

# Содержание

<b>1 Семинар 04.02.2022</b>	<b>3</b>
1.1 Закон фильтрации . . . . .	4
1.2 Стадии разработки месторождения . . . . .	6
1.3 Режимы работы пласта . . . . .	9
1.4 Режимы работы скважины в пласте . . . . .	10
1.5 Формула Дюпюи . . . . .	15
1.6 Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы . . . . .	18
<b>2 Семинар 11.02.2022</b>	<b>29</b>
2.1 Аналитический расчёт форм-факторов . . . . .	29
2.2 Скин-фактор . . . . .	33
2.3 Производительность трещины ГРП . . . . .	49
<b>3 Семинар 04.03.2022</b>	<b>60</b>
3.1 Производительность наклонно-направленной скважины . . . . .	62
3.2 Учёт вертикальной анизотропии . . . . .	66
3.3 Производительность горизонтальной скважины . . . . .	70
3.4 Подходы к планированию продуктивности скважины произвольного заканчивания	79
3.5 Производительность скважины в системе разработки . . . . .	84
<b>4 Семинар 11.03.2022</b>	<b>93</b>
4.1 Псевдоустановившийся режим в системе разработки . . . . .	99
<b>5 Семинар 18.03.2022</b>	<b>120</b>
5.1 Метод индикаторных диаграмм для многоскважинных систем . . . . .	120
5.2 Статический и мгновенный коэффициенты продуктивности . . . . .	135
<b>6 Семинар 25.03.2022</b>	<b>143</b>
6.1 Работа скважины в произвольной многоскважинной системе. Матрица взаимной продуктивности . . . . .	143
6.2 Основные факторы, влияющие на эффективность заводнения . . . . .	157
<b>7 Семинар 01.04.2022</b>	<b>160</b>
7.1 Вытеснение на микроуровне . . . . .	160
7.2 Смачиваемость . . . . .	162
7.3 Капиллярное давление . . . . .	172
7.4 Функция Леверетта . . . . .	179
<b>8 Семинар 08.04.2022</b>	<b>190</b>
8.1 Относительные фазовые проницаемости . . . . .	190
8.2 Остаточная нефтенасыщенность . . . . .	201
<b>9 Семинар 08.04.2022</b>	<b>206</b>
9.1 Влияние микропараметров на эффективность вытеснения . . . . .	206
9.2 Вытеснение на макроуровне. Система уравнений двухфазной фильтрации . . . . .	209
9.3 Поршневое вытеснение . . . . .	212

9.4	Модель Баклея-Леверетта. За фронтом вытеснения остаётся ещё много нефти . . . . .	214
9.5	Движение фронта вытеснения . . . . .	218

# Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов

## Конспект лекций

Муравцев А.А.<sup>1</sup> Юдин Е.В.<sup>2</sup>

24 апреля 2022 г.

### 1 Семинар 04.02.2022

1 часть. Заводнение терригенных и карбонатных коллекторов. Практический курс длительностью 4 интенсива по 8 часов. Режимы работы скважины в пласте. Режимы работы пласта. Формулы для производительности скважин, регулярные и нерегулярные системы разработки. Модели вытеснения. Факторы, влияющие на эффективность вытеснения. Разбор кейсов.

И тест по окончании курса.

2 часть. Продолжение методов математической физики.

Анизотропия, работа в неоднородных коллекторах, учёт многофазности течения, псевдофункции Баклея-Леверетта, вязкость зависит от давления, следовательно, нелинейность, и необходимы симплектические численные схемы для решения нелинейных уравнений.

Лабораторная по численным методам. Преобразования Фурье и Лапласа. Криволинейные системы координат. Задача фильтрации в эллиптическую трещину. Уравнение Навье-Стокса. Задача о нагрузке на физический кабель. Трубы. Узловой анализ (лр). Методы понижения размерности. Метод граничных элементов, трубки тока.

---

<sup>1</sup>конспектирует; email: almuravcev@yandex.ru

<sup>2</sup>лектор и составитель слайдов, Высшая школа теоретической механики, Санкт-Петербургский Политехнический университет. Дополнительные материалы к лекциям [доступны по ссылке](#).

