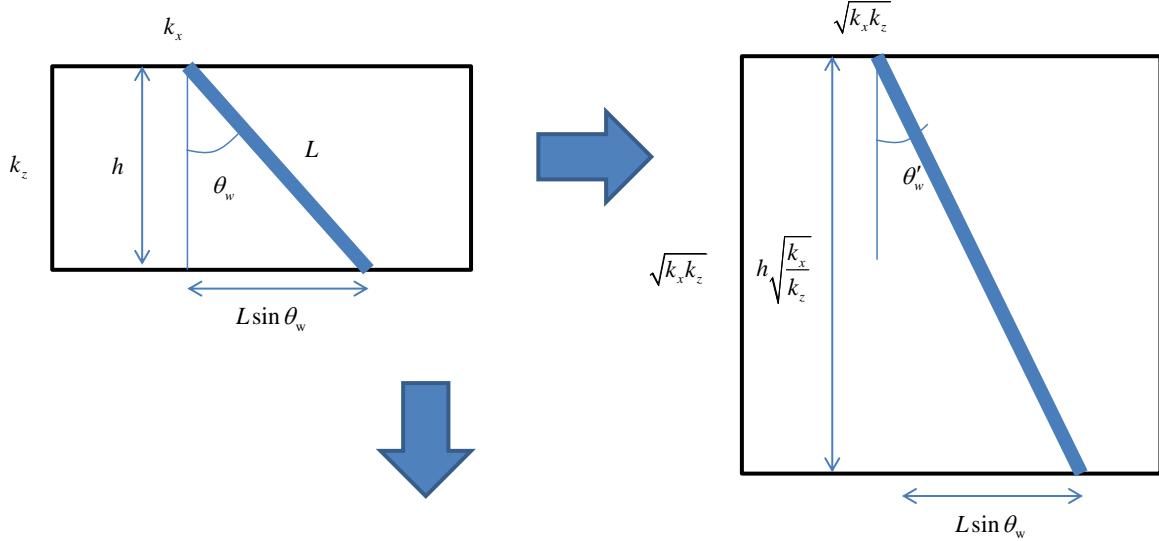
Когда говорим о наклонно-направленной скважине необходимо учитывать наличие вертикальной составляющей потока. Тогда необходимо учесть и анизотропию пласта.

Используется замена координат так, чтобы привести данный анизотропный случай к эффективному изотропному.

При переходе от одной системе координат к другой должны задать, что поток через произвольную площадку в исходной и новой системах координат один и тот же. При выполнении этого условия дебит не изменится при переходе к новой системе координат.

Учет вертикальной анизотропии

- В случае наклонно направленной скважины в случае наличия анизотропии, формула для ее вычисления корректируется следующим образом:



$$L' = L \sqrt{\sin^2 \theta_w + \frac{k_x}{k_z} \cos^2 \theta_w}$$

$$\operatorname{tg} \theta'_w = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w$$

$$r'_w = \frac{r_w}{2} \left[1 + \sin(\theta'_w + \theta''_w) \sqrt{\frac{k_x}{k_z} \sin^2 \theta_w + \cos^2 \theta_w} \right]$$

$$\theta''_w = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{ctg} \theta_w \right) \quad \theta'_w = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w \right)$$

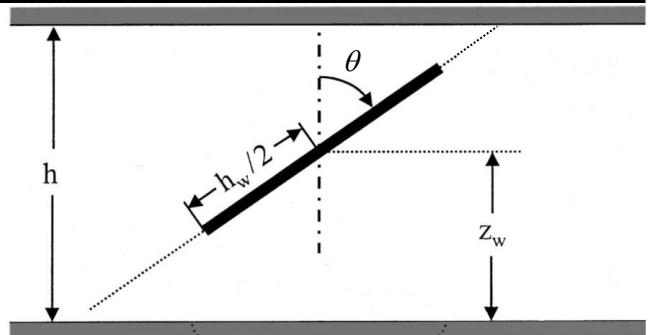
(c) Юдин Е.В.

76

Наклонно-направленная скважина (*)

- Ozkan и Raghavan также предложили свою модель для наклонно-направленной скважины
- Получили аналитическую аппроксимацию на больших временах для наклонной скважины конечного вскрытия
- В отличие от предыдущих моделей не является корреляцией

$$s_\theta = 1 + \frac{2}{h_{wD} \sin \theta'} \sigma \left(r_D \cos \psi, r_D \sin \psi, -\frac{h_{wD}}{2} \sin \theta', \frac{h_{wD}}{2} \sin \theta' \right) + F$$



$$\sigma(x, y, a, b) = \frac{1}{4} \left\{ (x-b) \ln \left[(x-b)^2 + y^2 \right] - (x-a) \ln \left[(x-a)^2 + y^2 \right] - \frac{y}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{x-a}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x-b}{y} \right) \right\},$$

$$F = -\frac{h_D}{2h_{wD}} \left\{ \ln \left[1 - 2 \exp(-\lambda) \cos \pi \left(\frac{z_D + z_{wD} + e}{h_D} \right) + \exp(-2\lambda) \right] + \ln \left[1 - 2 \exp(-\lambda) \cos \pi \left(\frac{z_D - z_{wD} - e}{h_D} \right) + \exp(-2\lambda) \right] \right\},$$

$$\frac{h_{wD}}{h_D} \geq \frac{2.3}{\sin \theta'} \quad e = (z_D - z_{wD}) \cos^2 \theta' \quad \theta' = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k_V}{k_H}} \operatorname{tg} \theta \right) \quad \lambda = \frac{\pi r_D \sin \psi}{h_D \sin \theta'} \quad h_{wD} = \frac{h_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_H}{k_V} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$$

$$r_D = \sqrt{1 + 0.09 h_{wD}^2 \sin^2 \theta'} \quad z_D = \begin{cases} z_{wD} + 0.3 h_{wD} \cos \theta', & \text{если } z_w \geq h/2, \\ z_{wD} - 0.3 h_{wD} \cos \theta', & \text{если } z_w < h/2, \end{cases} \quad z_{wD} = \frac{z_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

$$\psi = \arccos \left(\frac{0.3 h_{wD} \sin^2 \theta'}{r_D} \right)$$

(c) Юдин Е.В.

77

(*) Ozkan E. And Raghavan R.: "Computationally Efficient, Transient-Pressure Solution for Inclined Wells", paper SPE 66206, 2000.

Другой подход к определению производительности наклонно-направленной скважины.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Горизонтальная или наклонно-направленная скважина?

- Часто возникает вопрос какую скважину выбрать: горизонтальную или наклонно-направленную
- Много влияющих факторов: подстилающая вода, газовая шапка, наличие трещин, вертикальная неоднородность, расчлененность пласта (остановимся на каждом из них)
- Если выбирать по производительности, то ответ можно получить из аналитических выражений:

Горизонтальная скважина

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2\right)}\right)$$

Наклонно-направленная скважина

$$\begin{aligned} S_\theta &= \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w}\right) \\ S_\theta &= \ln\left(\frac{4r_w \cos \theta_w}{h}\right) + \cos \theta_w \ln\left(\frac{h}{4r_w \sqrt{\cos \theta_w}}\right) \end{aligned}$$

VS

В случае наличия анизотропии

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2\right)}\right)$$

VS

$$\begin{aligned} S_\theta &= \ln\left(\frac{4r'_w}{L\gamma}\right) + \frac{\alpha h}{\gamma L} \ln\left(\frac{\sqrt{\alpha\gamma Lh}}{4r'_w}\right) \\ r'_w &= \frac{r_w}{2} \left[1 + \sin(\theta'_w + \theta''_w) \sqrt{\alpha^2 \sin^2 \theta_w + \cos^2 \theta_w} \right] \\ \gamma &= \sqrt{\sin^2 \theta_w + \alpha^2 \cos^2 \theta_w} \quad \theta'_w = \arctg\left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w\right) \quad \theta''_w = \arctg\left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{ctg} \theta_w\right) \\ \cos \theta_w &= \frac{L}{H} \quad \alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \end{aligned}$$

(c) Юдин Е.В.

78

(*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Упражнение

Дано:

Свойства пласта:

- Пористость 0,2
- Вязкость 10 сПз
- Проницаемость 10 мД
- Пластовое давление 250 атм
- Забойное давление 50 атм
- Давление насыщения 30 атм
- Мощность 20 м
- Объемный коэффициент 1,2

Найти:

- Проанализировать производительность горизонтальной и наклонно-направленной скважины в изотропном пласте (показать, что горизонтальная скважина всегда лучше в изотропном пласте)
- Проанализировать производительность горизонтальной и наклонно-направленной скважины в анизотропном пласте, показать, когда лучше бурить наклонно-направленную скважину

Указание: построить несколько графиков в координатах «разность скин-факторов» vs «отношение длины скважины к мощности пласта» для различных соотношений вертикальной и горизонтальной проницаемостей, затем построить карту применения технологии

$$q_H = \frac{k_h h \Delta p}{18.4 \mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S_{gH} \right)}$$

$$q_\theta = \frac{k_h h \Delta p}{18.4 \mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S_\theta \right)}$$

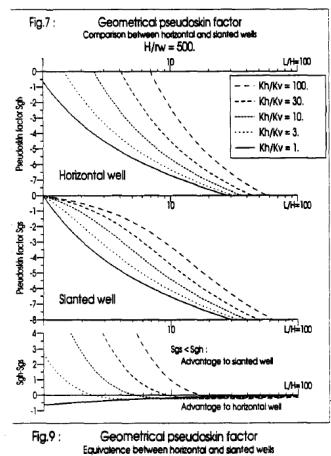


Fig. 7 : Geometrical pseudoskin factor
Comparison between horizontal and slanted wells
 $H/rw = 500$

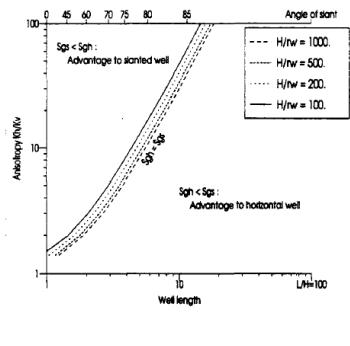


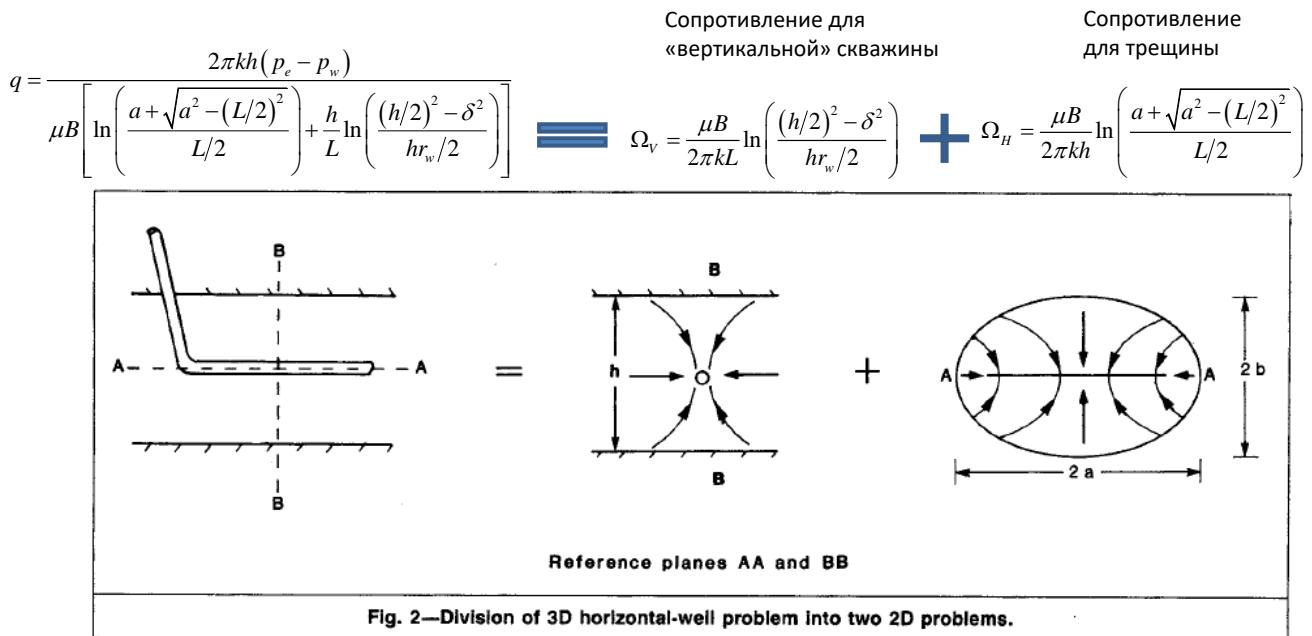
Fig. 9 : Geometrical pseudoskin factor
Equivalence between horizontal and slanted wells
influence of anisotropy

(с) Юдин Е.В.

3.3 Производительность горизонтальной скважины

Производительность горизонтальных скважин: модель Joshi

- Задача 3D фильтрации разбивается на сопряжение двух 2D задач
- Метод фильтрационных сопротивлений и аналогия с законом Ома



(*) Joshi S.D. Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells // SPE 15375.

81

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Производительность горизонтальных скважин: модель Joshi

- С учетом анизотропии, производительность горизонтальной скважины в эллипсе постоянного давления:

$$q = \frac{2\pi k_H h (p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right) + \frac{\beta h}{L} \ln \left\{ \beta \left(\frac{(h/2)^2 - \delta^2}{hr_w/2} \right) \right\} \right]}$$

$$q = \frac{k_H h (p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[\ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right) + \frac{\beta h}{L} \ln \left\{ \beta \left(\frac{(h/2)^2 - \delta^2}{hr_w/2} \right) \right\} \right]}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

- Проницаемость эквивалентной системы:

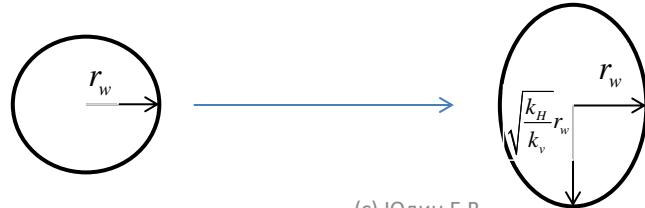
$$\bar{k} = \sqrt{k_H k_V}$$

- Переход к анизотропному случаю происходит, путем преобразования вертикальной координаты:

$$Z \longrightarrow Z \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

- Таким образом более низкая вертикальная проницаемость моделируется большим расстоянием для фильтрации

$$r_w \longrightarrow \frac{r_w}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \right)$$



(c) Юдин Е.В.

(*) Joshi S.D. Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells // SPE 15375.

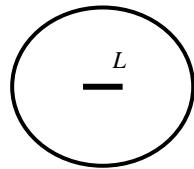
82

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Производительность горизонтальных скважин: другие полезные модели

- Модель Борисова (*) – самая первая модель фильтрации к ГС в круговой области:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]} \quad r_e \gg L$$



- Модель Борисова с учетом анизотропии, симметрия с формулой Joshi:

$$q = \frac{2\pi k_h h(p_e - p_w)}{\mu B \left[\ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{\beta^2 h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]}$$

$$q = \frac{k_h h(p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[\ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{\beta^2 h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]}$$

$$\tilde{r}_w = \frac{r_w}{2}(1+\beta)$$

- Модель Giger (**)

$$q = \frac{2\pi k_h h}{\mu B} \left[\frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}}\right) + \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right)} \right]$$

$$q = \frac{k_h h}{18.4 \mu B} \left[\frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}}\right) + \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right)} \right]$$

δ -смещение
относительно
центра

$$\tilde{r}_w = \frac{r_w}{2}(1+\beta)$$

$$r_e \gg L$$

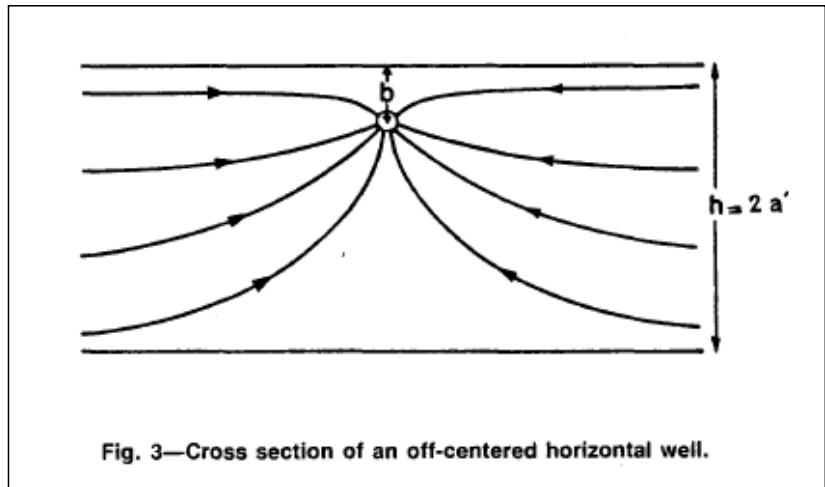


Fig. 3—Cross section of an off-centered horizontal well.

(*) Борисов Ю.П. и др. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами.
(**) Giger F.M. Low-Permeability Reservoirs Development Using Horizontal Wells // SPE 16406

83

(*) Книга доступна по ссылке

Производительность горизонтальных скважин: производительность в прямоугольном пласте

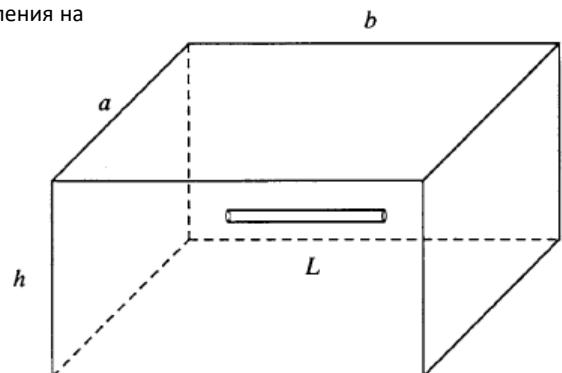
- Модель Renard, Dupuy (*) – самая простая модель по производительности скважины в центре прямоугольного пласта с заданием постоянного давления на внешних границах :

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \left[\frac{p_e - p_w}{\frac{h}{L} \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w} \right) + \cosh^{-1} \left[\frac{\cosh \left(\frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left(\frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right]$$

- Модифицируем данную модель для случая вертикальной анизотропии смещения скважины относительно вертикали :

$$q = \frac{2\pi k_h h}{\mu B} \left[\frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln \left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}} \right) + \cosh^{-1} \left[\frac{\cosh \left(\frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left(\frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right] \quad \tilde{r}_w = \frac{r_w}{2} (1 + \beta)$$

$$q = \frac{k_h h}{18.4 \mu B} \left[\frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln \left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}} \right) + \cosh^{-1} \left[\frac{\cosh \left(\frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left(\frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right]$$



(*) Renard G., Dupuy J.M. Formation Damage Effects on Horizontal Well Flow Efficiency // SPE 19414

84

(*) Книга доступна по ссылке

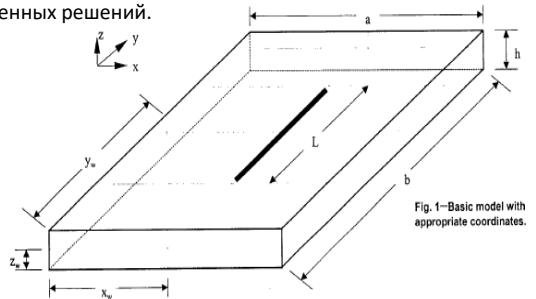
Производительность горизонтальных скважин: производительность в прямоугольном пласте

- Helmy M.W. и Wattenbarger R.A. et al (*) – корреляционная модель на основе численных решений.
- На внешней границе - условия отсутствия перетока
- На скважине задан дебит и забойное давление соответственно:

$$J_{CR} = \frac{2\pi k_{eq} b_{eq}}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A_{eq}}{e^\gamma r_{weq}^2 C_A} + S_p \right)}$$

$$J_{CP} = \frac{2\pi k_{eq} b_{eq}}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \frac{4A_{eq}}{e^\gamma r_{weq}^2 C_{ACP}} + S_{pCP} \right)}$$

$$\ln C_A = 4.485 - \left[4.187 - 12.56 \left(\frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right) + 12.56 \left(\frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^2 \left(\frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) + 2.0 \ln \left(\frac{\pi z_{weq}}{h_{eq}} \right) + \ln \left(\frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) \right]$$



$$S_p = \left(\left(\frac{b_{eq}}{L_{eq}} \right)^{0.858} - 1 \right) \times \left\{ -0.025 + 0.022 \ln C_A - 3.791 \ln \left(\frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) + \left[\frac{1.289 - 4.751 \left(\frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right) + 4.652 \left(\frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right)^2 + 1.654 \left(\frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right) - 1.718 \left(\frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right)^2}{\left(\frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) \left(\frac{a_{eq}}{b_{eq}} \right)^{1.472}} \right] \right\}$$

$$\ln C_{ACP} = 2.607 - \left(4.74 - 10.353 \left(\frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^{1.115} + 9.165 \left(\frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^{2.838} \right) \left(\frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right)^{1.011} + 1.810 \ln \left(\frac{\pi z_{weq}}{h_{eq}} \right) + 2.056 \ln \left(\frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right)$$

$$S_{pCP} = \left(\left(\frac{b_{eq}}{L_{eq}} \right)^{1.233} - 1 \right) \times \left\{ 2.894 + 0.003 \ln C_A - 0.453 \ln \left(\frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) + \left[\frac{0.388 - 1.278 \left(\frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right) + 0.715 \left(\frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right)^2 + 1.278 \left(\frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right) - 1.215 \left(\frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right)^2}{\left(\frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) \left(\frac{a_{eq}}{b_{eq}} \right)^{1.711}} \right] \right\}$$

$$a_{eq} = a \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_x}} \quad b_{eq} = b \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_y}} \quad z_{weq} = z_w \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_z}} \quad h_{eq} = h \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_z}} \quad L_{eq} = L \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_y}} \quad k_{eq} = \sqrt{k_x k_y k_z} \quad A_{eq} = a_{eq} h_{eq}$$

(*) Helmy M.W., Wattenbarger R.A. Simplified Productivity Equations for Horizontal Wells Producing at Constant Rate and Constant Pressure // SPE 49090

85

(*) Книга доступна по ссылке

Производительность горизонтальных скважин: модель Kuchuk et al

- **Модель Kuchuck(*)** – рассматривается бесконечный в латеральном направлении пласт, на границах задаются условия неперетока или смешанные граничные условия (**)
- Получены следующие аналитические выражения для отсутствия потока на обеих границах и отсутствия потока на нижней границе и поддержания давления на верхней соответственно (в пространстве Лапласа)
- Рассматриваются решения равнопритока, которые потом осредняются по длине скважины

$$\tilde{p}_{wD}(s) = \frac{2}{s} \sum_{j=1}^{\infty} F\left(s + \frac{\pi^2(2j-1)^2}{4h_D^2}\right) \cos\left(\frac{(2j-1)\pi z_{wD}}{h_D}\right) \cos\left(\frac{(2j-1)\pi z_D}{h_D}\right)$$

$$\tilde{p}_{wD}(s) = \frac{1}{s} F(s) + \frac{2}{s} \sum_{j=1}^{\infty} F\left(s + \left(\frac{j\pi}{h_D}\right)^2\right) \cos\left(\frac{j\pi z_{wD}}{h_D}\right) \cos\left(\frac{j\pi z_D}{h_D}\right)$$

$$F(u) = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(u) du}{u^2(u^2 + \beta)^{1/2}} \quad z_D = \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \frac{z}{L/2} \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L} \sqrt{\frac{k_x}{k_y} + \frac{k_x}{k_z}} \quad t_D = \frac{kt}{\varphi \mu C_t}$$

- На псевдорадиальном режиме получены удобные аналитические выражения для случая непроницаемых и смешанных границ соответственно:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 2.4228] + S_z$$

$$p_{wD}^{ss} = \frac{h_D}{2} \ln \left[\frac{4h_D}{\pi r_{wD}} \cot \left(\frac{\pi z_{wD}}{h_D} \right) \right] - \frac{h_D}{2} (h_D - z_{wD})$$

$$S_z \approx -\frac{h_D}{2} \ln \left[\frac{2\pi r_{wD}}{h_D} \sin \left(\frac{\pi z_{wD}}{h_D} \right) \right] - \frac{h_D}{2} \left(\frac{h_D}{3} - z_{wD} + \frac{z_{wD}^2}{h_D} \right)$$

$$h_D < 2.5$$

(*) Kuchuk F.J., Goode P.A., Wilkinson D.J., Thambayagam R.K.M. Pressure Transient Behavior of Horizontal Wells With and Without Gas Cap or Aquifer // SPE 17413
 (**) (когда какие условия применять?)

(**) Книга доступна по ссылке

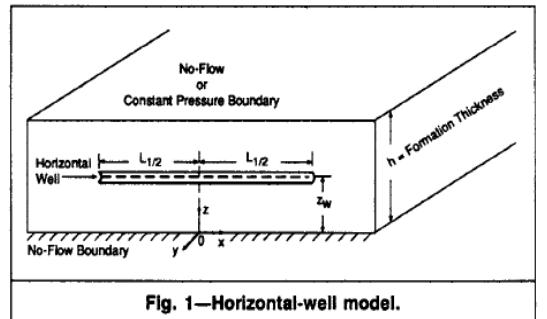
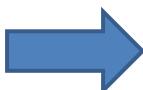


Fig. 1—Horizontal-well model.

Наилучшая формула для горизонтальной скважины

- Формул, описывающих производительность горизонтальной скважины, огромное множество. **какую выбрать?**
- Besson et al в своей работе исследовал корректность формул
- С помощью созданного полуваналического симулятора на точечных источниках. Авторы сравнивали отклонение производительности горизонтальной скважины от вертикальной, получая таким образом псевдо-радиальный скин-фактор горизонтальной скважины
- Например, для горизонтальной скважины по модели Giger и вертикальной скважины получаем:

$$p_{DH} = \frac{h}{L} \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w \cos \frac{\pi e}{h}} \right) + \ln \left(\frac{4r_e}{L} \right)$$

$$p_{DV} = \ln \frac{r_e}{r_w}$$


$$S_{gH} = p_{DH} - p_{DV} = \frac{h}{L} \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w \cos \frac{\pi e}{h}} \right) + \ln \left(\frac{4r_w}{L} \right)$$

- Данный скин-фактор делится на три части:

$$S_{gH} = S_F + S_{vc} + S_e = \left(\frac{4r_w}{L} \right) + \frac{h}{L} \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w} \right) + \frac{h}{L} \ln \left(\frac{1}{\cos \frac{\pi e}{h}} \right)$$

- Отвечает за схождение потока в горизонтальной плоскости
- Отвечает за схождение потока в вертикальной плоскости
- Отвечает за дополнительное фильтрационное сопротивления из-за смещения относительно центра

- Аналогично для модели Joshi:
- $$S_{gH} = \ln \left(\frac{4r_w}{L} \right) + \frac{h}{L} \ln \left(\frac{h}{2r_w} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{2e}{h} \right)^2 \right)} \right)$$
- Аналогично для модели Kuchuk:
- $$S_{gH} = \ln \left(\frac{4r_w}{L} \right) + \frac{h}{L} \ln \left[\frac{h}{2\pi r_w \cos \left(\frac{\pi e}{h} \right)} \right] - \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left(\frac{1}{6} + 2 \left(\frac{e}{h} \right)^2 \right)$$

(c) Юдин Е.В.

87

(*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

(*) Книга доступна по ссылке

Наилучшая формула для горизонтальной скважины

- Проанализировав все выведенные формулы с помощью разработанного численного симулятора авторы, сделали следующие рекомендации по их использовании
- Для скважины в центре формула **Giger** дает точный результат для $\frac{L}{h} > 1$
- Формула **Joshi** хорошо работает для длинных стволов $\frac{L}{h} \gg 1$
- Для скрин-фактора из-за смещения относительно центра хорошо работает формула **Joshi и Kuchuck**
- Предлагаются следующие формулы для расчета производительности горизонтальной скважины:**

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{1}{1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2}\right) \quad \frac{L}{h} > 2$$

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left[\frac{h}{2\pi r_w \cos\left(\frac{\pi e}{h}\right)}\right] - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{6} + 2\left(\frac{e}{h}\right)^2\right) \quad \frac{L}{h} > 0.4$$

- В случае наличия вертикальной анизотропии:**

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2}\right)$$

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left[\frac{h}{2\pi r_w \cos\left(\frac{\pi e}{h}\right)} \frac{2\alpha}{1+\alpha}\right] - \left(\frac{\alpha h}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{6} + 2\left(\frac{e}{h}\right)^2\right)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

(c) Юдин Е.В.

88

(*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

(*) Книга доступна по ссылке

Упражнение

Дано:

- Свойства пласта:
 - Пористость 0,2
 - Вязкость 10 сПз
 - Проницаемость 10 мД
 - Пластовое давление 250 атм
 - Забойное давление 50 атм
 - Давление насыщения 30 атм
 - Мощность 15 м

Найти:

- Оценить дебит горизонтальной скважины (длина 200м) для следующих параметров:
 - Отношение вертикальной к горизонтальной проницаемости 0,01
 - Изотропный случай

$$q_H = \frac{k_h h \Delta p}{18.4 \mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S_{gH} \right)}$$

$$S_{gH} = \ln \left(\frac{4r_w}{L} \right) + \frac{\alpha h}{L} \ln \left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{2e}{h} \right)^2 \right)} \right)$$

(с) Юдин Е.В.

89

Пусть смещение скважины относительно центра $e = 0$ и отношение вертикальной к горизонтальной проницаемости равно 0.01, тогда

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} = 10 \quad (7)$$

и псевдо-радиальный скин-фактор

$$S_{gH} \approx \ln \left(\frac{4 \cdot 0.108}{200} \right) + \frac{10 \cdot 15}{200} \ln \left(\frac{15}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.108} \cdot \frac{2 \cdot 10}{11} \cdot \frac{1}{1 - 0^2} \right) \approx -3.37 \quad (8)$$

и дебит горизонтальной скважины

$$q_H \approx \frac{10 \cdot 15 \cdot (250 - 50)}{18.4 \cdot 10 \cdot 1.2 \cdot \left(\ln \frac{500}{0.108} - 3.37 \right)} \approx 26.8 \text{ м}^3/\text{сут} \quad (9)$$

Теперь рассмотрим изотропный случай, тогда $\alpha = 1$ и псевдо-радиальный скин-фактор

$$S_{gH} \approx \ln \left(\frac{4 \cdot 0.108}{200} \right) + \frac{15}{200} \ln \left(\frac{15}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.108} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{1 - 0^2} \right) \approx -5.9 \quad (10)$$

и дебит горизонтальной скважины

$$q_H \approx \frac{10 \cdot 15 \cdot (250 - 50)}{18.4 \cdot 10 \cdot 1.2 \cdot \left(\ln \frac{500}{0.108} - 5.9 \right)} \approx 53.5 \text{ м}^3/\text{сут} \quad (11)$$

В изотропном и анизотропном пластах получаем разные дебиты, отличающиеся друг от друга в 2 раза. Продуктивность горизонтальной скважины в анизотропном пласте существенно ниже.

Другими словами, видим, что ошибка в анизотропии (которую нелегко измерить) даёт значительную ошибку в ожидаемой продуктивности горизонтальной скважины.

3.4 Подходы к планированию производительности скважины произвольного заканчивания

Моделирование производительности скважины произвольного заканчивания

- Моделирование скважины произвольного заканчивания происходит путем разбиения скважины на элементы (источники)
- Для каждого из источников существует аналитическое решение для зависимости динамики давления от времени в любой точке пласта:

$$\Delta p_{source}(x, y, z, t) = q(t) \cdot f(x, y, z, t)$$

- Для нахождения мощности источников записывается система уравнений для давления вдоль в точках на скважине ($N-1$) уравнений:

$$\Delta p_j = \Delta p(x_j, y_j, z_j, t) = \int_0^t \sum_{i=1}^N q_i(\tau) \cdot f(r_{ij}, t-\tau) d\tau$$

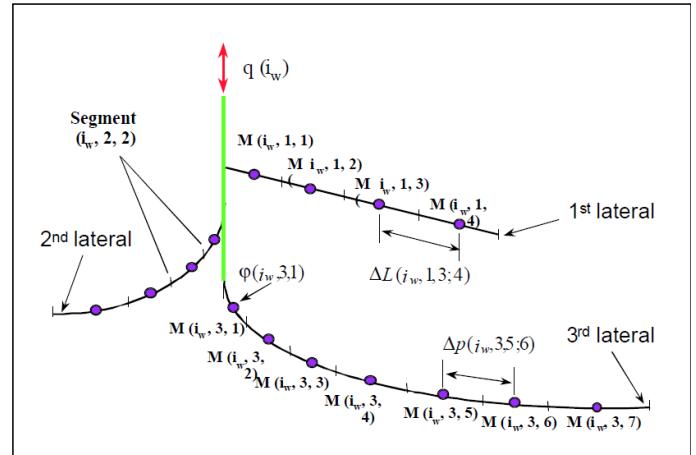
- Замыкает эту систему задание условий на скважине – постоянный дебит или постоянное забойное давление:

$$\Delta p_i = const \quad \sum_{i=1}^N q_i = q_w$$

- Проблемы классической постановки задачи и расчета производительности скважины:
 - Необходимость расчета интеграла, как следствие двойное суммирование
 - Долгое время счета на больших временах

- Использование преобразования Лапласа:

- Удобный вид
- Возможность моделирования трещиноватых пластов
- Независимость скорости счета от времени расчета
- Связь решений с постоянным дебитом и давлением



В случае произвольного заканчивания аналитические решения в принципе строить не можем. Необходимо решать численными методами. Но численные методы тоже имеют свои ограничения.

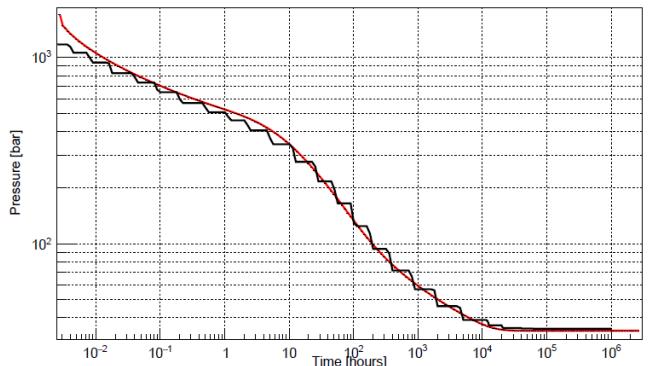
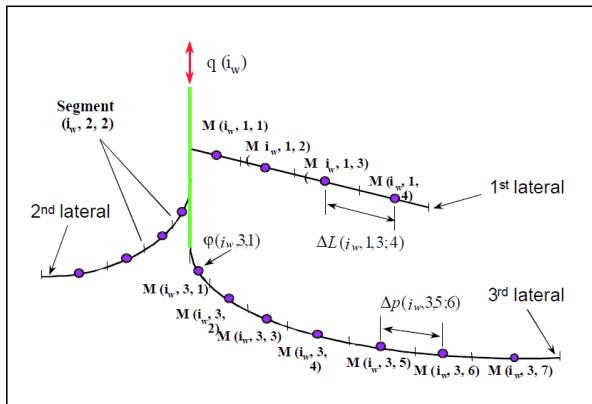
Пусть есть многоствольная скважина. Самый распространённый численный метод решения уравнений матфизики – метод конечных разностей. Есть ещё метод конечных объёмов. Понимаем, что рядом с каж-

дым стволом сетку приходится очень сильно мельчить и это во многих случаях делает задачу вычислительно затратной и сложной для решения.

Есть другой подход, который часто используется в численно-аналитических симуляторах: метод точечных источников. Берём скважину и делим её на совокупность небольших отрезков. Коэффициент продуктивности каждого отрезка мы знаем (есть аналитическое решение).

Моделирование производительности скважины произвольного заканчивания

Сравнение с Карра



(*) SPE 56754

(c) Юдин Е.В.

92

Отступление. Успешная задача, которая сэкономила очень много миллионов рублей. В Тимано-Печоре. См. запись на секунде 01:23:33.

Теория – метод источников, аналитические решения

Задача течения флюида в пласте сводится к решению дифференциального уравнения пьезопроводности при определенных граничных условиях

$$\frac{\phi C \mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \quad \begin{aligned} &\text{– уравнение пьезопроводности} \\ &\text{для двумерного течения} \end{aligned}$$

Возможность аналитического решения каждой конкретной задачи зависит от граничных условий. Зачастую оно отсутствует. Однако есть способы решения этой проблемы

Решение численно-аналитической задачи, путем пространственной или временной дискретизации решения.

$$\begin{aligned} &\frac{4p_{wfD}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \left[1 - \exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 t_{DK}}{4}\right) \right] \sin\left(\frac{\pi(2n+1)(x_{Dj} - \Delta_j)}{2}\right) - \\ &- \frac{32}{\pi^2 F_{CD}} \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^N q_{Di,i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \left[\exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 \Delta t_{DK,l}}{4}\right) - \exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 \Delta t_{DK,l-1}}{4}\right) \right] \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{2}(x_{Dj} - \Delta_j)\right) \sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{4}(x_{Di} + x_{Di-1})\right) \sin\left(\frac{\pi(2n+1)\Delta_i}{4}\right) = \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^N q_{Di,i} [X_{i,j}^{K,l-1} - X_{i,j}^{K,l} + Y_{i,j}^{K,l-1} - Y_{i,j}^{K,l}] \end{aligned}$$

Вводятся мнимые
источники, влияние
которых будет
удовлетворять
граничным
условиям

• q

• q

• q

• q

• q

(с) Юдин Е.В.

93

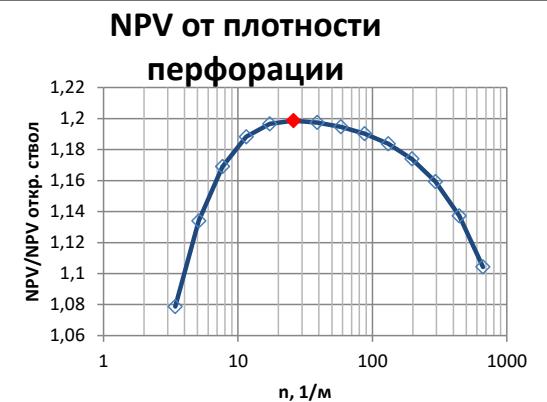
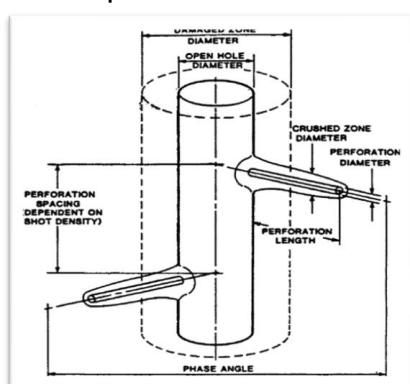
Метод источников. Суммирование бесконечных рядов. Пространственно-временная дискретизация решения.

Поиск оптимальной плотности перфорации

При задании встречаемых на практике свойств пласта, каналов перфорации и экономических параметров, был проведен поиск оптимального значения плотности перфорации.

Найденное значение: **22 канала на метр.**

При этом значении скрин-фактор перфорированной скважины выходит на плато как раз в точке максимального NPV



Karakas , M., & Tariq, S. (1991, February). Semianalytical Productivity Models for Perforated Completions. *SPE Production Engineering*, pp. 73-81.

(c) Юдин Е.В.

94

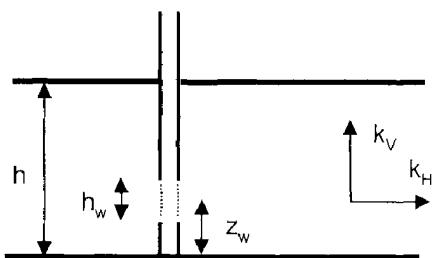
(*) Книга доступна по ссылке

Зависимость скин-фактора от длины вскрытия для псевдоустановившегося режима

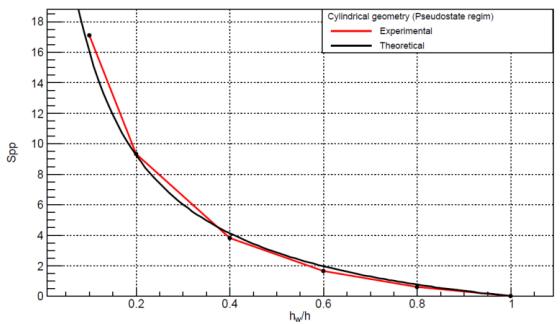
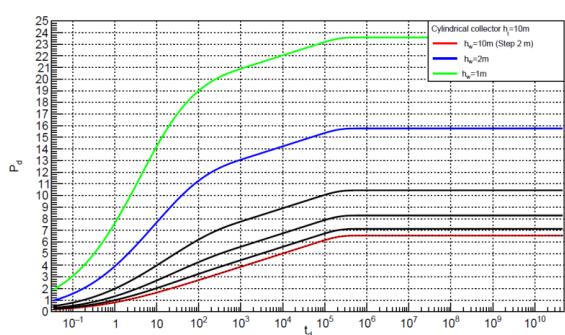
- Сравнение теоретической зависимости скин-фактора от относительной длины вскрытия с результатами расчета с помощью численно-аналитических моделей

Корреляция Papatzacos

$$s_{pp} = \left(\frac{h}{h_w} - 1 \right) \ln \left(\frac{\pi h_D}{2} \right) + \frac{h}{h_w} \ln \left[\frac{h_w}{2 + \frac{h_w}{h}} \sqrt{\frac{(z_w + h_w/4)(h - z_w + h_w/4)}{(z_w - h_w/4)(h - z_w - h_w/4)}} \right]$$



- Зависимость безразмерного забойного давления от времени для скважины частичного вскрытия при различных значениях величины интервала вскрытия.



- Показано, что корреляция Papatzacos et al отлично подходит для прогноза производительности скважины конечного вскрытия

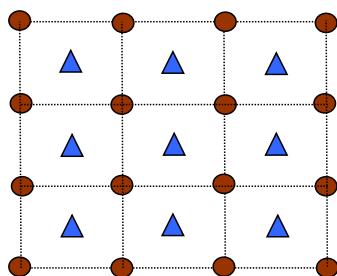
(C) Юдин Е.В.(c) Юдин Е.В.

95 95

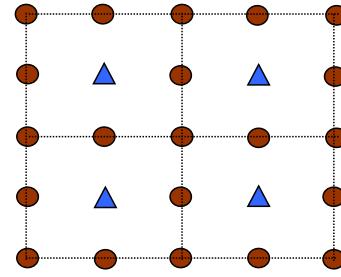
4 Семинар 11.03.2022 (Юдин Е.В.)

4.1 Производительность скважины в системе разработки

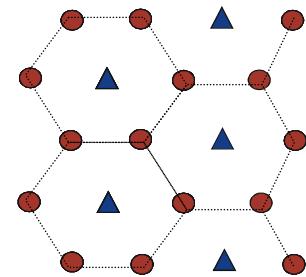
Основные виды систем разработки



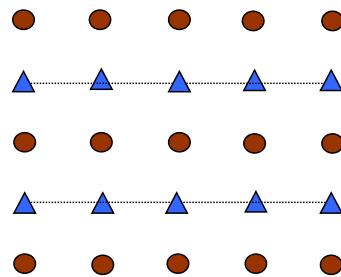
Пятиточечная



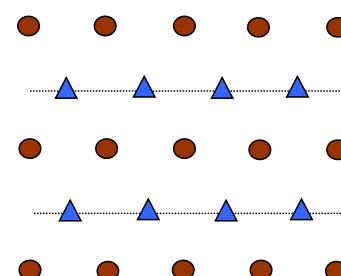
Девятиточечная



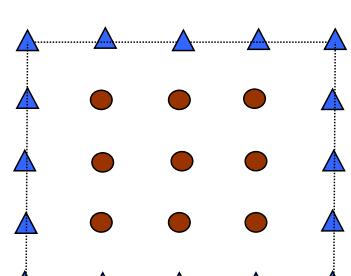
Семиточечная



Лобовая линейная рядная



Шахматная рядная



Блочная

98

Как считать производительность скважины, которая окружена другими скважинами?

Когда говорим о работе скважины в регулярной системе разработки, предполагается, что можем выбрать элемент симметрии и определённым количеством этого элемента замостить всю систему разработки.

Здесь представлены наиболее распространённые регулярные системы разработки. Одним из наиболее важных параметров, характеризующих данную систему разработки, является соотношение добывающих и нагнетательных скважин в её элементе симметрии.

В пятиточечной: 1 доб к 1 нагн. В семиточечной: 2 доб к 1 нагн. В девятиточечной: 3 доб к 1 нагн.

Блочная система, строго говоря, не является регулярной, если мы не делаем большое количество блоков (на практике такое не встречается).

Нефтяники любят девятиточечную систему разработки: если что-то случится с одной из добывающих скважин, то в элементе симметрии есть ещё две, с которыми можно продолжать работу; кроме того, девятиточечная система трансформируется в пятиточечную при обводнении (тоже очень удобно).

Систему разработки проектируют так, чтобы среднее пластовое давление, которое будем получать за счёт работы скважин, было бы равно начальному пластовому давлению, т.е. проектируют на целевой уровень компенсации 100%.

Компенсация – это отношение закаченной жидкости к добытой (необходимо различать понятия накопленной и текущей компенсаций). Как правило, значения компенсации для площадного заводнения больше 100% (около 120%), т.к. закаченная жидкость уходит в края или в ЗКЦ (заколонную циркуляцию).

Допустим, на одну нагнетательную скважину приходятся 3 добывающие. Пусть среднее пластовое давление 250 атм. Давление добычи 50 атм. Коэффициенты продуктивности на нагнетательной и добывающей скважинах равны (соотношение подвижностей равно 1). Почему получается, что одна нагнетательная скважина может компенсировать добычу от трёх добывающих и держать при этом начальное пластовое давление? (Так, действительно, получается, например центральная часть Приобского месторождения разбурена девятиточкой)

Первое предположение: у нагнетательной скважины больше репрессия. Но оценим тогда, какой она должна быть. Из условия депрессия на добывающей скважине 200 атм. У нагнетательной репрессия должна быть в 3 раза больше (т.е. 600 атм), т.е. забойное давление 850 атм, т.е. на устье должны держать около 600 атм (преполагаем, что скважина на глубине 2.5 км). Но предельное значение водовода около 160 атм. И таких мощных насосов тоже нет. Первое предположение неверно.

На самом деле, коэффициенты продуктивности на добывающей и нагнетательной скважинах не остаются равными. Когда под высоким давлением качаем воду в нагнетательную скважину, начинает расти трещина автоГРП. Некоторые трещины автоГРП достигают 1 км и более.

Трещины автоГРП могут как помочь, так и сыграть злую шутку. Например в Западной Сибири были проблемы: есть региональный стресс (в направлении северо-запад), трещина будет раскрываться по региональному стрессу. На всех скважинах в системе разработки делаем ГРП (полудлина 150 метров): в том числе и на нагнетательных (т.к. они изначально добывающие и работают на естественном режиме).

Когда начинаем нагнетать воду, трещина начинает разрастаться и дорастает до угловой добывающей скважины в системе разработки. И это большая проблема. Например, на севере Приобки многие угловые скважины были под ударами трещин автоГРП и поэтому трансформировали систему из девятиточки в пятиточку.

4.1.1 Маскет 1937

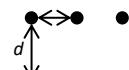
Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Маскет 1937

Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- M=1
- Получены решения для:
 - Рядных систем
 - 5-точка
 - 7-точка
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин равны соответственно
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

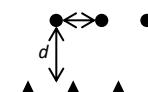
$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left(\ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

$$\frac{d}{a} \geq 1$$

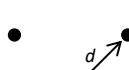


$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left(\ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

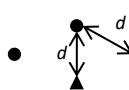
$$\frac{d}{a} \geq 1$$



$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.619 \right)}$$



$$i = \frac{\frac{4}{3} \pi k h (\Delta P)}{\mu \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.569 \right)}$$



(с) Юдин Е.В.

(*) – М Маскет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

99

Маскет (инженер по плотинам) пришёл в нефтянку и увидел кладезь нерешённых задач. Маскет основал нефтяной инжиниринг, которым мы сейчас и пользуемся.

Решил ряд задач, в том числе и для регулярных систем разработки: вывел формулы для производительности нагнетательной скважины, находящейся в рядной лобовой, в рядной шахматной, в пятиточечной и семиточечной системах разработки. Вывел эти формулы с помощью ТФКП. Дробные значения в формулах – это аппроксимационные значения сумм бесконечных рядов. Формулы очень похожи на формулу Дюпюи, но здесь ΔP – это разница между забойным давлением нагнетания и забойным давлением добычи (Маскету так было удобнее).

(*) Книга [доступна по ссылке](#)

Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Маскет 1937 (промышленные единицы)

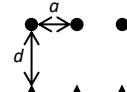
Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
 - Рядных систем
 - 5-точка
 - 7-точка
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин равны соответственно
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

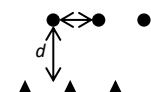
- Все параметры в СИ
- i – приемистость нагнетательной скважины

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left(\ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$



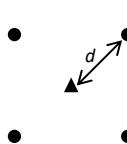
$$\frac{d}{a} \geq 1$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left(\ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

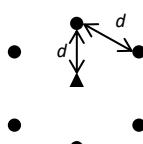


$$\frac{d}{a} \geq 1$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.619 \right)}$$



$$i = \frac{kh(\Delta P)}{27.6\mu B \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.569 \right)}$$



(с) Юдин Е.В.

(*) – М Маскет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

100

Представлены формулы Маскета в промышленных единицах.

(*) Книга [доступна по ссылке](#)

4.1.2 Deppe 1961

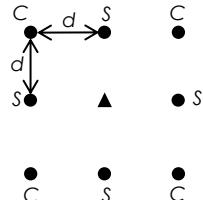
Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961

Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
- 9-точка
- Заданы забойные давления на нагнетательной и добывающей боковой (или угловой) скважинах, при этом также задается отношение дебитов боковой и угловой скважин
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

- Все параметры в СИ
- i – приемистость нагнетательной скважины



$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)_{i,c}}{\frac{1+R}{2+R} \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) \mu}$$

$$(\Delta P)_{i,c} = P_{inj} - P_{prodC}$$

$$i = \frac{2\pi k h (\Delta P)_{i,s}}{\left[\frac{3+R}{2+R} \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right] \mu}$$

$$(\Delta P)_{i,s} = P_{inj} - P_{prodS}$$

$$R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

(c) Юдин Е.В.

101

(*) – М Маскет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

Чуть позже Deppe вывел формулу и для девятиточки. Почему же Маскет сразу не вывел эту формулу? Т.к. в девятиточке добывающие скважины находятся не в равноправных позициях: есть боковые и угловые по отношению к нагнетательным, поэтому и математические выкладки для вывода формулы оказываются сложнее.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

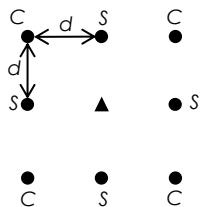
Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961 (промышленные единицы)

Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
- 9-точка
- Заданы забойные давления на нагнетательной и добывающей боковой (или угловой) скважинах, при этом также задается отношение дебитов боковой и угловой скважин
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

- Все параметры в СИ
- i – приемистость нагнетательной скважины



$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,c}}{36.8\mu B \left(\frac{1+R}{2+R} \right) \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right)}$$

$$(\Delta P)_{i,c} = P_{inj} - P_{prodC}$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,s}}{18.4\mu B \left[\frac{3+R}{2+R} \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right]}$$

$$(\Delta P)_{i,s} = P_{inj} - P_{prodS}$$

$$R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

(*) – John C. Deppe, *Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern*, SPE 1472-G

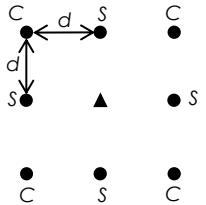
102

Представлены формулы Deppe для девятиточки в промышленных единицах.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961, более удобный вид

$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)_{i,c}}{\frac{1+R}{2+R} \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) \mu} \quad i = \left[\frac{2\pi k h (\Delta P)_{i,s}}{\frac{3+R}{2+R} \left(\ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R}} \right] \mu \quad R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$



- Перейдем от R – отношения перепадов дебитов к m – отношению перепадов давлений между нагнетательной и боковой добывающей и между нагнетательной и угловой добывающей скважинами:

$$m = \frac{\Delta P_{i,s}}{\Delta P_{i,c}} \equiv \frac{P_{wfI} - P_{wfPs}}{P_{wfI} - P_{wfPc}} \quad \gamma = \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \quad R = \frac{\gamma(3-2m)-0.693}{\gamma(2m-1)}$$

$$i = \frac{\pi k h \Delta P_{i,c}}{\gamma \mu} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693} \quad i = \frac{\pi k h \Delta P_{i,s}}{\gamma \mu m} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693} \quad i|_{m=1} = \frac{\pi k h \Delta P}{\gamma \mu} \frac{(3\gamma-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

$$i = \frac{k h \Delta P_{i,c}}{36.8 \gamma \mu B} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693} \quad i = \frac{k h \Delta P_{i,s}}{36.8 \gamma \mu B m} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693} \quad i|_{m=1} = \frac{\pi k h \Delta P}{\gamma \mu} \frac{(3\gamma-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

(*) – John C. Deppe, *Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern*, SPE 1472-G

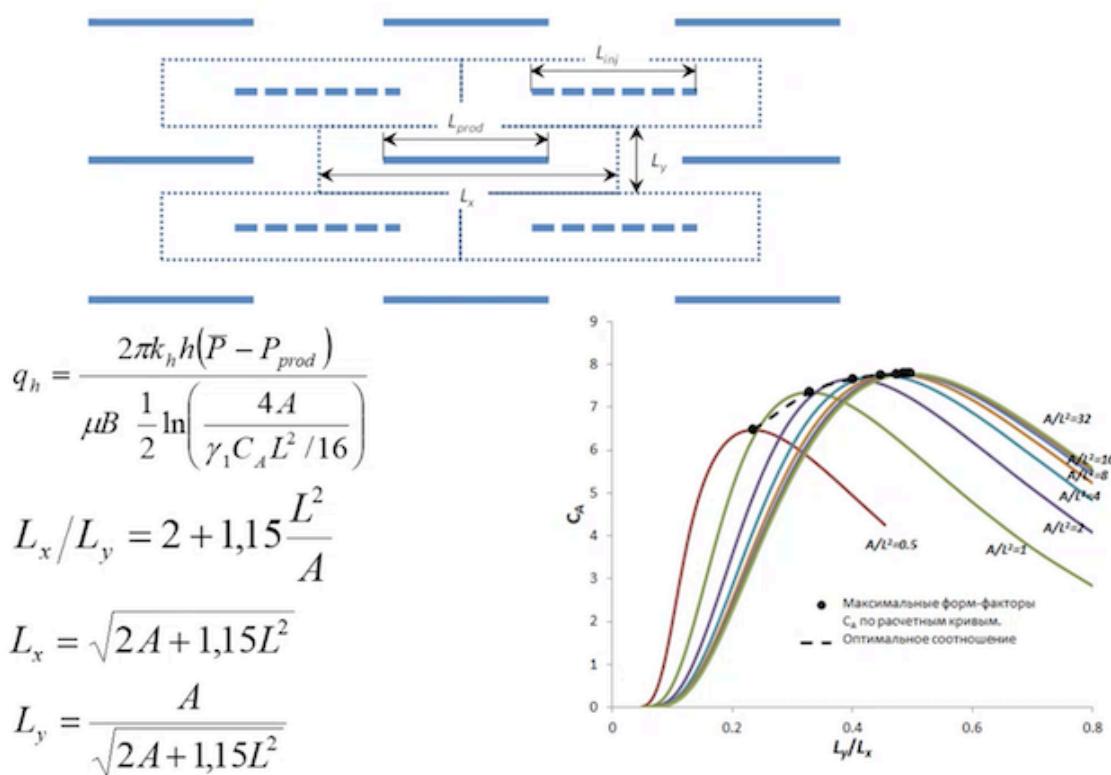
104

Представлены формулы Deppe для девятиточки в более удобном и правильном виде.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

Установившийся приток в системе разработки с горизонтальными скважинами

Приток на установившемся режиме течения к горизонтальной скважине, расположенной в регулярной рядной системе разработки



В последнее время развиваются системы разработки с горизонтальными скважинами. Ключевое их отличие от систем с вертикальными скважинами заключается в том, что теперь заканчивание скважины является элементом системы разработки.

Когда работаем с вертикальными скважинами, то не важно заканчиваем открытым или закрытым хвостовиком, делаем ли ОПЗ (обработку призабойной зоны пласта), делаем ли малообъемный ГРП – всё это не оказывает существенного влияния на распределение фильтрационных потоков.

Когда же говорим про трещину ГРП с большой полудлиной (150-180 метров), то система заканчивания в этом случае является элементом системы разработки и нужно её учитывать при выборе системы разработки (её типа и плотности скважин), так как от этого зависит эффективность разработки в целом.

Изображена шахматная рядная система разработки с соотношением доб к нагн 1 к 1. Как посчитать производительность горизонтальной скважины, находящейся в такой системе разработки? По общей формуле с форм-фактором:

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (\bar{P} - p_{prod})}{\mu B \cdot \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma_1 C_A L^2 / 16} \right)}, \quad (12)$$

где k_h – проницаемость по горизонтали, A – площадь, приходящаяся на горизонтальную скважину.

При соотношении сторон

$$\frac{L_x}{L_y} = 2 + 1.15 \cdot \frac{L^2}{A} \quad (13)$$

достигается наибольшая продуктивность горизонтальной скважины.

Длина горизонтального ствола обычно составляет около 1000 метров.

Удивляет ценообразование: в случае горизонтальной скважины цена проходки (за 1 метр) примерно в 5 раз выше, чем для вертикальной скважины (хотя 60-70% траектории совпадают, что для вертикальной, что и для горизонтальной скважин).

Установившийся приток в системе разработки с горизонтальными скважинами

Приток на установившемся режиме течения к горизонтальной скважине , расположенной в регулярной рядной системе разработки

$$C_A = \left[a \left(\frac{L_x}{L_y} \right)^2 + b \right] e^{-c \frac{L_x}{L_y}}$$

$$a = f(L^2 / A) = 17.5e^{-0.78L^2 / A}$$

$$b = const = -6$$

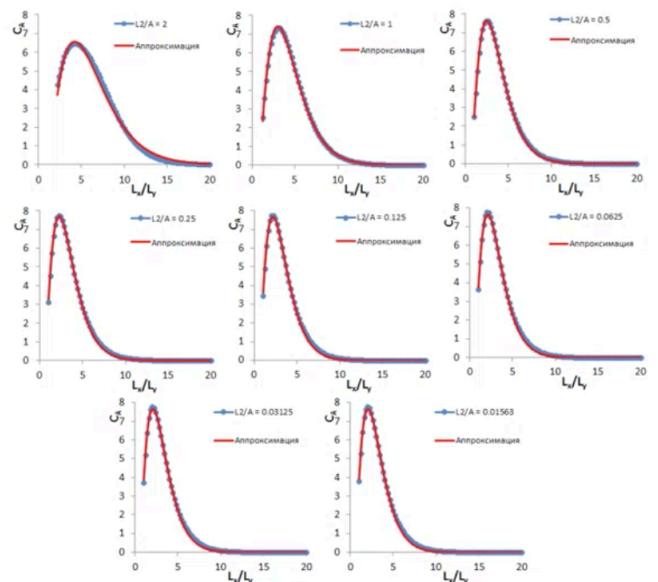
$$c = f(L^2 / A) = 1.06e^{-0.356L^2 / A}$$

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (P - P_{prod})}{\mu B \left(\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma_1 C_A L^2 / 16} \right) + \frac{h^*}{L} \ln \frac{h^*}{2\pi r'_w \sin \frac{\pi h_p}{h}} \right)}$$

$$h^* = h \sqrt{k_h / k_v} \quad r'_w = 0.5r_w \left(1 + \sqrt{k_h / k_v} \right)$$

h_p – расстояние от кровли пласта до скважины

$$\gamma_1 = e^\gamma = 1.781$$



Представлено выражение для форм фактора.

a, b и c – корреляционные коэффициенты (нашли их подгоном к точному решению).

Полученная формула для производительности горизонтальной скважины в системе разработки верна в общем виде при любом соотношении сторон участка со скважиной. Но при соотношении сторон (13) получаем оптимальную систему разработки с наибольшей скоростью возврата инвестиций.

Установившийся приток в системе разработки с горизонтальными скважинами

Упражнение: Приток на установившемся режиме течения к горизонтальной скважине , расположенной в регулярной рядной системе разработки.

Требуется выбрать оптимальное расположение горизонтальных скважин в рядной системе разработки и рассчитать дебит таких скважин, если известно, что на одну скважину длиной 1000 м приходится 72 Га, забойное давление добывающих скважин 100 атм, нагнетательных 300 атм. Радиус горизонтального ствола 0.078 м. Пласт с эффективной толщиной 10 м и проницаемостью 5 мД, отношение горизонтальной проницаемости к вертикальной 10, скин-фактор 0, вязкость нефти 1.2 сП, объемный фактор 1.24. Также требуется оценить дебит горизонтальных скважин в случае, если расстояние между скважинами в ряду в два раза больше, чем межрядное расстояния, т.е для не деформированной «пятиточечной» системы.

См. статью М.М. Хасанов и др. Стационарный дебит горизонтальных скважин в рядных системах разработки. Нефтяное хозяйство.

Как считать другие регулярные системы разработки? (*)

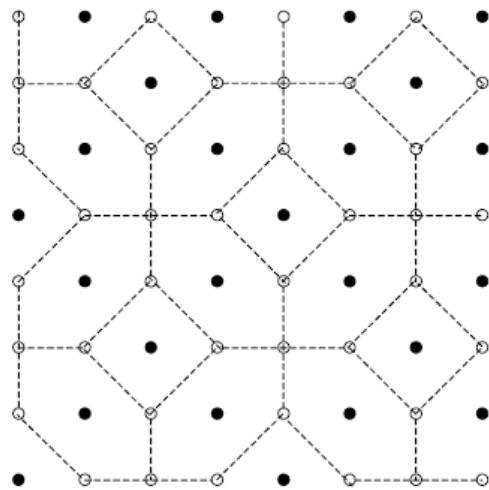


Fig. 5 – Hybrid pattern with $P/I = 5:3$ or $3:5$.

(с) Юдин Е.В.

(*) – C.E. Hansen, J.R. Fanchi: Producer/Injector Ratio: The Key to Understanding Pattern Flow Performance and Optimizing Waterflooding, SPE 86574

105

Можно придумать очень много регулярных систем разработки, для которых нет формул. Что делать в этом случае?

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

4.1.3 Обобщение Hansen 2003, единичное соотношение подвижностей

Работы скважины в регулярной системе разработки: обобщение Hansen (2003), единичное соотношение подвижности

- Рассмотрим в общем случае регулярную систему разработки
- Из материального баланса:

$$N_p q_{prod} = N_I q_{inj} \rightarrow N_p (\bar{p} - p_{prod}) = N_I (p_{inj} - \bar{p})$$

$$\bar{p} = \frac{p_{inj} + N_p/N_I p_{prod}}{1 + N_p/N_I}$$

$$p_{inj} - \bar{p} = \frac{N_p/N_I}{1 + N_p/N_I} \Delta P$$

$$\bar{p} - p_{prod} = \frac{1}{1 + N_p/N_I} \Delta P$$

- С учетом этого, для описанных систем можно обобщить формулы для производительности скважин:

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h \Delta P}{\mu_w P_{Dpat}} \frac{N_p/N_I}{1 + N_p/N_I} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p})}{\mu_w P_{Dpat}}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h \Delta P}{\mu_l B_l P_{Dpat}} \frac{1}{1 + N_p/N_I} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod})}{\mu_l B_l P_{Dpat}}$$

- В работе (*) показано, что с точностью 5% для всех произвольных систем регулярных выражение для безразмерного давления можно обобщить:

$$\bar{p}_{D(pat)} = \ln \frac{d}{r_w} - 0.443$$

- В случае, если скважины стимулированы, аналогично из мат.баланса получим::

$$\bar{p} = \frac{p_{inj} + \tilde{N}_p/\tilde{N}_I p_{prod}}{1 + \tilde{N}_p/\tilde{N}_I}$$

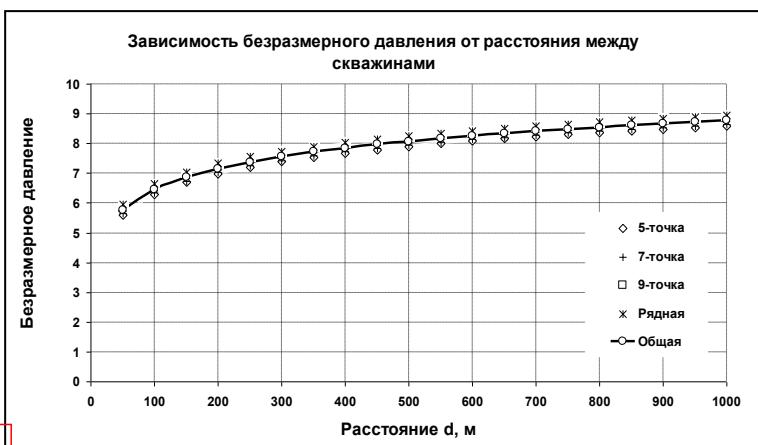
$$\tilde{N}_p/\tilde{N}_I = N_p/N_I \frac{P_{Dpat} + S_{inj}}{P_{Dpat} + S_{prod}}$$

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p})}{\mu_w (P_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod})}{\mu_l B_l (P_{Dpat} + S_{prod})}$$

$$q_{inj} = \frac{k h (p_{inj} - \bar{p})}{18.4 \mu_w (P_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{k h (\bar{p} - p_{prod})}{18.4 \mu_l B_l (P_{Dpat} + S_{prod})}$$



(c) Юдин Е.В.

106

(*) – C.E. Hansen, J.R. Fanchi: Producer/Injector Ratio: The Key to Understanding Pattern Flow Performance and Optimizing Waterflooding, SPE 86574

Помним, что система разработки характеризуется следующими параметрами: целевая компенсация, соотношение добывающих и нагнетательных скважин, соотношение подвижностей воды и нефти (вытесняющей и вытесняемой фаз).

Если изобразим зависимость безразмерного давления от расстояния между скважинами для различных систем разработки, то увидим, что построенные зависимости практически совпадают.

Тогда можем ввести среднюю кривую для любой регулярной системы разработки будем использовать эту кривую.

Hansen решил обобщить формулы Маскета на общий случай двухфазного флюида и использовать в формуле вместо депрессии среднее пластовое давление (инженер мыслит в рамках среднего пластового давления).

Рассматривается установившийся режим и произвольная регулярная система разработки. Суммируя ряды, Hansen показал, что безразмерное давление для добывающей и нагнетательной скважин совпадают.

Возьмём элемент симметрии системы разработки и рассчитаем его по материальному балансу (100% компенсация). Пока рассматриваем случай с единичным соотношением подвижностей воды и нефти, поэтому

коэффициенты продуктивности можем сократить.

Выражаем среднее пластовое давление и находим дебиты по формуле Дюпюи.

Примеры. Пусть давление на забое нагнетательной скважины $p_{inj} = 450$ атм, а на забое добывающей скважины $p_{prod} = 50$ атм.

Для пятиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{450 + 50}{2} = 250$ атм.

Для семиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{450 + 2 \cdot 50}{3} \approx 183.3$ атм.

Для девятиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{450 + 3 \cdot 50}{4} = 150$ атм.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

4.1.4 Обобщение Hansen 2003, неединичное соотношение подвижностей

Работы скважины в регулярной системе разработки: неединичное соотношение подвижности

- Дебиты добывающих и нагнетательных скважин до прорыва воды:

$$N_p q_{prod} = N_I q_{inj} \rightarrow N_p \frac{k_{ro}^{S_{wr}}}{\mu_o} (\bar{p} - p_{prod}) = N_I \frac{k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w} (p_{inj} - \bar{p})$$

$$\bar{p} = \frac{M p_{inj} + N_p / N_I p_{prod}}{M + N_p / N_I}$$

$$p_{inj} - \bar{p} = \frac{N_p / N_I}{M + N_p / N_I} \Delta P$$

$$M = \frac{k_{rw}^{(1-S_{or})} / \mu_w}{k_{ro}^{S_{wr}} / \mu_o}$$

$$\bar{p} - p_{prod} = \frac{M}{M + N_p / N_I} \Delta P$$

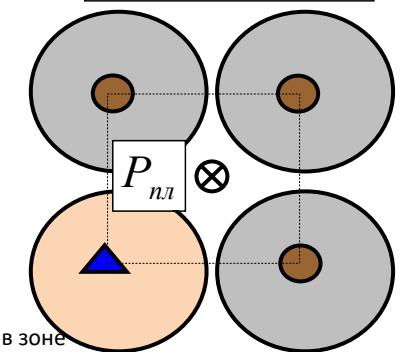
$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p}) k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod}) k_{ro}^{S_{wr}}}{\mu_o B_o (p_{Dpat} + S_{prod})}$$

- Дебиты добывающих и нагнетательных скважин после прорыва воды:

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p}) k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod}) \left(\frac{k_{rw}^{\bar{S}_w}}{\mu_w} + \frac{k_{rw}^{\bar{S}_w}}{\mu_o} \right)}{B_l (p_{Dpat} + S_{prod})}$$



$$\bar{p} = \frac{\tilde{M} p_{inj} + N_p / N_I p_{prod}}{\tilde{M} + N_p / N_I}$$

$$\tilde{M} = \frac{k_{rw}^{\bar{S}_w} / \mu_w}{k_{ro}^{\bar{S}_w} / \mu_o + k_{rw}^{\bar{S}_w} / \mu_w}$$

$$\bar{S}_w = \frac{1}{A} \int_A S_w dx dy$$

- Средняя насыщенность в зоне дренирования скважины

- Для практических расчетов:

- Точные формы ОФП неизвестны
- Распределение насыщенности неизвестно

$$\bar{p}_{D(pat)} = \ln \frac{d}{r_w} - 0.443$$

$$\tilde{M} = M$$

(с) Юдин Е.В.

107

Получены формулы при неединичном соотношении подвижностей (нефть обычно менее подвижна, чем вода).

Пример. Дано: $M = 2$, $p_{inj} = 450$, $p_{prod} = 50$.

Для пятиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{2 \cdot 450 + 50}{3} \approx 316.7$ атм.

Для семиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{2 \cdot 450 + 2 \cdot 50}{4} = 250$ атм.

Для девятиточки среднее пластовое давление будет $\bar{p} = \frac{2 \cdot 450 + 3 \cdot 50}{5} = 210$ атм.

В данном случае получаем более высокие значения среднего пластового давления (чем в случае единичного соотношения подвижностей), так как в случае разных подвижностей добывающей скважине сложнее добывать.

Примечание. Трещина ГРП образуется не так, как трещина на льду, а более похоже на трещину при разрезании куска сливочного масла (диссипативная система).

4.1.5 Проводимость элемента системы разработки

Проводимость элемента системы разработки

■ Проводимость элемента системы разработки – характеристика, отражающая зависимость удельного дебита элемента разработки от депрессии (разности забойных давлений на нагнетательных и добывающих скважинах).

(«Дебит на элемент сетки и на единицу перепада давления в песчанике с единичной проницаемостью и единичной мощностью»)

$$C^* = \frac{\mu \bar{q}_{inj}}{kh\Delta P(1+P/I)} \text{ – проводимость элемента системы разработки по Маскету}$$

$$\tilde{q} = \frac{\bar{q}_{inj}}{(1+P/I)} \quad \text{– удельный дебит скважины в элементе разработки}$$

$$\tilde{q} = \frac{2\pi kh\Delta P k_{rw}^{(1-\varsigma_{or})}}{p_{D(pat)}} \frac{P/I}{(1+P/I)(\tilde{M} + P/I)}$$

$$C = \frac{\tilde{q}_1}{\tilde{q}_2} \quad \text{– отношение проводимостей двух систем разработки (с различными P/I)}$$

$$C = \frac{(P/I)_1 (1+P/I)_2 (\tilde{M} + P/I)_2}{(P/I)_1 (1+P/I)_1 (\tilde{M} + P/I)_1} \xrightarrow{(P/I)_1} \max$$

1. Пусть мы имеем постоянное количество скважин (плотность сетки скважин фиксирована) для размещения их на месторождении с данным соотношением подвижностей M
2. Необходимо найти оптимальное P/I , при котором проводимость системы максимальна

Построим зависимости проводимости элемента разработки системы от P/I для различных отношений подвижностей

(с) Юдин Е.В.

108

Задача: подобрать такую систему разработки, чтобы максимизировать проводимость (чтобы быстрее отобрать и получить максимальную скорость возврата инвестиций)

Упражнение

- Показать, что оптимальное соотношение добывающих и нагнетательных скважин равно корню из соотношения подвижности:

$$\left(\tilde{P} / \tilde{I}\right)_{opt} = \sqrt{\tilde{M}}$$

- Подсказка - воспользоваться соотношением:

$$\tilde{q} \sim \frac{P/I}{(1+P/I)(\tilde{M} + P/I)}$$

Вопрос:

1. какой будет длина трещины ГРП в девятиточечной системе, если известно, что $M=1$, на добывающих скважинах произведен ГРП, обеспечивающий скин-фактор -5
2. Какой будет установившееся пластовое давление, если давление нагнетания 450 атм, забойное давление на добывающих скважинах – 50 атм.

(с) Юдин Е.В.

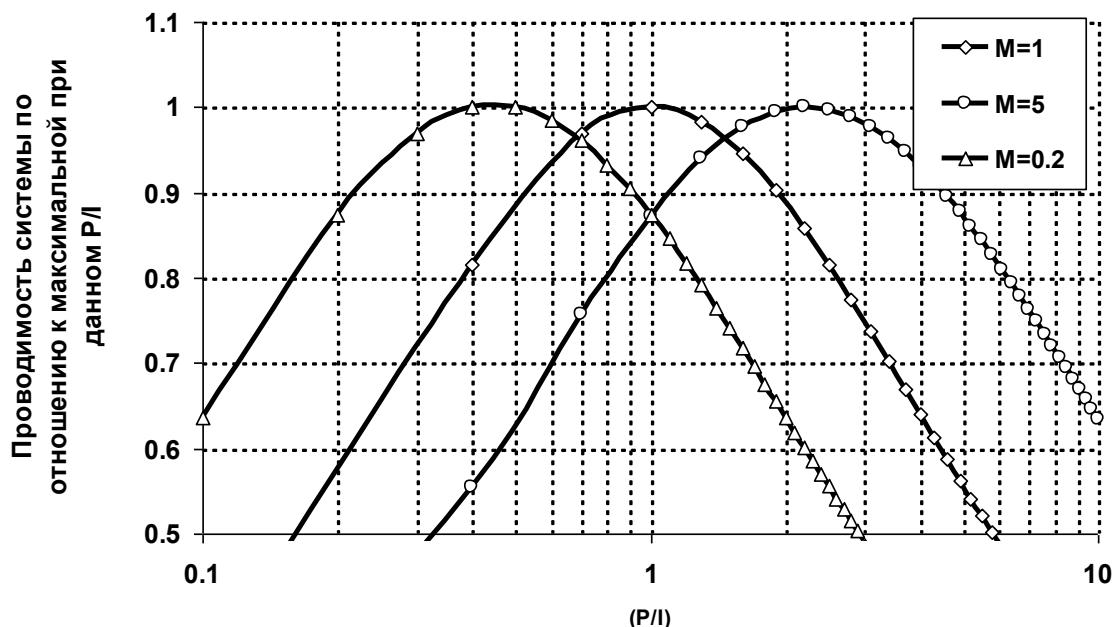
109

4.2 Оптимальная проводимость системы разработки

Оптимальная проводимость системы разработки

- Оперативный инструмент для оценки оптимального соотношения добывающих и нагнетательных скважин для различных соотношений подвижности

Зависимость проводимости системы заводнения от соотношения подвижностей для различных Р/И

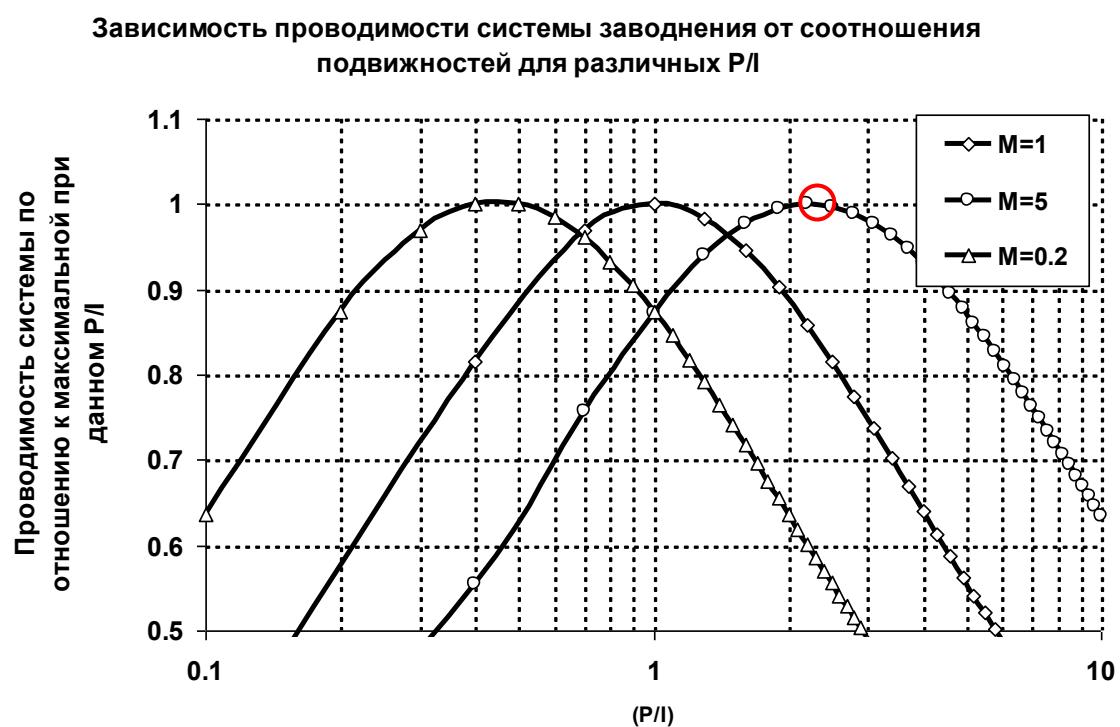


(c) Юдин Е.В.

110

Оптимальная проводимость системы разработки

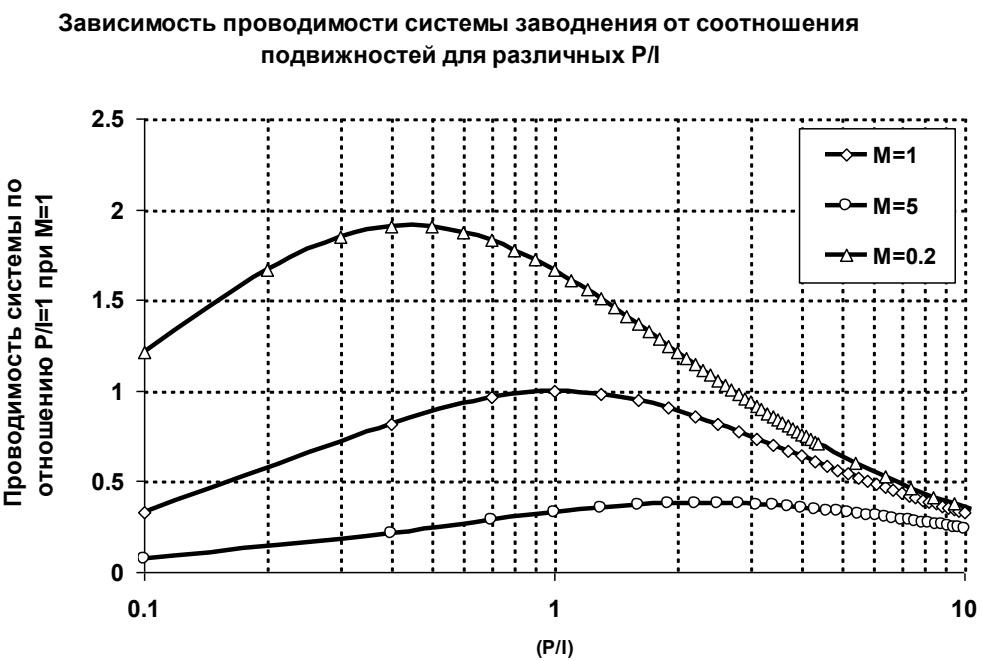
- Например при соотношении подвижности $M=5$
- Оптимальным с точки зрения проводимости системы является обратная 7-точка или обратная девятиточка



(c) Юдин Е.В.

111

Оптимальная проводимость системы разработки



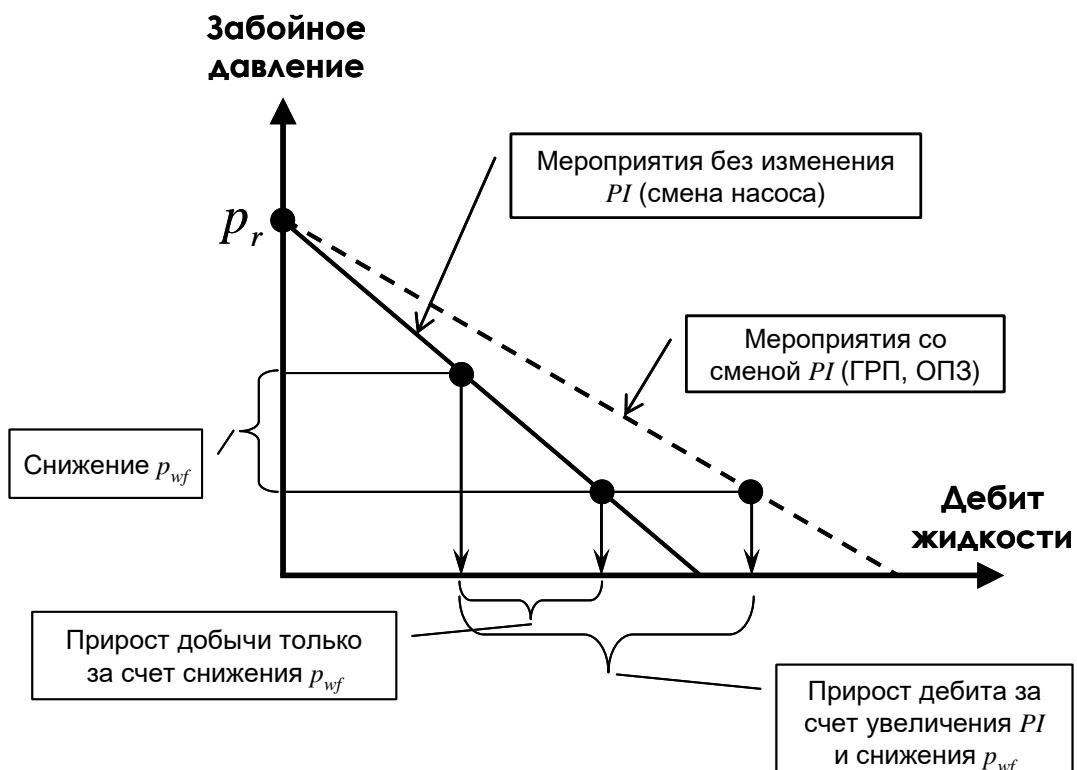
*В данном случае фиксировано значение подвижности для воды. Поэтому при $M=0,2$ нефть относительно воды имеет большую подвижность и при данном забойном давлении дебит добывающих скважин больше, чем при $M=1$ или $M=5$, поэтому на установившемся режиме (так как добыча равна нагнетанию) проводимость системы при $M=0,2$ больше чем, например, при $M=1$ или $M=5$.

(c) Юдин Е.В.

112

4.3 Анализ производительности методом индикаторных диаграмм

Анализ производительности методом индикаторных диаграмм: односкважинный случай



(c) Юдин Е.В.

114

Индикаторная диаграмма представляет собой зависимость дебита от забойного давления (хотя забойное давление и является управляющим параметром, оно откладывается по оси ординат).

Если не учитываем выделение газа, то индикаторная диаграмма представляет из себя прямую линию (дебит равен произведению коэффициента продуктивности и депрессии).

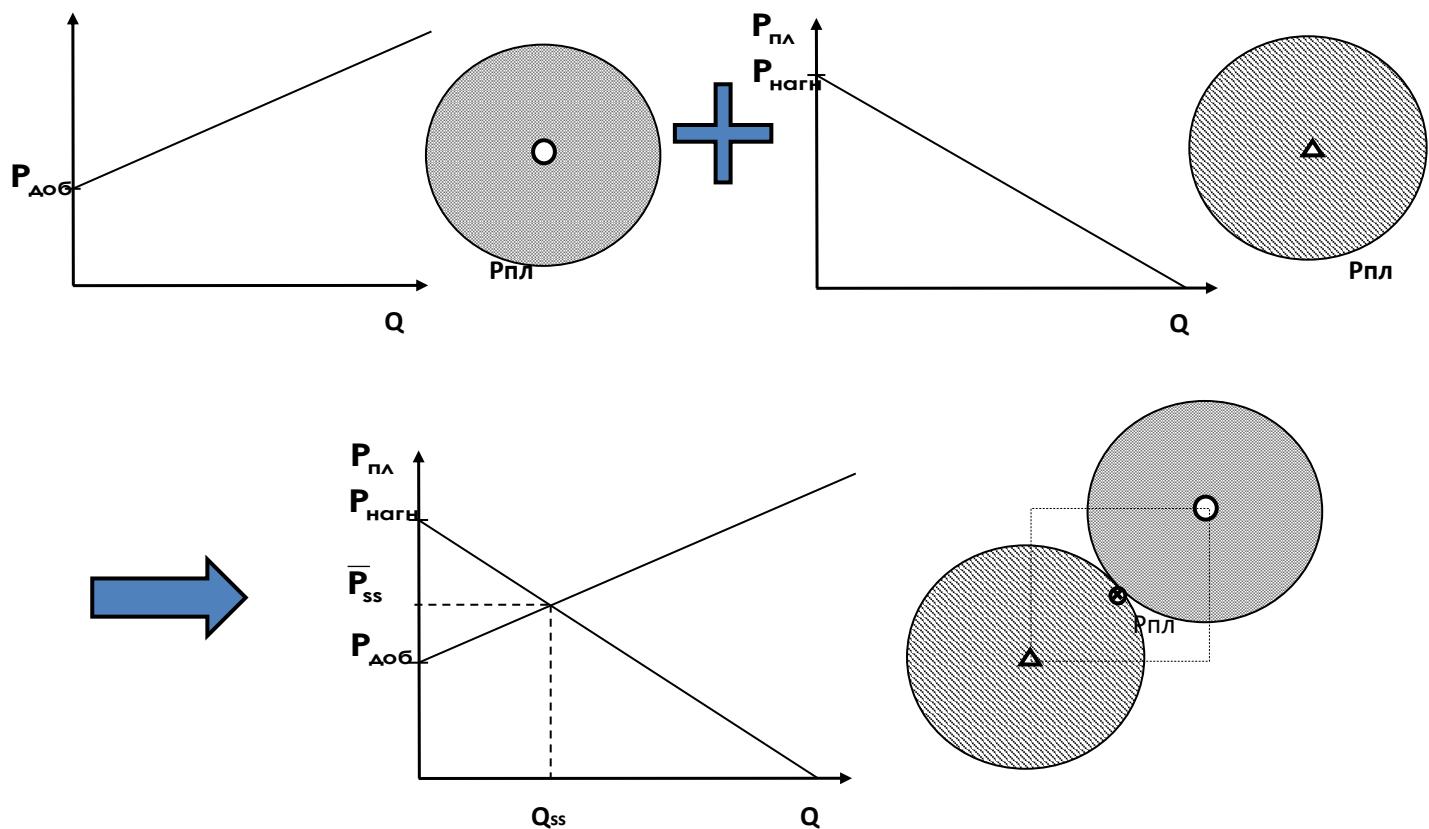
За счёт того, что, начиная с некоторого момента давление падает ниже давления насыщения, в призабойной зоне начинает выделяться газ и в реальности индикаторная диаграмма будет иметь загиб, который рассчитывается с помощью корреляции Вогеля.

Возможные управляющие воздействия на скважину: изменить забойное давление (двигаемся вдоль индикаторной диаграммы) или изменить коэффициент продуктивности (изменяем угол наклона индикаторной диаграммы).

Часто меняем и коэффициент продуктивности, и забойное давление (проводили ГТМ и в то же время снизили забойное давление). Не стоит смешивать эффект от ГТМ и эффект от снижения забойного давления.

Часто неэффективные ГТМ прячут за просто изменением забойного давления.

Узловой анализ для определения дебита и среднепластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения*



* – (с) Хасанов М.М., Мукминов И.Р., Бачин С.И., «К расчету притока жидкости к скважинам, работающим в условиях локального разгазирования»

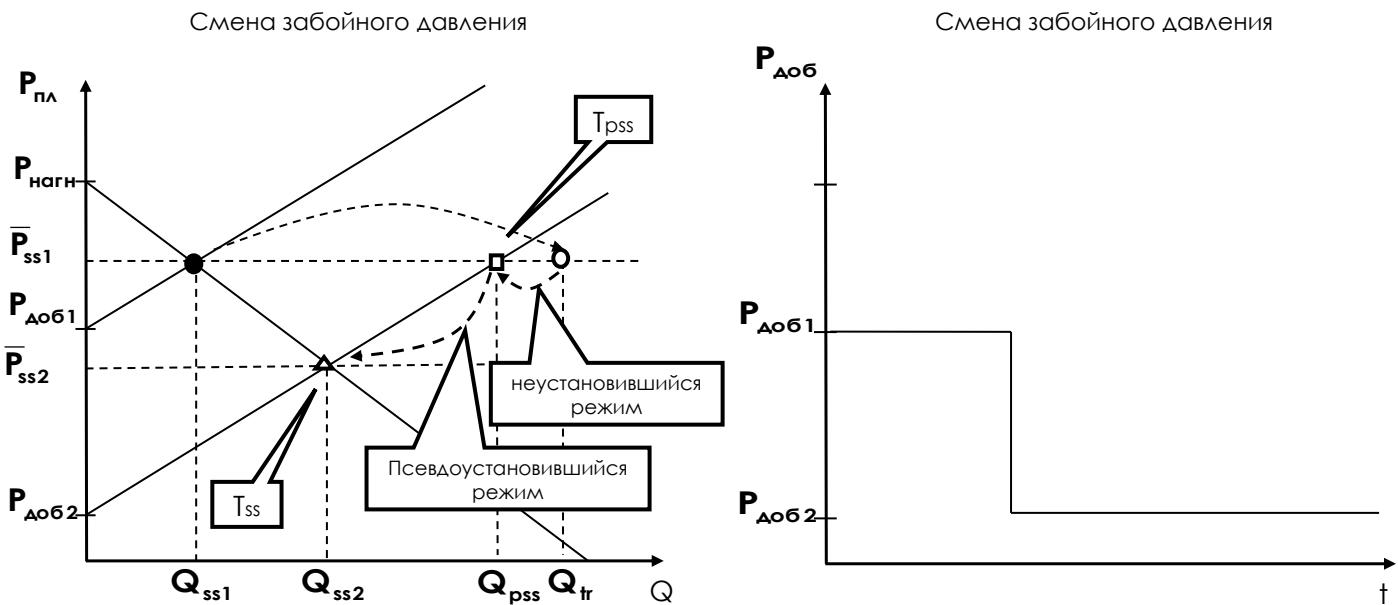
115

Построим индикаторные диаграммы в других координатах: по оси абсцисс по-прежнему отложим дебит, а по оси ординат отложим давление на границе области дренирования. Строим для зоны добывающей скважины и для зоны нагнетательной скважины.

Далее проведём узловой анализ. Совместим рассматриваемые области дренирования и найдём точку пересечения построенных индикаторных диаграмм. Абсцисса точки пересечения – это дебит, с которым будет работать система; а ордината точки пересечения – это среднее пластовое давление, которое установится в системе.

Узловой анализ для определения дебита и среднепластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения*

Рассмотрим динамику дебита и среднего пластового давления при смене (на примере показано понижение) забойного давления



(с) Юдин Е.В.

* – (с) Хасанов М.М., Мукминов И.Р., Бачин С.И., «К расчету притока жидкости к скважинам, работающим в условиях локального разгазирования»

117

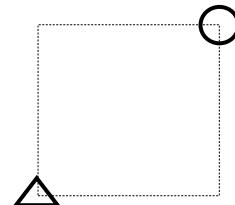
Что произойдёт, когда мы поменяем забойное давление на добывающей скважине?

Параллельно сдвигается индикаторная диаграмма для добывающей скважины, дебит увеличивается, среднее пластовое давление уменьшится. Но это будет, когда наступит установившийся режим. А в момент, когда поменяли забойное давление на добывающей скважине, среднее пластовое давление остаётся практически неизменным (не моментально же наступит установившийся режим). И значение дебита соответствует Q_{tr} . В дальнейшем дебит будет снижаться до значения в точке пересечения индикаторных диаграмм Q_{ss2} . Этот процесс снижения дебита состоит из неустановившегося (воронка депрессии распространяется до границ области дренирования) и псевдоустановившегося режимов в системе разработки.

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки

Рассмотрим каждый режим в отдельности на примере пуска в работу 5-точки со следующими параметрами:

- **M=1**
- **Рнагн=350 атм**
- **Рдоб=80 атм**
- **Рпл0=240 атм**
- **Проницаемость=100 мД**
- **Мощность=10 м**
- **Вязкость=1,5 сПз**
- **Пористость=20%**
- **Сжимаемость=5e-5 атм⁻¹**



Вопрос:

- **Какое установившееся пластовое давление?**

(с) Юдин Е.В.

118

Какое установившееся пластовое давление в рассматриваемой системе?

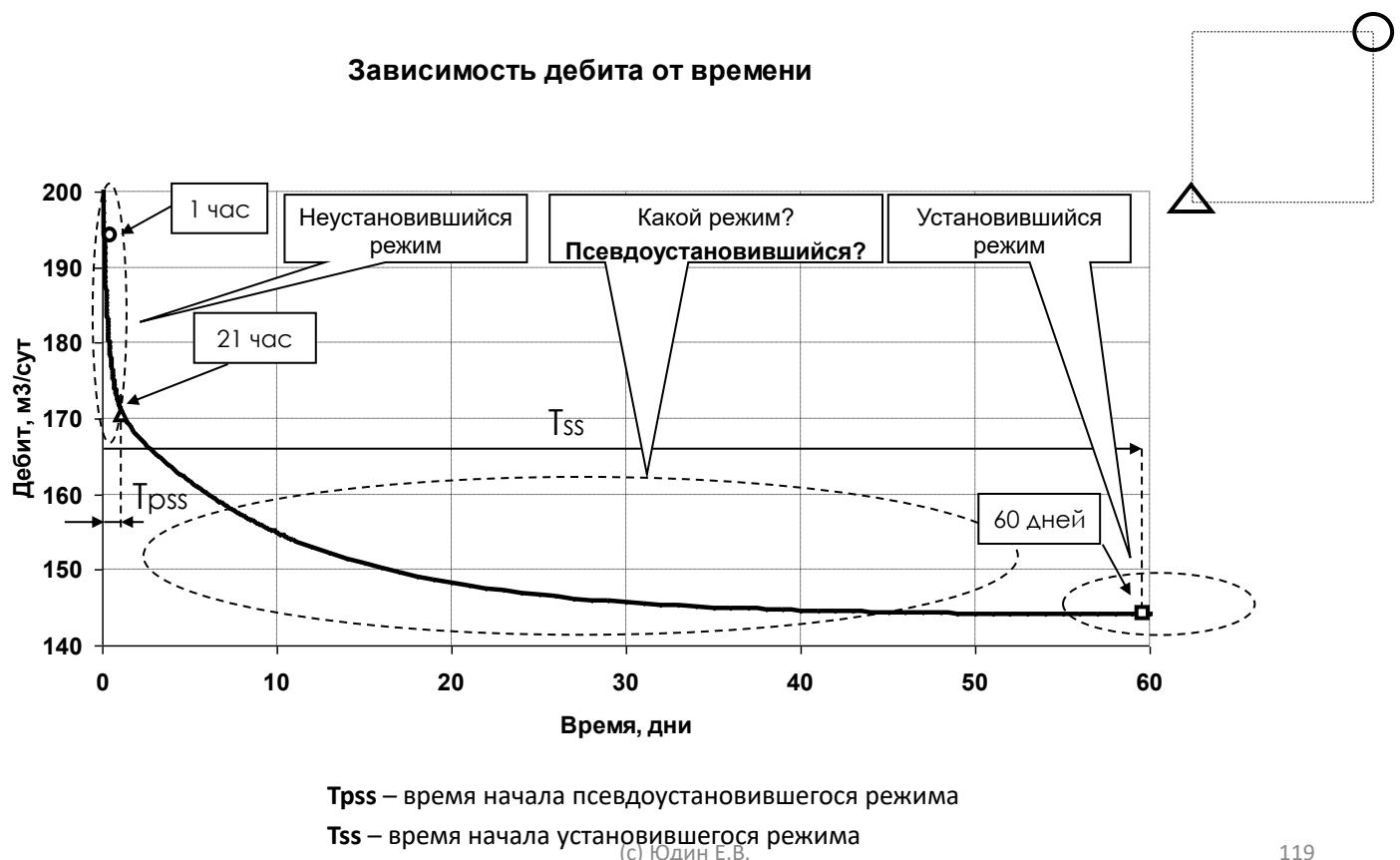
Пятиточка; соотношение подвижностей $M = 1$, поэтому установившееся среднее пластовое давление будет

$$\bar{p} = \frac{350 + 80}{2} = 215 \text{ (атм)} \quad (14)$$

А начальное 240 атм. Поэтому при переходе от начального к установившемуся давлению будет псевдоустановившийся режим.

Если бы начальное и среднее пластовое давления совпадали, то псевдоустановившегося режима не было бы: сразу после неустановившегося режима наступил бы установившийся режим.

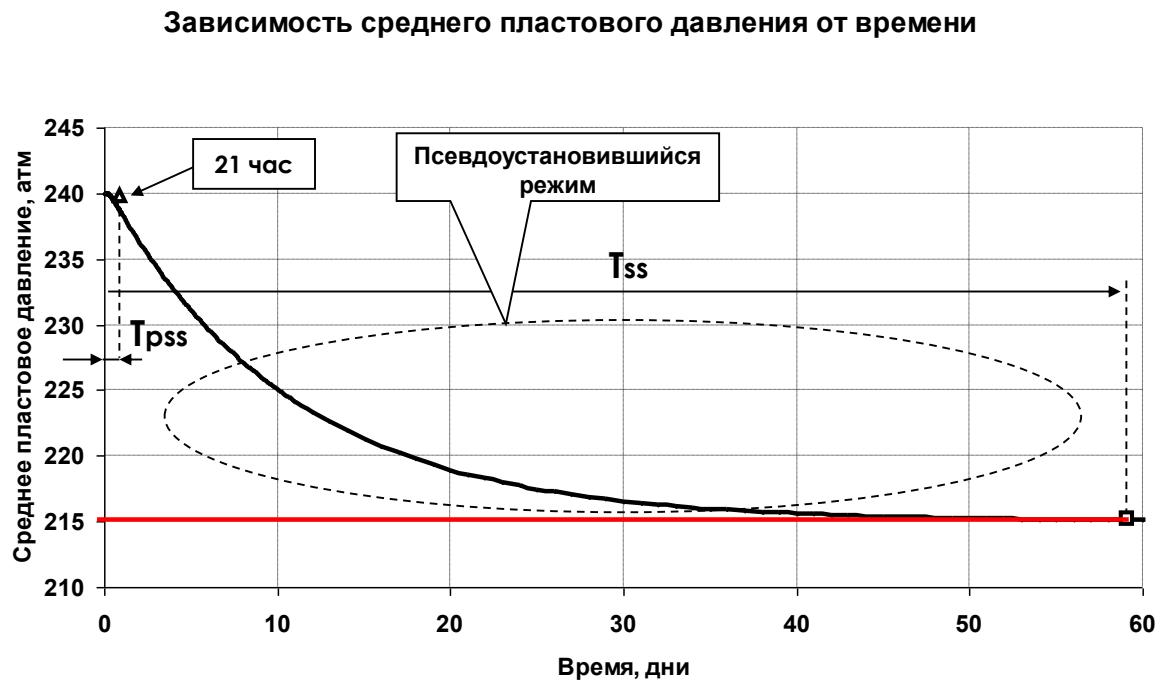
Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



119

Резкое снижение дебита в процессе неустановившегося режима. А затем псевдоустановившийся режим (длительное падение дебита до новой стационарной точки).

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



T_{psss} – время начала псевдоустановившегося режима

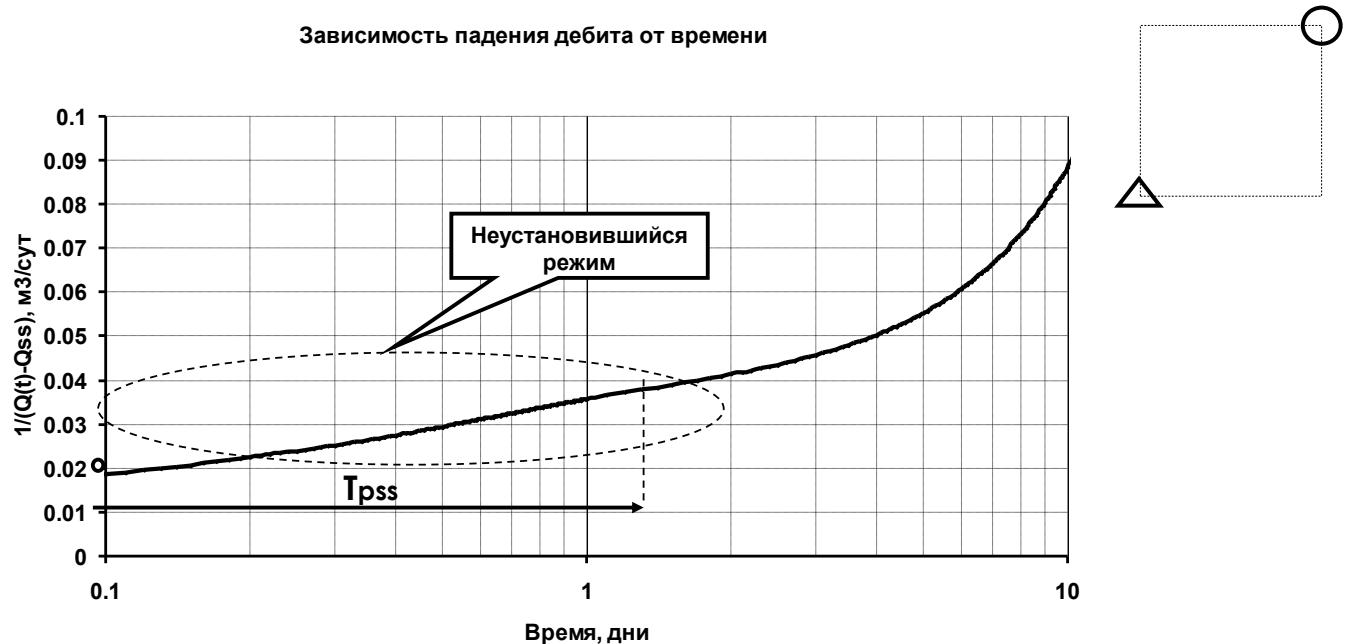
T_{ss} – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

120

Среднее пластовое давление во время псевдоустановившегося режима падает.

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



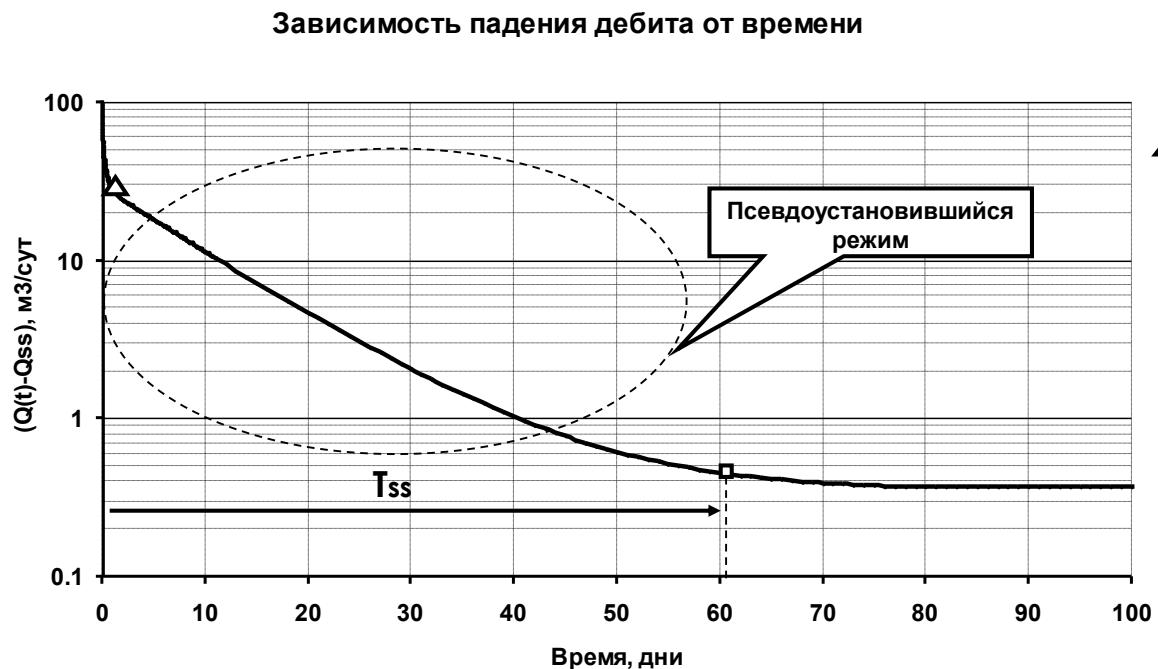
T_{pss} – время начала псевдоустановившегося режима
 T_{ss} – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

121

Показано, как можно идентифицировать неустановившийся режим: прямая линия на графике, построенным в представленных осях.

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



T_{pss} – время начала псевдоустановившегося режима

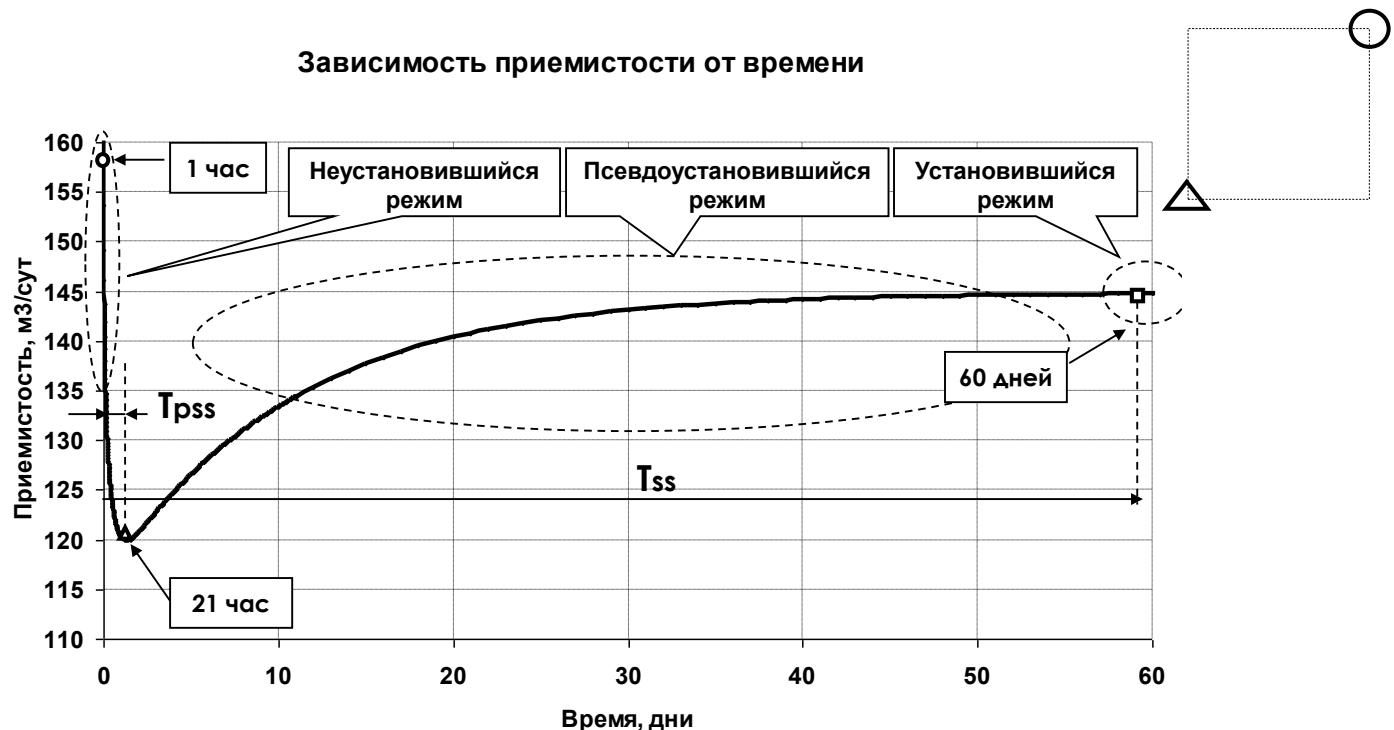
T_{ss} – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

122

Показано, как можно идентифицировать псевдоустановившийся режим: прямая линия на графике, построенному в представленных осях и масштабах.

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



T_{pss} – время начала псевдоустановившегося режима

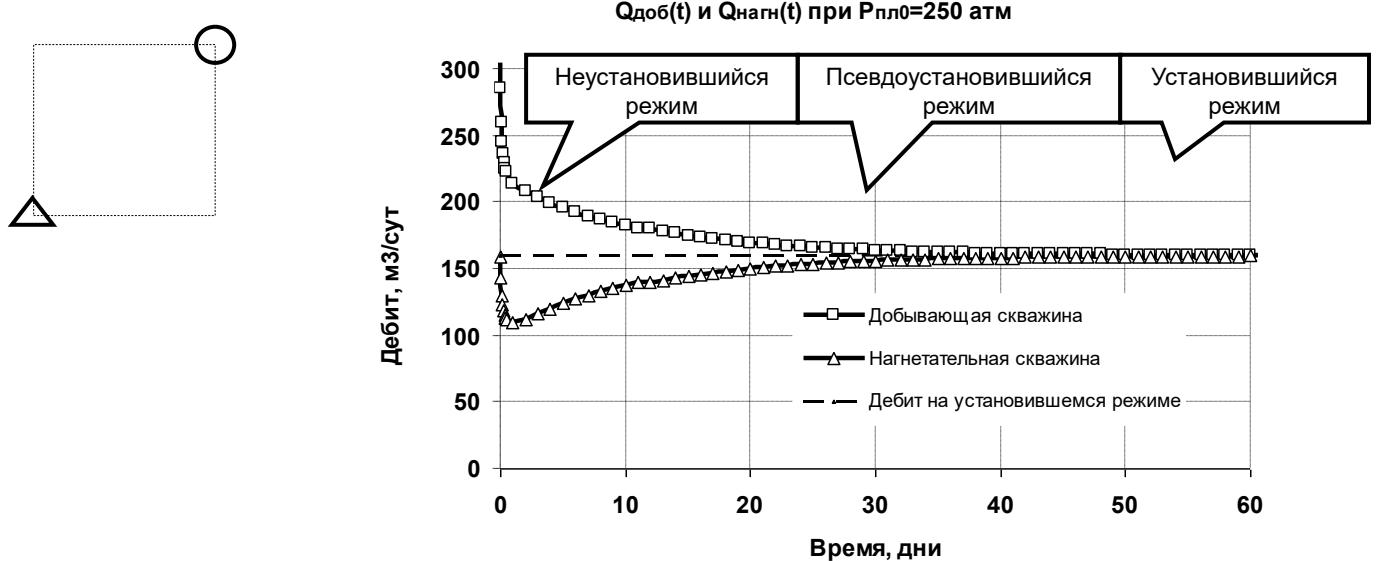
T_s – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

123

Резкое снижение приёмистости нагнетательной скважины в время неустановившегося режима. И дальнейший рост приёмистости в течение псевдоустановившегося режима.

Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



(с) Юдин Е.В.

124

Изобразим графики добычи и нагнетания на одном графике. Видим, что кривые сходятся к одному значению (равному значению на установившемся режиме), но сходятся к этому значению по-разному (с разных сторон).

4.4 Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки

Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки

- **Псевдоустановившийся режим (в системе заводнения)** – это режим, связанный с изменением среднего пластового давления в элементе разработки, он длится от конца неустановившегося до начала установившегося и связан с изменением среднего пластового давления
- Время протекания псевдоустановившегося режима в системе заводнения зависит не только от коэффициента пьезопроводности и площади дренируемой области, но и от величины разницы между пластовым давлением на начало наступления псевдоустановившегося режима в системе заводнения и среднепластовым давлением на установившемся режиме: чем больше разница – тем дольше протекает псевдоустановившийся режим
- При равенстве среднепластового давления на момент наступления псевдоустановившегося режима среднепластовому давлению на установившемся режиме – после протекания неустановившегося режима сразу наступает установившийся режим, минуя фазу псевдоустановившегося режима в системе заводнения

- Время работы скважин на режимах
- Время наступления псевдоустановившегося режима – время, через которое «волна изменения давления» доходит до границ области дренирования

$$T_{tr} \propto 0.1 \frac{A}{\kappa}$$

- Время наступления установившегося режима:

$$T_{ss} \propto \frac{A}{2\pi\kappa} \bar{p}_{dpat} \ln \left(100 \frac{\Delta\bar{P}}{\Delta p} \right)$$

$$T_{ss} \propto 1.84 \cdot 10^{-6} \frac{A}{\kappa} \bar{p}_{dpat} \ln \left(100 \frac{\Delta\bar{P}}{\Delta p} \right)$$

κ – коэффициент пьезопроводности

$\Delta\bar{P}$ – полное изменение среднего пластового давления в течение PSS

$$[\kappa] = \frac{m^2}{c}$$

$$\bar{p}_{dpat} = \frac{1}{J_D}$$

– безразмерное пластовое давление

A – площадь дренирования

Δp – депрессия

125

Тезисы о псевдоустановившемся режиме.

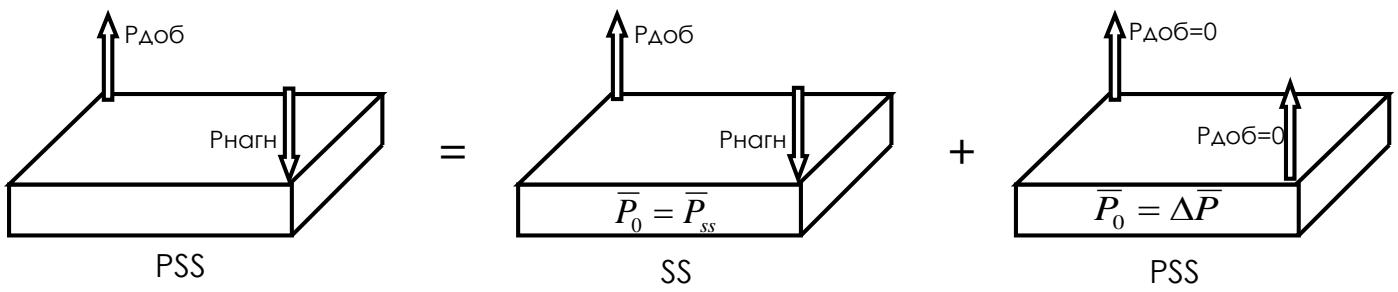
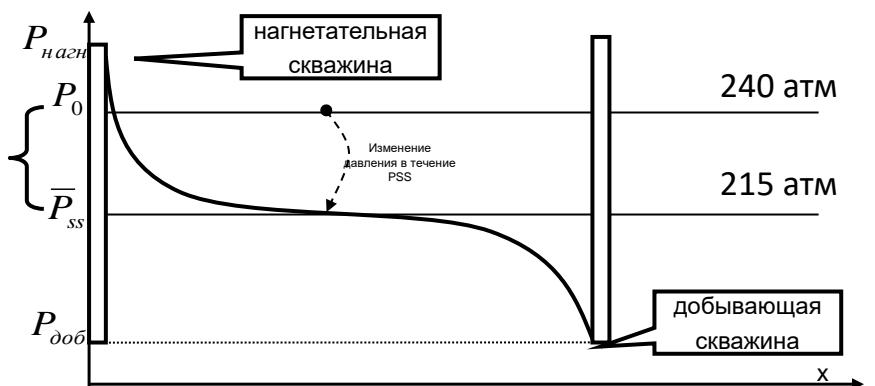
Представлены формулы для приближённой оценки временных рамок каждого из режимов.

Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки

Рассмотрим каждый режим в отдельности на примере пуска в работу 5-точки:

Работа на PSS (в системе заводнения) – есть суперпозиция двух систем:

- Системы с начальным пластовым, равным разности начального пластового давления ($\Delta\bar{P}$) и пластового давления на установившемся режиме, работающей с нулевыми Рзаб
- Системы, работающей на установившемся режиме с исходными Рзаб и Рнагн и пластовым давлением, равным \bar{P}_{ss}



(с) Юдин Е.В.

126

Рассмотрим элемент симметрии пятиточечной системы разработки: есть добывающая и нагнетательная скважины, есть начальное пластовое давление.

Данную систему можно разложить на две системы (представить в виде суммы двух систем):

- 1) полностью установившейся системы: есть давления добычи и нагнетания, а начальное пластовое давление равно установившемуся среднему пластовому давлению;
- 2) системы с нулевыми давлениями добычи и закачки, а также начальным пластовым давлением, равным разнице между начальным среднепластовым давлением исходной системы и установившимся среднепластовым давлением исходной системы

4.5 Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим

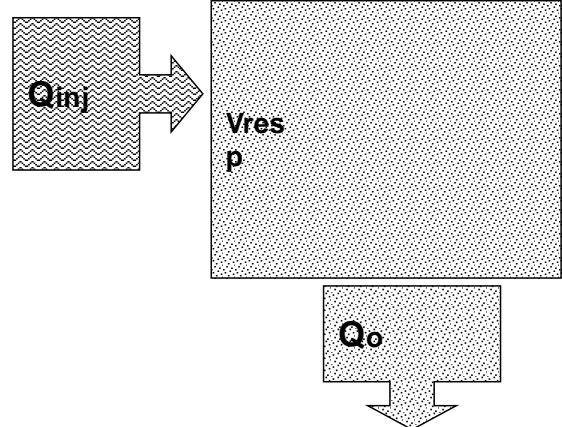
Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим

Характеристики модели:

- Среднее пластовое давление рассматривается как макропараметр системы, позволяющий описать дебиты отдельных скважин
- Модель построена на основе концепции мат.баланса
- Рассматривается псевдоустановившийся и установившийся режимы
- $M < 1$
- Решения для:
 - Рядных систем
 - 5-точки
 - 7-точки
 - 9-точки
 - других однородных сеток
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин соответственно в общем случае не равны
- На скважинах различные скин-факторы – безразмерные давления для разных скважин различны

Зависимость среднего пластового давления от времени на псевдоустановившемся режиме

$$\begin{cases} Q_p = 2\pi h N_p J_{dProd} \frac{k_L}{\mu_L} (\bar{p} - p_p) \\ Q_{inj} = 2\pi h N_I J_{dInj} \frac{k_w}{\mu_w} (\bar{p} - p_{inj}) \\ \bar{p} = p_0 - \frac{1}{V_{res} C_t \Phi} \int_0^t (Q_p(\tau) + Q_{inj}(\tau)) d\tau \end{cases}$$



$$\bar{p} = \beta p_0 + (1 - \beta) p_{ss} , \text{ где}$$

$$p_{ss} = \frac{MJ_{dInj} P_{wfI} + (N_p / N_I) J_{dProd} P_{wfP}}{MJ_{dInj} + J_{dProd} (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp \left(-\frac{2\pi h k}{V_{res} C_t \Phi} \left(J_{do} N_p \frac{k_L}{\mu_L} + J_{dw} N_I \frac{k_w}{\mu_w} \right) t \right)$$

1. При условии, что $J_{do} = J_{dw} = J_d$

$$p_{ss} = \frac{MP_{wfI} + (N_p / N_I) P_{wfP}}{M + (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp \left(-\frac{2\pi h J_d K_w}{V_{res}} N_I ((N_p / N_I) M + 1) t \right)$$

2. Если при этом пласт - круговой:

$$\beta = \exp \left(-\frac{2K_w}{R_e^2} J_d N_I ((N_p / N_I) M + 1) t \right)$$

(с) Юдин Е.В.

128

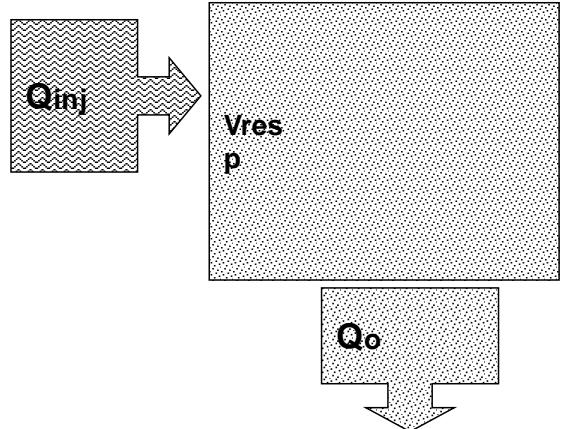
Помним, что Хансен сначала вывел формулу для производительности при единичном соотношении подвижностей в произвольной регулярной системе разработки на установившемся режиме. Затем обобщил формулу для случая с неединичным соотношением подвижностей.

Далее можем обобщить на псевдоустановившийся режим (т.е. когда ещё меняется среднее пластовое давление и закачка не равна добыче; происходит выравнивание между закачкой и добычей за счёт изменения среднего пластового давления / за счёт изменения сжимаемости).

В красной рамке представлена эта модель, обобщённая на псевдоустановившийся режим. Модель основана на материальном балансе для элемента системы разработки с учётом коэффициентов продуктивности.

Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим

$$\begin{cases} Q_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^N PI_i (\bar{p}(t) - p_{wfi}) \\ \bar{p}(t) = p_0 - \frac{1}{V_{res} \varphi C_t} \int_0^t Q_{\Sigma}(\tau) d\tau \\ \bar{p}(0) = p_0 \end{cases}$$



1. При условии, что Кпр и давления и добычи, и закачки – одинаковы

$$p_{ss} = \frac{\tilde{M} P_{wfI} + (N_p / N_I) P_{wfP}}{\tilde{M} + (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp\left(-\frac{t}{V_{res} C_t \varphi} (N_p PI + N_I II)\right)$$

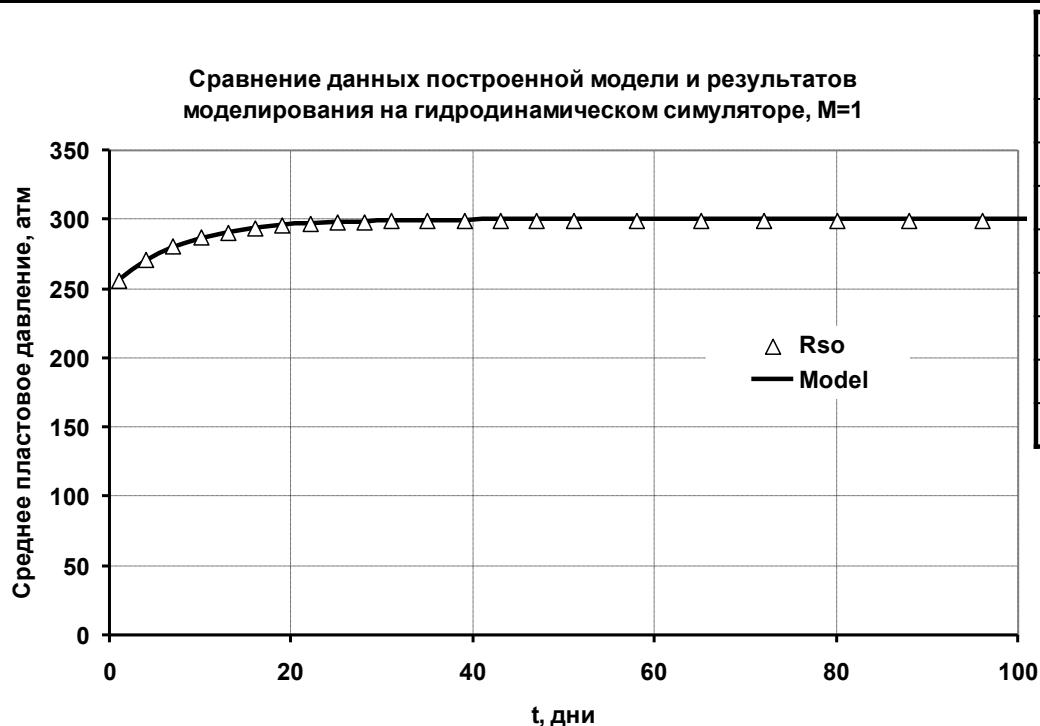
$$\bar{p} = \beta p_0 + (1 - \beta) p_{ss}, \text{ где}$$

$$p_{ss} = \frac{\sum_{i=1}^N PI_i p_{wfi}}{\sum_{i=1}^N PI_i} \quad \beta = \exp\left(-\frac{t}{V_{res} C_t \varphi} \sum_{i=1}^N PI_i\right)$$

(с) Юдин Е.В.

129

Проверка модели на численном симуляторе, $M=1$



Вопрос:

- Какое установившееся среднее пластовое давление?

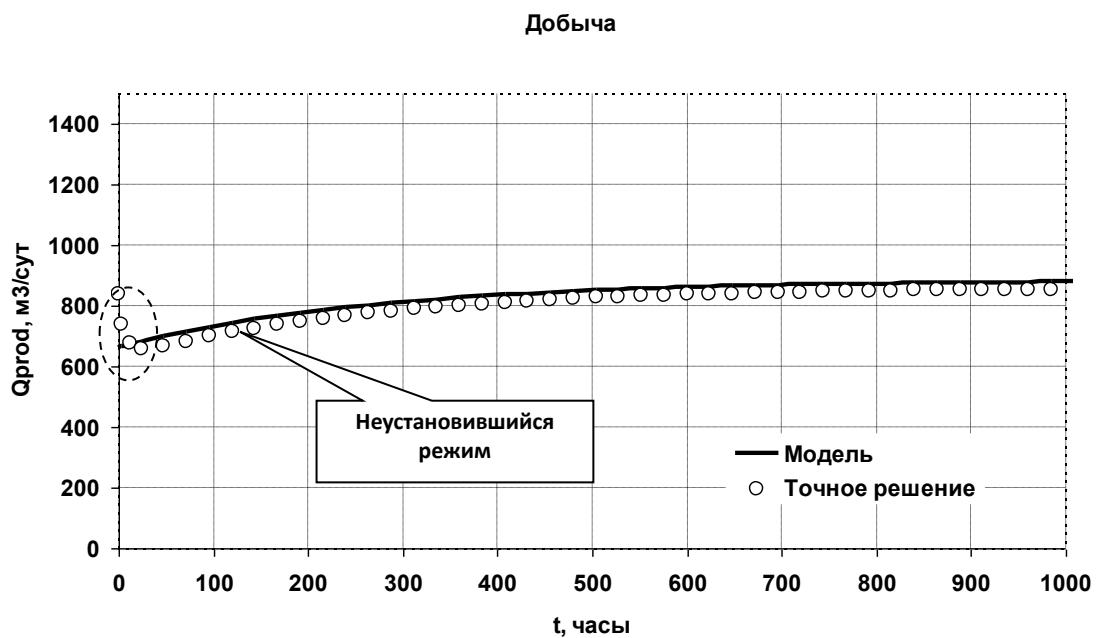
(с) Юдин Е.В.

130

В данном случае среднее пластовое давление $\bar{p} = 300$ атм не совпадает с начальным пластовым давлением, поэтому будет наблюдаться псевдоустановившийся режим.

Видим, что модель с очень хорошей точностью предсказывает рост от 250 до 300 атм.

Проверка модели на численном симуляторе, $M=1$


Вопрос:

- Почему добыча сначала падает, а потом начинает расти?
- Что происходит с нагнетанием?

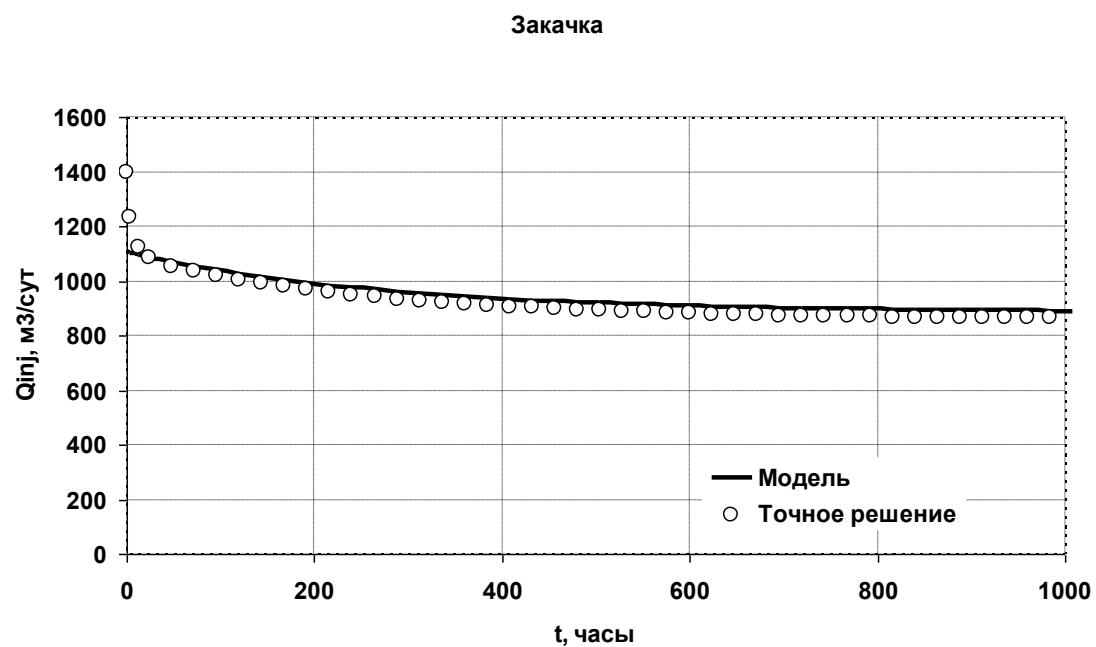
(c) Юдин Е.В.

131

Расхождение в первые часы связано с неустановившимся режимом (построенная нами обобщённая модель не учитывает протекание неустановившегося режима).

В данном случае на псевдоустановившемся режиме: среднее пластовое давление растёт, забойное давление на добывающей скважине постоянно, коэффициент продуктивности на псевдоустановившемся режиме тоже постоянен, поэтому добыча будет расти.

Проверка модели на численном симуляторе, M=1

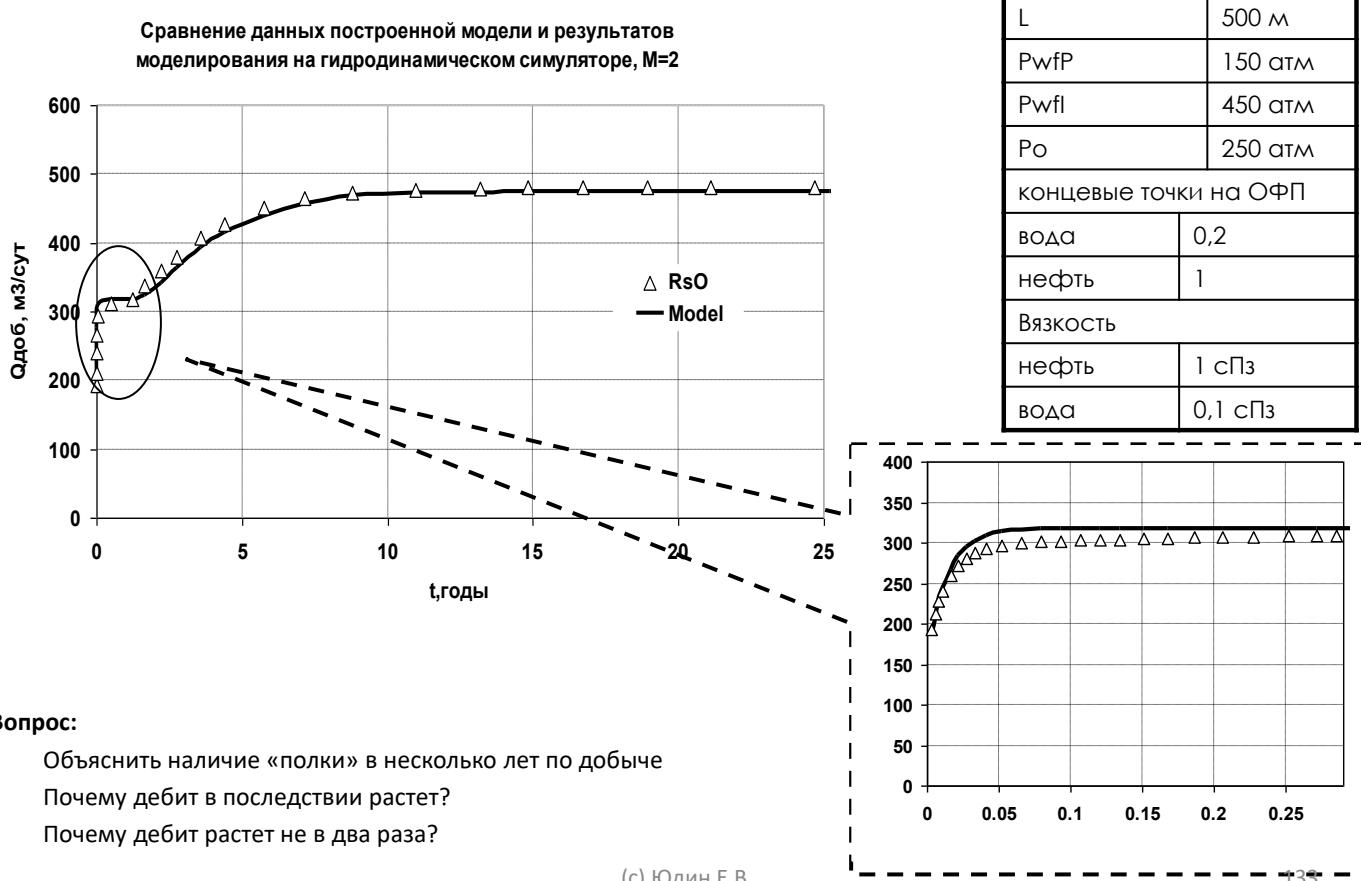


(c) Юдин Е.В.

132

Для нагнетательной скважины на псевдоустановившемся в данном случае приёмистость будет постепенно снижаться.

Проверка модели на численном симуляторе, $M=2$



Вопрос:

- Объяснить наличие «полки» в несколько лет по добыче
- Почему дебит в последствии растет?
- Почему дебит растет не в два раза?

Более правдоподобный пример: концевые точки ОФП и вязкости нефти и воды ближе к реальным. Соотношение подвижностей

$$M = \frac{0.2/0.1}{1/1} = 2 \quad (15)$$

Что будет со средним пластовым давлением?

В данном случае есть 2 установившихся среднепластовых давления: до прорыва воды ($M = 2$) и после прорыва воды ($M = 1$).

До прорыва воды:

$$\bar{p} = \frac{2 \cdot 450 + 150}{3} = 350 \text{ атм} \quad (16)$$

После прорыва воды:

$$\bar{p} = \frac{450 + 150}{2} = 300 \text{ атм} \quad (17)$$

Почему после прорыва воды среднее пластовое давление снизилось, а дебит увеличился? Потому что есть второй фактор (увеличилась подвижность добываемой жидкости), влияние которого превосходит снижение пластового давления.

Сделаем расчёт.

До прорыва воды произведение депрессии на подвижность $200 \cdot 1 = 200$ (размерности опущены); после прорыва воды произведение депрессии на подвижность $150 \cdot 2 = 300$ (размерности опущены). Таким образом, после прорыва воды должны получить производительность в 1.5 раза выше, чем до прорыва, что

и наблюдаем на графиках (до прорыва воды $Q_{prod} = 310 \text{ м}^3/\text{сут}$, после прорыва воды $Q_{prod} = 480 \text{ м}^3/\text{сут}$).

Проверка модели на численном симуляторе, M=2

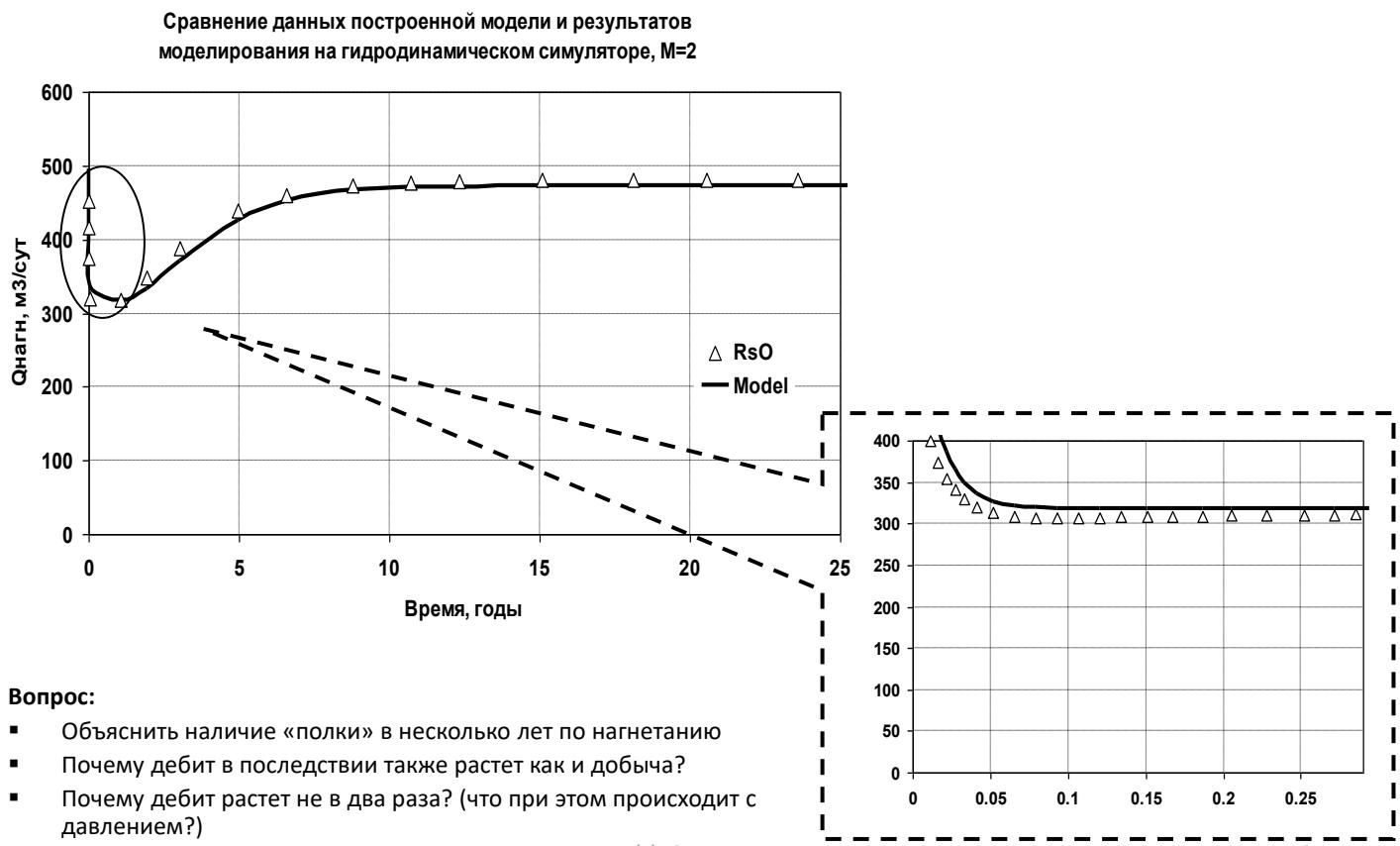


График приёмистости нагнетательной скважины. Аналогично первое стационарное значение примерно 310 атм, второе стационарное значение 480 атм.

Проверка модели на численном симуляторе, M=2

Сравнение данных построенной модели и результатов моделирования на гидродинамическом симуляторе, M=2

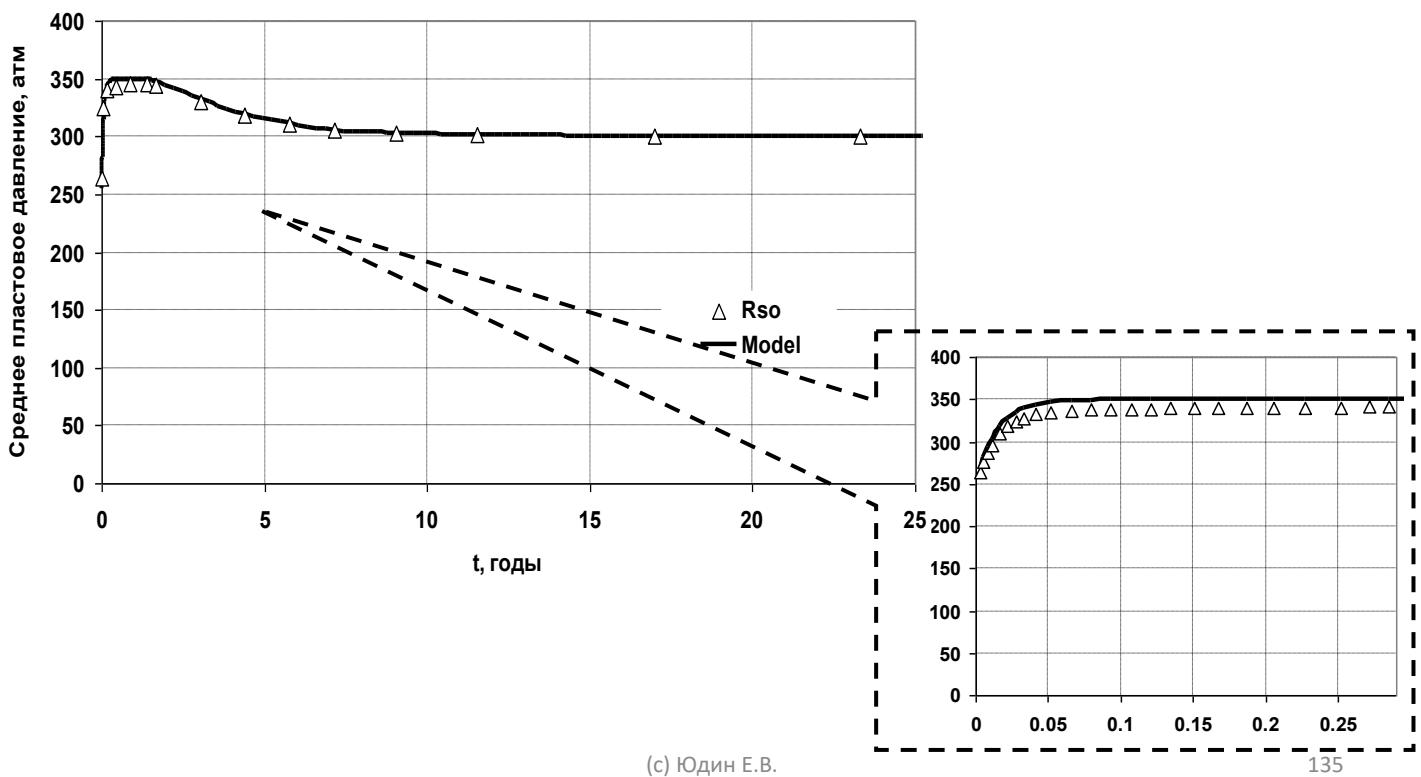


График среднего пластового давления в рассматриваемой системе.

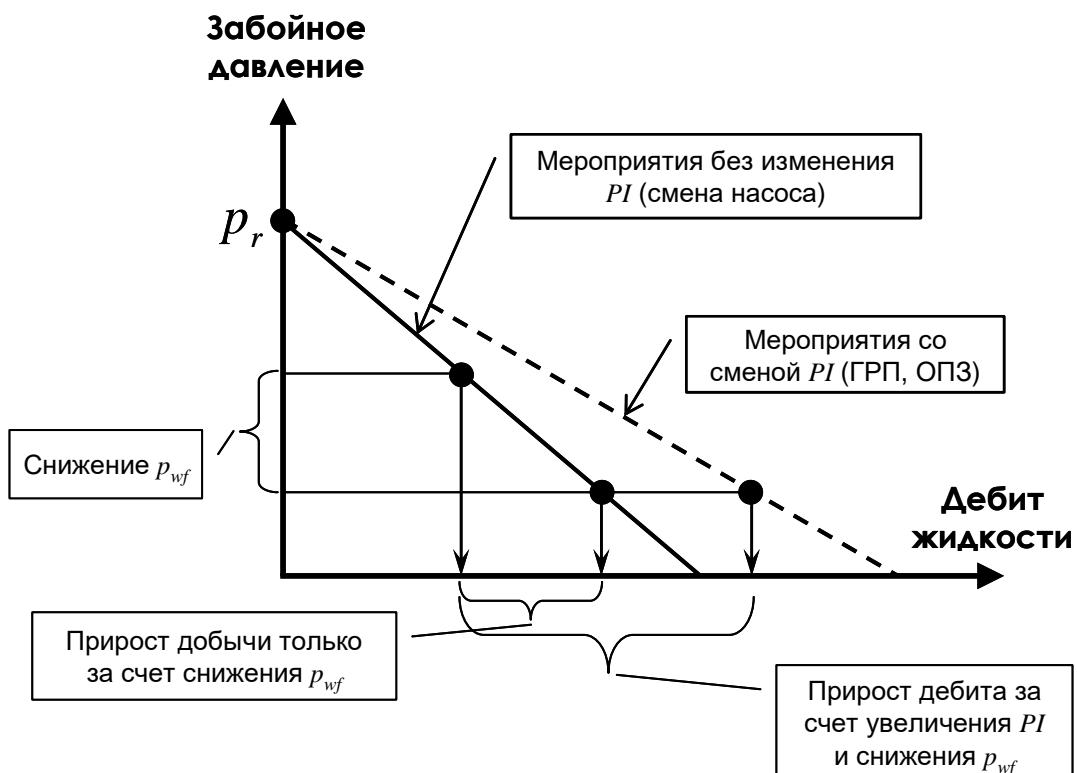
Таким образом, собрали простую модель для работы скважин в системе разработки на установившемся и псевдоустановившемся режимах.

Факторы, влияющие на эффективность разработки выбранной системы: забойные давления, соотношение подвижностей, соотношение нагнетательных и добывающих скважин.

5 Семинар 18.03.2022 (Юдин Е.В.)

5.1 Метод индикаторных диаграмм для многоскважинных систем

Анализ производительности методом индикаторных диаграмм: односкважинный случай



137

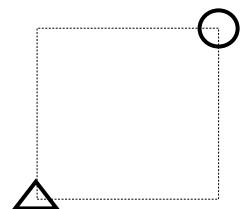
Представлено напоминание о методе индикаторных диаграмм в односкважинном случае. Далее посмотрим, как изменится метод индикаторных диаграмм, когда будем смотреть многоскважинный случай.

Уже прошли: как отличить изменения дебита за счёт изменения забойного давления или коэффициента продуктивности.

Теперь посмотрим, как изменится метод индикаторных диаграмм, когда будем смотреть многоскважинный случай.

Переход скважины на другие режимы работы на примере добывающей скважины в 5-точке

- Рассматривается элемент симметрии пятиточки
- Покажем как ведет себя дебит добывающей скважины в следующих случаях:
 - На режиме понижения забойного давления (130 атм \rightarrow 80 атм)
 - На режиме повышения забойного давления (130 атм \rightarrow 180 атм)
- Забойное давление нагнетательной скважины постоянно и равно 350 атм
- На момент изменения забойного давления система находится на установившемся режиме



Вопрос: Какое установившееся пластовое давление?

(с) Юдин Е.В.

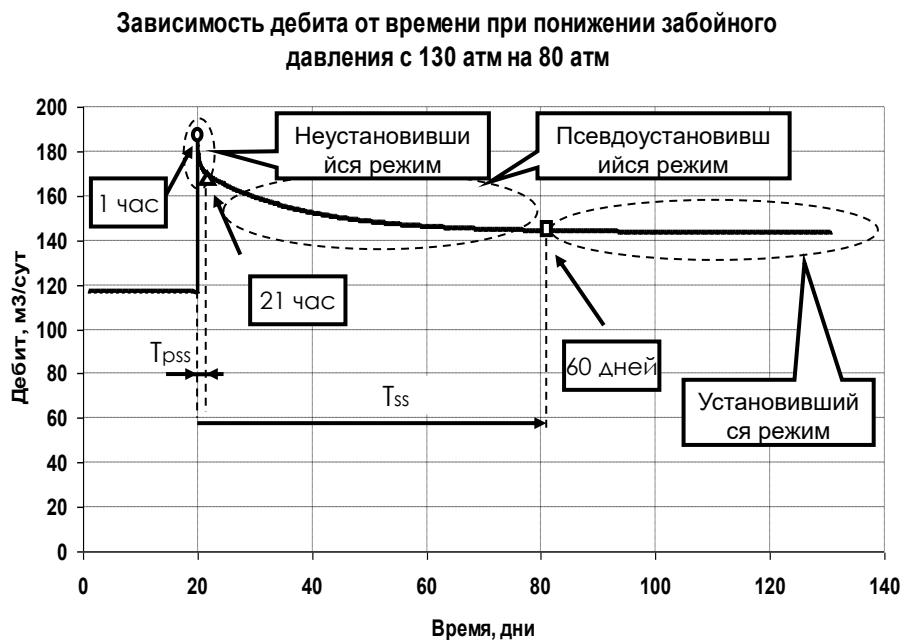
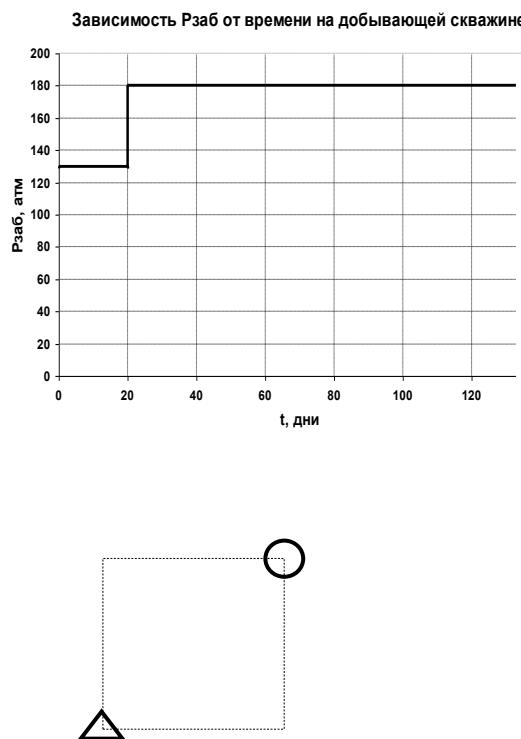
138

Есть система, работающая на установившемся режиме.

Что будет, если снизим забойное давление на добывающей скважине со 130 атм до 80 атм?

А что будет, если повысим забойное давление на добывающей скважине со 130 атм до 180 атм?

Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 130 на 180 атм



(c) Юдин Е.В.

139

Здесь опечатка: на самом деле рассматривается понижение забойного от 130 атм до 80 атм.
С точки зрения математики: изменение граничного условия; на месте добывающей скважины включается ещё одна минимая скважина с депрессией, равной 50 атм.
Если сложим, то появится дополнительное возмущение в пласте, которое будет распространяться от скважины до границы области дренирования (в процессе неустановившегося режима).
До понижения забойного давления среднее пластовое давление:

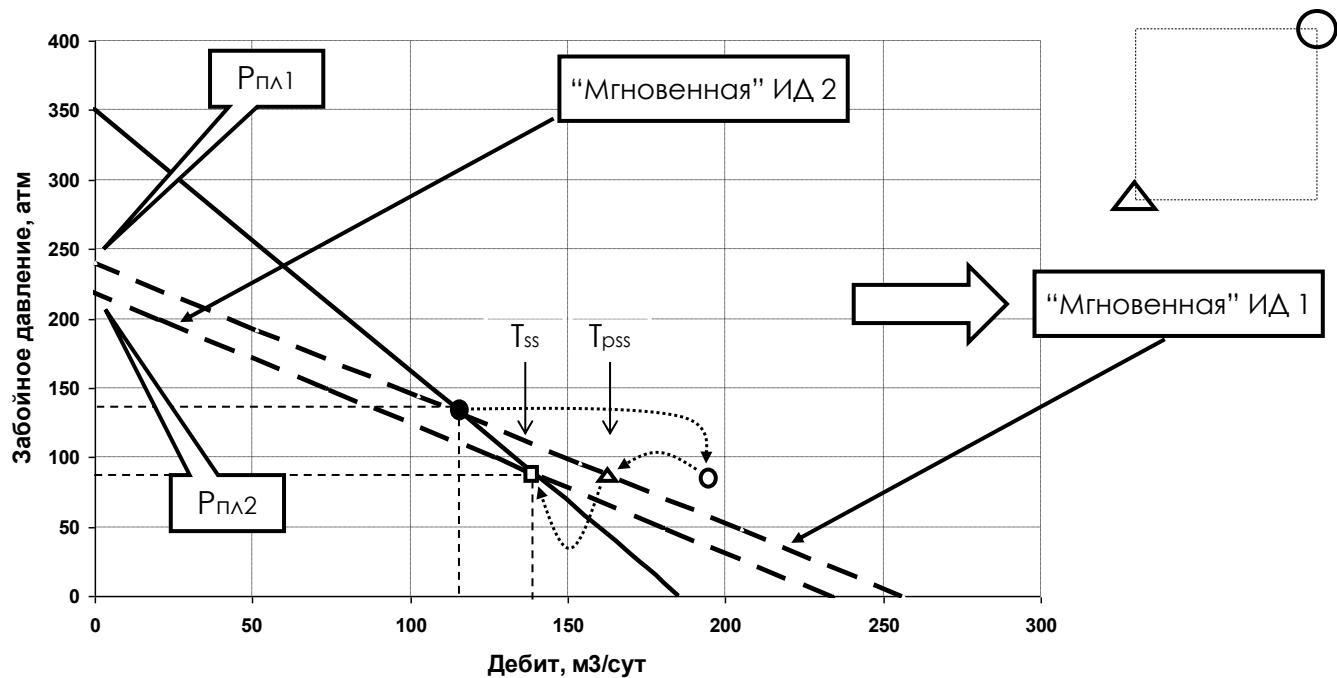
$$\bar{p} = \frac{130 + 350}{2} = 240 \text{ атм} \quad (18)$$

После понижения забойного давления со временем должно установиться давление:

$$\bar{p} = \frac{80 + 350}{2} = 215 \text{ атм} \quad (19)$$

Давление будет снижаться до 215 атм в процессе псевдоустановившегося режима.
Таким образом, поле давлений является самосогласованным. Поменяли давление на скважине, изменилось среднепластовое давление, и это изменение в свою очередь тоже повлияло на скважину.
Другими словами, когда переходим от односекционной системы к многосекционной, поле давлений становится самосогласованным.

Индикаторная Диаграмма и Зависимость дебита от Рзаб на установившемся режиме



T_{pss} – время начала псевдоустановившегося режима

T_{ss} – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

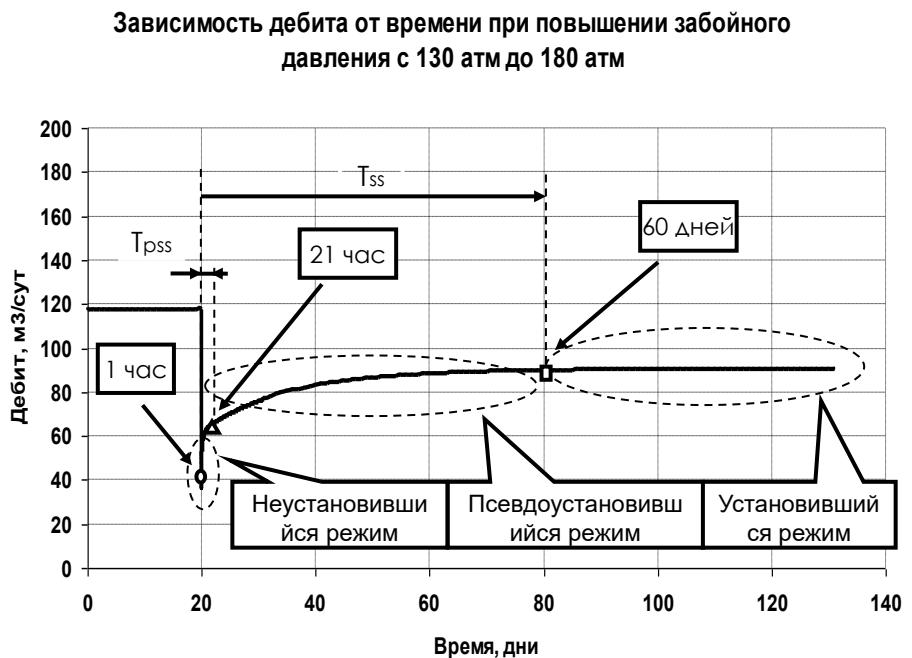
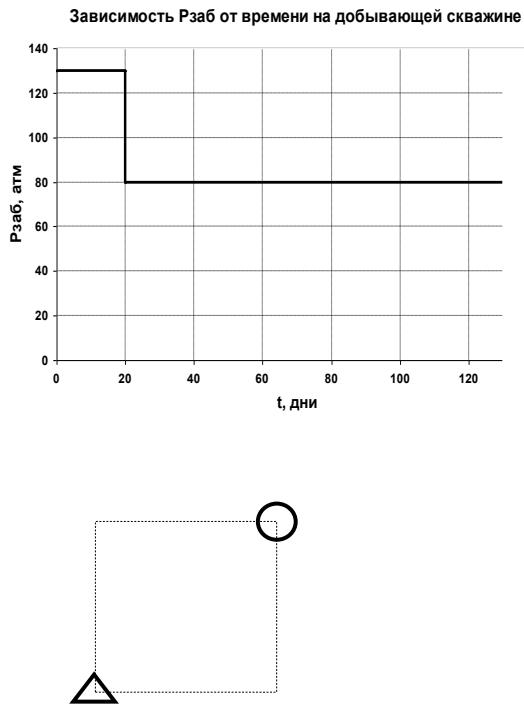
140

На индикаторной диаграмме показаны процессы, протекающие в пласте и на скважине при понижении забойного давления от 130 атм до 80 атм.

Чёрную прямую можно назвать стационарной индикаторной диаграммой. На этой диаграмме при нулевом дебите отложено такое давление, которое было бы на добывающей скважине, если бы она не работала. В рассмотриваемом случае ясно, почему 350 атм. Так как забойное давление нагнетательной скважины равно 350 атм.

Отступление. Есть отдельная тема: нестационарный узловый анализ. Будем проходить на методах матфизики.

Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 130 на 80 атм

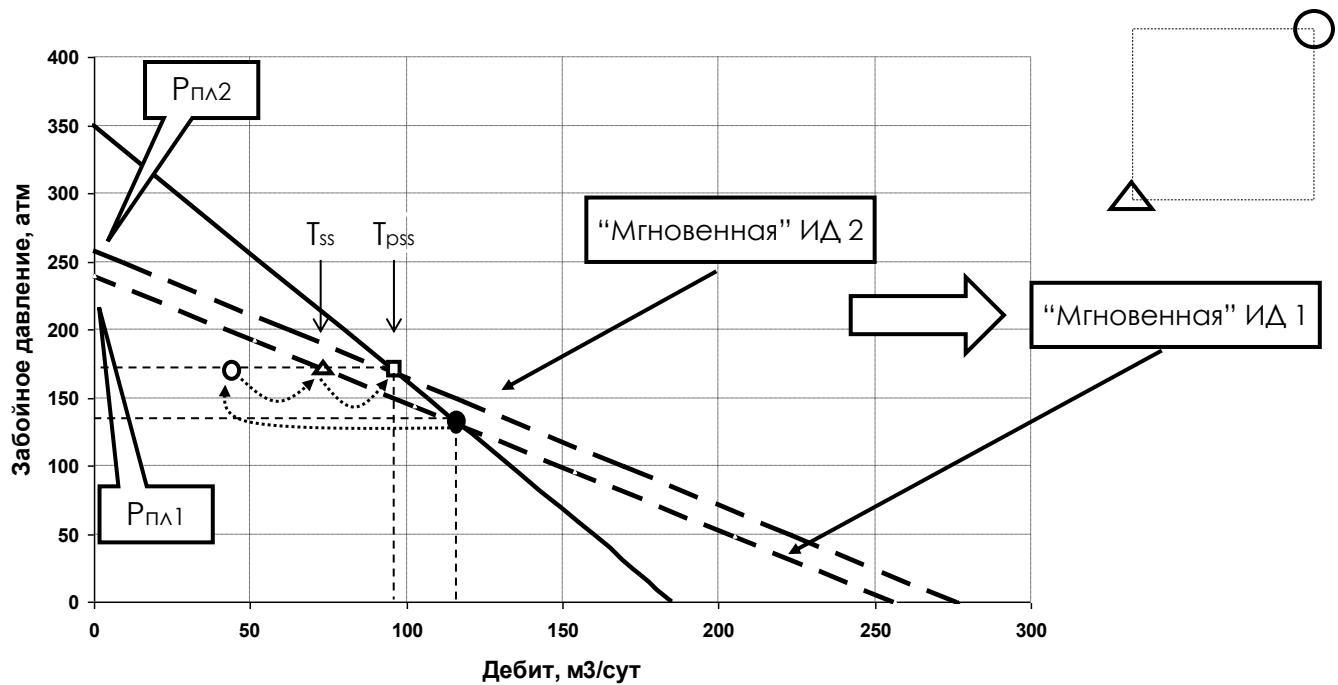


(с) Юдин Е.В.

141

Здесь опечатка: на самом деле рассматривается повышение забойного от 130 атм до 180 атм.
С точки зрения математики: изменение граничного условия; на месте добывающей скважины включается ещё одна мнимая скважина с репрессией, равной 50 атм.

Индикаторная Диаграмма и Зависимость дебита от Рзаб на установившемся режиме



T_{pss} – время начала псевдоустановившегося режима

T_{ss} – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

142

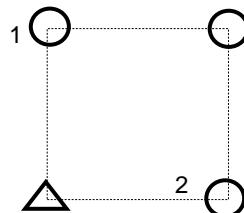
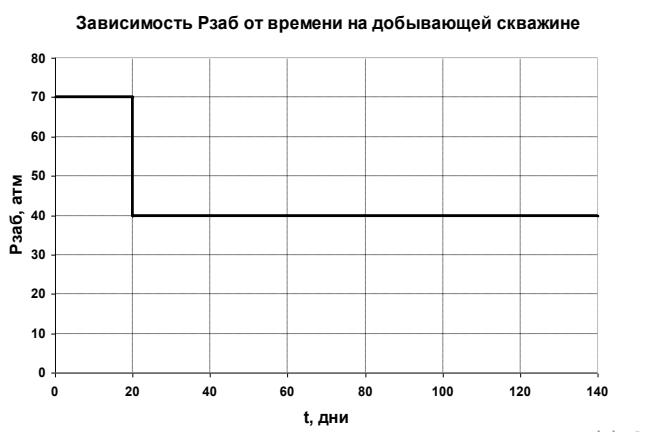
Аналогично ранее рассмотренному случаю понижения забойного давления.

Переход на другие режимы в многоскважинных системах, когда скважины находятся в несимметричных условиях

1. На примере 9-точки рассмотрим:
1. Как будет влиять переход на другой режим боковой/угловой скважины на дебит остальных скважин в элементе симметрии
 2. Какой «вклад» будет вносить в среднее пластовое давление каждая скважина

Пусть забойное давление на добывающих скважин 70 атм, нагнетательной – 450 атм.

1. Найдем зависимость дебита на установившемся режиме от Рзаб на боковой и угловой скважинах при фиксированном Рнагн и Рзаб других добывающих скважин
2. Оценим влияние (интерференцию) боковой скважины на угловые и наоборот
3. Рассмотрим эффект от понижения забойного давления на добывающей угловой и боковой скважинах, при фиксированном давлении на остальных скважинах элемента симметрии 5-точки соответственно



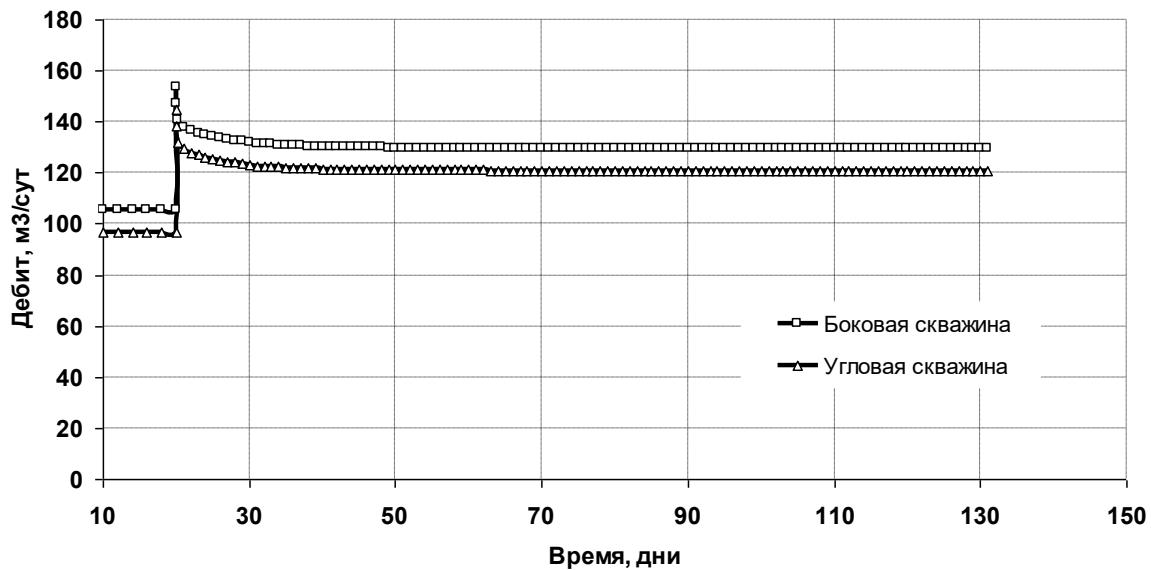
(с) Юдин Е.В.

143

Индикаторные диаграммы изображаются аналогично ранее рассмотренному случаю понижения забойного давления.

Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 70 на 40 атм

Зависимость дебита от времени при понижении забойного давления с 70 атм до 40 атм

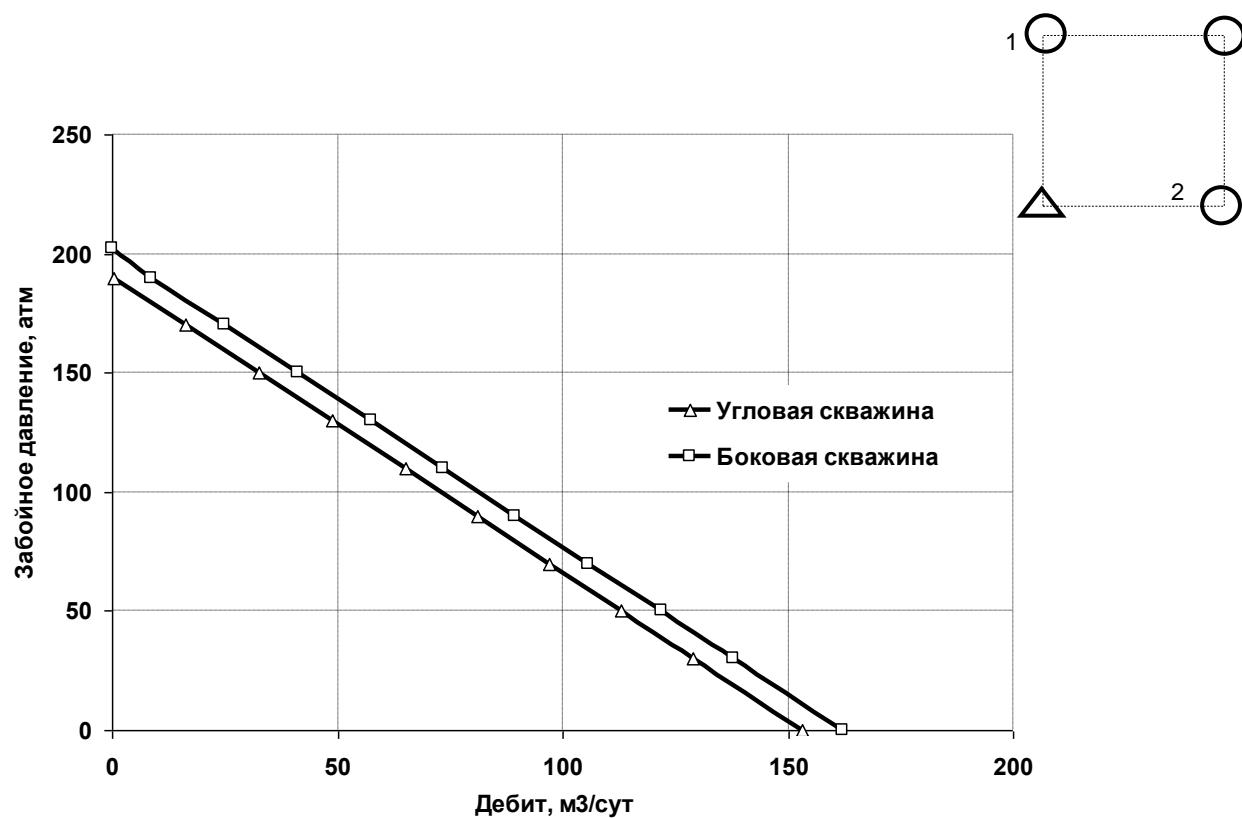


(с) Юдин Е.В.

144

Здесь и далее приведены примеры в случае девятиточки.

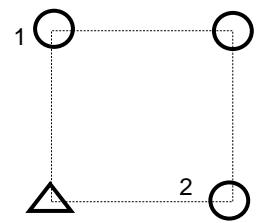
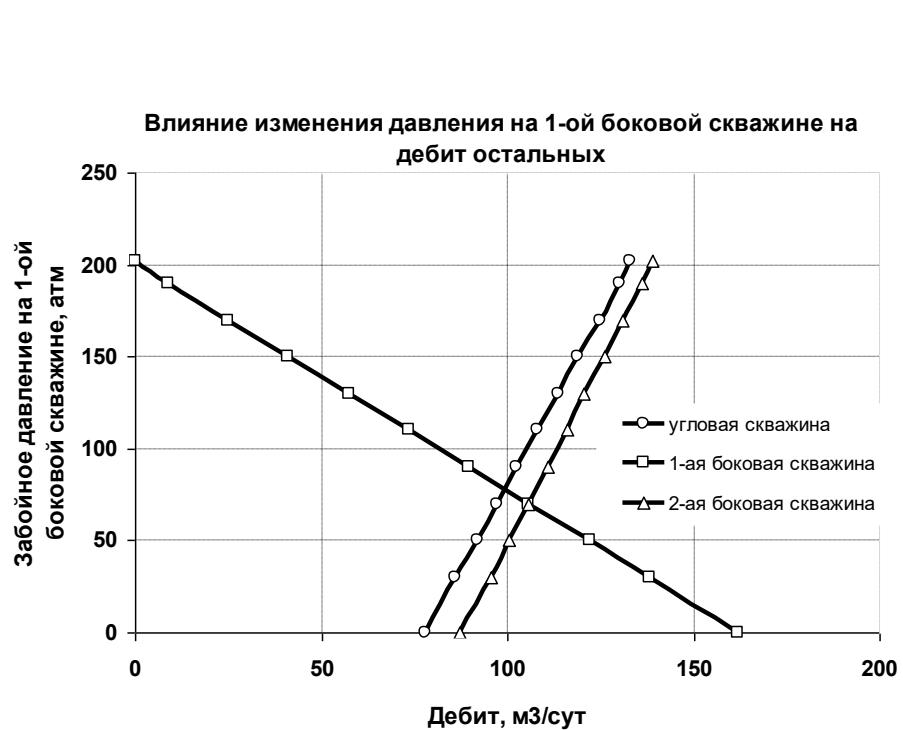
Зависимость дебита от забойного давления на установившемся режиме для боковой и угловой скважин элемента симметрии 9-точки



(c) Юдин Е.В.

145

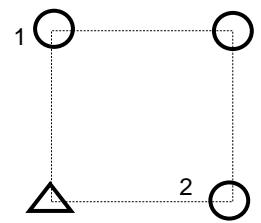
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин элемента симметрии 9- точки



(с) Юдин Е.В.

146

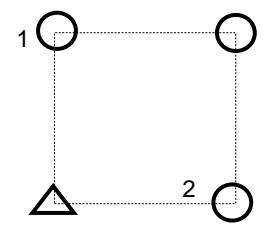
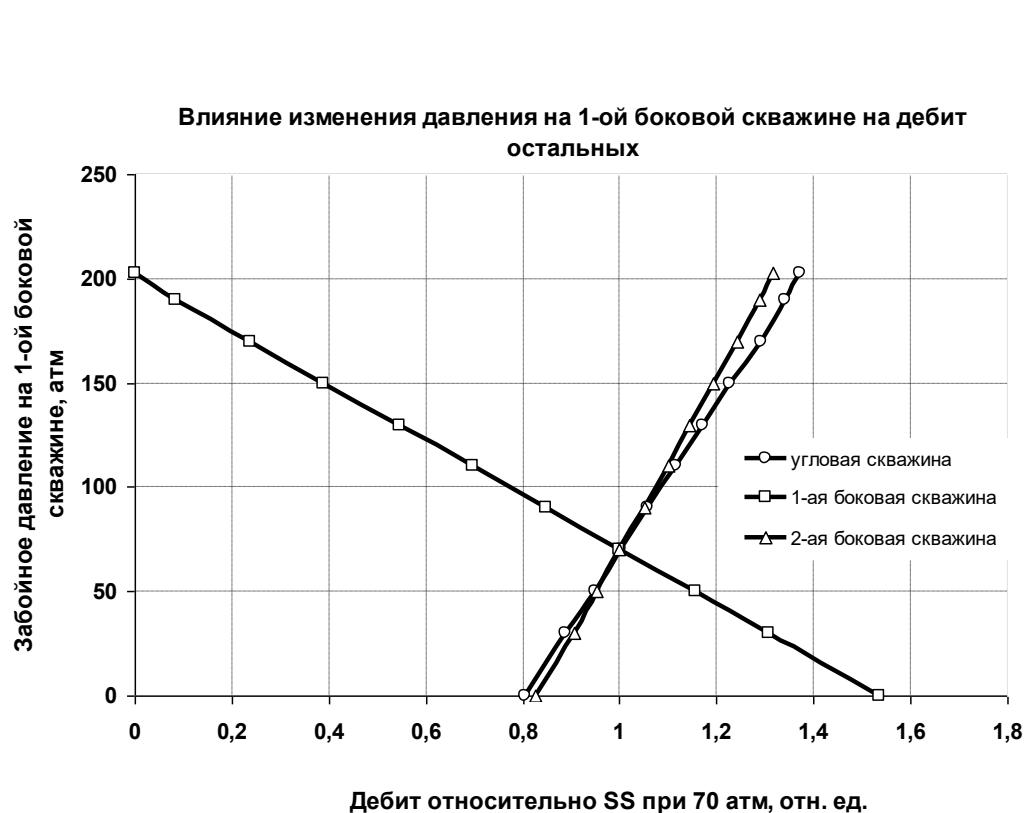
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин элемента симметрии 9- точки



(c) Юдин Е.В.

147

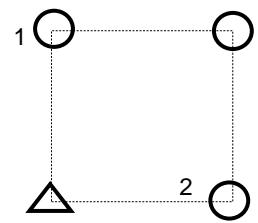
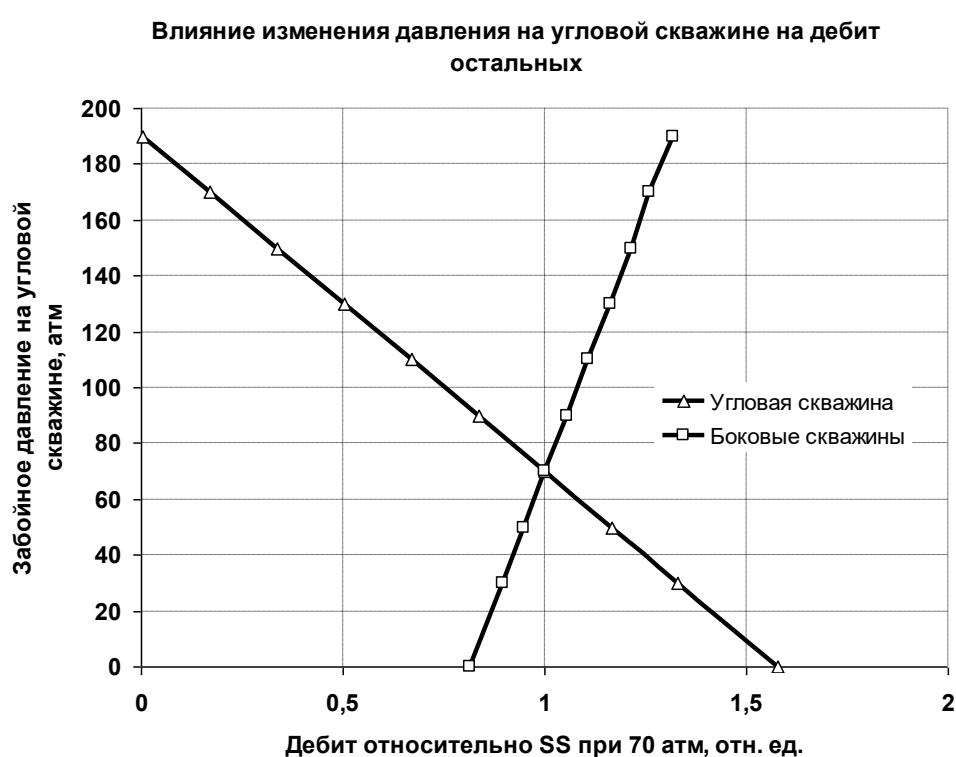
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин
элемента симметрии 9- точки



(c) Юдин Е.В.

148

Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин элемента симметрии 9- точки



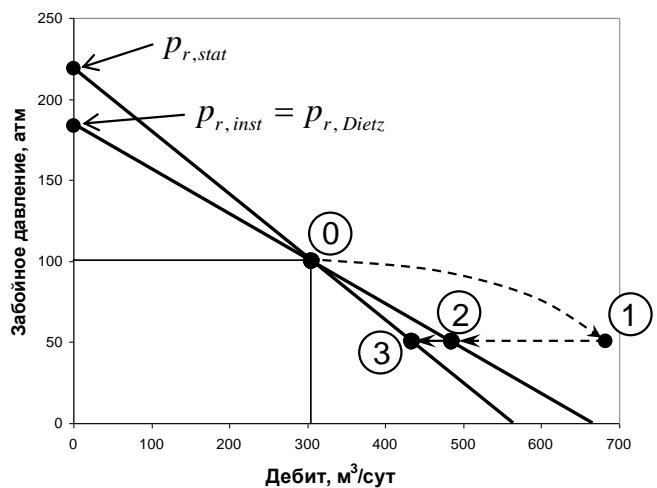
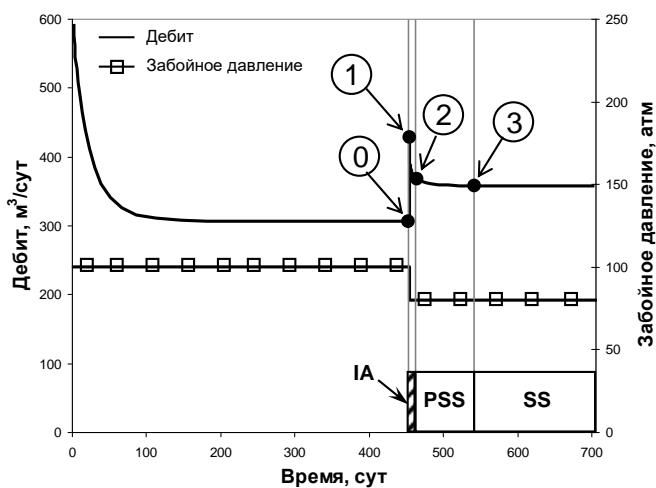
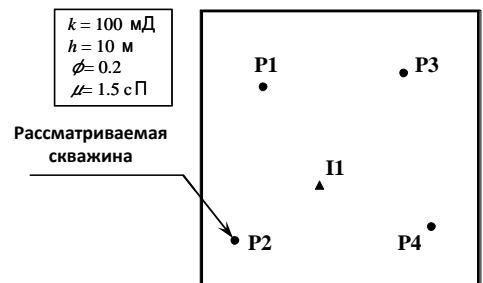
(c) Юдин Е.В.

149

Анализ производительности методом индикаторных диаграмм(*)

- Рассмотрим замкнутый пласт с 1 нагнетательной и 4 добывающими скважинами
- Система работает на установившемся режиме
- На скважине P2 произвели интенсификацию
- Необходимо:
 - Описать динамику системы
 - Оценить дебит скважины в различный период времени

$$\begin{aligned} k &= 100 \text{ мД} \\ h &= 10 \text{ м} \\ \phi &= 0.2 \\ \mu &= 1.5 \text{ сП} \end{aligned}$$



(c) Юдин Е.В.

• – (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

151

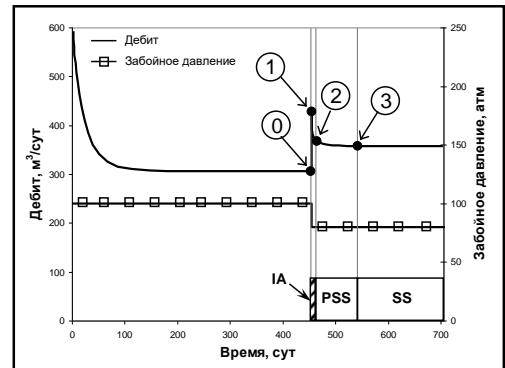
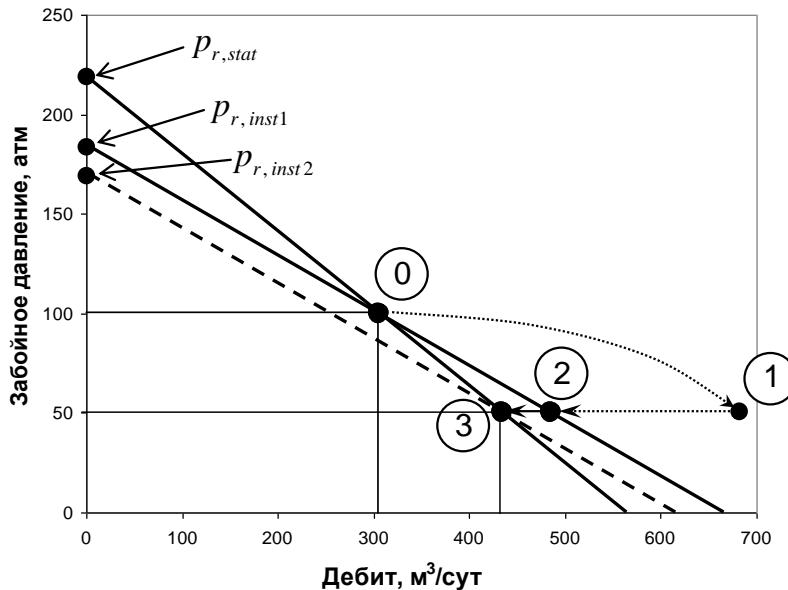
Отступление. Задача, подобная задаче Льва Толстого.

(*) Статья [доступна по ссылке](#)

5.2 Статическая и мгновенная индикаторные диаграммы

Анализ производительности методом индикаторных диаграмм(*)

- Два вида индикаторных диаграмм после неустановившегося режима
- **Мгновенная индикаторная диаграмма** – прирост в краткосрочной перспективе, строится если учитывать «старое» пластовое давление
- **Статическая индикаторная диаграмма** – прирост в долгосрочной перспективе, получается из точек, если учесть «новое» пластовое давление



- Статическая диаграмма строится если через точку текущей работы провести прямую в точку (0, P_{stat}), где P_{stat} – среднее пластовое давление если рассматриваемую скважину отключить
- Мгновенная индикаторная диаграмма строится если через точку текущей работы провести прямую в точку (0, P_{inst}), где P_{inst} – среднее пластовое давление с текущим дебитом рассматриваемой скважины (до интенсификации)

(c) Юдин Е.В.

152

• – (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

(*) Статья доступна по ссылке

5.3 Статический и мгновенный коэффициенты продуктивности

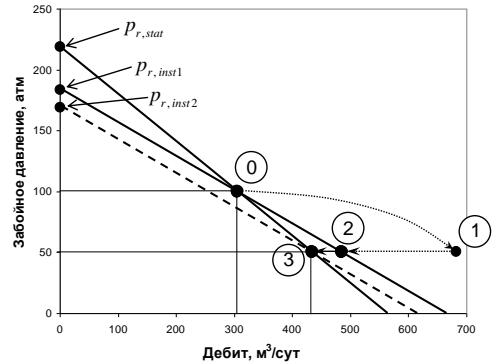
Статический и «мгновенный» коэффициент продуктивности

- По определению статического пластового (давления в отсутствии рассматриваемой скважины) и мгновенного пластового давления :

$$Q_{\Sigma}^I = \frac{k_w h}{18.42 \mu_w B_w} \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I \cdot (p_{wf,j}^I - \bar{p}) \quad Q_{\Sigma}^P = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} \sum_{i=1}^{N_p} J_{D,i}^P \cdot (\bar{p} - p_{wf,i}^P)$$


$$p_{r,stat}^i = \frac{\sum_{n=1}^{N_p} J_{D,n}^P \cdot p_{wf,n}^P + M_T \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I P_{wf,j}^I}{\sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^{N_p-1} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I}$$

$$p_{r,inst}^i = \frac{\sum_{n=1}^{N_p} J_{D,n}^P \cdot p_{wf,n}^P + M_T \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I P_{wf,j}^I}{\sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^{N_p-1} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I}$$



- В отличии от односкважинного случая – два варианта коэффициента продуктивности: $Q_i^P = f(\bar{p}(p_{wf,i}^P), p_{wf,i}^P)$

- «Мгновенный»

$$K_{inst,i} = -\frac{\partial Q_i^P}{\partial p_{wf,i}^P} = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,i}^P$$

- «Статический»

$$K_{stat,i} = -\frac{d Q_i^P}{d p_{wf,i}^P} = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,i}^P \left(1 - \frac{J_{D,i}^P}{\sum_{n=1}^{N_p} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_l} J_{D,j}^I} \right)$$

(c) Юдин Е.В.

153

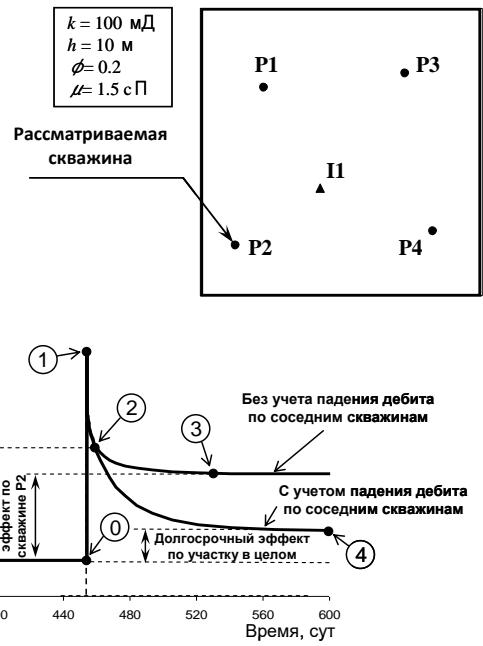
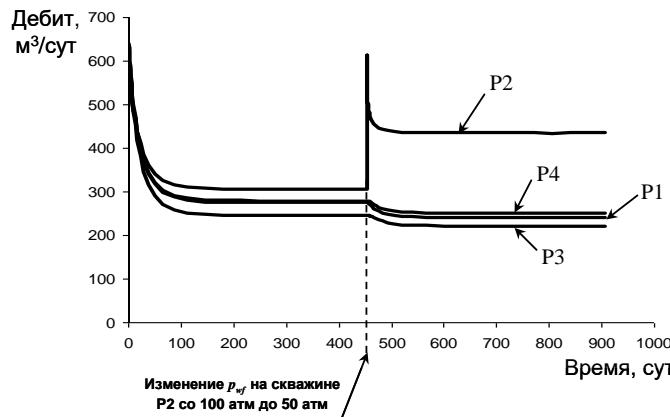
Мгновенный коэффициент продуктивности – это частная производная дебита по забойному давлению.

Статический коэффициент продуктивности – это полная производная дебита по забойному давлению.

Мы понимаем, что при уменьшении забойного давления добывающей скважины в системе разработки, пластовое давление тоже изменится. При расчёте мгновенного коэффициента продуктивности это изменение пластового давления не учитываем. А при расчёте статического коэффициента продуктивности (полная производная) учитываем как изменение забойного, так и пластового давления.

Учет интерференции скважин при интенсификации добычи

- Рассмотрим динамику общей добычи по участку до и после интенсификации скважины P2 с учетом и без учета интерференции скважин



(с) Юдин Е.В.

154

Необходимо учитывать и снижение дебитов на всех остальных скважинах, так как пластовое давление упало во всей системе разработки.

Учет интерференции скважин при интенсификации добычи

- Пусть на всех добывающих и нагнетательных скважинах давления соответственно одинаковы

$$\bar{p} = \alpha p_{wf}^I + (1 - \alpha) p_{wf}^P$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1}{M_T} \sum_{j=1}^{N_p} J_{D,j}^P}$$

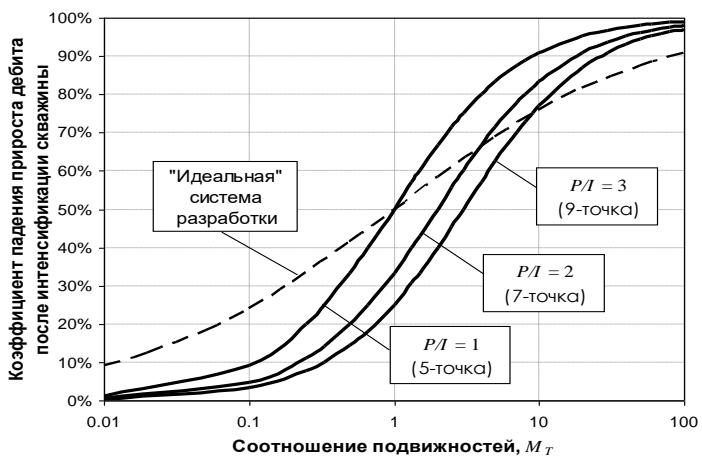
$$\Delta_{inst} Q = \frac{\partial Q_k^P}{\partial p_{wf,k}^P} \Delta p_{wf,k}^P = -\frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,k}^P \Delta p_{wf,k}$$

$$\Delta_{stat} Q = \frac{dQ_k^P}{dp_{wf,k}^P} \Delta p_{wf,k}^P = -\frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,k}^P \Delta p_{wf,k} \left(1 - \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta p_{wf,k}} \right)$$

- Коэффициент падения дебита в процессе псевдоустановившегося режима:

→ $\varepsilon = \frac{\Delta_{stat} Q}{\Delta_{inst} Q} = 1 - \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta p_{wf,k}}$

Зависимость коэффициента падения прироста суммарного дебита после интенсификации от соотношения подвижностей воды и нефти для различных систем разработки, а также для «идеальной» системы разработки с максимальной пропускной способностью



- Если понизить давление на всех добывающих скважинах на одинаковое значение:

$$\varepsilon = \frac{\tilde{M}}{N_p / N_I + \tilde{M}}$$

- Если пласт коэффициенты продуктивности одинаковы:

$$N_p / N_I = \sqrt{\tilde{M}}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{M_T}}}$$

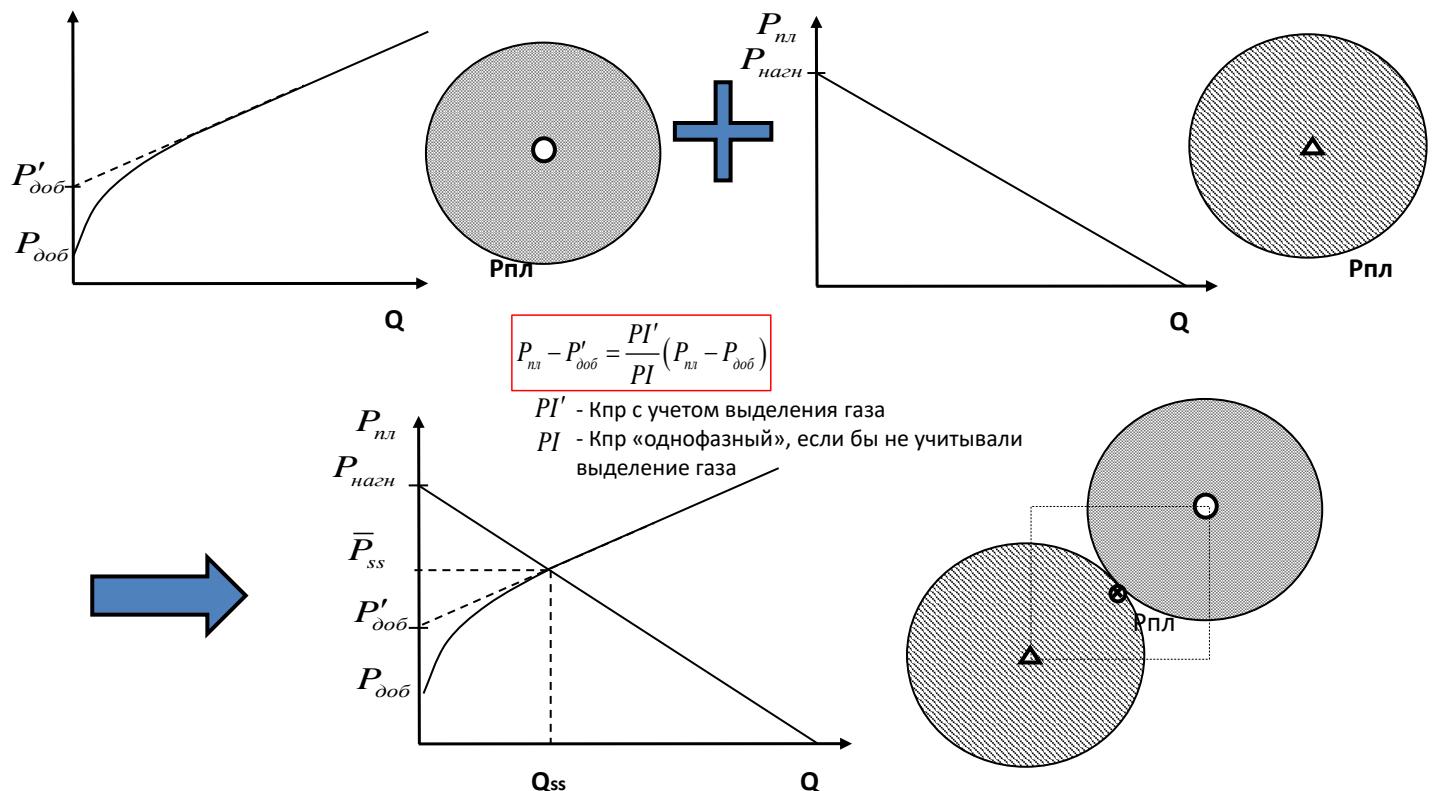
– (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

155

За счёт изменения пластового давления ожидаемый прирост дебита в долгосрочной перспективе падает. Коэффициенты падения от ожидаемого прироста в зависимости от соотношения подвижностей представлены на палетке.

(*) Статья доступна по ссылке

Узловой анализ для определения дебита и среденпластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения*



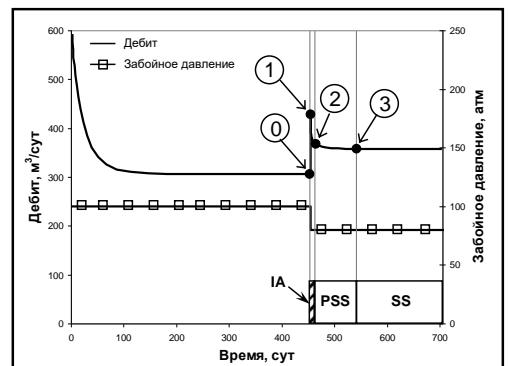
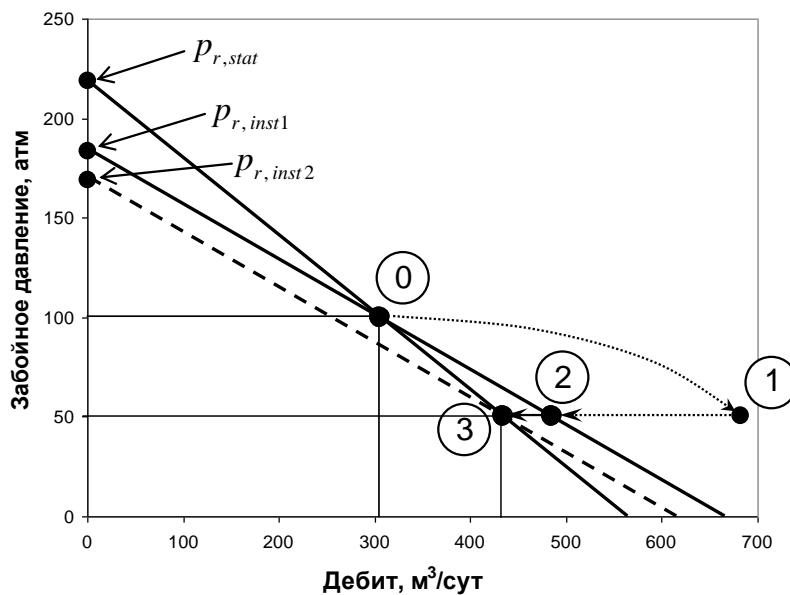
Все рассуждения при анализе с помощью метода индикаторных диаграмм для работы скважины в системе разработки аналогичны в случае учета выделения газа при использовании соответствующей поправки (см.раздел про односкважинные системы)

(с) Юдин Е.В.