## 1.1 Закон фильтрации

### Основные законы сохранения и вывод уравнений однофазной фильтрации

Законы сохранения: величина, инвариантная при движении важная часть любой теории, выводятся из самых общих принципов

В теоретической механике\*:

- Закон сохранения энергии – следствие однородности времени (произвольности выбора начала отсчета времени)
- Закон сохранения импульса – следствие однородности пространства (произвольности выбора начала координат )
- Закон сохранения момента импульса – следствие изотропности пространства (произвольности выбора направления)

Уравнение неразрывности: закон  
сохранения массы

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{u}) = w$$

Масса никуда не девается

$$\kappa = \frac{k}{\phi\mu C_t}$$

Коэффициент  
пьезопроводности

$$\kappa \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$$

$$C_t = C_o(1 - s_{wi}) + C_f + s_{wi}C_w$$

Общая сжимаемость

Закон изменения импульса: закон Дарси

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(p)$$

Скорость фильтрации прямо  
пропорционален градиенту давления

Уравнение состояния

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = \operatorname{const} = C_f \quad \frac{\partial \phi}{\partial p} = \operatorname{const} = C_\phi$$

Зависимость плотности  
жидкости и пористости от  
давления

(\*) Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физик, том I

6

## Закон фильтрации

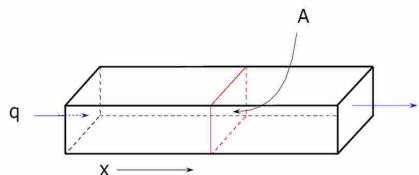


Генри Дарси  
(Henry Philibert Gaspar Darcy)  
(1803-1858)  
французский гидролог

Генри Дарси исследовал течение воды через пористую среду для строительства питьевых фонтанов г. Дижона. В 1856 году он сформулировал закон: «Расход воды прямо пропорционален площади и градиенту давления и обратно пропорционален длине участка»

$$q = \frac{KA \cdot \Delta p}{L} \quad \rightarrow \quad \vec{u} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(p)$$

$q$  – расход жидкости, м<sup>3</sup>/сек  
 $K$  – проводимость, м·сек-1  
 $A$  – площадь, перпендикулярная потоку, м<sup>2</sup>  
 $L$  – длина участка, м  
 $\Delta p$  – изменение напора по длине участка  $L$ , м



Другие виды зависимости:

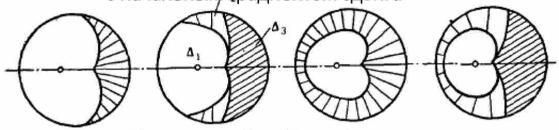
$$\nabla p = -f(|\vec{u}|) \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \quad \text{общий вид}$$

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} \vec{u} + C \rho \vec{u} |\vec{u}| \quad \text{двучленный закон фильтрации}$$

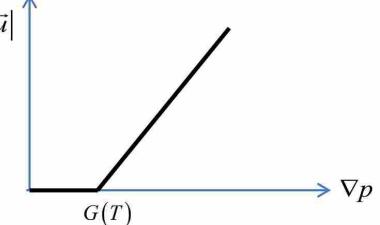
$$\vec{u} = \begin{cases} \frac{k}{\mu} \left( \nabla p - G \frac{\nabla p}{|\nabla p|} \right), & |\nabla p| > G \\ 0, & |\nabla p| < G \end{cases} \quad \text{фильтрация с начальным градиентом давления}$$

(\*) Движение жидкостей и газов в природных пластах. Баренблатт Г.И. и др.

Целики нефти при фильтрации с начальным градиентом сдвига\*



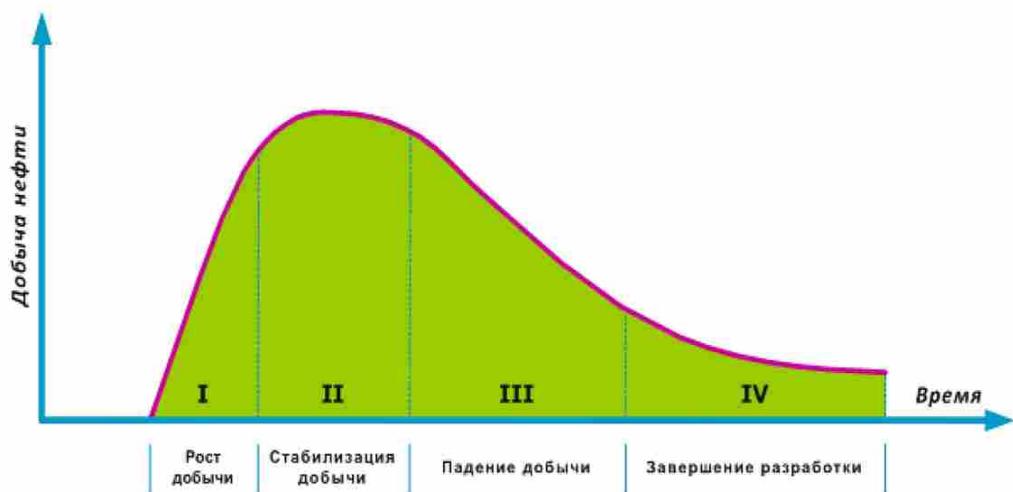
Из ТЗ договора Зарубежнефть по экспресс оценке эффективности тепловых МУН