156

Упражнение

- Показать методом индикаторных диаграмм дебит на установившемся и псевдоустановившемся режиме в случае, если забойное давление снижается ниже давления насыщения



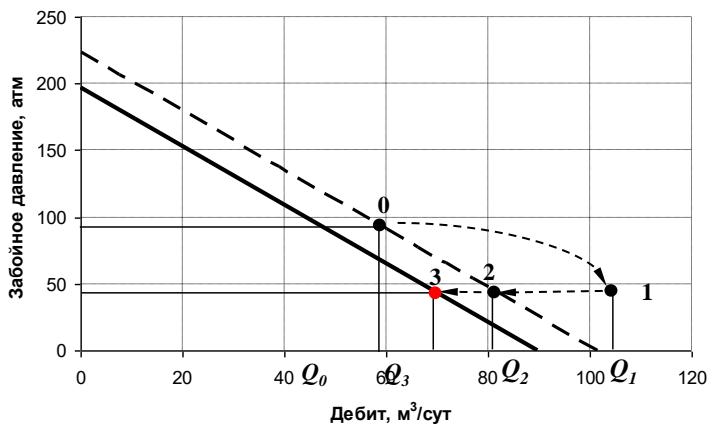
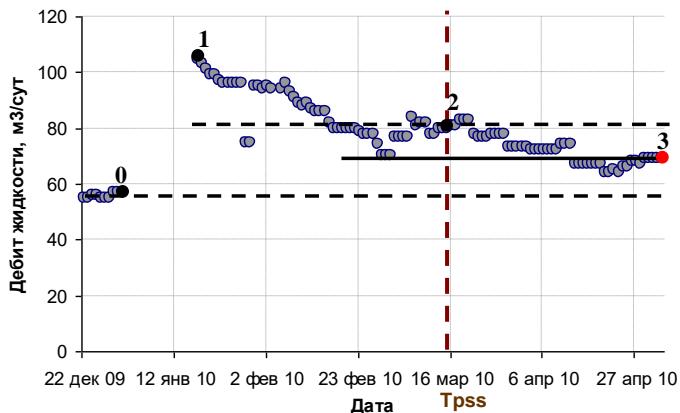
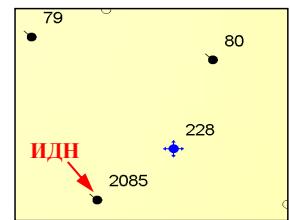
(c) Юдин Е.В.

157

Пример из практики

Параметры до ИДН: $Q_0=57 \text{ м}^3/\text{сум}$, $p_{wf0}=90 \text{ атм}$, $p_{rl}=223 \text{ атм}$

Параметры после ИДН: $Q_3=70 \text{ м}^3/\text{сум}$, $p_{wf}=40 \text{ атм}$, $p_{r3}=197 \text{ атм}$



Почему дебит жидкости после T_{pss} снижается?

(с) Юдин Е.В.

158

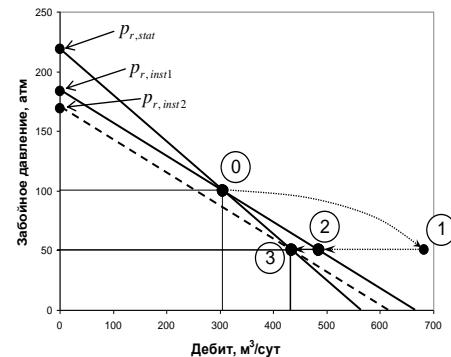
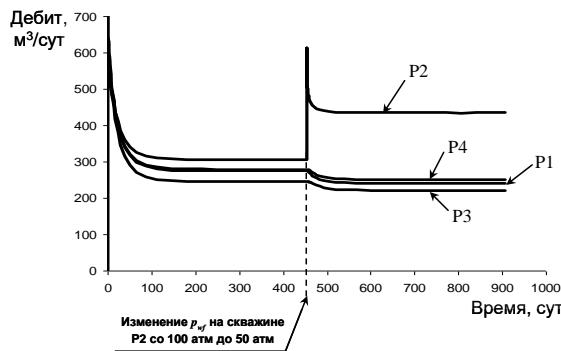
Пример из практики. Снижение дебита после T_{pss} за счёт снижения среднего пластового давления (псевдоуставновившийся режим).

Что есть пластовое давление в многоскважинной системе?

Оценка производительности скважины в системе разработки, включая расчет эффекта от ГТМ, требует применения многоскважинного подхода, учитывающего работу других скважин в данном пласте. Анализ, проведенный в работе, показал, что при этом возникает необходимость рассмотрения трех видов пластового давления – мгновенного, статического и интегрального.

Детальное исследование, проведенное в работе, позволяет сделать следующие выводы:

- Расчет на основе мгновенного пластового давления дает прирост от оптимизации в краткосрочном периоде. Выход на расчетное значение происходит в момент окончания неустановившегося режима. По результатам интерпретации ГДИС определяется именно мгновенное давление. Оно же является средним давлением в области дренирования скважины (но не по всему пласту в целом). Мгновенному пластовому давлению соответствует мгновенная индикаторная диаграмма – кривая притока (IPR), проходящая через рабочую точку в момент окончания неустановившегося режима.
- Мгновенное пластовое давление начинает меняться при любом изменении режима – поэтому это величина условная, ненаблюдаемая. Даже попытка его измерить путем остановки скважины приводит к его изменению. Расчеты, проводимые с использованием мгновенного пластового давления применимы только приближенно в интервале времени, сопоставимом с длительностью неустановившегося режима для анализируемой скважины. После прохождения расчетной точки дебит будет продолжать уменьшаться до установления нового режима и нового значения мгновенного пластового давления.

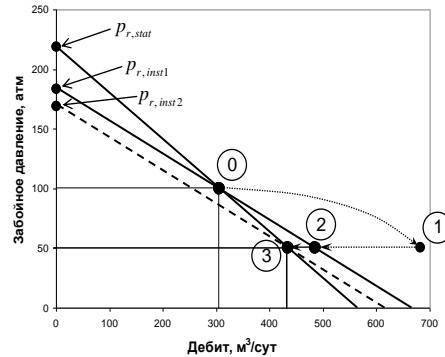
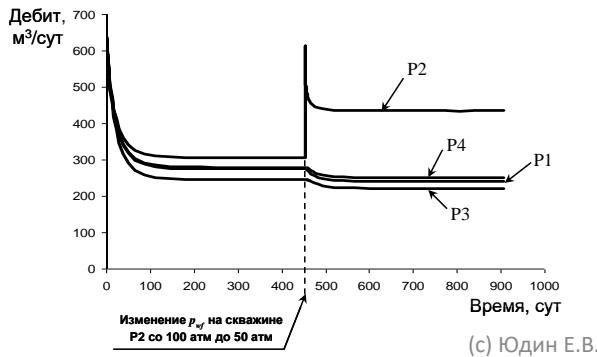


(с) Юдин Е.В.

159

Что есть пластовое давление в многоскважинной системе?

- Если остановить добывающую скважину в многоскважинной системе на очень длительное время (на порядок больше времени неустановившегося режима) до полного установления в ней давления, то наблюдаемое в скважине значение давления будет статическим пластовым давлением. Это значение выше мгновенного пластового. Все точки, соответствующие установленным режимам, лежат на статической IPR, проходящей через статическое давление. Наклон статической IPR больше наклона мгновенной IPR. Статическая индикаторная диаграмма учитывает как эффект от изменения забойного давления, так и от связанного с ним изменения мгновенного пластового давления. Таким образом, статическая индикаторная диаграмма позволяет оценить эффект от ГТМ в долгосрочном периоде, с учетом падения добычи за счет изменения мгновенного пластового давления.
- Хотя статическое давление – величина наблюдаемая, для его определения требуется длительная остановка скважины. Поэтому при расчете долгосрочных эффектов от ГТМ целесообразно оценить эффект от изменения мгновенного пластового расчетным путем. Расчет позволяет оценить динамику дебитов не только по одной скважине, но и по всем скважинам окружения.
- При расчете эффекта от интенсификации работы добывающей скважины в системе разработки необходимо учитывать не только краткосрочный прирост, но и последующее падение дебита за счет изменения мгновенного пластового давления для анализируемой скважины, а также падения добычи на соседних скважинах за счет изменения среднего давления в области в результате интерференции скважин. Результирующий прирост может оказаться в несколько раз ниже мгновенного.
- Заметный прирост может дать только систематическая интенсификация всех высокопродуктивных скважин в сочетании с повышением эффективности работы нагнетательного фонда.



160

6 Семинар 25.03.2022 (Юдин Е.В.)

6.1 Работа скважины в произвольной многоскважинной системе. Матрица взаимной продуктивности

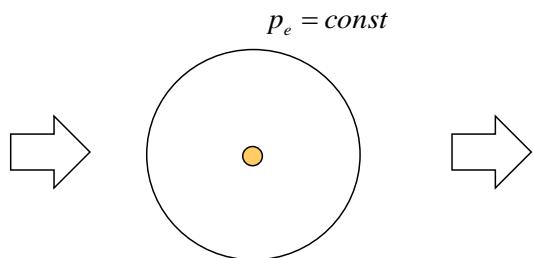
Нерегулярная система разработки

- Для решения задач:
 - Выявления проблемных невырабатываемых зон месторождения,
 - Поиска кандидатов, способов стимуляции, определение эффективности ГТМ,
 - Оптимизации заводнения,
- существуют следующие инструменты:

Материальный баланс:



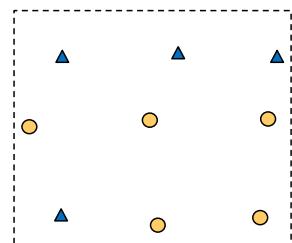
Односкважинные модели:



«+» Простота, оперативность расчетов;
«-» Нет учета неуст. режима, нет учета геометрии потока.

«+» Простота, оперативность расчетов, учет неуст. режима;
«-» Нет учета влияния соседних скважин.

Многоскважинные модели:



«+» Учет влияния соседних скважин, геометрии потока
«-» Отсутствие простого инструмента.

Для решения данных задач необходим учет взаимного влияния скважин

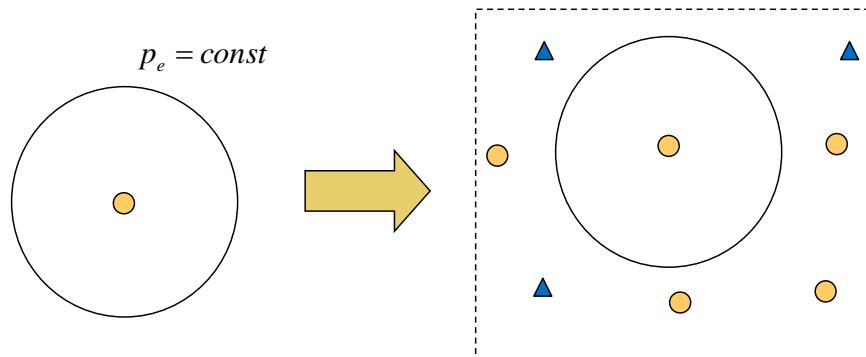
(с) Юдин Е.В.

162

Как найти продуктивность системы, в которой скважины расположены в произвольном нерегулярном порядке?

Предлагаемый метод определения межскважинных взаимодействий

Идея: переход от односкважинных моделей путем разработки методики взаимного учета данных эксплуатации группы скважин(добычающих и нагнетательных) с целью идентификации межскважинных взаимодействий



Применения предлагаемой методики:

- Выявление невырабатываемых зон пласта
- Факторный анализ причин снижения дебита
- Подбор кандидатов ГТМ и способов стимуляции скважины, пласта:
 - Идентификация скважин с ухудшающимися свойствами ПЗП
 - Оптимизация заводнения - выбор кандидатов под перевод в ППД
 - Поиск кандидатов на ЗБС
- Анализ потенциала и прогноз добычи в долгосрочном периоде

(с) Юдин Е.В.

163

Предлагаемый метод анализа многоскважинных систем

- Фильтрацию в многоскважинной системе предлагается описать с помощью матрицы взаимных продуктивностей (MPI)
- Матрица взаимных продуктивностей** - расширение понятия коэффициента продуктивности, зависит взаимного расположения скважин, строения пласта

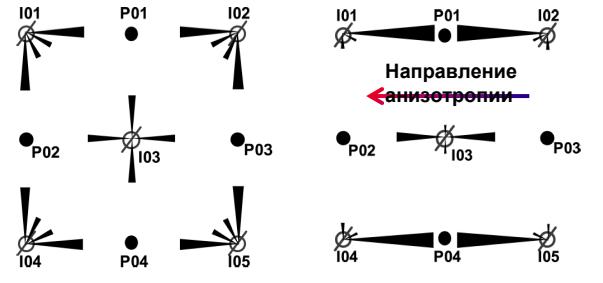
вектор депрессии и дебита $\vec{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{p} - p_{wf,1} \\ \bar{p} - p_{wf,2} \\ \vdots \\ \bar{p} - p_{wf,n} \end{bmatrix}$, $\vec{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$

По аналогии с односкважинным случаем

$$\vec{q} = [MPI] \cdot \vec{d}$$

$q = PI \cdot d$

$$[MPI] = \begin{vmatrix} PI_{11} & PI_{12} & \dots & PI_{1N} \\ PI_{21} & PI_{22} & \dots & PI_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ PI_{N1} & PI_{N2} & \dots & PI_{NN} \end{vmatrix}$$



PI_{ii} - «классический» индекс продуктивности

PI_{ij} - степень влияния j -ой скважины на дебит i -ой

(с) Юдин Е.В.

164

Представляет из себя расширение понятия индекса (коэффициента) продуктивности.

Матрица взаимных продуктивностей (MPI) связывает вектор дебитов (элементы этого вектора есть дебиты для каждой из скважин) и вектор депрессий (элементы этого вектора есть депрессии для каждой из скважин).

На диагонали MPI стоят классические коэффициенты продуктивности.

Внедиагональные элементы отражают взаимовлияние скважин.

Другими словами, диагональные элементы показывают влияние на дебит скважины при изменении депрессии на этой скважине, а внедиагональные – влияние на дебит скважины при изменении депрессии на соседних скважинах.

Если добавим ещё расчёт среднего пластового давления по материальному балансу, то с помощью представленного подхода можем прогнозировать производительность многоскважинной системы на псевдоустановившемся режиме в нерегулярной системе разработки.

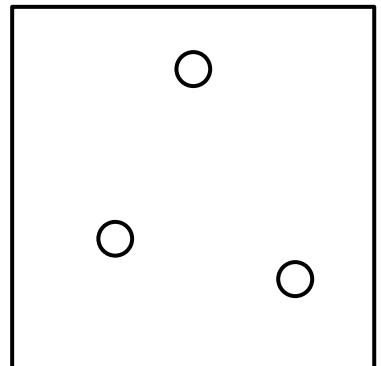
В однородном изотропном пласте: чем дальше находятся скважины друг от друга, тем ниже их взаимовлияние.

Упражнение

- «Расписать» матрицу взаимных продуктивностей в виде суммы на примере системы из трех скважин

$$\vec{d} = \frac{\alpha_1 \mu B}{2\pi k h} ([A] + [D_s]) \vec{q}$$

$$[D_s] = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$



$$\vec{s} = [D_q]^{-1} \left[\frac{2\pi k h}{\alpha_1 \mu B} \vec{d} - [A] \vec{q} \right], \quad [D_q]^{-1} = \begin{bmatrix} q_1^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n^{-1} \end{bmatrix}.$$

- Таким образом можно получить динамику скин-фактора и проводить анализ фонда на стимуляцию

(c) Юдин Е.В.

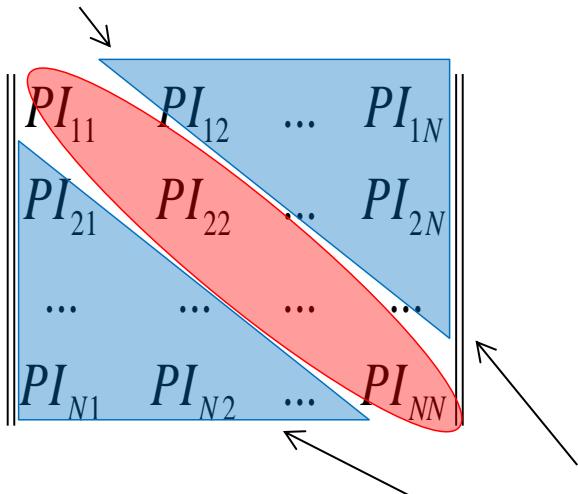
165

Помним, что поле давлений в многоскважинной системе является самосогласованным.

Схема работы метода MPI

- Существуют практические сложности в определении коэффициентов матрицы взаимной продуктивности
- Предлагается идентифицировать недиагональные элементы по данным работы скважин на псевдоуставнившемся режиме (*)

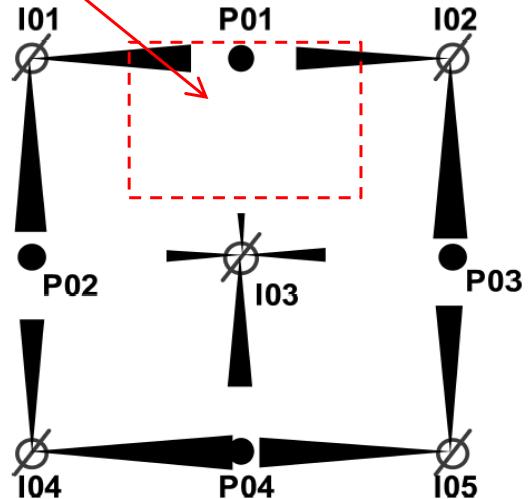
Определение по данным работы скважин на неустановившемся режиме (скважина «не чувствует» окружения)



$$[MPI]^{НЕОД} = [MPI]^{ОДН} + \Delta$$

Δ -«неоднородная добавка»

Проблемная зона



Определение по данным работы скважин на псевдоуставнившемся и установившемся режимах работы

(с) Юдин Е.В.

166

(*)Юдин Е.В. Диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук, 2014

В общем случае MPI несимметрична, т.к. есть влияние способов заканчивания каждой из скважин. Симметрична, когда примерно одинаковое заканчивание на каждой из скважин.

Когда запускаем скважину в работу, все коэффициенты в матрице взаимных производительностей начинают меняться: диагональные индексы производительности снижаются, а внедиагональные увеличиваются.

Диагональные элементы положительны, а внедиагональные – отрицательны.

По модулю диагональные элементы больше, так как логично, что любая скважина сама на себя влияет больше, чем на соседние скважины.

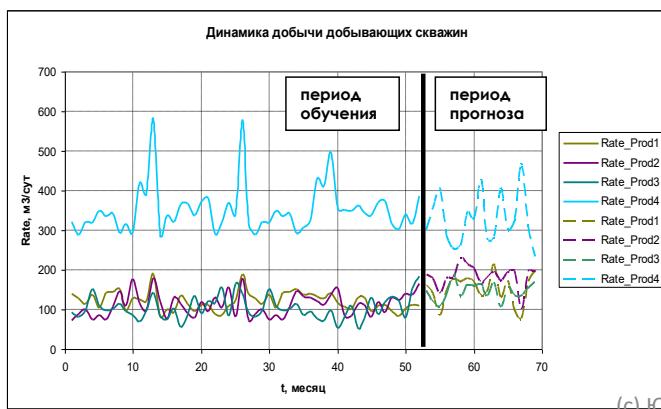
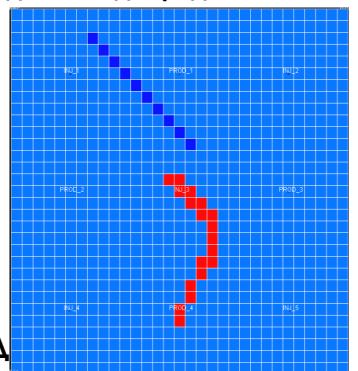
MPI характеризует неоднородность в рассматриваемой системе.

Определение степени взаимовлияния скважин: модельный пример

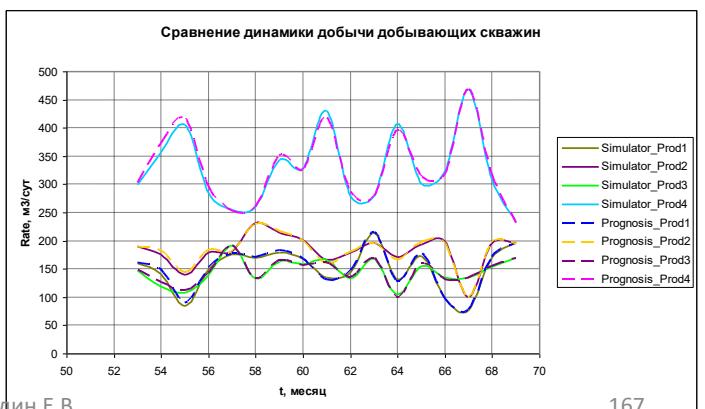
➤ Рассмотрим модельный пример работы скважин в неоднородном пласте:

- На первом этапе смоделируем работу скважин с помощью коммерческого численного симулятора
- Из этих данных уточним коэффициенты матрицы MPI
- Произведем прогноз дебитов при известной истории забойных давлений и сравним с результатами симулятора

Модель неоднородного пласта



(с) Юдин Е.В.



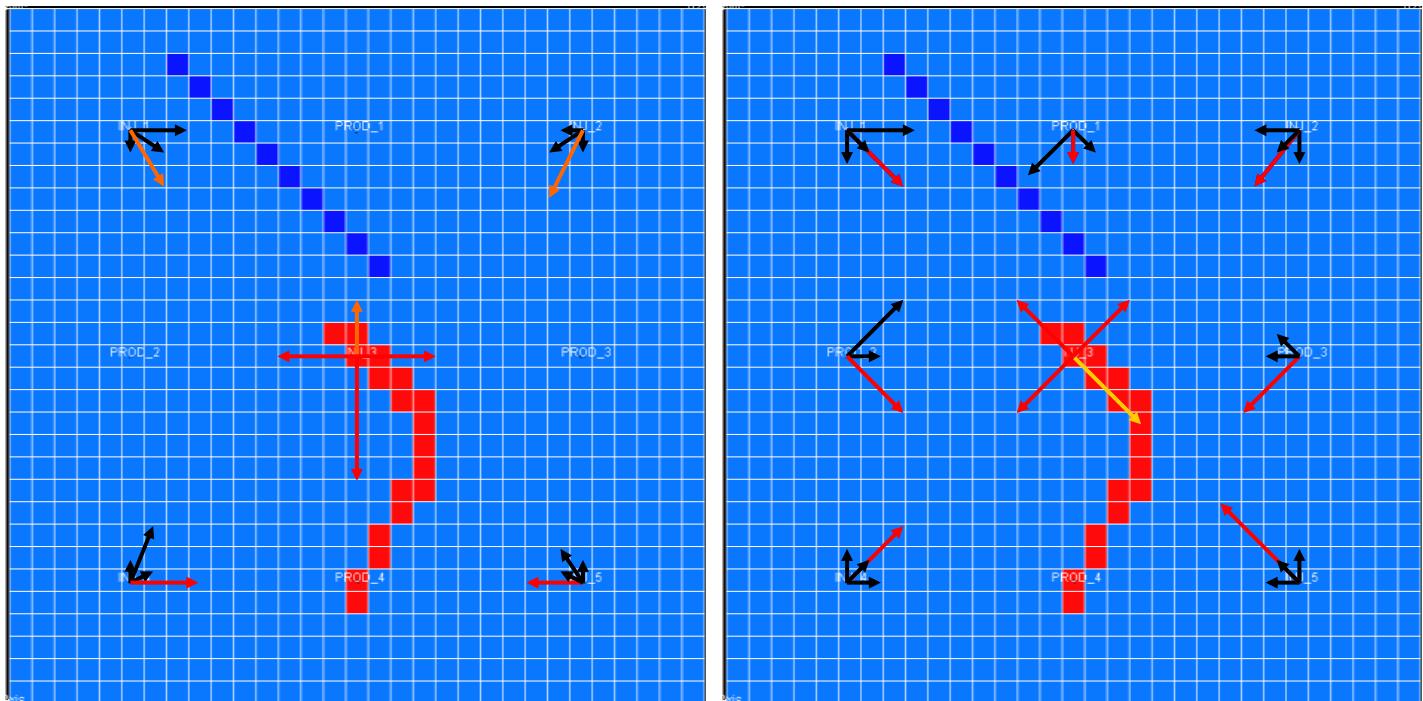
167

Связность скважин на основе матрицы взаимной продуктивности

Inj → Prod

Inj → Inj

Prod → Prod



Проницаемость:

■ - 0.2 мД

■ - 40 мД

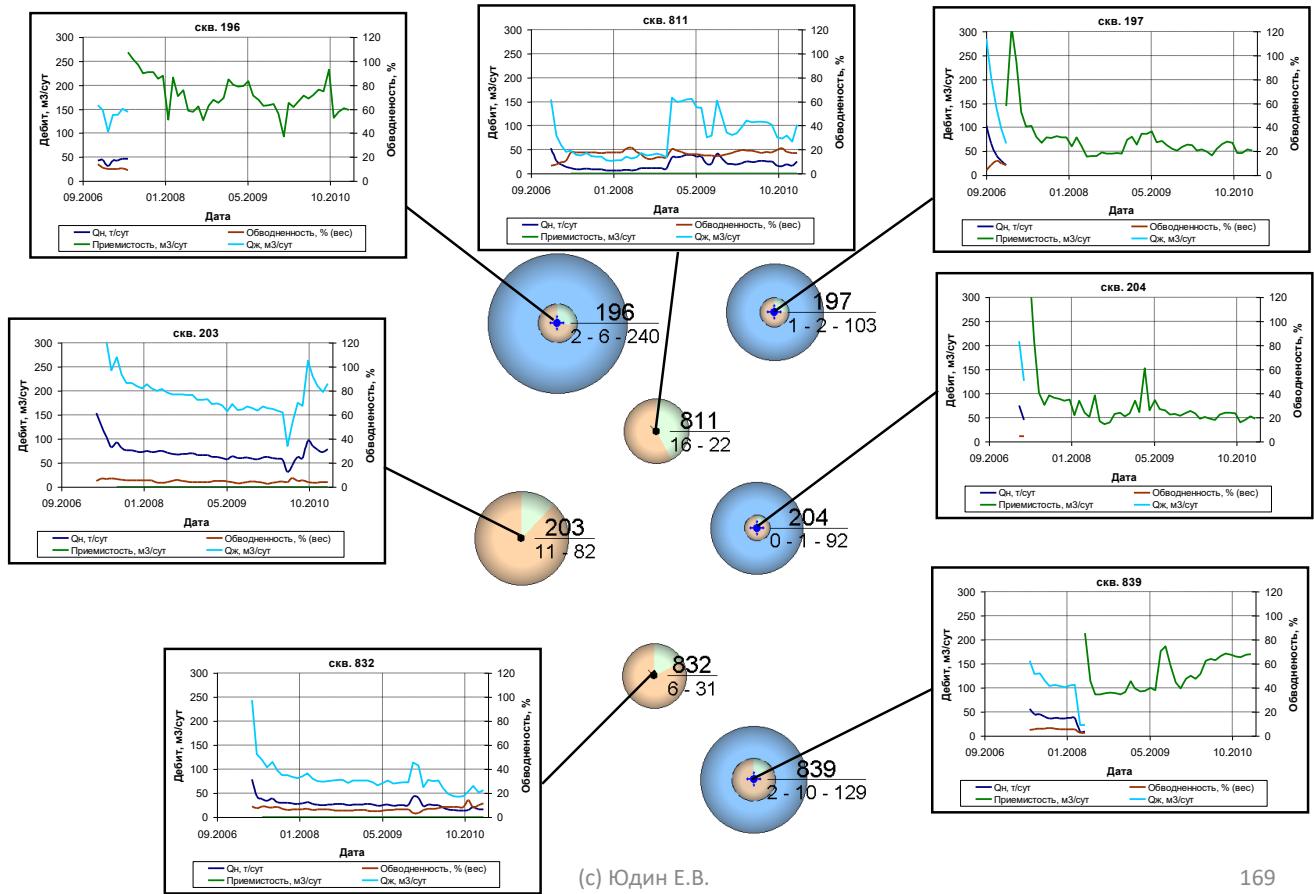
(с) Юдин Е.В.

■ - 400 мД

→ - положительные индексы
→ - отрицательные индексы

168

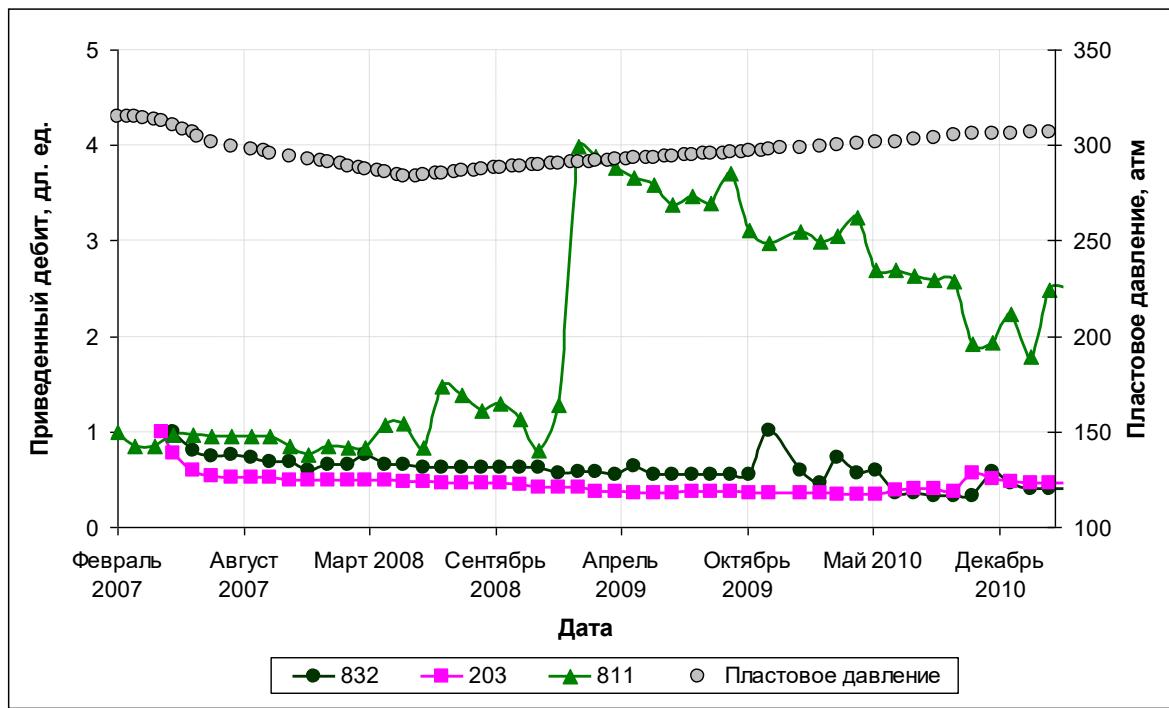
Анализ разработки участка месторождения с помощью метода МРГ



(с) Юдин Е.В.

169

Анализ разработки участка месторождения с помощью метода MPI

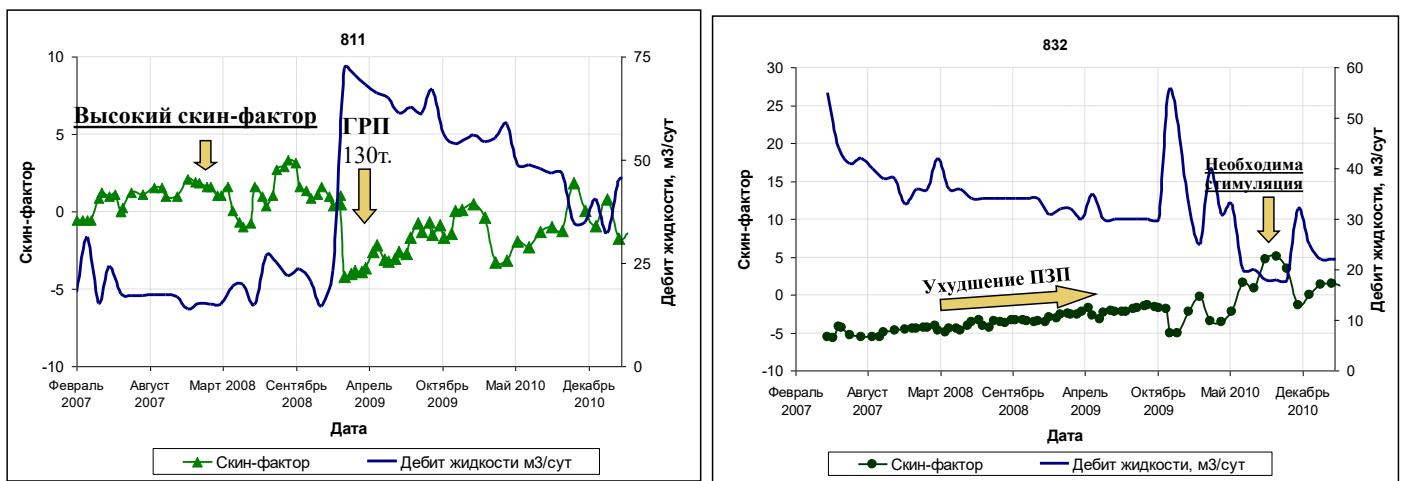


Уменьшение дебита нефти - снижение пластового давления или ухудшение ПЗП?

(с) Юдин Е.В.

170

Поиск кандидатов для стимуляции предлагаемым методом



- В результате повторного ГРП получен прирост 25 т/сут
- Необходима стимуляция скважины

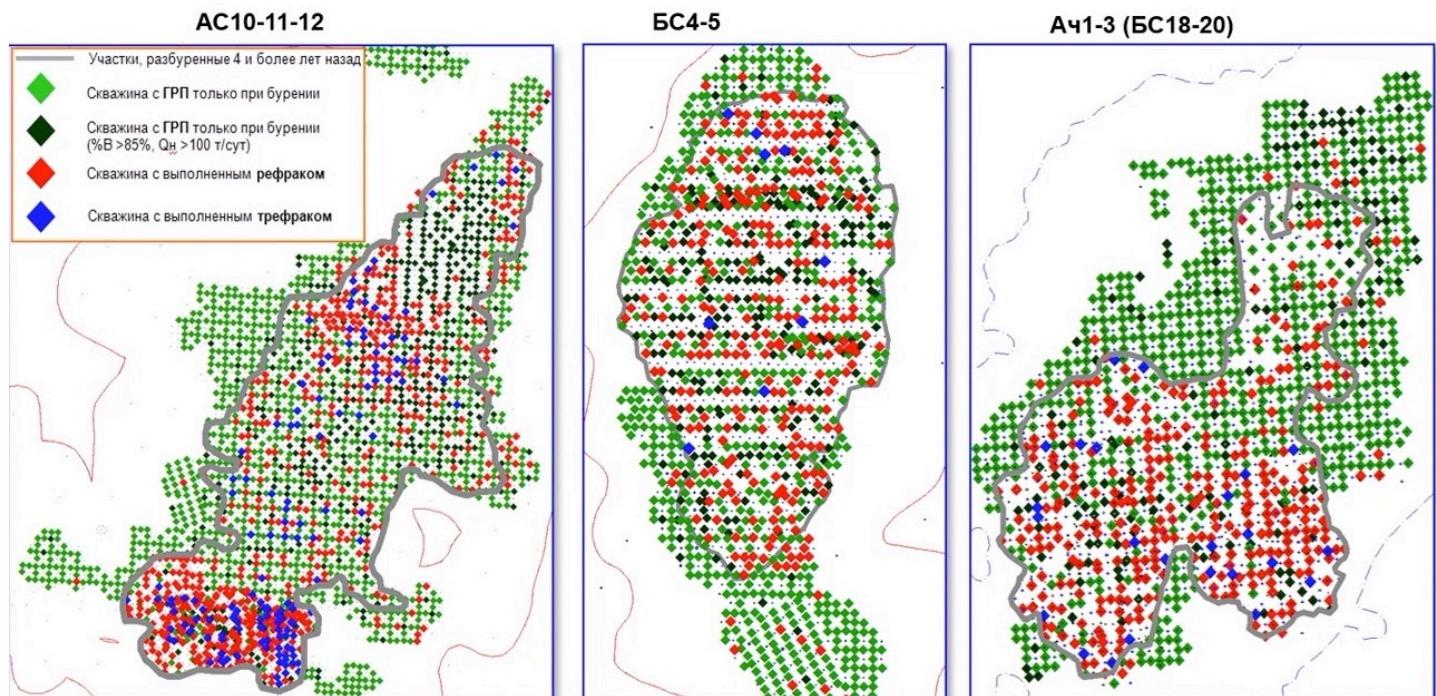
С использованием методики удается оценить влияние пластового давления и скрин-фактора на снижение дебита.

Не верится, что эффект от трещины ГРП в песчаниках почти «исчезает» за 2 года

(с) Юдин Е.В.

171

Рефраки на примере гигантских месторождений Западной Сибири



Основной объем ре- и тре- фраков в южной части левого берега м/р (бурение 1990-х годов с низкой загрузкой проппанта) и центральной части правого берега м/р со снижением эффективности (бурение 1999-2002гг).

Основной объем ре- и тре- фраков в центральной зоне м/р (бурение 1990-х годов с низкой загрузкой проппанта)

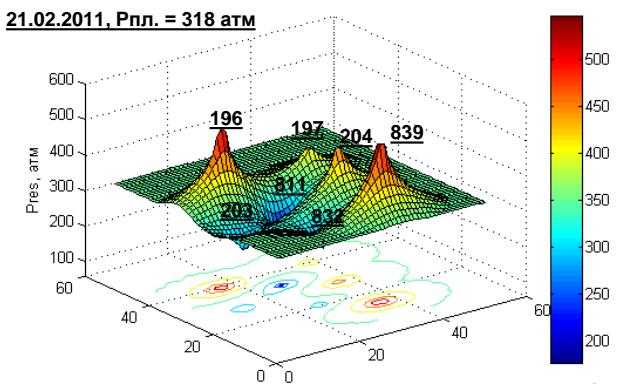
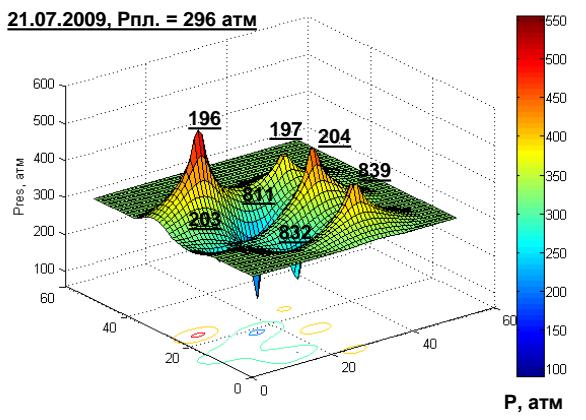
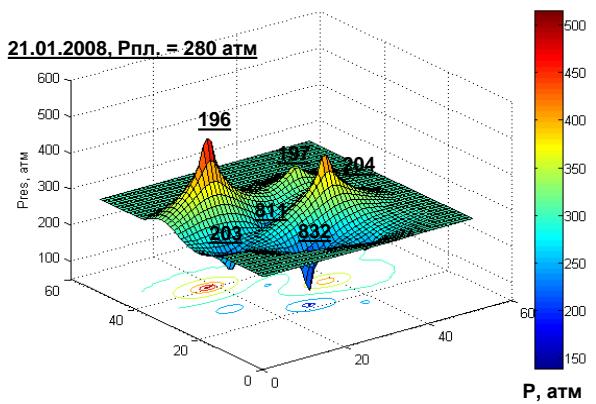
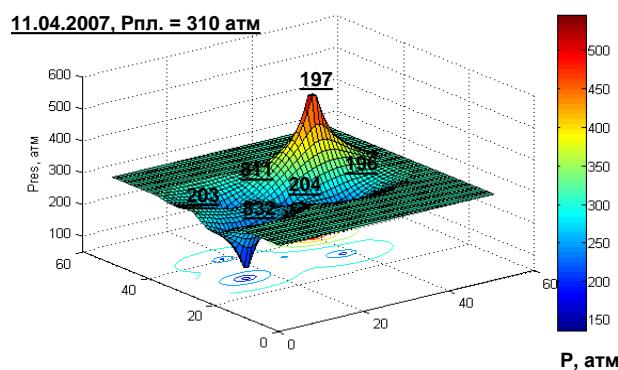
Основной объем ре- и тре- фраков в центральной зоне м/р (бурение 1990-х годов с низкой загрузкой проппанта и отсутствием подмоченного пласта Ач-3)

(с) Юдин Е.В.

185

Визуализация пластового давления

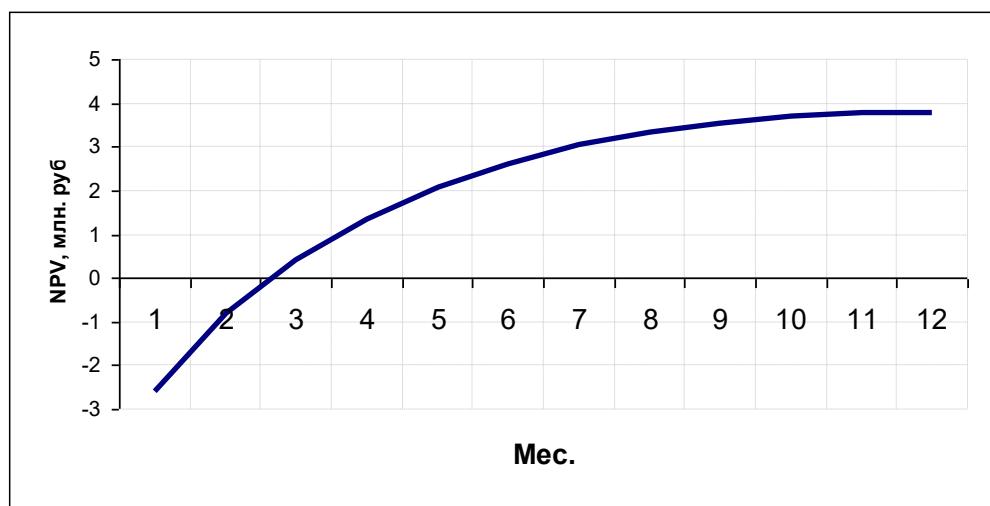
Приближенные аналитические решения основанные на матрице взаимной продуктивности позволяют легко рассчитать давление в любой точке пласта, если дебиты скважин известны



(c) Юдин Е.В.

Экономическое обоснование ГТМ

- Расчет NPV для скважины 832
 - Прирост на скважине 832 – 20 т/сут
 - Затраты на ГРП – 2,75 млн. руб (операция) + 1,65 млн. руб (работа бригады)



- Снижение рисков неудачных ГТМ (пример: ОПЗ, ЗБС)
- Оптимизация разработки
- Подбор кандидатов и способов стимуляции

(с) Юдин Е.В.

173

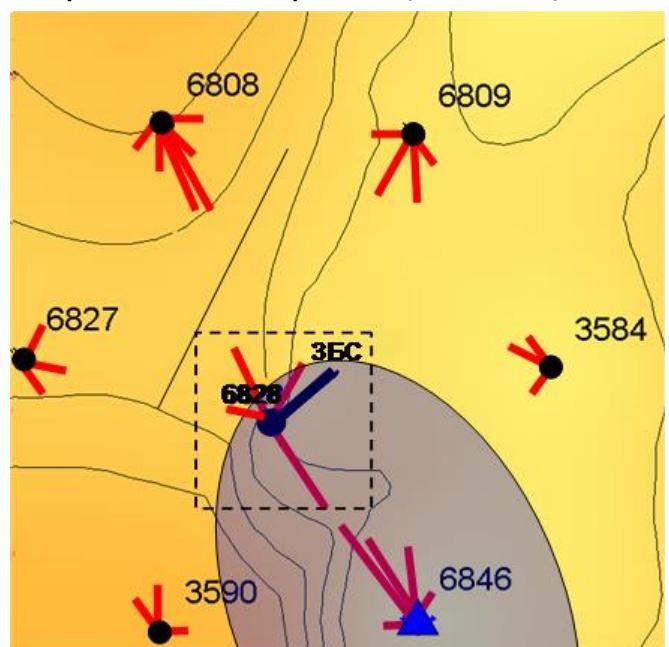
Определение степени взаимовлияния скважин: поиск слабодренируемых участков

➤ Рассмотрим пример использования данных о взаимовлиянии скважины для идентификации слабо дренируемых участков

➤ Изобразим недиагональные элементы матрицы \hat{D}_{ss}



Карта остаточных нефтенасыщенных толщин



Обводненность до/после ЗБС – 90%/90%

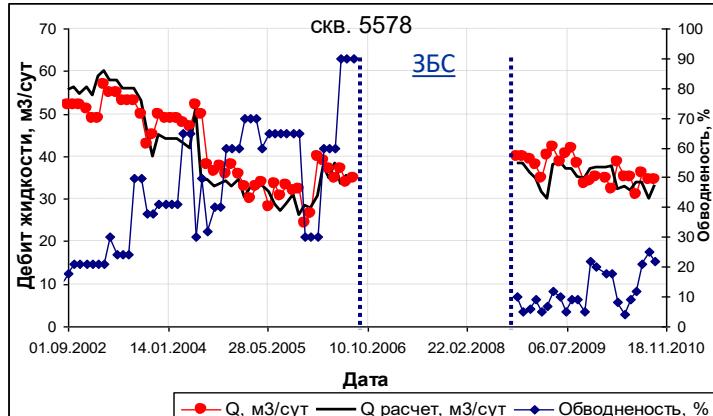
Причина - некорректная оценка влияния нагнетательной скважины

(с) Юдин Е.В.

174

Определение степени взаимовлияния скважин: поиск слабодренируемых участков

Приразломное месторождение

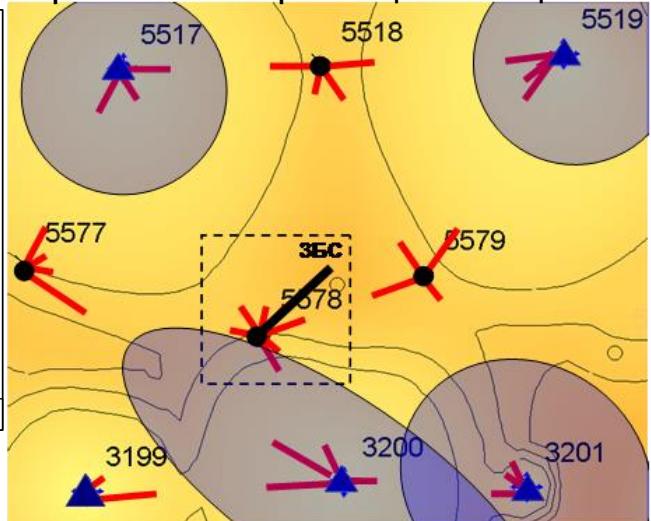


Обводненность до ЗБС – 98%

Обводненность после ЗБС – 9%

Прирост дебита нефти 69 т/сут

Карта остаточных нефтенасыщенных толщин



ЗБС пробурен в направлении недренируемых запасов

(c) Юдин Е.В.

175

6.2 Основные факторы, влияющие на эффективность заводнения

Основные факторы влияющие на эффективность заводнения

- Заводнение – мощный инструмент инженера-разработчика, позволяющий во многих случаях кратно увеличить КИН

Увеличение КИН на примере месторождения Белый Тигр

От чего зависит эффективность заводнения?

- Смачиваемость
- Внутренние строение порового пространства
- Свойства закачиваемой воды
- Свойства минералов составляющих породу продуктивных интервалов
- Проницаемость породы
- Неоднородность породы

Если коллектор гидрофильный, у заводнения крайне высокий потенциал



Распределение жидкости в пласте

В гидрофильном:

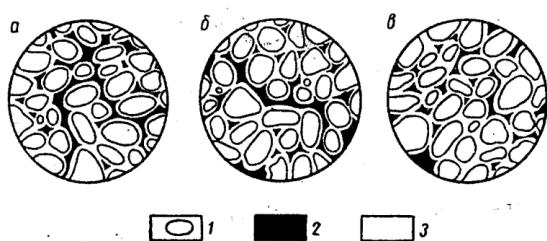


Рис. II.5. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофильном пласте;

1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия движения; б — средняя стадия движения; в — после промывания водой

В гидрофобном:

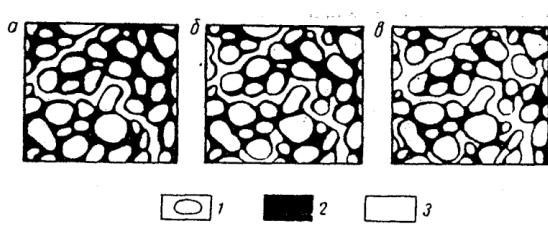


Рис. II.6. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофобном пласте:

1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия; б — средняя стадия; в — рациональный предел промывания

(с) Юдин Е.В.

Ранее в курсе не проговаривали вопросы вытеснения, но они являются критическими при планировании эффективности заводнения. Поэтому поговорим о вытеснении.

Вспомним, что заводнение – это мощный инструмент инженера-разработчика, позволяющий во многих случаях кратно увеличить коэффициент извлечения нефти (КИН).

Эффективность заводнения зависит от:

- 1) смачиваемости (в гидрофильном коллекторе всё прекрасно; в гидрофобном пиши пропало: воду не затолкнуть в пласт);
- 2) внутреннего строения порового пространства: поры (много запасов, но низкая проницаемость), трещины (высокая проницаемость, но мало запасов), каверны (много запасов и высокая проницаемость, но их обычно в пласте очень мало);
- 3) свойства закачиваемой воды (будет кейс с несовместимостью пластовых вод, которая приводит к выпадению солей);
- 4) свойства минералов, составляющих породу продуктивных интервалов;
- 5) проницаемость породы;
- 6) неоднородность породы

Коэффициент извлечения нефти при заводнении

КИН при заводнении определяется тремя главными параметрами:

- Коэффициент вытеснения
- Коэффициент охвата заводнением
- Коэффициент охвата разработкой (коэффициент вскрытия запасов)

$$KIN = K_{выт} \cdot K_{охв} \cdot K_{дрен}$$

$$K_{выт} = \frac{1 - S_{wi} - S_{or}}{1 - S_{wi}}$$

- Определяется на микроуровне

$$K_{охв} = K_{охв}^{площадь} \cdot K_{охв}^{разрез}$$

- Определяется на макроуровне

Какие характерные значения КИН?

Почему КИН такой низкий? 😊

ВИДЕО

(с) Юдин Е.В.

5

$$KIN = K_{выт} \cdot K_{охв} \cdot K_{дрен} \cdot K_{коммерция} \quad (20)$$

Коэффициент вытеснения показывает эффективность вытеснения на микроуровне (говорит о том, какое количество запасов нефти останется за фронтом вытеснения). Обычно равен 60-80%.

Коэффициент охвата заводнением есть отношение площади, охваченной заводнением, к общей площади. Может быть представлен в виде произведения коэффициента охвата по площади и коэффициента охвата по разрезу.

Коэффициент дренирования есть отношение запасов, вовлечённых в разработку, к общему количеству запасов. Например, запасы, находящиеся между двумя непроницаемыми разломами, не вовлечены в разработку. Или если запасы ещё даже не покрыты сеткой скважин, то они тоже не вовлечены в разработку.

Ещё есть коэффициент коммерческой обрезки, когда нефть ещё можем добывать, но жидкость будет на 98-99% обводнена. Не выгодно, так как тратим ресурсы (электроэнергию и т.д.) на закачку, но добываем очень мало нефти. В проектном документе обозначен год экономического предела (ГЭП), когда промысел становится неэффективно эксплуатировать.

КИН обычно очень низкий: около 15-25%. Но есть очень редкие исключения.

Интересный кейс: месторождение в Канаде (карбонаты), максимально известный КИН (86%), использова-

ли смешивающее вытеснение: закачку газа и растворителей, т.е. фактически вытеснили всю имеющуюся нефть газом; получилась только газонасыщенность, т.е. подземное хранилище газа (ПХГ).

В среднем коэффициент извлечения газовых месторождений (около 70%) выше, чем нефтяных. Но есть проблемы с конденсатом (ретроградная конденсация).

Пористость, проницаемость и насыщенность

Пористость

Абсолютная (общая, полная) пористость – отношение порового объема к общему объему, безразмерный параметр

$$\varphi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{породы}}}$$

Открытая пористость – объем сообщающихся между собой пор, которые заполняются жидким или газообразным флюидом

Эффективная пористость – объем пор, через которые возможно движение жидкостей и газов при градиентах давления, соответствующих природным условиям

Фазы: нефть и вода

$$S_{\text{фазы}} = \frac{V_{\text{фазы}}}{V_{\text{пор}}}$$

Насыщенность – отношение объема фазы к поровому объему, доли единиц

Сумма насыщенностей всех фаз рана единице

$$S_o + S_w = 1$$

S_o - нефтенасыщенность

S_w - водонасыщенность

Проницаемость

Проницаемость – способность породы пропускать через себя флюид, доли единиц

Абсолютная проницаемость – проницаемость образца, насыщенного одним флюидом, инертным по отношению к породе

Проницаемость фазовая (эффективная) – проницаемость пористой среды для данного газа или жидкости при одновременном наличии в порах другой фазы или системы (газ – нефть – вода).

Для многофазного потока сумма фазовых проницаемостей < абсолютной

Относительная проницаемость – отношение фазовой проницаемости к абсолютной.

$$k_o = k \cdot k_r$$

Через породу пропускаются вместе нефть и вода, а затем рассчитывается эффективная проницаемость для нефти и для воды, сумма эффективных проницаемостей по нефти и воде всегда будет меньше абсолютной проницаемости

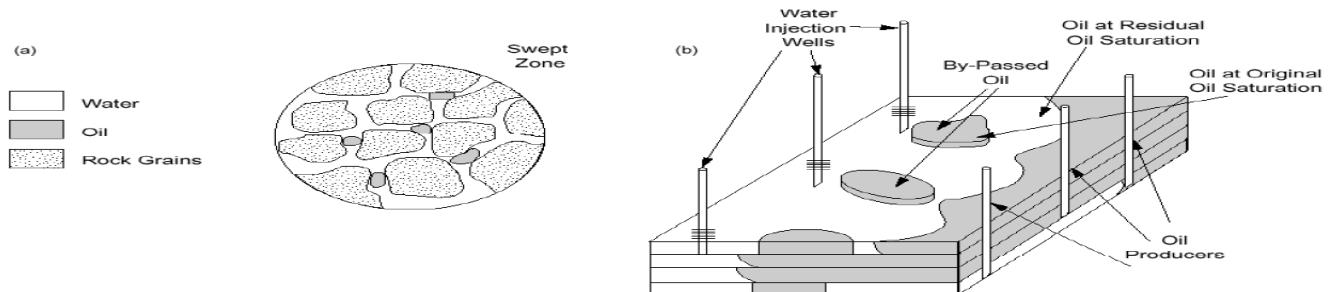
$$k_o = \frac{Q_o \mu_o L}{\Delta P F} \quad k_w = \frac{Q_w \mu_w L}{\Delta P F}$$

7 Семинар 01.04.2022 (Юдин Е.В.)

7.1 Вытеснение на микроуровне

Масштабы процесса вытеснения

- В процессе заводнения необходимо принимать во внимание различные масштабы в которых происходит вытеснение.
- [Пора или микроскопический масштаб](#)
- Остаточные или подвижные флюиды в зависимости от сил поверхностного взаимодействия, смачиваемости, вязкостей, размера пор и их распределения.
- [Больший, макроскопический масштаб](#)
- Поведение флюидов в масштабах лабораторного эксперимента на образце керна. Определяющие параметры это проницаемость, относительная проницаемость, капиллярное давление.
- [Масштаб месторождения](#)
- Распределение флюидов в масштабе месторождения. Неоднородность пласта. Перераспределение флюидов за счет действия сил гравитации



Необходимо понимать различные масштабы вытеснения.

Достоверность оценки КИН различными методами

$$КИН = K_{выт} \cdot K_{окв} \cdot K_{рент}$$

МУН

Система разработки
 + ГТМ
 + экономика

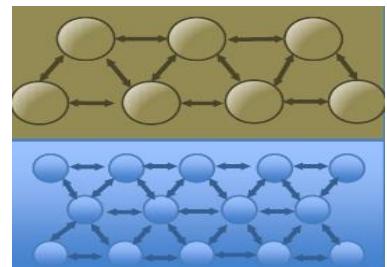
| Метод оценки КИН | Необходимые данные | Точность |
|---|---|---------------------|
| Статистическими методами | наличие данных по объекту | низкая |
| По месторождениям-аналогам | наличие данных по объекту, наличие базы аналогов | низкая или средняя |
| Коэффициентным методом (наличие лабораторных исследований по коэффициенту извлечению) | наличие лабораторных исследований по коэффициенту извлечению, наличие ГИС | средняя |
| На основе модели | наличие геологической и гидродинамической модели | средняя или высокая |

7.2 Межфазное натяжение

Межфазное натяжение

Поверхность раздела двух фаз – это область ограниченной растворимости, толщина которой составляет не более нескольких молекул; данную поверхность можно представить в виде границы фаз, которая появляется, когда силы притяжения молекул, составляющих одну фазу, значительно превышают силы притяжения молекул разных фаз

Межфазное натяжение характеристика поверхности раздела фаз, которая обозначает энергию, необходимую на образование единицы площади этой поверхности



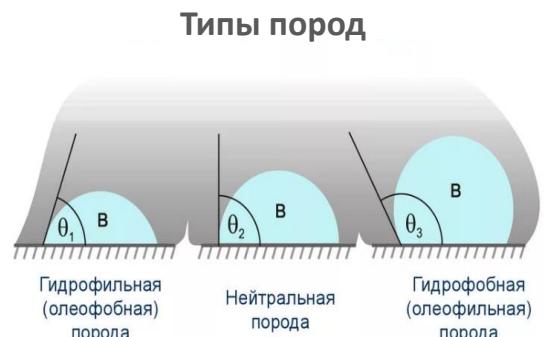
- Силы межфазного натяжения возникают на границе жидкость-жидкость, жидкость-газ
- Участвуют в формировании сил капиллярного давления, в процессе вытеснения нефти
- Межфазное натяжение зависит от плотности, сжимаемости и теплоты фазового перехода, снижается при росте температуры и давления
- Если две несмешивающиеся жидкости находятся на поверхности твердого тела, то поверхностное натяжение приводит к образованию характерного угла смачиваемости

7.3 Смачиваемость

ПОНЯТИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ

Смачиваемость – это способность одного флюида растекаться по поверхности твердого тела под влиянием поверхностно-молекулярных сил в присутствии другого несмешивающегося флюида

Характеризует взаимодействие между флюидами и твёрдым телом



Уравнение равновесия Юнга

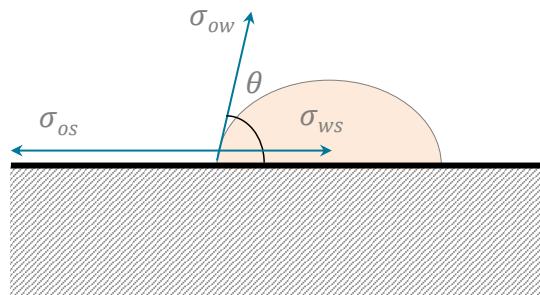
$$\sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cdot \cos\theta$$

σ_{os} – сила поверхностного натяжения между нефтью и твердой поверхностью

σ_{ws} – сила поверхностного натяжения между водой и твердой поверхностью

σ_{ow} – сила поверхностного натяжения между нефтью и водой

$\cos\theta$ – краевой угол смачивания



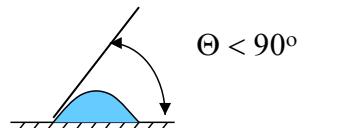
(C) Юдин Е.В.

12

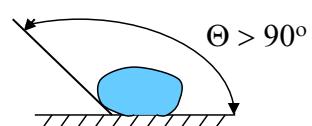
Одна и та же капля может как смачивать, так и не смачивать твёрдую поверхность в зависимости от того, в каком газе (или жидкости) эта капля находится.

РАЗДЕЛЕНИЕ ПОРОД ПО СМАЧИВАЕМОСТИ

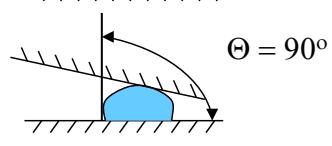
Смачиваемые водной фазой



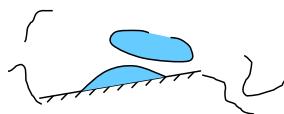
Смачиваемые нефтяной фазой



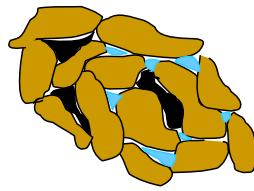
Промежуточной смачиваемости



Смешанной смачиваемости



Фракционной (фрагментарной) смачиваемости



(С) Юдин Е.В.

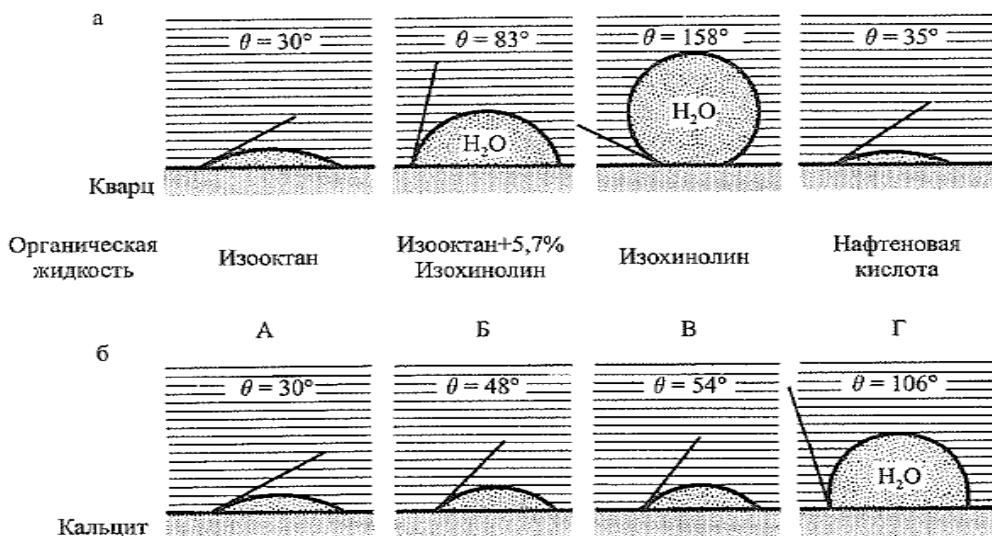
13

Острый угол \Rightarrow жидкость смачивает породу. Тупой угол \Rightarrow жидкость не смачивает породу.

От природы 99% всех минералов, которые составляют нефтяные коллектора, являются гидрофильными.

Почему же порядка 50-60% месторождений имеют промежуточную смачиваемость или являются гидрофобными? Это связано с тем, что в нефти обычно содержатся тяжёлые соединения (ненасыщенные асфальтены, из органической химии у них длинные хвосты; они одной стороной прилипают к известняку, а другой торчат в стороны), из-за которых поверхность известняка гидрофобизуется. Поэтому (когда смотрим карбонатные коллектора), чтобы понять гидрофобный или гидрофильный коллектор, в первую очередь нужно понять состав нефти. Если в нефти есть тяжёлые компоненты, то у коллектора промежуточная смачиваемость. А если у такого коллектора есть ещё и трещины, то заводят строго не рекомендовано: вода прорвётся по трещинам и не зайдёт в матрицу промежуточной смачиваемости.

ПРИРОДА СМАЧИВАЕМОСТИ

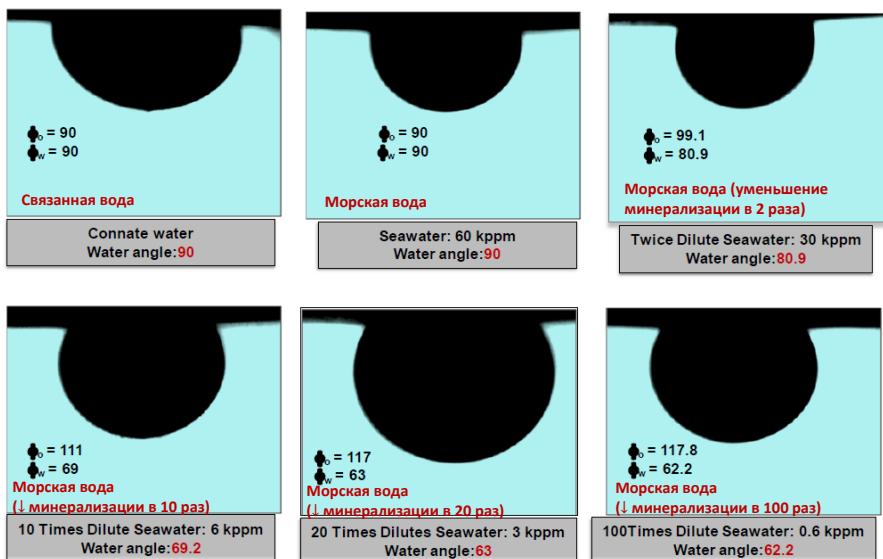


- Смачиваемость зависит как от минерального состава породы, а также свойств и состава пары жидкостей
- Природа смачиваемости пласта-коллектора обусловлена наличием или отсутствием в нефти полярных соединений, т.е углеводородов, содержащие азот, кислород или серу, или соединений, образующих на поверхности пленку (например, асфальтены)

(C) Юдин Е.В.

14

Зависимость смачиваемости воды от минерализации



Источник: SPE 137634
 Laboratory Investigation of Novel Oil Recovery Method for Carbonate Reservoirs

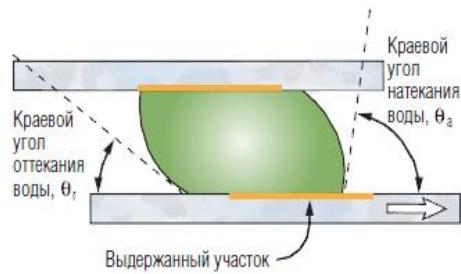
Fig. 12. Images of contact angle measurements of carbonate rock samples with reservoir live oil and connate water, injection seawater, and different dilution versions of seawater. The measurements conducted at reservoir conditions.

При уменьшении солёности воды порода становится более смачиваемой водой (более гидрофильной). На этом принципе основана закачка низкоминерализованной воды (smart water), чтобы изменить смачиваемость (сделать породу менее гидрофобной) и за этот счёт вытащить больше запасов. Но вряд ли это даёт какой-либо существенный прирост.

Есть интересные кейсы на шельфовом месторождении Вьетнама. 2 пласта. И проблема в том, что вода в первом пласте не совместима с водой во втором пласте. Если эти две воды смешиваются, то при термобарических условиях, которые есть на скважине, срезу выпадает большое количество солей. Глубиннонасосное оборудование встаёт, и скважина перестаёт добывать. Закачка кислоты для разъединения солей помогает недолго, и в итоге испортится подземное оборудование. А всего лишь в самом начале необходимо было проверить совместимость воды!

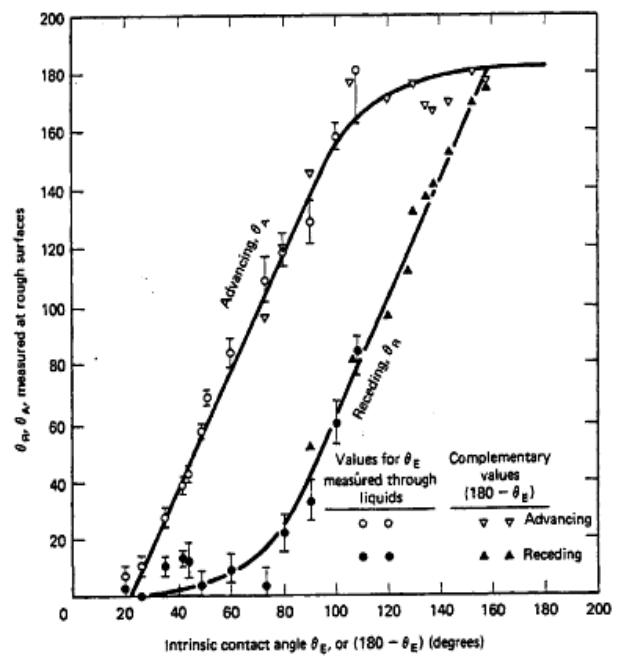
Но из-за низкоминерализованной (пресной) воды набухают глины, которые срезают эксплуатационную колонну. Поэтому необходимо закачивать воду примерно той же минерализации, что и уже есть в пласте (совместимую воду). Но если так произошло (обрзека), то качественно цементируют, ждут, когда цемент застынет, делают зарезку бокового ствола (ЗБС), кидают хвостовик с перекрытием и т.д. И начинают добывать. Но это всё по стоимости сопоставимо с новой скважиной.

ГИСТЕРЕЗИС КРАЕВОГО УГЛА СМАЧИВАНИЯ



Возможные причины гистерезиса:

- Шероховатость поверхности
- Неоднородность



θ_A – наступающий краевой угол смачивания

θ_R – отступающий краевой угол смачивания

θ_E – истинный краевой угол (из формулы Юнга-Дюпре)

(C) Юдин Е.В.

16

При движении капли краевой угол натекания больше, чем краевой угол оттекания \Rightarrow гистерезис краевого угла смачивания.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМАЧИВАЕМОСТИ

- **Прямой замер краевого угла** – требуется длительное время для замера (сотни-тысячи часов)
- **Метод Аммота** – комбинированный способ исследования керна при впитывании-вытеснении жидкости
- **Капиллярный метод исследования** (определение вида жидкости (нефть или вода), которая будет вытеснена одна другой при впитывании из стеклянного капилляра)

Допущение: свойства стеклянной поверхности капилляра и коллектора одинаковы

- **Метод ядерно-магнитной релаксации** (для определения гидрофильных/гидрофобных частей поверхности) – линейная зависимость между скоростью релаксации и размером гидрофобной поверхностью
- **Метод определения относительной водосмачиваемости образцов керна** (Холбрук и Бернард) – гидрофильная поверхность абсорбирует краситель, гидрофобная – нет

(С) Юдин Е.В.

17

Интересный метод, который был опробован в советское время: проверили потенциал альфа-поляризации, закачали пресную воду и ещё раз проверили потенциал альфа-поляризации. И определили, что коллектор является гидрофобным. Одно из немногих направлений, когда измерили гидрофобность «не в пробирке», а на месторождении.

Смачиваемость является крайне важным параметром, но к нему почему-то в настоящее время не присматриваются.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТЕ

В гидрофильном:

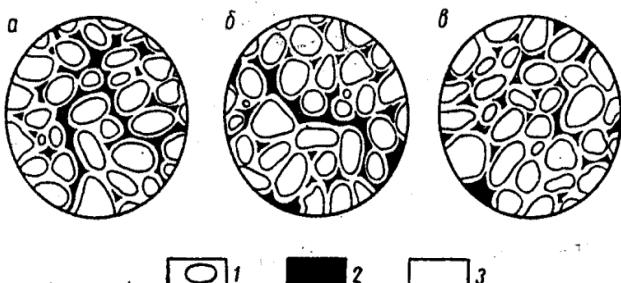


Рис. II.5. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофильном пласте;

1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия движения; б — средняя стадия движения; в — после промывания водой

В гидрофобном:

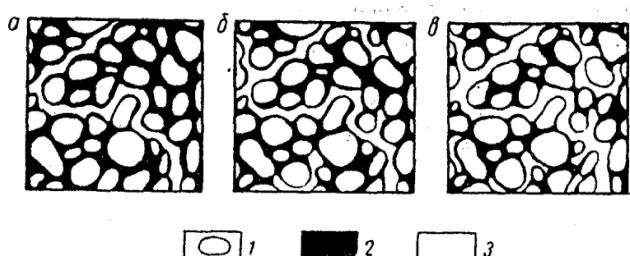


Рис. II.6. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофобном пласте:

1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия; б — средняя стадия; в — рациональный предел промывания

Распределение смачивающей или несмачивающей фазы в поровом пространстве зависит не только от насыщенности этой фазы, но также и от характера изменения насыщенности

Дренирование – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы (например, заводнение гидрофобного пласта)

Процесс пропитывания - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы (например, заводнение гидрофильного пласта)

(С) Юдин Е.В.

18
18

Дренирование = увеличение насыщенности несмачивающей фазы

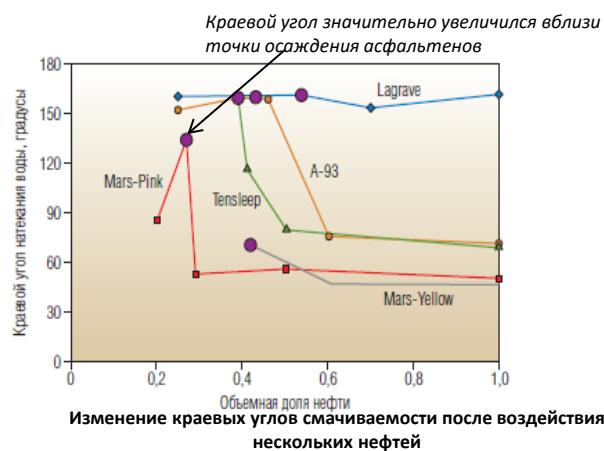
Пропитка = увеличение насыщенности смачивающей фазы

ИЗМЕНЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ

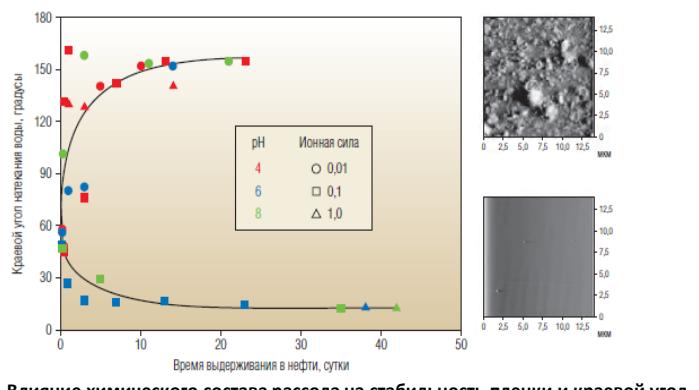
Состав нефти – главная причина изменения смачиваемости естественно гидрофильной поверхности, потому что все компоненты, изменяющие ее, сосредоточены в нефтяной фазе

Компоненты: полярные соединения, содержащиеся в смолах и асфальтенах

Нефть являющаяся плохим растворителем для собственных ПАВ, будет иметь большую склонность изменять смачиваемость, чем хорошо растворяющая нефть



Изменение краевых углов смачиваемости после воздействия нескольких нефтей



Диапазоны значений pH, вызывающих дестабилизацию в карбонатных пластах и песчаниках, также различаются

Смачиваемость карбонатных пластов также зависит от специфических взаимодействий с карбоновыми кислотами и реакционной способности карбонатных минералов

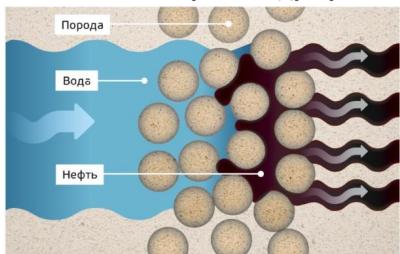
(С) Юдин Е.В.

19

Обсуждали ранее, что состав нефти есть главная причина изменения смачиваемости.

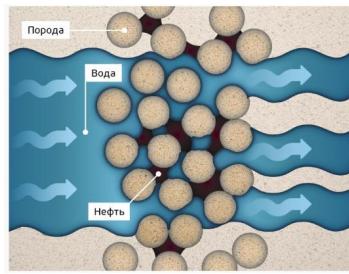
Влияние смачиваемости пород на эффективность заводнения

Вытеснение нефти в гидрофильтром коллекторе



Наиболее эффективное вытеснение нефти в гидрофильтром коллекторе
(остаточная нефть в глобулах в центре крупных пор)

Вытеснение нефти в гидрофобном коллекторе



Большинство гидрофобных пород лучше смачиваются нефтью, чем водой
(остаточная нефть образует пленки на зернах породы и остается в узких порах)

[Журнал «Сибирская нефть», 2017, №138 \(февраль\)](#)

7.4 Капиллярное давление

Капиллярное давление

Капиллярное давление – разница между давлениями несмачивающей и смачивающей фаз на границе их раздела

$$\text{Силы, направленные вверх} = 2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta$$

$$\text{Силы, направленные вниз} = (\rho_w gh - \rho_o gh)\pi r^2 = gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2$$

С учетом достигнутого равновесия получаем:

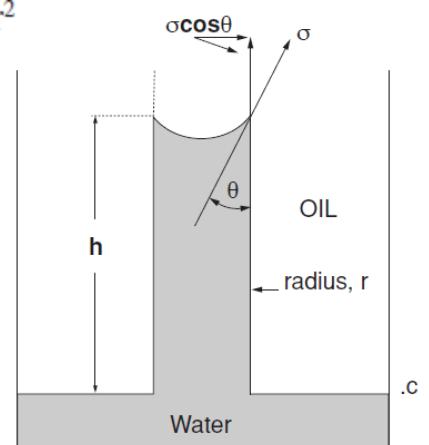
$$2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta = gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2$$

$$\frac{gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2}{\pi r^2} = \frac{2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta}{\pi r^2} = P_c$$

$$gh(\rho_w - \rho_o) = \frac{2\sigma_{wo} \cos\theta}{r}$$

Подъем воды в капилляре

$$P_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} = gh(\rho_w - \rho_o)$$



Пример: кусочек сахара прикасаетсяся к поверхности чая. Чай впитывается выше уровня.

Капиллярное давление определяем по высоте столба поднимающейся жидкости.

Капиллярное давление

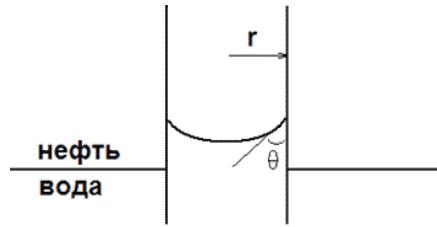
Капиллярное давление — это перепад давлений на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей, одна из которых смачивает поверхность породы лучше другой

$$P_c = P_2 - P_1 = \frac{2\sigma \cos \theta}{R} \quad \text{(Частный случай уравнения Лапласа)}$$

σ - межфазное натяжение (свободная энергия на поверхности между двумя несмешивающимися флюидами)

R - радиус порового отверстия

θ - смачиваемость (краевой угол смачивания между жидкостью и твердым телом)



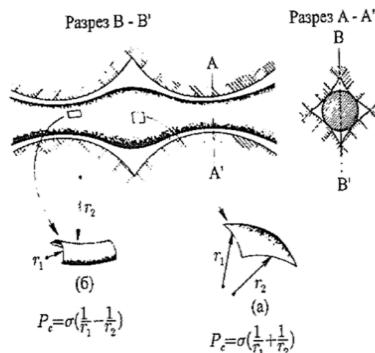
Уравнение Лапласа , описывающие разность давлений для двух граничащих фаз:

$$P_o - P_w = \sigma_{ow} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

r_1 и r_2 – радиусы кривизны раздела сред

$P_c > 0$ для гидрофильных пород

$P_c < 0$ для гидрофобных пород

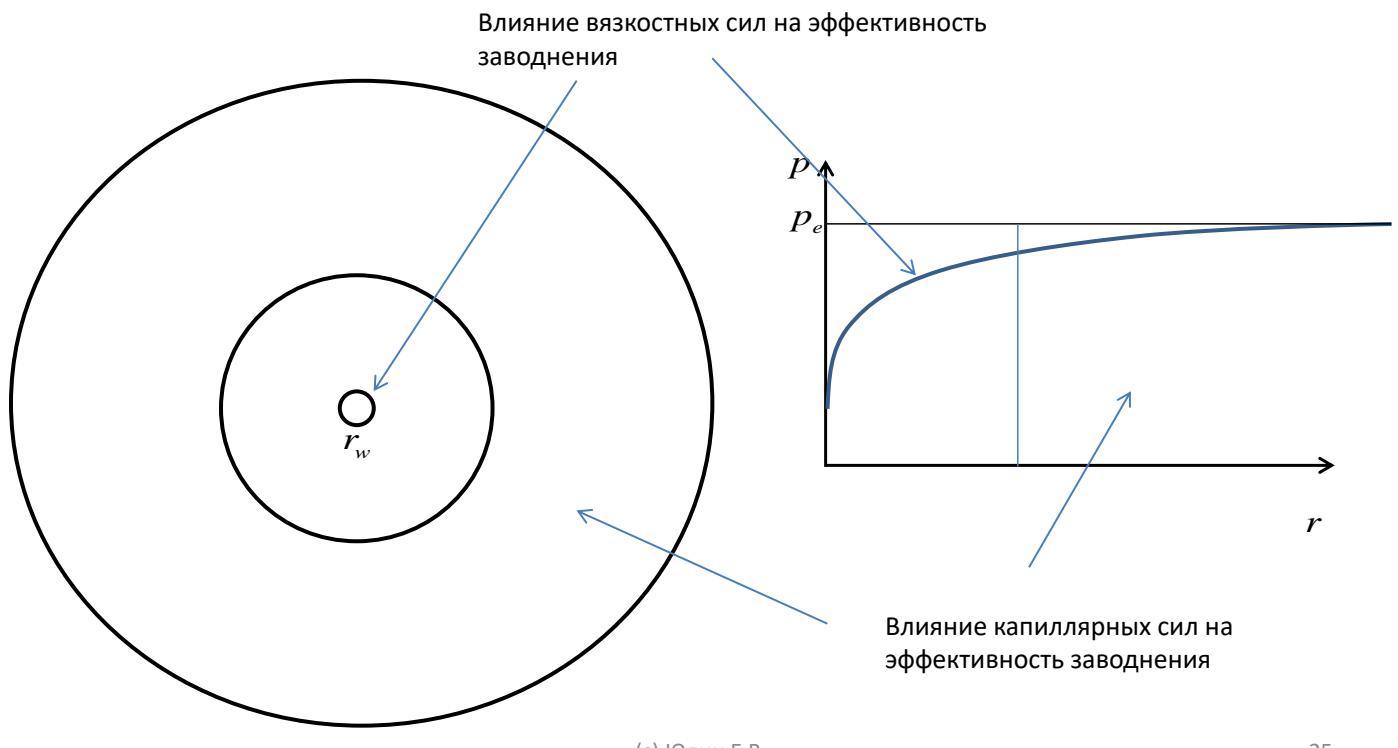


(с) Юдин Е.В.

24

Влияние капиллярных сил

Влияние капиллярных сил – критично!!!



(с) Юдин Е.В.

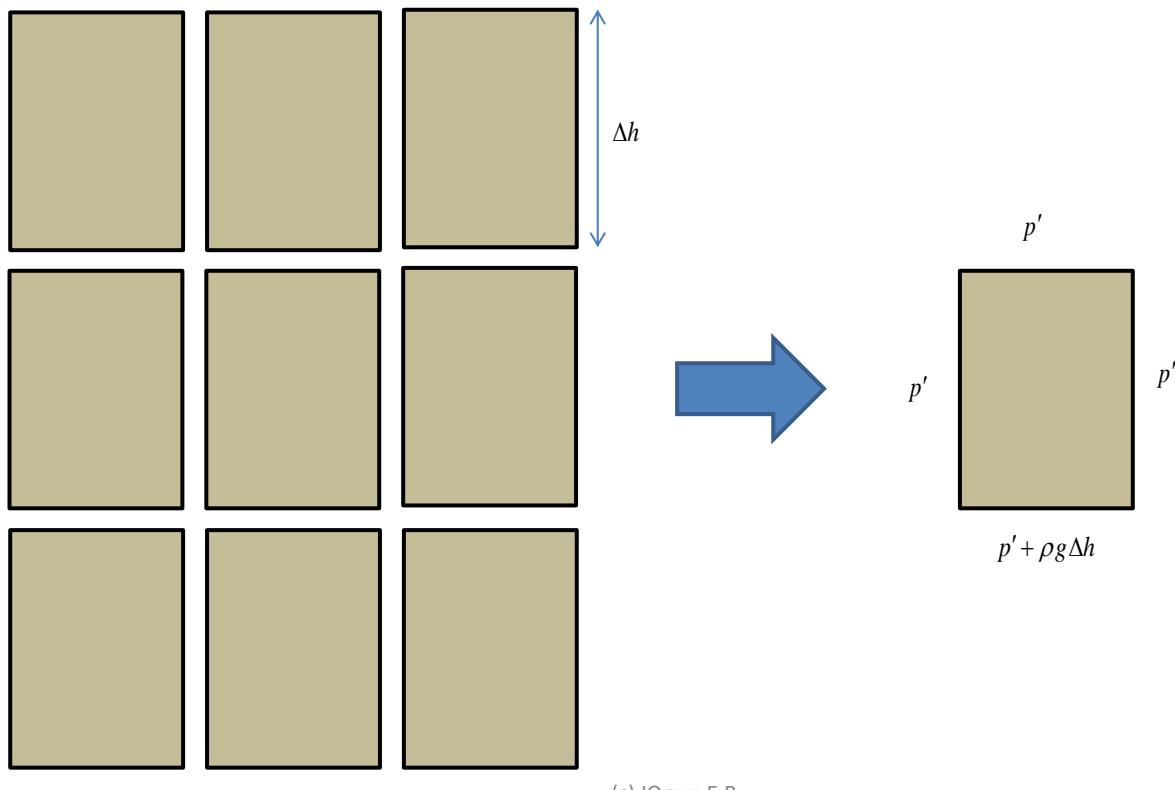
25

Влияние капиллярных сил на вытеснение (в том числе и на макромасштабе) критично. Почему?

Строим распределение от скважины к границам области дренирования. Ранее получали, что давление распределено по логарифму: быстро растёт вблизи скважины и медленно растёт вдали от скважины. Скорости зависят от градиента давления. Если этот градиент меньше капиллярного давления, то жидкость двигаться не будет. Поэтому вблизи скважины за счёт депрессии сможем нормально закачать воду и добыть запасы. Но вдали от скважины вытеснение определяется капиллярными силами, поэтому важно знать смачиваемость. В гидрофильном случае всё ОК. А в гидрофобном случае на расстоянии от скважины капиллярные силы не дадут воде зайти в поры матрицы!

Влияние капиллярных сил в трещиноватом коллекторе

Влияние капиллярных сил – критично!!!



(с) Юдин Е.В.

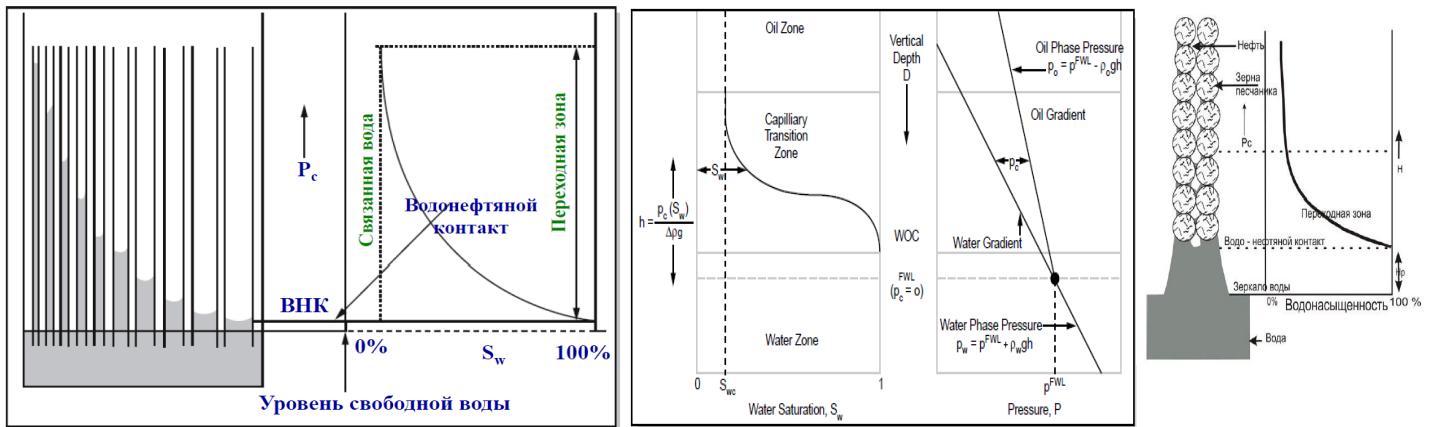
26

В трещиноватом гидрофобном коллекторе вода в матрицу не зайдёт (мешают капиллярные силы), а будет фильтроваться только по трещинам.

Не рекомендуется заводнять трещиноватые ГИДРОФОБНЫЕ коллектора! КИН будет точно ниже 10%.

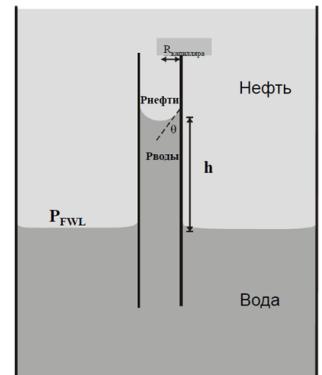
Изменять смачиваемость коллектора в таких случаях очень дорого, нужно качать специфическую химию, которая тоже НЕ всегда ПОМОЖЕТ! Нагревать пласт тоже дорого. С таких проектов лучше уходить; особенно, если от них есть завышенные ожидания.

Капиллярное давление



Капиллярное давление равно нулю на уровне «зеркала свободной воды» - FWL - free water level

$$P_c = \frac{2\sigma_{wo} \cdot \cos\theta}{R_{cap}} \quad P_c = P_{\text{нефти}} - P_{\text{воды}} \\ = (\rho_{\text{воды}} - \rho_{\text{нефти}}) \cdot g \cdot h$$

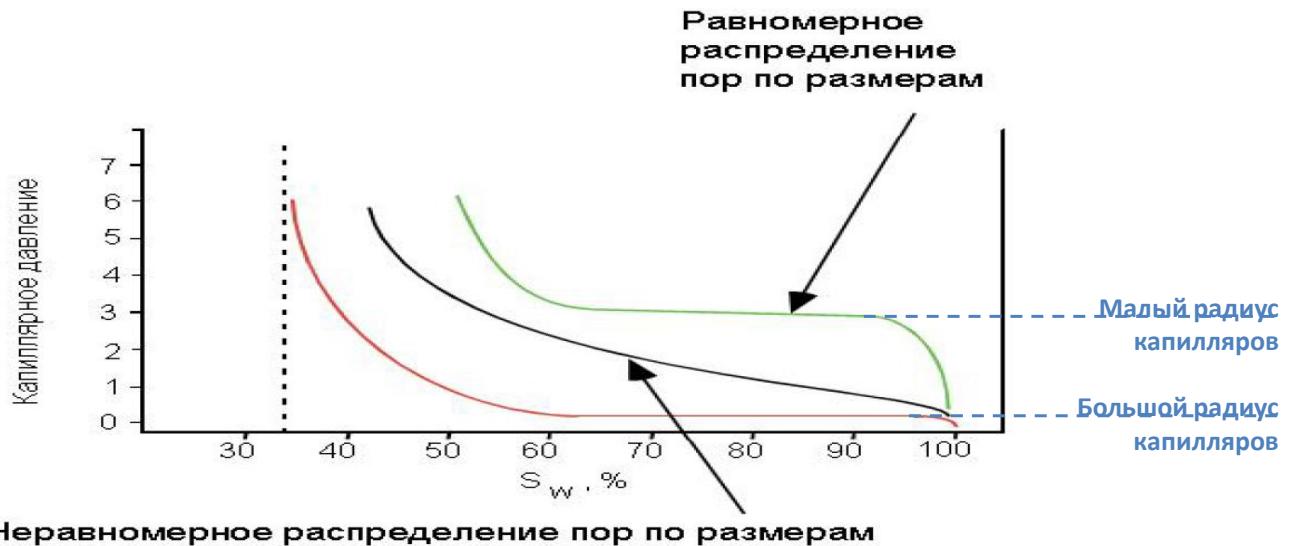


Капиллярное давление является причиной наличия переходной зоны.

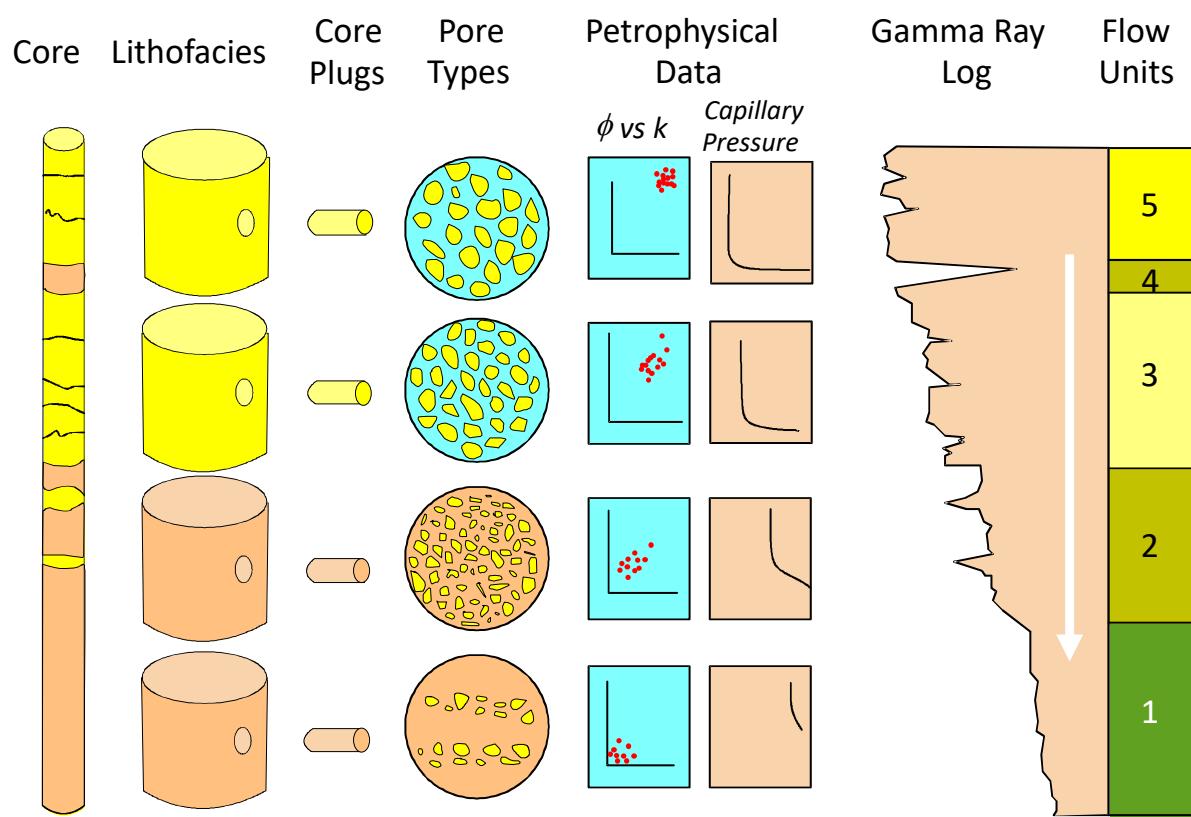
ВНК = граница, на которой насыщенность нефтью равна нулю.

Капиллярное давление: распределение пор по размерам

Кривая капиллярного давления косвенно характеризует гетерогенность коллектора



Зависимость капиллярного давления от k, ϕ



(с) Юдин Е.В.

29

7.5 J-функция Леверетта

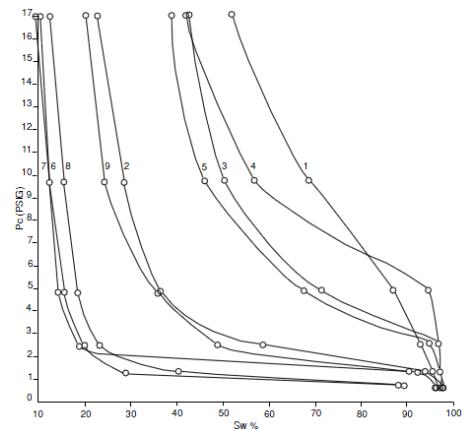
Функция Леверетта

Проблема: В лаборатории для каждого образца керна получается своя капиллярная кривая. Какую использовать для всего пласта?

Решение: Функция Леверетта

Допущение: Поровая среда представляет собой пучок несвязанных капилляров, извилистость постоянна

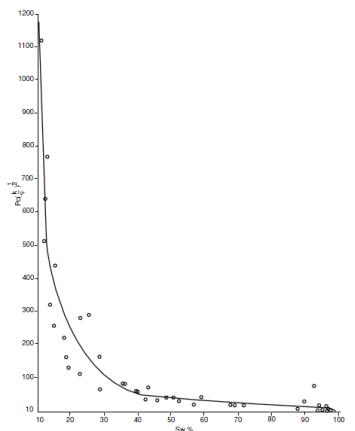
Замечание: Чем больше это допущение отличается от реальности, тем корреляция J-функцией менее эффективна



$$J = \frac{CP_c \sqrt{\frac{k}{\varphi}}}{\sigma \cos \theta}$$

Нормализует все капиллярные кривые

- J-функция безразмерная
- $\sqrt{\frac{k}{\varphi}}$ - пропорционально радиусу пор



Универсальной капиллярной кривой не существует, так как свойства породы влияющие на капиллярные давления в пласте, сильно изменяются для разных литологий

(c) Юдин Е.В.

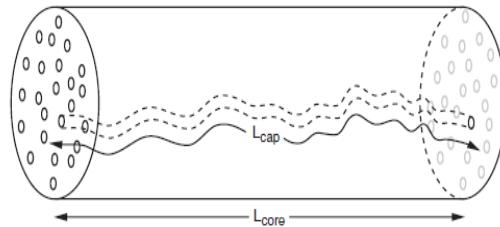
30

Капиллярное давление. J-функция Леверетта

J-функция Леверетта позволяет аппроксимировать разные капиллярные кривые для характеристики капиллярного давления во всем резервуаре.

Если предположить, что извилистость набора трубок (капилляров) (L_{cap}/L_{core}) одинакова во всех точках, то:

$$\frac{1}{\text{constant}} = \frac{P_c \left(\frac{K}{\phi} \right)^{\frac{1}{2}}}{\sigma \cos \theta} = J$$

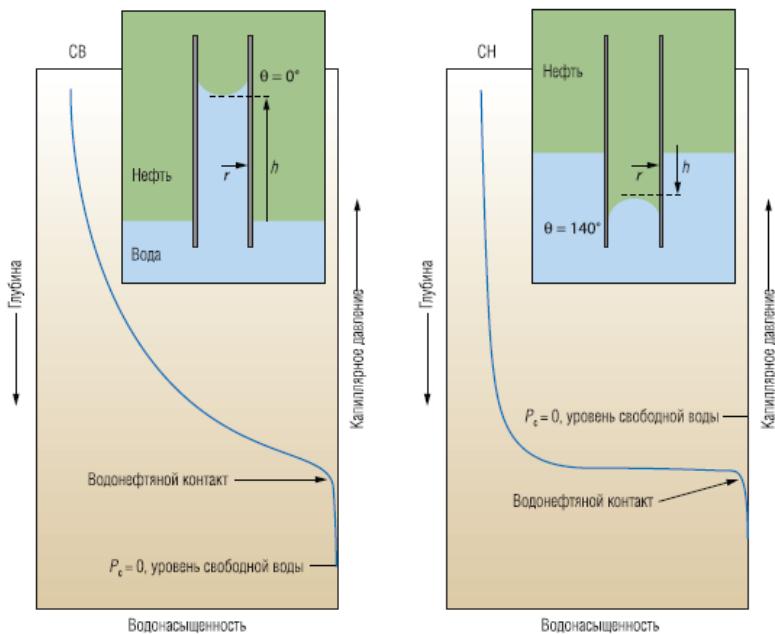


Для российской промысловой СЕ J-функция рассчитывается:

$$J(S_w) = \frac{3.162 \times 10^{-3} \times P_c \times \sqrt{\frac{k}{\phi}}}{\sigma_w \cos \theta}$$

Способ нормализации значений P_c по образцам с различными значениями пористости и проницаемости

Формирование переходной зоны



Уровень свободной воды (УСВ) – уровень, где капиллярное давление в системе «вода-нефть» равно нулю.

Водонефтяной контакт (ВНК) в гидрофильном пласте находится выше УСВ, что указывает на необходимость приложить давление, чтобы нефть проникла в самые большие поры.

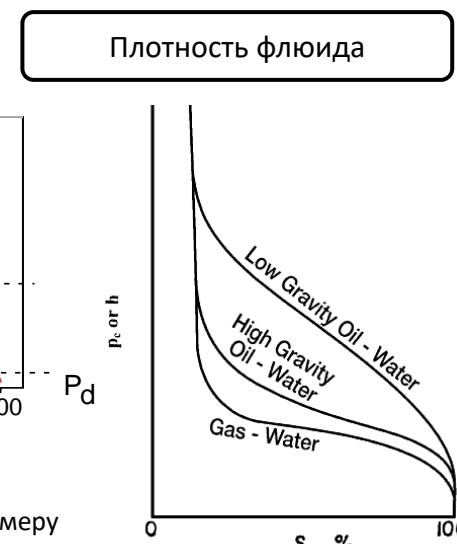
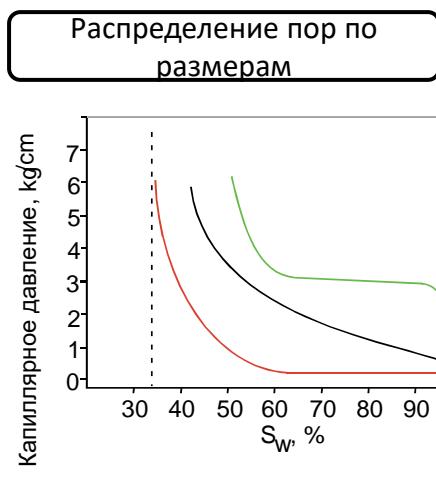
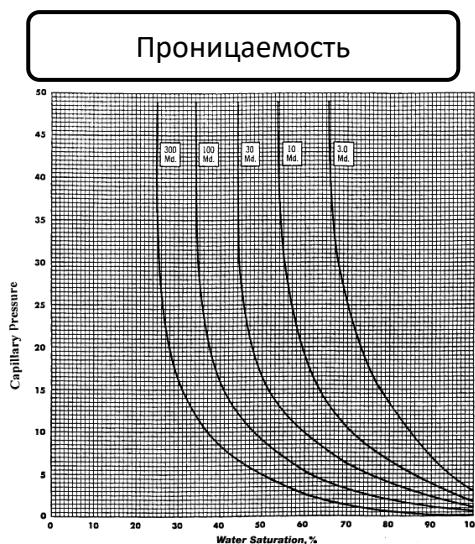
ВНК в гидрофобном пласте находится ниже УСВ, и для вытеснения нефти водной фазой из самых больших пор также требуется давление

| | | |
|--------------------------------------|--|--|
| $P_c = P_{mw} - P_w$ | где: P_c = капиллярное давление | h = высота капиллярного подъема |
| $P_c = \Delta p g h$ | P_{mw} = давление несмачивающей фазы | γ = межфазное поверхностное натяжение |
| $P_c = 2 \gamma \cos\theta/r$ | P_w = давление смачивающей фазы | θ = краевой угол смачивания |
| Δp = разность плотностей фаз | | |
| g = ускорение свободного падения | | r = внутренний радиус капилляра |

(c) Юдин Е.В.

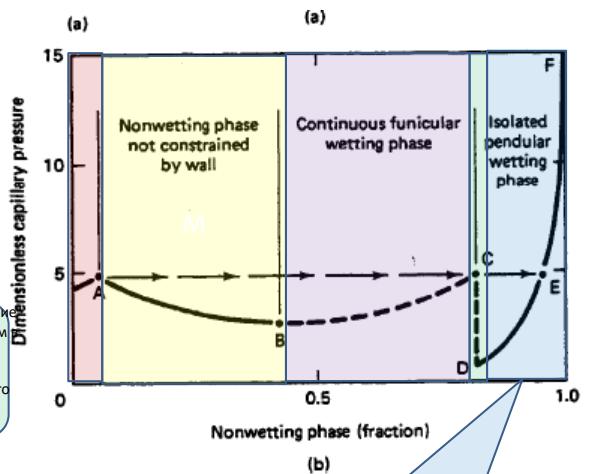
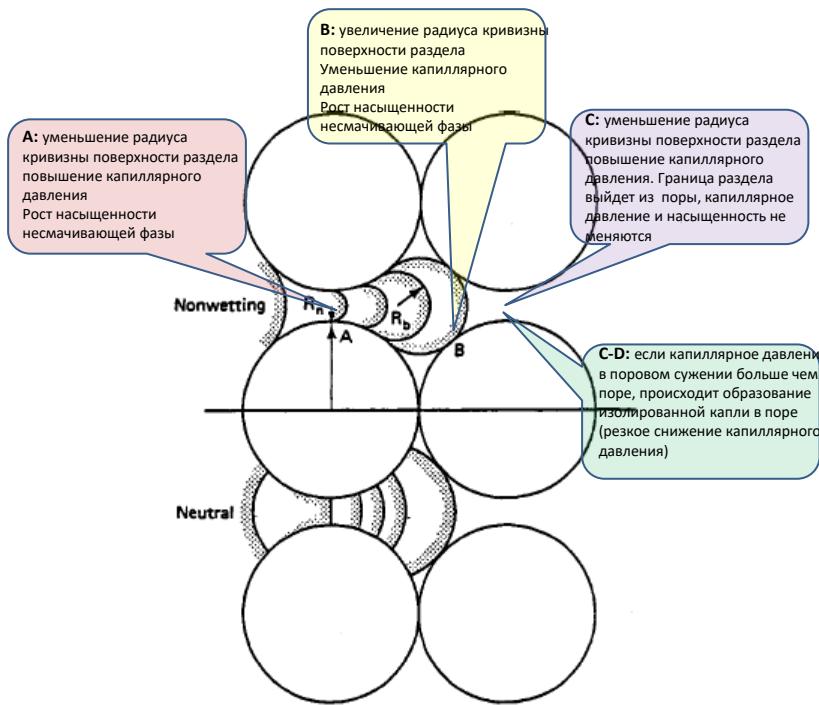
32

Вид Кривой капиллярного давления



P_d обратно пропорционально размеру пор. По кривым капиллярного давления можно классифицировать типы пород, потому что схожие кривые характерны для пород с одинаковым значением проницаемости

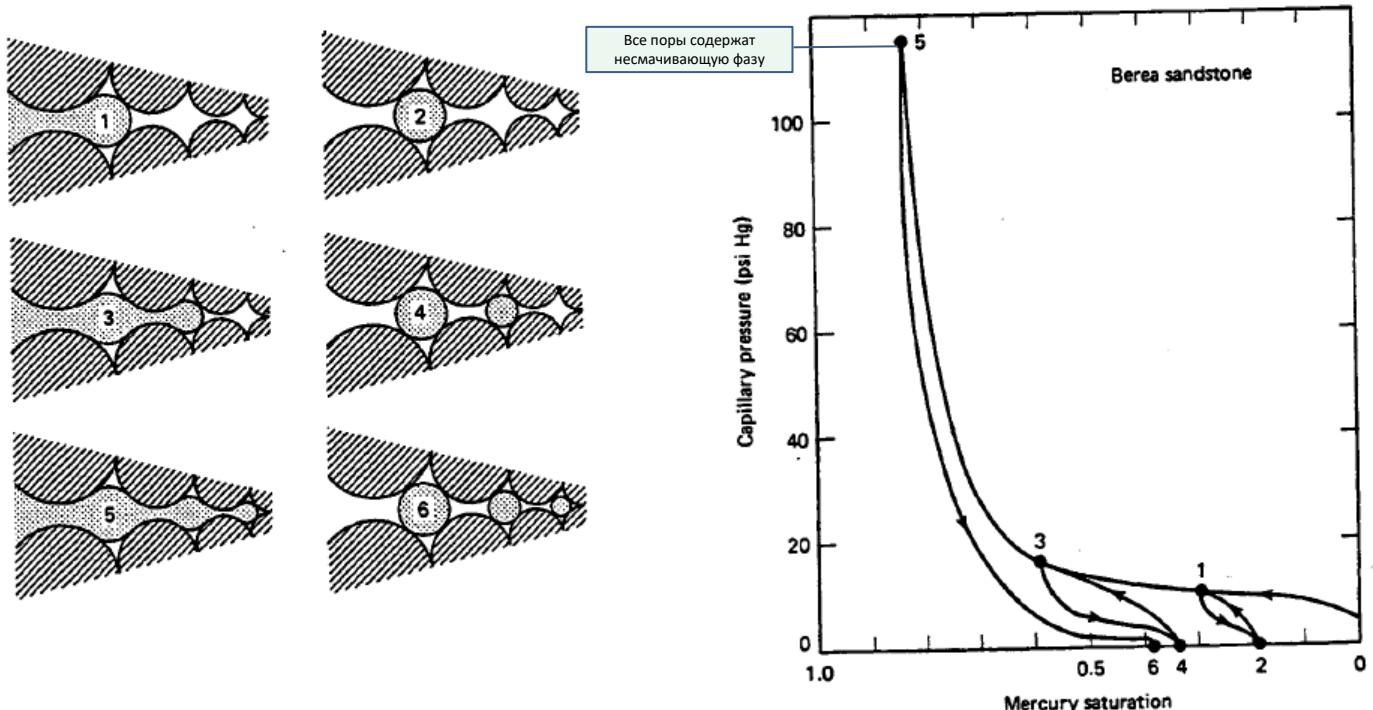
Изменение капиллярного давления в поре



(c) Юдин Е.В.

34

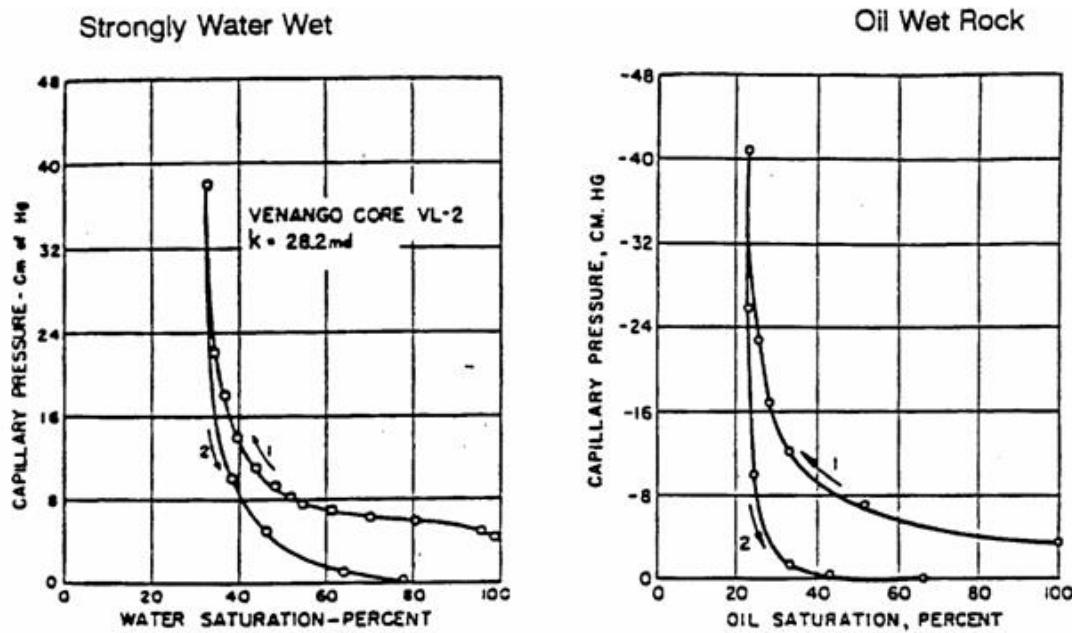
Гистерезис капиллярного давления: явления на микромасштабе



Дренирование – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы

Процесс пропитывания - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы

Гистерезис Капиллярных кривых для гидрофильных и гидрофобных пластов

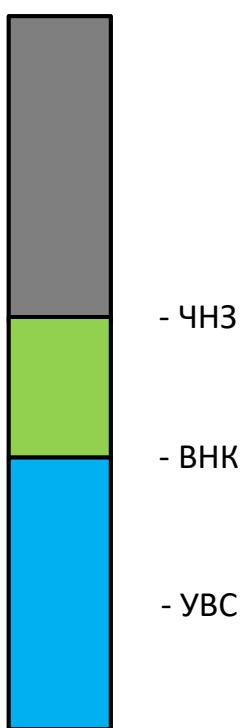


(c) Юдин Е.В.

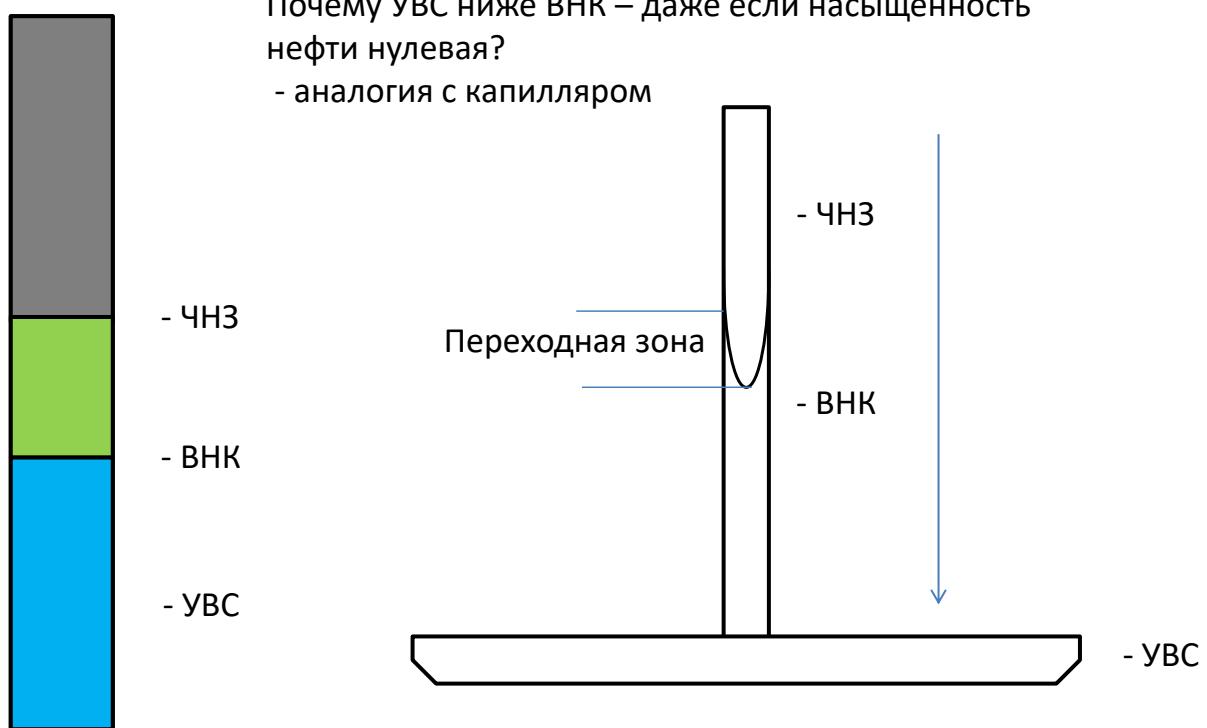
36

УВС и ВНК для гидрофильного коллектора

Почему УВС ниже ВНК – даже если насыщенность нефти нулевая?



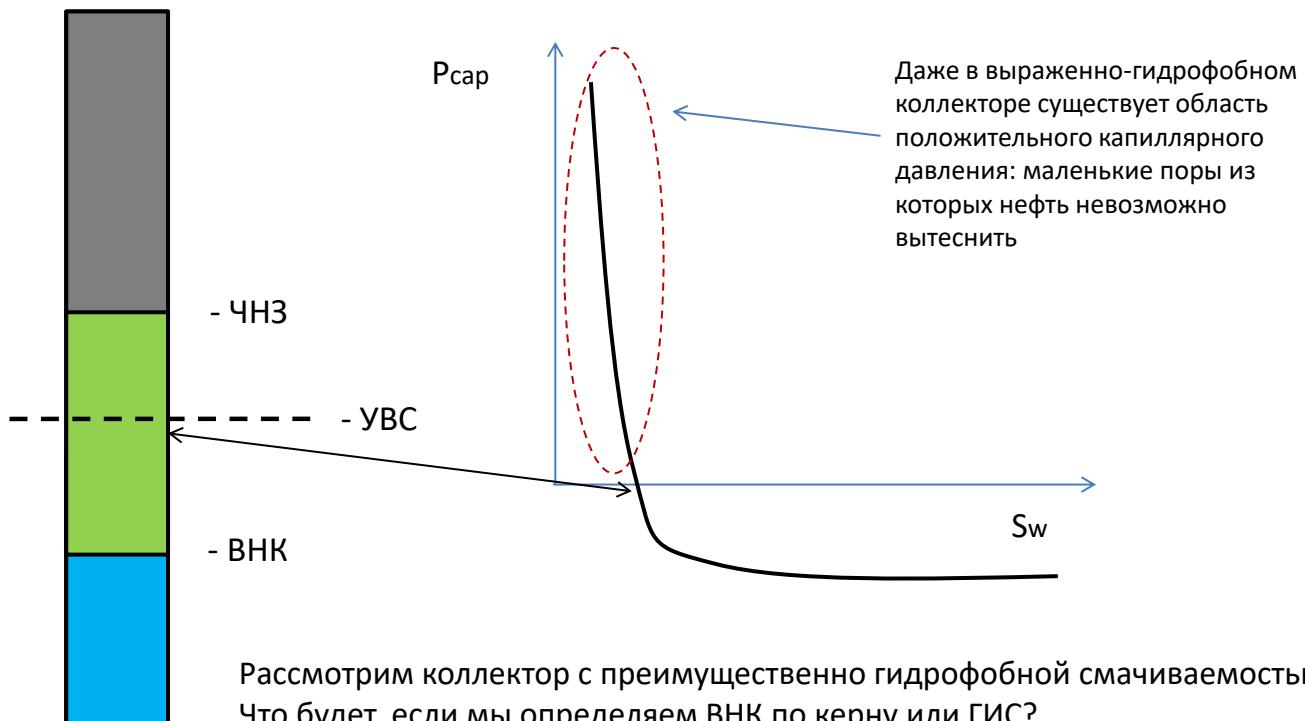
УВС и ВНК для гидрофильтрного коллектора



(с) Юдин Е.В.

38

УВС и ВНК для гидрофобного коллектора

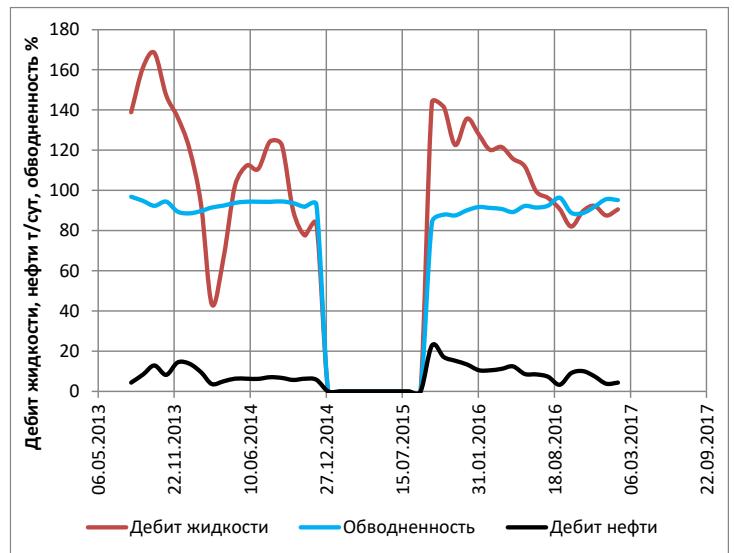
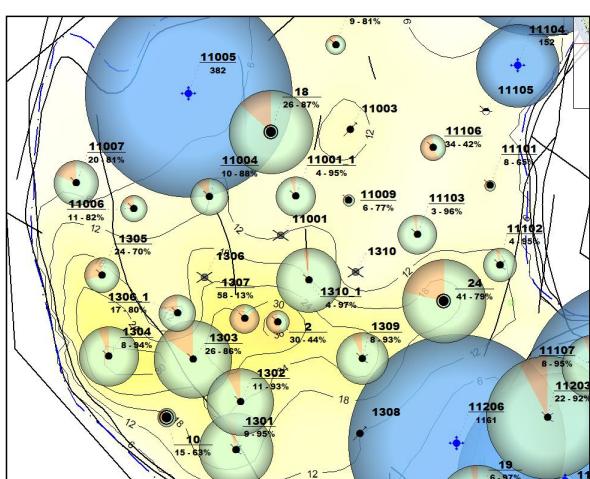


Рассмотрим коллектор с преимущественно гидрофобной смачиваемостью.
Что будет, если мы определяем ВНК по керну или ГИС?

Кейс: Сихорейское месторождение

Пример: высокая нефтенасыщенность, скважина работает водой

- Скважина 11001 Северо-Хоседаюского месторождения: приток нефти так и не был получен

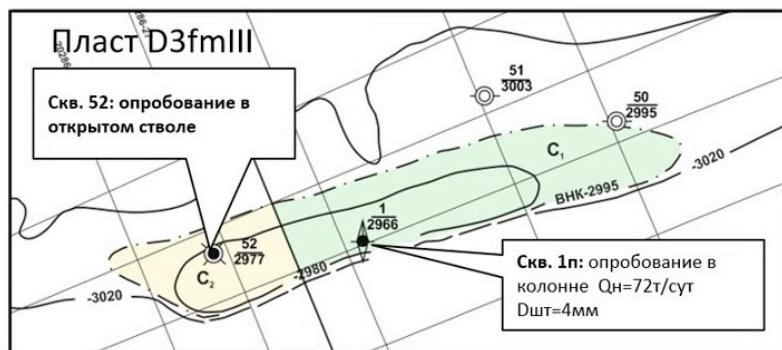


- Найти и проанализировать работу скважины 11001 в ИС УМР

7.6 Кейс. Сихорейское месторождение

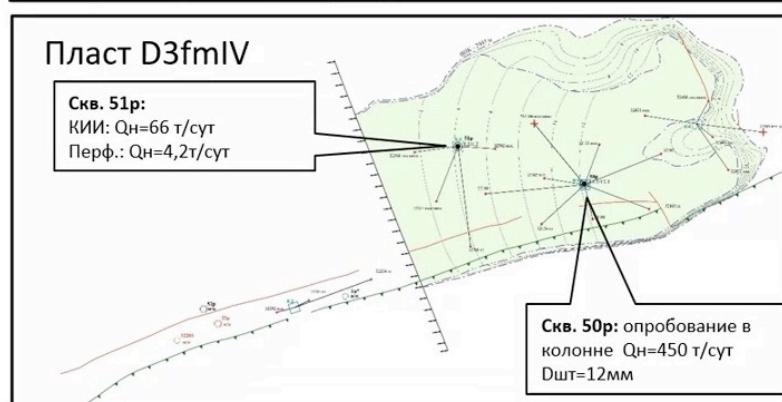
Геология Сихорейского месторождения на 01.01.2015г

| Запасы на Гос.балансе на 01.01.2015г (геологические/извлекаемые) | | |
|---|--------------|--------------|
| Пласт | Категория C1 | Категория C2 |
| D3fmIII | 3571/1428 | 743/297 |
| D3fmIV | 9031/3612 | - |
| ВСЕГО | 12602/5040 | 743/297 |



- ВНК по пласту D3fmIII был принят на отметках 2994-2997,5м на основании КИИ в скважине 52р и опробовании в обсаженном стволе скважины 1п.

| Запасы на Гос.балансе на 01.01.2015г (геологические/извлекаемые) | | |
|---|--------------|--------------|
| Пласт | Категория C1 | Категория C2 |
| D3fmIII | 3571/1428 | 743/297 |
| D3fmIV | 9031/3612 | - |
| ВСЕГО | 12602/5040 | 743/297 |



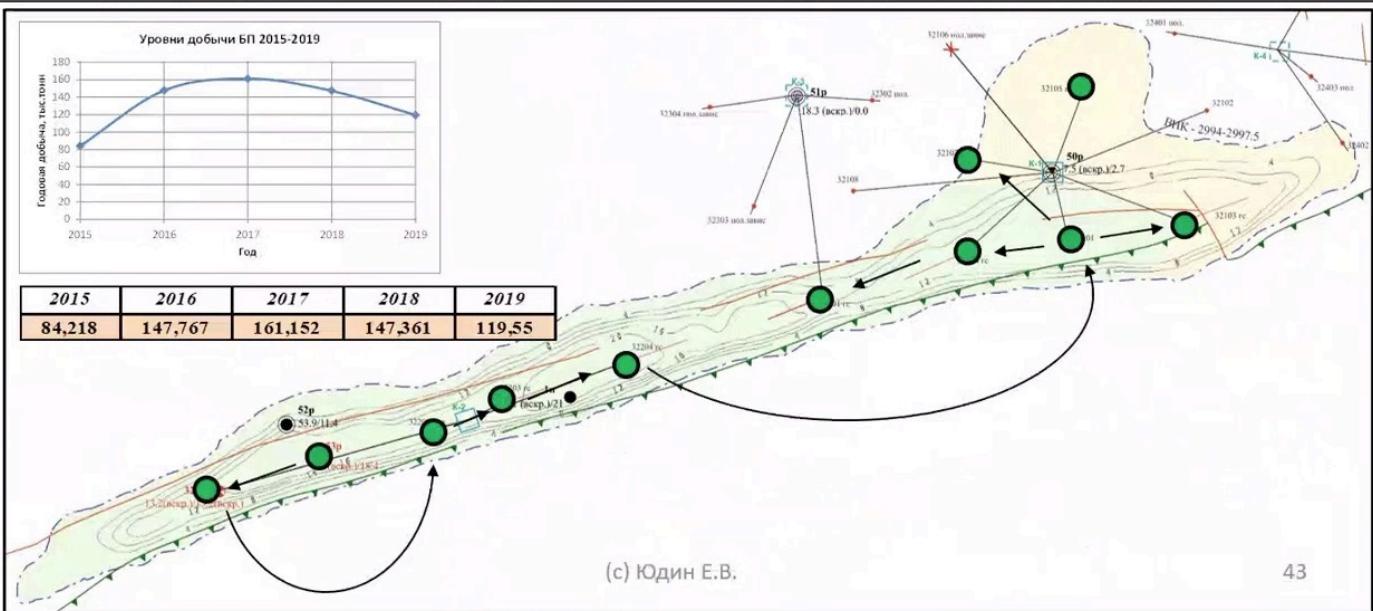
- ВНК по пласту D3fmIV был принят на отметках 2995м по аналогии с пластом D3fmIII

(с) Юдин Е.В.

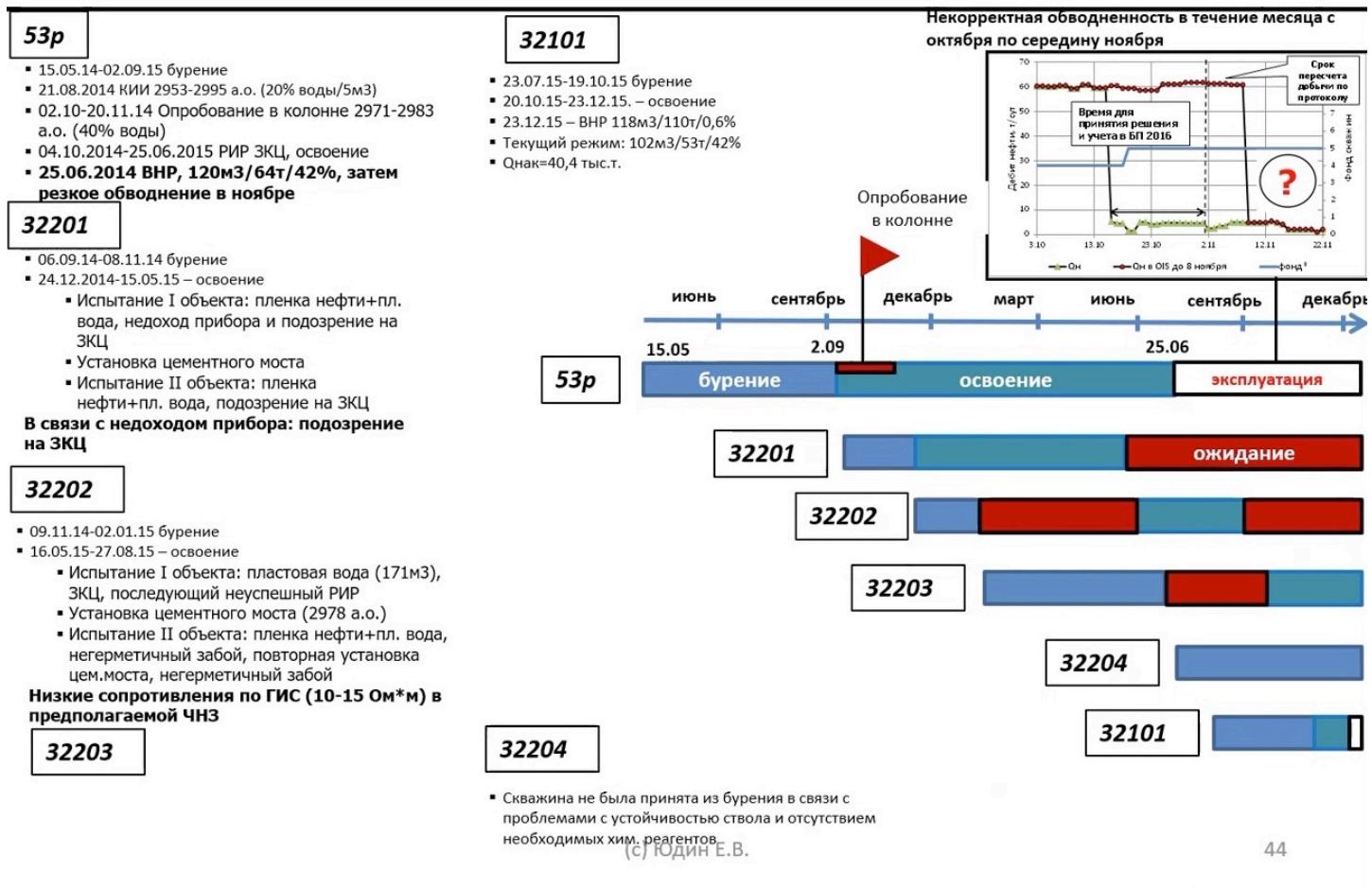
42

План бурения пласта D3fmIII

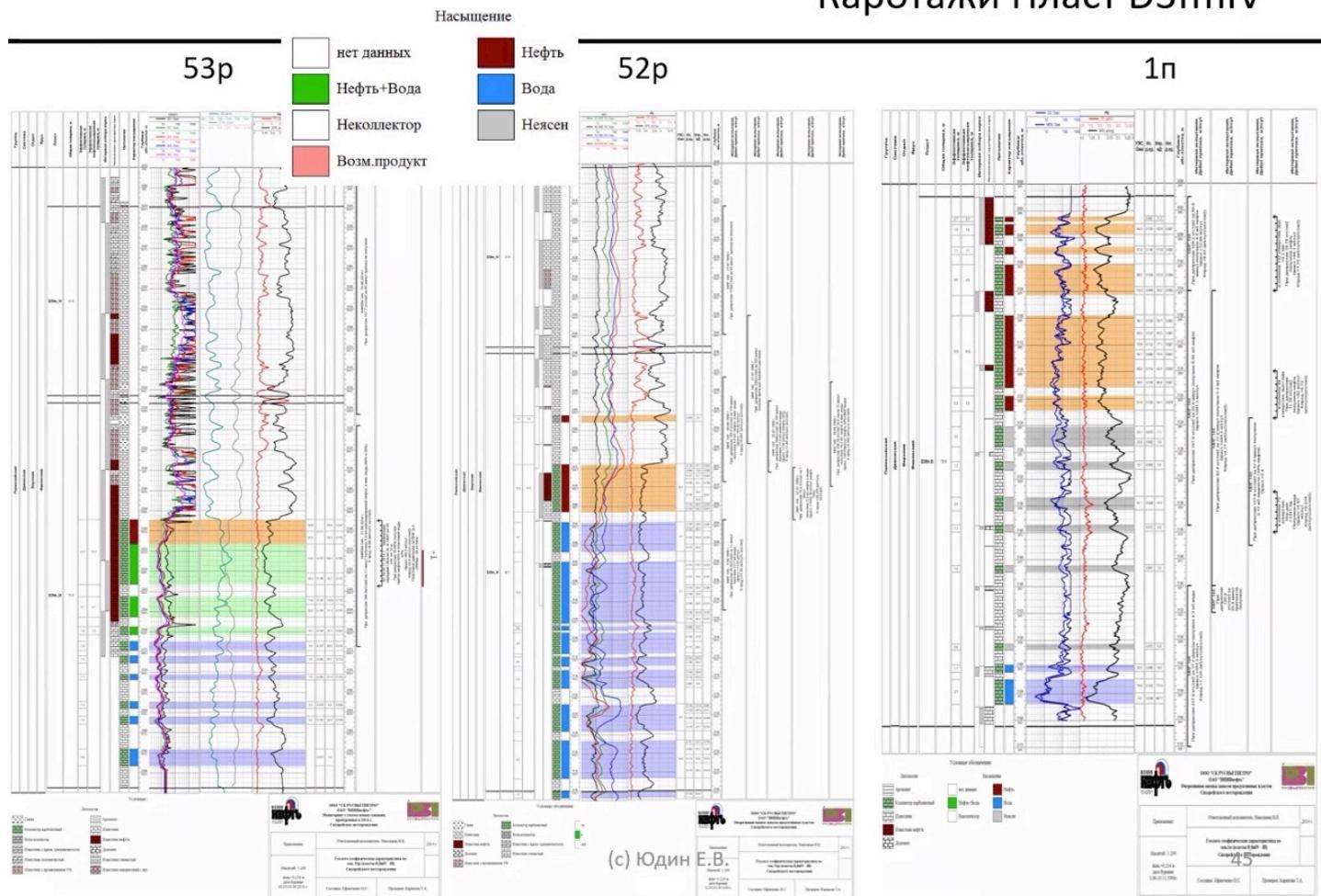
Утвержденный график бурения:



История принятия решений по Сихорейскому месторождению

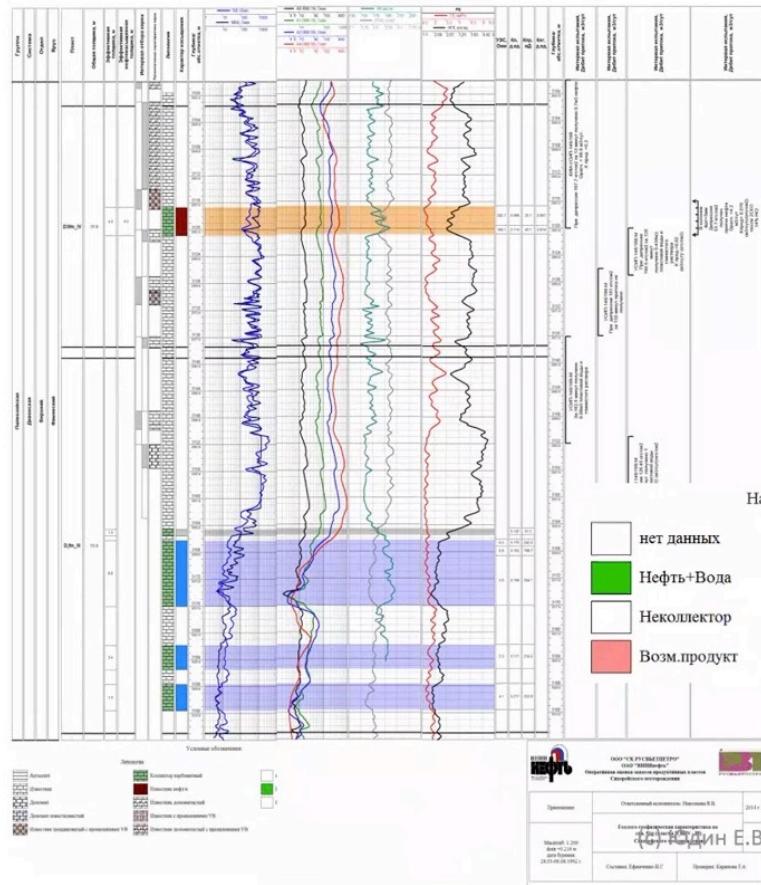


Каротажи Пласт D3fmIV

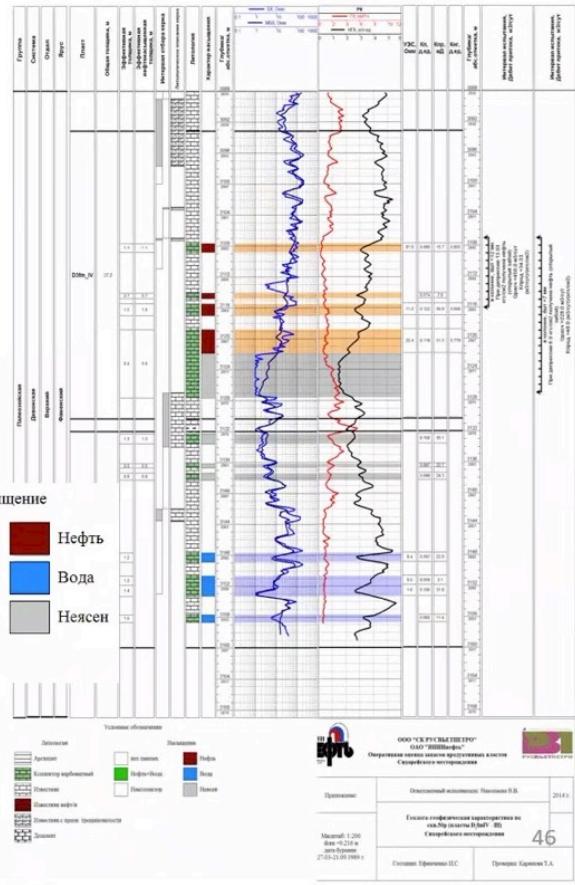


Каротажи Пласт D3fmIV

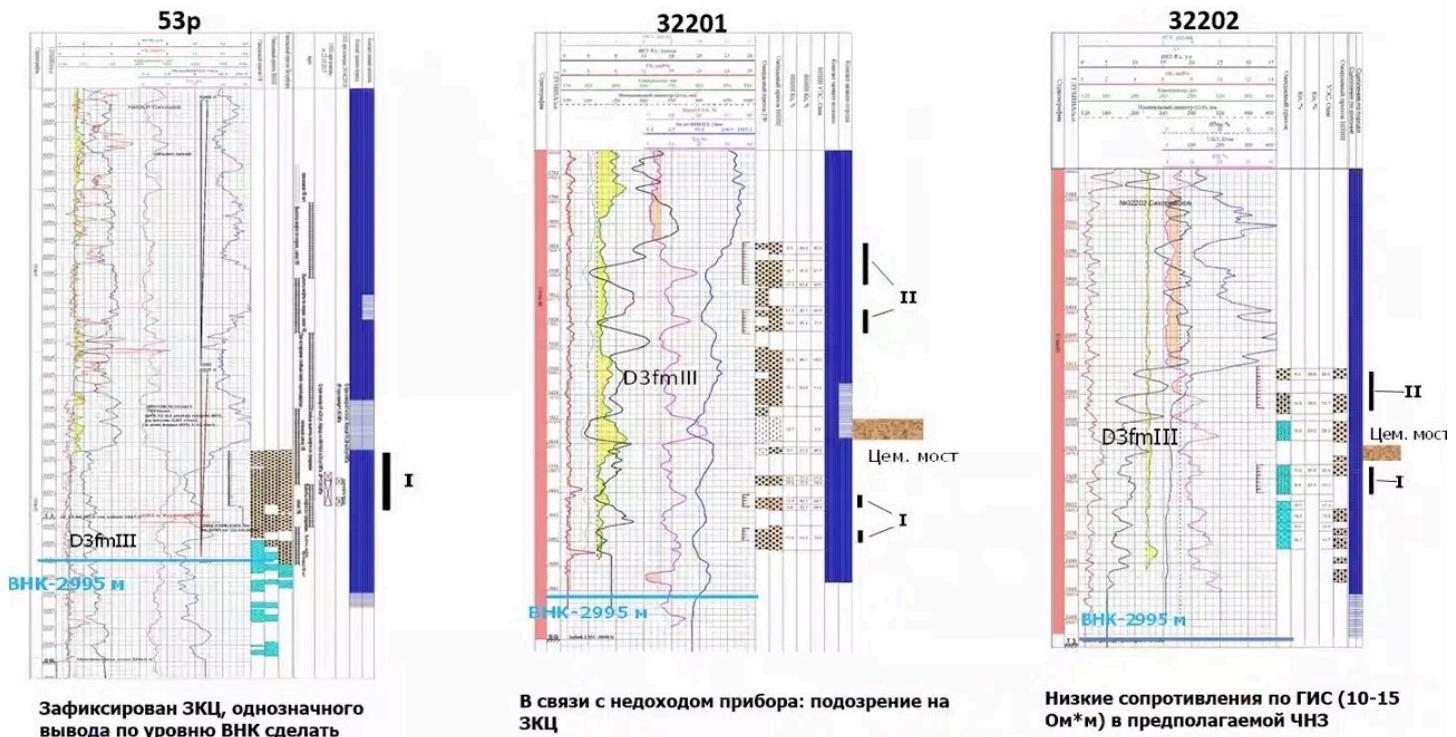
51р



50р



Каротажи Пласт D3fmIV

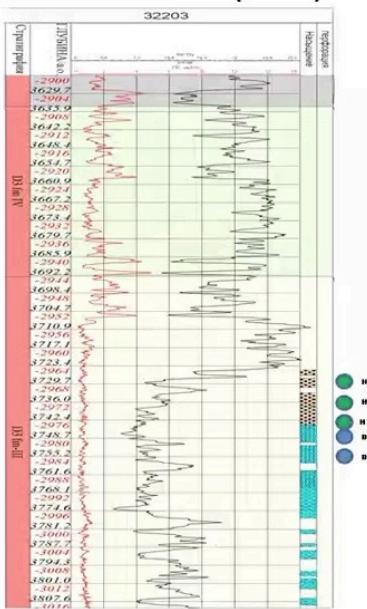


(c) Юдин Е.В.

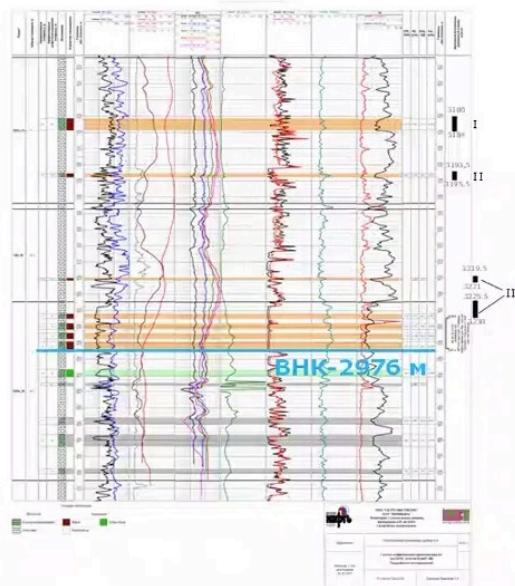
47

Каротажи Пласт D3fmIV

32203 (пилот)



32101



▪ По результатам МДТ:

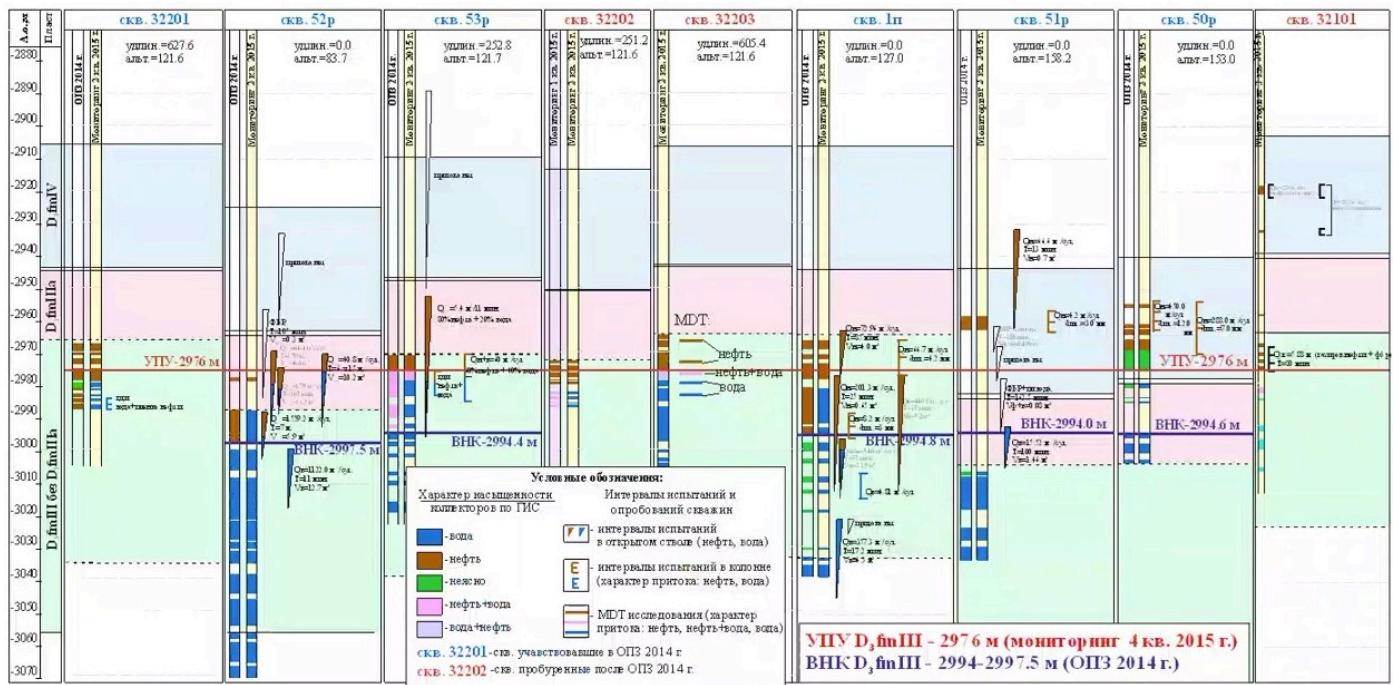
- подтвердился ВНК -2976м
- Скорректирована траектория горизонтального участка

По результатам ГИС подтвержден ВНК на уровне - 2976м

(с) Юдин Е.В.

48

Каротажи Пласт D3fmIV



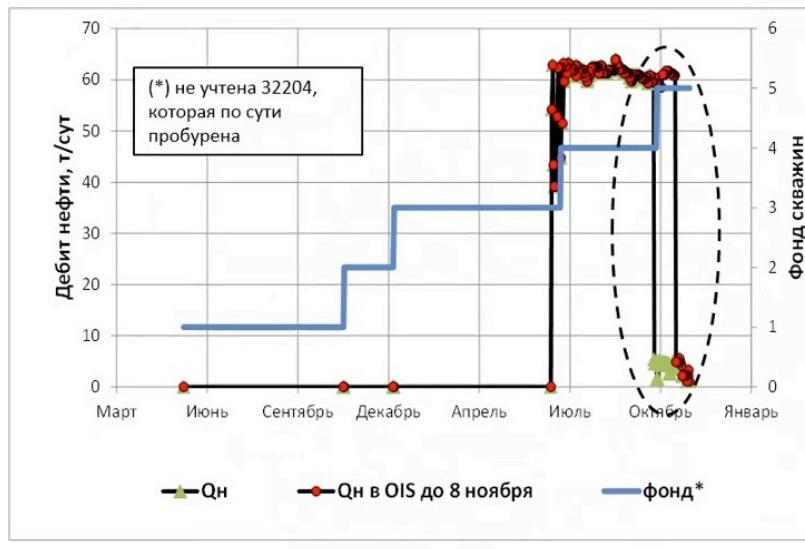
В 2015г по данным ГИС выявлены риски по насыщению, подтвержденные МДТ в пилотном стволе скважины 32203. Уточненный БНК на отметке -2976м.

(с) Юдин Е.В.

49

Ключевые проблемы

- Задержки с освоением скважин
- Некачественные испытания после бурения
- На месторождении по факту работала только одна скважина из пробуренных шести
- Несвоевременное отображение информации по обводненности скважины, а также корректировка данных в OIS за прошлый месяц (задним числом) осложняет анализ разработки и снижает его оперативность



(с) Юдин Е.В.

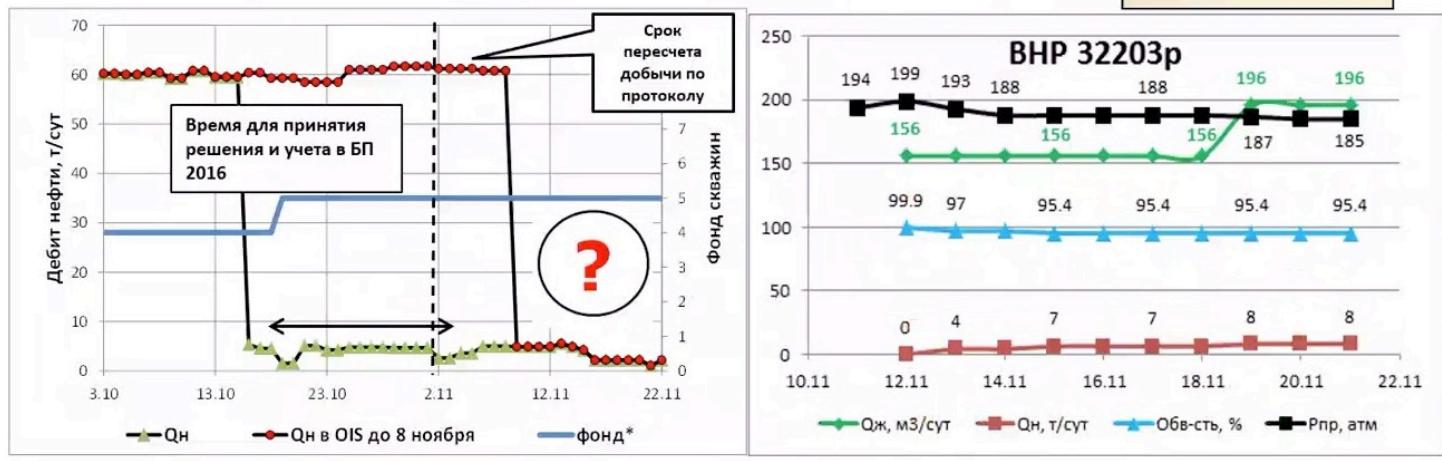
Таблица с данными о скважинах 53р с 11.11.2015 по 03.10.2015. Таблица содержит столбцы: № скважины, Дата, Категория, Инд ГНО Исп, Ом, Он, Чк. Видимые строки таблицы:

| № скважины | Дата | Категория | Инд ГНО Исп | Ом | Он | Чк |
|------------|----------------|-----------|-------------|------|-----|------|
| 53р | 08.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,8 | 120 | 43,9 |
| | 07.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,8 | 120 | 43,9 |
| | 06.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,8 | 120 | 43,9 |
| | 05.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,2 | 120 | 43,5 |
| | 04.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,2 | 120 | 43,5 |
| | 03.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,2 | 120 | 43,5 |
| | 02.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,2 | 120 | 43,5 |
| | 01.11.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,7 | 120 | 43,1 |
| | 31.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,7 | 120 | 43,1 |
| | 30.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,7 | 120 | 43,1 |
| | 29.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,7 | 120 | 43,1 |
| | 28.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,0 | 120 | 43,7 |
| | 27.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,0 | 120 | 43,7 |
| | 26.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,0 | 120 | 43,7 |
| | 25.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 61,0 | 120 | 43,7 |
| | 24.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,8 | 120 | 44,8 |
| | 23.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,8 | 120 | 44,8 |
| | 22.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 58,5 | 120 | 46,0 |
| | 21.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 58,5 | 120 | 46,0 |
| | 20.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,2 | 120 | 45,3 |
| | 19.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,3 | 120 | 45,3 |
| | 18.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,3 | 120 | 45,3 |
| | 17.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,4 | 120 | 44,3 |
| | 16.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,4 | 120 | 44,3 |
| | 15.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,5 | 120 | 45,3 |
| | 14.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,5 | 120 | 45,3 |
| | 13.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,5 | 120 | 45,3 |
| | 12.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,8 | 120 | 43,9 |
| | 11.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,8 | 120 | 43,9 |
| | 10.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,3 | 120 | 45,3 |
| | 09.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 59,3 | 120 | 45,3 |
| | 08.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,5 | 120 | 44,2 |
| | 07.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,5 | 120 | 44,2 |
| | 06.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,0 | 120 | 44,6 |
| | 05.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,0 | 120 | 44,6 |
| | 04.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,2 | 120 | 44,4 |
| | 03.10.2015 НЕФ | 3349 428 | 2633 | 60,2 | 120 | 44,4 |

Скорректирована обводненность по 53р за октябрь в ноябре с 43 на 95%

Ключевые проблемы

- Задержки с освоением скважин
- Некачественные испытания после бурения
- На месторождении по факту работает только одна скважина из пробуренных шести
- Несвоевременное отображение информации по обводненности скважины, а также корректировка данных в OIS за прошлый месяц (задним числом) осложняет анализ разработки и снижает его оперативность



(с) Юдин Е.В.

51

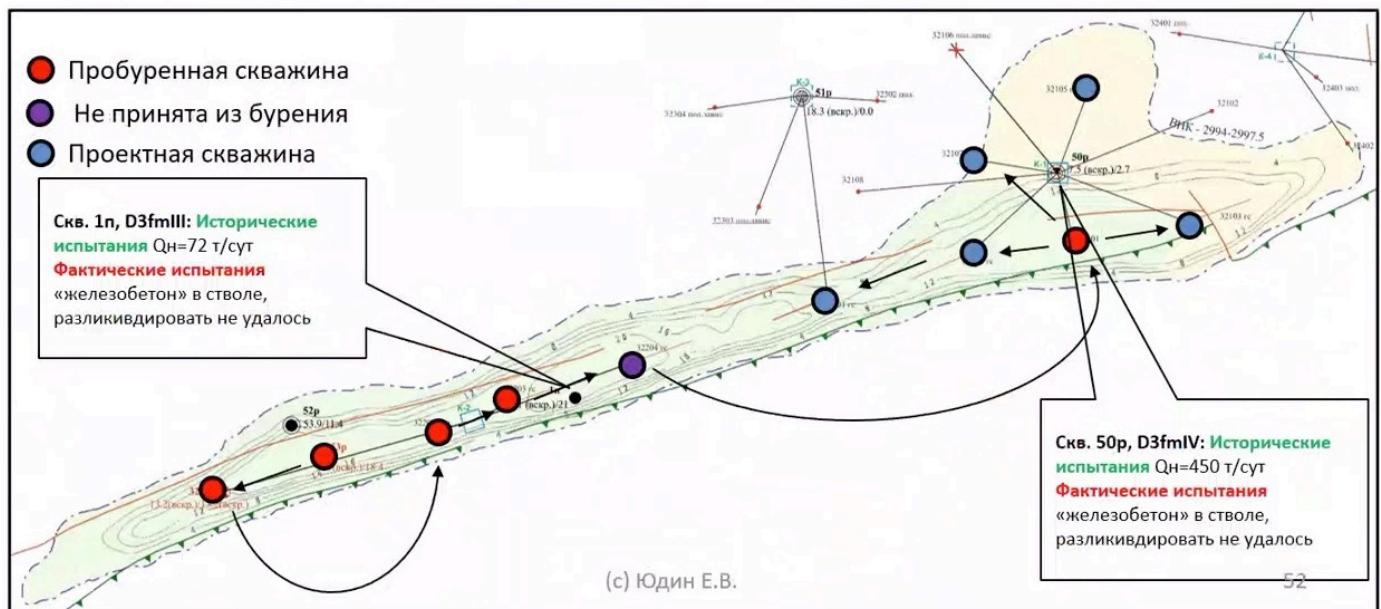
Оперативные решения на Сихорейском месторождении

Принятые оперативные решения:

- Отказ от дальнейшего бурения на месторождении на пласт D3fmIII
- Программа предварительных испытаний и пробной эксплуатации в зимний период разведочных скважин на пласт D3fmIV
- Перенос бурения (с последующим отказом) пласта D3fmIV

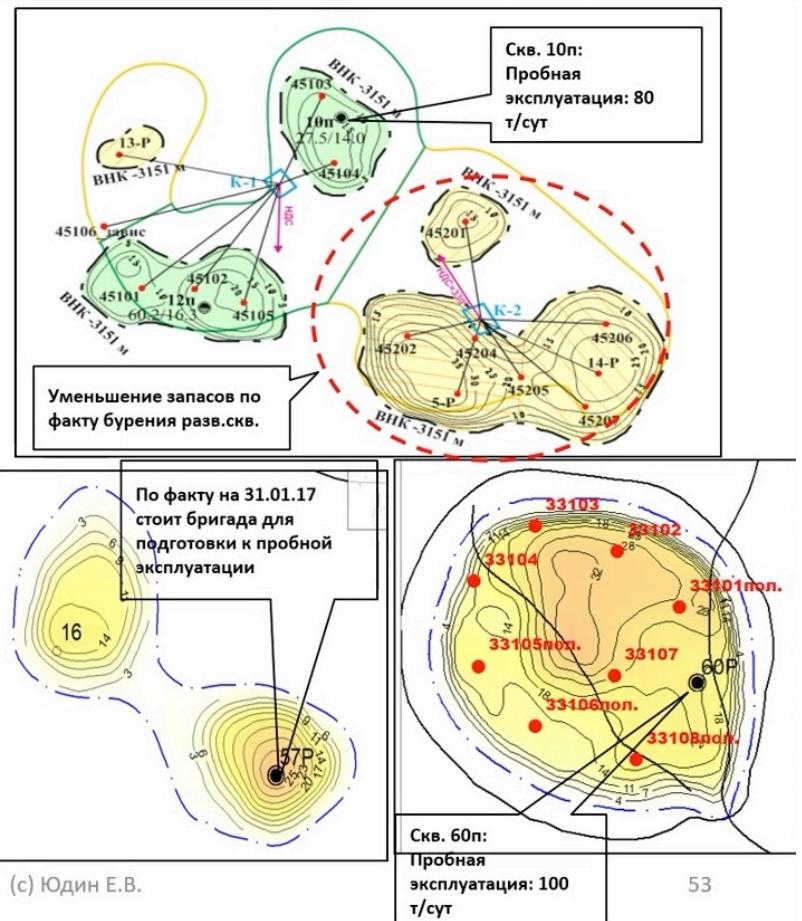
Текущее состояние:

- В работе одна скв.: 32101 (режим: 102м3/53т/42%, Qнак = 40 тыс.т)
- В зимний период 2015-16 проводили работы по РИР на скв. 53р (безрезультатно), 32201 (не успели завершить)
- В зимний период 2015-17 планируется завершить исследования на скв. 53р, 32201 на D3fmIII и провести опробование C1ok, на текущую дату 31.01.17 бригада проводит исследования 32201



Оперативные решения: Ошибки и уроки по Сихорею, Корректировка программы испытания разведок

- Разработана и согласована программа пробной эксплуатации разведочных скважин в зимне-весенний период 2015-2017гг
 - скв. 50 Сихорейского м/р - оценка продуктивности и насыщенности IV пачки
 - Испытание и пробная эксплуатация скв. 10п Южно-Сюрхаратинского месторождения – оценка ВНК и продуктивности
 - Испытание и пробная эксплуатация скв. 60р Северо-Сихорейского м/р – подтверждение продуктивности до ВМР на к.1
 - Скв.57 Восточно-Сихорейского месторождения – оценка ВНК и продуктивности
- Организационные изменения – создание Регламента по работе на малоизученных месторождениях (организация работ, необходимый комплекс исследований, необходимое оборудование) – февраль 2016
- Разработанный комплекс мер позволил избежать повторения ошибок на Южно Сюрхаратинском месторождении в 2016 году, когда кратко не подтвердились запасы на восточном куполе



8 Семинар 08.04.2022 (Юдин Е.В.)

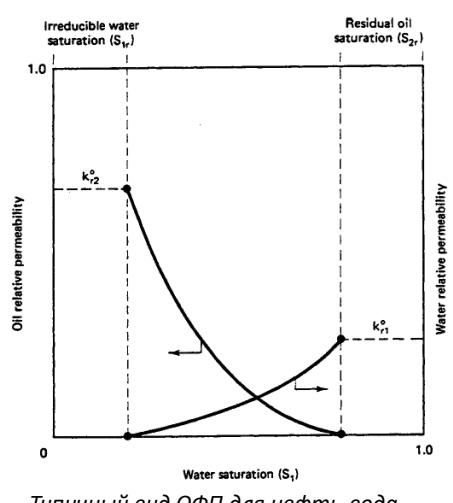
8.1 Относительные фазовые проницаемости

Относительные фазовые проницаемости

Относительная проницаемость - это отношение фазовой проницаемости фазы к абсолютной проницаемости среды

Три типа абсолютной проницаемости среды:

1. Абсолютная проницаемость по воздуху
2. Абсолютная проницаемость по воде
3. Фазовая проницаемость по нефти при остаточной насыщенности для смачивающей фазы



Типичный вид ОФП для нефть-вода

S_{or} - остаточная нефтенасыщенность – нефть, остающаяся в тщательно отмытой области проницаемой среды

S_{wr} - остаточная водонасыщенность

$$\frac{k_{wo}}{k_{ro}}$$

!!! ОФП – это множитель на проницаемость, зависящий от насыщенности фаз, но не зависящий от давления и градиента давления

(c) Юдин Е.В.

42

Эволюция моделей вытеснения:

- поршневое вытеснение (для очень хороших коллекторов);
- модель Баклея-Леверетта (после прохождения фронта воды за фронтом остается нефть; вода и нефть мешают друг другу течь)

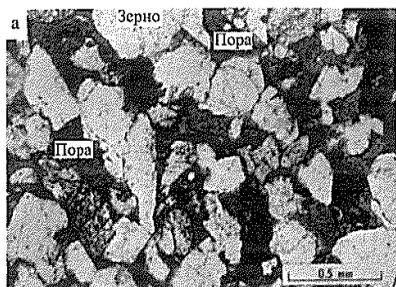
Модель Баклея-Леверетта формулируется для двух типов флюида (например, нефти и воды) ОФП – функция от насыщенности данного типа флюида. Является множителем на абсолютную проницаемость.

Важна монотонность зависимости ОФП от насыщенности данного типа флюида.

Вид Относительных фазовых проницаемостей для различной проницаемости

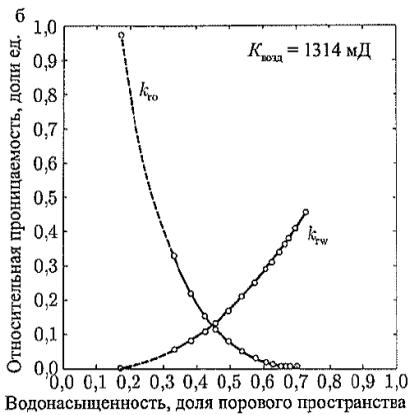
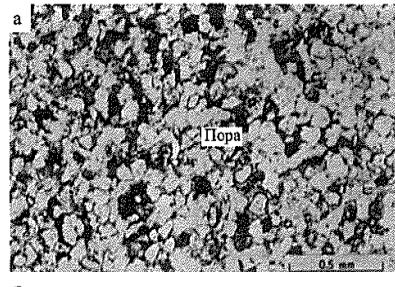
Высокая проницаемость

Песчаник с крупными хорошо связанными порами

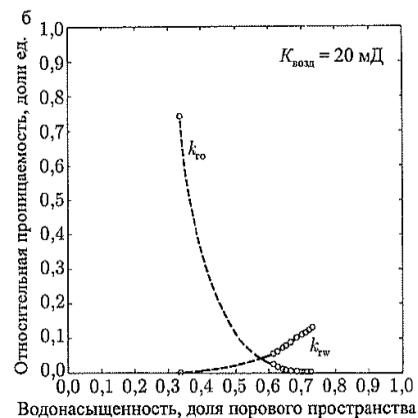


Низкая проницаемость

Песчаник с мелкими хорошо связанными порами



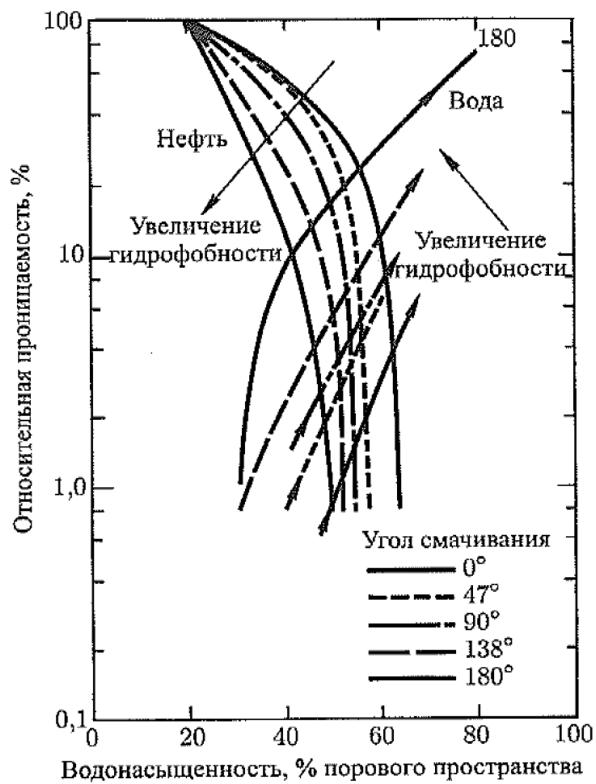
(c) Юдин Е.В.



43

Чем выше проницаемость, тем ниже значение остаточной водонасыщенности: в песчанике с крупными порами небольшие капиллярные давления. Так как они небольшие, то и намертво связанной воды тоже немного.

Вид ОФП для Различных состояний смачиваемости при увеличении гидрофобности



С увеличением гидрофобности относительная проницаемость по воде увеличивается, а по нефти уменьшается

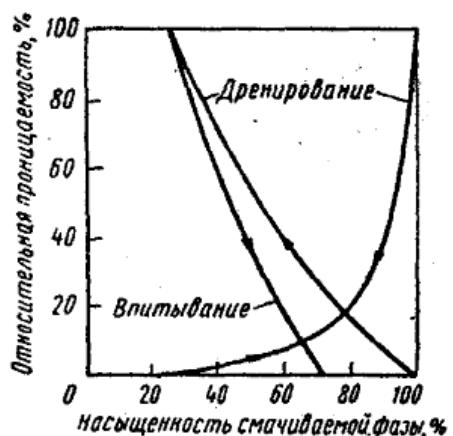
(с) Юдин Е.В.

44

Относительные фазовые проницаемости

Дренирование – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы (миграция нефти в пласт)

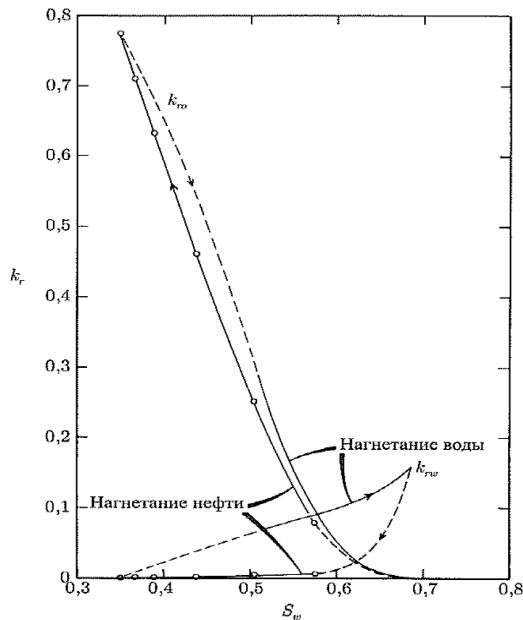
Процесс пропитки - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы (например заводнение для гидрофильных пластов)



Экспериментальные данные показывают, что относительная проницаемость для конкретной породы зависит от свойств флюидов и взаимодействия флюид-порода, но не зависит от градиента давления

Гистерезис относительной фазовой проницаемости

Относительная проницаемость зависит от метода достижения определенной насыщенности пористой среды



Гистерезис фазовых кривых тесно связан с гистерезисом кривых капиллярного давления

Факторы влияющие на гистерезис:

- Шероховатость поверхности
- Величина угла смачиваемости
- Гистерезис угла смачиваемости

Если в процессе интенсификации добычи нефть мобилизуется, образуя подвижную нефтяную зону или область увеличенной насыщенности, метод насыщения путем пропитывания изменяется на дренирование, и наоборот

Практическое применение ограничено из-за необходимости обоснования использования в промысловых расчетах подходящей кривой фазовой проницаемости

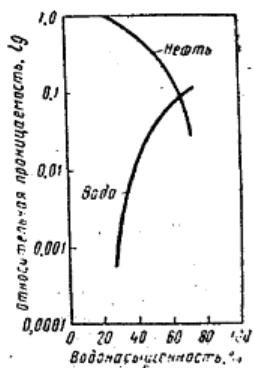
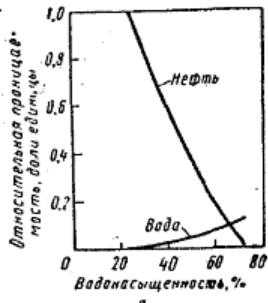
(с) Юдин Е.В.

46

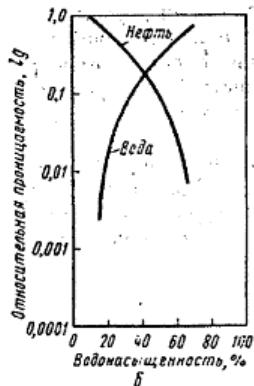
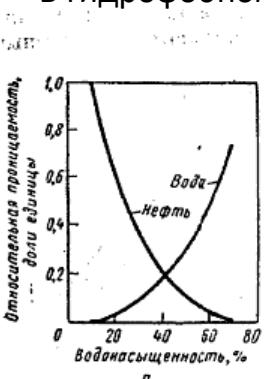
На принципе гистерезиса ОФП построен метод увеличения нефтеотдачи (МУН), называемый циклическим заводнением. В 2008-2010 годах был очень популярен.

Типичные кривые относительных фазовых проницаемостей для гидрофобных и гидрофильных коллекторов

В гидрофильном:



В гидрофобном:



Основные различия в свойствах потоков при разной фильтрости породы

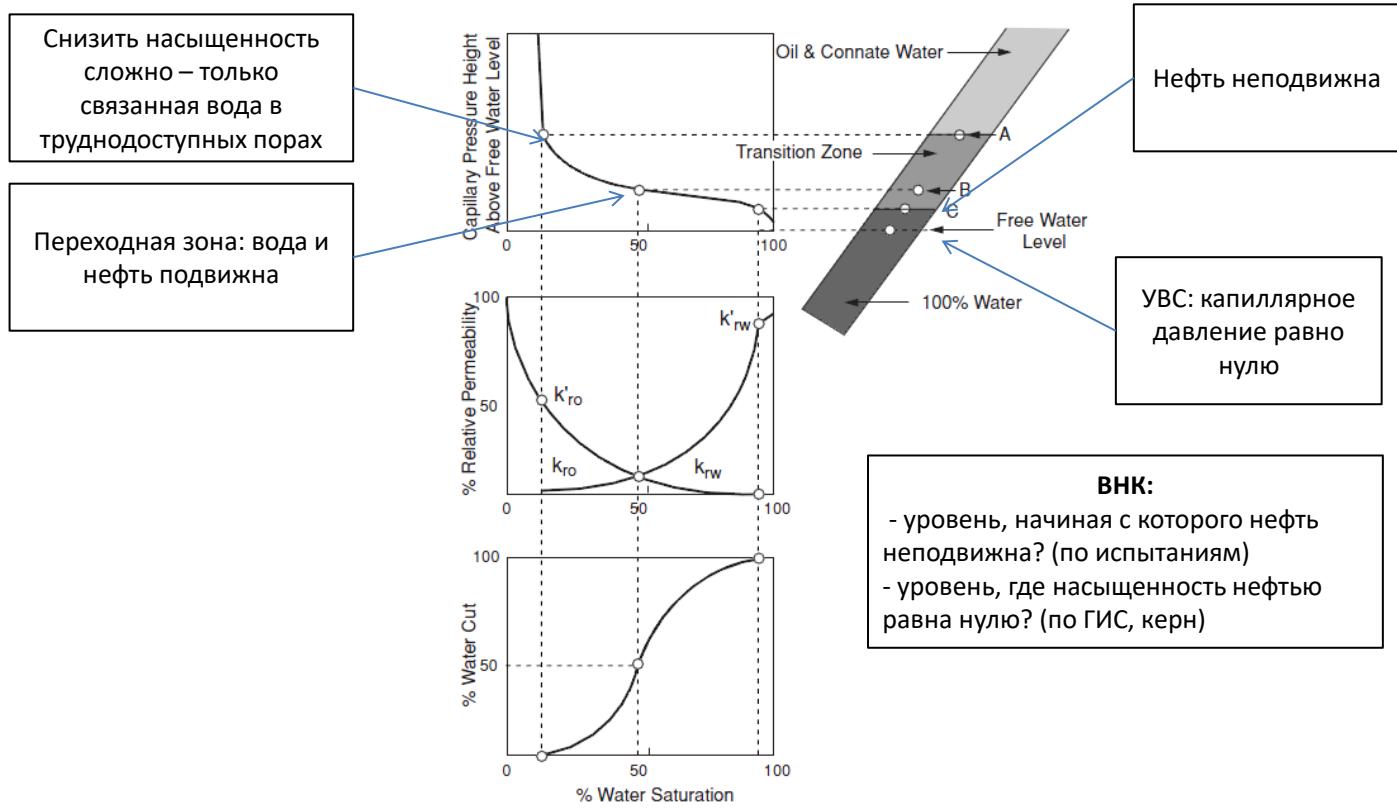
| | Гидрофильная среда | Гидрофобная среда |
|---|--|-------------------------------------|
| Насыщенность связанной водой | Обычно больше 20-25% (порового объема) | Обычно меньше 15%, часто меньше 10% |
| Насыщенность, при которой относительные проницаемости для воды и для нефти одинаковы | Водонасыщенность больше 50% | Водонасыщенность меньше 50% |
| Относительная проницаемость для воды при максимальной водонасыщенности, т. е. при полном заводнении | Обычно меньше 30% | Больше 50%, приближается к 100% |

Вопрос: какие фазовые проницаемости используются для трещин в двойной среде?

(с) Юдин Е.В.

В гидрофобном коллекторе проблемы при заводнении: прорывы, не будет вытеснения. Чисто гидрофобных коллекторов мало, но даже коллектора с промежуточной смачиваемостью – это уже большая проблема.

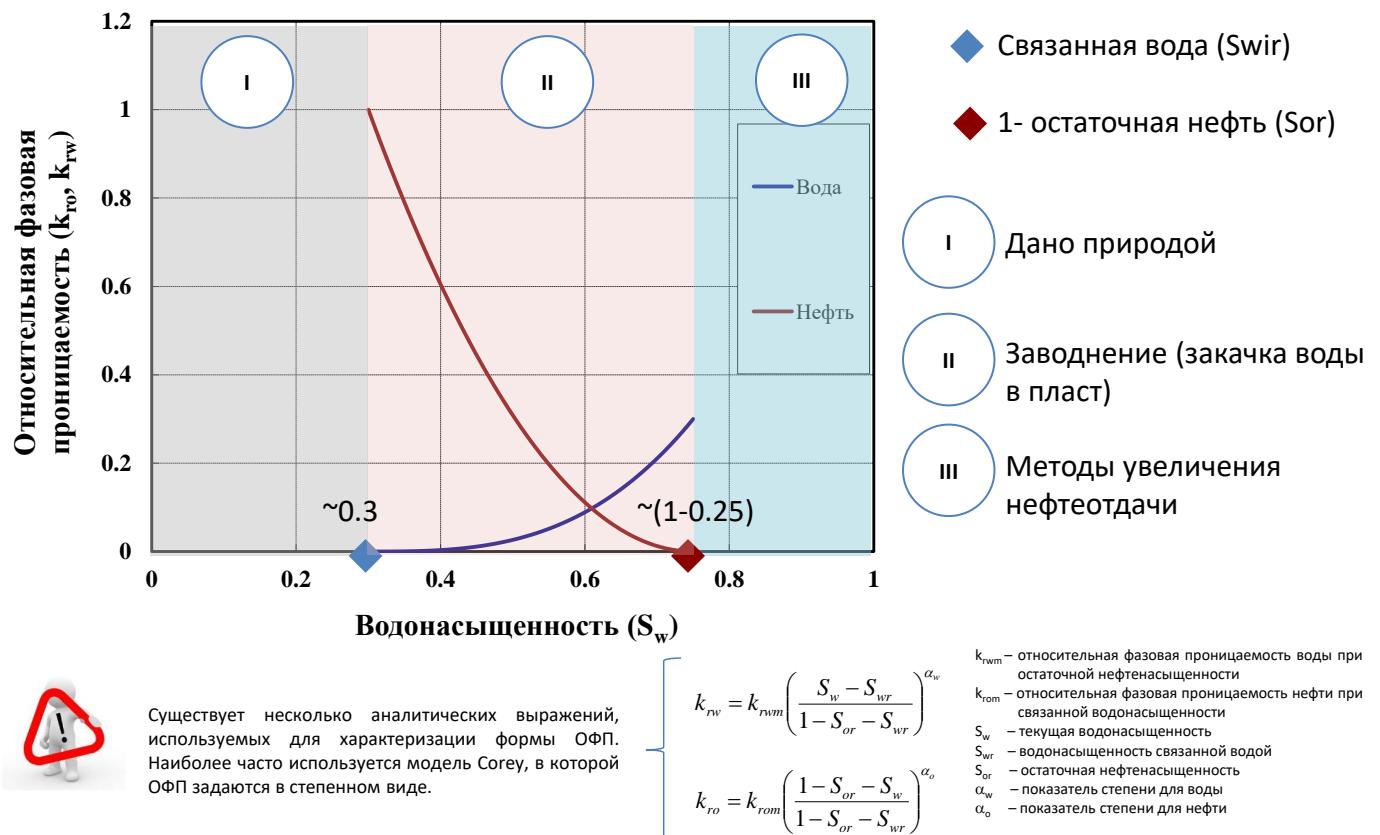
Взаимосвязь между капиллярным давлением, относительными проницаемостями и кривой фракциального потока



(c) Юдин Е.В.

48

Относительная фазовая проницаемость

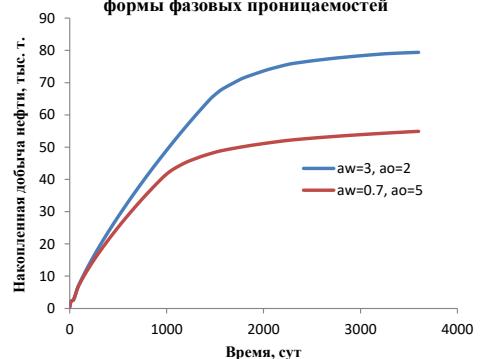
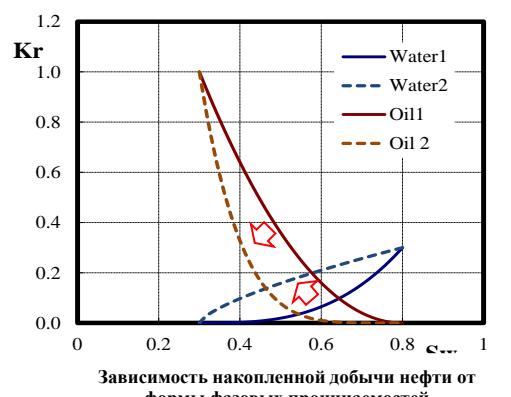
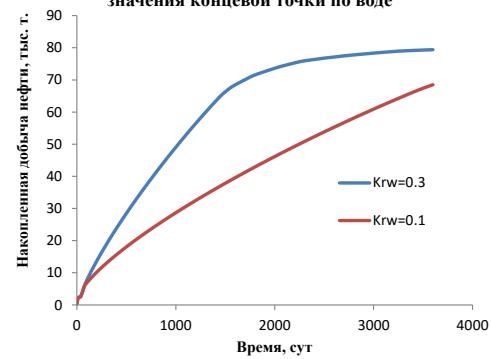
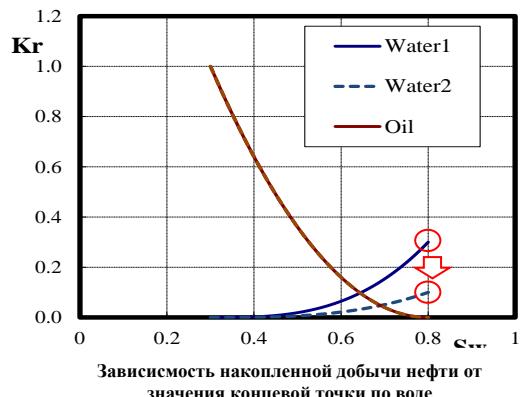


В модели Баклея-Леверетта давление в законе Дарси для воды и для нефти одно и то же.

Если рассматриваем композиционное моделирование, то для каждой компоненты записываем закон Дарси.

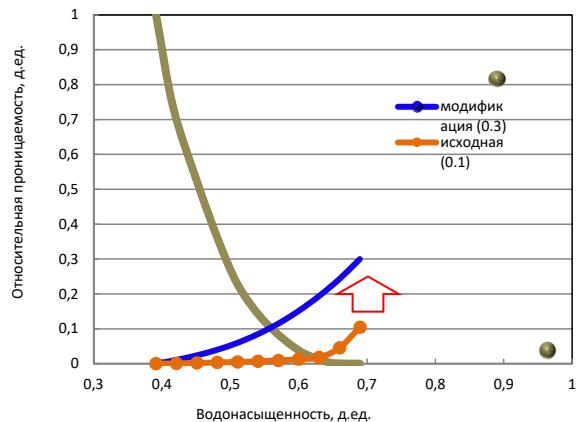
Неопределенность. ОФП

Влияние параметров относительных фазовых проницаемостей на динамику добычи



Неопределенность. ОФП

Пример влияния неопределенности в ОФП



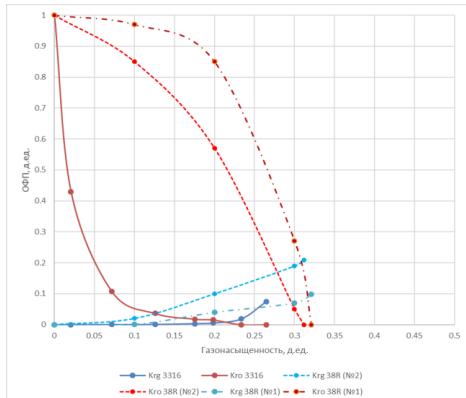
Как неопределенность влияет на
планируемые решения по инфраструктуре?

Необходимо расширение
инфраструктуры.
Ограничения по инфраструктуре

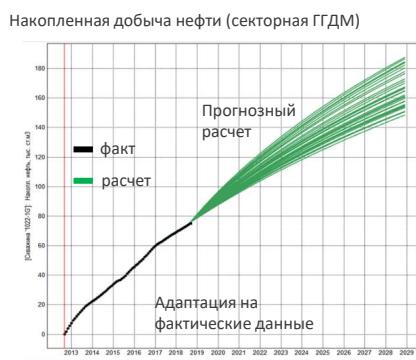


Выбор оптимального профиля
добычи нефти и жидкости
(мощность инфраструктуры при
которой NPV максимальен)

Неопределенность ОФП в системе нефть-газ

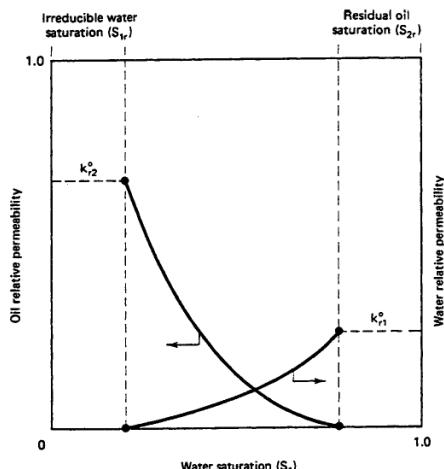


- Исследования на ОФП в системе газ-нефть проведены на 3 образцах керна скважин 38R и 3316 и показывают разные характеристики подвижности нефти и газа. В ГДМ заложен оптимистичный вариант (с образцов керна 38R);
- Для оценки влияния кривых ОФП на прогнозный профиль добычи нефти проведен многовариантный расчет на секторной модели нефтяной скважины при одновременном отборе газа из ГШ.



8.2 Остаточная нефтенасыщенность

Остаточная насыщенность

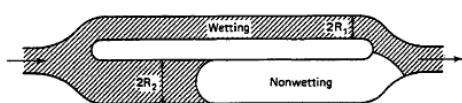
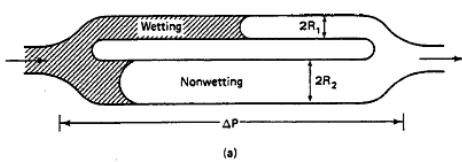


Принципиальные модели защемления остаточной нефти:

- Модель порового дуплета
- Модель изменяющейся поры

Остаточные фазовые насыщенности Модель порового дуплета (Мур и Слобод, 1956)

Показывает пути движения флюидов по порам, имеющие разные радиусы



Предположения:

- Пуазейлевское (ламинарное) течение
 - Присутствие поверхности раздела не влияет на поток
- Оба предположения выполняются, если длина гораздо больше самого большого радиуса и течение очень медленное

Отношение средних скоростей дуплета:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{4Nvc + (\frac{1}{\beta} - 1)}{\beta}}{\frac{4Nvc}{\beta^2} - \beta^2(\frac{1}{\beta} - 1)}$$

Коэффициент неоднородности - $\beta = \frac{R_2}{R_1}$

Локальное капиллярное число (число капиллярности) – безразмерное отношение вязкостных сил к капиллярным:

$$N_{vc} = \frac{\mu L t g}{\pi R_1^3 \sigma \cos \theta}$$

L_t – длина капилляра
 g – объемная скорость потока

Если капиллярные силы незначительны (N_{vc} - большое), то несмачивающая фаза будет уловлена на пути течения с небольшим радиусом

Если вязкостные силы незначительны, то несмачивающая фаза будет уловлена в капилляре с большим радиусом

Выводы:

1. Несмачивающая фаза улавливается в крупных порах, смачивающая фаза в мелких трещинах и изломах
2. Уменьшение капиллярных сил приводит к меньшему улавливанию
3. Улавливание происходит, если есть некоторая степень неоднородности $\beta > 1$

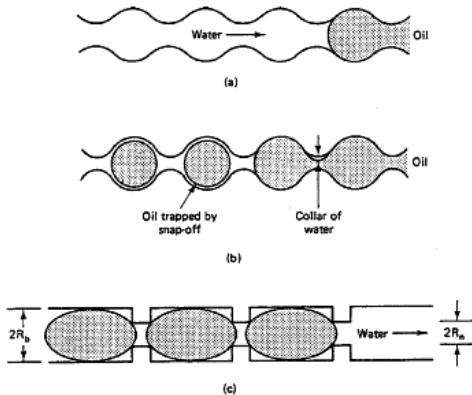
Замечания:

- Эта модель сильно завышает количество остаточной нефтенасыщенности несмачивающей фазы при низком капиллярном числе
- Капиллярное число трудно определить в реальной среде

Остаточные фазовые насыщенности Модель изменяющейся поры

Показывает движение флюида через площади разного поперечного сечения

Капиллярное давление изменяется вдоль пути течения жидкости (в узких частях высокое, в широких - низкое)



Условия течения несмачивающей фазы:

$$\Delta\Phi_w + \Delta\rho g \Delta L \sin \alpha \geq \Delta P_c$$

$\Delta\Phi_w$ и ΔP_c – изменения потенциала смачивающей фазы и капиллярного давления в капле
 ΔL – размер капли

Пренебрежем гравитацией: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta L} \geq \frac{\Delta P_c}{\Delta L}$

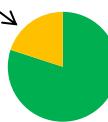
Из закона Дарси: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta L} = \frac{\varphi \mu v_w}{k}$ По определению: $\frac{\Delta P_c}{\Delta L} = \frac{\sigma \cos \theta}{(\Delta L)^2}$

Учитывая, что $\Delta L = \sqrt{\frac{k}{\varphi}}$

Получим условие мобилизации нефти:

$$N_c \equiv \frac{\nu_w \mu_w}{\sigma \cos \theta} \geq C \quad \text{– Капиллярное число}$$

20% нефть улавливается в поровых дуплетах

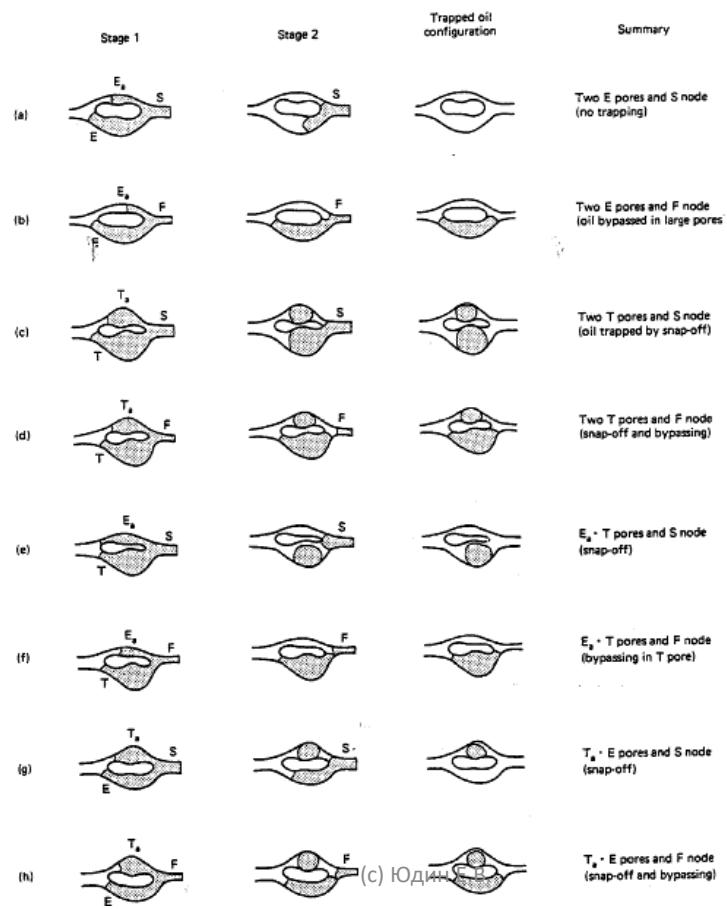


80% нефть улавливается при распаде несмачивающей фазы на капли

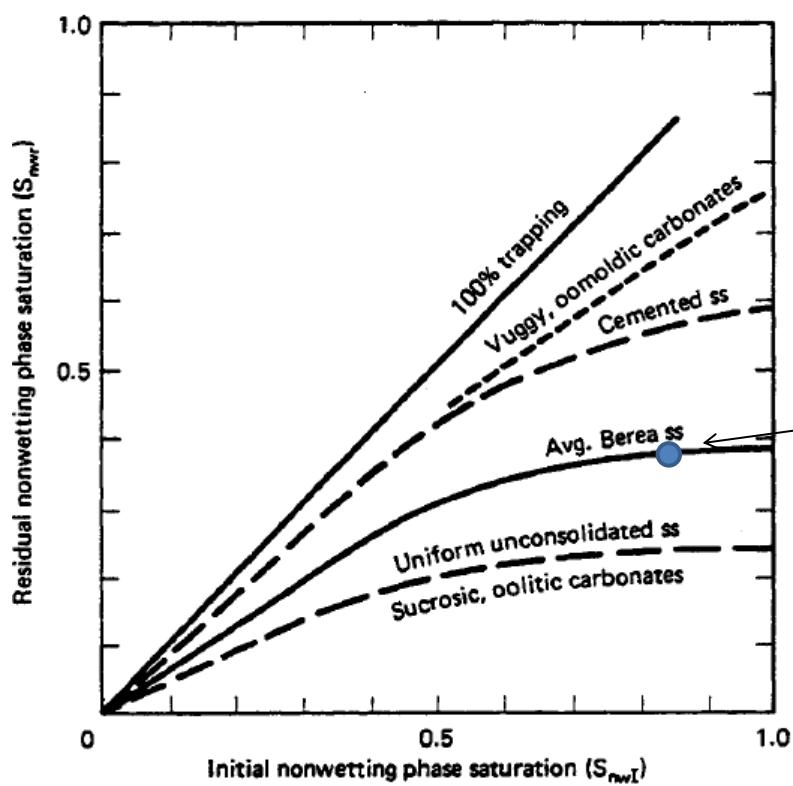
(с) Юдин Е.В.

56

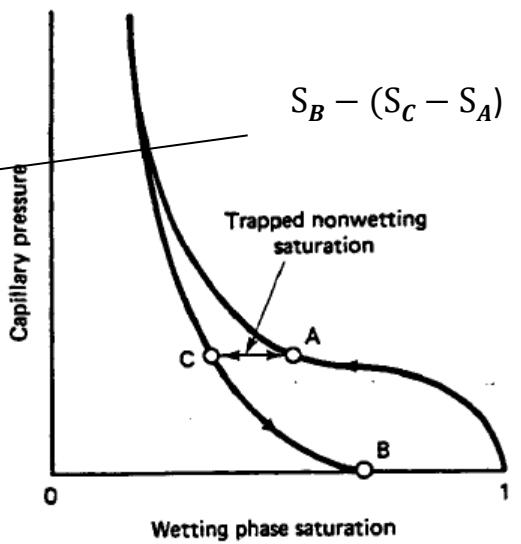
Механизмы улавливания нефти при низком капиллярном числе и конфигурация остаточной нефти в поровых дуплетах



Кривые начальной-остаточной насыщенности



- Остаточная насыщенность зависит от самой высокой насыщенности несмачивающей фазы
- Изменяющаяся остаточная насыщенность несмачивающей фазой может очень сильно повлиять на суммарную нефтеотдачу в процессе заводнения



(c) Юдин Е.В.

58

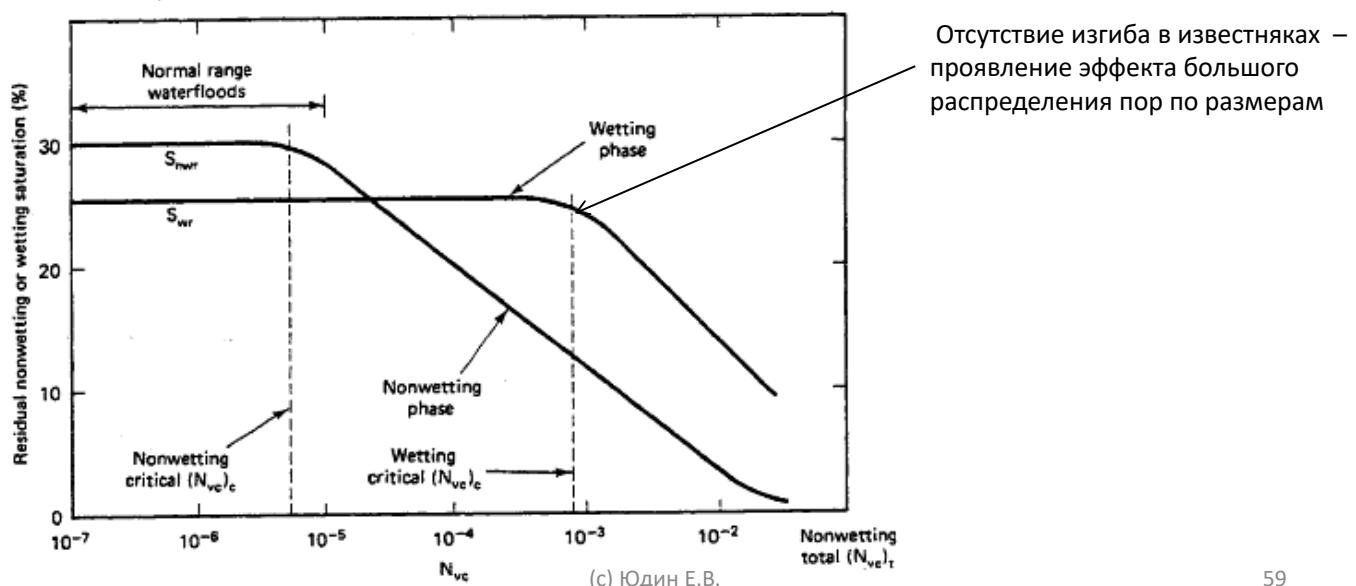
Кривая капиллярного осушения

Кривая капиллярного осушения – зависимость между остаточными насыщенностями несмачивающей или смачивающей фазой и локальным капиллярным числом

Полное осушение – нулевая остаточная фазовая насыщенность

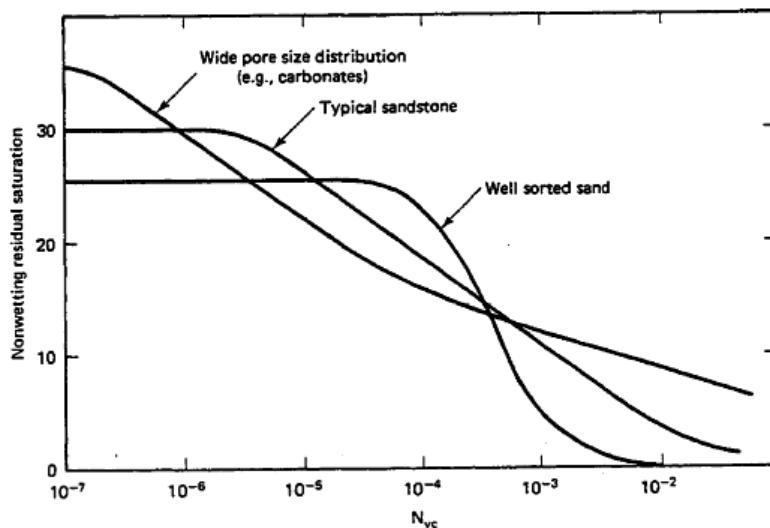
Капиллярное число (Nv_c) – это безразмерное отношение вязкостных сил к локальным капиллярным силам, определенных по-разному

Для несмачивающей фазы значения $(Nv_c)_c$ и $(Nv_c)_t$ меньше, чем соответствующие значения для смачивающей фазы



Факторы влияющие на вид кривой капиллярного осушения

1. **Смачиваемость.** При промежуточной смачиваемости кривые должны сближаться.
2. **Распределение пор по размерам.** Диапазон ($(Nv_c)_c$ и $(Nv_c)_t$) возрастает с увеличением распределения пор по размерам как для смачивающей, так и для несмачивающей фаз



3. Диапазон ($(Nv_c)_c$ и $(Nv_c)_t$) для несмачивающей фазы больше, чем для смачивающей фазы

9 Семинар 15.04.2022 (Юдин Е.В.)

9.1 Влияние микропараметров на эффективность вытеснения

В первой части курса обсуждали, что такое скважины, как оценить их продуктивность в различных условиях (система заканчивания скважины; пласт, в котором она работает; системы разработки).

Как параметры на микроуровне определяют вытеснение в целом (малые залежи РВП)?

Влияние микропараметров на эффективность вытеснения

Откройте в ИС УМР С-Сихорейское и С-Ошкотынское месторождения:

1. Есть ли перемычка между ЧНЗ и водяной частью?
2. Ниже анализ керна в неколлекторе – перемычка между нефтяной и водяной зоной

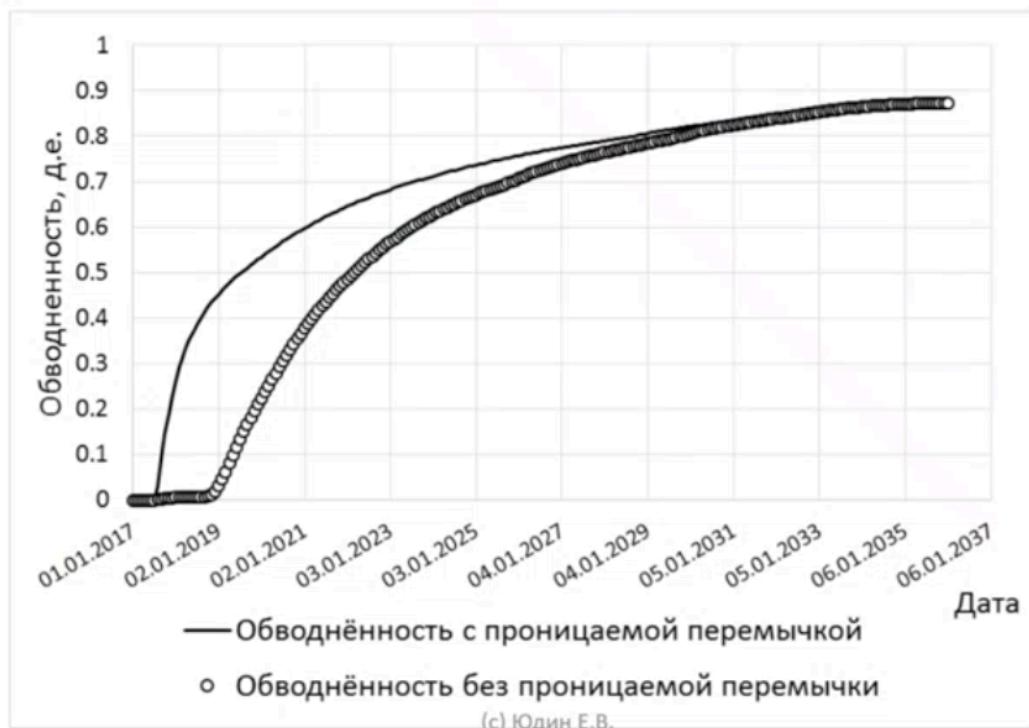


(с) Юдин Е.В.

76

Влияние микропараметров на эффективность вытеснения

Динамика обводненности с наличием непроницаемой перемычки и без нее

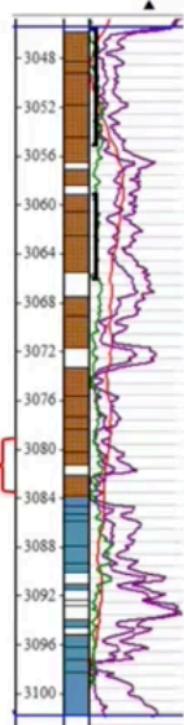


77

Переходная зона в карбонатах

До последнего времени велись споры о том, есть ли на малых залежах переходная зона, по ГИС переходная зона не выделялась

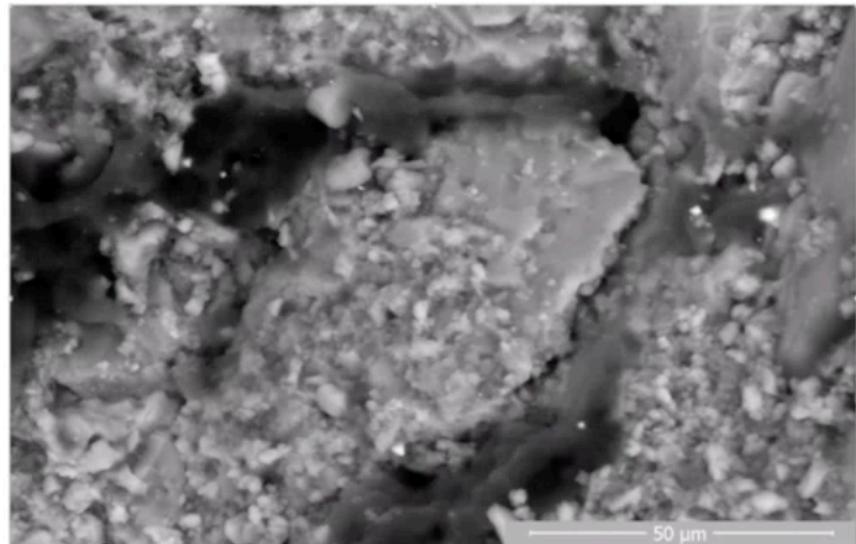
Рост кристаллов соли в интервалах насыщения «нефть» свидетельствует о наличии переходной зоны



(с) Юдин Е.В.

78

Факторы определяющие гидрофобность карбонатов



Наличие нечеткой границы между органическим веществом и породой свидетельствует о тесной физико-химической связи молекул УВ и кальцита.

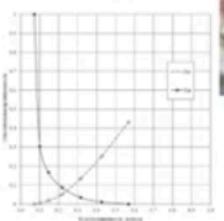
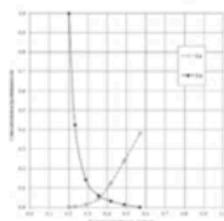
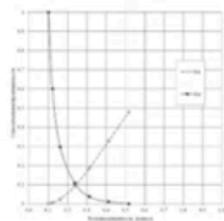
Предполагаемая пленка УВ – как причина гидрофобизации карбонатного коллектора

Влияние неоднородности на микроуровне на запасы

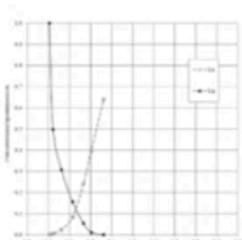
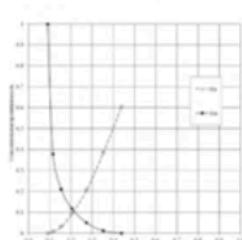
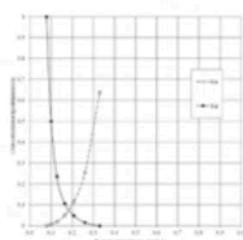
Распиленный керн одного из месторождений ЦХП, демонстрирующий серьезное различие свойств даже на капельном teste.



ОФП полученные на образцах без жесткой экстракции



ОФП полученные на образцах после жесткой экстракции



(с) Юдин Е.В.

80

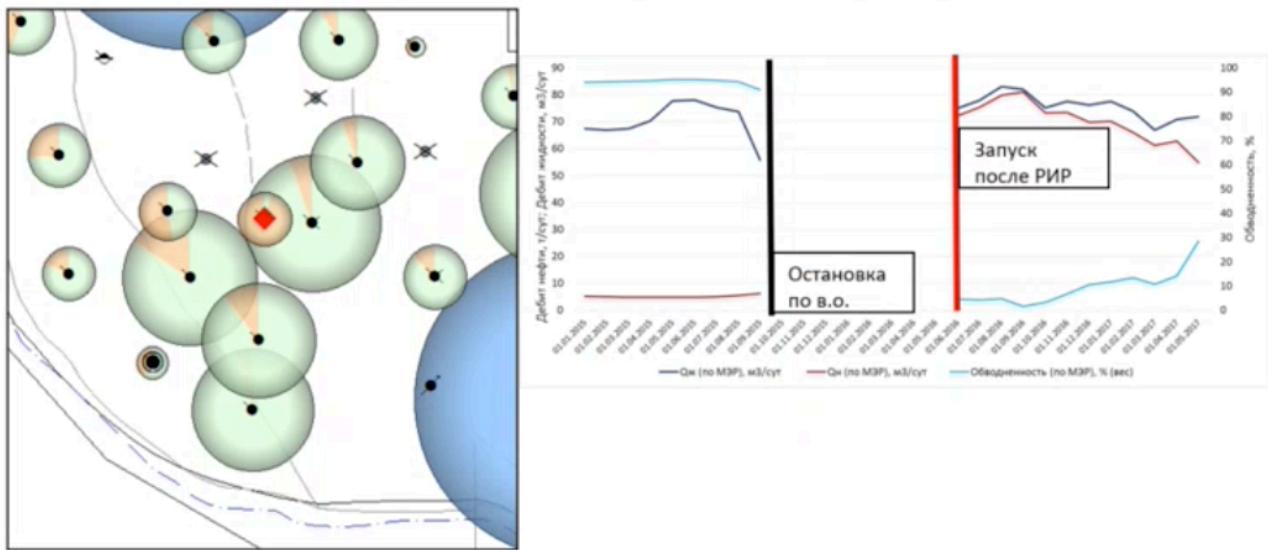
Влияние неоднородности на микроуровне на запасы

«Пятнистый коллектор» - влияние на NTG и запасы



Решение проблем: ключ к успешным ГТМ

РИР в промытой зоне 10-го куста С-Хоседаюского месторождения

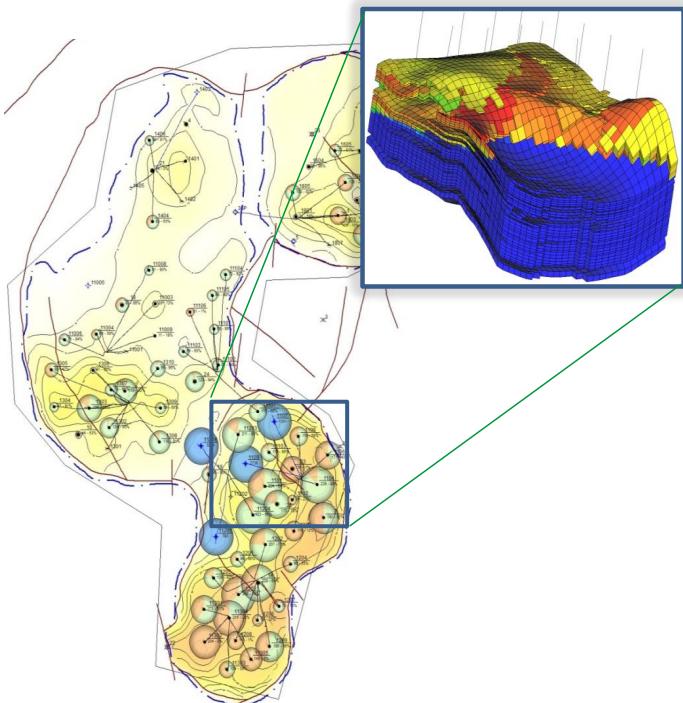


(с) Юдин Е.В.

82

ПОДГОТОВКА К РАСЧЕТАМ НА СЕВЕРНО-ХОСЕДАЮСКОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ К СТРУКТУРЕ ЗАПАСОВ КАРБОНАТНОГО КОЛЛЕКТОРА



Все подсчетные параметры и продуктивности идентичны

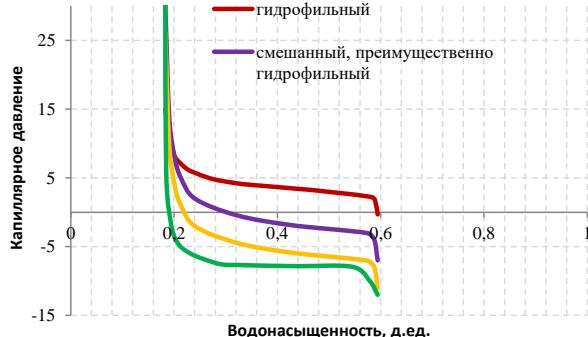
8 вариантов особенностей внутренней структуры запасов:

• Емкостные характеристики

- Трещинно-поровый коллектор (1% запасов в трещинах)
- Трещинно-кавернозно-поровый коллектор (**20 %** запасов в трещинах и кавернах)

• Тип смачиваемости

- Гидрофильная
- Гидрофобная
- Смешанная преимущественно гидрофобная
- Смешанная преимущественно гидрофильная



(С) Юдин Е.В.

62

На эффективность вытеснения (когда говорим про более сложные коллектора, чем гидрофильные песчаники) влияют 2 фактора:

- структура пустотного пространства (соотношение пор, трещин, каверн)
- смачиваемость (гидрофильность или гидрофобность)

В итоге, 8 возможных моделей с разной смачиваемостью и структурой пустотного пространства.

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ К СТРУКТУРЕ ЗАПАСОВ КАРБОНАТНОГО КОЛЛЕКТОРА. РАСЧЕТЫ

- 8 вариантов модификаций структуры запасов
- 3 режима разработки
- Всего 24 расчета

КИН. Результаты

| Варианты разработки | Распределение начальных запасов нефти: 99% - в матрице, 1% - в трещинах | | | | Распределение начальных запасов нефти: 80% - в матрице, 20% - в трещинах и кавернах | | | |
|---|--|---|--|-------------|--|---|--|-------------|
| | Тип коллектора | | | | Тип коллектора | | | |
| | Гидрофильный | Смешанный, преимущественно гидрофильный | Смешанный, преимущественно гидрофобный | Гидрофобный | Гидрофильный | Смешанный, преимущественно гидрофильный | Смешанный, преимущественно гидрофобный | Гидрофобный |
| Естественный | 6.6 | 6.6 | 6.6 | 6.5 | 6.5 | 6.5 | 6.5 | 6.5 |
| Естественный +заводнение (100% компенсация) | 48.8 | 35.2 | 15.1 | 7 | 52.6 | 41.9 | 25.4 | 18.2 |
| Заводнение с 100% компенсацией | 46.1 | 32.0 | 10.8 | 1.4 | 50.0 | 38.8 | 21.3 | 13.6 |

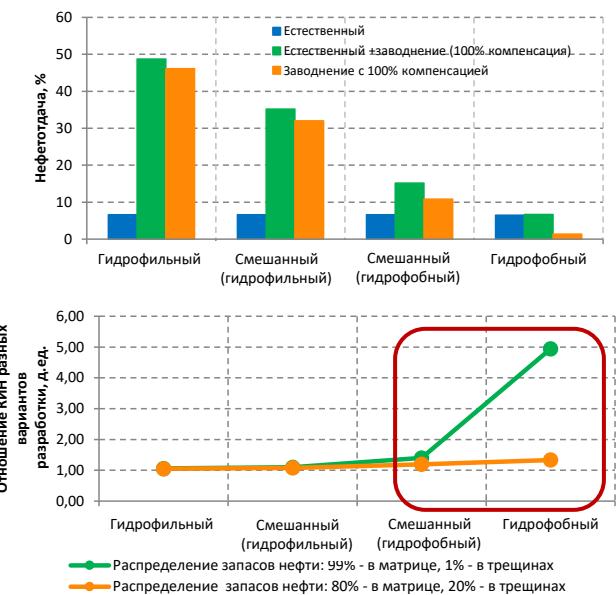
(С) Юдин Е.В.

63

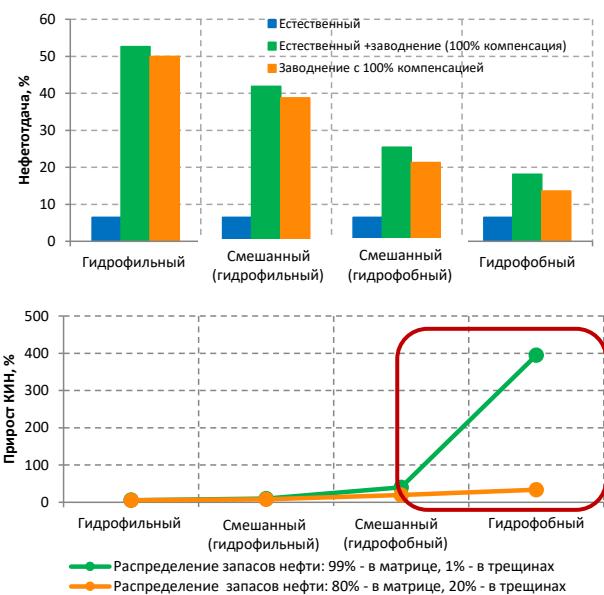
Рассматриваем 3 возможных режима разработки: естественный, естественный с последующим заводнением и сразу с заводнением.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Трещинно-поровый коллектор



Трещинно-кавернозно-поровый коллектор



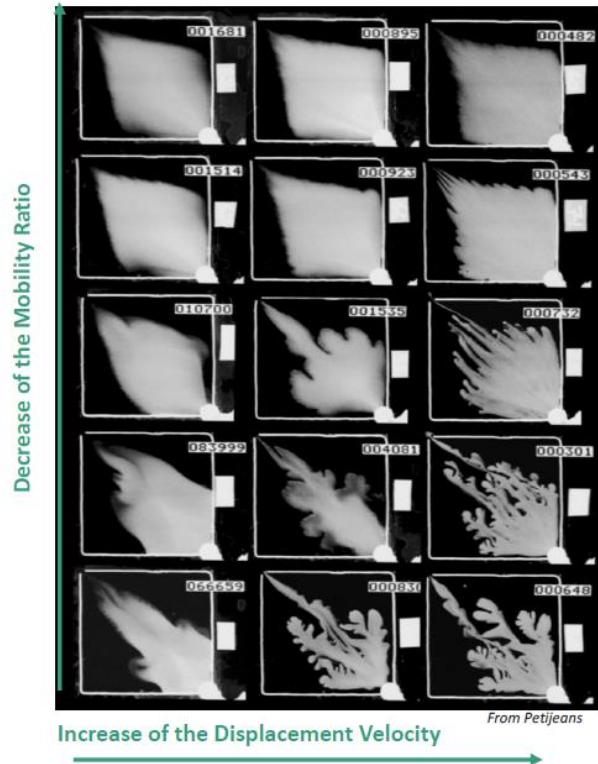
- Влияние смачиваемости **критично**
- Влияние распределения запасов становится более значимым при ухудшении смачиваемости
- Влияние режимов разработки не значимо при хорошей гидрофильности коллектора
- Влияние режимов разработки становится критичным при преимущественно гидрофобном коллекторе. Неверно выбранный режим разработки может привести к потери более чем 30% запасов

(С) Юдин Е.В.

64

9.2 Вытеснение на макроуровне. Система уравнений двухфазной фильтрации

Вытеснение на макроуровне



(c) Юдин Е.В.

67

На микроуровне проговорили: поверхностное натяжение, смачиваемость, капиллярные силы, капиллярное число, ОФП.

Но необходимо попытаться усреднить и упаковать в систему дифференциальных уравнений в частных производных, т.е. построить математическую модель.

Система уравнений двухфазной фильтрации

Уравнение неразрывности для нефти и воды:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\phi\rho_1 S)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 \vec{u}_1) = 0 \\ \frac{\partial(\phi\rho_2(1-S))}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_2 \vec{u}_2) = 0 \end{cases}$$

Обобщение закона Дарси на многофазный случай:

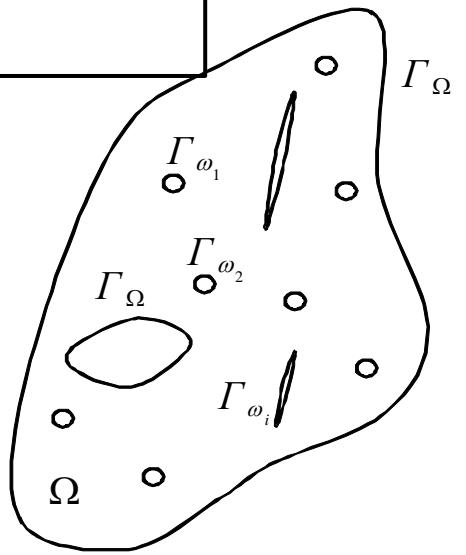
$$\begin{cases} \vec{u}_1 = -\frac{k k_1(S)}{\mu_1} \operatorname{grad}(p) \\ \vec{u}_2 = -\frac{k k_2(S)}{\mu_2} \operatorname{grad}(p) \end{cases}$$

$$C_{fi} = \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \rho_i}{\partial p}$$

$$\rho_i = \rho_i(p)$$

$$\phi = \phi(p)$$

Граничные и начальные условия



(с) Юдин Е.В.

68

Используем:

- закон сохранения массы
- закон Дарси в многофазном случае
- замыкающие соотношения (связи основных параметров, например, плотности воды и давления)
- ГУ и НУ

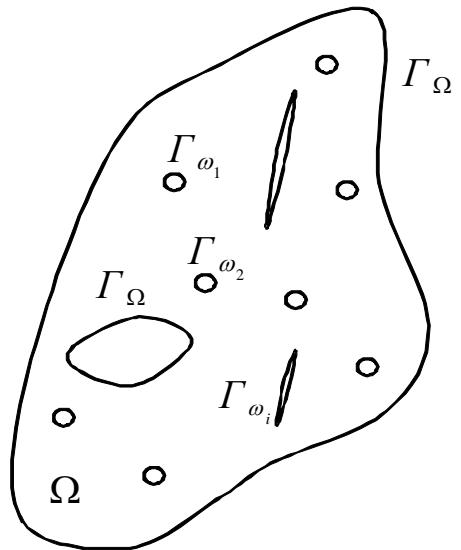
Физический смысл дивергенции: общий поток через бесконечно малую замкнутую поверхность.

По определению система дифференциальных уравнений локальна, так как это соотношения между бесконечно малыми в точке.

Необходимо найти функции насыщенности и давления такие, чтобы они удовлетворяли всем представленным уравнениям, НУ и ГУ.

TBD: Система уравнений двухфазной фильтрации

$$L[p, S] = \begin{cases} \partial \left(\frac{\varphi S_i}{B_i} \right) / \partial t + w_i + \operatorname{div}(\vec{u}_i) = 0 \\ \vec{u}_i = \frac{k k_i}{\mu_i B_i} (\operatorname{grad}(p_i) + \rho_i \vec{g}) \\ S_1 + S_2 = 1 \\ p_2 - p_1 = P_c(S_1), k_i = k_i(S_i) \\ B_i = B_i(p_i), \rho_i = \rho_i(p_i) = \frac{\rho_i^0}{B_i(p_i)} \\ \mu_i = \mu_i(p_i), \varphi = \varphi(p_i) \\ \varphi = \varphi(x, y, z, (S_1 p_1 + S_2 p_2)) \\ k = k(x, y, z) \end{cases}$$



Начальные условия

$$\begin{cases} p_1(x, y, z, 0) = p_{10}(x, y, z) \\ S_1(x, y, z, 0) = S_{10}(x, y, z) \end{cases}$$

Границные условия

$$\begin{cases} p_1(x, y, z, t)|_{\Gamma_1} = p_{T_1}(x, y, z, t) \\ S_1(x, y, z, t)|_{\Gamma_2} = S_{T_2}(x, y, z, t) \\ \frac{\partial}{\partial \vec{n}} p_i(x, y, z, t)|_{\Gamma} = q_i(x, y, z, t) \end{cases}$$

(с) Юдин Е.В.

69

Здесь рассматриваем изотермическую фильтрацию, поэтому не выписываем зависимость параметров от температуры.

НУ: начальное распределение давлений и насыщеностей.

ГУ: условие на внешней границе пласта, как правило, кусочное (например, на части границы постоянное давление, а на другой части условие неперетока); на внутренней границе (например, условие неперетока через непроницаемые разломы или зоны выклинивания/замещения); также к внутренним границам относятся скважины.

Отсутствие перетока равносильно $\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0$ по закону Дарси.

В общем виде решить полученную систему не представляется возможным. Можно решить численно, но тогда не сможем понять основные влияющие на эффективность заводнения факторы.

Но можем упростить постановку: например, подход Баклея-Леверетта.

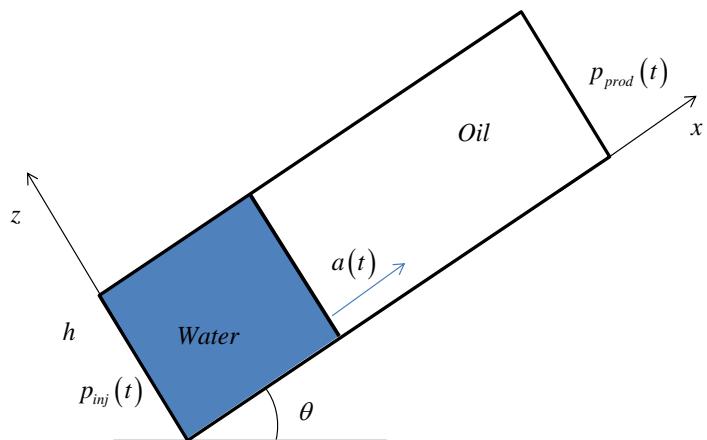
9.3 Поршневое вытеснение

Поршневое вытеснение

- Рассматривается несмешивающаяся фильтрация
- Жидкости несжимаемы
- За фронтом вытеснения остаётся только остаточная нефтенасыщенность
- Рассмотрим задачу одномерного поршневого вытеснения с заданными давлениями на галерее закачки и добычи

Скорость движения границы

$$a(t) = \frac{k(p_0 + P_c - p_b - b\rho_2 g \sin \beta)}{b\mu_2 \varphi} t$$



Вопрос: какова будет скорость движения границы при заданной скорости нагнетания на галерее?

(c) Юдин Е.В.

71

Исторически первой появилась не модель Баклея-Леверетта, а модель поршневого вытеснения. Модель поршневого вытеснения далеко не совершенна и может быть использована для очень приближённо оценочных расчётов: для верхней оценки времени прихода фронта (фронт достигнет определённого положения не раньше, чем за время поршневого вытеснения). Чтобы понять эффективность заводнения, выделяется маленький участок: объёмы закачиваемой жидкости должны быть разумными, чтобы время прихода фронта к добывающей скважине не было слишком большим.

Поршневое вытеснение

- Рассмотрим радиальное поршневое вытеснение
- Нагнетательная скважина работает с заданным дебитом
- Найти динамику границы:
 - Скорости на границе равны
 - Давления отличаются на капиллярное давление

Скорость движения границы:

$$a^2(t) = r_w^2 + \frac{Q(t)}{\pi h \varphi}$$

$$a^2(t) = r_w^2 + \frac{q_w}{\pi h \varphi} t$$

Распределение давления:

$$p_2 = -\frac{q(t)\mu_2}{2\pi k k_{r2}} \ln\left(\frac{r}{r_e}\right)$$

$$p_1 = -\frac{q(t)\mu_1}{2\pi k k_{r1}} \ln\left(\frac{r}{R_i(t)}\right)$$

$$R_i(t) = \frac{r_e^M}{a^{M-1}} \exp\left(-\frac{2\pi k k_{r1}}{q(t)\mu_1} P_c\right)$$

Вопрос: показать, что на границе раздела давления отличаются на величину капиллярного: $p_2 = p_1 + P_c$

(с) Юдин Е.В.

72

9.4 Модель Баклея-Леверетта. За фронтом вытеснения остаётся ещё много нефти

Двухфазный закон Дарси, ОФП, функция Баклея-Леверетта

- Рассмотрим двухфазную фильтрацию системы вода-нефть в пористой среде
- Закон Дарси для воды и нефти:

$$\vec{u}_o = -\frac{k k_o(S)}{\mu_o} (\text{grad}(p_o)) \quad \vec{u}_w = -\frac{k k_w(S)}{\mu_w} (\text{grad}(p_w))$$

- $k_o(S)$ кривые относительных фазовых проницаемостей (ОФП):
- зависят только от насыщенности каждой фазой
 - определяются из фильтрационных экспериментов на керне
 - далее адаптируются по динамике работы скважин (МОФП)
 - кривые МОФП обычно описываются с помощью корреляции Corey:

$$k_o(S) = F_o \left(\frac{1 - S_{or} - S}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_o} \quad k_w(S) = F_w \left(\frac{S - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_w}$$

S - насыщенность

S_{wc} - остаточная водонасыщенность («зашемленная вода»)

S_{or} - остаточная нефтенасыщенность («зашемленная нефть»)

C_w - степень Corey по воде

C_o - степень Corey по нефти

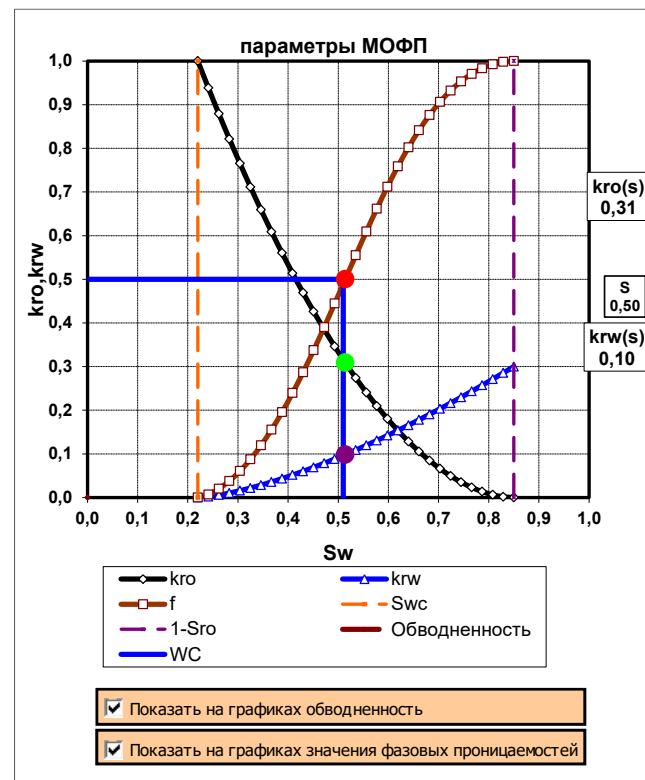
F_w - концевая точка по воде

F_o - концевая точка по нефти

- Функция Баклея-Леверетта – определяет обводненность (почему):

$$WC = \frac{k_w(S)/\mu_w}{k_o(S)/\mu_o + k_w(S)/\mu_w}$$

- Зная обводненность и МОФП можно определить насыщенность в прискважинной зоне (см.рисунок), данная функция реализована в утверждённых «методических указаниях по планированию пусковых приростов ВНС и ГТМ»



Достаточно быстро заметили, что с приходом фронта воды обводнились не сразу до 100%, а продолжают добывать нефть. Это говорит о том, что несмотря на прорыв фронта, за фронтом осталось достаточно много запасов (не только остаточная нефтенасыщенность). И эти запасы постепенно вымываются. Чтобы учесть подобное поведение, была разработана модель Баклея-Леверетта.

Рассматривается двухфазная фильтрация (система вода-нефть) в пористой среде. Выписываем обобщённый закон Дарси для каждой из фаз (ставим множитель в виде относительной фазовой проницаемости, зависящей от насыщенности).

Функция Баклея-Леверетта представляет собой отношение подвижности воды к общей подвижности по жидкости.

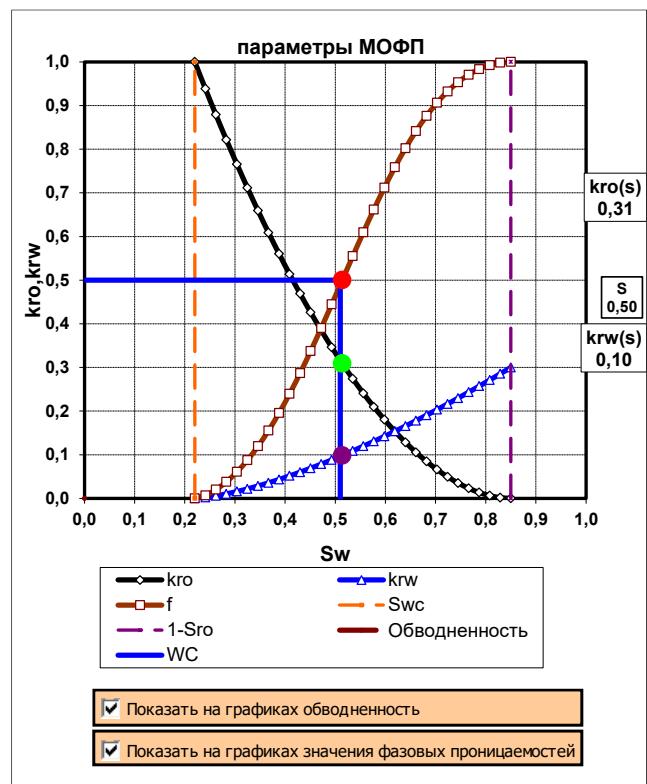
Числитель и знаменатель функции Баклея-Леверетта можем умножить на абсолютную проницаемость и градиент давления, тогда получим отношение дебита воды к суммарному дебиту жидкости (т.е. обводнённость).

По своей природе функция Баклея-Леверетта представляет из себя зависимость обводнённости в потоке от насыщенности.

Упражнение:

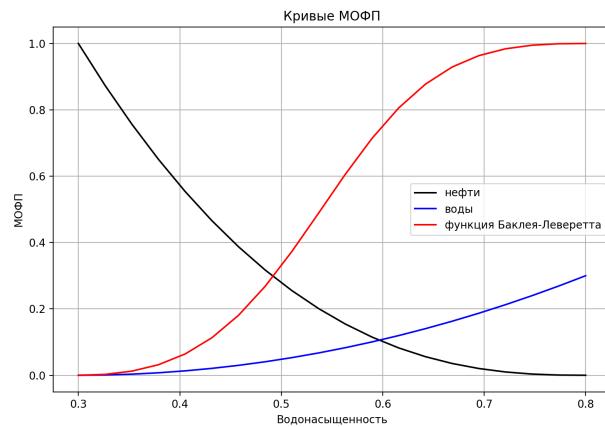
Построить кривые относительной фазовой проницаемости и функцию Баклея-Леверетта

- Концевая точка по воде: 0,3
- Концевая точка по нефти: 1,0
- Остаточная нефтенасыщенность: 0,2
- Начальная водонасыщенность: 0,3
- Степень по воде: 2,0
- Степень по нефти: 2,5
- Вязкость нефти: 2 сПз
- Вязкость воды: 0,7 сПз



(с) Юдин Е.В.

75



Зная обводнённость, можем получить насыщенность из представленного графика. Насыщенность знать полезно, тогда можем оценить, например, остаточные запасы.

Все решения по производительности скважины основаны на решении уравнения пьезопроводности:

$$\frac{\varphi \mu C_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (21)$$

Но это уравнение описывает однофазную фильтрацию. Эффекты многофазной фильтрации учитываются

за счёт знания насыщенности. Именно от объёмной доли содержания воды и нефти зависят эффективные свойства (например, эффективная вязкость) рассматриваемой смеси.

После пересчёта всех многофазных артефактов в эффективные величины можем подставить эти величины в решение уравнения пьезопроводности.

Модель Баклея Леверетта: одномерный случай

- Рассматривается несмешивающаяся фильтрация
- Жидкости несжимаемы
- Жидкости движутся в соответствии с фазовыми проницаемостями
- Капиллярное давление равно нулю

Закон Дарси для многофазного потока

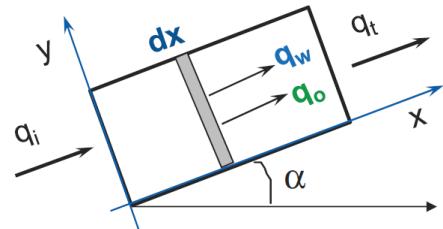
$$q_o = \frac{kk_o(S_w)A}{\mu_o} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_o g \sin \theta \right)$$

$$q_w = \frac{kk_w(S_w)A}{\mu_w} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_w g \sin \theta \right)$$

Закон сохранения массы

$$\varphi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} + \rho_w \operatorname{div}(\vec{u}_w) = 0$$

$$\varphi \rho_o \frac{\partial (1 - S_w)}{\partial t} + \rho_o \operatorname{div}(\vec{u}_o) = 0$$



Пренебрежем гравитацией

Подставим закон Дарси в уравнение неразрывности

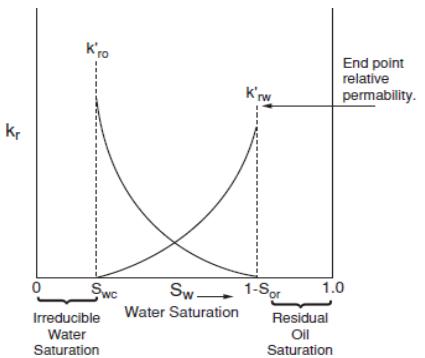
$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial u_w}{\partial x} = 0$$

или

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial (f_w \cdot \vec{u}_t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (u_o + u_w) = 0$$

$$\boxed{\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} q_t}$$



(с) Юдин Е.В.

76

По аналогии с поршневым вытеснением перейдём к модели Баклея-Леверетта. Если жидкости несжимаемые, то в системе уравнений двухфазной фильтрации можем обнулить сжимаемости. При отсутствии капиллярных давлений в системе уравнений двухфазной фильтрации $p_2 = p_1$.

Постулат модели Баклея-Леверетта: жидкости движутся в соответствии с фазовыми проницаемостями, другими словами, принимается обобщённый (на многофазный случай) вид закона Дарси.

В законе сохранения массы из под знака частной производной вынесли $\varphi \rho$, т.к. рассматриваем несжимаемые жидкости.

В красной рамке представлено основное уравнение, описывающее модель двухфазной фильтрации по подходу Баклея-Леверетта. В уравнении f_w есть функция Баклея-Леверетта.

Полученное уравнение похоже на уравнение теплопереноса. Решаются уравнения подобного типа с помощью метода характеристик. Говорим, что у задачи есть какая-то встроенная симметрия (гиперповерхность), относительно которой задача выглядит в более упрощённом виде.

Модель Баклея Леверетта: одномерный случай

- Основное уравнение двухфазной фильтрации

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} \frac{q_t}{A}$$

$$f_w = \frac{k_w / \mu_w}{k_w / \mu_w + k_o / \mu_o}$$

- Функция Баклея-Леверетта, отражающая долю воды в потоке в пластовых условиях

- Связь функции Баклея-Леверетта с обводненностью (это не одно и то же!):

$$WC = \frac{f_w}{f_w + \frac{B_w}{B_o} (1 - f_w)}$$

- В случае необходимости учета капиллярных эффектов и силы тяжести, получим:

$$f_w = \frac{1 + \frac{A \cdot k_o}{\mu_o \cdot q_t} \cdot \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} + (\rho_w - \rho_o) \cdot g \cdot \sin \alpha \right)}{1 + \frac{\mu_w \cdot k_o}{\mu_o \cdot k_w}}$$

- Уравнение решается методом характеристик: необходимо найти такую координату, вдоль которой насыщенность постоянна – характеристическое уравнение

$$v_{S_w} = \frac{q_t}{A \varphi} \frac{\partial f_w}{\partial S_w}$$

- Скорость движения «фронта» с данной насыщенностью

(с) Юдин Е.В.

77

Можно показать, что скорость движения фронта с данной насыщенностью зависит от производной функции Баклея-Леверетта по насыщенности.

Важно! Разные насыщенности движутся с разной скоростью.

9.5 Движение фронта вытеснения

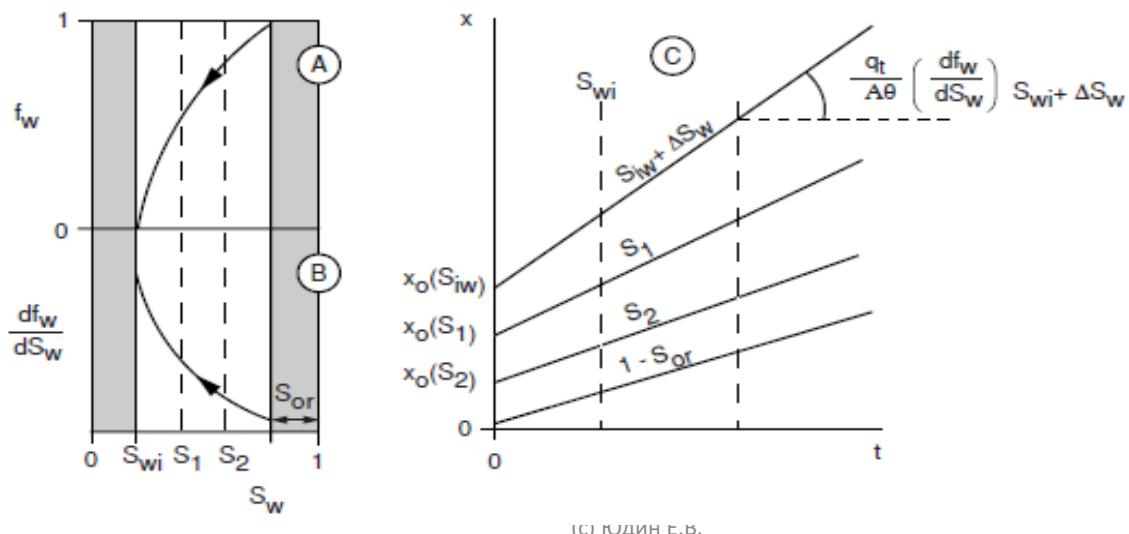
Движение фронта вытеснения:

- Уравнение характеристик

$$v_{S_w} = f'(S_w) \frac{q_t}{A\varphi}$$

- Скорость движения «фронта» с данной насыщенностью

- Случай 1: выпуклая вверх кривая фракционного потока



(c) Юдин Е.в.

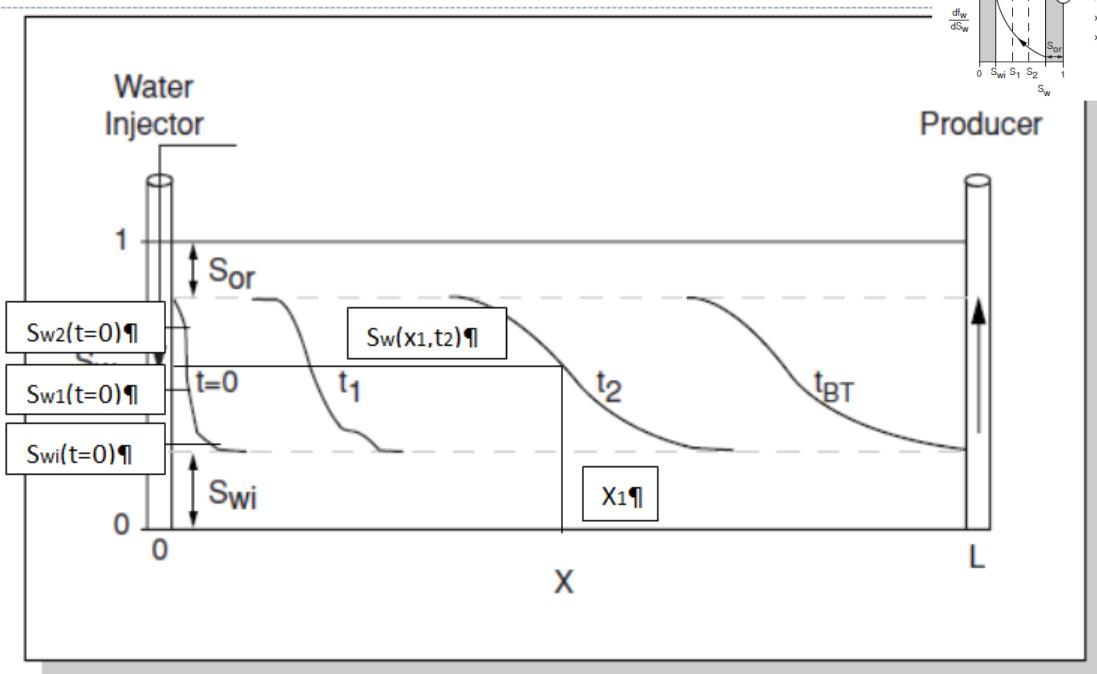
78

Скорость движения фронта с данной насыщенностью есть производная функции Баклея-Леверетта на скорость закачки.

Случай 1. Самый плохой.

Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: выпуклая вверх кривая фракционного потока: происходит «размазывание», вода приходит к добывающей скважине раньше, фронт неустойчив
- Наблюдается на скважинах с тяжелой нефтью или сильной неоднородностью



Вопрос: показать динамику обводненности

(с) Юдин Е.В.

79

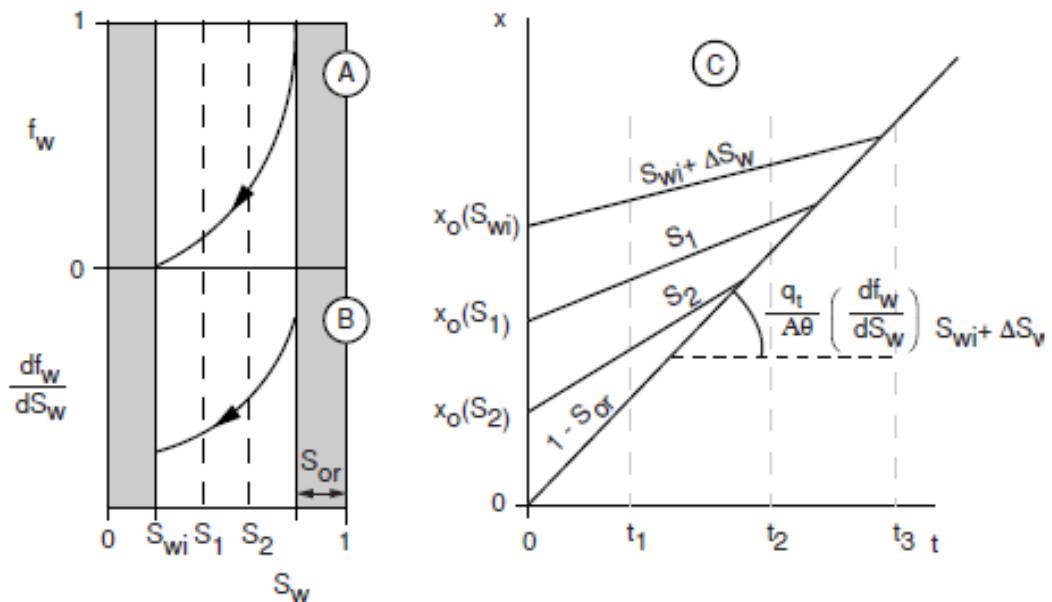
Скорость движения фронта с данной насыщенностью пропорциональна производной функции Баклея-Леверетта по насыщенности.

В рассматриваемом случае фронты с маленькой насыщенностью двигаются быстро, с большой насыщенностью – медленно.

Фронт со временем размазывается, и мы рано поймаем обводнённость на добывающей скважине, но значение этой обводнённости будет небольшим. Дальше со временем эта обводнённость будет расти.

Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: вогнутая вниз кривая фракционного потока



(c) Юдин Е.В.

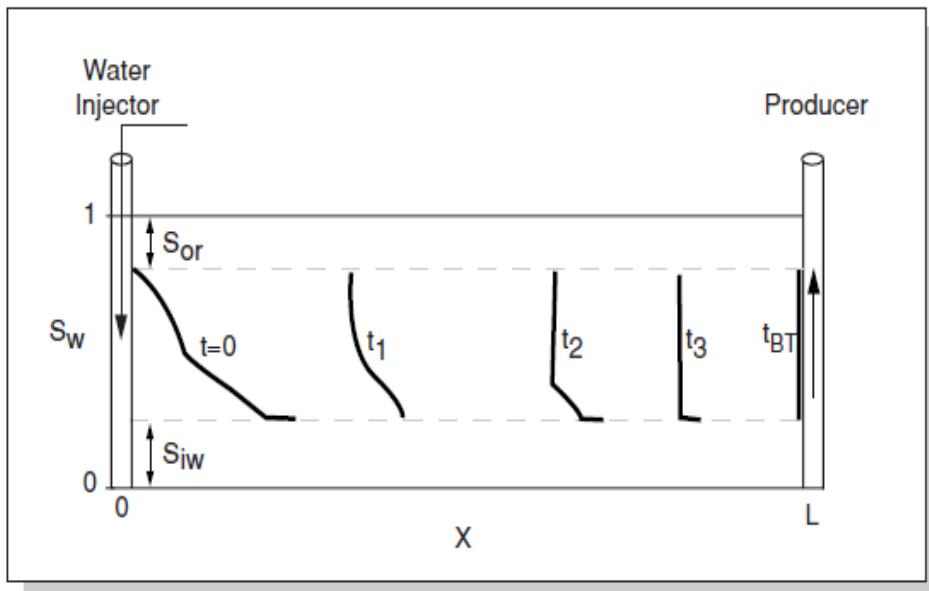
80

Случай 2. Хороший случай. Функция Баклея-Леверетта выгнута вниз.

В рассматриваемом случае фронты с большими насыщенностями движутся быстрее, чем фронты с маленькой насыщенностью.

Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: вогнутая вниз кривая фракционного потока
- Наблюдается стабилизация фронта
- Наблюдается на легких нефтях
- Для оценки можно использовать результаты расчета на поршневом гидродинамике



Вопрос: показать динамику обводненности

(с) Юдин Е.В.

81

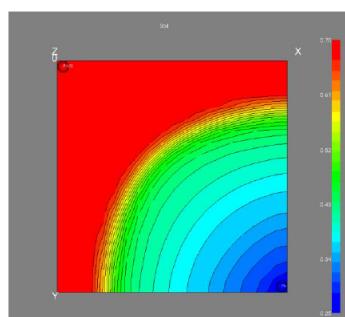
В данном случае даже если фронт изначально размазан, то постепенно со временем фронт будет выпрямляться, и будет происходить поршневое вытеснение.

В данном случае скважина обводнится резко, когда выровненный фронт её достигнет.

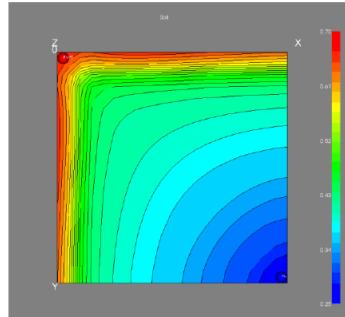
Движение фронта вытеснения

$EXO = 2$
 $EXW = 3$

Время
разработки
1 год

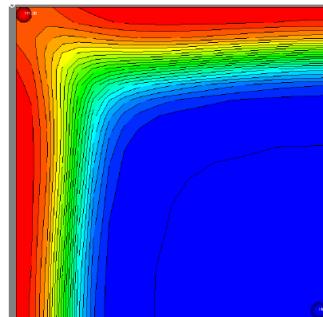
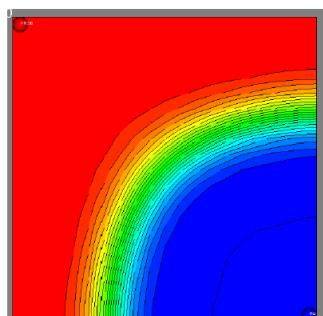


Время
разработки
2 года



$EXO = 1$
 $EXW = 1$

Поршневое вытеснение



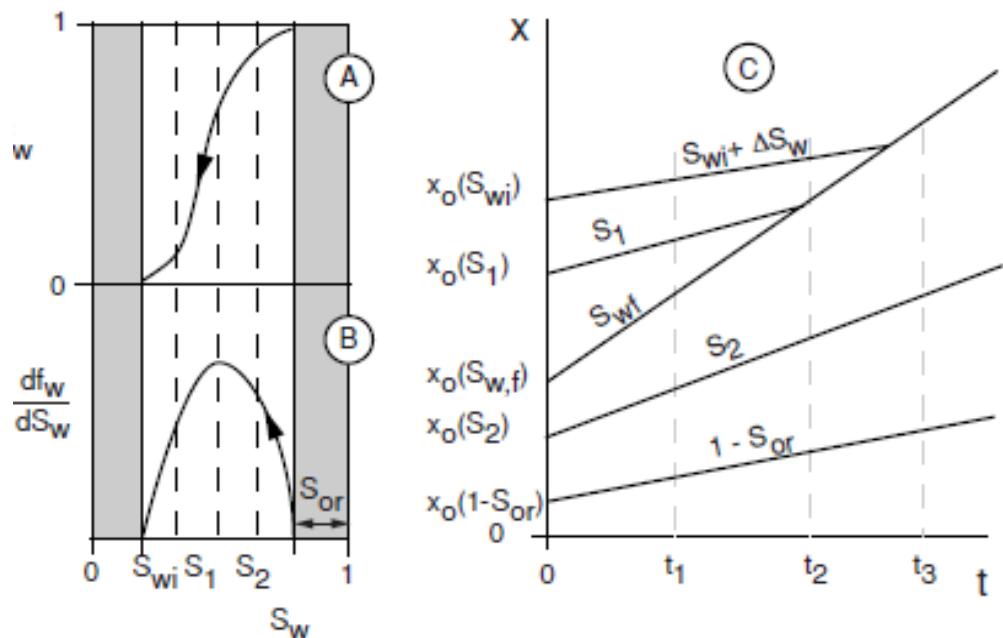
(с) Юдин Е.В.

82

Пример размазанного и поршневого вытеснений.

Движение фронта вытеснения

- Случай 3: Общий



(c) Юдин Е.В.

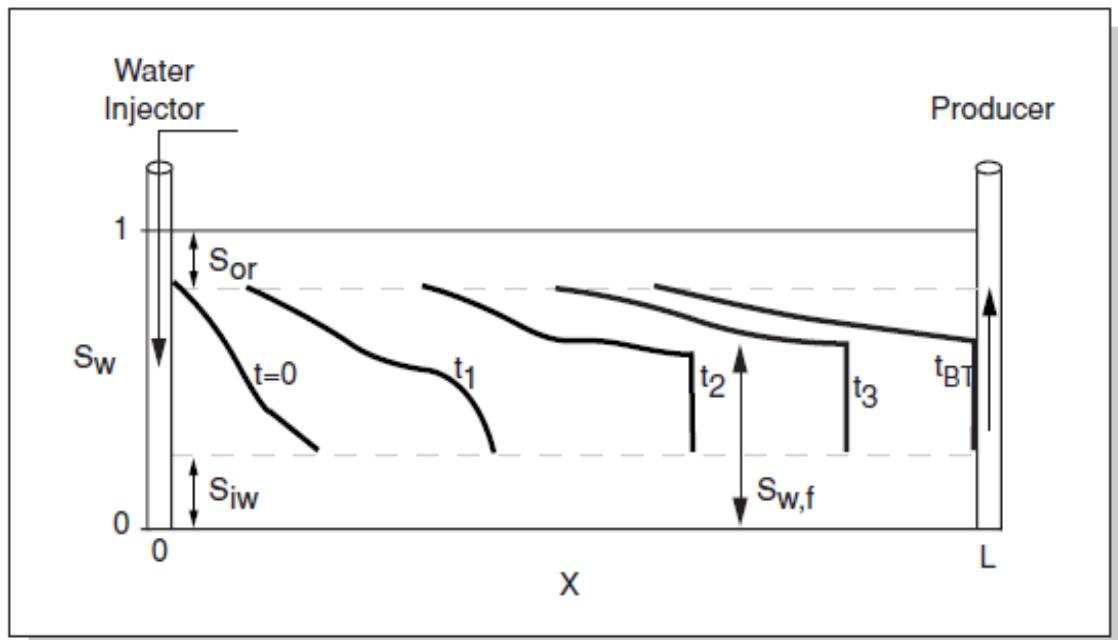
83

Случай 3. S-образная форма функции Баклея-Леверетта.

Проблема: сначала производная растёт, а затем снижается, т.е. фронты с большой и с маленькой насыщенностью двигаются с одинаковыми скоростями.

Движение фронта вытеснения:

- Случай 3: на фронте наблюдается постоянная насыщенность



(c) Юдин Е.В.

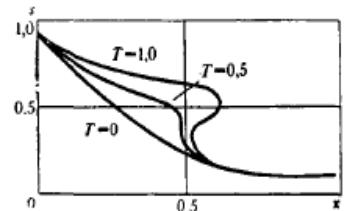
84

В данном случае с приходом фронта к добывающей скважине будет скачок обводнённости (величина скачка может быть как большой, так и маленькой).

Движение фронта вытеснения: неоднозначность решения

УПРАЖНЕНИЕ

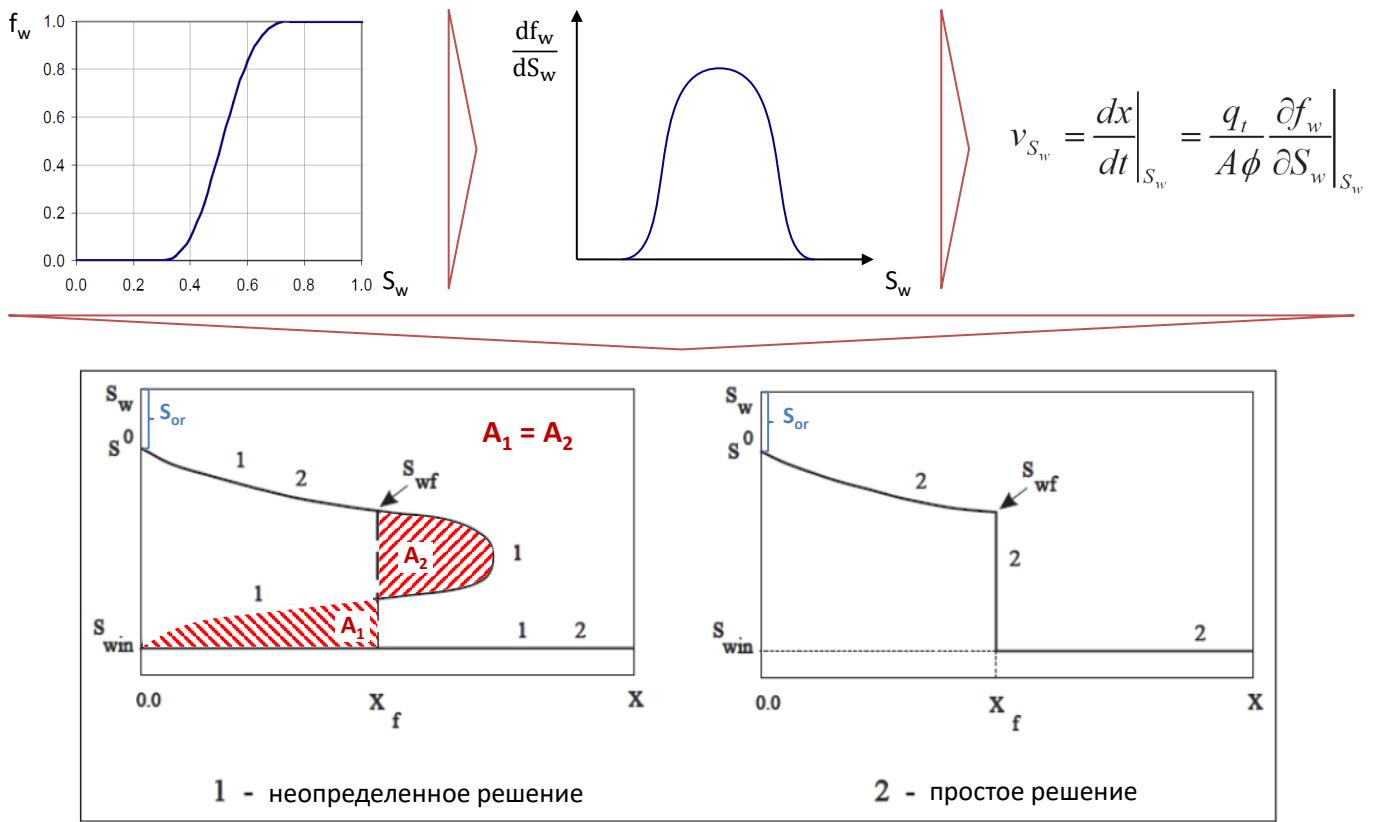
- Показать, что зависимость насыщенности от координаты неоднозначна в общем случае, когда кривая фракционного потока имеет изгиб



(с) Юдин Е.В.

85

Движение фронта вытеснения: неоднозначность решения в общем случае



(c) Юдин Е.В.

86

Обрезаем неопределённый фронт так, чтобы выполнился закон сохранения массы: для этого находим границу, где $A_1 = A_2$.

Движение фронта вытеснения:

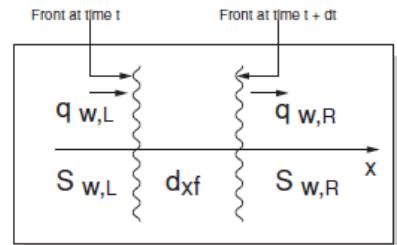
- Для регуляризации задачи необходимо воспользоваться условиями Гюгонио-Ренкина: материальный баланс на фронте

$$(q_{wL} - q_{wR})dt = A\varphi(S_{wL} - S_{wR})dx_f$$



$$\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}$$

$$v_{S_{wf}} = \frac{u_t}{\varphi} \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{q_t (f_{wL} - f_{wR})}{A\varphi(S_{wL} - S_{wR})} = \frac{u_t}{\varphi} \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}$$

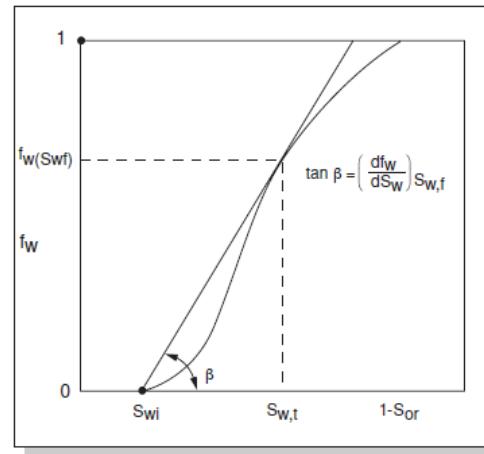


- Для насыщенности на фронте вытеснения

$$\boxed{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}}$$

- Скорость движения фронта вытеснения:

$$\boxed{v_{S_{wf}} = \frac{f'_w(S_{wf})}{\varphi} \cdot u_t}$$



(c) Юдин Е.В.

87

10 Семинар 29.04.2022 (Юдин Е.В.)

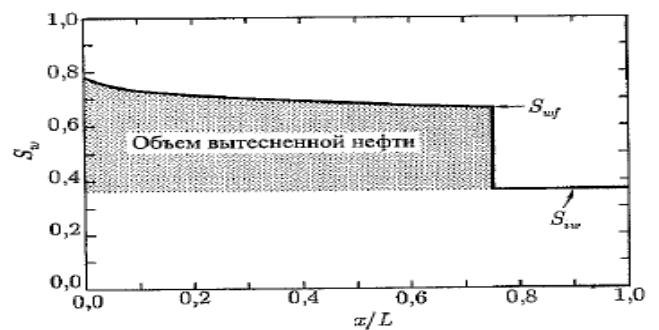
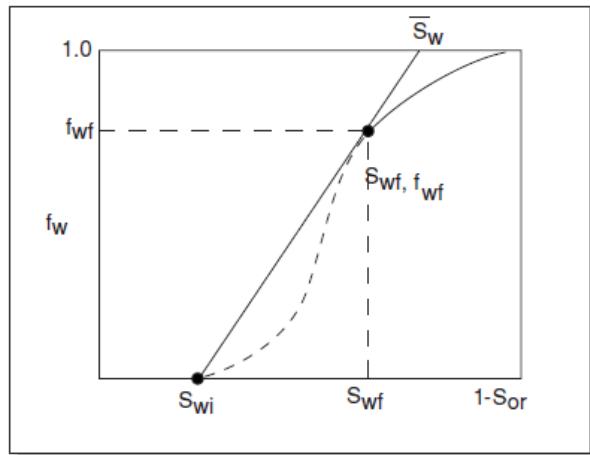
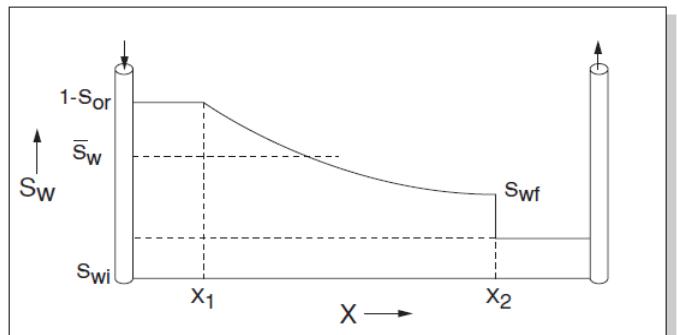
10.1 Движение фронта вытеснения. Продолжение

Средняя насыщенность за фронтом до прорыва воды

- Можно показать, что средняя насыщенность за фронтом вычисляется по следующей формуле:

$$\bar{S}_{wbt} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \Big|_{S_{wf}}}$$

- Граф-аналитический метод Уэлжа:



Вопрос: Показать корректность граф-аналитического метода Уэлжа

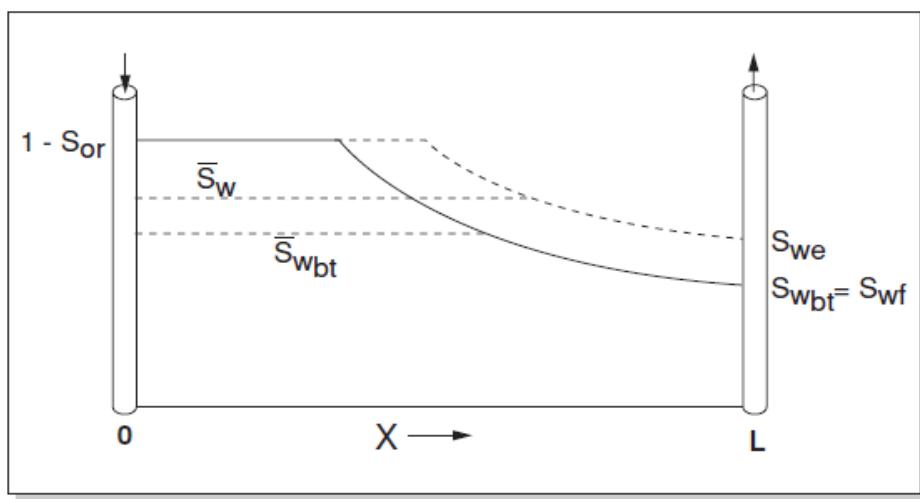
(c) Юдин Е.В.

88

Средняя насыщенность за фронтом после прорыва воды

- Показать, что после прорыва воды справедлива та же формула для вычисления средней насыщенности за фронтом:

$$\bar{S}_{wabt} = S_{wp} + \frac{1 - f_{wp}}{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wp}}}$$

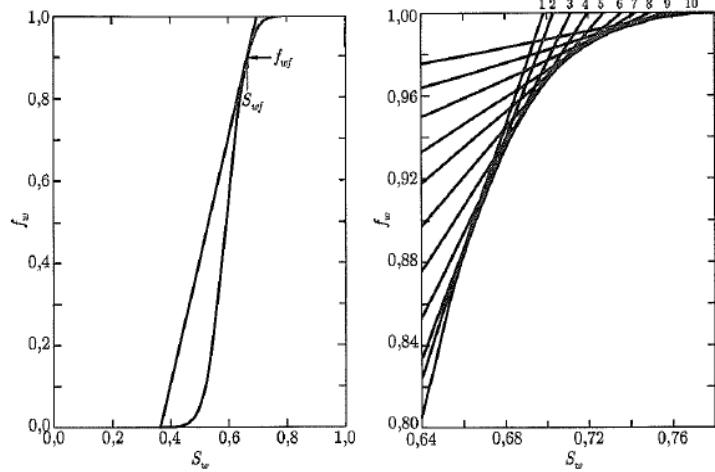
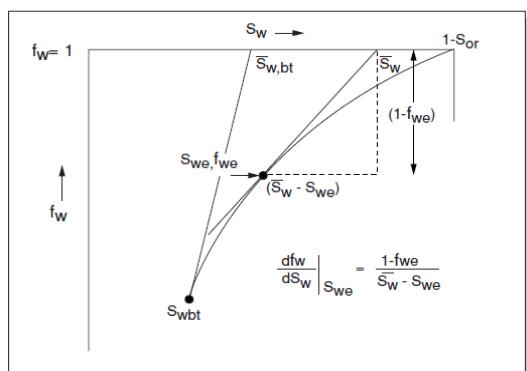


(c) Юдин Е.В.

89

Средняя насыщенность за фронтом после прорыва воды

- Показать, что после прорыва воды справедлив граф-аналитический метод Уэлжа:



(с) Юдин Е.В.

90

Упражнение:

Дано:

Мощность пласта: 6 м

$$k_{ro} = (1 - S_{wD})^{2.56}$$

$$S_{wi} = 0.363$$

Вязкость нефти – 2 сПз

$$k_{rw} = 0.78 S_{wD}^{3.72}$$

$$S_{ro} = 0.205$$

Вязкость воды – 1 сПз

Объемные коэф. нефти и воды равны 1

Дебит нагнетательной скважины: 53,7 м³/сут

$$S_{wD} = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{ro} - S_{wi}}$$

$$300 \text{ м}$$

- Найти обводненность сразу после прорыва
- Найти среднюю насыщенность за фронтом на момент прорыва
- Найти время прорыва воды
- Описать динамику обводненности во времени

$$WC = f_w(S_{wf})$$

$$\bar{S}_{wb_t} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}}}$$

$$v_{S_{wf}} = \frac{f'_w(S_{wf})}{\varphi} \cdot u_t = \frac{f'_w(S_{wf}) q_w}{\varphi A} \quad \Rightarrow \quad t_{bt} = \frac{L}{v_{S_{wf}}}$$

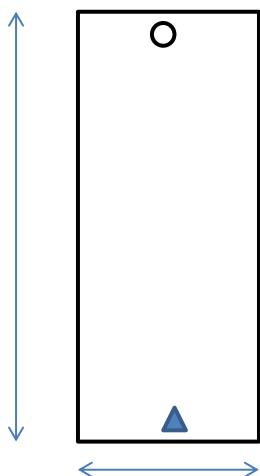
$$\bar{S}_{wabt} = S_{wp} + \frac{1 - f_{wp}}{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wp}}}$$



Для разных насыщенностей на скважине ищем среднюю насыщенность за фронтом

(с) Юдин Е.В.

90 м



91

Упражнение: указания

- Найти обводненность сразу после прорыва $WC = f_w(S_{wf})$
- Найти среднюю насыщенность за фронтом на момент прорыва

$$\bar{S}_{wbt} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}}}$$

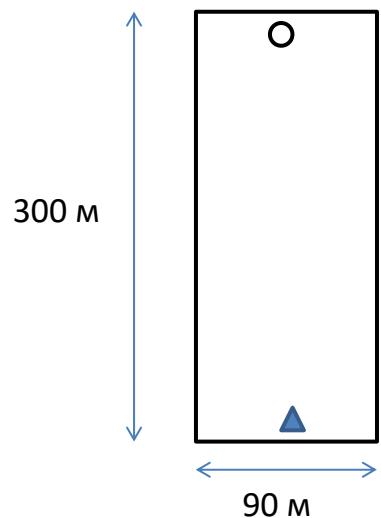
- Найти время прорыва воды

$$v_{S_{wf}} = \frac{f'_w(S_{wf})}{\varphi} \cdot u_t = \frac{f'_w(S_{wf})}{\varphi} \frac{q_w}{A} \quad \Rightarrow \quad t_{bt} = \frac{L}{v_{S_{wf}}}$$

- Описать динамику обводненности во времени:

Путь 1: итерационно из добычи на предыдущем шаге – долго

Путь 2: из решения уравнений модели Б.-Л.:



Для разных насыщенностей
на скважине ищем
обводненность и среднюю
насыщенность за фронтом

$$\bar{S}_{wabt} = S_{wp} + \frac{1 - f_{wp}}{\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wp}}} \quad \Rightarrow \quad N_p = Ah\varphi(\bar{S}_{wabt} - S_{wi})$$

Находим накопленную
добычу нефти

Находим накопленную
закачку на момент
достижения рассматриваемой
насыщенности на скважине:

$$t = \frac{Ah\varphi Q_{Di}}{q_w}$$

(с) Юдин Е.В.

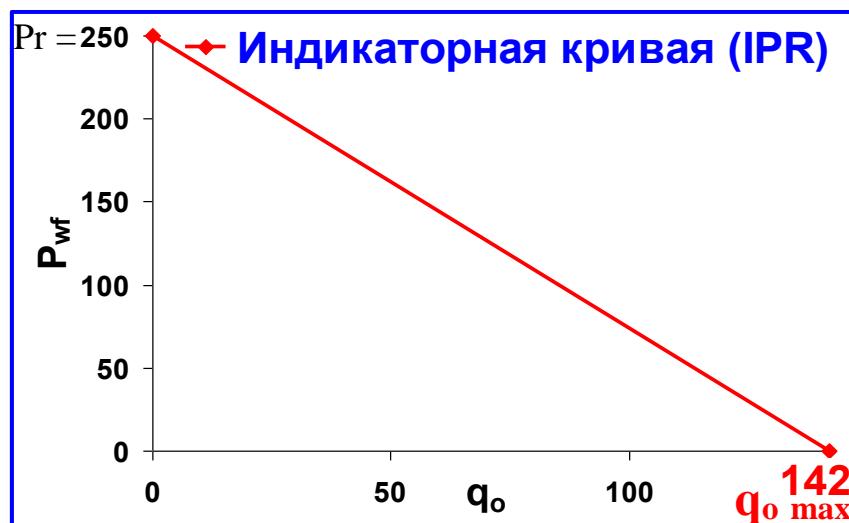
$$x = L = v_{S_{wabt}} t = \frac{f'_w(S_{wabt})}{\varphi} \cdot \frac{q_w}{A} t$$

$$Q_{Di} = \frac{q_w t}{\varphi L A} = \frac{1}{f'_w(S_{wabt})}$$

92

10.2 Инженерные методы расчёта многофазного потока

Упражнение: решение



(c) Юдин Е.В.

94

Индикаторная диаграмма: учет выделения газа

- При падении давления ниже давления насыщения, из нефти выделяется газ
- Выделившийся газ мешает движению вместе с нефтью к забою скважины, «мешая» и увеличивая итоговое фильтрационное сопротивление

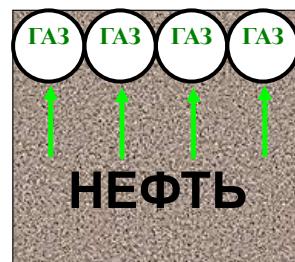
$$P > P_b$$



$$P = P_b$$



$$P < P_b$$



- Vogel (*) смоделировал производительность огромного количества скважин с **пластовым давлением ниже давления насыщения** (P_b), и построил график зависимости P_{wf}/P_r от q/q_{max}
- q_{max} определяется как теоретически максимально возможный дебит, при $P_{wf} = 0$
- Теоретический максимальный потенциальный дебит, если не учитывать выделения газа

$$q_{potential} = PI \cdot \bar{p}_r$$

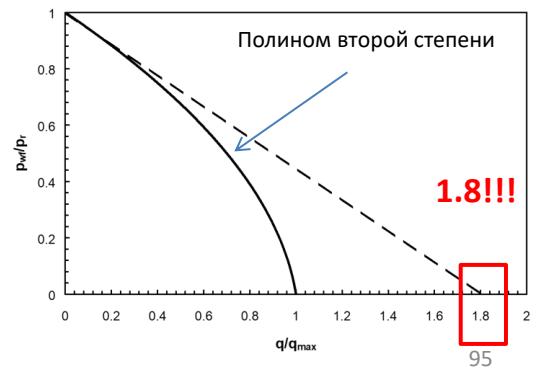
- Поэтому реальный максимальный дебит с учетом выделения газа:

$$q_{max} = \frac{q_{potential}}{1.8} = \frac{PI \cdot \bar{p}_r}{1.8}$$

$$\frac{q}{q_{max}} = 1 - 0.2 \left(\frac{P_w}{\bar{P}_r} \right) - 0.8 \left(\frac{P_w}{\bar{P}_r} \right)^2$$

$$q = PI \cdot \bar{p}_r \left[1 - 0.2 \left(\frac{P_w}{\bar{P}_r} \right) - 0.8 \left(\frac{P_w}{\bar{P}_r} \right)^2 \right]$$

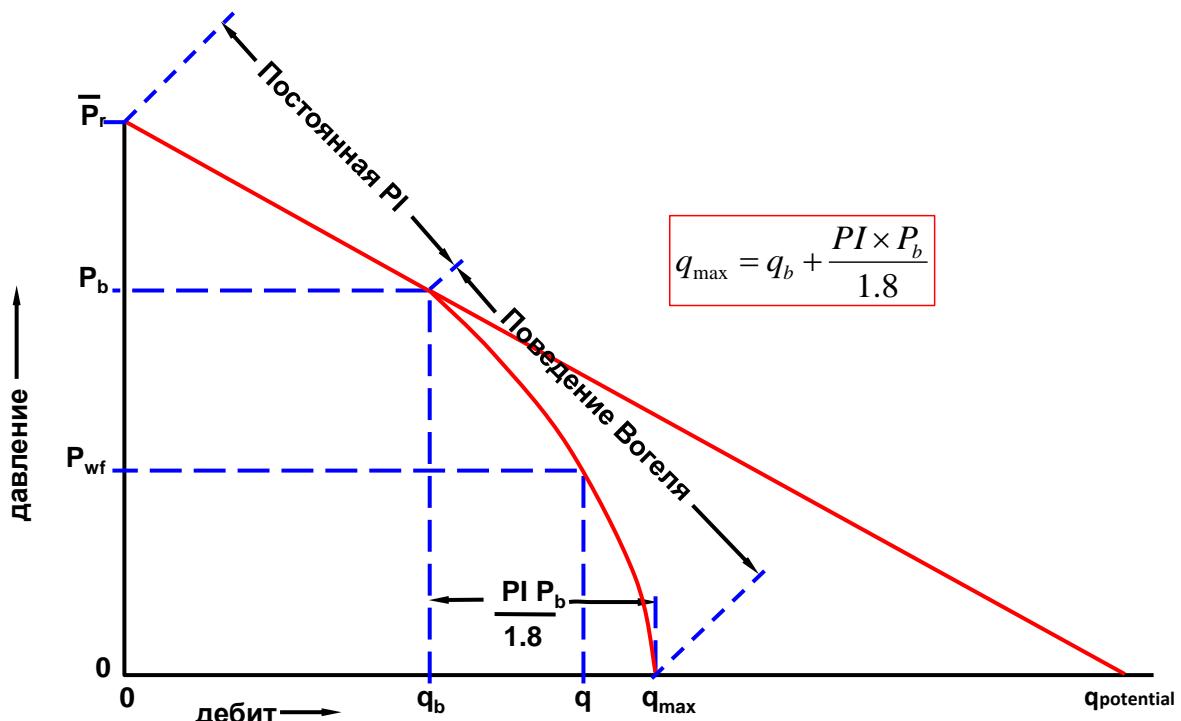
(с) Юдин Е.В.



(*) Vogel J.V.: Inflow Performance Relationships for Solution-Gas Drive Wells, J. Pet. Tech. (January 1968), p. 83-93

Композитная индикаторная диаграмма

- Когда пластовое давление выше давления насыщения можно получить композитную индикаторную диаграмму – в зависимости от текущего забойного давления:



(с) Юдин Е.В.

96

Построение композитной индикаторной кривой

1

$$\bar{p}_r > p_b \quad p_w \geq p_b$$

$$q = PI(\bar{p}_r - p_w)$$

$$PI = \frac{q_o}{\bar{p}_r - p_w}$$

$$\frac{q}{q_{potential}} = 1 - \frac{p_w}{\bar{p}_r}$$

2

$$\bar{p}_r > p_b \quad p_w < p_b$$

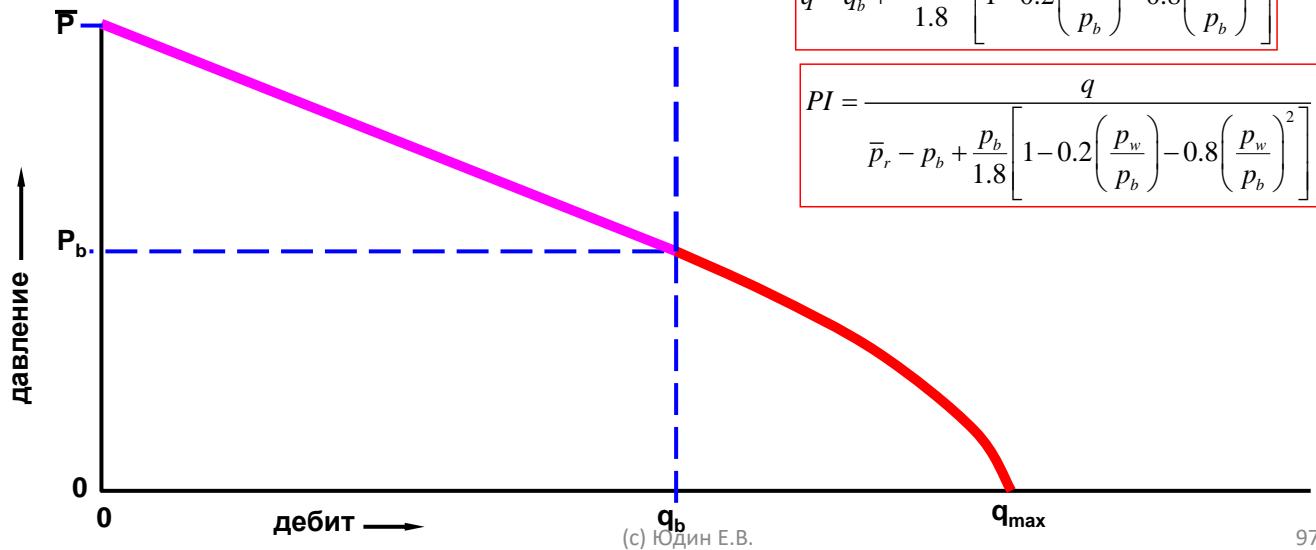
$$\frac{q - q_b}{q_{max} - q_b} = 1 - 0.2\left(\frac{p_w}{p_b}\right) - 0.8\left(\frac{p_w}{p_b}\right)^2$$

$$q_b = PI(\bar{p}_r - p_b)$$

$$q_{max} = q_b + \frac{PI \cdot \bar{p}_b}{1.8}$$

$$q = q_b + \frac{PI \cdot \bar{p}_b}{1.8} \left[1 - 0.2\left(\frac{p_w}{p_b}\right) - 0.8\left(\frac{p_w}{p_b}\right)^2 \right]$$

$$PI = \frac{q}{\bar{p}_r - p_b + \frac{p_b}{1.8} \left[1 - 0.2\left(\frac{p_w}{p_b}\right) - 0.8\left(\frac{p_w}{p_b}\right)^2 \right]}$$



Упражнение

Дано:

- Скважина работает со следующими параметрами:

$q_0=64 \text{ м}^3/\text{сут}$ $q_w=0 \text{ м}^3/\text{сут}$ $P_{wf}=103 \text{ атм}$
 $P_r=200 \text{ атм}$ $S=0$ $P_b=100 \text{ атм}$

Найти:

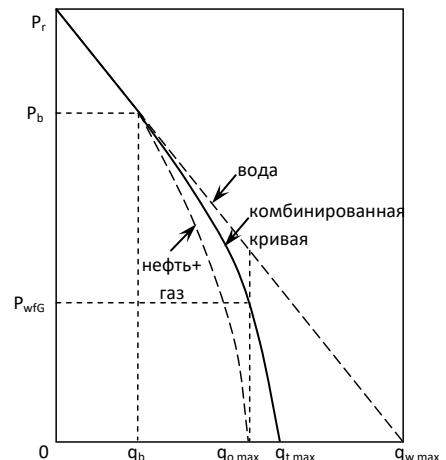
- Рассчитать дебит q_0 : при $P_{wf} = 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 0 \text{ атм}$
- По рассчитанным значениям q_0 построить индикаторную кривую Вогеля

Построение композитной индикаторной кривой с учетом воды

- Если рассматривается трехфазная фильтрация, то очевидно, что в потоке выделяется меньше газа и он меньше мешает движению жидкости
- Для этого случая также предусмотрена модификация индикаторной кривой Вогеля
- Она реализована в утвержденных «методических указаниях по планированию пусковых приростов ВНС и ГТМ»:

Vogel_wc1(заб.давление P_{wf} , пластовое давление $Pres$, давление насыщения P_b , коэффициент продуктивности PI , обводненность WC).

$$PI = \frac{q_{\text{однофазный}}}{(\bar{P}_r - P_{wf})}$$



$q_{\text{однофазный}}$ - дебит без учета поправки на многофазность

- Упражнение:** в рейтинге бурения построить ИД для вертикальной скважины для случая различных обводненностей

Двухфазный закон Дарси, ОФП, функция Баклея-Леверетта

- Рассмотрим двухфазную фильтрацию системы вода-нефть в пористой среде
- Закон Дарси для воды и нефти:

$$\bar{u}_o = -\frac{k k_o(S)}{\mu_o} \left(\text{grad}(p_o) \right)$$

$$\bar{u}_w = -\frac{k k_w(S)}{\mu_w} \left(\text{grad}(p_w) \right)$$

кривые относительных фазовых проницаемостей (ОФП):

$$k_o(S)$$

$$k_w(S)$$

- зависят только от насыщенности каждой фазой
- определяются из фильтрационных экспериментов на керне
- далее адаптируются по динамике работы скважин (МОФП)
- кривые МОФП обычно описываются с помощью корреляции Corey:

$$k_o(S) = F_o \left(\frac{1 - S_{or} - S}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_o}$$

$$k_w(S) = F_w \left(\frac{S - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_w}$$

S - насыщенность

S_{wc} - остаточная водонасыщенность («зашемленная вода»)

S_{or} - остаточная нефтенасыщенность («зашемленная нефть»)

C_w - степень Corey по воде

C_o - степень Corey по нефти

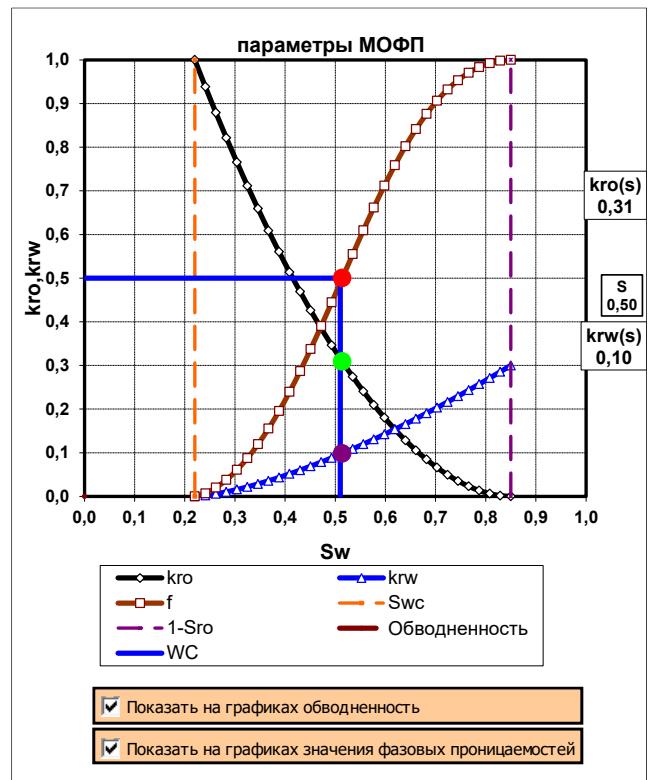
F_w - концевая точка по воде

F_o - концевая точка по нефти

- Функция Баклея-Леверетта – определяет обводненность (почему):

$$WC = \frac{k_w(S)/\mu_w}{k_o(S)/\mu_o + k_w(S)/\mu_w}$$

- Зная обводненность и МОФП можно определить насыщенность в прискважинной зоне (см.рисунок), данная функция реализована в утверждённых «методических указаниях по планированию пусковых приростов ВНС и ГТМ»



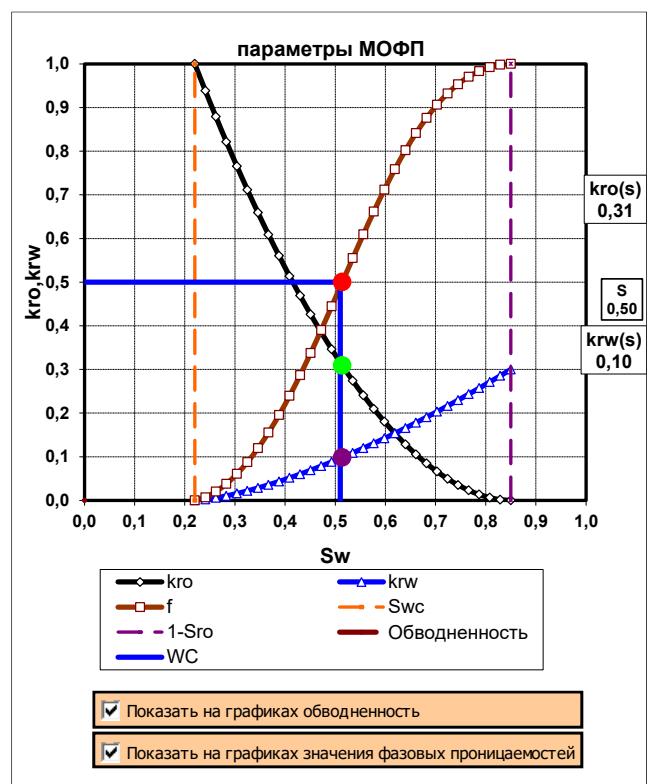
(с) Юдин Е.В.

100

Упражнение:

Вывести зависимость эффективной вязкости жидкости в зависимости от обводненности:

- Концевая точка по воде: 0,3
- Концевая точка по нефти: 1,0
- Остаточная нефтенасыщенность: 0,2
- Начальная водонасыщенность: 0,3
- Степень по воде: 2,0
- Степень по нефти: 2,5
- Вязкость нефти: 2 сПз
- Вязкость воды: 0,7 сПз



(с) Юдин Е.В.

101

Алгоритм инженерного учета многофазности потока:

1. По заданной обводненности определяем насыщенность на добывающей скважине

2. Находим эффективную вязкость по формуле:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_o \mu_w}{k_o(S) \mu_w + k_w(S) \mu_o}$$

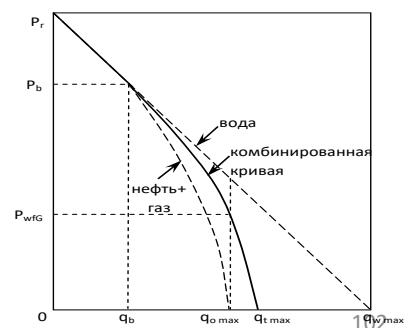
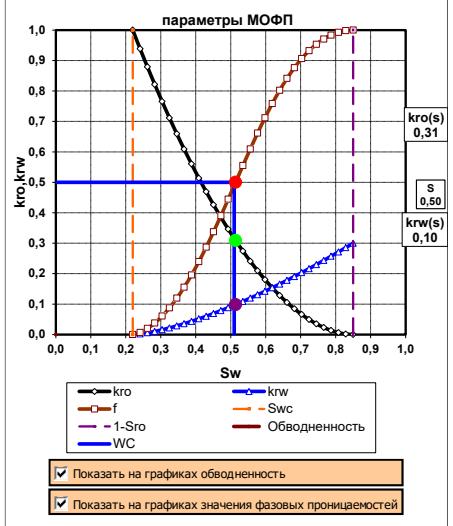
3. По формуле находим объемный коэффициент жидкости:

$$B_l = WC \cdot B_w + (1 - WC) B_o$$

4. По формуле находим коэффициент продуктивности без учета выделения газа:

$$PI = \frac{kh}{18.4 \mu_{eff} B_l \ln \left(\frac{r_e}{r_w} + S - 0.5 \right)}$$

5. Подставить известные значения в функцию в рейтинге ГМ Qvogel_wc1 (заб. давление P_{wfg} , пластовое давление $Pres$, давление насыщения P_b , коэффициент продуктивности PI , обводненность WC)



(с) Юдин Е.В.

Учет многофазного потока при фильтрации

- Как учесть многофазность потока при анализе производительности односкважинных систем?
- Пусть к скважине движется трехфазный поток: нефть, газ, вода

Уравнения однофазного потока

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_w)}{\mu B \cdot p_D}$$

p_D

учет двухфазного движения за счет эффективной вязкости

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_w)}{\mu_{eff} B_l \cdot p_D}$$

PI

Учет выделения газа с помощью использования модифицированной корреляции Богеля для водонефтяной смеси

$$PI = \frac{2\pi k h}{\mu_{eff} B_l \cdot p_D}$$

p_w p_b \bar{p}_r

p_D - безразмерное давление, учитывает геометрию потока

- Эффективная вязкость определяется по следующей формуле:

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_o \mu_w}{k_{ro}(S) \mu_w + k_{rw}(S) \mu_o}$$

- Объемный коэффициент определяется по формуле:

$$B_l = (1 - WC) B_o + WC \cdot B_w$$

- Эффективная сжимаемость системы при оценке среднего пластового давления определяется по формуле:

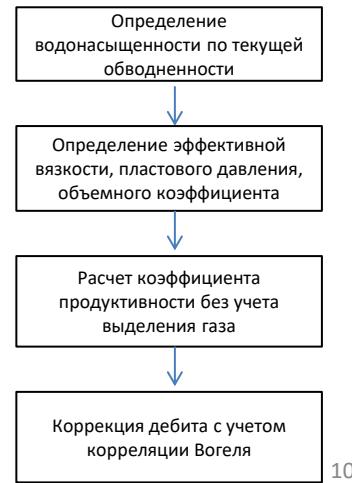
$$C_t = \frac{C_\varphi + (1 - S) C_o + S_w C_w}{1 - S_{wi}}$$

При рассмотрении пласта с водяной зоной

$$C_t = C_\varphi + (1 - S) C_o + S_w C_w$$

При рассмотрении нефтяной части пласта
(с) Юдин Е.В.

алгоритм



103

Упражнение

Используя **форму рейтинга бурения** определить оптимальное заканчивание для однородного пласта со следующими параметрами:

- Концевая точка по воде: 0,3
- Концевая точка по нефти: 1,0
- Остаточная нефтенасыщенность: 0,2
- Начальная водонасыщенность: 0,3
- Степень по воде: 2,0
- Степень по нефти: 2,5
- Вязкость нефти: 2 сПз
- Вязкость воды: 0,7 сПз
- Пористость: 0,2
- Проницаемость: 10 мД
- Рпл: 250 атм
- Рнас: 110 атм
- Рзаб: 50 атм
- Мощность: 5, 50 м
- Радиус пласта: 1000 м

10.3 Кейс. Определение оптимальных параметров заводнения на низкопроницаемом расчленённом коллекторе

Введение

Проблема:

- Нет аналитических инструментов для оценки эффективности системы поддержания пластового давления (ППД):
 - Расчет прироста добычи от мероприятий на фонде ППД
 - Определение оптимального времени отработки нагнетательной скважины на нефть

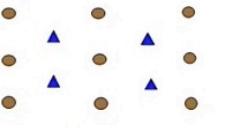
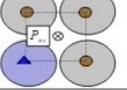
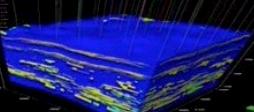
Решение:

- Предлагается подход к определению и прогнозу эффективности заводнения
- Метод основан на применении упрощенной аналитической модели работы скважины в системе разработки
- Построенная модель позволяет:
 - Рассчитать производительность скважин элемента симметрии шаблона заво-днения на всех режимах работы (неустановившийся, псевдоустановившийся, установившийся)
 - Проводить различные практические расчеты по определению эффективности системы ППД

(с) Юдин Е.В.

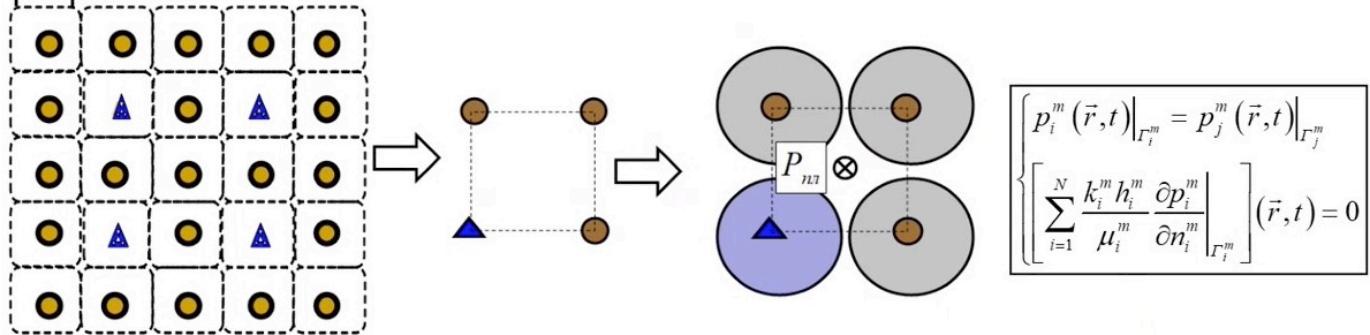
129

Различные модели производительности скважин

| | Преимущества | Недостатки | |
|--|---|---|---|
| Метод материального баланса | Предельная простота расчетов. | Неточность расчетов. |  |
| Односкважинная модель | Простота расчетов. | Не учитывает взаимодействие скважин. |  |
| Аналитическая модель работы скважины в системе заводнения на установившемся режиме 1) M. Muskat (1937) + рядные системы, 5-точка; 7-точка 2) J.S. Dernpe (1961) + 9-точка; 3) C.E. Hansen, J.R. Fanchi (2003) + регулярные системы | Быстрота и простота расчетов | Установившийся режим. |  |
| Упрощенная численно аналитическая модель работы скважины в системе заводнения на всех режимах | Простота расчетов. Возможность оперативного использования. Детализация расчетов | |  |
| «Емкостные модели» (Capacitance models), Нейронные сети, Матрица взаимных продуктивностей (Multiwell Productivity Index) | Быстрота и простота расчетов | Большое количество неизвестных параметров, Трудоемкость адаптации |  |
| Гидродинамическая модель | Высокая детализация расчетов | Трудоемкость создания и адаптации. Невозможность оперативного использования. |  <small>(с) Юдин Е.В.</small> |

Модель производительности скважины в регулярной системе разработки

- Разработана аналитическая модель работы скважины в регулярной системе разработки



- Получено аналитическое решение в пространстве Лапласа
- Свободный параметр – радиус зон дренирования определяется из решения сопряженной задачи установившейся фильтрации (для большинства систем разработки такие решения получены)

$$r_e = r_w \exp \left(\frac{2\pi k h (p_{res} - p_{prod})}{\mu Q_{prod}} \right)$$

$$Q_{prodC} = \frac{R}{2+R} i \quad R = \frac{\gamma - 0.693}{\gamma}$$

$$Q_{prodS} = \frac{1}{2+R} i \quad \gamma = \ln \frac{d}{r_w} - 0.272$$

- Также предложен способ учета аквифера, через добавление внешней зоны дренирования

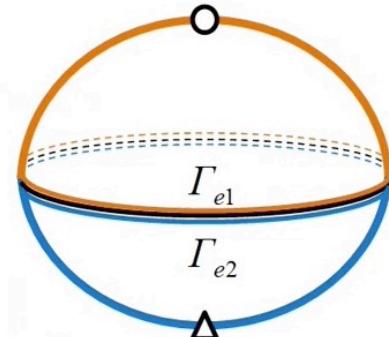
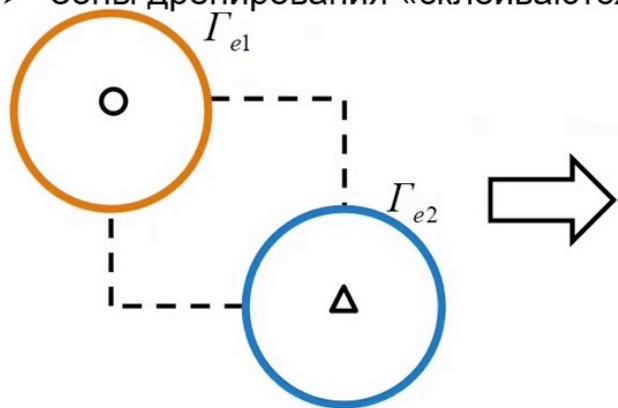
(с) Юдин Е.В.

132

Модель производительности скважины в регулярной системе разработки: пояснение

Концепция рассматриваемой модели на примере пятиточечной системы разработки

- Зоны дренирования «склеиваются» по границе



- Аквифер учитывается через добавление внешней зоны дренирования



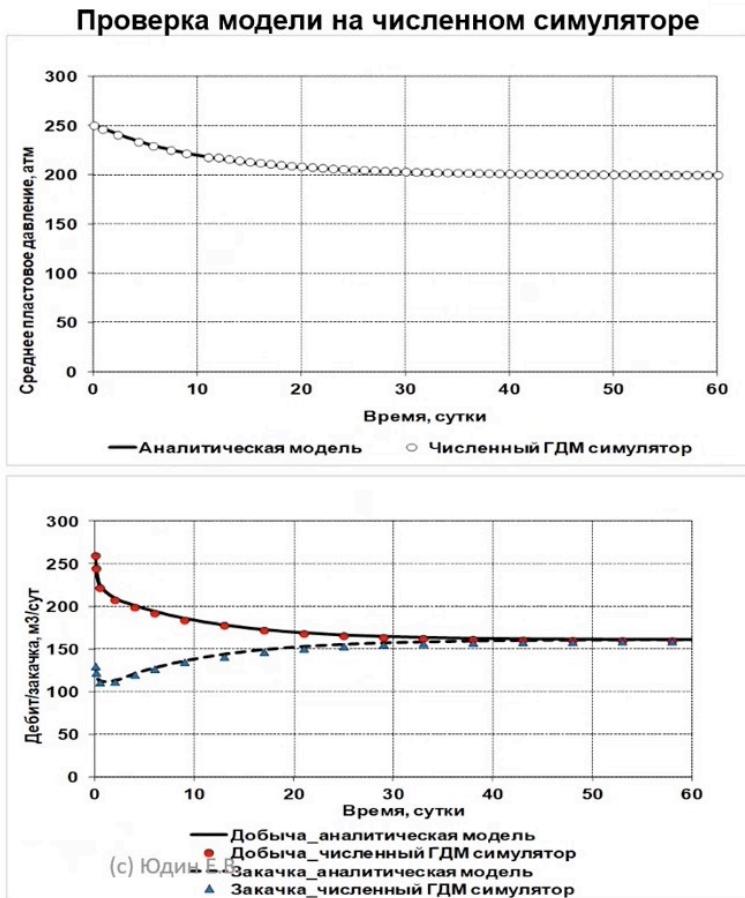
(с) Юдин Е.В.

133

Проверка модели

Возможности модели:

- изменение режима работы скважин
- задание различных свойств
- высокая скорость расчетов



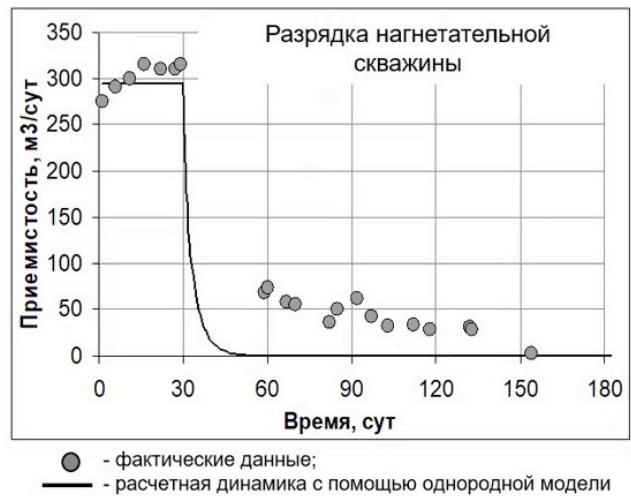
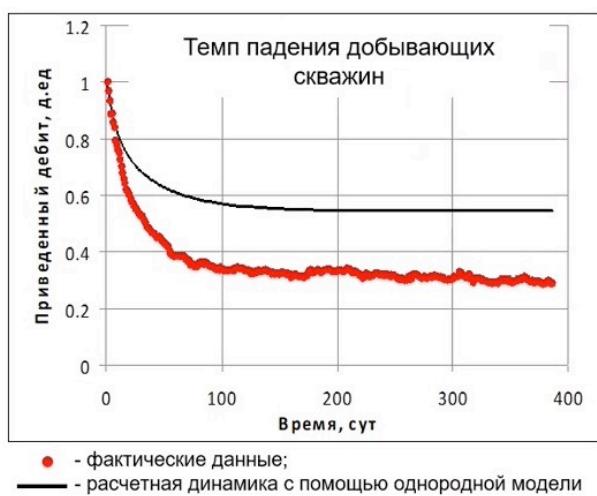
134

Трудности использования модели при рассмотрении неоднородных коллекторов

При разработке низкопроницаемых пластов ($k \sim 1 \text{ мД}$) возникает ряд проблем:

- Расчетный темп снижения добычи существенно выше фактического;
- Разрядка нагнетательных скважин может занимать значительное время;

Данные особенности в работе скважин не могут быть описаны в рамках однородной модели пласта с физически адекватными значениями эффективных параметров.



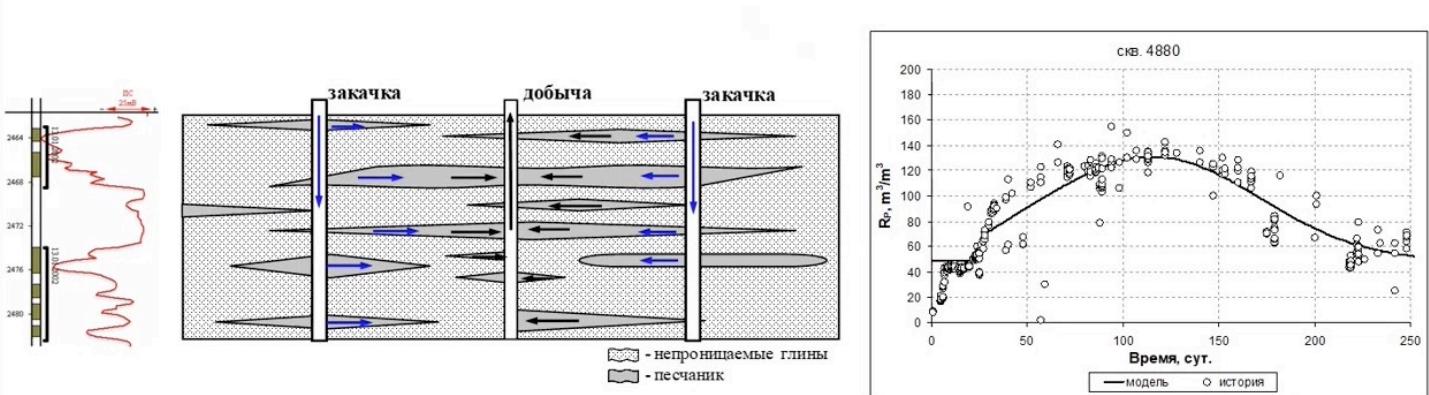
(*) For more details see: SPE- 161969

(с) Юдин Е.В.

135

Концептуальное строение низкопроницаемого неоднородного пласта

- Предполагается, что коллектор состоит из набора песчаных тел, часть из них простирается от добывающей до нагнетательной скважины, а часть выклинивается в межскважинное пространство:
 - Концептуальные геологические модели: глубоководные морские отложения, конуса выноса
 - Корреляции результатов геофизических исследований (ГИС)
 - Динамика газового фактора

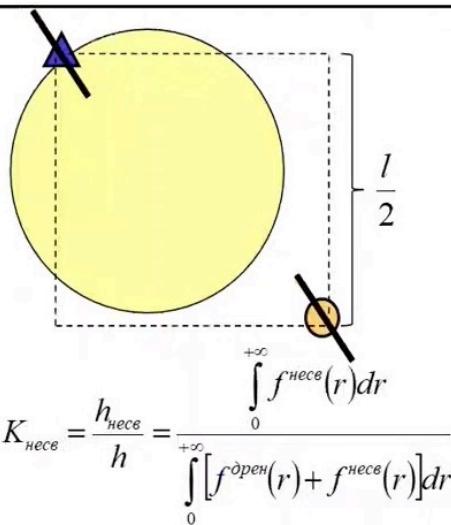


(*) For more details see: SPE- 161969

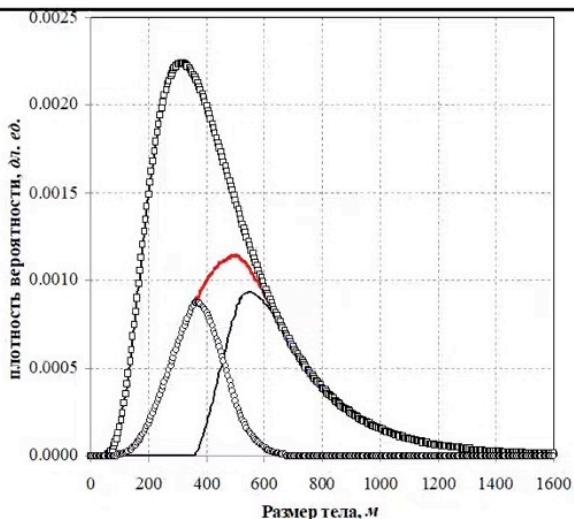
(с) Юдин Е.В.

136

Стохастический подход к описанию неоднородного строения пласта



$$r_{\text{несв}} = \frac{\int_0^{\infty} r \cdot f^{\text{несв}}(r) dr}{\int_0^{\infty} f^{\text{несв}}(r) dr}$$



- - плотность вероятности распределения песчаных тел по размерам $f(r)$;
- - модифицированные плотности вероятностей $f^{\text{exp}}(r)$;
- - модифицированные плотности вероятностей $f^{\text{дрен}}(r)$;
- - модифицированные плотности вероятностей $f^{\text{несв}}(r)$.

Коэффициенты $K_{\text{несв}}$ и $r_{\text{несв}}$ в терминах эффективных параметров описывают пласт с данным концептуальным геологическим строением

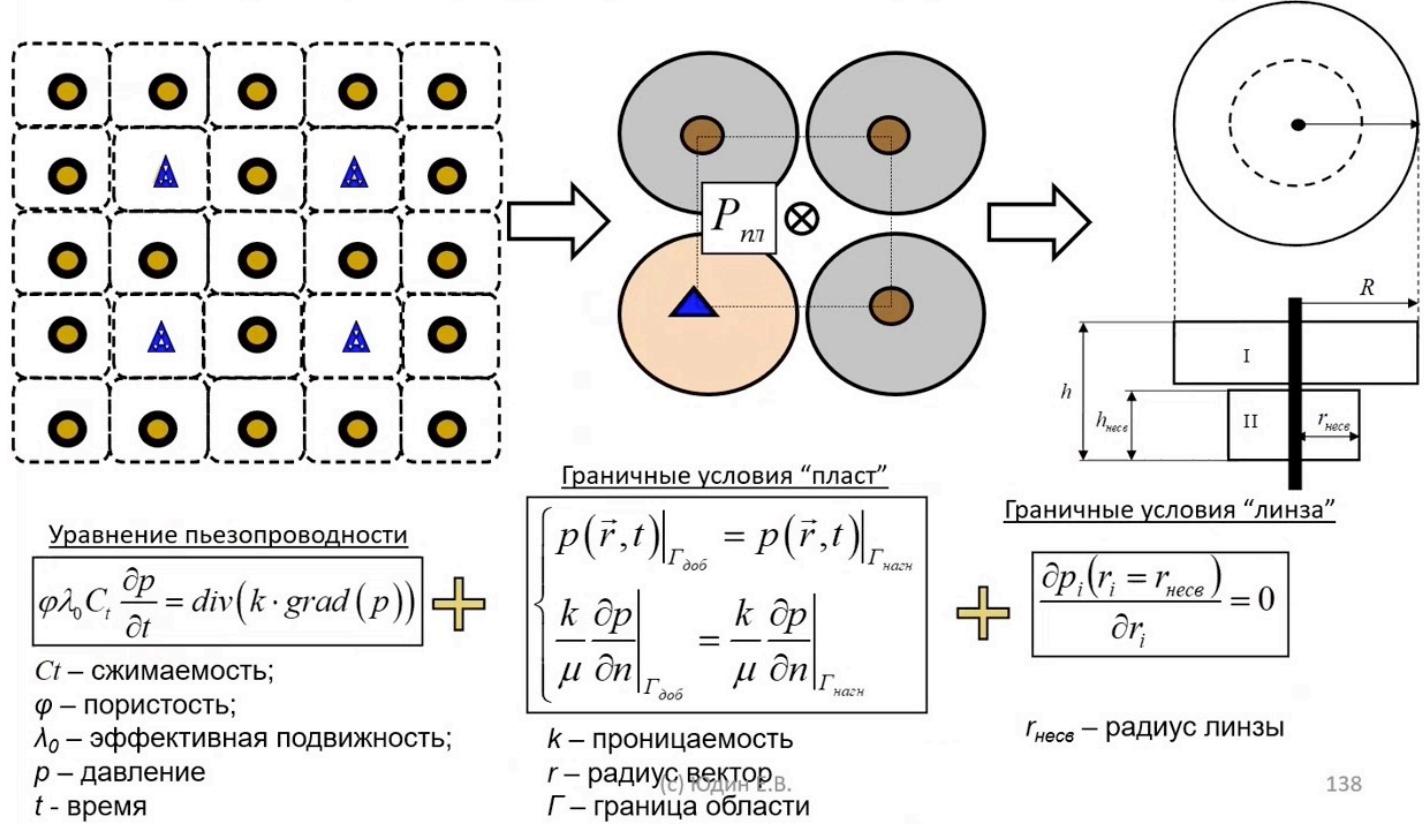
(*) For more details see: SPE- 161969

(с) Юдин Е.В.

137

Математическая модель планирования работы многоскважинной системы

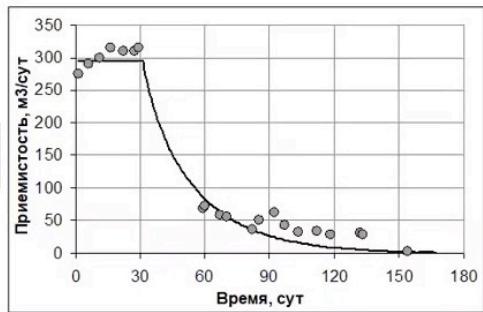
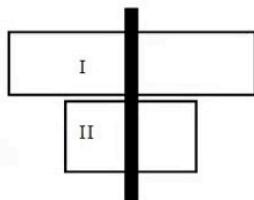
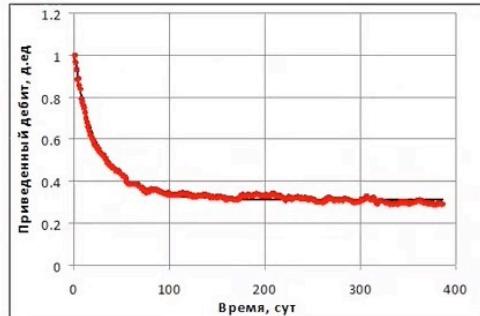
- Создана модель планирования темпов падения с учетом неоднородности коллектора и различных периодов отработки нагнетательных скважин на нефть



138

Примеры расчетов с помощью разработанной модели

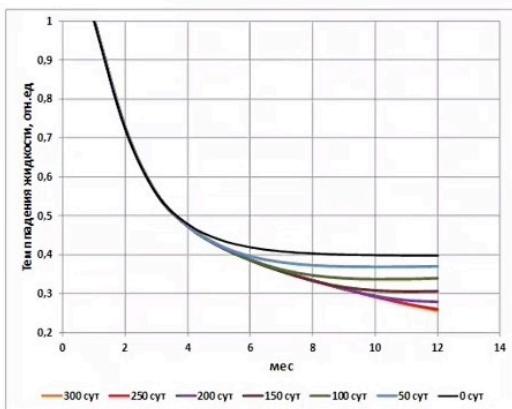
- Построенная модель физически адекватно описывает динамику технологических показателей скважин



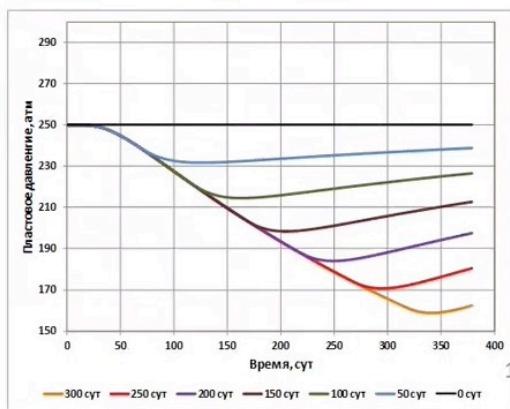
$$s = -4,7; k = 1 \text{ мД}; p_{n1} = 250 \text{ атм}; K_{\text{неф}} = 40\%; r_{\text{неф}} = 100 \text{ м}$$

$$s = -5,5; k = 1,5 \text{ мД}; p_{n1} = 300 \text{ атм}; K_{\text{неф}} = 30\%; r_{\text{неф}} = 150 \text{ м}$$

- Построенная модель позволяет оперативно оценить темпы падения в зависимости от периода отработки нагнетательной скважины на нефть, пластовое давление



(c) Юдин Е.В.



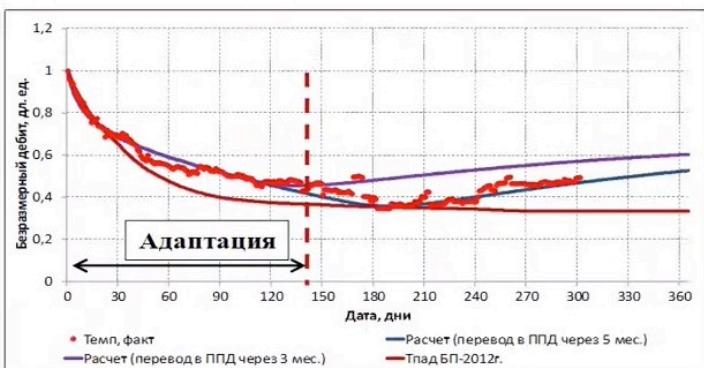
139

Использование модели для оценки эффективности ППД

- На основе вышеописанной модели был разработан удобный инструмент для инженера-разработчика по оценке эффективности ППДизменение режима работы скважин



✗ - нереализуемые переводы май–август 2011г.



В 2011г. возрос риск переноса даты запуска нагнетательных скважин района одного из КНС

Сдвиг даты перевода скважин в среднем на 3 месяца → снижение Рпл → увеличение темпа падения

**Риск оправдался: потери базы по Рпл с начала года составили несколько сот т/сут
Данные потери учтены в бизнес плане (в темпе падения по НС)**

(с) Юдин Е.В.

140

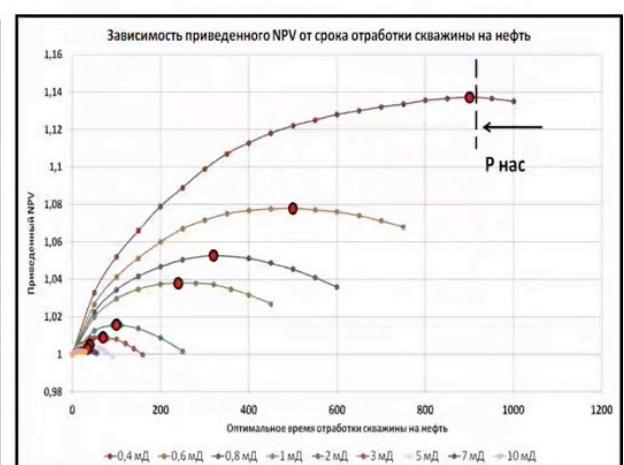
Использование модели для оценки оптимального времени отработки на нефть

- Для повышения экономической эффективности разработки нагнетательную скважину запускают на некоторое время в добычу
- Необходимо найти оптимальное время отработки нагнетательной скважины на нефть

1 - период отработки

нагнетательно
й скважины
на нефть

2 - период перевода
нагнетательно
й скважины
под нагнетание



- Возникает оптимизационная задача

- Оптимальное значение ищется численно с помощью предлагаемой модели для рассматриваемого набора параметров (проницаемость, PVT, Рпл, Рзаб, мощность, и т.д.) данного участка и параметров экономической эффективности (ставка дисконтирования, НДПИ, NetBack и т.д.)

(c) Юдин Е.В.

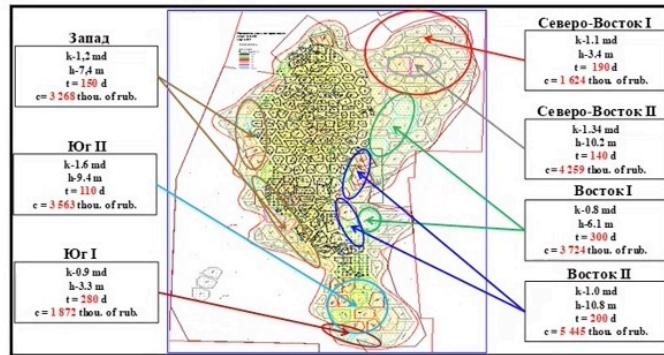
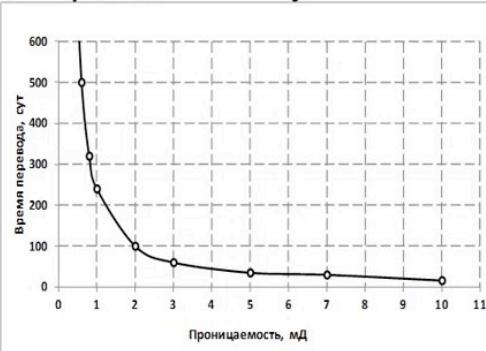
141

$$\overline{NPV} = \frac{NPV_{тек}}{NPV_{баз}}$$

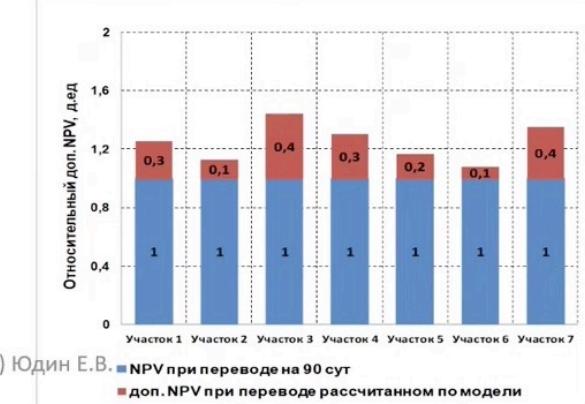
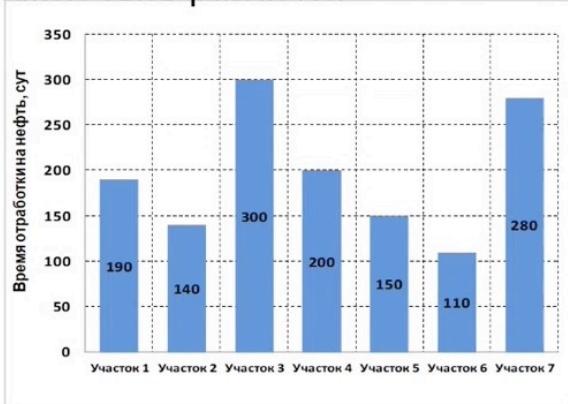
$$NPV_{тек} = \int_0^t \frac{q(t) \cdot c(t)}{(1+D)^{t/t_0}} dt$$

Использование модели для оценки оптимального времени отработки на нефть

- Предложенный подход позволяет рассчитать оптимальное время отработки на нефть для всех участков планируемых к бурению



- Подход к заводнению на различных участках даже одного месторождения должен быть различен



142

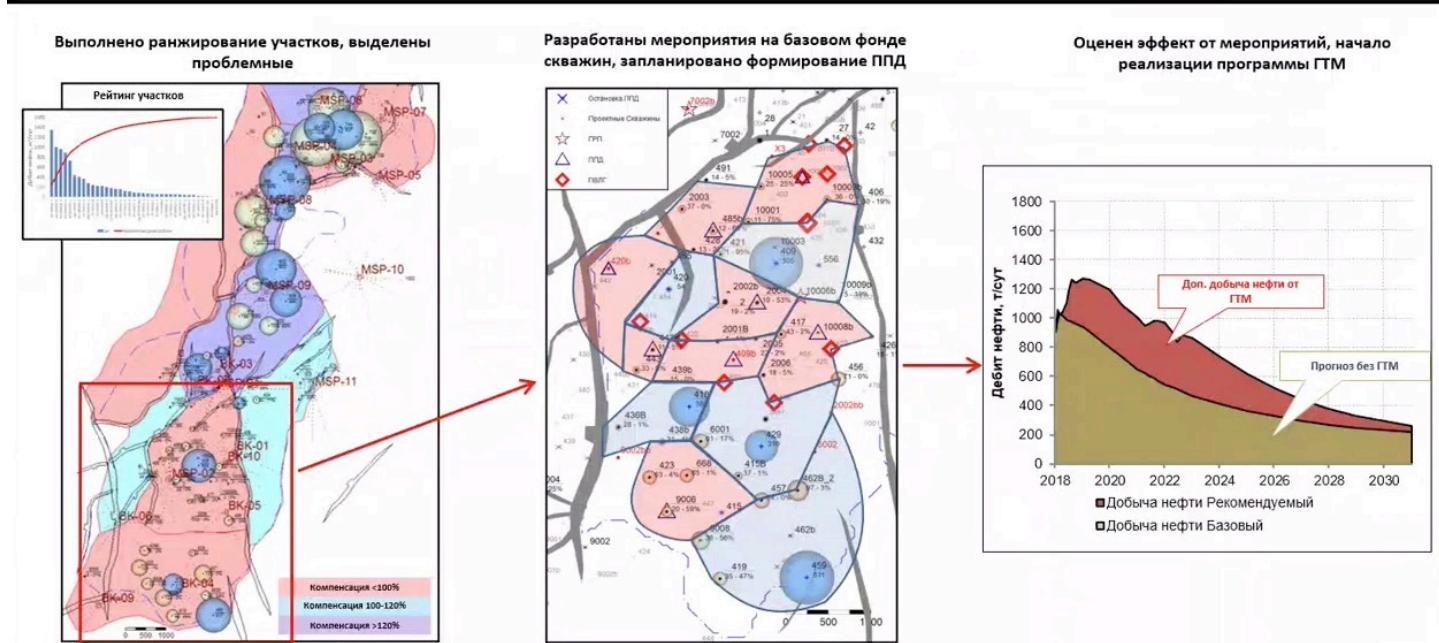
(с) Юдин Е.В.

■ NPV при переводе на 90 сут
■ доп. NPV при переводе рассчитанном по модели

11 Семинар 06.05.2022 (Юдин Е.В.)

11.1 Кейс. Заводнение месторождения Белый Тигр - нижний миоцен

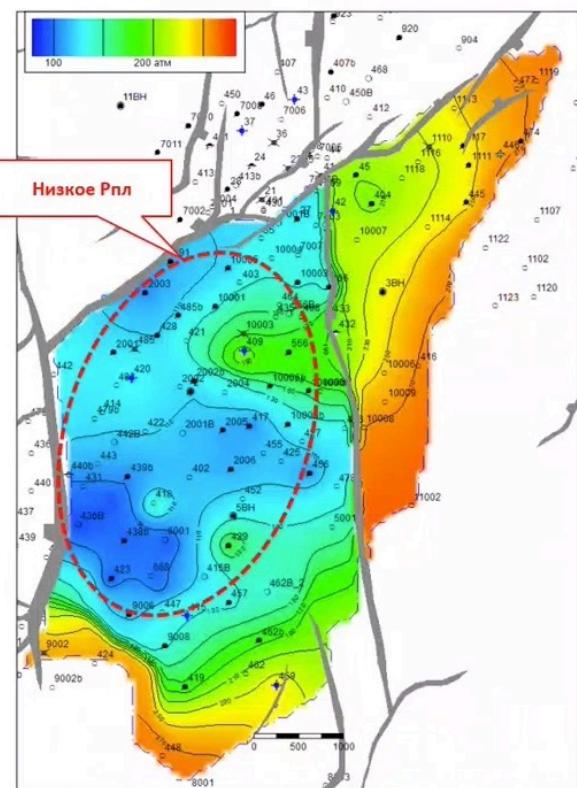
Работа по направлению оптимизация заводнения на примере Центрального Свода нижнего миоцена Белого Тигра



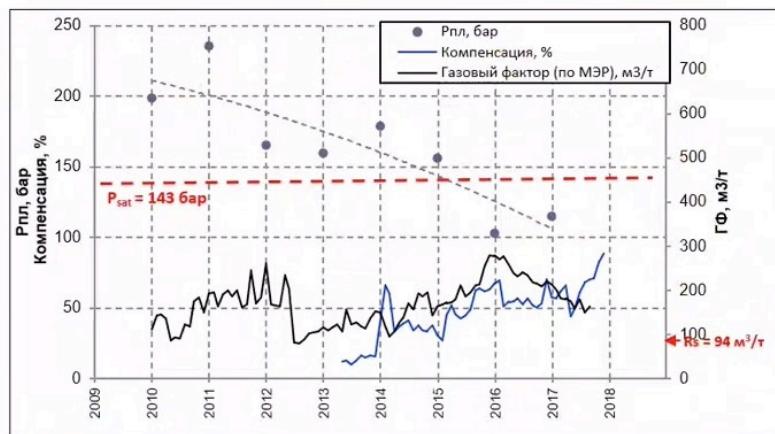
Выводы:

- С целью снижения темпов падения базовой добычи, повышения КИН терригенных отложений реализуется системная работа по мониторингу и оптимизации ППД;
- Выявляются проблемные зоны (с пониженным Рпл и низкой выработкой запасов)
- Разрабатывается программа ГТМ на добывающем фонде и фонде ППД для вовлечения в разработку максимального объема запасов
- Рассчитываются варианты разработки, формируется и реализуется наилучшая программа ГТМ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗАЛЕЖИ НА ОСНОВЕ ПРОКСИ-МОДЕЛИРОВАНИЯ

Карта Р_{пл} по расчету прокси-модели на 01.12.2017

Динамика среднего Рпл (по замерам)



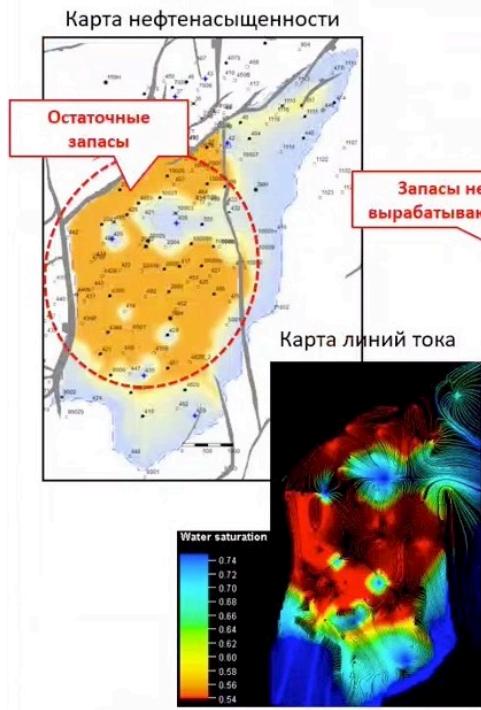
Выводы:

- Разработан подход к быстрой оценки энергетического состояния залежи, построения карты изобар, выявления зон с низким Рпл.
- Снижение Р_{пл} при компенсации 86% вызвано слабой активностью законтурных вод и неравномерно распределённой системой ППД
- Текущее среднее Р_{пл} ниже значения Р_{нас}, разгазирование залежи приведёт с существенному снижению технологической эффективности

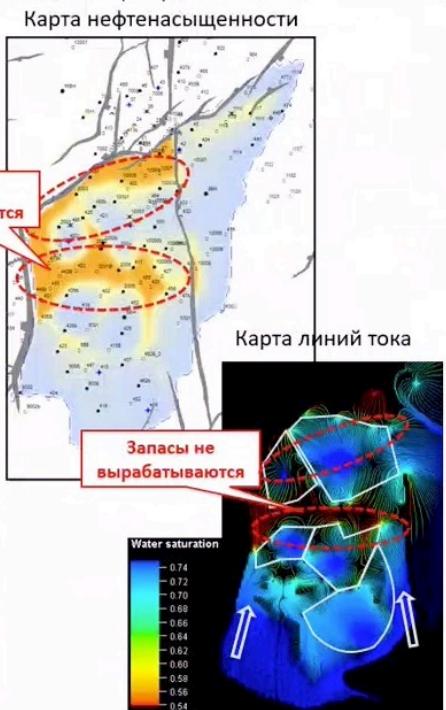
147

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЗАВОДНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРОКСИ-МОДЕЛИРОВАНИЯ

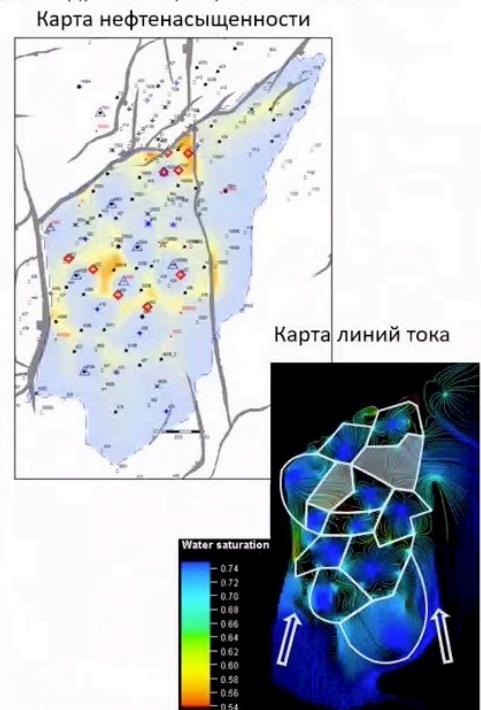
01.2018



Базовый сценарий на 01.2031



Рекомендуемый сценарий на 01.2031



Выводы:

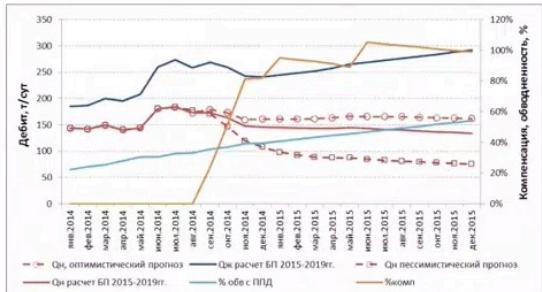
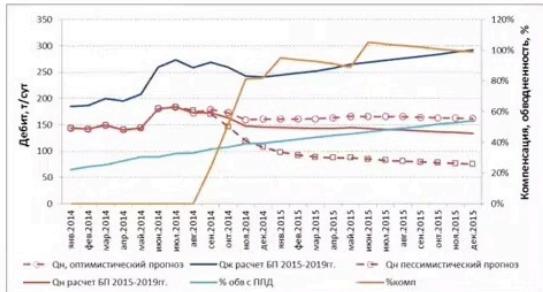
- Разработан подход к быстрой оценки эффективности текущей системы вытеснения по площади, выявлению не дренируемых запасов, расчету вариантов повышения эффективности ППД

| Вариант | НДН 2030, тыс. м ³ | КИН 2030, % | К _{вып} , % | К _{окв} , % |
|---------------|-------------------------------|-------------|----------------------|----------------------|
| Базовый | 6 375 | 32,0 | 46,5 | 68,8 |
| Рекомендуемый | 7 350 | 36,9 | 46,5 | 79,3 |
| Прирост | + 975 | + 6,7 | - | 10,5 |

Упражнение: рассмотреть участок Центрального Свода месторождения Белый Тигр. С какими дебитами скважины запускались и работают сейчас?

11.2 Кейс. Заводнение гидрофильтрного коллектора

Заводнение гидрофильтрного коллектора: Пашкинское месторождение

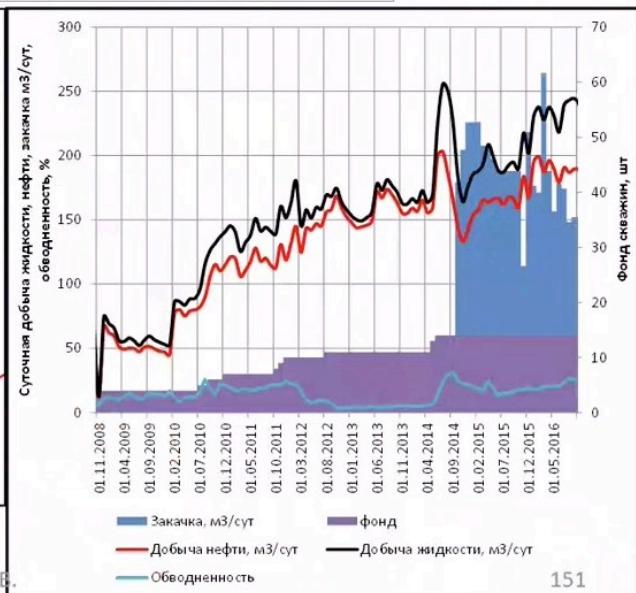
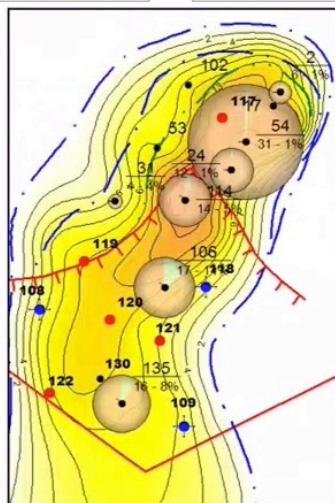


Проблема

- Без срочного формирования системы ППД к концу 2015 года Рпл составило бы **30атм** (при начальном Рпл **130атм**, текущем Рпл **60атм пласт 52**)
- Суточная добыча при снижении Рпл составит **75т/сут** к концу 2015г.

Программа ППД:

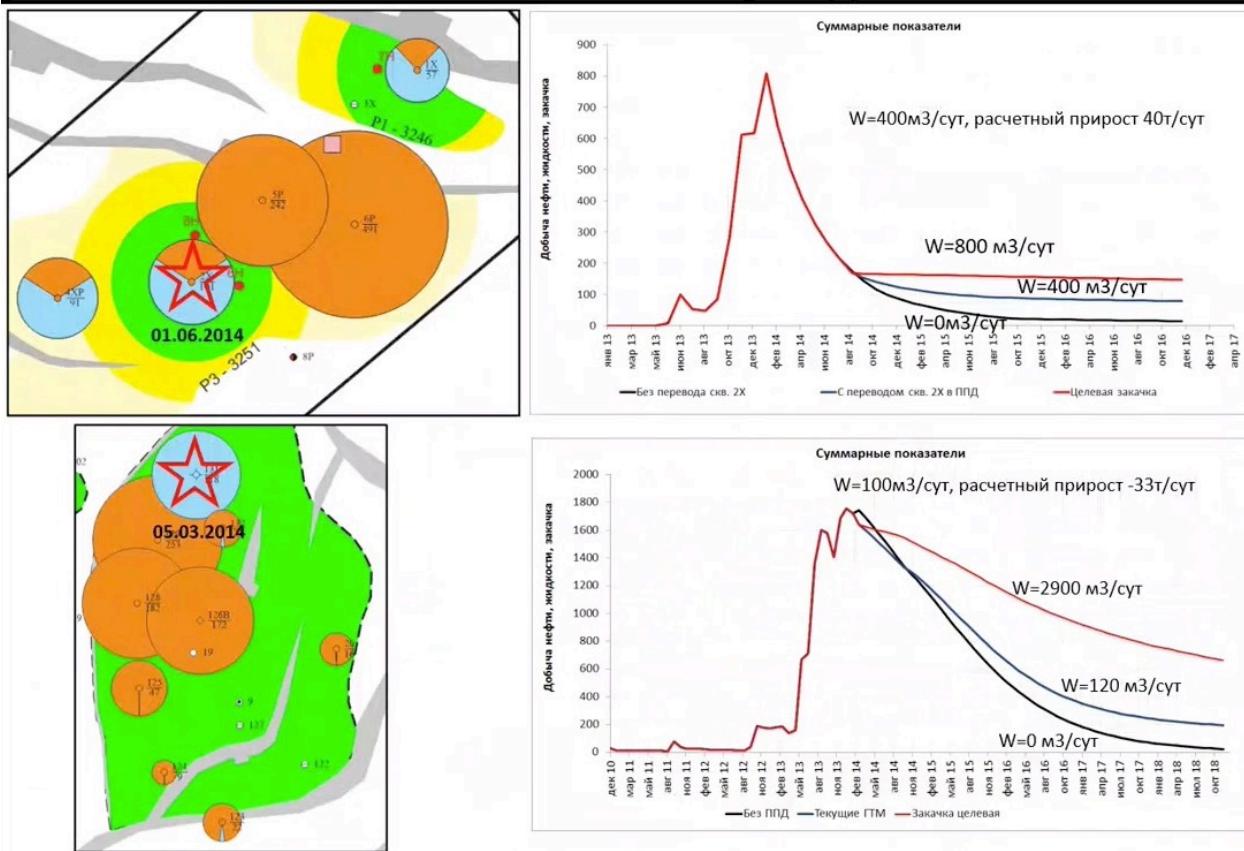
- Перевод в ППД:
 - скв. №102 – дата перевода 18.09.2014г.;
 - скв. №31 – дата перевода 01.11.2014г.
- Эффект от перевода скв. в ППД в 2015г. +65т/сут в 2015г.



(c) Юдин Е.В.

151

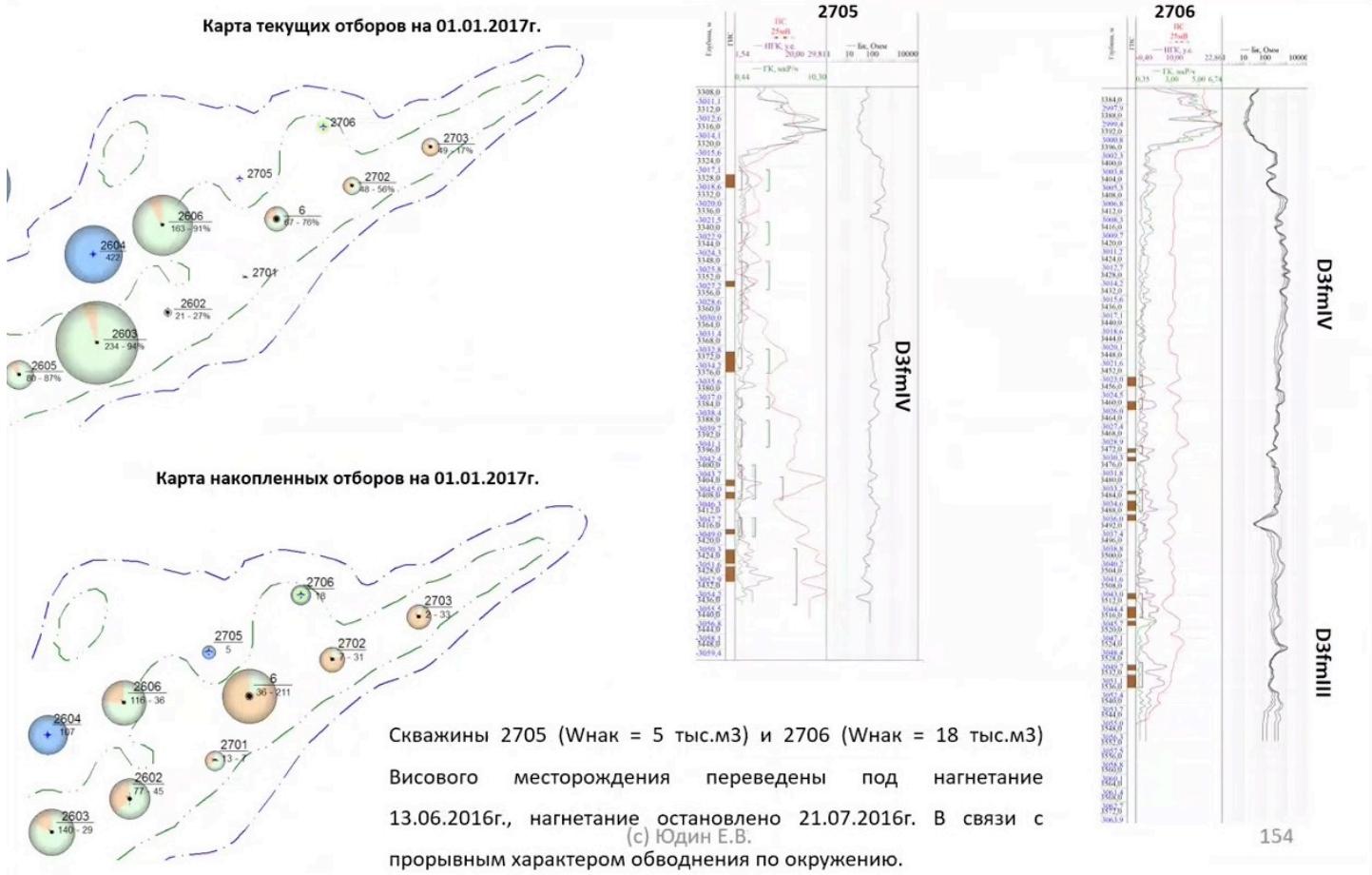
Примеры расчетов элементов заводнения на месторождении СП «Вьетсовпетро»



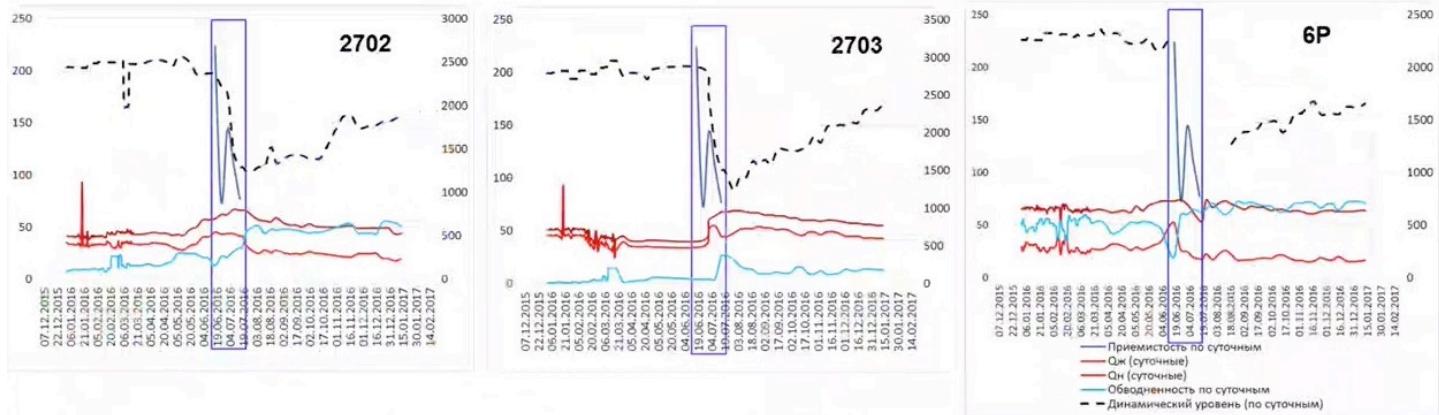
Упражнение: Проанализировать в NGT динамику работы Пашкинского месторождения

11.3 Кейс. Вытеснение на гидрофобном трещиноватом коллекторе

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Висовое месторождение D3fmIV

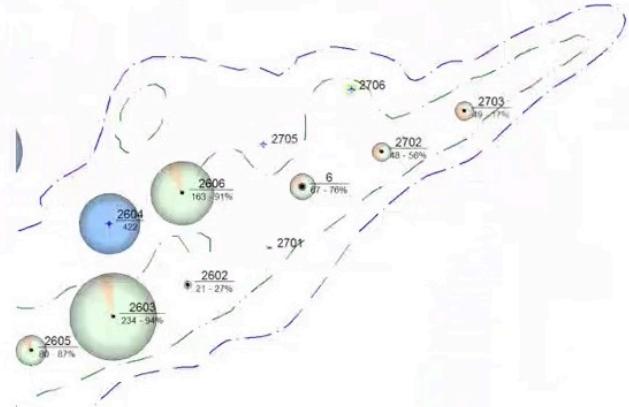


Пример заводнения гидрофобного коллектора: Висовое месторождение D3fmIV



Реакция на начало закачки по скв. 2705, 2706 была выявлена на трех скважинах и носила прорывной характер. После остановки закачки наблюдается частичное восстановление дебита нефти по окружению.

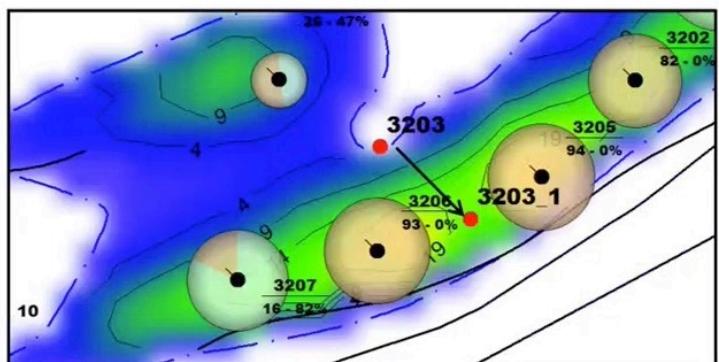
В настоящее время закачка по скважинам ППД 2705 и 2706 приостановлена.



Упражнение: Проанализировать в NGT и Шахматке работу скважин

155

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта



НГЗ (III об)=1680 тыс.тонн
 НИЗ(III об)=677 тыс.тонн(КИН=0,403)
 Qн с начала разработки =276,7 тыс.тонн
 ОИЗ(III об)=400,3 тыс.тонн

- После проводки ЗБС в купольную часть со скв.3203, на окружающих скважинах резко выросла обводненность

Что делать?:

- Провести ПГИ
- Провести анализ воды
- Провести анализ данных работы скважины



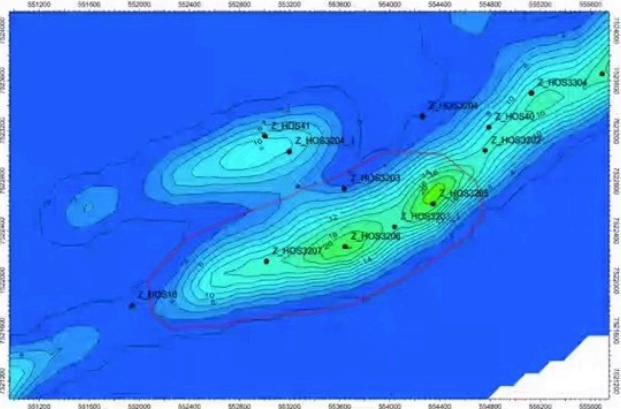
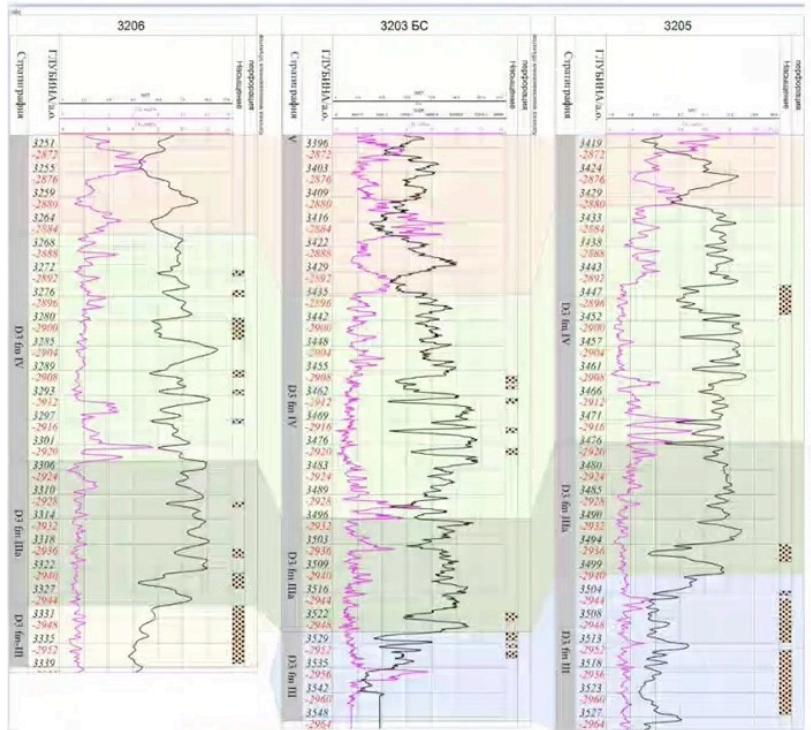
Рост обводненности продукции в течение нескольких суток скв.№3205 (до 98%) и 3206 (до 7%)

Упражнение: Проанализировать в NGT и Шахматке работу скважин

156

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта

- Корреляционная схема и карта кровли района

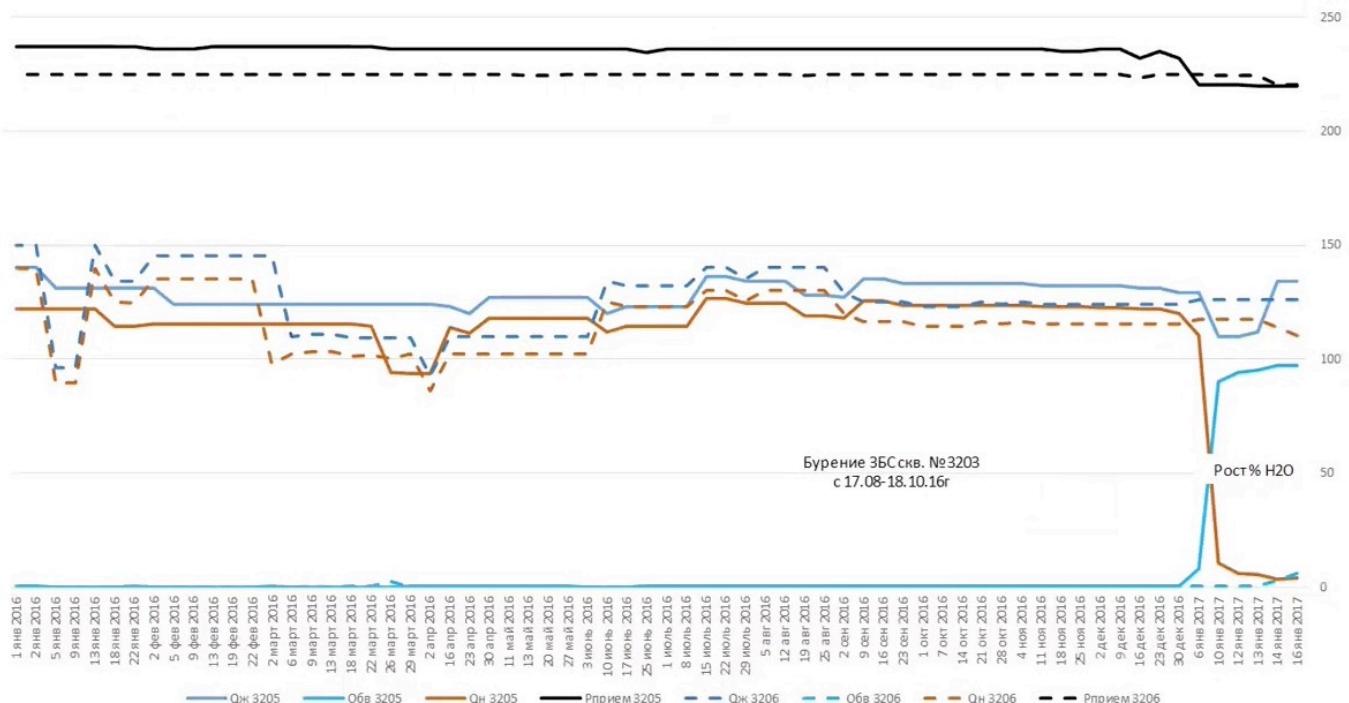


(c) Юдин Е.В.

157

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта

- Показатели работы скв. №3205 и 3206



(c) Юдин Е.В.

158

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта

- Депрессия по св.№3205 и 3206



Скв.№3205 введена в эксплуатацию 5.03.2014г, накопленная добыча нефти 98,184 тыс.тонн. Рпл=292 атм; Р заб=290-288атм; dР=2-4атм

Скв.№3206 введена в эксплуатацию 11.07.2013г, накопленная добыча нефти 154,341 тыс.тонн. Рпл=302 атм; Р заб=293-291атм; dР=9-11атм

До января месяца 2017 года скважины работали с обводненностью продукции до 1%

(с) Юдин Е.В.

159

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта

■ Химический состав пластовой воды скв. №3205



Лаборатория физико-химических исследований

ПРОТОКОЛ №4

результатов анализа пластовой воды

Заключение ЦДНГ

Объект: Месторождение «Западное Хоседаево»

Место отбора: скв. №3205

Дата отбора: 13.01.2017г.

Цель отбора: Количественный химический анализ пластовой воды

| № п/п | Определяемый показатель | Ед. измерения | Результат | Примечание |
|-------|-------------------------------------|-----------------------|-----------|------------|
| 1 | Плотность воды при 20 °C | г/см ³ | 1.121 | |
| 2 | Бауэрский показатель воды (pH) | ед. pH | 6.80 | |
| 3 | Концентрация карбонатов | мг/дм ³ | 0.0 | |
| 4 | Концентрация тяжелых примесей | мг/дм ³ | 292.8 | |
| 5 | Концентрация хлоридов | мг/дм ³ | 109480.8 | |
| 6 | Концентрация сульфатов | мг/дм ³ | 720.1 | |
| 7 | Концентрация сульфидов | мг/дм ³ | 11522.6 | |
| 8 | Концентрация азота | мг/дм ³ | 2614.4 | |
| 9 | Концентрация натрия и калия в сумме | мг/дм ³ | 53446.5 | |
| 10 | Общая минерализация | мг/дм ³ | 177877.2 | |
| 11 | Джестость опции | ммоль/дм ³ | 780.0 | |
| | Тип воды | | Cl-Ca | |

ИД по метод ГОСТ 26449.1

Зав. выпускающего лабораторной ФХИ

И.К. Гарновская

(с) Юдин Е.В.

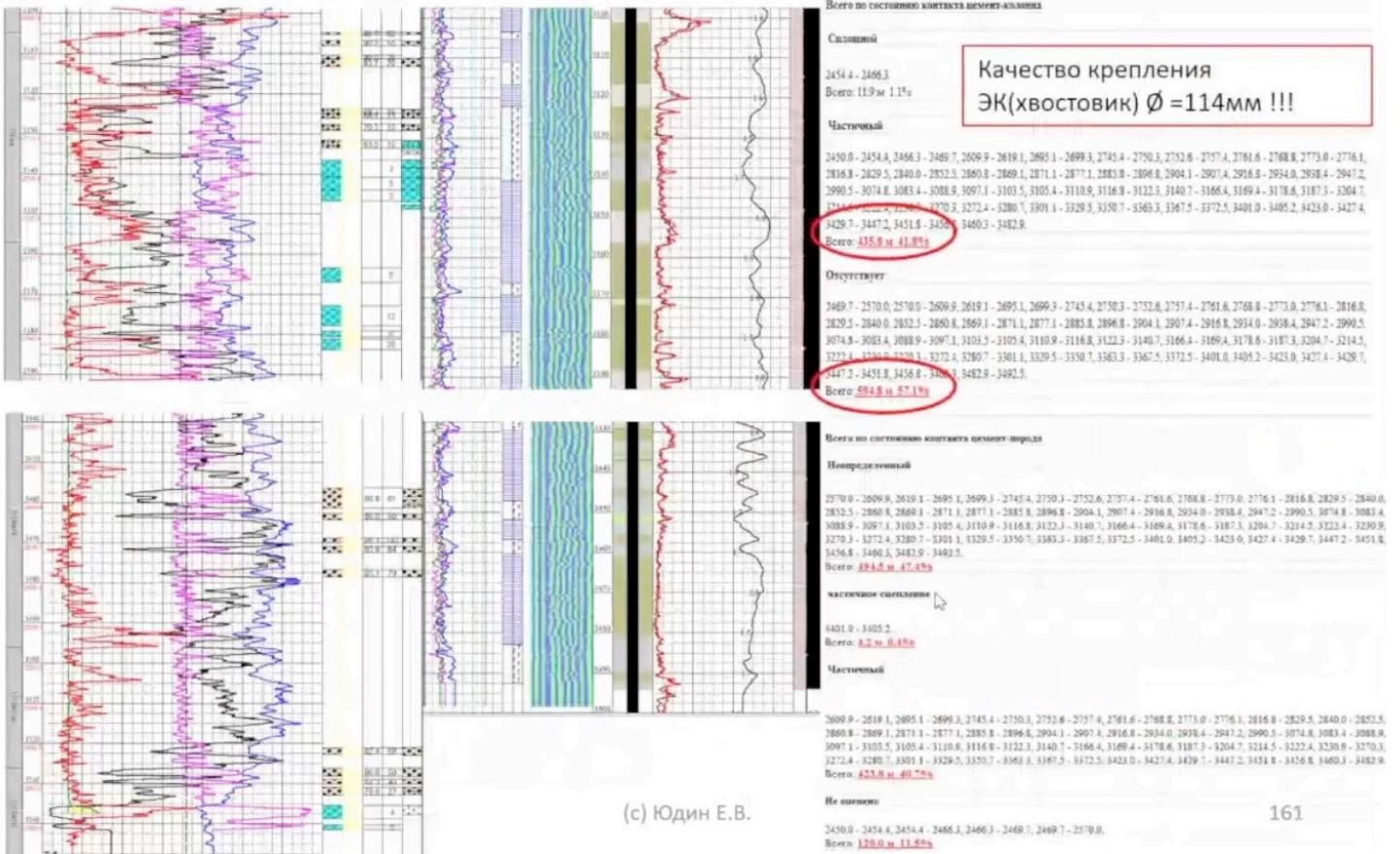
Таблица 2.2.2 - Свойства и химический состав пластовых вод Западно-Хоседаевского месторождения. Пласти D3fmII-IV

| №п/п | Параметр | Диапазон изменения | Средние значения |
|------|---|---------------------|------------------|
| 1 | Газосодержание, м ³ /м ³ | 1,52 | 1,52 |
| 2 | Плотность воды, кг/м ³ | | |
| | - в стандартных условиях | 1124–1138 | 1133 |
| | - в условиях пласта | 1082,2–1112,5 | 1108,6 |
| 3 | Вязкость в условиях пласта, МПа с | 0,67 | 0,67 |
| 4 | Коэффициент сжимаемости, 10 ⁻⁴ МПа ⁻¹ | 4,2 | 4,2 |
| 5 | Объемный коэффициент, единица | 1,022 | 1,022 |
| 6 | Химический состав воды, мг/дм ³ | | |
| | -Na ⁺ + K ⁺ | 55233,4 – 66479,0 | 61141,2 |
| | -Ca ²⁺ | 10420,8 – 16633,2 | 12291,6 |
| | -Mg ²⁺ | 1458,0 – 3283,2 | 2085,0 |
| | -Cl ⁻ | 110869,9 – 130484,2 | 122056,1 |
| | -HCO ₃ ⁻ | 0 – 1000,4 | 327,9 |
| | -CO ₃ ²⁻ | отс. | отс. |
| | -SO ₄ ²⁻ | 500,0 – 1926,39 | 706,4 |
| | -NO ₃ ⁻ | 248,9 – 274,2 | 261,6 |
| | -Br ⁻ | 524,8 – 556,8 | 540,8 |
| | -I ⁻ | 29,1 – 27,9 | 28,5 |
| | -Li ⁺ | - | - |
| | -Ba ²⁺ | - | - |
| | -Cs ⁺ | - | - |
| 7 | Общая минерализация, г/дм ³ | 181,3 – 213,1 | 198,8 |
| 8 | Водородный показатель, pH | 4,18 – 6,54 | 6,0 |
| 9 | Химический тип воды, промышленный (по В.А. Зулину) | хлоркальциевый | хлоркальциевый |
| 10 | Количество исследованных проб (скважин) | 22 | 22 |

Вода по скв. №3205 отличается по свойствам от пластовых вод D3fm

Пример заводнения гидрофобного коллектора: Прорыв по заколонному пространству воды из вышележащего водоносного горизонта

■ Заключение по качеству цементирования скв №3203



11.4 Инструменты контроля заводнением

Ключевые показатели эффективности управления заводнением

- Уровень компенсации относительно целевого
- Среднее пластовое давление

Энергетическое состояние

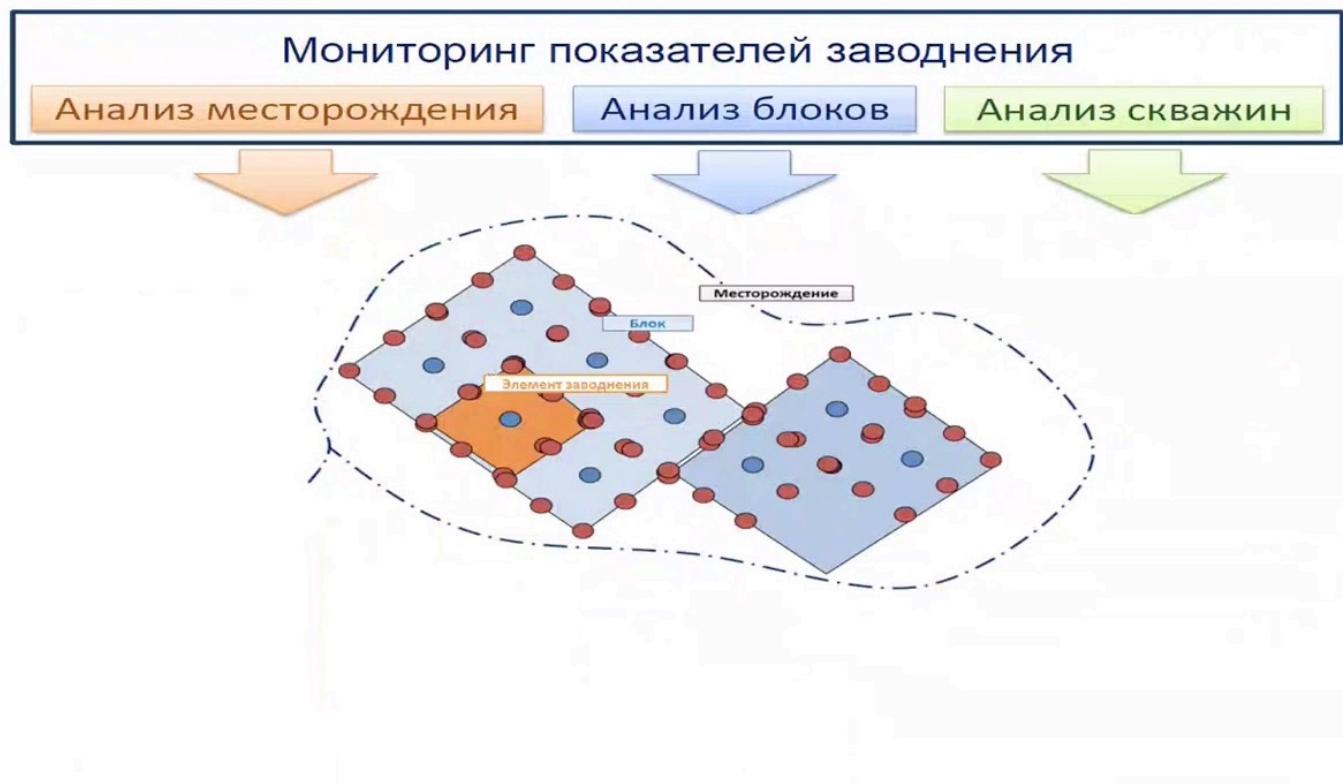
- Эффективность выработки запасов
- Коэффициент охвата заводнением
- Текущий и прогнозный коэффициент извлечения нефти

Нефтеотдача

- Уровень непроизводительной закачки

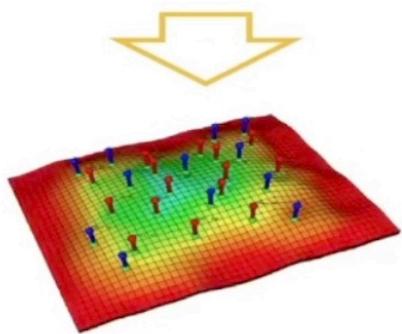
Операционная эффективность

Уровень анализа



Уровень анализа

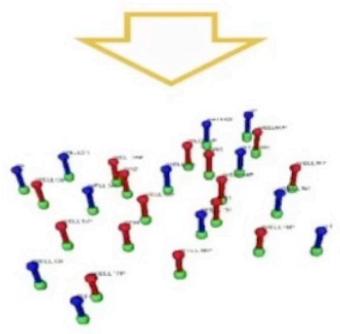
Анализ месторождения



Анализ блоков



Анализ скважин

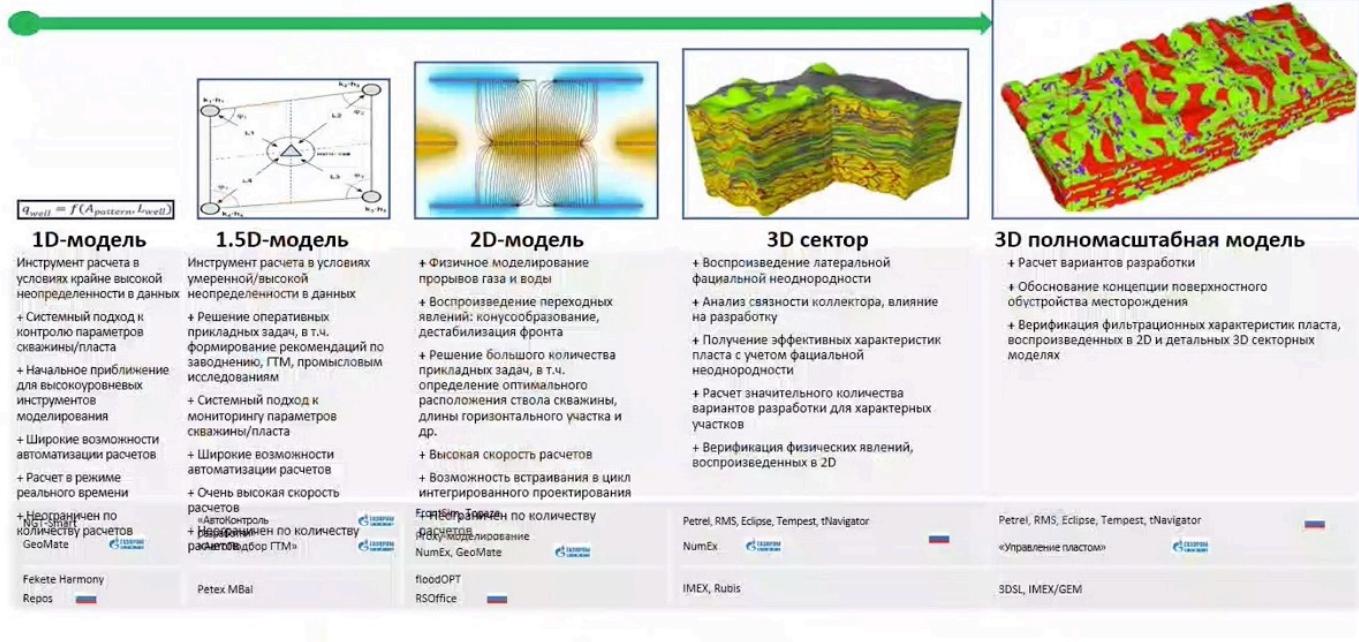


- + Все объекты вместе
- + Глобальные проблемы
- Недостаточен для составления программ мероприятий

- + Скорость анализа
- «Незамкнутая система»
- Эффект «среднего по больнице»

- + Детализация проблем
- + Обоснование принятия решения по скважине
- Сложность учета окружения

Иерархия моделирования



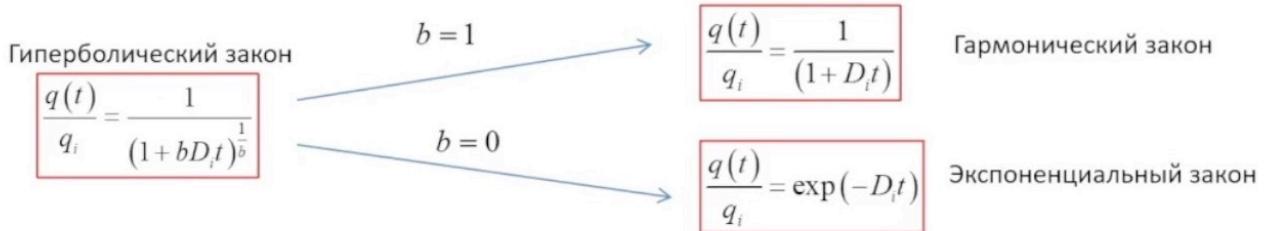
ИЕРАРХИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

| 1D модель | Псевдо 2D модель | 2D модель | 3D сектор | 3D полномасштабная модель |
|--|---|---|--|---|
| <p>Инструмент расчета в условиях крайне высокой неопределенности в данных</p> <ul style="list-style-type: none"> + Системный подход к контролю параметров скважины/пласта + Начальное приближение для высокогорневых инструментов моделирования + Широкие возможности автоматизации расчетов + Расчет в режиме реального времени + Неограничен по количеству расчетов | <p>Инструмент расчета в условиях умеренной/высокой неопределенности в данных</p> <ul style="list-style-type: none"> + Решение оперативных прикладных задач, в т.ч. формирование рекомендаций по заводнению, ГТМ, промысловым исследованиям + Системный подход к мониторингу параметров скважины/пласта + Широкие возможности автоматизации расчетов + Очень высокая скорость расчетов + Возможность встраивания в цикл интегрированного проектирования + Неограничен по количеству расчетов | <ul style="list-style-type: none"> + Физическое моделирование прорывов газа и воды + Воспроизведение переходных явлений: конусообразование, дестабилизация фронта + Решение большого количества прикладных задач, в т.ч. определение оптимального расположения ствола скважины, длины горизонтального участка и др. + Высокая скорость расчетов | <ul style="list-style-type: none"> + Воспроизведение латеральной фациальной неоднородности + Анализ связности коллектора, влияние на разработку + Получение эффективных характеристик пласта с учетом фациальной неоднородности + Расчет значительного количества вариантов разработки для характерных участков + Верификация физических явлений, воспроизведенных в 2D | <ul style="list-style-type: none"> + Расчет вариантов разработки + Обоснование концепции поверхностного обустройства месторождения + Верификация фильтрационных характеристик пласта, воспроизведенных в 2D и детальных 3D секторных моделях |

11.4.1 Анализ кривых падения добычи: кривые Арпса

Анализ кривых падения добычи: кривые Арпса

- Арпс предложил параметрическое семейство кривых падения добычи
- Данные кривые не связаны с каким либо физическим принципом и не основаны на каких либо моделях



- Экспоненциальное падение является наиболее быстрым и, как будет показано далее, соответствует истощению чисто нефтяной замкнутой залежи. При планировании извлекаемых запасов аудиторы используют именно этот закон.
- **Упражнение 1:** показать переход к экспоненциальному закону с помощью (разложение в ряд Тейлора и использование первого замечательного предела)
- **Упражнение 2:** построить на одном графике кривые Арпса для различных параметров b и D

↓

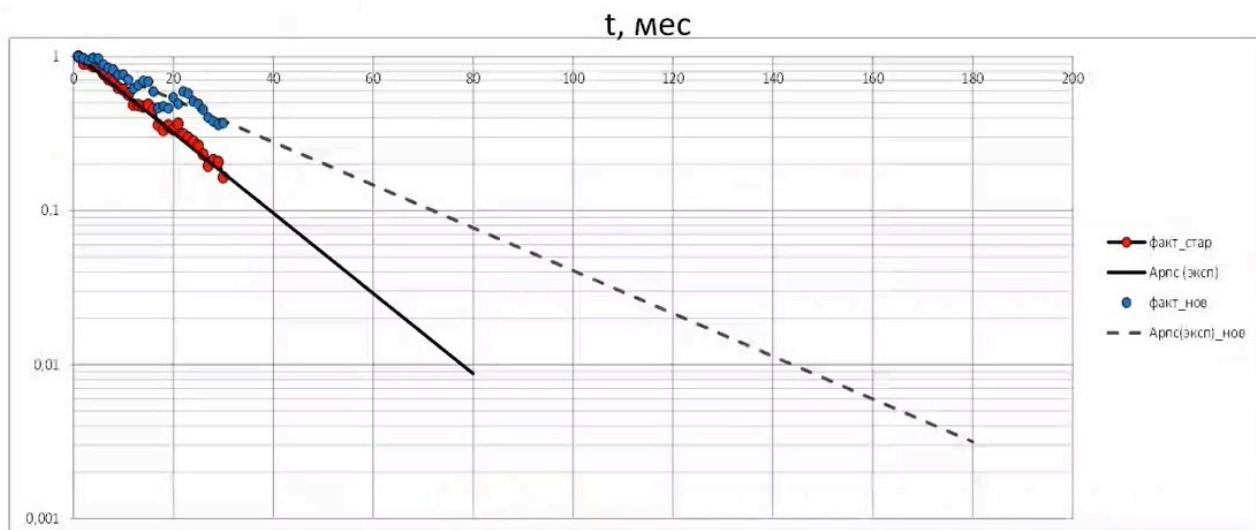
$$\frac{q(t)}{q_i} = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + bD_i t)^{\frac{1}{b}}} = \lim_{b \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + bD_i t} \right)^{\frac{1}{b}} = \lim_{b \rightarrow 0} (1 - bD_i t)^{\frac{1}{b}} = \exp(-D_i t)$$

(*) Arps J.J. Analysis of Decline Curves // SPE 945228-G-P (c) Юдин Е.В.

168

Оценка кривых падения для реального месторождения

- Аудиторы оценивают самый консервативный сценарий
- Необходимо обращать внимание на скважины, снижающие дебит по техническим причинам
- Пример для Западно-Хоседаюского месторождения



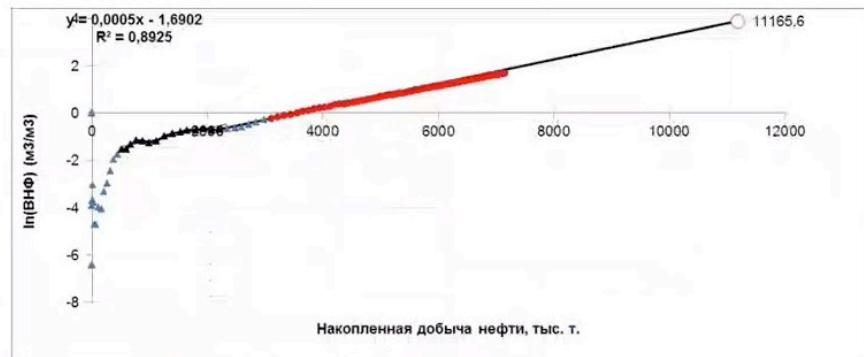
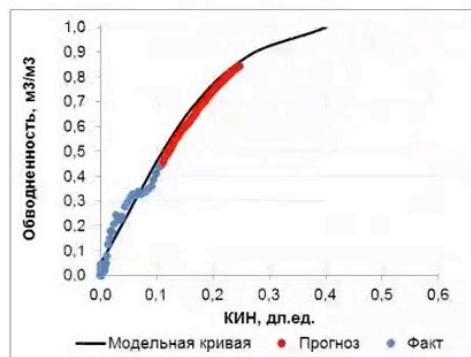
- - оценка по всем скважинам
- - оценка по скважинам без ЗКЦ

(с) Юдин Е.В.

169

Интегральный анализ месторождения

- Для оценки запасов предварительно необходимо интегрально оценить запасы на месторождении
 - построить характеристики вытеснения с учетом работы всех скважин с начала разработки (с использованием метода Дейкстры-Парсонса)
 - Верифицировать результаты с помощью диагностического графика $\ln(B\Phi)/Q_{нак}$



- Накопленная добыча по переходящему фонду на конец периода разработки (обв. 98%) составляет около 11 млн.т., что подтверждается при построении графика зависимости $\ln(B\Phi)/\text{Нак.добр.}$

(с) Юдин Е.В.

170

11.4.2 Экспертный анализ взаимовлияния скважин

Экспертный анализ взаимовлияния скважин

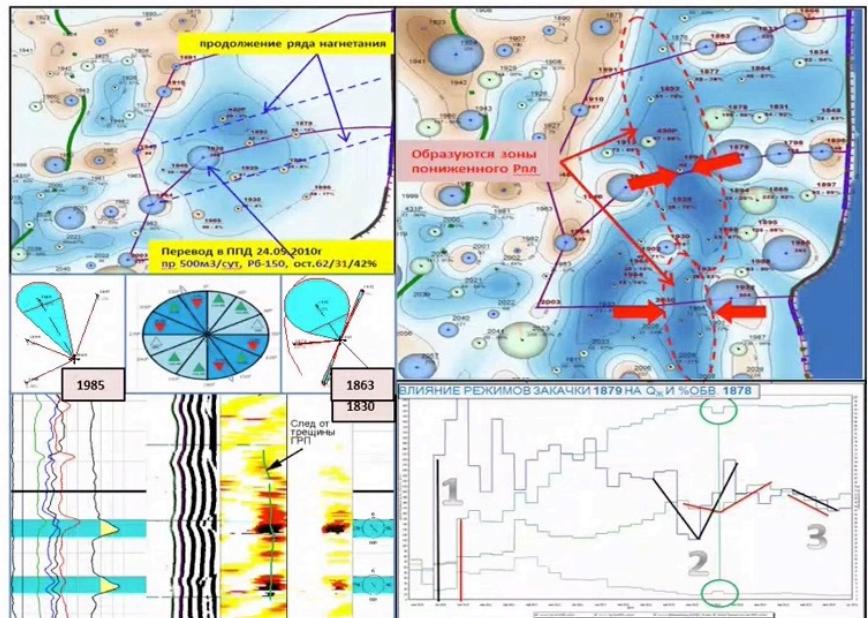
По проекту разработки рекомендовано продолжение формирования рядной системы с добавлением элементов приконтурного заводнения.

На текущий момент реализована система разработки с треугольным размещением скважин с элементами рядной системы и очагового заводнения (переводы в ППД не по проекту, а наименее рентабельные скважины).

По скважинам ППД наблюдается обводнение скважин окружения преимущественно в направлении регионального стресса. При этом отмечается слабое влияние ППД в ортогональном направлении к линии стресса. На текущий момент наблюдается образование вытянутых в направлении север-юг зон пониженного пластового давления.

Образование трещин авто-ГРП (наличие, направление, длина, давление раскрытия/смыкания трещины) подтверждено:

- трассерными исследованиями;
- корреляциями: закачка-Qж-обводнённость;
- индикаторными диаграммами и графиками Холла;
- специальным ГД исследованием скв. 1861;
- исследованием кросс-дипольным АК скв. 1830.



11.4.3 Материальный баланс

Материальный баланс для нефтяных пластов

*Простейшая динамическая («нольмерная модель»), основанная на принципе, согласно которому извлеченный из системы объем равен сумме изменения первоначального объема (за счет сжимаемости) и привнесенного объема

$$V_{\text{извлеченный}} = \Delta V_{\text{первоначальный}} + V_{\text{привнесенный}}$$

- В случае отсутствия притока из аквифера и добычи только нефти выше давления насыщения в отсутствии закачки:

$$N_p B_o = \Delta V_o + \Delta V_w + \Delta V_\phi$$

$$\Delta V_w = V_w C_w \Delta P = V_{wi} \frac{s_w}{s_{wi}} C_w \Delta P = V_{por} s_{wi} \frac{s_w}{s_{wi}} C_w \Delta P = \\ = \frac{V_{oi}}{s_{oi}} s_{wi} \frac{s_w}{s_{wi}} C_w \Delta P = V_{oi} \frac{s_w}{s_{oi}} C_w \Delta P$$

$$N_p B_o = N B_{oi} \Delta P C_t$$

$$C_t = \frac{C_o + (1 - s_w) C_o + s_w C_w}{1 - s_{wi}}$$

$$\Delta V_o = V_{oi} \frac{s_o}{s_{oi}} C_o \Delta P \\ \Delta V_\phi = V_\phi \Delta P = \frac{V_{oi}}{s_{oi}} C_\phi \Delta P$$

- Общая формула для залежи с активным аквифером и закачкой

$$W_e + \lambda W_{inj} + G_{inj} - N_p [B_o + B_g (R_p - R_{ci})] - W_p = \\ = N_0 \left[(B_o - B_{oi}) + \frac{B_{oi}}{1 - s_{wi}} (c_f + s_w c_w) \Delta P + \frac{m B_{oi}}{B_{gi}} (B_g - B_{gi}) \right] + N_w (c_f + c_w) \Delta P \\ N_p B_o = N B_{oi} \Delta P C_t + W_e + (\lambda W_{inj} - W_p) B_w$$

Добыча:

- Нефти
- Воды из аквифера и закачиваемой воды
- Газа, растворенного в нефти, газа из газовой шапки



Приток:

- Закачка воды и приток воды из аквифера
- Закачка газа
- Воды из аквифера и закачиваемой воды

Общая формула

- Для насыщенного пласта с газовой шапкой:

$$\begin{aligned}
 & [добыча] \quad [закачка] \\
 & W_e + \lambda W_{inj} B_w + G_{inj} = N_p [B_o + B_g (R_p - R_{si})] - W_p B_w \\
 & = N_0 \left[(B_o - B_{oi}) + \frac{B_{oi}}{1 - s_{wi}} (c_f + s_w c_w) \Delta p + \frac{m B_{oi}}{B_{gi}} (B_g - B_{gi}) \right] + N_w (c_f + c_w) \Delta p
 \end{aligned}$$

[сжимаемость нефти, воды, газа и породы] [сжимаемость акуифера]

- Для насыщенного пласта с газовой шапкой: $B_o - B_{oi} \approx B_{oi} C_o \Delta p$

$$\begin{aligned}
 & W_e + \lambda W_{inj} B_w + G_{inj} - N_p [B_o + B_g (R_p - R_{si})] - W_p B_w = \\
 & = N_0 \left[B_{oi} C_o \Delta p + \frac{m B_{oi}}{B_{gi}} (B_g - B_{gi}) \right] + N_w (c_f + c_w) \Delta p
 \end{aligned}$$

Пояснения по символам в методе материального баланса

| Параметр | Обозначение параметра | Единицы измерения | Методы определения | |
|--|-----------------------|-------------------|---|--|
| поровой объем продуктивного пласта | N | M^3 | Геологическая модель карта начальных нефтенасыщенных толщин, объемный метод | |
| Начальные геологические запасы нефти | N_0 | M^3 | | |
| Объем подстилающей воды | N_w | M^3 | | |
| Накопленная добыча нефти | N_d | M^3 | | |
| Накопленная добыча воды | W_f | M^3 | | |
| Накопленный объем закачки воды в продуктивный пласт | W_{wz} | M^3 | Данные МФР | |
| Накопленный объем закачки газа в продуктивный пласт | G_{gz} | M^3 | | |
| Газонефтяной фактор | R_g | $\frac{M^3}{M^3}$ | $R_g = \frac{Q_g}{Q} \cdot Q_g$ - дебит газа (данные МФР), Q - дебит жидкости (данные МФР) | |
| Накопленный объем воды, поступающей в продуктивный пласт из азимута | W_v | M^3 | Вычисляется при адаптации динамики пластового давления | |
| Объемный коэффициент нефти с растворенным газом при текущем пластовом давлении | B_o | $\frac{M^3}{M^3}$ | | |
| Объемный коэффициент нефти при начальном пластовом давлении | B_{o0} | $\frac{M^3}{M^3}$ | | |
| Объемный коэффициент газа при текущем пластовом давлении | B_g | $\frac{M^3}{M^3}$ | Утвержденный алгоритм физико-химических свойств насыщающих флюидов | |
| Объемный коэффициент газа при начальном пластовом давлении | B_{g0} | $\frac{M^3}{M^3}$ | | |
| Начальная растворимость газа | R_{g0} | $\frac{M^3}{M^3}$ | | |
| Содержание нефти | c_n | atm^{-1} | | |
| Содержание породы | c_p | atm^{-1} | | |
| Содержание воды | c_w | atm^{-1} | Утвержденный алгоритм физико-химических свойств насыщающих флюидов | |
| Эффективная скимаемость системы | c_i | atm^{-1} | $c_i = c_n(1-s_w) + c_p + s_w c_w$ | |

Упражнение

Дано:

- Площадь участка 100 га
- Общая скимаемость $3 \cdot 10^{-4}$ 1/атм
- Пористость: 20%
- Начальная водонасыщенность 0,2
- Мощность: 10 м
- Начальный объемный коэффициент: 1,2
- Текущий объемный коэффициент: 1,1
- Начальное пластовое давление 250 атм
- Пласт полностью изолирован
- Добыто 80000 м³ нефти и 20000 м³ воды
- Закачано 60000 м³ воды (эффективность закачки 0,9)

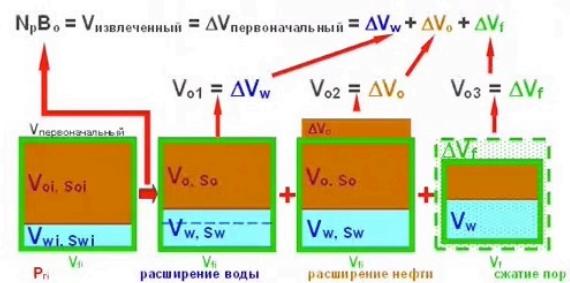
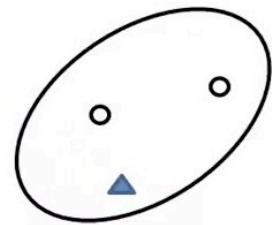
Найти:

- Определить текущее среднее пластовое давление
- Оценить максимальный достижимый КИН на данном месторождении на режиме истощения

$$КИН = \frac{N_p}{N} = \Delta PC_t$$

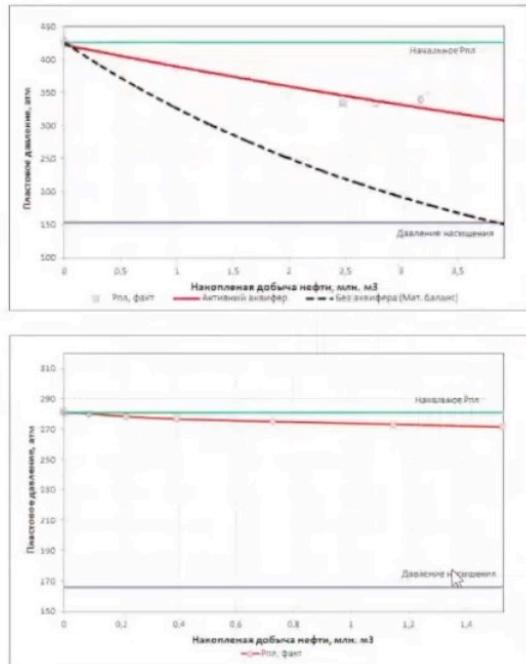
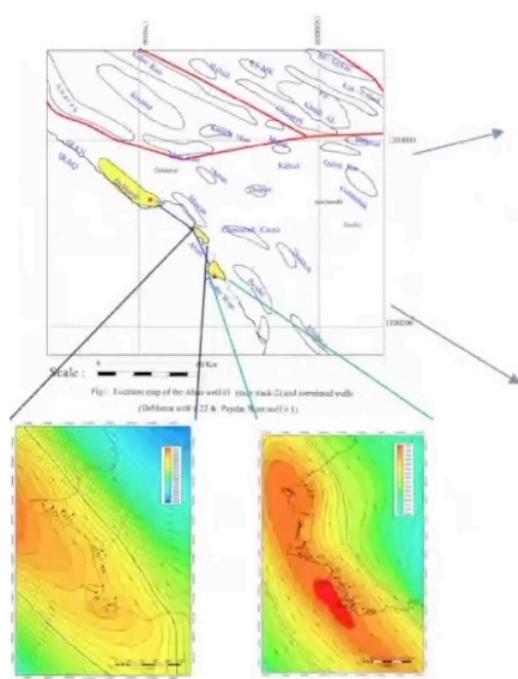
$$КИН = 200 \text{ атм} * 0,0003 \text{ атм}^{-1} = 0,06$$

$$КИН = 6\%$$



$$N_p B_o = N B_{oi} \Delta PC_t + W_e + (\lambda W_{inj} - W_p) B_w$$

Пример: использование материального баланса для оценки энергетического состояния



Анализ темпов падения Рпл показывает, что на пласте **Асмари** работа законтурной области оказывает решающее влияние на энергетику пласта. Пласт **Сарвак** имеет слабую пьезопроводность в следствии чего законтурная область менее активна.

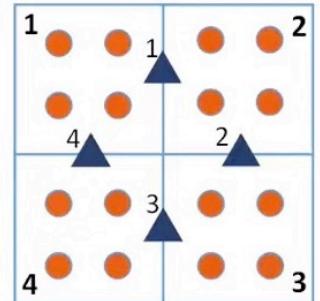
Где какой пласт?

11.4.4 Блочный материальный баланс

Постановка задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{liq k}^{j i} = \sum_{k(j)} PI_k \cdot (P_r^{j i} - P_{wf k}) \cdot t_w k \\ I_k^{j i} = \sum_{k(j)} II_k \cdot w_{kj} \cdot (P_{wf k} - [w_{kj} \cdot P_r^{j i} + (1 - w_{kj}) \cdot P_r^{n i}]) \cdot t_w k \\ V_p \cdot C_t \cdot (P_r^{j i} - P_r^{j i-1}) + \sum_{k(j)} PI_k \cdot (P_r^{j i} - P_{wf k}) \cdot t_w k - \sum_{k(j)} \Delta Q^{j i} - \sum_{k(j)} \Delta q_k^{j i} = 0, \end{array} \right.$$

где i – шаг по времени, j – блок, k – скважина



Метод Ньютона:

$$J(x)\delta = -F(x)$$

$$x^{k+1} = x^k + \delta$$

$$x^{k+1} = x^k - J^{-1}(x)F(x)$$

По 1 гипотезе: вычисление коэффициентов участия скважин геометрически, перетоки между ячейками равны 0

По 2 гипотезе: определение коэффициентов влияния по накопленной добыче, перетоки между ячейками равны 0

По 3 гипотезе: распределение добычи и закачки по Дарси, учет перетоков между блоками

$$w_{kj} = \frac{S_j}{S_n} \quad \Delta Q^{j i} = 0$$

$$w_{kj} = \frac{Q_{liq k}^{j i}}{\sum_{j(n)} Q_{liq k}^{j i}} \quad \Delta Q^{j i} = 0$$

w_{kj}

коэффициенты участия

ΔQ^{ji}

перетоки между соседними блоками

Δq_k^{ji}

перетоки за счёт скважин вблизи границ

$$w_{kj}^* = \frac{w_{kj} \cdot \frac{k_j}{\mu_j} \cdot (P_{wf k} - P_r^{j i})}{\sum_{j(n)} w_{kn} \cdot \frac{k_n}{\mu_n} \cdot (P_{wf k} - P_r^{n i})} \quad \Delta Q^{jn i} = \sum_{j(n)} \frac{k_j \cdot k_n \cdot A_{jn}}{\mu} \cdot \frac{P_r^{j i} - P_r^{n i}}{k_j \cdot D_n + k_n \cdot D_j} \cdot \Delta t_i$$

$$\Delta q_k^{j i} = II_k \cdot w_{kj} \cdot (P_{wf k} - [w_{kj} \cdot P_r^{j i} + (1 - w_{kj}) \cdot P_r^{n i}]) \cdot t_w k$$

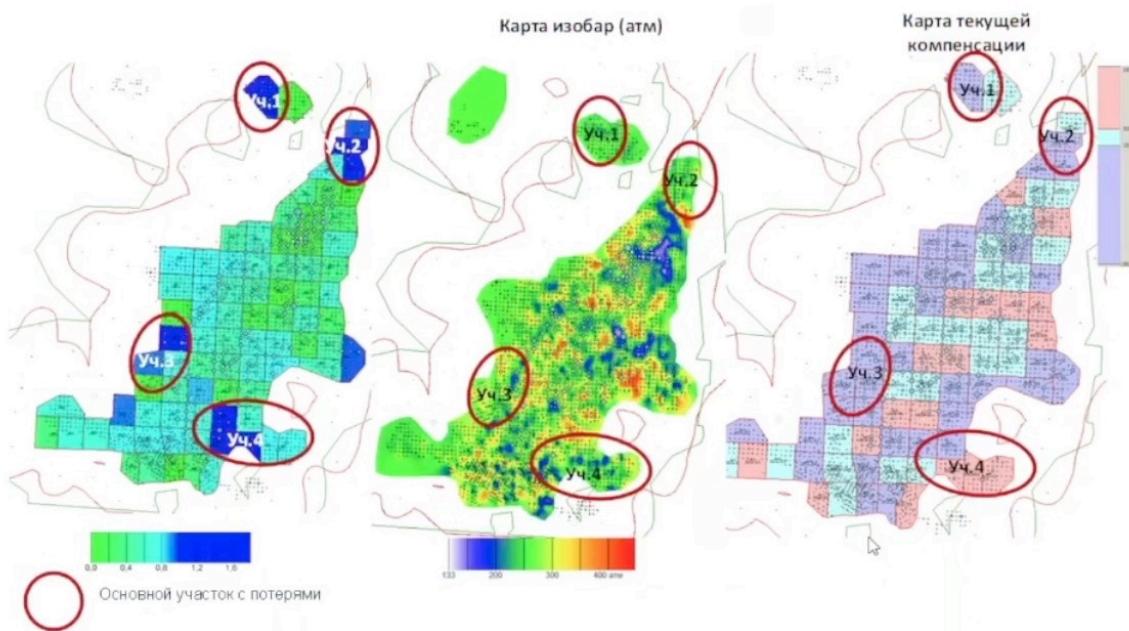
(C) Юдин Е.В.

Перевод в ППД. Ввод новых скважин



(С) Юдин Е.В.

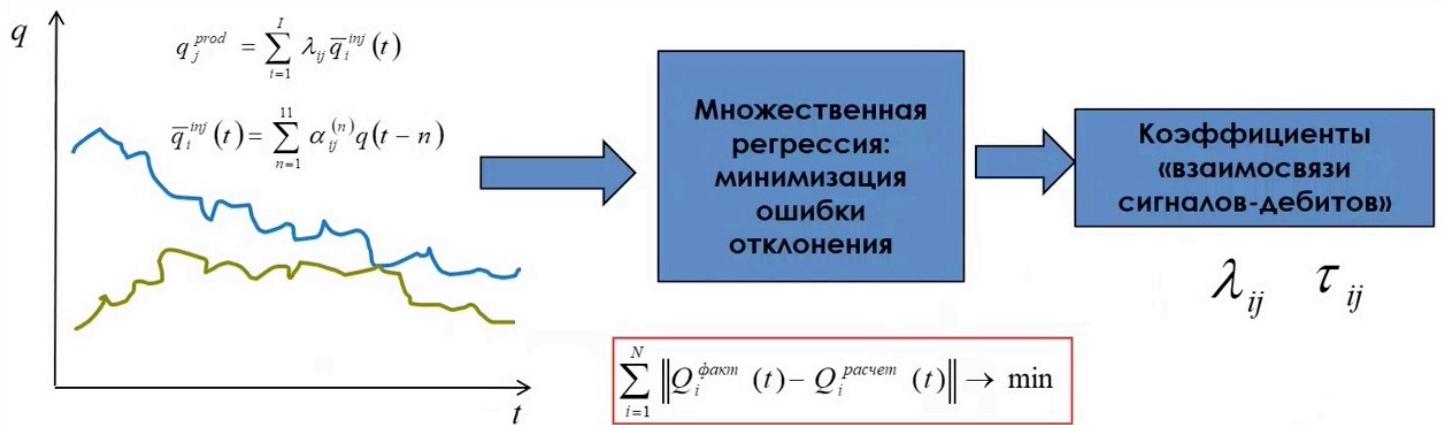
Анализ эффективности разработки с помощью материального баланса



182

11.4.5 Регрессионные модели

Регрессионные модели

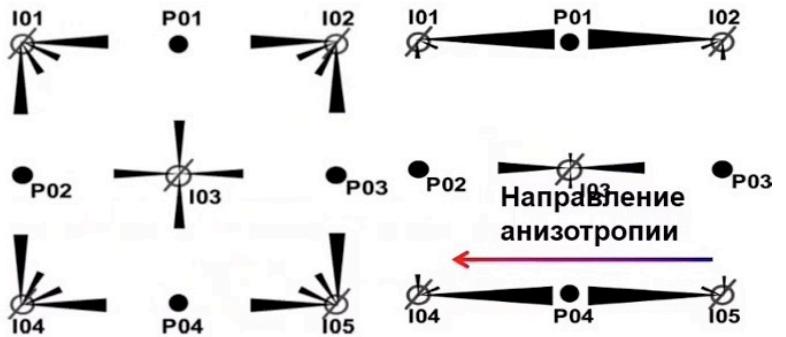


Основные недостатки:

- Отсутствие физического смысла у параметров регрессии
- Как следствие отсутствие способа связать количественно коэффициенты регрессии с параметрами пласта

Преимущества

- Скорость расчета



(C) Юдин Е. Изотропный пласт

Анизотропный пласт

184

* Рисунки из работы Albertoni A. 2003 (SPE 83381)

11.4.6 CRM-модели

Формализация CR-модели

$$c_t V_{p_i} \frac{d\bar{p}_i}{dt} = \sum_{j=0}^{N_{ij}} f_{ij} I_j(t) - q_i(t)$$

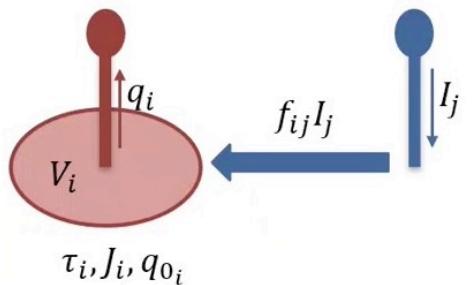
Мат. баланс

$$q_i(t) = J_i(\bar{p}_i - p_{w_i})$$

Закон Дарси

i-я добывающая скважина

j-я нагнетающая скважина



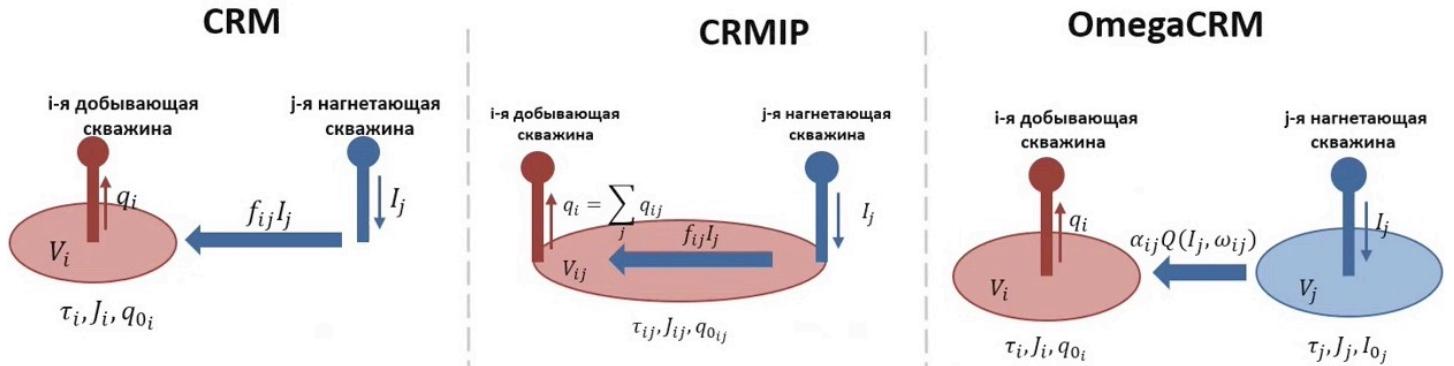
$$\bar{q}_i(t_n) = \bar{q}_i(t_{n-1}) e^{-\Delta t_n / \tau_i} + \sum_{k=1}^{N_{ij}} \left[f_{i,k} \left(I_k^n - I_k^{n-1} e^{-\Delta t_n / \tau_i} \right) \right] - \tau_i (1 - e^{-\Delta t_n / \tau_i}) \left(\sum_{k=1}^{N_{ij}} [f_{i,k} \gamma_k^n] + J_i \beta_i^n \right)$$

Задача

Оперативная оценка гидродинамической связности скважин и дебитов в краткосрочной перспективе

Исходные данные: Забойные давления и дебит жидкости добывающих скважин, дебит нагнетательных скважин

Формализация CR-модели



- Один объем дренирования для одной добывающей скважины
- Приемистость разделяется по добывающим скважинам с коэффициентами f_{ij}

- Один объем дренирования для каждой пары нагнетающая-добывающая скважина
- Дебит добывающей скважины – суммарная добыча со всех объемов дренирования скважины

- Учтёт нестационарности для расчёта притока
- Поправка для продуктивности после включения скважины
- Оценка среднего давления в поровом объеме

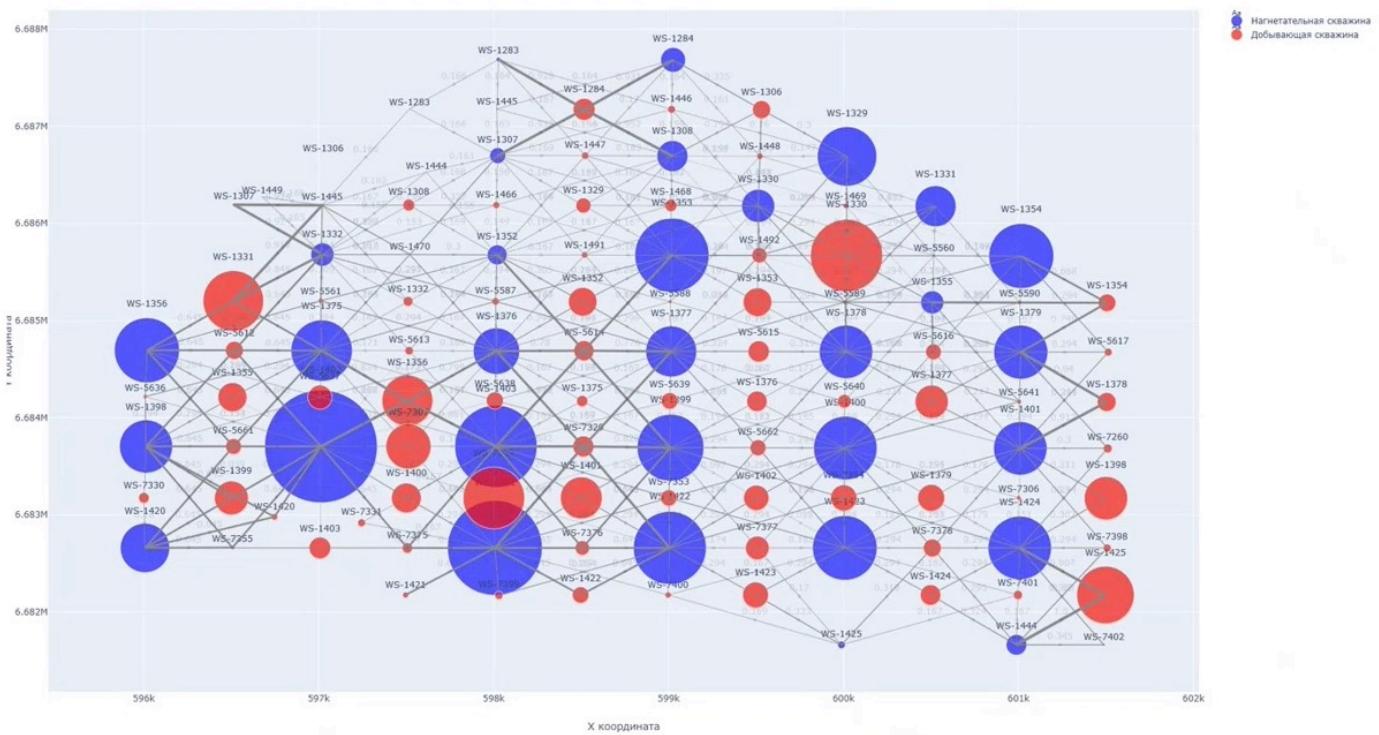
(С) Юдин Е.В.

187

Результаты CR-модели



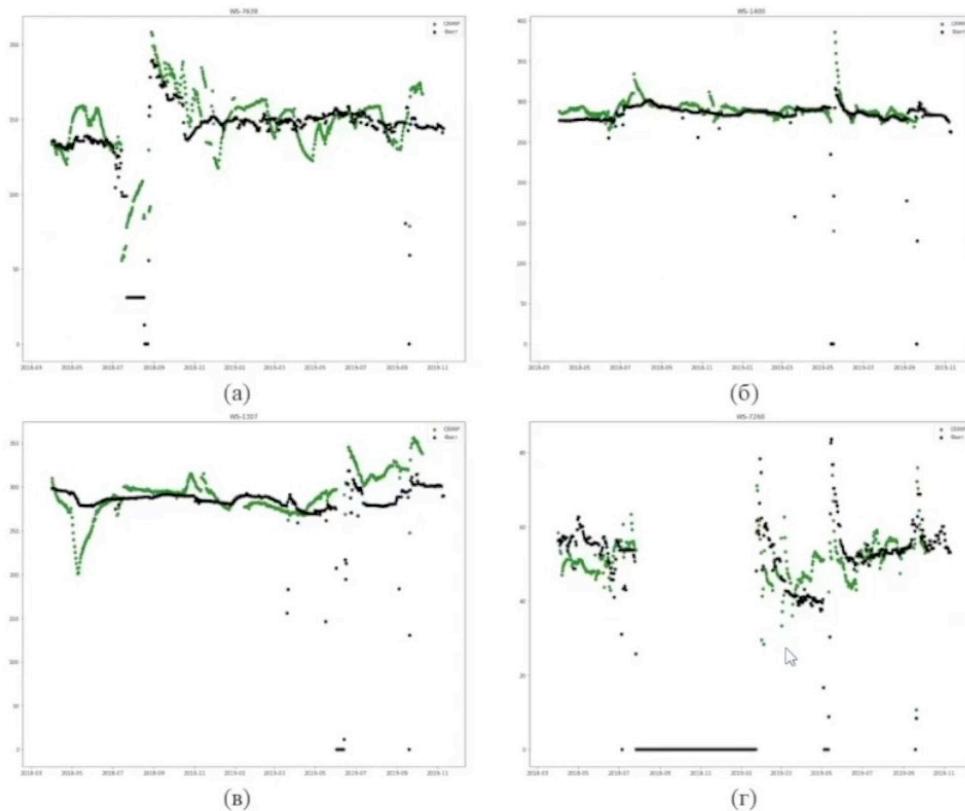
Результаты CR-модели. Карта взаимовлияния скважин



(С) Юдин Е.В.

189

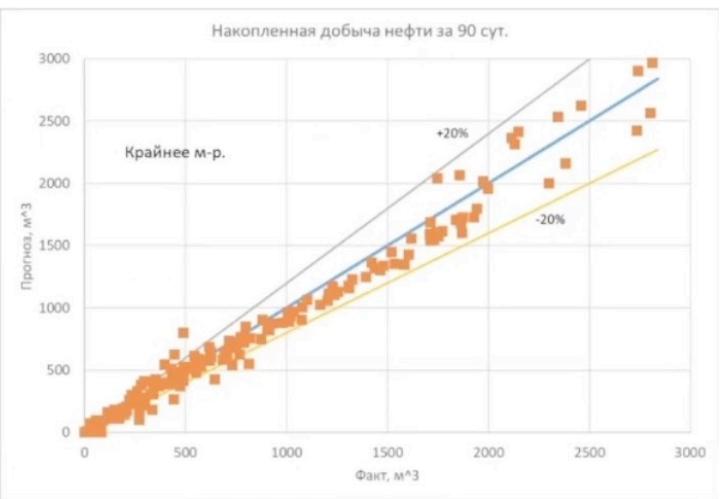
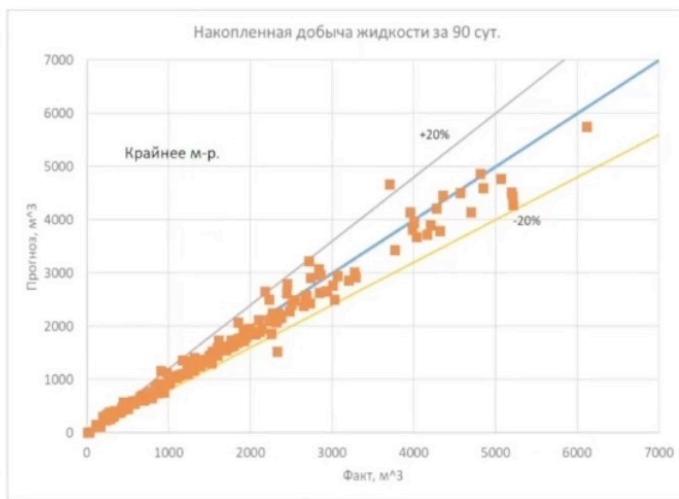
Результаты CR-модели. Прогноз добычи



(С) Юдин Е.В.

190

Крайнее м-р.



Статистика ошибок прогноза дебита жидкости

| | |
|--|-----------------------|
| Средняя абсолютная ошибка по накопленной добыче жидкости за 3 месяца | 113.71 м ³ |
| Средняя относительная ошибка по накопленной добыче за 3 месяца | менее 5% |

Статистика ошибок прогноза дебита нефти:

| | |
|--|----------------------|
| Средняя абсолютная ошибка по накопленной добыче за 3 месяца | 51.61 м ³ |
| Средняя относительная ошибка по накопленной добыче за 3 месяца | менее 15% |

Ограничения CRM

- Не учитывается изменение PVT свойств
- Не учитываются переводы скважин
- Постоянный коэффициент продуктивности скважин
- Не учитываются ввод новых скважин



(С) Юдин Е.В.

192

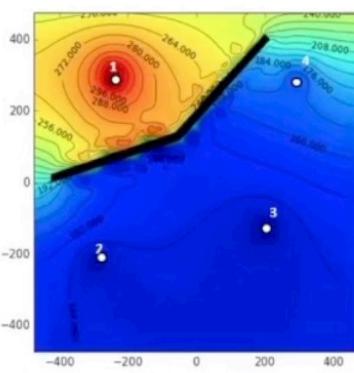
11.4.7 Матрица взаимных производительностей

Обсуждали ранее. Реально рабочий инструмент, которым можно пользоваться.

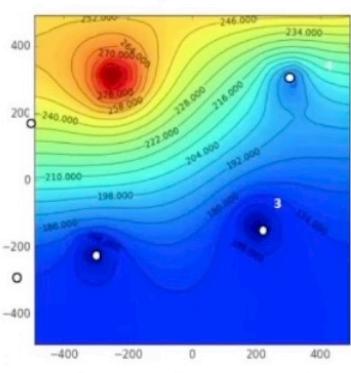
11.4.8 Метод граничных элементов

Неопределенность в пластовом давлении

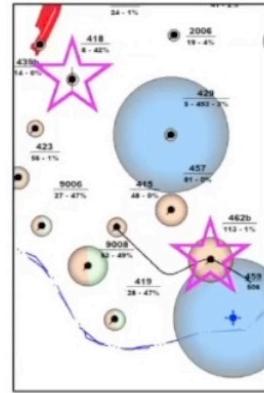
Построение достоверных карт изобар является одной из важнейших задач для любого нефтедобывающего предприятия



| № | P (бар) | Q ($\text{м}^3/\text{сут}$) |
|---|---------|-------------------------------|
| 1 | 450 | -400 |
| 2 | 100 | 110 |
| 3 | 100 | 100 |
| 4 | 100 | 200 |



| № | P (бар) | Q ($\text{м}^3/\text{сут}$) |
|---|---------|-------------------------------|
| 1 | 430 | -400 |
| 2 | 100 | 180 |
| 3 | 100 | 170 |
| 4 | 100 | 250 |



- Одинаковые результаты ГИС
- Разница в пластовом давлении
- Наличие разлома

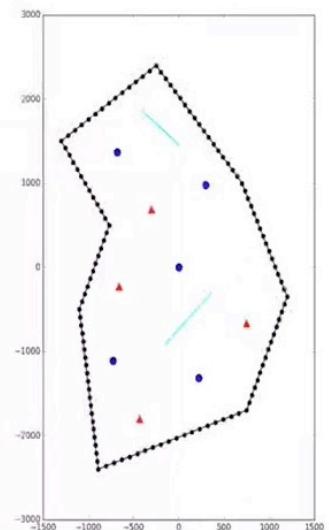
Решение уравнений 2D фильтрации с помощью МГЭ

- Краевая задача в области сводится к задаче в бесконечном пространстве
- Задача нахождения динамики поля давления сводится к нахождению динамики мощности источников по границам месторождения, границам скважин и дизъюнктивных нарушений

$$p(\vec{r}) = p_0 + \sum_{i=1}^{N_w} p_i(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{N_\Omega} p_j(\vec{r}) + \sum_{k=1}^{N_b} p_k(\vec{r})$$

- Логарифмические функции и их интегралы от них (стационарный режим)
- Интегральная экспонента и ее интегралы (нестационарный режим)
- Модифицированные функции Бесселя и их интегралы (пространство Лапласа)

- Многофазность задается путем введения эффективной вязкости и поправки Богеля, либо введенением функций псевдодавления
- Неоднородность по скважинам учитывается с помощью варианта метода возмущений: внешнее поле и аквифер считаются на средние параметры, а воздействие от скважин определяется в отдельности



191582 • Метод экспресс-анализа энергетического состояния пластов • Юдин Е.В.

Практические приложения: определения степени взаимовлияния скважин

Неоднородный пласт с дизъюнктивными нарушениями

- Аналитически невозможно свести уравнения МГЭ к виду МВП
- Предложен численный алгоритм последовательной «прогонки» для сведения уравнений МГЭ к виду МВП

$$d_i = \sum_{j=1}^{N_w} a_{ij} Q_j + \sum_{j=1}^{N_\Omega} b_{ij} \tilde{q}_j + \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{l=1}^{k_j} c_{il}^j \tilde{q}_{b_{-jl}}$$

влияние скважин влияние границ влияние дизъюнктивных нарушений

Почередно оставляем выключенной i-ую скважину, вычисляем депрессии на скважинах d_i

$$\begin{pmatrix} J_{11} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & J_{21} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & J_{31} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & J_{NN} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & \dots & \dots \\ J_{21} & J_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & J_{32} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & J_{NN} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & \dots & \dots \\ J_{21} & J_{22} & J_{31} & \dots & \dots \\ \dots & J_{32} & J_{33} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & J_{NN} \end{pmatrix} \dots$$

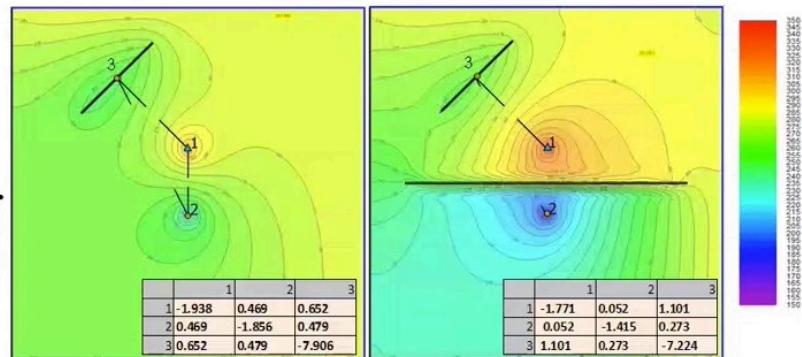
$$J_{ii} = \frac{q_i}{d_i}$$

Выключаем 1 и 2-ую скважину, вычисляем депрессии d_1 и d_2

$$J_{12} = \frac{q_1 - J_{11} \cdot d_1}{d_2}$$

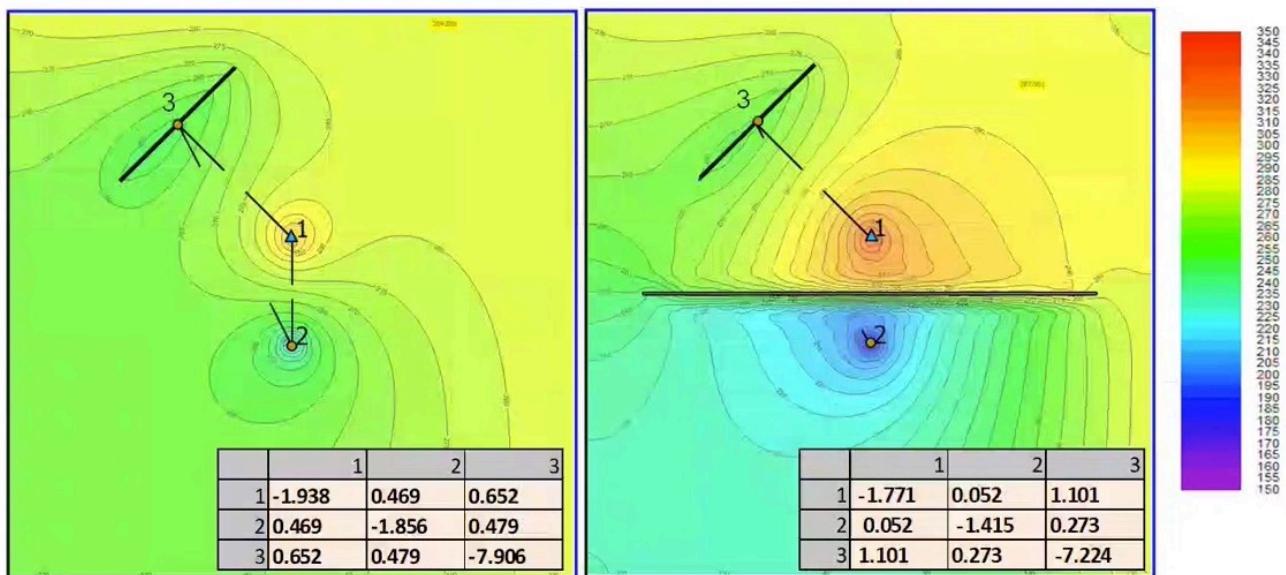
Выключаем 2 и 3-ую скважину, вычисляем депрессии d_2 и d_3

$$J_{23} = \frac{q_2 - J_{22} \cdot d_2}{d_3}$$



191582 • Метод экспресс-анализа энергетического состояния пластов • Юдин Е.В.

Примеры расчета



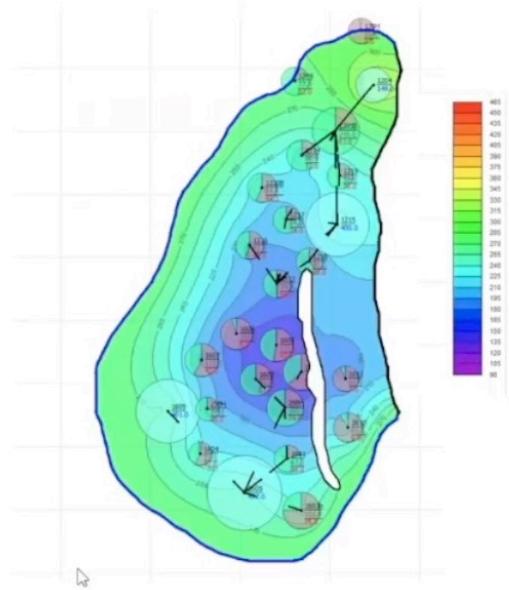
(С) Юдин Е.В.

Практические приложения: определения степени взаимовлияния скважин

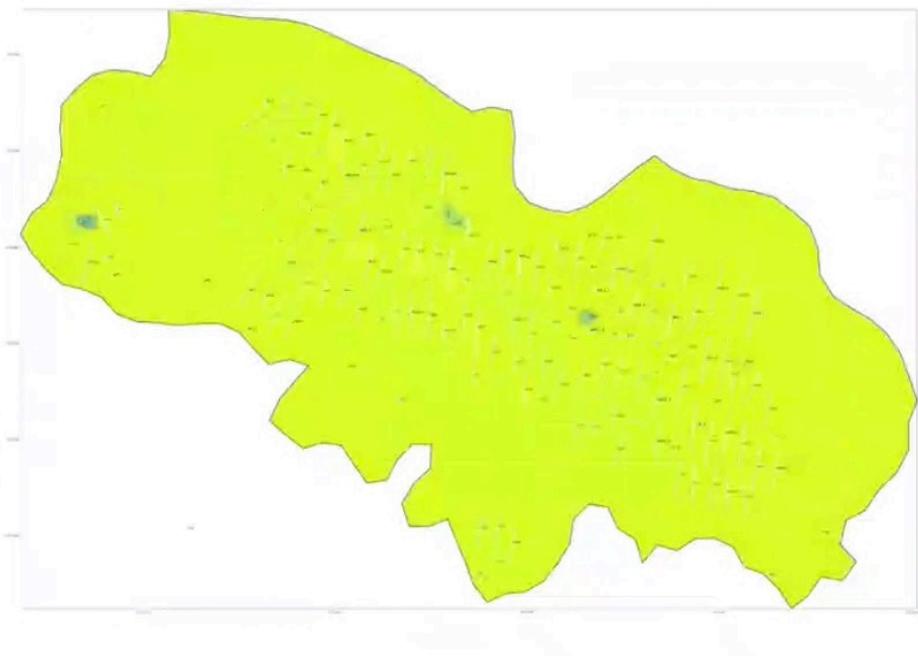
- Область применения предлагаемого алгоритма более обширна, чем было показано
- Использование матрицы взаимной продуктивности позволяет свести решение многих инженерных задач, для которых ранее требовалось использование гидродинамических симуляторов, к простым алгебраическим операциям с ее коэффициентами
- Пример: выражение для определения коэффициента снижения дебита в долгосрочной перспективе

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta Q_{ss}^i}{\Delta Q_{mst}^i} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^N J_{ij} \cdot \sum_{j=1}^N J_{ji}}{J_u \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N J_{ij} \right)}$$

Пример участка месторождения Белый Тигр



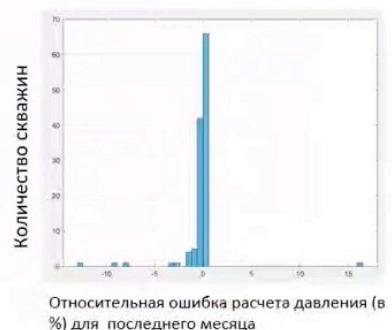
Карта Рпл для Царичанского месторождения



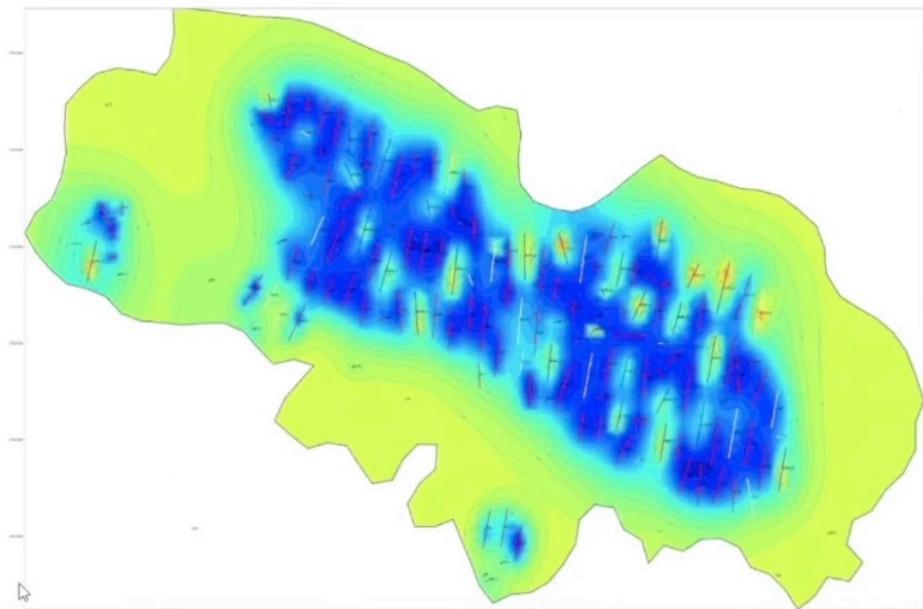
Время построения прокси модели: **1.5 часа**

Не произведена адаптация на ГДИС

Точность относительно данных ГДИС в среднем **25%**



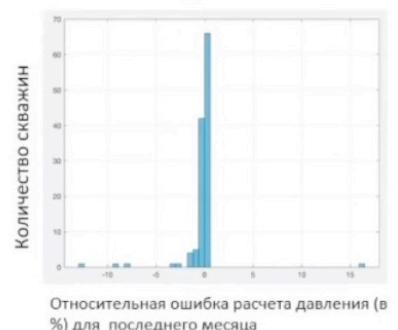
Карта Рпл для Царичанского месторождения



Время построения прокси модели: **1.5 часа**

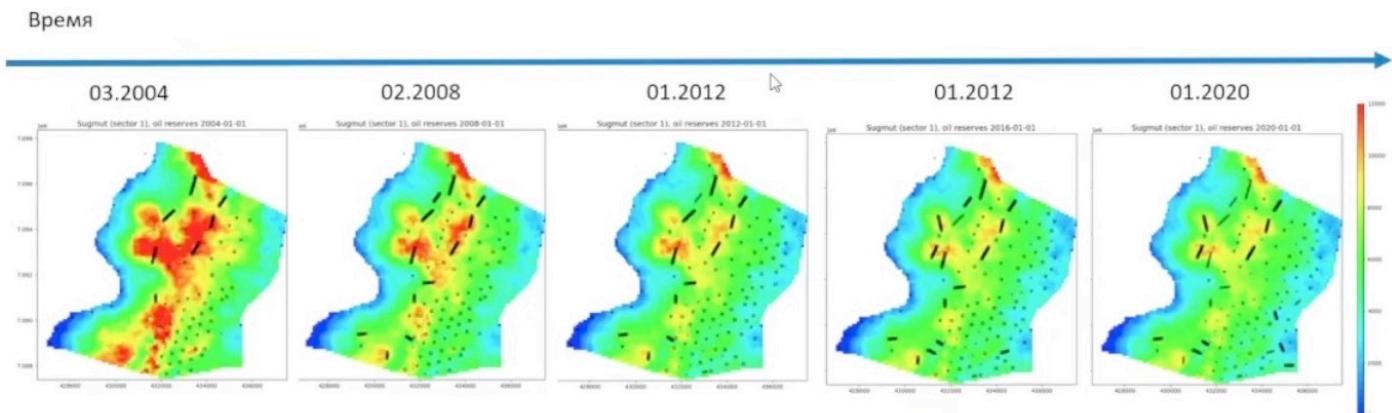
Не произведена адаптация на ГДИС

Точность относительно данных ГДИС в среднем **25%**

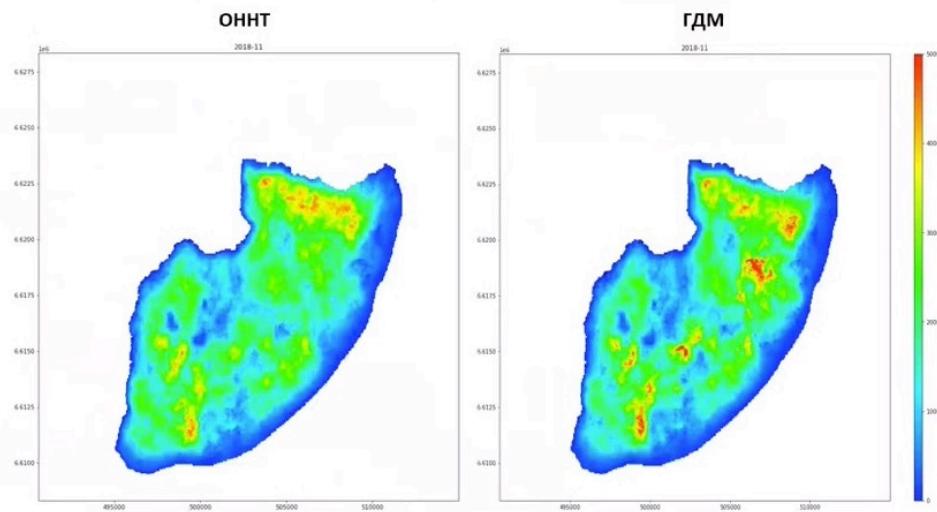


11.4.9 Построение карт остаточных нефтенасыщенных толщин (ОННТ)

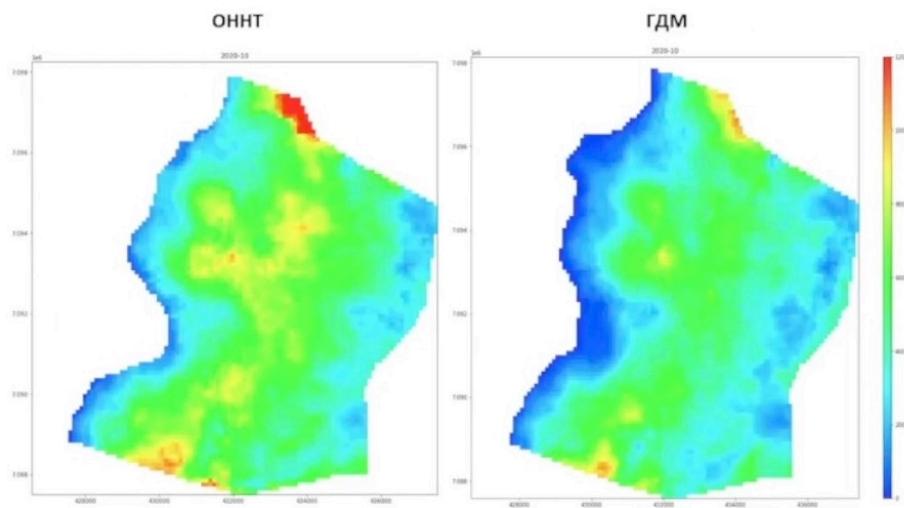
Пример расчета динамики ОННТ на секторе Сугмутского месторождения



Пример работы алгоритма построения ОННТ: сравнение с ГДМ распределения запасов для Зимнегом месторождения

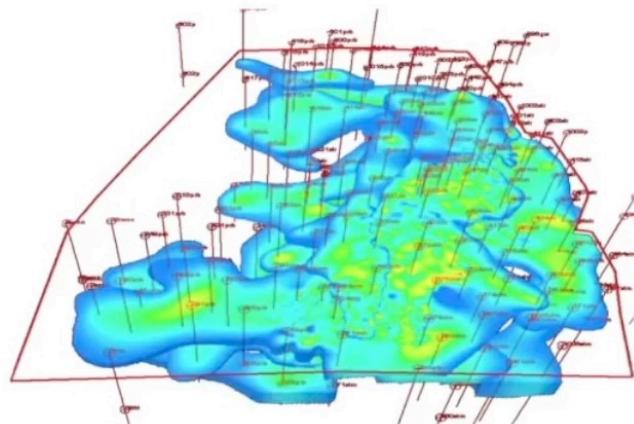


Пример работы алгоритма построения ОННТ: сравнение с ГДМ распределения запасов для сектора Сугмутского месторождения



11.4.10 Прокси моделирование

Proxy-моделирование (симулятор на трубках тока)



Параметры прокси-модели

Общее кол-во ячеек
 $450*550*3 = 700000$

Средний размер ячейки 100x100x50 м

Пласти

1-й слой - пласт AC10
2-й слой - пласт AC11
3-й слой - пласт AC12

Цели proxy-моделирования

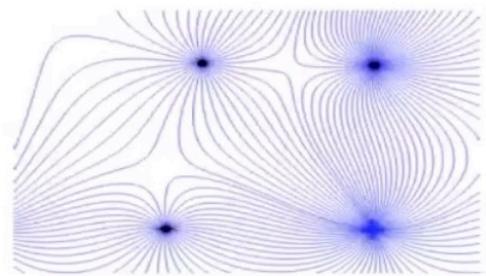
- Анализ энергетического состояния
- Анализ выработки на больших масштабах
- Управление заводнением
- Моделирование и прогноз всех видов ГТМ

Оптимизация заводнение с помощью моделирования

- **Аналитические методы:** Использование метода суперпозиций (суммирование влияния источников и стоков)

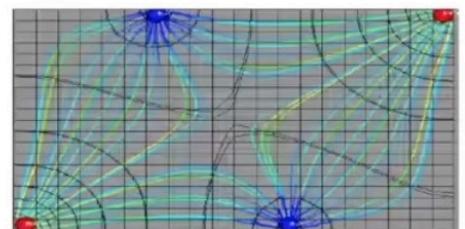
- Стационарная модель – мгновенные дебиты – $\ln(r)$
- Нестационарная модель – учет неустановившегося режима $Ei()$

NumEx



- **Численные методы:**

- Симуляторы на основе линий тока: **NGT-Smart**
- Симуляторы на разностных схемах с вычисление линий тока по потокам: tNavigator, RSOFFice, Mores



Анализ слабодренируемых зон

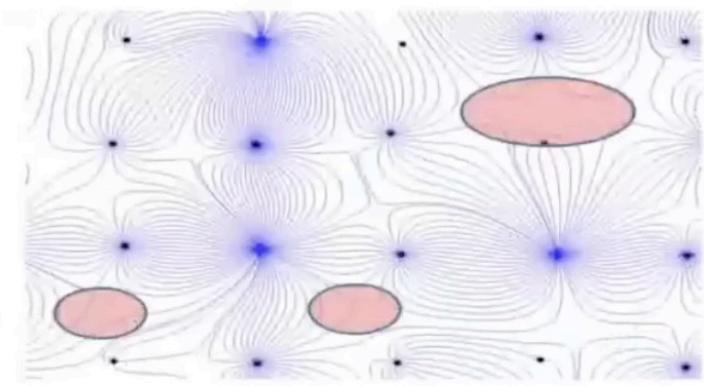
- Визуализация линий тока позволяет определить зоны слабого дренирования – застойные зоны.

За счет слабого дренирование с застойных зонах образуются **целики нефти**.

- **Действия:**

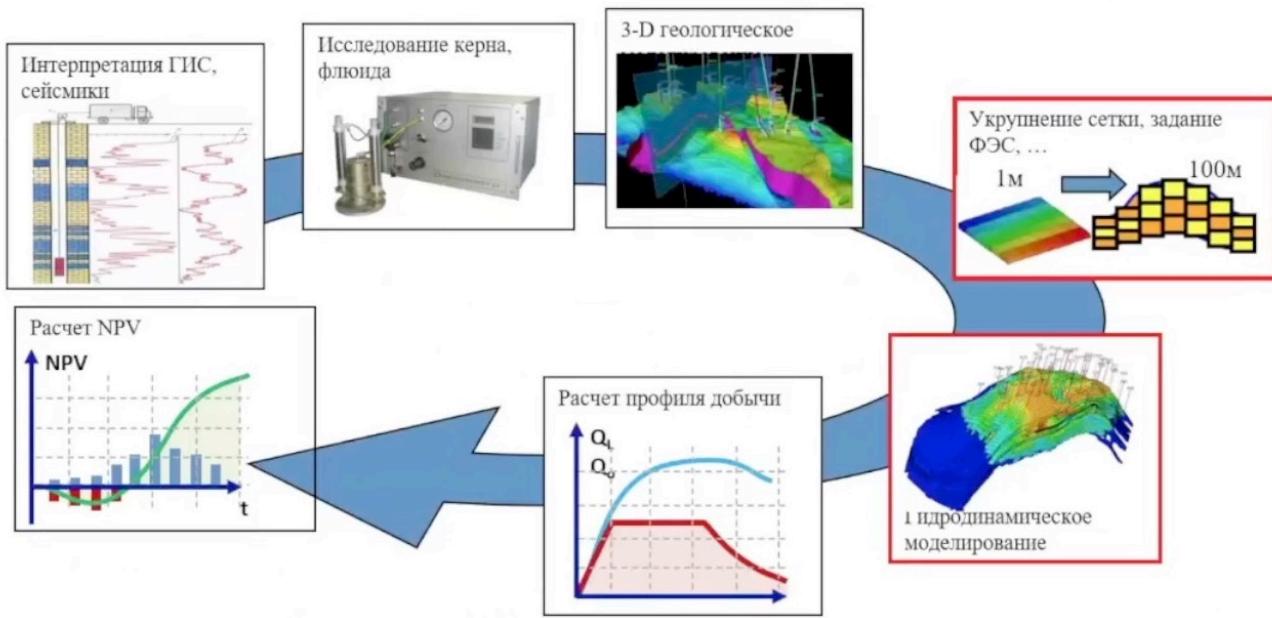
- Планирование новых скважин или забуривание боковых стволов
- Изменение режимов работы скважин с целью управления фильтрационными потоками

Это позволяет увеличить $K_{\text{окв}}$ и, как следствие, КИН



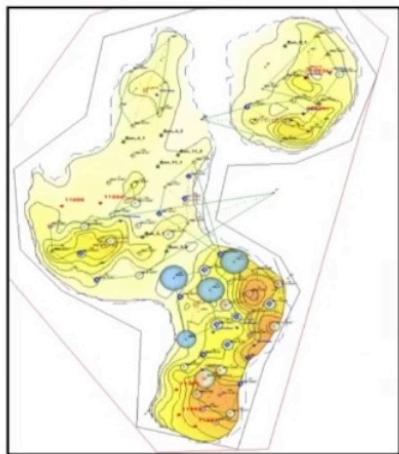
11.4.11 Полномасштабные ГДМ

Принятая схема принятия решений при разработке месторождений



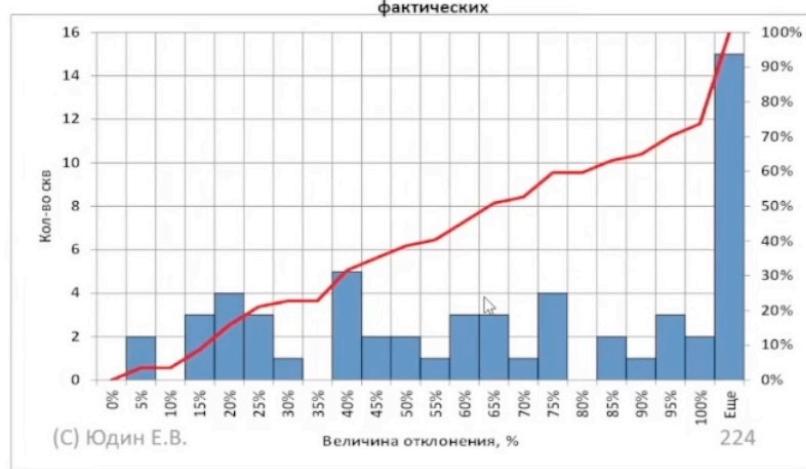
Какое место в занимает интегрированное проектирование?

Необходимость использования упрощенных моделей Пример из реальности: месторождение в Тимано-Печоре



- На примере данного месторождения рассмотрены различия в фактических дебитах и дебитах, рассчитанных из данных 3D ГДМ
- Видно, что по большинству скважин отклонения составляют более 50%
- Это делает невозможным использование модели в данном виде при решении производственных задач анализа и планирования разработки месторождений

(*) результаты на конец 2014 года



12 Семинар 20.05.2022 (Юдин Е.В.)

12.1 Анизотропия по проницаемости

Анизотропия по проницаемости

- Анизотропия по проницаемости – разная проницаемость в различных направлениях
- Чаще всего координатные оси направляют коллинеарно направлениям анизотропии
- Рассмотрим преобразование уравнений однофазной фильтрации при наличии анизотропии:

$$\varphi \mu C_t \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla_i \left(k_{ij} \nabla_j p \right)$$

где оси координат сонаправлены с
главными осями анизотропии

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix}$$

(!) проницаемость – симметричный
положительно определённый тензор

- Раскроем скобки:

Нестационарный случай

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \varphi \mu C_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

Стационарный случай

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

- **Упражнение:** вывести формулу Дюпюи для анизотропной среды – когда проницаемость по вертикали в 10 раз ниже проницаемости по вертикали

12.1.1 Анизотропия. Производительность наклонно-направленной скважины

Наклонно-направленная скважина (*)

- Рассмотрим производительность наклонно-направленной скважины в бесконечном пласте в латеральном направлении пласти

- Для решения рассматривается уравнение пьезопроводности в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} \quad p = p(r, \theta, z, t)$$

- В статье получено точное решение данной задачи на всех режимах:

- Способ решения – метод интегрирования точечных источников и метод отражения: сначала получаем решение в неограниченном пласте, а затем ищем суперпозицию с помощью «отражения» получившегося решения

$$\Delta p(r, \theta, z, t) = \frac{q_w}{8\phi C_t (\pi\kappa)^{3/2} h_w \cos \theta_w} \int_0^t \left\{ \exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa\tau}\right) \times \right. \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\frac{h_w}{2} \cot \theta_w}^{\frac{h_w}{2} \cos \theta_w} \left[\exp\left(-\frac{z'^2 \lg^2 \theta_w - 2rz' \lg \theta_w \cos \theta + (z + 2nh - z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp\left(-\frac{z'^2 \lg^2 \theta_w + 2rz' \lg \theta_w \cos \theta + (z + 2nh + z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) dz' \right] \right] d\tau$$

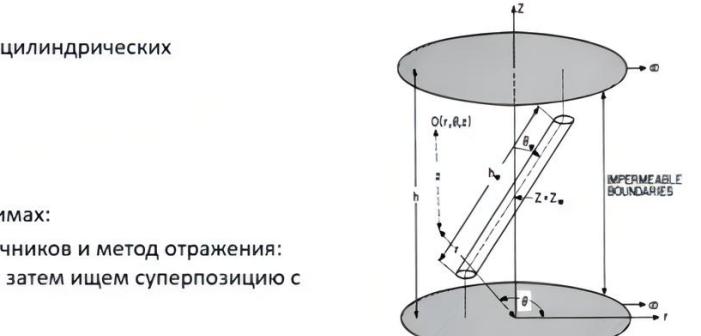


Fig. 1—Slanted well in an infinite slab reservoir.

- Поскольку авторы рассматривали решение равнопритока, то для моделирования скважины бесконечной проводимости предлагается использовать эквивалентные точки, давления в которых такие же как и для скважины бесконечной проводимости

(C) Юдин Е.В.

7

(*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Derictionally Drilled Well // SPE 5131

Наклонно-направленная скважина (*)

- Далее Синко Ли по анализу численных решений заметил, что начиная с определенного времени динамика депрессии на скважине отличается на постоянную величину от динамики депрессии для вертикальной скважины (псевдорадиальный режим)
- Тогда он определил, что из этой разницы можно вычислить псевдорадиальный скрин фактор:

$$p_D(r_D, \theta, z_D, t_D, \theta'_w, h_D) = \frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) + 0.80907 \right] + S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D)$$

- Отсюда:

$$S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D) = p_D(r_D, \theta, z_D, t'_D, \theta'_w, h_D) - \frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{t'_D}{r_D^2}\right) + 0.80907 \right]$$

- Вычислив различные скрин-факторы для разных углов, Синко Ли предложил корреляцию для зависимости скрин-фактора от угла наклона:

$$S_\theta = -\left(\frac{\theta'_w}{41}\right)^{2.06} - \left(\frac{\theta'_w}{56}\right)^{1.865} \times \lg\left(\frac{h_D}{100}\right)$$

θ'_w - замеряется в обычных градусах

$$\theta'_w < 75^\circ \quad h_D = \frac{h}{r_w}$$

- Упражнение:** построить зависимость скрин фактора от угла наклона для пласта мощностью 20 м

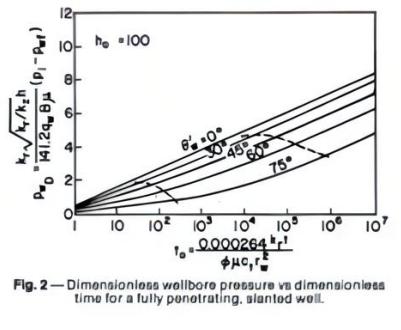


Fig. 2 — Dimensionless wellbore pressure vs dimensionless time for a fully penetrating, slanted well.

(С) Юдин Е.В.
 (*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Directionally Drilled Well // SPE 5131

Наклонно-направленная скважина (*)

- Besson et al в своей работе создал полуаналитический симулятор на точечных источниках. Для вывода аналитического выражения, авторы сравнивали скрин-фактор наклонной скважины данной длины , полностью вскрывающей пласт (таким образом длина скважины зависит от угла наклона) и скрин-фактор горизонтальной скважины, расположенной в центре пласта (по модели Giger):

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right)$$

L - длина скважины

- Из их корреляции получилось, что:

$$S_\theta - S_{gH} = \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \frac{h}{L} \ln\left(\frac{L}{h}\right) \quad \rightarrow \quad S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w}\right)$$

- Относительно угла наклона формула выглядит следующим образом

$$S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w \cos \theta_w}{h}\right) + \cos \theta_w \ln\left(\frac{h}{4r_w \sqrt{\cos \theta_w}}\right)$$

- Упражнение:** построить зависимость скрин-фактора от угла наклона по формуле Besson et al для пласта мощностью 20 м, сравнить с моделью Cinco Ley et al

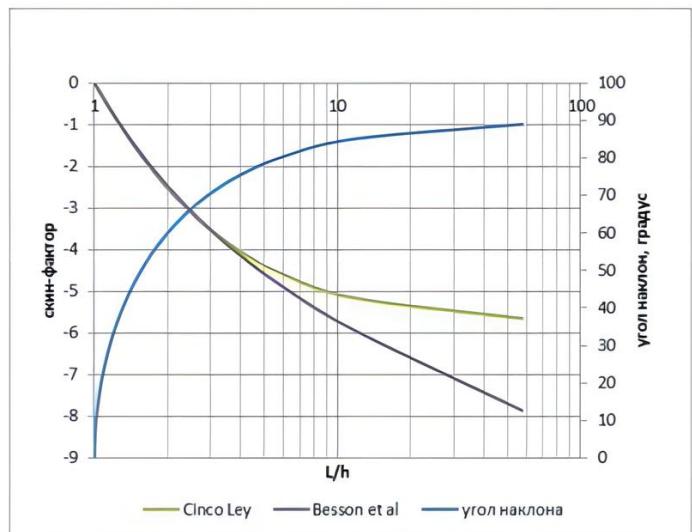
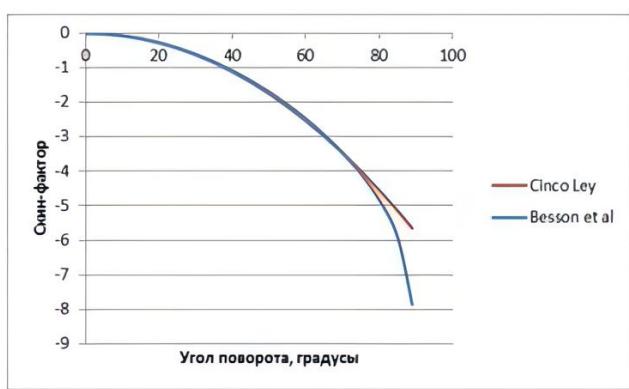
(С) Юдин Е.В.

9

(*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

Наклонно-направленная скважина (*)

- Сравнение формул Besson et al и Cinco Ley в размерных и безразмерных координатах для пласта мощностью 20 м
- Видно, что расхождение начинается при углах более 75 градусов



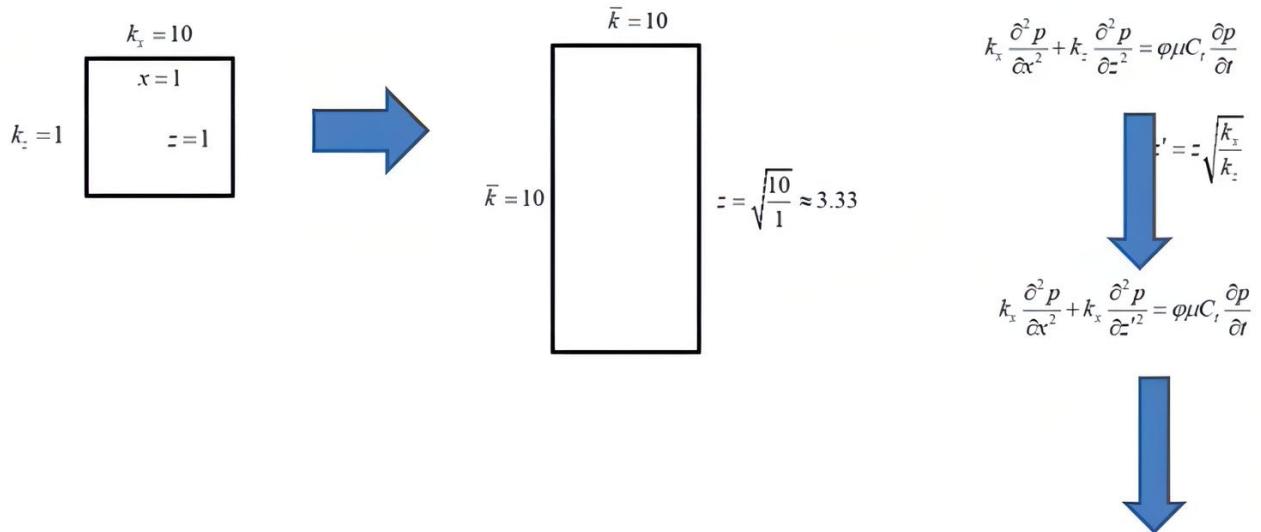
(C) Юдин Е.В.

10

12.1.2 Учёт вертикальной анизотропии: простой подход

Учет вертикальной анизотропии: простой подход

- На производительность горизонтальной и наклонной направленной скважины огромное влияние оказывает вертикальная анизотропия
- Рассмотрение фильтрации в анизотропном пласте можно свести к рассмотрению фильтрации в изотропном пласте в эффективной среде, в которой меньшая проницаемость «компенсируется» большим расстоянием



Решаем задачу в новой системе координат и делаем обратное преобразование координат

(С) Юдин Е.В.

12

12.1.3 Учёт вертикальной анизотропии: общий случай

Учет вертикальной анизотропии: общий случай

- На производительность горизонтальной и наклонной направленной скважины огромное влияние оказывает вертикальная анизотропия
- Рассмотрение фильтрации в анизотропном пласте можно свести к рассмотрению фильтрации в изотропном пласте в эффективной среде, в которой меньшая проницаемость «компенсируется» большим расстоянием

Необходимо найти такое преобразование координат, чтобы дебит скважины в новой эффективной системе был таким же:

- В более общем случае:

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \phi \mu C_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

преобразования координат

$$\begin{cases} x' = ax \\ y' = by \\ z' = cz \end{cases} \quad a \cdot b \cdot c = 1$$

Дебит скважины

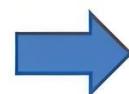
$$q = \iint_S \frac{k}{\mu} \nabla p \cdot dS$$

Поток через площадку

$$\bar{u} \cdot dS$$

Поток через площадку

$$k_x \frac{\partial p}{\partial x} dx dy + k_y \frac{\partial p}{\partial y} dx dz + k_z \frac{\partial p}{\partial z} dx dy = \bar{k} \frac{\partial p}{\partial x'} dx' dy' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial y'} dx' dz' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial z'} dx' dy'$$



$$\bar{k} = \sqrt[3]{k_x k_y k_z}$$

$$\begin{aligned} x' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} x \\ y' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} y \\ z' &= \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} z \end{aligned}$$

Показать для 2D:

$$x' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} x \quad y' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} y \quad \bar{k} = \sqrt{k_x k_y}$$

Показать для систем с осевой симметрией:

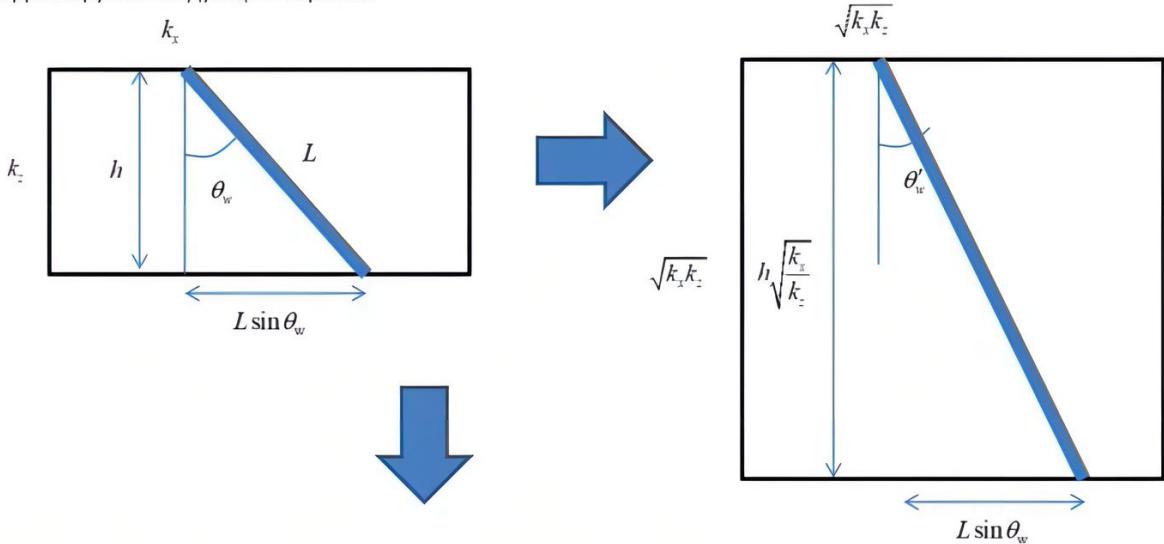
$$z' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} z \quad r' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_r}} r \quad \bar{k} = \sqrt{k_r k_z}$$

(С) Юдин Е.В.

13

Учет вертикальной анизотропии

- В случае наклонно направленной скважины в случае наличия анизотропии, формула для ее вычисления корректируется следующим образом:



$$L' = L \sqrt{\sin^2 \theta_w + \frac{k_x}{k_z} \cos^2 \theta_w}$$

$$\operatorname{tg} \theta'_w = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w$$

$$r'_w = \frac{r_w}{2} \left[1 + \sin(\theta'_w + \theta''_w) \sqrt{\frac{k_x}{k_z} \sin^2 \theta_w + \cos^2 \theta_w} \right]$$

$$\theta''_w = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{ctg} \theta_w \right) \quad \theta'_w = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w \right)$$

(C) Юдин Е.В.

14

Упражнение

Дано:

- Свойства пласта:
 - Пористость 0,2
 - Вязкость 10 сПа
 - Проницаемость 10 мД
 - Пластовое давление 250 атм
 - Забойное давление 50 атм
 - Давление насыщения 30 атм
 - Мощность 15 м
 - Радиус контура питания: 300 м
 - Угол наклона скважины 70%

Найти:

- Оценить влияние анизотропии на дебит горизонтальной скважины наклонной скважины
- Сравнить с продуктивность наклонно-направленной и вертикальной скважины для следующих параметров:
 - Отношение вертикальной к горизонтальной проницаемости 0,01
 - Изотропный случай

$$q_\theta = \frac{k_h h \Delta p}{18.4 \mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + S_{\theta} \right)}$$

12.1.4 Расчёт анизотропии для горизонтальной скважины с наклоном относительно двух осей координат

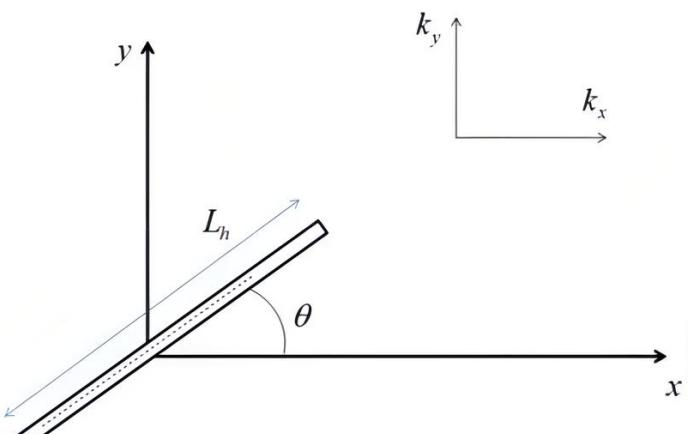
Горизонтальная скважина с наклоном относительно двух осей координат

- Проницаемость пласта: $\bar{k} = \sqrt[3]{k_x k_y k_z}$
- Координаты: $x' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} x$, $y' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} y$, $z' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} z$
- Мощность пласта: $h' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} h$
- Проекции скважины на оси координат:

$$L'_h \cos \theta' = L_h \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} \cos \theta$$

$$L'_h \sin \theta' = L_h \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} \sin \theta$$
- Длина скважины в эквивалентной среде: $L'_h = L_h \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x} \cos^2 \theta + \frac{\bar{k}}{k_y} \sin^2 \theta}$
- Угол наклона: $\theta' = \arctg \left(\sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \operatorname{tg} \theta \right)$

Горизонтальная скважина в анизотропной среде



(*) Yudin et al SPE 206652

(C) Юдин Е.В.

37

Горизонтальная скважина с наклоном относительно двух осей координат

- Радиус скважины преобразуется в эллипс:

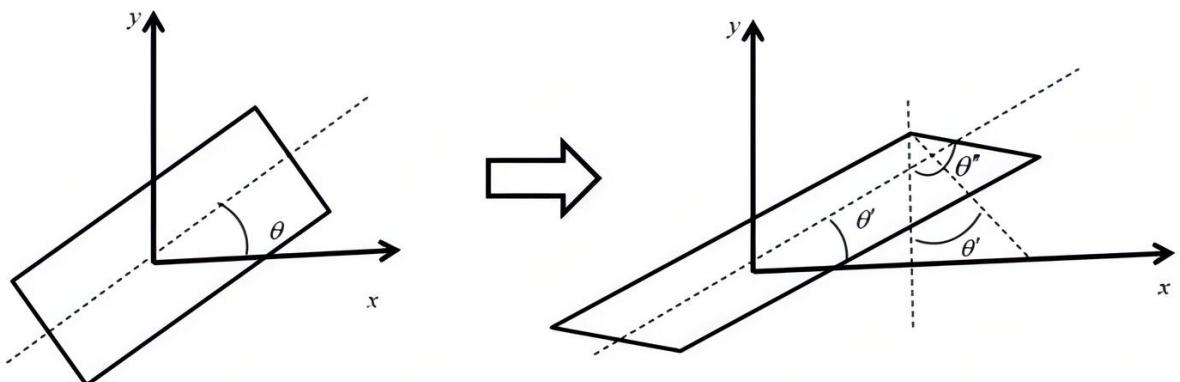
- Вертикальная полуось: $a_w = r_w \sqrt{\frac{k}{k_z}}$

- Горизонтальная полуось (эта ось изначально перпендикулярна оси скважины) $b'_w = r_w \sqrt{\frac{k}{k_x} \sin^2 \theta + \frac{k}{k_y} \cos^2 \theta}$

- Но окружность уже не перпендикулярна к оси скважины, а находится к нему под углом: $\theta'' - \theta'$ $\theta'' = \arctg\left(\sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \tan \theta\right)$

- Отсюда большая полуось перпендикулярной к оси скважины окружности $b_w = r_w \cos(\theta'' - \theta') \sqrt{\frac{k}{k_x} \sin^2 \theta + \frac{k}{k_y} \cos^2 \theta}$

- Отсюда эффективный радиус скважины: $r'_w = \frac{a_w + b_w}{2}$



(*) SPE 49236

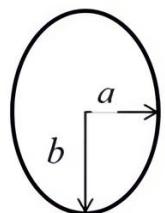
(C) Юдин Е.В.

38

Упражнение

Показать, что эффективный радиус эллиптической скважины в можно описать с помощью формулы:

$$r'_w = \frac{a + b}{2}$$



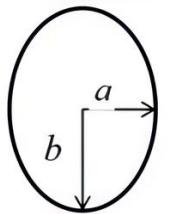
(C) Юдин Е.В.

39

Упражнение

Показать, что эффективный радиус эллиптической скважины в можно описать с помощью формулы:

$$r'_w = \frac{a+b}{2}$$



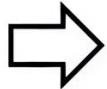
Указание:

- Воспользоваться формулой Маскета для течения к трещине в эллиптическом пласте:

$$Q_w = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \ln\left(\frac{a_e + b_e}{x_f}\right)}$$

- На установившемся режиме можно показать, что течение между конфокальными эллипсами описывается с помощью формулы:

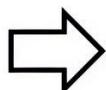
$$Q_w = \frac{2\pi kh(p_e - p_{x_f})}{\mu \ln\left(\frac{a_e + b_e}{x_f}\right)} = \frac{2\pi kh(p_w - p_{x_f})}{\mu \ln\left(\frac{a_w + b_w}{x_f}\right)}$$



$$Q_w = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln\left(\frac{a_e + b_e}{a_w + b_w}\right)}$$

- Пусть внутренний эллипс много меньше внешнего, тогда: $a_e \approx b_e = r_e$

$$\text{Сравним с формулой Дюпюи: } Q_w = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln\left(\frac{2r_e}{a_w + b_w}\right)} = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right)}$$



$$r'_w = \frac{a+b}{2}$$

12.1.5 Трещина ГРП

Трещина ГРП

- Рассмотрим трещину ГРП конечной проводимости под углом к двум осям координат
- Аналогично предыдущим рассуждениям:

$$x' = \sqrt{\frac{k}{k_x}} x \quad y' = \sqrt{\frac{k}{k_y}} y \quad \bar{k} = \sqrt{k_x k_y}$$

- Полудлина трещины в эффективной среде:

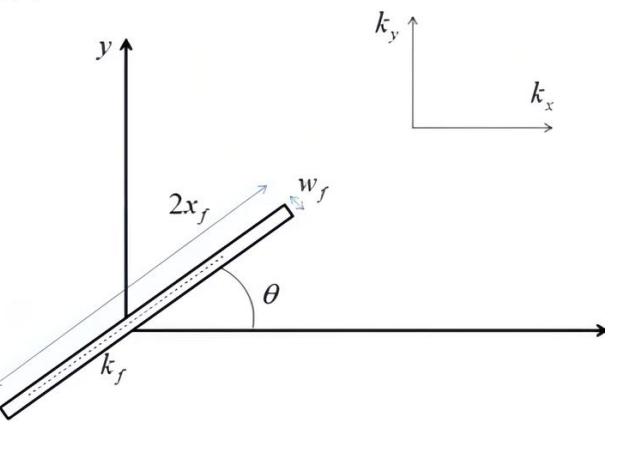
$$x'_f = x_f \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x} \cos^2 \theta + \frac{\bar{k}}{k_y} \sin^2 \theta}$$

- Ширина трещины в эффективной среде:

$$w'_f = w_f \cos(\theta'' - \theta') \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x} \cos^2 \theta + \frac{\bar{k}}{k_y} \sin^2 \theta}$$

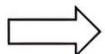
$$\theta' = \arctg \left(\sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \operatorname{tg} \theta \right)$$

$$\theta'' = \arctg \left(\sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \operatorname{tg} \theta \right)$$



- **!НО!** Изотропная проницаемость в трещине становится анизотропной в эффективной среде, покажем это приравняв потоки в трещине:

$$k_f \frac{\partial p}{\partial x} dy + k_f \frac{\partial p}{\partial y} dx = k'_{fx} \frac{\partial p}{\partial x'} dy' + k'_{fy} \frac{\partial p}{\partial y'} dx'$$



$$\hat{k}_{f_ij} = \begin{pmatrix} k'_{fx} & 0 \\ 0 & k'_{fy} \end{pmatrix}$$

$$k'_{fx} = \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} k_f$$

$$k'_{fy} = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} k_f$$

(*) SPE 49236

(C) Юдин Е.В.

42

Трещина ГРП

- Вычислим проницаемость параллельную направлению трещины
- Тензор – объект не зависящий от базиса, поэтому при преобразовании базиса, его вид также меняется в соответствии с формулой:

Где $\hat{k}'_{f_{-ij}} = \hat{A}^{-1} \hat{k}_f \hat{A}$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' \\ \sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix} \text{ - Матрица поворота против часовой стрелки на угол } \theta' \quad \hat{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta' & \sin \theta' \\ -\sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix}$$

- Итого получим вид тензора проницаемости в новой системе координат:

$$\hat{k}'_{f_{-ij}} = \begin{pmatrix} \frac{k'_x + k'_y}{2} + \frac{k'_x - k'_y}{2} \cos 2\theta' & -\frac{k'_x - k'_y}{2} \sin 2\theta' \\ -\frac{k'_x - k'_y}{2} \sin 2\theta' & \frac{k'_x + k'_y}{2} - \frac{k'_x - k'_y}{2} \cos 2\theta' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \quad \xrightarrow{\text{По закону Дарси}} \quad \vec{u} = \hat{k}'_{f_{-ij}} \cdot \nabla p$$

$\nabla p_2 = -\frac{k_{21}}{k_{22}} \nabla p_1$

$\xrightarrow{} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla p_1 \\ \nabla p_2 \end{pmatrix} \quad \xrightarrow{} \begin{cases} u_1 \mu = k_{11} \nabla p_1 + k_{12} \nabla p_2 \\ u_2 \mu = k_{21} \nabla p_1 + k_{22} \nabla p_2 = 0 \end{cases} \quad \xrightarrow{} u_1 = \left(k_{11} - \frac{k_{12}^2}{k_{22}} \right) \frac{\nabla p_1}{\mu} \quad \xrightarrow{} \boxed{\bar{k}_f = \left(k_{11} - \frac{k_{12}^2}{k_{22}} \right)}$

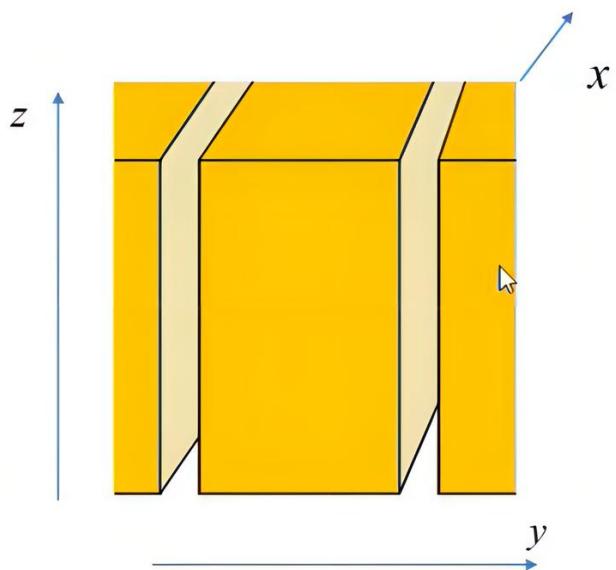
Трещина ГРП

Вычисление тензора проницаемости трещины:

$$\begin{aligned}
 \hat{k}'_{f-\bar{f}} &= \hat{A}^{-1} \hat{k}_{f-\bar{f}} \hat{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta' & \sin \theta' \\ -\sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k'_{fx} & 0 \\ 0 & k'_{fy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' \\ \sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} k'_{fx} \cos^2 \theta' + k'_{fy} \sin^2 \theta' & (k'_{fy} - k'_{fx}) \sin \theta' \cos \theta' \\ (k'_{fy} - k'_{fx}) \sin \theta' \cos \theta' & k'_{fy} \cos^2 \theta' + k'_{fx} \sin^2 \theta' \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{k'_{fx} + k'_{fy}}{2} + \frac{k'_{fx} - k'_{fy}}{2} \cos 2\theta' & -\frac{k'_{fx} - k'_{fy}}{2} \sin 2\theta' \\ -\frac{k'_{fx} - k'_{fy}}{2} \sin 2\theta' & \frac{k'_{fx} + k'_{fy}}{2} - \frac{k'_{fx} - k'_{fy}}{2} \cos 2\theta' \end{pmatrix} \equiv \rightarrow \\
 &\equiv \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

12.1.6 Упражнение. Вычислить тензор проницаемости для среды

Упражнение: Вычислите тензор проницаемости для среды

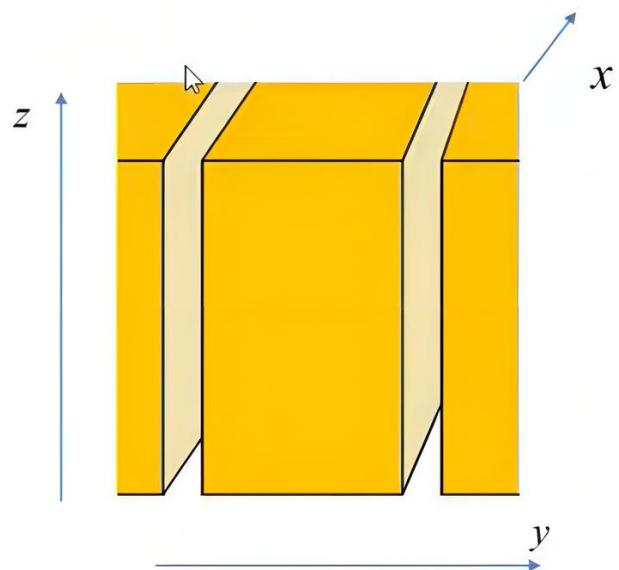


(C) Юдин Е.В.

46

Вычислите тензор проницаемости для среды: Ответ

$$\hat{k}_f = \begin{pmatrix} k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_f \end{pmatrix}$$

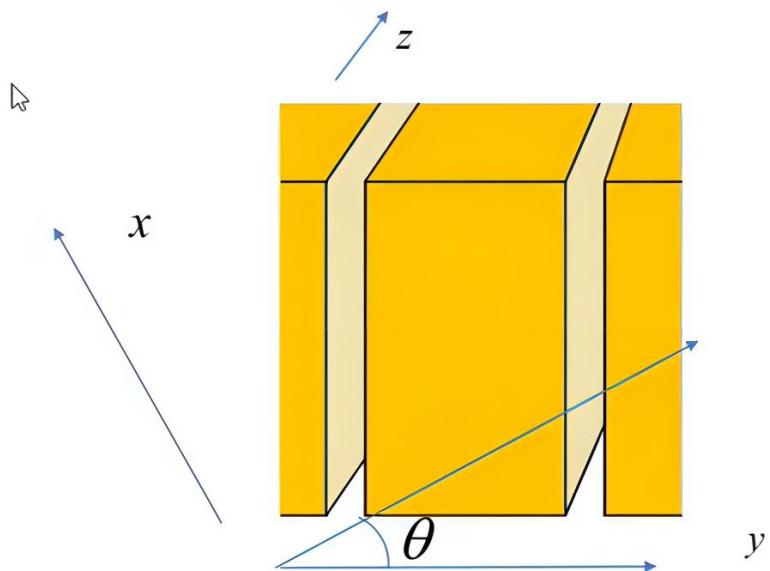


(С) Юдин Е.В.

47

Упражнение: Вычислите тензор проницаемости для среды

- Вычислите тензор проницаемости для общего случая, когда направления осей не совпадают с направлением трещин



(C) Юдин Е.В.

48

Упражнение: Вычислите тензор проницаемости для среды - Ответ



- Вычислите тензор проницаемости для общего случая, когда направления осей не совпадают с направлением трещин
- Тензор проницаемости в системе, совпадающей с направлением трещин:

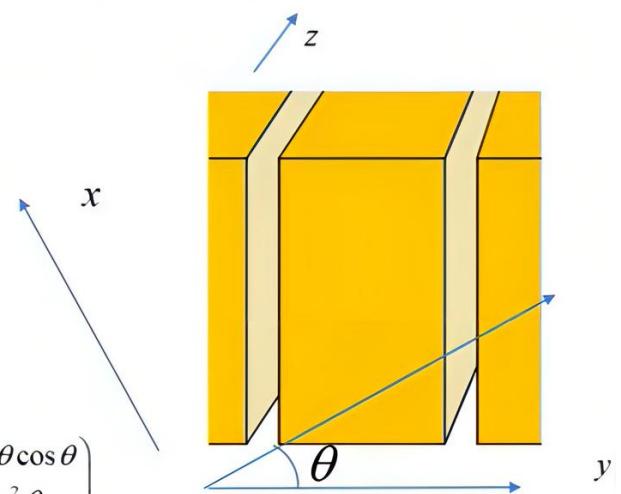
$$\hat{k}_f = \begin{pmatrix} k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_f \end{pmatrix}$$

- Повернем базис против часовой стрелки:

$$\begin{aligned} \hat{k}'_{f_ij} &= \hat{A}^{-1} \hat{k}_{f_ij} \hat{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \cos \theta & -k \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cos^2 \theta & -k \sin \theta \cos \theta \\ -k \sin \theta \cos \theta & k \sin^2 \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

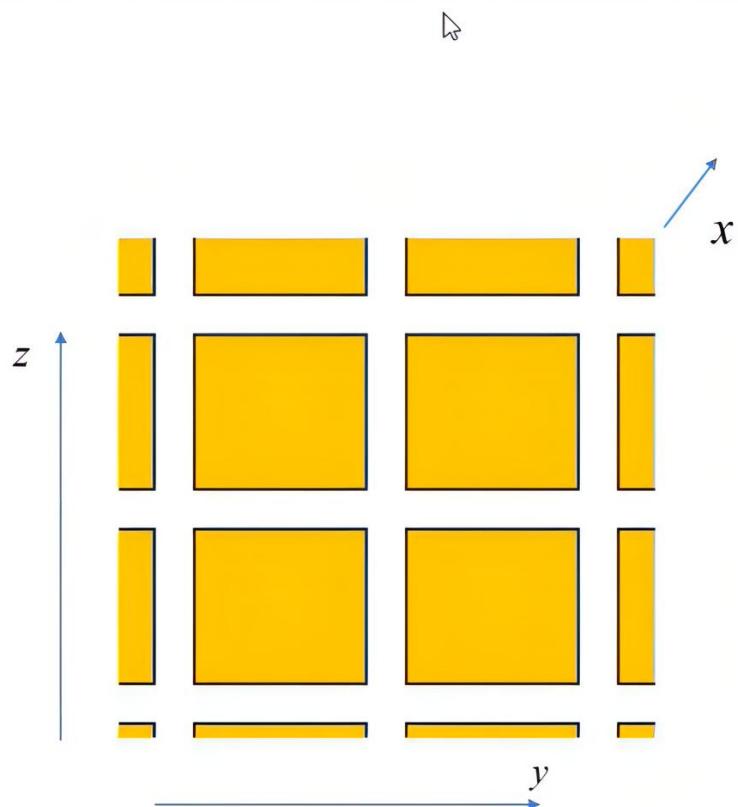
$$\hat{k}_f = \begin{pmatrix} k \cos^2 \theta & -k \sin \theta \cos \theta & 0 \\ -k \sin \theta \cos \theta & k \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(C) Юдин Е.В.



49

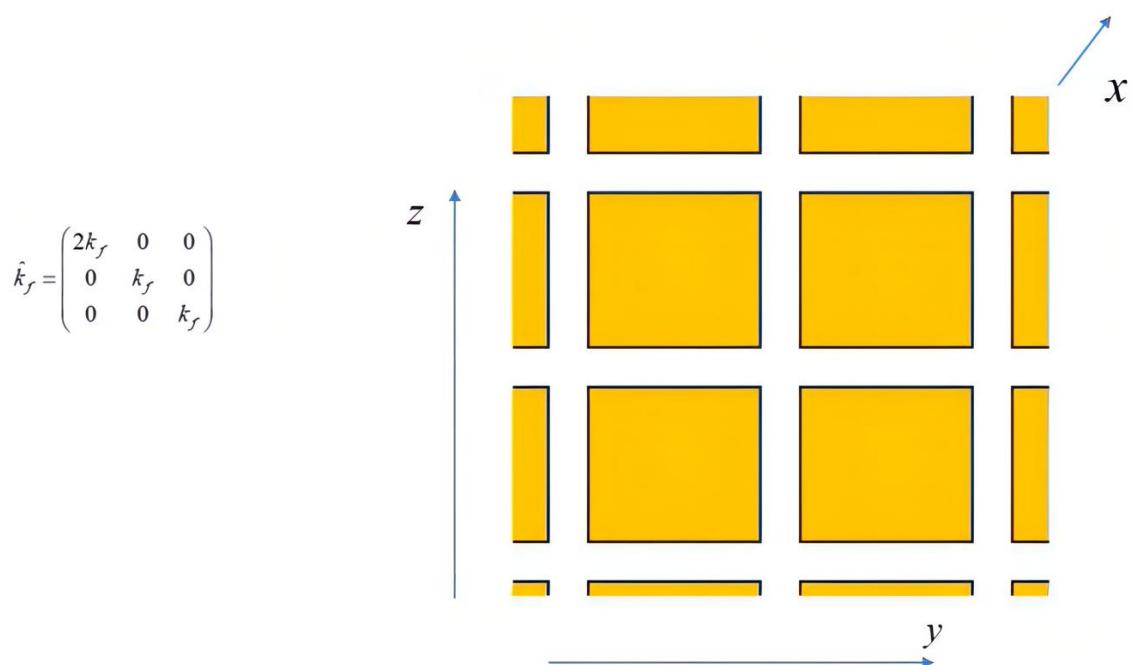
Упражнение: Вычислите тензор проницаемости для среды



(с) Юдин Е.В.

50

Вычислите тензор проницаемости для среды - Ответ

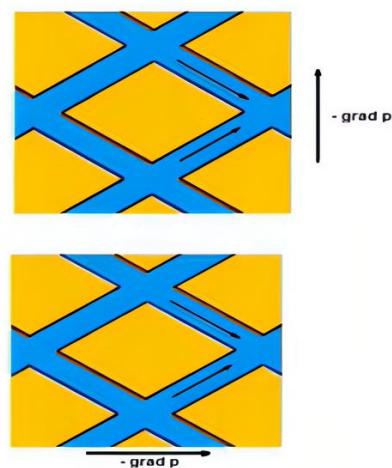


(C) Юдин Е.В.

51

Упражнение: Эффективная проницаемость для среды

- Вычислить тензор проницаемости для вертикальной системы трещин, пересекающихся под углом 2θ

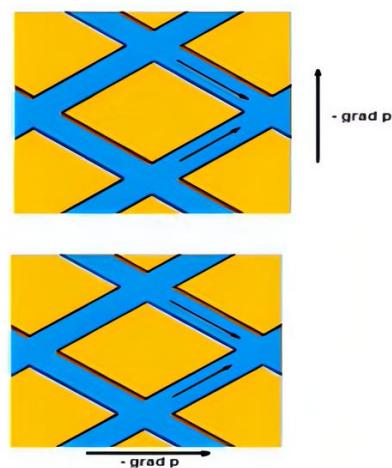


- Указание: расписать скорость фильтрации и учесть симметрию

Упражнение: Эффективная проницаемость для среды

- Вычислить тензор проницаемости для вертикальных системы трещин, пересекающихся под углом 2θ

$$\begin{pmatrix} 2k_0 \cos^2 \theta & 0 & 0 \\ 0 & 2k_0 \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 2k_0 \end{pmatrix}$$



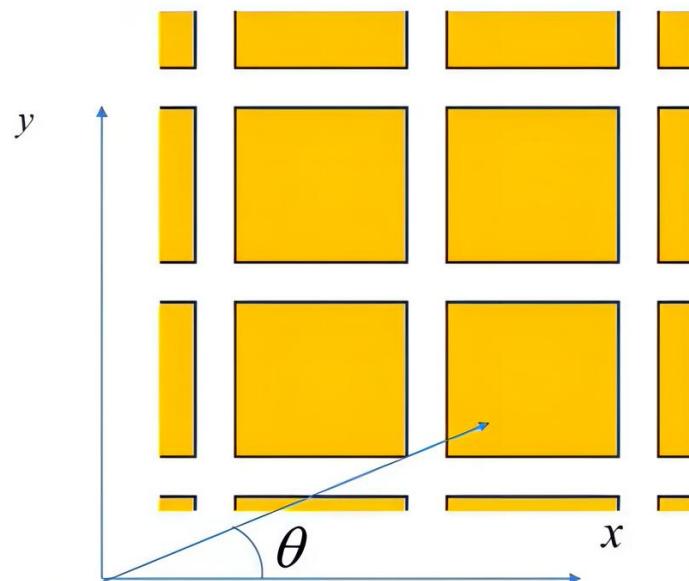
(C) Юдин Е.В.

53

Упражнение: Вычислите эффективную проницаемость для среды

Каждая система трещин имеет проницаемость k_f

Найти эффективную проницаемость под углом к одной из осей



(C) Юдин Е.В.

54

Упражнение: Вычислите эффективную проницаемость для среды

- Тензор проницаемости в исходной системе координат:
- Тензор проницаемости в новой системе координат:

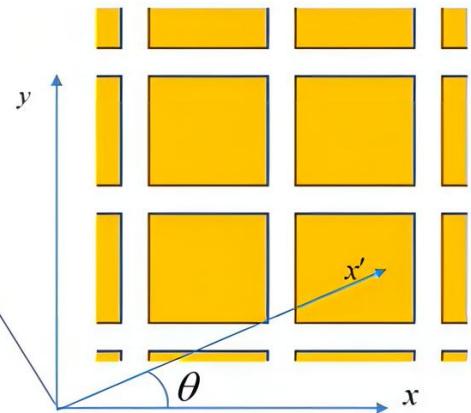
$$k'_{ij} = \hat{A}^{-1} k_{ij} \hat{A} \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' \\ \sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix} \quad \hat{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta' & \sin \theta' \\ -\sin \theta' & \cos \theta' \end{pmatrix}$$

$$\hat{k}'_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{k_1 - k_2}{2} \cos 2\theta' & -\frac{k_1 - k_2}{2} \sin 2\theta' \\ -\frac{k_1 - k_2}{2} \sin 2\theta' & \frac{k_1 + k_2}{2} - \frac{k_1 - k_2}{2} \cos 2\theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}$$

- В соответствии с законом Дарси:

$$\bar{k}_\theta = \left(k_{11} - \frac{k_{12}^2}{k_{22}} \right)$$

$$k_{ij} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$$

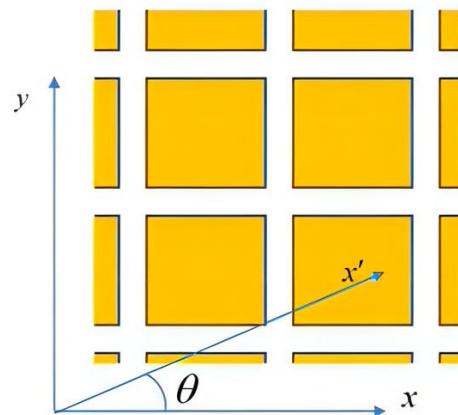


(C) Юдин Е.В.

55

Упражнение: Эффективная проницаемость для среды

- Вычислите эффективную проницаемость для среды по углом 30 градусов к оси, если оси анизотропии совпадают с координатными осями для двух случаев:
 - проницаемости по направлениям осей равны
 - если проницаемость по X в 10 раз больше чем по Y



(C) Юдин Е.В.

56

Упражнение: Эффективная проницаемость для среды - Ответ

- Вычислите эффективную проницаемость для среды по углом 30 градусов к оси, если оси анизотропии совпадают с координатными осями для двух случаев:
 - проницаемости по направлениям осей равны
 - если проницаемость по X в 10 раз больше чем по Y

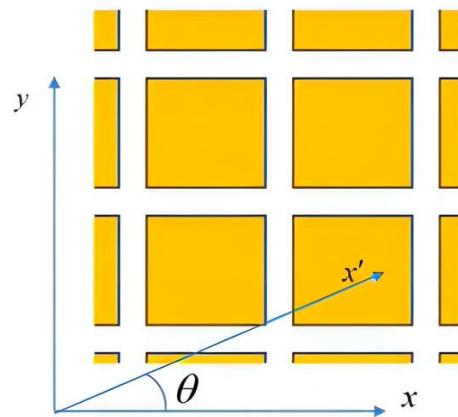
■ Для случая изотропной среды:

$$\hat{k}'_y = \begin{pmatrix} \frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{k_1 - k_2}{2} \cos 2\theta' & -\frac{k_1 - k_2}{2} \sin 2\theta' \\ -\frac{k_1 - k_2}{2} \sin 2\theta' & \frac{k_1 + k_2}{2} - \frac{k_1 - k_2}{2} \cos 2\theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

$$\bar{k}_\theta = \left(k_{11} - \frac{k_{12}^2}{k_{22}} \right) = k$$

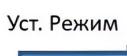
■ Для случая анизотропной среды:

$$\hat{k}'_y = \begin{pmatrix} \frac{31}{4}k & -\frac{9\sqrt{3}}{4}k \\ -\frac{9\sqrt{3}}{4}k & \frac{13}{4}k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \quad \bar{k}_\theta = \left(k_{11} - \frac{k_{12}^2}{k_{22}} \right) = k \left(\frac{31}{4} - \left(\frac{9\sqrt{3}}{4} \frac{9\sqrt{3}}{4} \right) \frac{4}{13} \right) = k \left(\frac{31}{4} - \frac{273}{52} \right) = \frac{130}{52}k = 2.5k$$



12.2 Псевдофункции. Фильтрация сжимаемой жидкости

Фильтрация сжимаемой жидкости

- Закон Дарси для сжимаемой жидкости: $\bar{u}_o = -\frac{k \cdot k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)} \nabla p$
- Уравнение неразрывности: $\frac{\partial \varphi \rho_o}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_o \bar{u}_o) = 0$ Уст. Режим  $\operatorname{div}(\rho_o \bar{u}_o) = 0$
- Получим нелинейное уравнение: $\operatorname{div}\left(\frac{k \cdot k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)} \nabla p\right) = 0$
- Данное уравнение легко линеаризовать, для этого введем новую функцию:

$$H(p) = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o} \right]_{p_{ref}}^p \int_{p_{ref}}^p \frac{k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)} dp \quad \lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o B_o} \text{ - Известная подвижность при заданном опорном давлении}$$

▪ Получим: $\bar{u}_o = -\left[\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right]_{p_{ref}} \nabla H(p)$

$$\operatorname{div}\left(\frac{k \cdot k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)} \nabla p\right) = 0 \quad \operatorname{div}(k \cdot \nabla H) = 0 \text{ - Линейное уравнение}$$

- Вопрос о функции: $k_o(S_o(p))$
- Вопрос о функции, для ее вычисления используется дополнительные предположения, например постоянства полного газового фактора в любой точке пласта

(С) Юдин Е.В.

4

12.2.1 Расчётный пайплайн

Расчетный пайплайн

- Закон Дарси для сжимаемой жидкости:



12.2.2 Линеаризация при неустановившейся фильтрации

Линеаризация при неустановившейся фильтрации

- При неустановившейся фильтрации вводится дополнительная функция псевдовремени:

$$\varphi \frac{\partial \rho_o}{\partial t} + \rho_o \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right]_{p_{ref}} \operatorname{div}(k \cdot \nabla H) = 0 \quad \longrightarrow \quad \varphi C_t [\mu_o B_o]_{ref} \frac{\partial p}{\partial t} = \operatorname{div}([k_o]_{ref} k \cdot \nabla H) \quad \longrightarrow$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\partial H / \partial p} \frac{\partial H}{\partial t} = \left[\frac{1}{\left[\frac{\mu_o B_o}{k_o} \right]_{p_{ref}} \frac{k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)}} \right] \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t_p} \quad \longrightarrow \quad t_p = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o} \right]_{p_{ref}} \int_0^t \frac{k_o(S_o)}{\mu_o(p) B_o(p)} d\tau$$

$\varphi C_t [\mu_o B_o]_{ref} \frac{\partial H}{\partial t_p} = \operatorname{div}([k_o]_{ref} k \cdot \nabla H)$

- Линейное уравнение пьезопроводности

12.2.3 Расчёт продуктивности для сжимаемого флюида

Расчет продуктивности для сжимаемого флюида

- Поскольку уравнения и граничные условия для сжимаемой жидкости сводятся к уравнениям для слабосжимаемой жидкости, мы можем пользоваться уже выведенными формулами:

$$q_o(p_w, t_p) = J(p_{ref}, t_p) [H(p_i) - H(p_w, t_p)]$$

$J(p_{ref}, t_p)$ - Классический «однофазный коэффициент продуктивности»

- Например, для установившегося плоскорадиального течения:

$$J(p_{ref}) = \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right]_{p_{ref}} \frac{2\pi kh}{\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S}$$

12.2.4 Вычислить функцию псевдодавления для газа

Вычислить функцию псевдодавления для газа

- Рассмотри однофазную фильтрацию газа: $k_g(S_g) = const$

$$H(p) = \left[\frac{\mu_g B_g}{k_g} \right]_{p_\infty}^p \int_{p_\infty}^p \frac{k_g(S_g)}{\mu_g(p) B_g(p)} dp$$

- Пусть $\mu_g(\bar{p}) \approx const$

- Также возьмем в качестве опорного давления и температуры стандартные условия

- Тогда $H(p) = \int_{p_\infty}^p \frac{dp}{\mu_g(p) B_g(p)}$

- Вычислим из уравнения состояния объемный коэффициент: $B_g(p) = \frac{V_{res}}{V_{surf}} = \frac{vRT/pZ(p)}{vRT_{sc}/p_{sc}} = \frac{T/pZ(p)}{T_{sc}/p_{sc}} = \frac{Tp_{sc}}{T_{sc}pZ(p)}$

- Отсюда для реального газа: $H(p) \approx \int_{p_\infty}^p \frac{dp}{B_g(p)} = \int_{p_\infty}^p \frac{T_{sc}pZ(p)dp}{Tp_{sc}} = \frac{T_{sc}}{Tp_{sc}} \int_{p_\infty}^p Z(p)pdः$

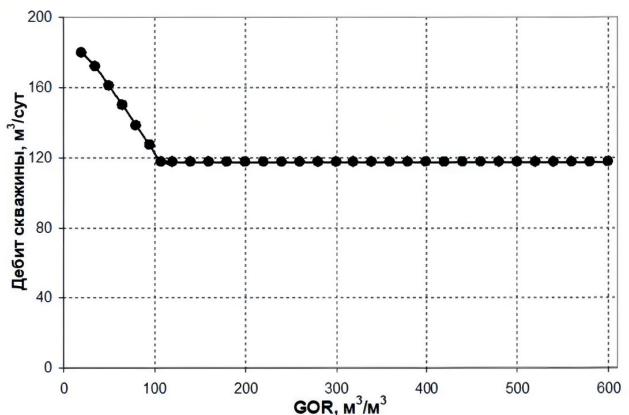
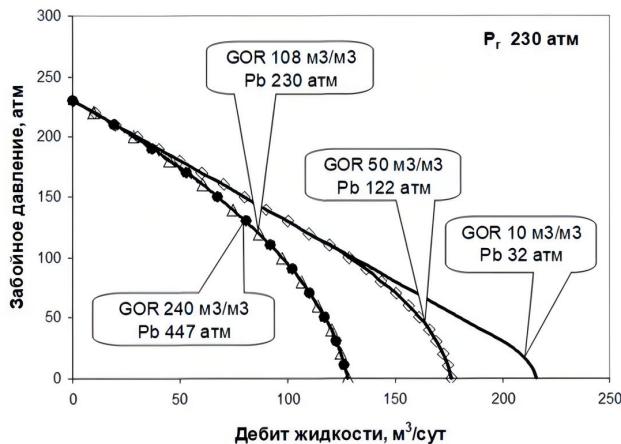
- Для идеального газа: $H(p) = \frac{T_{sc}}{Tp_{sc}} \int_{p_\infty}^p pdः = \frac{T_{sc}}{Tp_{sc}} \frac{(p^2 - p_{sc}^2)}{2}$

- Дебит при плоскорадиальной фильтрации идеального газа: $q_g = \frac{2\pi khT_{sc}(p_e^2 - p_w^2)}{2\mu_g Tp_{sc} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 + S \right)}$

12.2.5 Корректировка модели Вогеля

Корректировка модели Вогеля

- Газонасыщенность не входит в корреляцию Вогеля
- Это приводит к нефизичности



- Попробуем добавить физичности в корреляцию Вогеля:

$$q_o(p_w) = J(p_{ref}) [H(\bar{p}) - H(p_w)] \quad \rightarrow \quad q(p_w) = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o} \right]_{p_{ref}} \cdot J(p_{ref}) \cdot \int_{p_w}^{\bar{p}} \frac{k_o(S_o(p))}{\mu_o(p) B_o(p)} dp = \frac{2\pi k h}{p_D} \int_{p_w}^{\bar{p}} \frac{k_o(S_o(p))}{\mu_o(p) B_o(p)} dp$$

$k_o(S_o(p))$ - Зависимость неизвестна, но она косвенно сидит в корреляции Вогеля

Корректировка модели Вогеля

- Для корреляции Вогеля для композиционной кривой

$$q(p_w) = \begin{cases} \frac{2\pi kh}{p_D \bar{\mu}_o \bar{B}_o} (\bar{p} - p_w), & \bar{p} > p_w > p_b \\ q_b + \frac{2\pi kh}{p_D \bar{\mu}_o \bar{B}_o} \frac{p_b}{1.8} \left[1 - 0.2 \left(\frac{p_w}{p_b} \right) - 0.8 \left(\frac{p_w}{p_b} \right)^2 \right], & \bar{p} > p_b > p_w \end{cases}$$

$$q_b = \frac{2\pi k k_o h}{p_D \bar{\mu}_o \bar{B}_o} (\bar{p} - p_b)$$

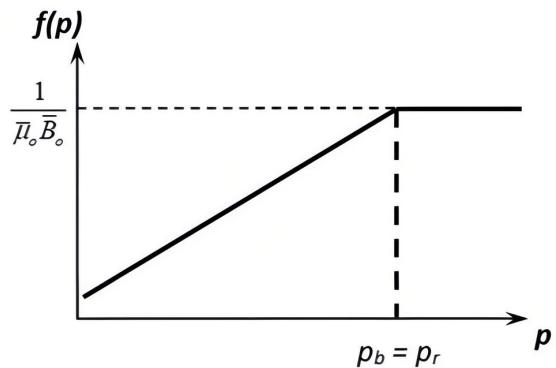
- Найдем какой должна быть функция Христиановича, чтобы удовлетворять корреляции Вогеля:

$$q(p_w) = \frac{2\pi kh}{p_D} \int_{p_w}^{\bar{p}} \frac{k_o(S_o(p))}{\mu_o(p) B_o(p)} dp = \frac{2\pi kh}{p_D} \cdot \left[\int_{p_w}^{p_b} h(p) dp + \int_{p_b}^{\bar{p}} h(p) dp \right]$$

$$h(p) = \frac{k_o(S_o(p))}{\mu_o(p) B_o(p)}$$

- Отсюда можно получить:

$$h(p) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\mu}_o \bar{B}_o}, & \bar{p} > p > p_b \\ \frac{1}{1.8 \bar{\mu}_o \bar{B}_o} \left[0.2 + 1.6 \left(\frac{p}{p_b} \right) \right], & p_b > p > p_w \end{cases}$$

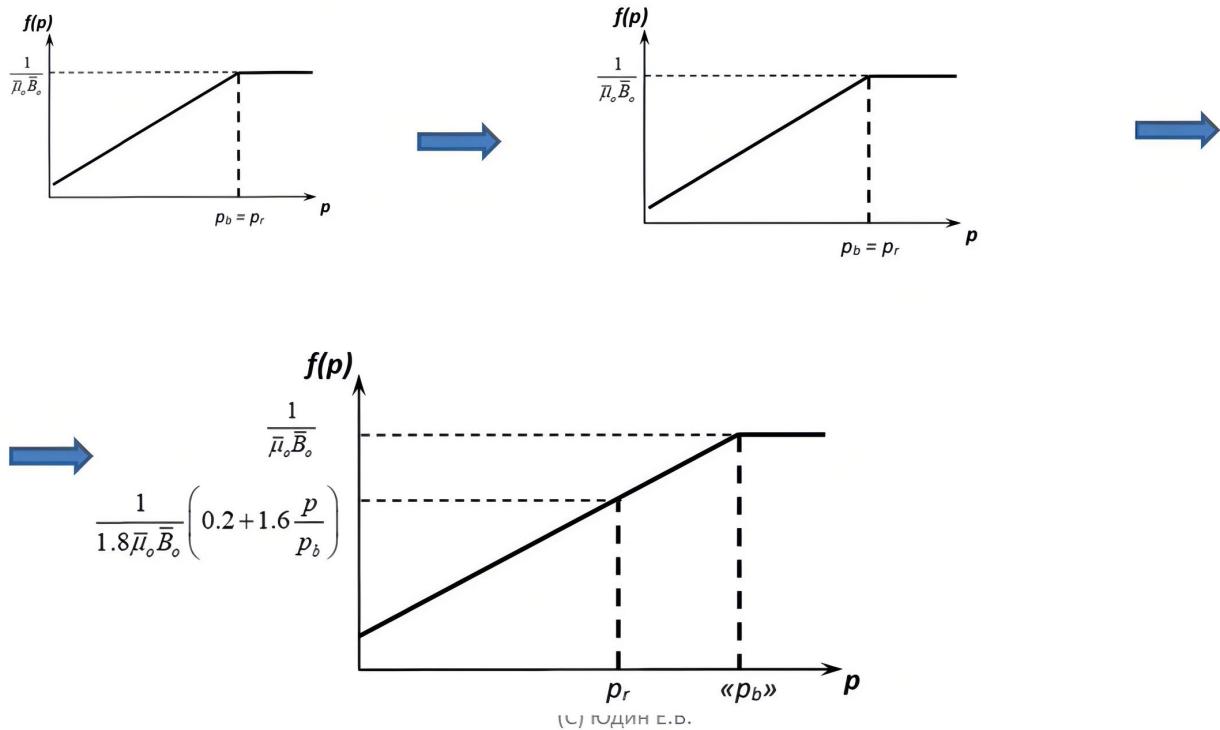


(C) Юдин Е.В.

10

Корректировка модели Вогеля

- Таким образом функция прямо-пропорциональна давлению при давлениях ниже давления насыщения
- Предположим, что эта функция прямо пропорциональна давлению и при давлениях выше пластовых давлений, чтобы смоделировать недонасыщенную залежь со свободным газом:



11

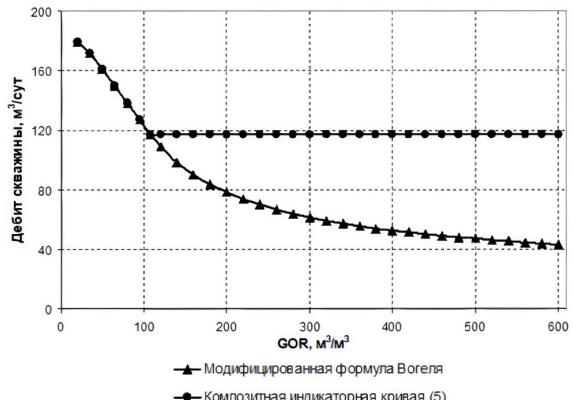
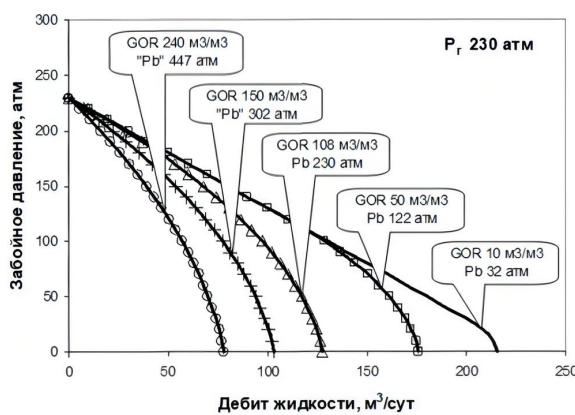
Корректировка модели Вогеля

- В таком случае для насыщенных пластов имеем:

$$h(p) = \frac{1}{1.8\bar{\mu}_o\bar{B}_o} \left[0.2 + 1.6 \left(\frac{p}{p_b} \right) \right], p_b > \bar{p} > p > p_w$$

$$\text{■ Тогда для дебита: } q(p_w) = \frac{2\pi kh}{p_D} \int_{p_w}^{\bar{p}} h(p) dp = \frac{2\pi kh}{p_D} \frac{p_b}{1.8\bar{\mu}_o\bar{B}_o} \left[0.2 \left(\frac{p}{p_b} \right) + 0.8 \left(\frac{p}{p_b} \right)^2 \right] \Big|_{p_w}^{\bar{p}} = \frac{2\pi kh}{p_D} \frac{p_b}{1.8\bar{\mu}_o\bar{B}_o} \left[0.2 \left(\frac{\bar{p} - p_w}{p_b} \right) + 0.8 \left(\frac{\bar{p}^2 - p_w^2}{p_b^2} \right) \right]$$

$$\text{■ Или: } \frac{q}{q_{\max}} = \left[1 - \frac{0.2}{x} \left(\frac{p_w}{p_b} \right) - \frac{0.8}{x} \left(\frac{p_w}{p_b} \right)^2 \right] \quad q_{\max} = \frac{2\pi kh}{p_D} \frac{p_b x}{1.8\bar{\mu}_o\bar{B}_o} = \frac{Jp_b}{1.8} x \quad x = 0.2 \left(\frac{\bar{p}}{p_b} \right) + 0.8 \left(\frac{\bar{p}}{p_b} \right)^2$$



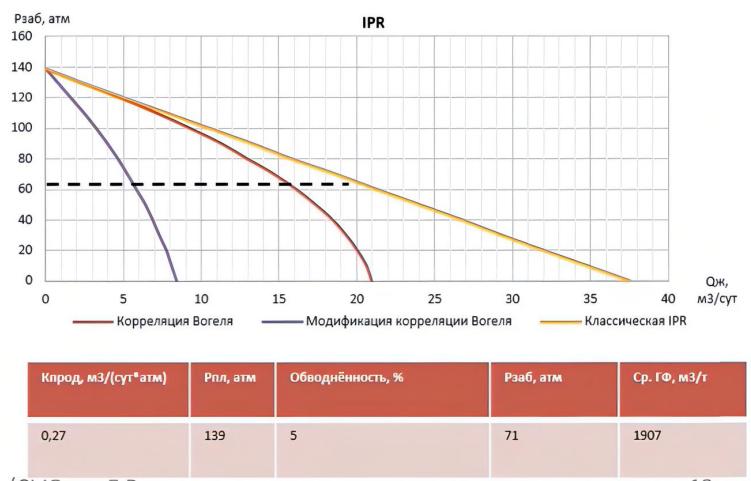
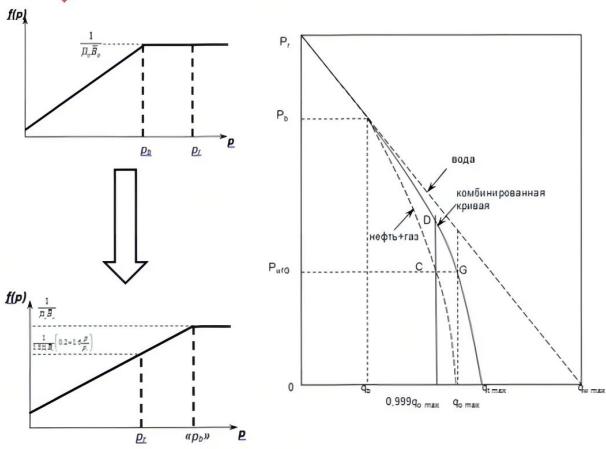
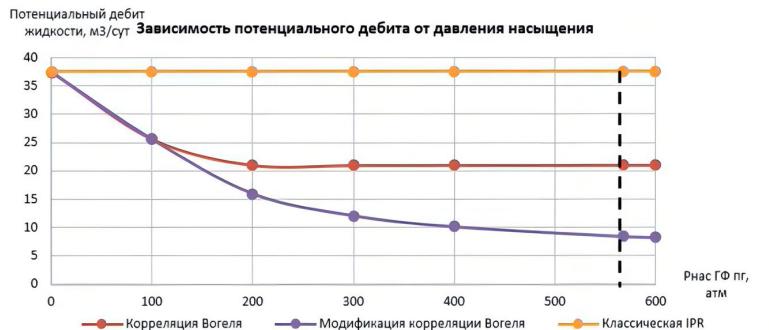
(С) Юдин Е.В.

12

12.2.6 Сравнение для условий ВУ ОНГКМ

Сравнение для условий ВУ ОНГКМ

- Классическая IPR
 - $Q = K_{\text{прод}} \cdot \Delta P$
- Корреляция Вогеля
 - $Q = f(P_{\text{нас}}, P_{\text{заб}}, w_c)$
- Модификация корреляции Вогеля
 - $Q = f(\Gamma \Phi_{\text{пг}}, P_{\text{нас}}, P_{\text{заб}}, w_c)$



(C) Юдин Е.В.

13

12.3 Криволинейные координаты

Постановка задачи: производительность трещины ГРП

- Рассмотрим производительность эллиптической трещины ГРП в эллиптической зоне дренирования

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Введем в безразмерные координаты:

$$p_D = \frac{p}{p_i} \quad t_D = \frac{\kappa t}{x_f^2} \quad y_D = \frac{y}{x_f} \quad x_D = \frac{x}{x_f}$$

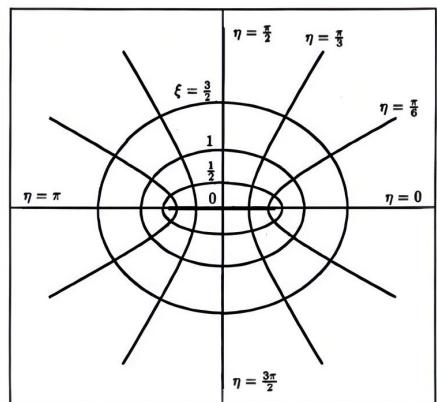
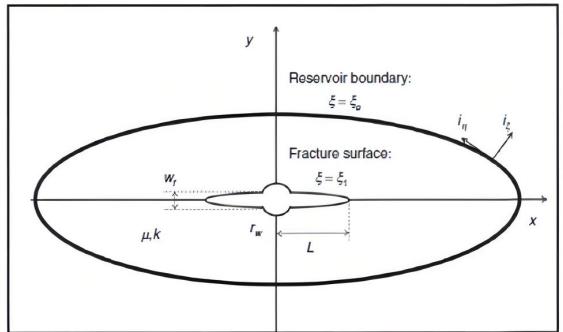
- Получим: $\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}$

- Сложности в решении: основные границы не параллельны осям координат, аналитическое решение получить затруднительно
- Нужна система координат, связанная с основными границами задачи – эллиптические координаты

$$x_D = \cos \eta \cosh \xi$$

$$y_D = \sin \eta \sinh \xi$$

- Даже если область дренирования круговая – ее можно аппроксимировать эллипсом с погрешностью менее 1% при $\frac{x_f}{l_e} \leq 0.53$



(*) SPE 179739

(C) Юдин Е.В.

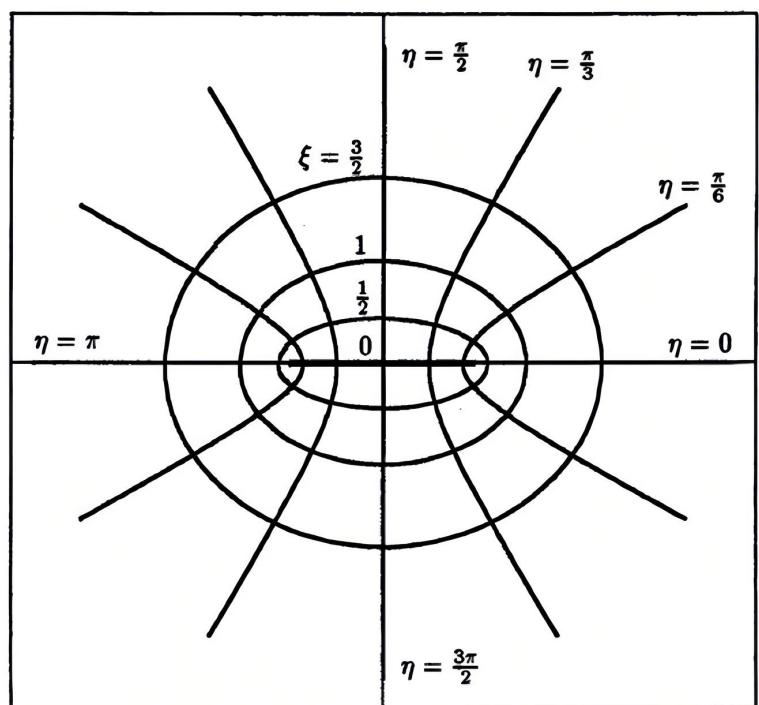
4

Криволинейные координаты

$$x_D = \cos \eta \cosh \xi$$

$$y_D = \sin \eta \sinh \xi$$

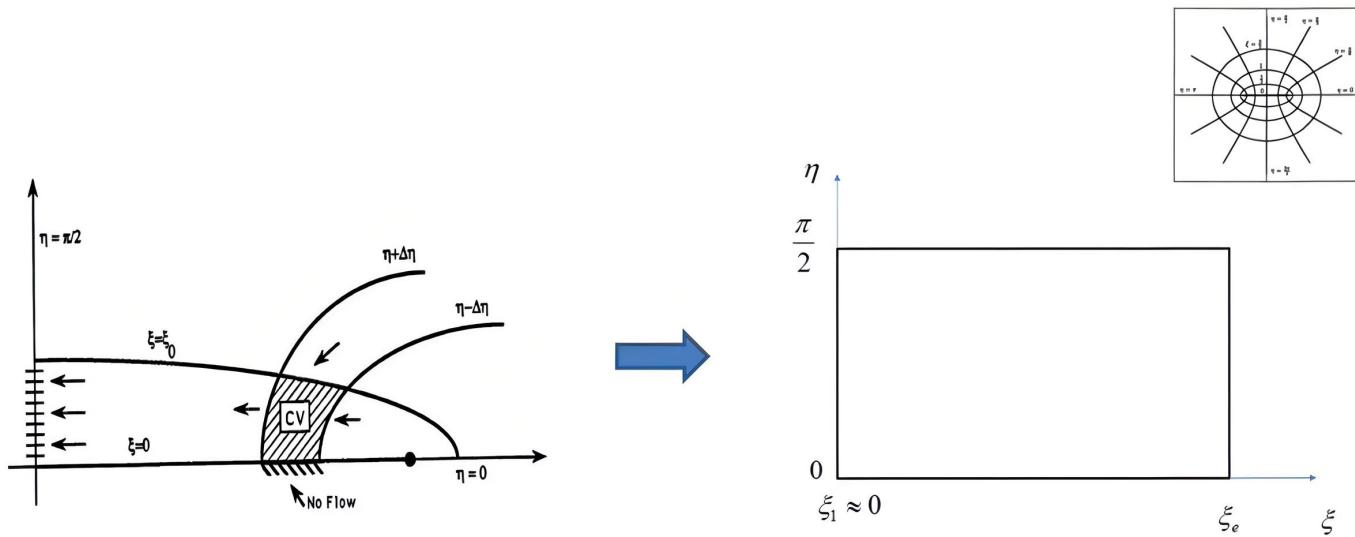
- При переходе в эллиптические координаты поток в пласте сводится к плоско-параллельному
- Радиусу контура питания соответствует $\xi = \xi_e$
- Трещине соответствует: $\xi = \xi_1$
- Эллипс вырождается в отрезок $(-x_f, x_f)$ при $\xi = 0$



(C) Юдин Е.В.

5

Переход в криволинейные координаты



(C) Юдин Е.В.

6

Как же правильно перейти в криволинейные координаты: способ 1 - в лоб

- По правилу дифференцирования сложной функции: $p[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)]$

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial p}{\partial \eta} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &= \cos \eta \sinh \xi & \frac{\partial y}{\partial \xi} &= \sin \eta \cosh \xi \\ x_D &= \cos \eta \cosh \xi & \frac{\partial x}{\partial \eta} &= \sin \eta \cosh \xi \\ y_D &= \sin \eta \sinh \xi & \frac{\partial y}{\partial \eta} &= -\cos \eta \sinh \xi \end{aligned}$$



$$\begin{cases} \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \cos^2 \eta \sinh^2 \xi + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \sin^2 \eta \cosh^2 \xi + \frac{\partial p}{\partial x} \cos \eta \cos \xi + \frac{\partial p}{\partial y} \sin \eta \sinh \xi \\ \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \sin^2 \eta \cosh^2 \xi + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \cos^2 \eta \cosh^2 \xi - \frac{\partial p}{\partial x} \cos \eta \cos \xi - \frac{\partial p}{\partial y} \sin \eta \sinh \xi \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} &= \cos \eta \cosh \xi & \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} &= \sin \eta \sinh \xi \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} &= -\cos \eta \cosh \xi & \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} &= -\sin \eta \sinh \xi \end{aligned}$$



$$\frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} = (\cos^2 \eta \sinh^2 \xi + \sin^2 \eta \cosh^2 \xi) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right)$$



$$\boxed{\frac{\partial^2 p_D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} = \frac{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}{2} \frac{\partial p_D}{\partial t_D}}$$

(C) Юдин Е.В.

7

Как же правильно перейти в криволинейные координаты: способ 2 - системный

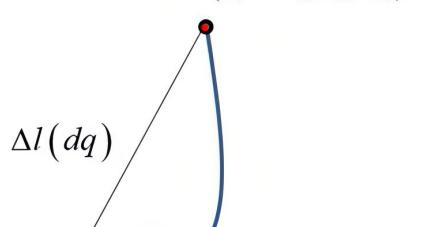
- Рассмотрим в общем случае криволинейную систему координат:
- Рассмотрим градиент некоторого поля в криволинейных координатах и постараемся выразить его в декартовых:

$$\begin{aligned}x &= x(q_1, q_2, q_3) \\y &= y(q_1, q_2, q_3) \\z &= z(q_1, q_2, q_3)\end{aligned}$$

$$\text{grad}(u) = c_1 \vec{e}_1 + c_2 \vec{e}_2 + c_3 \vec{e}_3 \quad c_i = \frac{\partial u_i}{\partial \vec{e}_i}$$

\vec{e}_i - единичный вектор, касательный к координатной линии q_i

$$\frac{\partial u_1}{\partial \vec{e}_1} = \lim_{dq \rightarrow 0} \frac{u(q_1 + dq, q_2, q_3)}{\Delta l(dq)}$$



- Распишем приращение расстояния между точками:

$$\Delta l^2(dq_1) = (\Delta x|_{dq_1})^2 + (\Delta y|_{dq_1})^2 + (\Delta z|_{dq_1})^2 \quad \rightarrow \quad dl(dq_1) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_1}\right)^2} dq_1 \equiv H_{q1} dq_1$$

$$dl(dq_2) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_2}\right)^2} dq_2 \equiv H_{q2} dq_2 \quad dl(dq_3) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_3}\right)^2} dq_3 \equiv H_{q3} dq_3$$

$$H_{qi} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i}\right)^2}$$

- Коэффициенты Ляме, отражающие нормировку на расстояние при переходе в различные координаты

(C) Юдин Е.В.

12.3.1 Градиент и дивергенция в криволинейных координатах

Градиент и дивергенция в криволинейных координатах

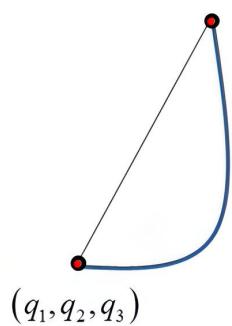
- Возвращаясь к определению производной по направлению касательной к криволинейной координатной оси:

$$\frac{\partial u_i}{\partial \vec{e}_1} = \lim_{dq \rightarrow 0} \frac{u(q_1 + dq, q_2, q_3)}{\Delta l(dq)} = \lim_{dq \rightarrow 0} \frac{1}{H_1} \frac{u(q_1 + dq, q_2, q_3)}{dq} = \frac{1}{H_1} \frac{\partial u(q_1, q_2, q_3)}{\partial q_1}$$

- Обобщим: $\frac{\partial u_i}{\partial \vec{e}_i} = \frac{1}{H_i} \frac{\partial u(q_1, q_2, q_3)}{\partial q_i}$

- Получим для градиента:

$$\text{grad}(u) = \frac{1}{H_1} \frac{\partial u}{\partial q_1} \vec{e}_1 + \frac{1}{H_2} \frac{\partial u}{\partial q_2} \vec{e}_2 + \frac{1}{H_3} \frac{\partial u}{\partial q_3} \vec{e}_3 = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{e}_z$$



- Аналогично для дивергенции:

$$\text{div}(\vec{a}) = \lim_{dV \rightarrow 0} \frac{\iint_S \vec{a} \cdot dS}{dV} \quad \Rightarrow \quad \text{div}(\vec{a}) = \frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z} = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} (a_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (H_1 a_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_3} (H_1 H_2 a_3) \right]$$

$$\vec{a} = \vec{a}(x, y, z) = \vec{a}[x(q_1, q_2, q_3), y(q_1, q_2, q_3), z(q_1, q_2, q_3)]$$

- Аналогично для дивергенции в 2D: $\text{div}(\vec{a}) = \frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} = \frac{1}{H_1 H_2} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} (a_1 H_2) + \frac{\partial}{\partial q_2} (H_1 a_2) \right]$

12.3.2 Ротор в криволинейных координатах

Ротор в криволинейных координатах

- Аналогично для ротора:

$$rot(\vec{a}) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \begin{vmatrix} H_1 \vec{e}_{q_1} & H_2 \vec{e}_{q_2} & H_3 \vec{e}_{q_3} \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ a_1 H_1 & a_2 H_2 & a_3 H_3 \end{vmatrix} = \vec{e}_{q_1} \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial a_3}{\partial q_2} - \frac{1}{H_3} \frac{\partial a_2}{\partial q_3} \right) + \vec{e}_{q_2} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial a_3}{\partial q_1} - \frac{1}{H_3} \frac{\partial a_1}{\partial q_3} \right) + \vec{e}_{q_3} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial a_2}{\partial q_1} - \frac{1}{H_2} \frac{\partial a_1}{\partial q_2} \right)$$

(C) Юдин Е.В.

10

12.3.3 Упражнение. Оператор Лапласа в криволинейных координатах

Упражнение

- Вывести выражение для оператора Лапласа в криволинейных координатах:

$$\Delta u = \operatorname{div}(\operatorname{grad}[u])$$

$$\operatorname{grad}(u) = \frac{1}{H_1} \frac{\partial u}{\partial q_1} \vec{e}_1 + \frac{1}{H_2} \frac{\partial u}{\partial q_2} \vec{e}_2 + \frac{1}{H_3} \frac{\partial u}{\partial q_3} \vec{e}_3 = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\operatorname{div}(\vec{a}) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} (a_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (H_1 a_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_3} (H_1 H_2 a_3) \right] =$$

$$a_i = \frac{1}{H_i} \frac{\partial u}{\partial q_i} \vec{e}_i$$

$$\operatorname{div}(\vec{a}) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} (a_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (H_1 a_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_3} (H_1 H_2 a_3) \right]$$

$$\boxed{\Delta a = \operatorname{div}(\operatorname{grad}[a]) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial a}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial a}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{H_1 H_2}{H_3} \frac{\partial a}{\partial q_3} \right) \right]}$$

- Аналогично для двумерного случая:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad}[a]) = \frac{1}{H_1 H_2} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2}{H_1} \frac{\partial a}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1}{H_2} \frac{\partial a}{\partial q_2} \right) \right]$$

12.3.4 Вывод выражения для оператора Лапласа в криволинейных координатах через коэффициенты Ляме

Вывод через коэффициенты Ляме

- Выведем выражение для оператора Лапласа в криволинейных координатах:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad}[a]) = \frac{1}{H_1 H_2} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2}{H_1} \frac{\partial a}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1}{H_2} \frac{\partial a}{\partial q_2} \right) \right]$$

- Выведем коэффициенты Ляме (есть в справочниках и Википедии):

$$H_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial x_D}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_D}{\partial \eta}\right)^2} = \sqrt{\sin^2 \eta \cosh^2 \xi + \cos^2 \eta \sinh^2 \xi} = \sqrt{\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta} = \sqrt{\frac{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}{2}} = \sqrt{\sinh^2 \xi + \sin^2 \eta}$$

$$H_\xi = \sqrt{\left(\frac{\partial x_D}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_D}{\partial \xi}\right)^2} = \sqrt{\cos^2 \eta \sinh^2 \xi + \sin^2 \eta \cosh^2 \xi} = \sqrt{\cos^2 \eta (\cosh^2 \xi - 1) + \sin^2 \eta \cosh^2 \xi} = \sqrt{\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta} = \sqrt{\frac{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}{2}}$$

- Отсюда: $H_\eta = H_\xi$

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}$$

$$\Delta a = \frac{1}{H_\xi H_\mu} \left[\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial \eta^2} \right]$$


$$\boxed{\frac{\partial^2 p_D}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} = \frac{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}{2} \frac{\partial p_D}{\partial t_D}}$$

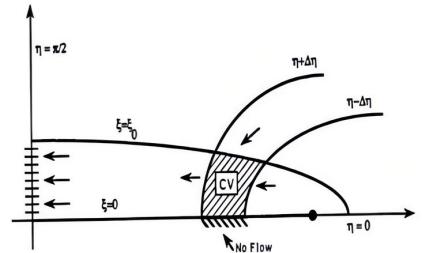
12.3.5 Течение в трещине

Течение в трещине

- Рассмотрим поток в прямоугольной трещине, в соответствии с ЗСМ + закон Дарси в трещине и на границе трещины с пластом, имеем:

$$\begin{cases} w \operatorname{div}(v) \equiv w \frac{\partial v}{\partial x} = -q \\ v = -\frac{k_f}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \\ q = -\frac{2k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2k}{w k_f} \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} + \frac{2kx_f}{w k_f} \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \Big|_{y=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} + \frac{2}{C_D} \frac{\partial p_D}{\partial y_D} \Big|_{y=0} = 0$$



- Теперь заменим обычные координаты на криволинейные: в них поток в эллиптической трещине сводится к потоку в прямоугольнике, а координаты в пределе сонаправлены:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2}{F_E} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_0} = 0 \quad F_E = \frac{w_{\max} k_f}{k x_f}$$

- В обычных координатах такое решение бы не прошло – зависимость ширины трещины от координаты: $w \cdot \operatorname{div}(v) \equiv w(x) \cdot \operatorname{div}(v) = -q$

(C) Юдин Е.В.

13

Течение будем предполагать несжимаемым – пренебрежем сжимаемостью трещины вследствие ее малого объема по сравнению с объемом пласта. Запишем уравнение неразрывности:

$$w \cdot \operatorname{div}(v) = -q, \quad (3.8)$$

где q – приток флюида через стенки трещины, $w \cdot \operatorname{div}(v)$ – поток в трещине.

В соответствии с законом Дарси:

$$\begin{aligned} v &= -\frac{k_f}{\mu} \frac{\partial p_D}{\partial \eta}, \\ q &= -\frac{2k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Поскольку координаты (ξ, η) локально параллельны координатам (x, y) (см. Рис. 7).

При этом трещина в эллиптических координатах представляет собой прямоугольник параллельных осей η , с одинаковой «раскрытием» $w_D = \frac{W_0}{x_f}$, где W_0 – это раскрытие на скважине.

Действительно, запишем зависимость раскрытия от координаты по трещине:

$$w(\eta) = y_D(\eta) = \sinh \xi_i \sin \eta. \text{ На скважине } w\left(\eta = \frac{\pi}{2}\right) = \sinh \xi_i \sin \frac{\pi}{2} = \sinh \xi_i \text{ – берем именно это значение, поскольку при } \eta = \frac{\pi}{2} \text{ ось совпадает с осью абсцисс исходной евклидовой системы координат.}$$

Подставим (3.9) в (3.8), получим:

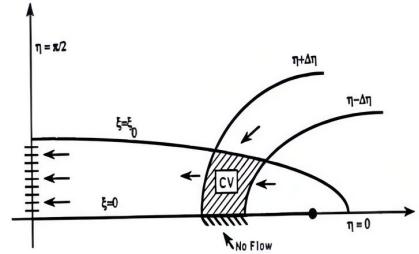
$$\begin{aligned} w \cdot \operatorname{div}(v) &= -q \\ k_f w_0 \frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2k}{\mu} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} &= 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Множитель «2» возникает за счет того, что приток в трещину идет с двух сторон. Если рассматривается задача в одной четверти трещины, тогда необходимо брать половину раскрытия $w(\eta)/2$.

Отсюда получаем исходное уравнение:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2}{F_E} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = 0. \quad (3.11)$$

Более точный вывод:



Подставим (3.9) в (3.8), получим с учетом формул перехода в новые ортогональные координаты:

$$w \Delta v + \frac{2k}{\mu} \frac{1}{H_i} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = 0. \quad (3.19)$$

Или:

$$\frac{w}{H_i H_\eta} \frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2k}{\mu} \frac{1}{H_i} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = 0. \quad (3.20)$$

Зависимость раскрытия трещины от η зависит от по следующему закону: $w(\eta) = w_0 \sin \eta$

Подставим фактические выражения для коэффициентов Дарси:

$$\frac{w_0 \sin \eta}{\mu x_f} \frac{1}{\sqrt{\sinh^2 \xi_i + \sin^2 \eta}} \frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2k}{\mu} \frac{1}{H_i} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = 0. \quad (3.21)$$

С учетом того, что в трещине $\sinh^2 \xi_i \Big|_{\eta=0} = 0$, получаем:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2}{F_E} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = 0. \quad (3.22)$$

(C) Юдин Е.В.

Решение для псевдоустановившегося режима:

- Пусть в системе действует псевдоустановившийся режим: каждый элементарный объем отдает одну и ту же массу жидкости:

$$p_D(\xi, \eta, t_D) = p_{DSS}(\xi, \eta) - p_{Dt}(t) \quad p_{Dt}(t_D) = \frac{\int_0^t q(\tau) d\tau}{p_i V_{res} \varphi C_t} = \frac{q_w t}{p_i V_{res} \varphi C_t} = C't = \frac{q_w \mu x_f^2}{k p_i V_{res}} t_D = C t_D \quad \rightarrow \quad p_D(\xi, \eta, t_D) = p_{DSS}(\xi, \eta) - C t_D$$

$$\rightarrow \frac{2}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \left(\frac{\partial^2 p_{DSS}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_{DSS}}{\partial \eta^2} \right) = -C \quad \rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 p_{DSS}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_{DSS}}{\partial \eta^2} = -C \frac{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}{2}}$$

- Решение неоднородного уравнения будем искать в виде суммы решения однородного и частного решения неоднородного уравнения:

$$p_{DSS} = p_p + p_h \quad \frac{\partial^2 p_h}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_h}{\partial \eta^2} = 0$$

- Частное решение ищем в виде: $p_p = A \cosh 2\xi + B \cos 2\eta$

$$\rightarrow \boxed{p_p = -\frac{C}{8} (\cosh 2\xi + \cos 2\eta)}$$

- Общее решение однородного уравнения (смотрим в справочнике Полянина):

$$\boxed{p_h(\xi, \eta) = B_0 + A_0 \xi - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh(2n(\xi_e - \xi)) \cos 2n\eta}$$

15

(С) Юдин Е.В.

Сопряжение решений для трещины и для пласти:

- Течение в трещине: $\frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2}{F_E} \frac{\partial p_D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_1} = 0$
 - Течение в пласте: $p_h(\xi, \eta) = B_0 + A_0 \xi - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh(2n(\xi_e - \xi)) \cos 2n\eta$
 - Подставим давление для пласти в выражение для трещины:
- $$\frac{\partial^2 p_D}{\partial \eta^2} + \frac{2}{F_E} \left[\frac{C}{4} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right] = 0$$
- Дополнительные коэффициенты определим из следующих предположений:

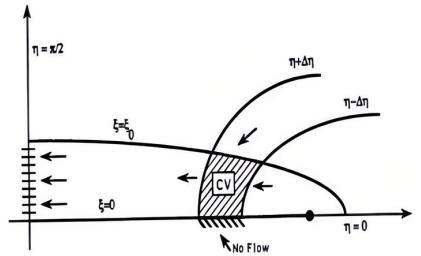
$$\frac{\partial p_D(\eta, t_D)}{\partial t_D} = -C \quad \text{- Псевдостационарный приток в трещине}$$

$$\frac{\partial p_D(\eta, t_D)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0 \quad \text{- Непереток через ось абсцисс (симметрия)}$$

- Получим итоговые выражения:

$$p_D(\eta, t_D) = -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C}{8} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) \eta^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n} A_n \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right] - C t_D + C_3$$

$$p_w(t_D) = p_D\left(\frac{\pi}{2}, t_D\right) = -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C\pi^2}{32} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{A_n}{2n} \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \right] - C t_D + C_3$$



Неизвестные
коэффициенты

$p(\xi, \eta, t_D) \Big|_{\xi=0} = p_D(\eta, t_D) \Big|_{\xi_1=0}$
Используем равенство
давления на границе
трещины

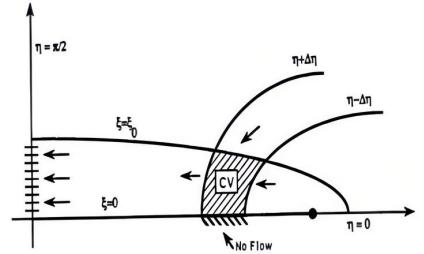
(C) Юдин Е.В.

Сопряжение решений для трещины и для пласти:

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C\eta^2}{8} \sinh 2\xi_e - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2n} \sinh 2n\xi_e \cos 2n\eta \right] - Ct_D + C_3 = \\ & = B_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh 2n\xi_e \cos 2n\eta - \frac{C}{8} (1 + \cos 2\eta) - Ct_D \end{aligned}$$

- Член η^2 никуда уйти не может, поэтому чтобы найти A_n надо произвести его Фурье разложение:

$$\eta^2 = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2n\eta}{n^2}$$



- Итоговая формула для распределения давления в пласте:

$$p_{DSS}(\xi, \eta, t_D) = B_0 + \frac{C}{4} \xi \sinh 2\xi_e - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh(2n(\xi_e - \xi)) \cos 2n\eta - \frac{C}{8} (\cosh 2\xi + \cos 2\eta) - Ct_D$$

$$B_0 = 1 - \frac{C}{4} \xi_e \sinh 2\xi_e + \frac{3C}{16} \cosh 2\xi_e - \frac{C}{8} - \frac{A_1}{2} \quad C = \frac{2\mu q_w}{\pi k h p_i (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1)} \quad A_1 = -\frac{C}{8} \frac{2 \sinh 2\xi_e + F_E}{F_E \cosh 2\xi_e + \sinh 2\xi_e}$$

$$A_n = \frac{C}{4} \frac{(-1)^n}{n} \frac{\sinh 2\xi_e}{F_E n \cosh 2n\xi_e + \sinh 2n\xi_e}$$

- Профиль притока вдоль трещины:

$$\begin{aligned} u(\eta) &= \frac{k}{\mu} \nabla p_{DSS} = \frac{p_i}{x_f H_\xi} \left. \frac{\partial p_{DSS}(\xi, \eta, t_D)}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_1} = \\ &= \frac{k}{\mu x_f} \frac{p_i}{\sqrt{\sinh^2 \xi_1 + \sin^2 \eta}} \left[\frac{C}{4} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) + \sum_{n=1}^{\infty} 2n A_n \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right] \end{aligned}$$

17

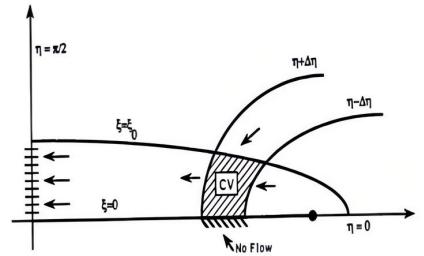
(C) Юдин Е.В.

Разложение в ряд Фурье

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C\eta^2}{8} \sinh 2\xi_e - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2n} \sinh 2n\xi_e \cos 2n\eta \right] - Ct_D + C_3 = \\
 & = B_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh 2n\xi_e \cos 2n\eta - \frac{C}{8} (1 + \cos 2\eta) - Ct_D
 \end{aligned}$$

- Член η^2 никуда уйти не может, поэтому чтобы найти A_n надо произвести его Фурье разложение:

$$\eta^2 = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2n\eta}{n^2}$$



(С) Юдин Е.В.

18

Упражнение: Разложение в ряд Фурье

- По определению ряд Фурье для функции на отрезке – это функциональный ряд вида:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n x}{L} + b_n \sin \frac{\pi n x}{L} \quad L = \frac{b-a}{2} \quad a_0 = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) dx \quad b_n = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) \sin \frac{\pi n x}{L} dx \quad a_n = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) \cos \frac{\pi n x}{L} dx$$

- По сути ряд представляет разложение по базисным функциям произвольной функции в пространстве $L_2(a, b)$ со скалярным произведением $(f, g) = \int_a^b f g dx$. Соответственно формулы для коэффициентов получены путем скалярного умножения базисные функции.
- Если функция четная:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n x}{L} \quad a_0 = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) dx \quad a_n = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) \cos \frac{\pi n x}{L} dx$$

- В соответствии с формулами получаем:

$$x^2 = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi n x \quad a_0 = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^2 dx = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{6} \quad a_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^2 \cos 2\pi n x dx = \frac{2}{\pi} \left[\frac{(2n^2 x^2 - 1) \sin 2\pi n x + 2\pi n x \cos 2\pi n x}{4n^3} \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{(-1)^n}{n^2}$$

 $x^2 = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2\pi n x}{n^2}$

- Замечание: Используя разложение в ряды Фурье удобно вычислять сумму бесконечных рядов

- Для нашего случая подставим $x = \frac{\pi}{2}, x = 0$:

$$\frac{\pi^2}{4} = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \pi n \quad \rightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

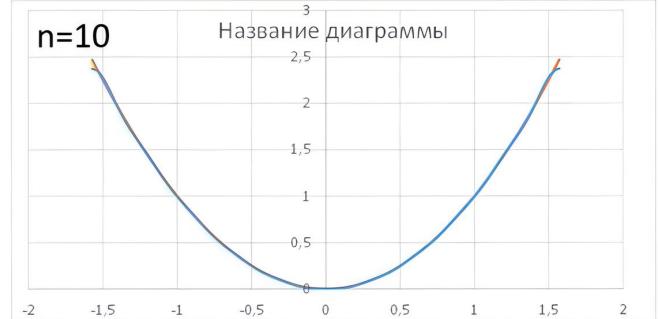
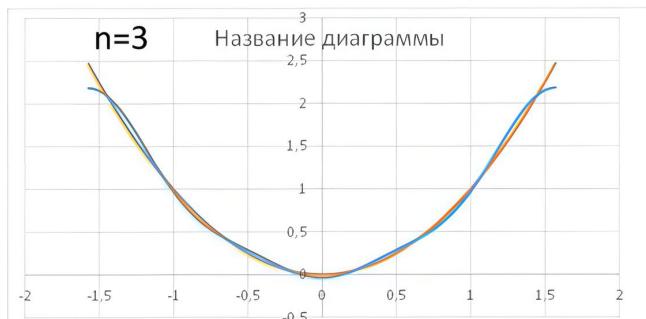
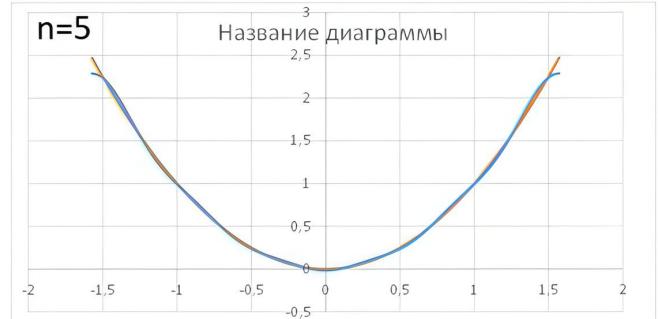
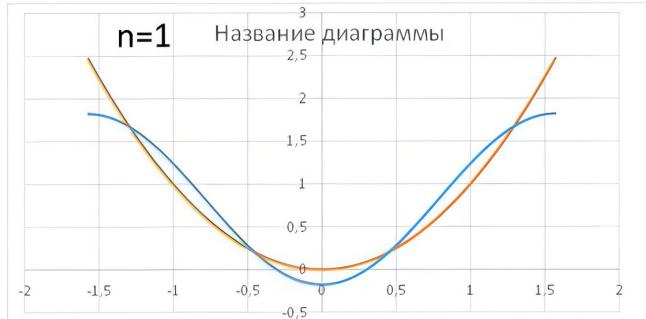
(C) Юдин Е.В.

19

Упражнение

- Для случая разложения квадратичной функции численно верифицировать полученное разложение в ряд Фурье

$$x^2 = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2nx}{n^2}$$



(С) Юдин Е.В.

20

Разложение в ряд Фурье

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C\eta^2}{8} \sinh 2\xi_e - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2n} \sinh 2n\xi_e \cos 2n\eta \right] - Ct_D + C_3 = \\
 & = B_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh 2n\xi_e \cos 2n\eta - \frac{C}{8} (1 + \cos 2\eta) - Ct_D
 \end{aligned}$$

- Член η^2 никуда уйти не может, поэтому чтобы найти A_n надо произвести его Фурье разложение:

$$\eta^2 = \frac{\pi^2}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2n\eta}{n^2} \quad \rightarrow$$

$$A_n = \frac{C}{4} \frac{(-1)^n}{n} \frac{\sinh 2\xi_e}{F_E n \cosh 2n\xi_e + \sinh 2n\xi_e}$$

$$C_3 = 1 - \frac{C}{4} - \frac{C}{4} \xi_e \sinh 2\xi_e + \frac{3C}{16} \cosh 2\xi_e + \frac{\pi^2 C}{48 F_E} \sinh 2\xi_e - \frac{A_1}{2}$$

$$B_0 = 1 - \frac{C}{4} \xi_e \sinh 2\xi_e + \frac{3C}{16} \cosh 2\xi_e - \frac{C}{8} - \frac{A_1}{2}$$

$$C = \frac{2\mu q_w}{\pi k h p_i (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1)}$$



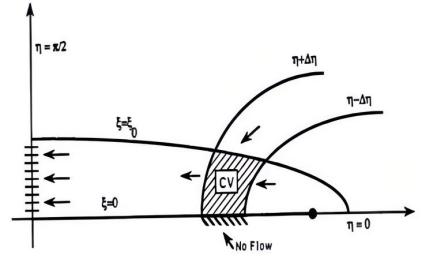
$$p_{DSS}(\xi, \eta, t_D) = B_0 + \frac{C}{4} \xi \sinh 2\xi_e - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh(2n(\xi_e - \xi)) \cos 2n\eta - \frac{C}{8} (\cosh 2\xi + \cos 2\eta) - Ct_D$$

$$p_{DSS}(\eta, t_D) = -\frac{2}{F_E} \left[\frac{C}{8} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) \eta^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n} A_n \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right] - Ct_D + C_3$$

$$u(\eta) = \frac{k}{\mu} \nabla p_{DSS} = \frac{p_i}{x_f H_s} \frac{\partial p_{DSS}(\xi, \eta, t_D)}{\partial \xi} \Bigg|_{\substack{\xi=\xi_1 \\ \eta=\eta}} = \frac{k}{\mu x_f} \frac{p_i}{\sqrt{\sinh^2 \xi_1 + \sin^2 \eta}} \left[\frac{C}{4} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) + \sum_{n=1}^{\infty} 2n A_n \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right]$$

21

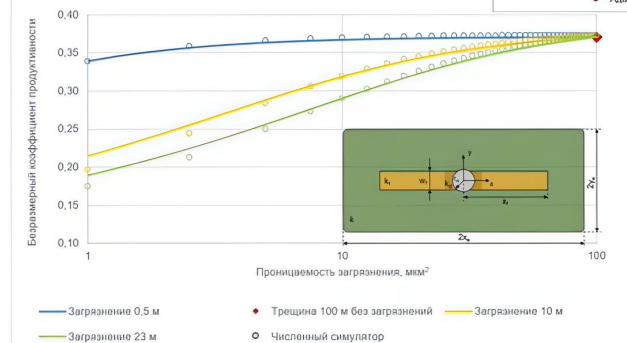
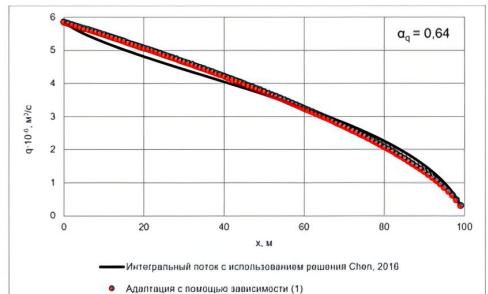
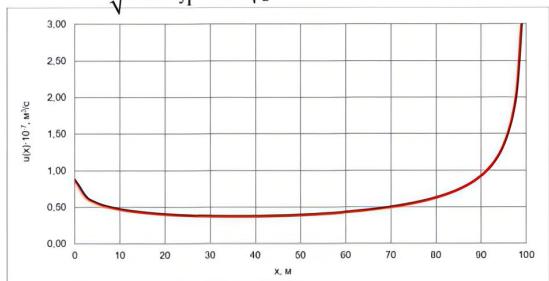
(С) Юдин Е.В.



Зачем все это?

- На основе модуля можно быстро вычислять приток вдоль трещины
- Это позволяет посчитать интегральный приток вдоль трещины и аппроксимировать его степенной функцией
- С учетом результатов модели Meyer et al – это позволяет замкнуть модель и производить оценку производительности загрязненной трещины ГРП

$$u(\eta) = \frac{4k}{\mu \cdot x_f} \frac{p_i}{\sqrt{\sinh^2 \xi_1 + \sinh^2 \eta}} \left[\frac{C}{4} (\sinh 2\xi_e - \sinh 2\xi_1) + \sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot A_n \cdot \sinh(2n(\xi_e - \xi_1)) \cos 2n\eta \right], \quad \rightarrow q = q_0 \cdot (1 - x_D)^{\alpha_q}$$

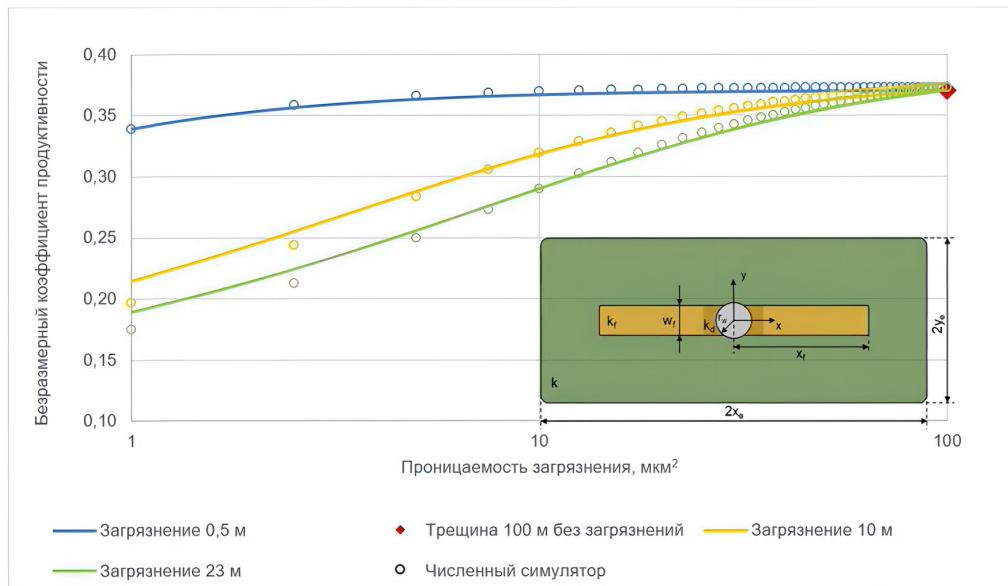


22

(С) Юдин Е.В.

Зачем все это?

- На основе модуля можно быстро вычислять приток вдоль трещины
- Это позволяет посчитать интегральный приток вдоль трещины и аппроксимировать его степенной функцией
- С учетом результатов модели Meyer et al – это позволяет замкнуть модель и производить оценку производительности загрязненной трещины ГРП



23

(С) Юдин Е.В.

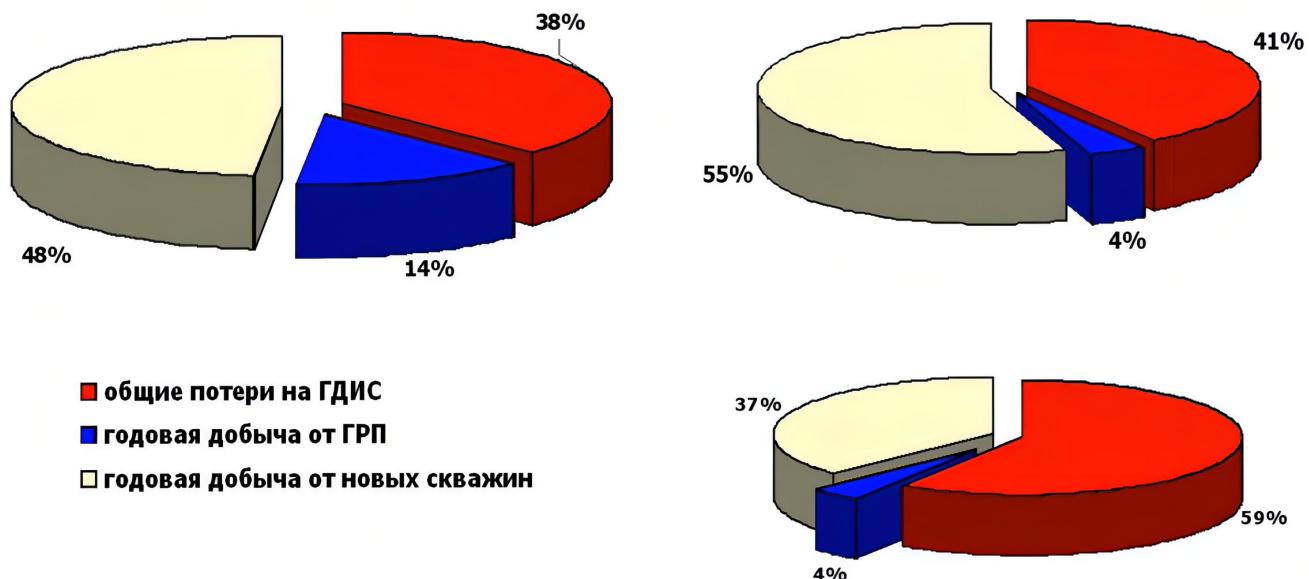
12.4 Численные методы

Постановка задачи: пример актива X

- ***Затраты:**
 - Ежегодно на активе X проводятся более 2000 исследований
 - При этом потери в добыче нефти на простой составляют около 45 тыс.тонн/год
 - Затраты на исследования (проведение и интерпретацию) составляют около 27 млн.руб./год
- **Проблемы:**
 - Во многих случаях исследования признаются неуспешными из-за недостижения псевдорадиального режима, что связано с большими трещинами ГРП и низкими проницаемостями
 - Охват исследованиями фонда мал – около 20% – этого недостаточно, для насыщения карт, при этом охват исследованиями нерегулярен
 - Необходимое (в соответствии с регламентами МЭ) количество исследований практически нереализуемо, вследствие больших потерь на простой
 - Существует огромный массив промысловой информации, которая не используется

* Данные по месторождениям ТОП-4 ДО X за 2010 года

Активная стратегия



* Данные по месторождениям ТОП-4 ДО Х за 2010 года

Решение

▪ **Решение: использовать промысловые данные**

- Неустановившийся режим новых скважин - факторный анализ новых скважин
 - «+» Используются доступные данные без остановки скважин
 - «-» Методика применима только в районах бурения
- Неустановившийся режим скважин после ГТМ, ремонтов и прочих остановок
 - «+» Большое количество данных: ежегодно проводится 5000 ГТМ, ремонтов и прочих остановок
 - «+» Методика применима для всех областей месторождения
 - «-» Нет подходящего инструмента интерпретации

Пассивная стратегия



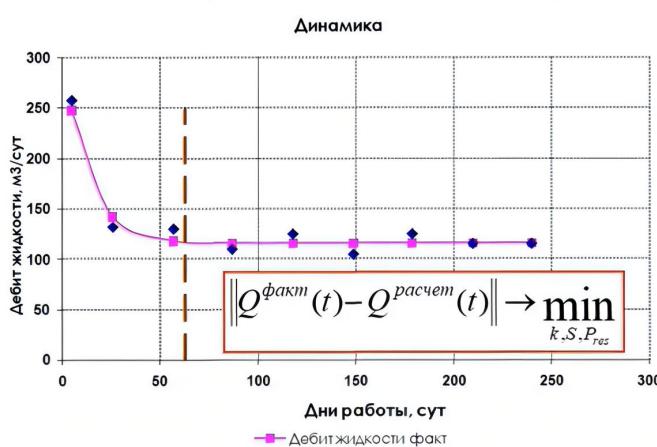
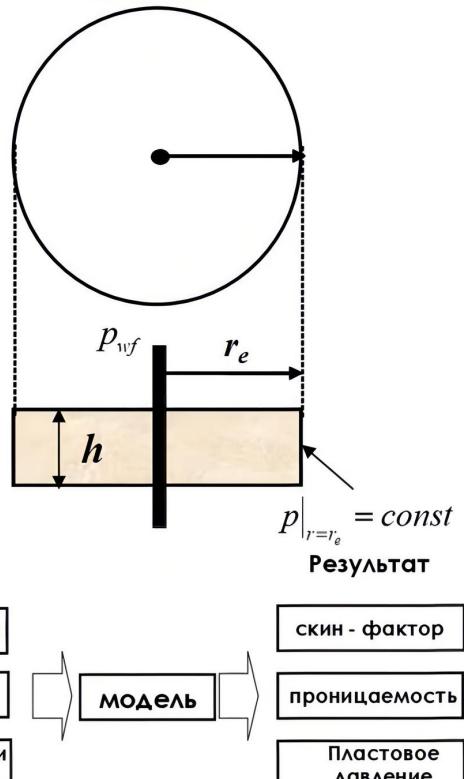
(c) Юдин Е.В.

6

Создание цифрового инструмента «факторный анализ скважин»

- Применяется для анализа неуст. режима новых скважин
- Модель – аналитическое решение уравнение пьезопроводности для кругового пласта
- На границе поддерживается постоянное давление
- Пласт предполагается невозмущенным

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \Delta p$$



) Юдин Е.В.

Постановка задачи: моделирование работы новой скважины

- Для моделирования производительности скважины необходимо решить уравнение пьезопроводности:

$$\begin{cases} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \\ p(r, t) \Big|_{r=r_e} = p_e \\ p(r, t) \Big|_{r=r_w} = p_{wf}(t) \end{cases}$$

- Начальное условие для новой скважины

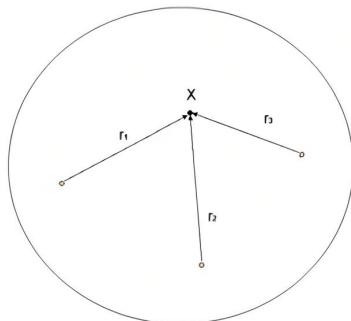
$$p(r, t) \Big|_{t=0} = p_e$$

- В такой постановке задача решается достаточно легко:
 - Ищем аналитическое решение для случая постоянного Рзаб
 - Используем принцип суперпозиции

$$q(t) = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_e - p_{wf}}{\ln \left(1 + \frac{\sqrt{\pi\kappa t}}{r_w} \right)} \quad t < \frac{(r_e - r_{w0})^2}{\pi\kappa}$$

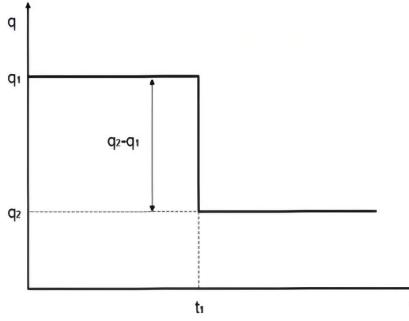
Принцип суперпозиции и интеграл Дюамеля

- Принцип суперпозиции при решении линейных уравнений – если две функции являются решениями данного уравнения, то их линейная комбинация также является решением данного уравнения
- Необходимо удовлетворить только граничным и начальным условиям:



$$p(X, t) = p_1(r_1, t_1) + p_2(r_2, t_2) + p_3(r_3, t_3)$$

- Отсюда для скважины с изменением дебита/забойного давления, имеем:



$$p_{wf}(t) = p_{wf}(q_1, t) + p_{wf}((q_2 - q_1), (t - t_1))$$

(C) Юдин Е.В.

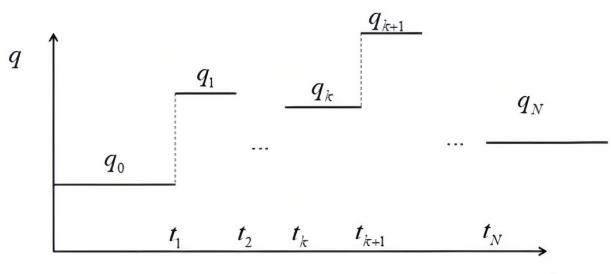
9

Принцип суперпозиции и интеграл Дюамеля

- В пределе принцип суперпозиции сводится к интегралу Дюамеля
- Обозначим решение для постоянного дебита:

$$p_D(q_D, \vec{r}_D, t_D) = q_D \cdot p_D^q(\vec{r}_D, t_D) \equiv q_D \cdot p_D^q(1, \vec{r}_D, t_D) \quad q_D = \frac{q}{q_0}$$

решение для перепада давления при задании на скважине единичного дебита



- Для удовлетворения граничных условий построим следующее решение:

$$p_D(q_D(t), \vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N p_D(q_{Dn} - q_{Dn-1}, \vec{r}_D, t_D - t_{Dn-1})$$

- Или с учетом принципа суперпозиции:

$$p_D(q_D(t), \vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N (q_{Dn} - q_{Dn-1}) p_D^q(\vec{r}_D, t_D - t_{Dn-1})$$

- Устремим интервалы времени к нулю, получим $(q_{Dn} - q_{Dn-1}) \rightarrow q'_D(\tau) \Delta \tau$

- Переходя к пределу заменим сумму интегралом, получим интеграл Дюамеля:

$$p_D(q_D(t_D), \vec{r}_D, t_D) = \int_0^{t_D} \frac{dq_D(\tau)}{d\tau} p_D^q(t_D - \tau) d\tau$$

- Его основное преимущество в том, что можно моделировать работу скважины с переменным дебитом, используя простое решение

Интеграл Дюамеля и преобразование Лапласа

- По правилу свертки можно получить:

$$p_D(q_D(t_D), \vec{r}_D, t_D) = \int_0^{t_D} q_D(t_D - \tau) \frac{dp_D^q(\tau)}{d\tau} d\tau \quad p_D(q_D(t_D), \vec{r}_D, t_D) = \int_0^{t_D} \frac{dq_D(t_D - \tau)}{d\tau} p_D^q(\tau) d\tau \quad p_D(q_D(t_D), \vec{r}_D, t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) \frac{dp_D^q(t_D - \tau)}{d\tau} d\tau$$

- Интеграл Дюамеля в пространстве Лапласа (Теорема Бореля): $\tilde{p}_{wD}(s) = s\tilde{q}(s)\tilde{p}_{wD}^q(s)$

- Выведем связь решения для постоянного давления и дебит в пространстве Лапласа

- Пусть**

p_D^p - Решение для распределения давления для случая задания на скважине единичного перепада давления

Пусть дебит на скважине постоянный

$$q_{wD}^p(t_D) = \iint_{I_w} \frac{k}{\mu} \frac{\partial p_D^p(1)}{\partial \vec{n}} dl \quad \rightarrow \quad \tilde{q}_{wD}(s) = s\tilde{p}_{wD}^p(s)\tilde{q}_{wD}^p(s) \quad \rightarrow \quad \tilde{q}_{wD}(s) = \frac{1}{s}$$

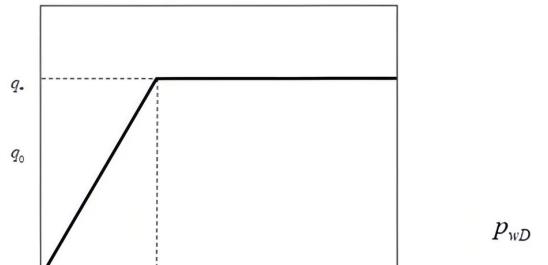
$$\rightarrow \tilde{p}_{wD}^p(s) \equiv \tilde{p}_{wD}^q(s) \quad \rightarrow \quad \tilde{p}_{wD}^q(s)\tilde{q}_{wD}^p(s) = \frac{1}{s^2}$$

- Таким образом в пространстве Лапласа существует фундаментальная связь между решениями для постоянного давления и дебита для скважины произвольного заканчивания

Упражнение: вывод скважины на режим

- Постоянное значение дебита устанавливается только спустя некоторое время после запуска скважины
- Для примера, рассмотрим линейный закон установления дебита

$$q(t) = \begin{cases} q_* \frac{t}{t_1}, & 0 < t \leq t_1 \\ q_*, & t > t_1 \end{cases}$$



- Рассмотрим интеграл Дюамеля:

$$p_{wD} = \frac{kh\Delta p}{18.4qB\mu}$$

$$p_{wD}(t) = \frac{1}{q_*} \int_0^t \frac{dq(\tau)}{d\tau} p_{wD}(t-\tau) d\tau \quad \rightarrow \quad p_{wD}(t) = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} [p_D(t-\tau) + s] d\tau \quad \rightarrow$$

Пояснения по определению безразмерного давления

$$J(t) = \frac{q}{p_i - p_{wf}(t)} = \frac{kh}{18.4B\mu} \left\{ \ln \left[\frac{r'_e(t)}{r_w} \right] + s \right\} = \frac{kh}{18.4B\mu p_{wD}}$$

Вывод формулы для безразмерного забойного давления

$$\ln \left[\frac{r'_e(t)}{r_w} \right] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\kappa t}{\gamma_1 r_w^2} \right) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\kappa t}{r_w^2} \right) + 0,80907 \right]$$

$$p_{wD} = p_D + S = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0,80907] + S$$

$$t_D = \frac{\kappa t}{r_w^2}$$

$$\rightarrow p_D(t-\tau) = p_D(t) - \frac{dp_D(t)}{dt} \tau + \dots \quad \rightarrow p_{wD}(t) = [p_D + S] \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} d\tau - \frac{1}{2t \cdot t_1} \int_0^{t_1} \tau d\tau + \dots \approx [p_D(t) + S] - \frac{t_1}{4t}$$

Разложим функцию
давления в ряд по малому
параметру

$$\frac{dp_D(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \ln t \right) = \frac{1}{2t}$$

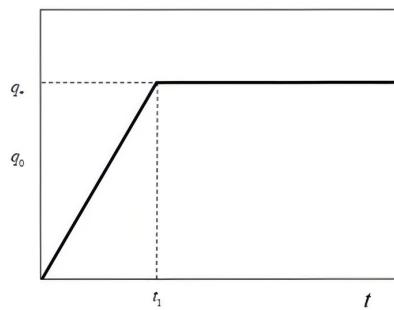
(C) Юдин Е.В.

12

Упражнение: вывод скважины на режим

- Постоянное значение дебита устанавливается только спустя некоторое время после запуска скважины
- Для примера, рассмотрим линейный закон установления дебита

$$q(t) = \begin{cases} q_* \frac{t}{t_1}, & 0 < t \leq t_1 \\ q_*, & t > t_1 \end{cases}$$

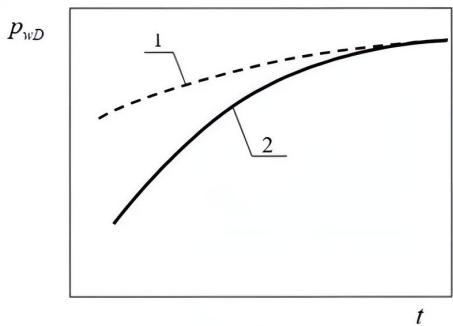


- Рассмотрим интеграл Дюамеля:

$$p_{wD}(t) = [p_D + s] \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} d\tau - \frac{1}{2t \cdot t_1} \int_0^{t_1} \tau d\tau + \dots \approx [p_D(t) + s] - \frac{t_1}{4t}$$

- При: $t \ll t_1 / 4$ $p_{wD}(t) \approx p_D(t) + s$

- Таким образом поведение скважины на выводе на режим не влияет на ее производительность после



1 – безразмерное давление при мгновенном установлении дебита;
2 – безразмерное давление при установлении давления за время t_1

Постановка задачи: моделирование работы скважины на неустановившемся режиме после остановки

- Для моделирования производительности скважины необходимо решить уравнение пьезопроводности:

$$\begin{cases} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \\ p(r, t) \Big|_{r=r_e} = p_e \\ p(r, t) \Big|_{r=r_w} = p_{wf}(t) \end{cases}$$

- Начальное условие для новой скважины

$$p(r, t) \Big|_{t=0} = p_e$$

- В такой постановке задача решается достаточно легко:
 - Ищем аналитическое решение для случая постоянного Рзаб
 - Используем принцип суперпозиции

$$q(t) = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_e - p_{wf}}{\ln \left(1 + \frac{\sqrt{\pi\kappa t}}{r_w} \right)} \quad t < \frac{(r_e - r_{w0})^2}{\pi\kappa}$$

Постановка задачи: моделирование работы скважины на неустановившемся режиме после остановки

- Для моделирования производительности скважины необходимо решить уравнение пьезопроводности:

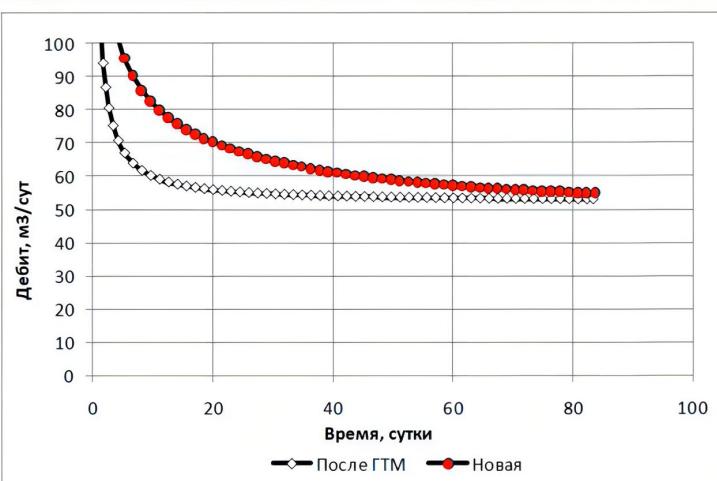
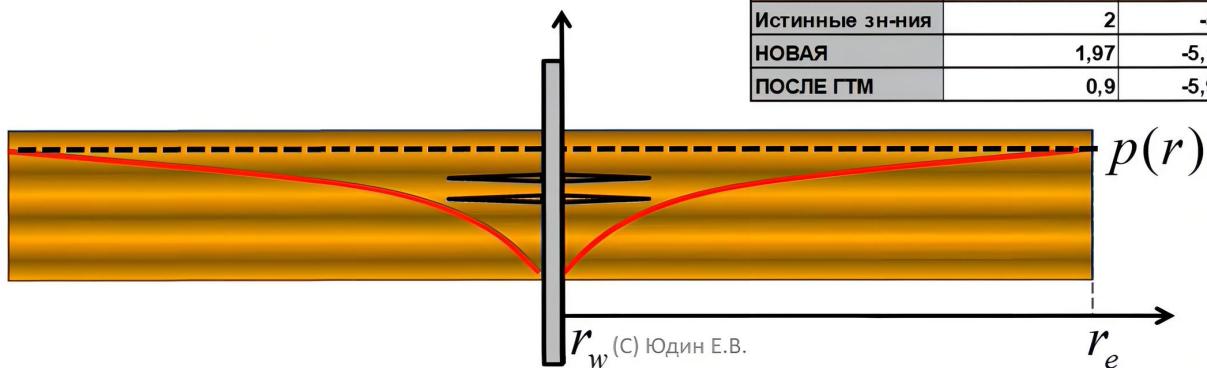
$$\begin{cases} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \\ p(r, t) \Big|_{r=r_e} = p_e \\ p(r, t) \Big|_{r=r_w} = p_{wf}(t) \end{cases}$$

- Начальное условие для скважины после остановки $p(r, t) \Big|_{t=0} = f(r)$
- Аналитическое решение: $p(r, t) = p^0(r, t) + \int_0^{r_s} G(r - r', t) f(r') dr'$
 G - Функция Грина для данной задачи, для бесконечного пласта – интегральная экспонента
 p^0 - Решение однородной задачи
- Функцию распределения давления на момент остановки можно оценить из аналитического решения
- Тогда как взять интеграл $\int_0^{r_s} G(r - r', t) f(r') dr'$ крайне затратно в связи с особенностями функции Грина
- Для создания промышленного решения необходимо применение численных методов

Попытка использовать решение для новой скважины (однородное н.у.) для интерпретации скважины после остановки

Проблемы

- Информация о неустановившемся режиме недоступна на старых скважинах
- Периоды неустановившегося режима наблюдаются на скважине не только во время запуска (периоды после ГТМ, плановые и прочие остановки)
- Пользоваться существующей моделью для анализа НС нельзя
 - Необходимо учесть историю работы скважины
 - Необходимо иметь возможность моделировать скважину с изменяющимся скрин-фактором (на случай анализа ГТМ)



| | проницаемость | скрин | Рпл |
|------------------|---------------|-------|-----|
| Истинные зна-ния | 2 | -5 | 250 |
| НОВАЯ | 1,97 | -5,1 | 246 |
| ПОСЛЕ ГТМ | 0,9 | -5,9 | 275 |

16

Моделирование работы скважины на неустановившемся режиме после остановки

- Необходимо решить новое уравнение со следующими г.у.:

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$$

$$\left. \frac{2\pi k h r_{w0}}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_{w0}} = 0$$

$$\left. p \right|_{r=r_e} = p_e$$

$$p(r,0) = p_{lap}(r)$$

- Начальное условие можно получить аналитически – из уравнения Лапласа

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial p_{lap}}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_{lap}}{\partial r^2} \right|_{r=r_{w0}} = 0$$

$$\left. \frac{2\pi k h r_{w0}}{\mu B} \frac{\partial p_{lap}}{\partial r} \right|_{r=r_{w0}} = -q_{ss}$$

$$\left. p_{lap} \right|_{r=r_e} = p_e$$

$$p(r) = p_e - \frac{q_{ss} \mu B}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_e}{r}\right)$$

Общая схема решения:



Численное моделирование работы скважины для плоскорадиального случая: подготовка к конечным разностям

Итоговое уравнение:

$$\begin{cases} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \\ p|_{r=r_{w1}} = p_{wf} \\ p|_{r=r_e} = p_e \\ p(r, 0) = p_0(r) \end{cases}$$

Всегда переходим к безразмерным переменным

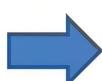
$$\begin{aligned} p_D &= \frac{p_e - p(r, t)}{p_e - p_{wf}} \\ t_D &= \frac{\kappa t}{r_{w1}^2} \\ r_D &= \frac{r}{r_{w1}} \end{aligned}$$

Итоговая система:

$$\begin{cases} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} = \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} \\ p_D|_{t_D=0} = 1 \\ p_D|_{r_D=\frac{r_e}{r_{w1}}} = 0 \\ p_D(r_D, 0) = \frac{p_e - p_0(r)}{p_e - p_{wf}} \end{cases}$$

Если есть возможность, производим замену переменных для более устойчивого решения уравнений – уход от сингулярностей:

$$z = \ln(r_D) \quad \rightarrow \quad r_D = e^z \quad \frac{\partial}{\partial r_D} = \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial z}$$



Равномерный шаг по Z и логарифмический по r

$$h = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_{w1}}\right)}{N}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p_D}{\partial t_D} = e^{-2z} \frac{\partial^2 p_D}{\partial z^2} \\ p_D|_{z=0} = 1 \\ p_D|_{z=\ln\left(\frac{r_e}{r_{w1}}\right)} = 0 \\ p_D(z, 0) = \frac{p_e - p_0(z)}{p_e - p_{wf}} \end{cases}$$

Численное моделирование работы скважины для плоскорадиального случая: конечные разности

Явная схема для ур-ия пьезопроводности неустойчива для рассматриваемых параметров!

Неявная схема!!!

$$\frac{p_{D(i)}^{n+1} - p_{D(i)}^n}{\tau} = A_i \left(\frac{p_{D(i+1)}^{n+1} - 2p_{D(i)}^{n+1} + p_{D(i-1)}^{n+1}}{h^2} \right)$$

$$p_{D(0)}^n = 1, \forall n$$

$$p_{D(N)}^n = 0, \forall n$$

$$\left. p_{D(i)}^n \right|_{n=0} = p_{D(i)}^0$$

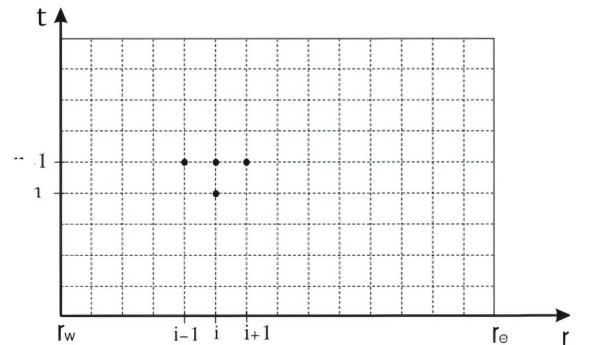
$$A_i = \frac{1}{2h} \int_{z_i-h}^{z_i+h} e^{-2z} dz = \frac{e^{-2ih}}{4h} (e^{2h} - e^{-2h})$$

Прогонка вниз (от 1-го временного шага до последнего): определение вспомогательных величин

$$\begin{cases} \alpha_1^{n+1} = 0, \beta_1^{n+1} = 1 \\ \alpha_{i+1}^{n+1} = \frac{b_i^{n+1}}{c_i^{n+1} - \alpha_i^{n+1} a_i^{n+1}}, i = 2, \dots, N-1 \\ \beta_{i+1}^{n+1} = \frac{a_i^{n+1} \beta_i^{n+1} + p_i^n}{c_i^{n+1} - \alpha_i^{n+1} a_i^{n+1}}, i = 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

Трехдиагональная матрица – метод прогонки

$$\begin{cases} a_i = b_i = \frac{A_i \tau}{h^2} \\ c_i = 2 \frac{A_i \tau}{h^2} + 1 \end{cases}$$



Прогонка вверх (от последнего до 1-го): определение функции в точке

$$\begin{cases} p_{D(N)}^{n+1} = 0 \\ p_{D(i-1)}^{n+1} = \alpha_i^{n+1} p_{D(i)}^{n+1} + \beta_i^{n+1}, i = N-1, \dots, 1 \end{cases}$$

(С) Юдин Е.В.

19

Определение дебита: некорректная процедура производной от сеточной функции

- Вычисление дебита предполагает взятие производной по пространству от сеточной функции:

$$q_{flow_GTM} = \frac{2\pi kh(p_{wf} - p_e)}{\mu B} \left[\frac{\partial p_D}{\partial z} \Big|_{z=0} \right]$$

- Взятие производной от сеточной функции в общем случае некорректно, так как погрешность вычисления производной значительно превосходит погрешность самой функции (пример с КВД). Неснижаемая погрешность

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \longrightarrow \quad f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x) + \delta}{h}$$

- Чтобы повысить точность мы вынуждены уменьшать шаг сетки, но тогда точность вычисления производной также меняется непредсказуемым способом, поскольку:

$$f(x+h) \approx f(x) \quad \longrightarrow \quad \frac{f(x+h) - f(x) + \delta}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} \frac{\delta}{h}$$

- Для того, чтобы снизить влияние погрешности сеточной функции на погрешность производной, будем находить производную от интерполяционного многочлена
- В данной работе предлагается использовать систему интерполяционных многочленов Лагранжа для трех первых точек:

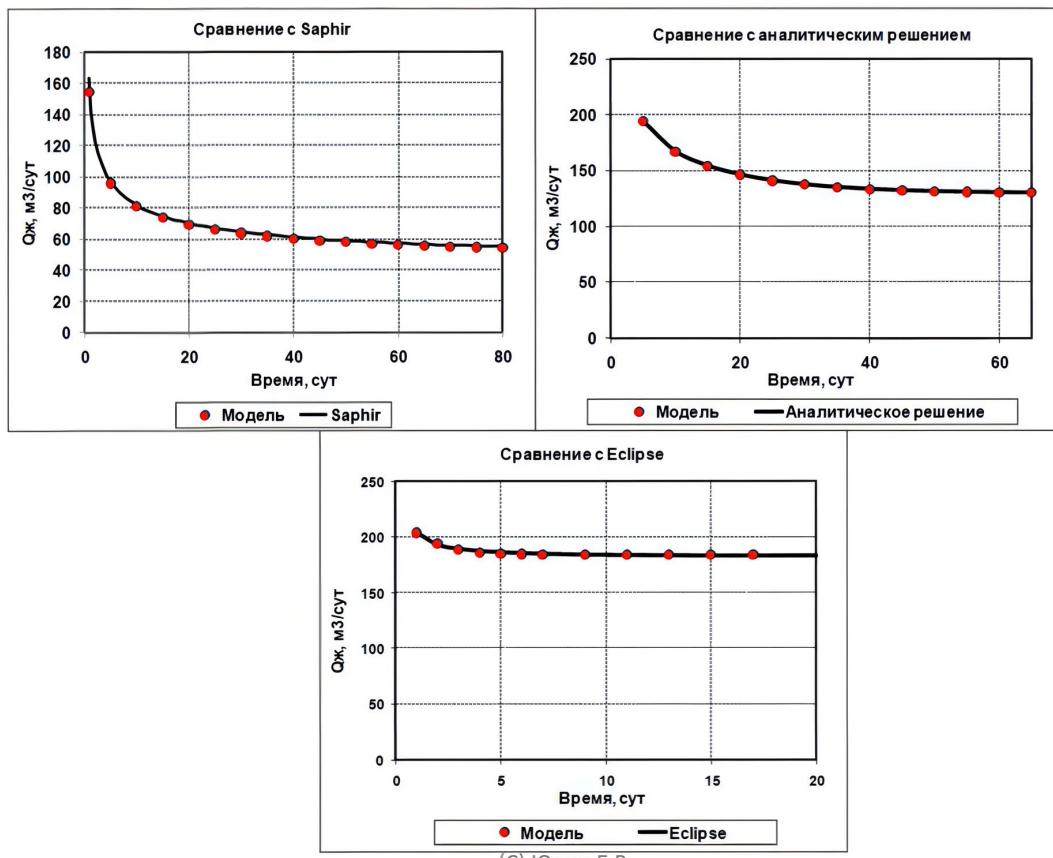
$$\left. (L_2^n(r_D))' \right|_{r_D=r_{wD}} = \frac{2}{h_1 + h_2} \left(\frac{h_1 + 0.5h_2}{h_1} (p_{D(1)}^n - p_{D(0)}^n) - \frac{0.5h_1}{h_2} (p_{D(2)}^n - p_{D(1)}^n) \right)$$

$z = 0$
 $h_2 = z_{(2)} - z_{(1)}$
 $h_1 = z_{(1)} - z_{(0)}$

(С) Юдин Е.В.

20

Сравнение с численными решениями



(C) Юдин Е.В.

21

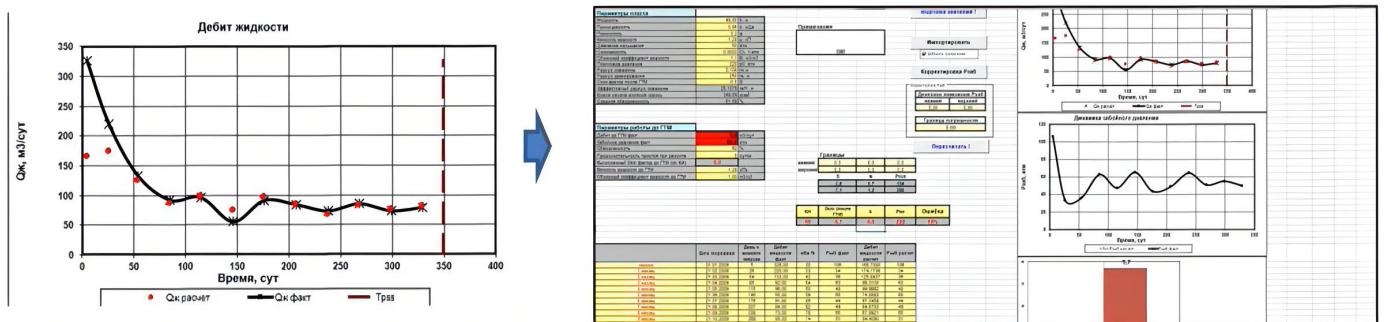
Расчетный пайплайн: исходные данные, учет многофазности и адаптация

- Многофазность учитываем через эффективную вязкость и модификацию уравнения Богеляя:

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu_o B_o \mu_w B_w}{k_{ro}(s) \mu_w B_w + k_{rw}(s) \mu_o B_o} \quad PI_r(t) = \frac{q_{r'}(t)}{(p_e - p_{wf})}$$

- В качестве исходных данных используем данные Новой Стратегии и ежемесячных отчетов ТР
- Адаптация ведется через мим

$$Error = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q^{\text{Факт}}(t_i) - q^{\text{расч}}(t_i))^2}$$

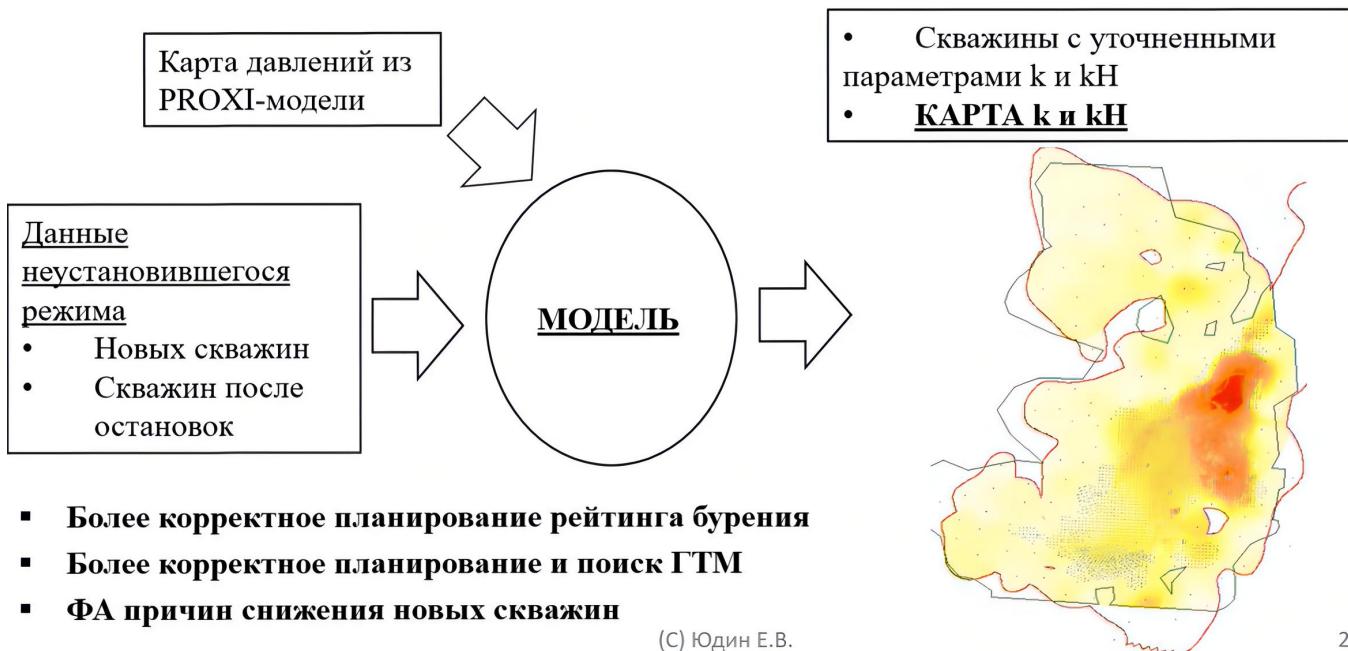


(С) Юдин Е.В.

22

Расчетный пайп-лайн

- В 2011 году запланирована реализация алгоритмов методики факторного анализа промысловых данных в ПО «ГиД»
- Автоматическая обработка данных неустановившегося режима скважин с целью построения карт проницаемости и карт kH

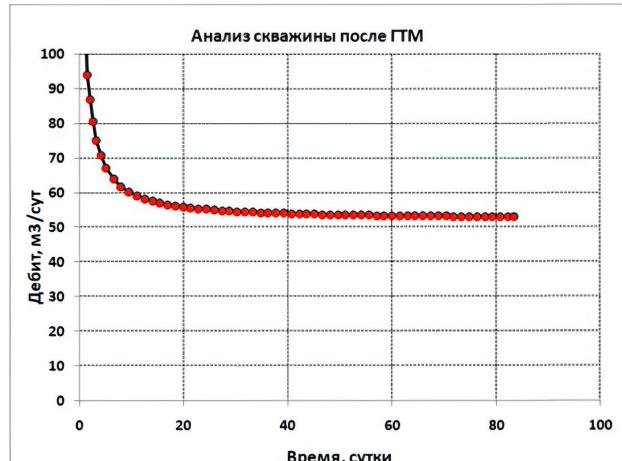
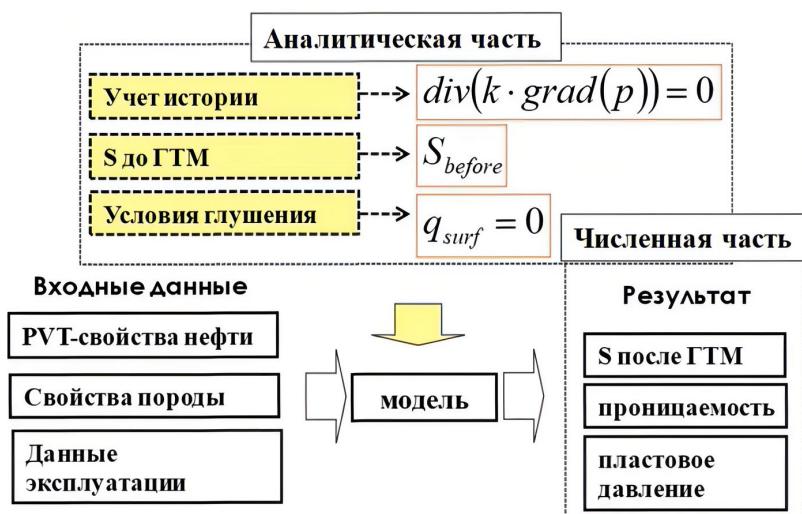


23

Модель анализа скважины на неустановившемся режиме после короткой остановки

▪ Решение

- Создана и реализована в виде прикладной программы численная модель работы скважины после короткой остановки с отличным от начального скрин-фактором
- Модель учитывает историю работы скважины и условия ее остановки (ур-ие Лапласа + условия глушения)



| | проницаемость | скрин | Рпл |
|-----------------|---------------|-------|-----|
| Истинные зн-ния | 2 | -5 | 250 |
| ПОСЛЕ ГТМ | 2,05 | -4,95 | 253 |

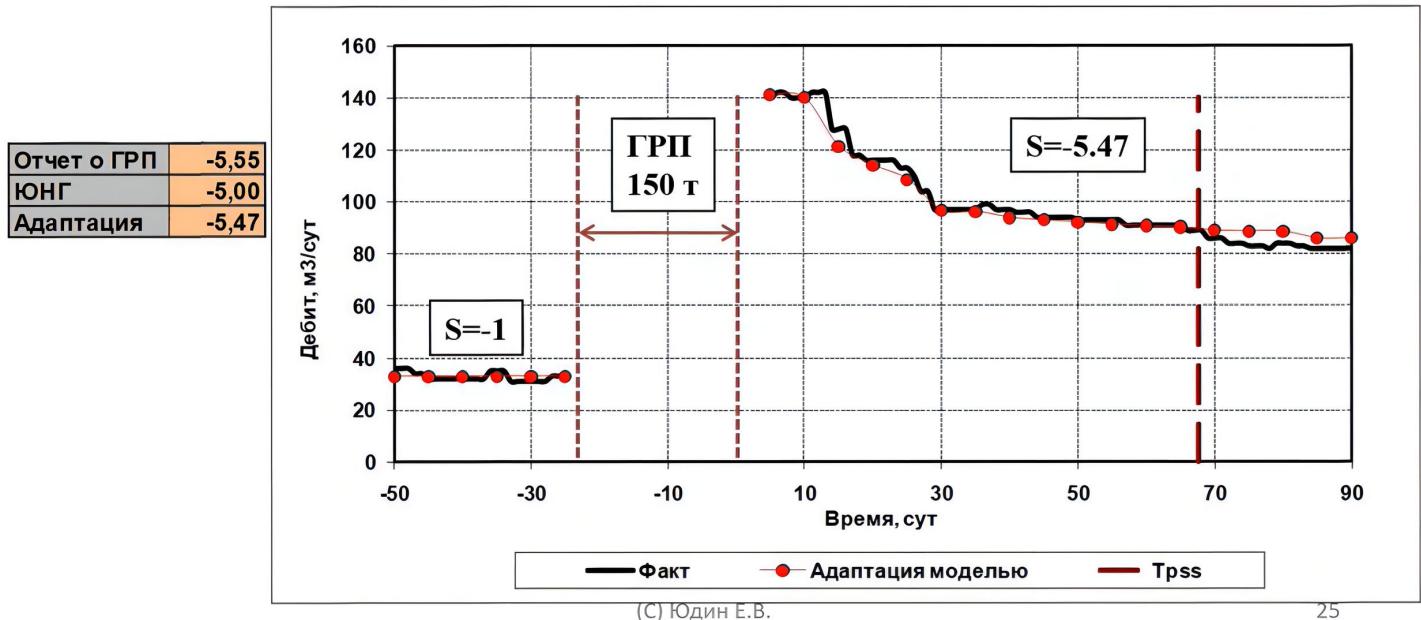
➤ Возможности модели

- ✓ Анализ как новых скважин, так и скважин после ГТМ
- ✓ Оценка эффективности ГТМ через изменение скрин-фактора
- ✓ Автоматическая адаптация к истории

(С) Юдин Е.В.

Пример работы методики: анализ НУР скважины после рефрака

- С помощью анализа с использованием предлагаемой методики неустановившегося режима на скважинах после ГТМ (в том числе новых) можно оценить эффективность самих ГТМ, которая выражается в величине изменения скин-фактора
- Пример: скв. 2183 Приобского месторождения



(C) Юдин Е.В.

25

Численное моделирование работы скважины для плоскорадиального случая

■ **Результаты:**

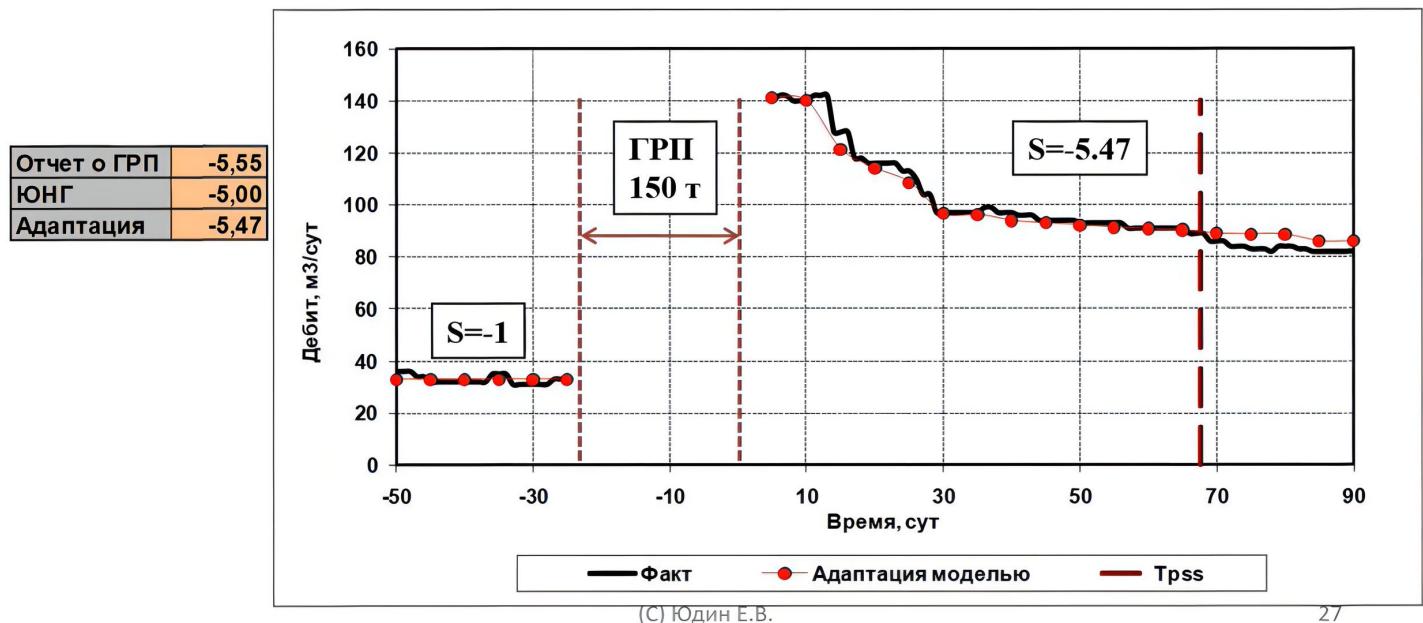
- Построена модель работы скважины на неустановившемся режиме после остановки
- Модель учитывает историю работы скважины и динамику скин-фактора до и после остановки
- Основанная на построенной модели методика позволяет уточнять параметры пласта по данным неустановившегося режима работы скважин после ГТМ и прочих остановок, более полно использовать промысловые данные
- Внедрение методики в виде модуля картопостроения в ПО «ГиД» в 2011 год

■ **Выводы:**

- Предлагаемый алгоритм позволяет оценить параметры пласта, эффективность проведенного ГТМ
- С использованием предлагаемой методики повышается точность построения карт, а, следовательно, и эффективность поиска и планирования ГТМ
- Методики позволяет оценить потенциал при оптимизации на фонде АПВ

Курсовая работа

- Реализовать модель работы скважины после короткой остановки
- Реализовать приложение по анализу работы скважины для идентификации проницаемости и скин-фактора по данным неуставновившегося режиме

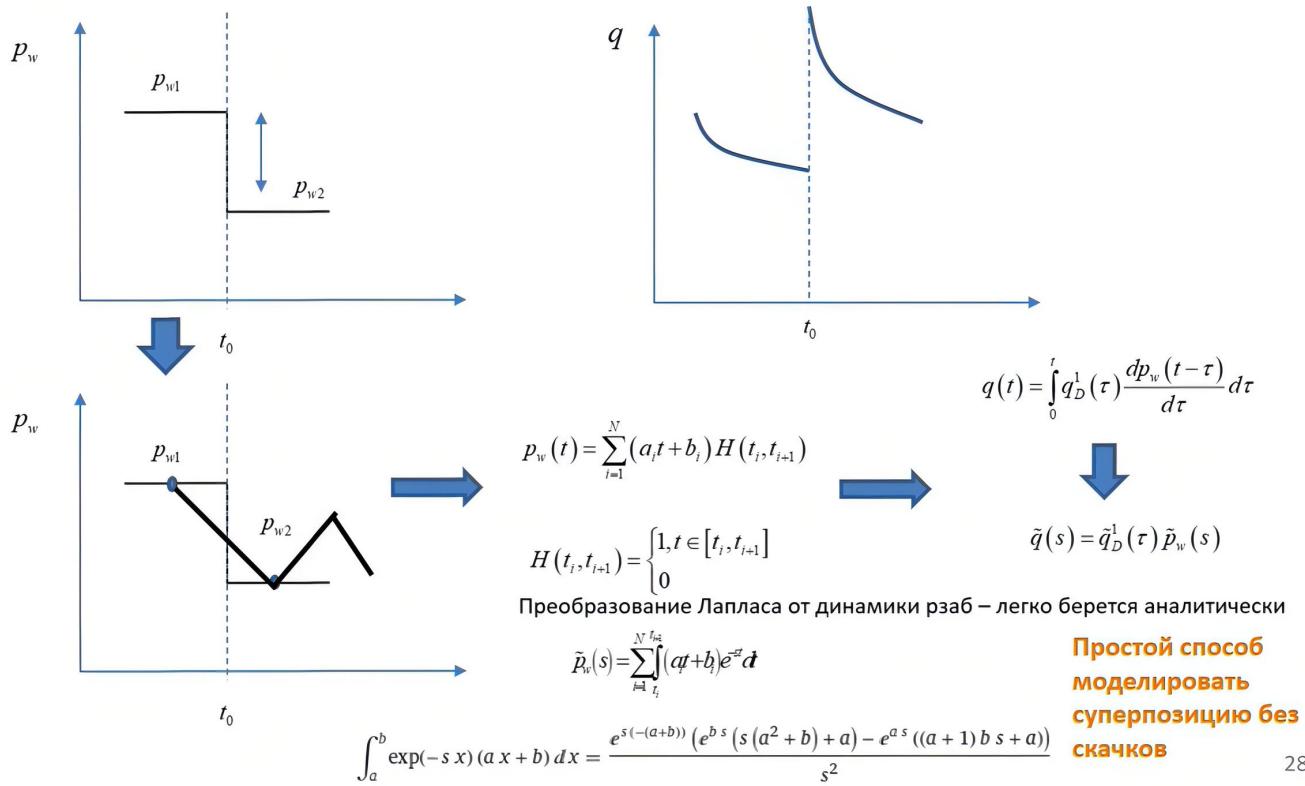


(С) Юдин Е.В.

27

Проблема разрывов

- Изменение ступенькой функции давления приводит к разрывам второго рода для дебита



Тест по курсу «Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов»

1. Как зовут преподавателя? **Юдин Евгений Викторович**
2. Давление в пласте с газовой шапкой: **Равно давлению насыщения.**
3. В гидрофобном коллекторе уровень свободной воды: **Выше уровня ВНК.**
4. Вязкость природного газа при высоких давлениях: **Снижается с ростом температуры.**
5. Газовый фактор на скважине: **Зависит от режима работы пласта (может быть и выше газонасыщенности, и ниже газонасыщенности, и равен газонасыщенности).**
6. При росте степени Кори ОФП по воде и фиксированной ОФП по нефти: **Скорость обводнения скважин падает.**
7. Чем характеризуются недиагональные элементы матрицы взаимных продуктивностей: **Это степень влияния депрессии одной скважины на дебит другой.**
8. Оцените КИН в режиме истощения для пласта с пластовым давлением 250 атм и общей сжимаемостью $5 \cdot 10^{-4}$ 1/атм: **10%.**
9. Соотношение добывающих и нагнетательных скважин в семиточечной системе разработки: **2 к 1.**
10. В девятиточечной системе разработки забойное давление на добывающих скважинах равно 50 атм, на нагнетательных – 450 атм. Оцените установившееся среднее пластовое давление для единичного соотношения подвижностей воды и нефти, если коэффициенты продуктивности всех скважин одинаковы, а начальное пластовое давление равно 250 атм. **150 атм.**
11. В девятиточечной системе разработки забойное давление на добывающих скважинах равно 50 атм, на нагнетательных – 450 атм. Оцените установившееся среднее пластовое давление для соотношения подвижностей воды и нефти равного 2, если коэффициенты продуктивности всех скважин одинаковы, а начальное пластовое давление равно 250 атм. **210 атм.**
12. Поправка Богеля это: **Корреляция для оценки снижения продуктивности скважины при работе ниже давления насыщения.**
13. Скин-фактор – это характеристика: **Степени изменения проницаемости призабойной зоны.**
14. Коэффициент извлечения нефти это: **Отношение извлечённого количества нефти к геологическим запасам нефти на месторождении.**
15. Закачка воды в пласт осуществляется для: **Все ответы верны (и для поддержания пластового давления, и для вытеснения нефти водой).**
16. Для расчета дебита скважины необходимо использовать: **Эффективную проницаемость.**
17. Закон Дарси это? **Закон фильтрации жидкости в пористой среде.**
18. Проницаемость это: **Способность породы пласта пропускать флюид при наличии перепада давления.**