7

## 1.2 Стадии разработки месторождения

### Стадии разработки месторождения



(с) |Один Е.В.

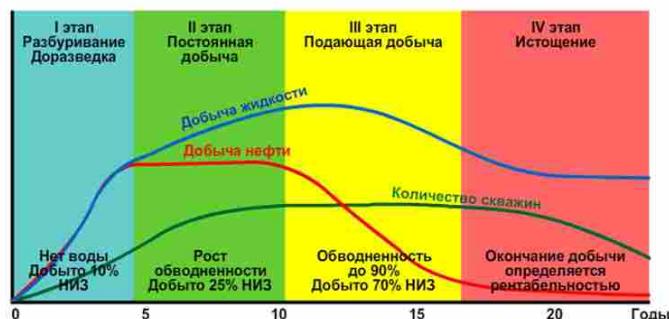
9

## Стадии разработки месторождения

В мировой практике выделяют четыре основных этапа разработки месторождения:

- начальный, когда его разбуривают и обустраивают;
- постоянная добыча, соответствующая выходу разработки месторождения на запроектированные показатели;
- этап резко падающей добычи нефти, когда при постоянной или несколько растущей добыче жидкости быстро уменьшается добыча нефти и при заводнении растет обводненность продукции;
- этап истощения, в течение которого наблюдаются сравнительно медленное, но стабильное падение добычи нефти и такой же рост обводненности продукции.

На графике приведено изменение основных показателей разработки во времени на каждом из них.

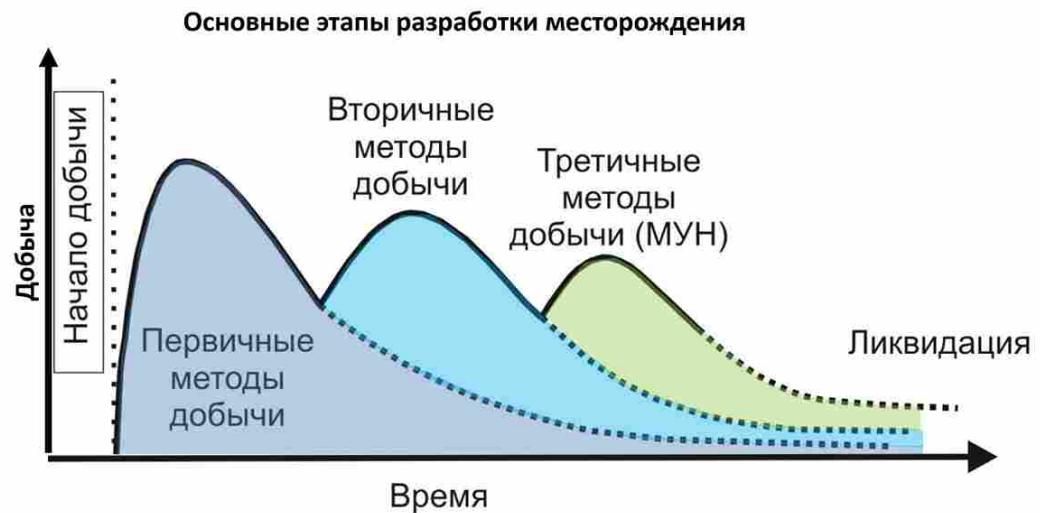


НИЗ – начальные извлекаемые запасы – часть начальных геологических запасов (НГЗ), которая может быть рентабельно извлечена из пласта.

(с) Юдин Е.В.

10

## Основные этапы разработки месторождения



Первичные методы – добыча за счет естественной энергии пласта

Вторичные методы – формирование системы поддержания пластового давления

Третичные методы – применение технологий увеличения нефтеотдачи

(с) Юдин Е.В.

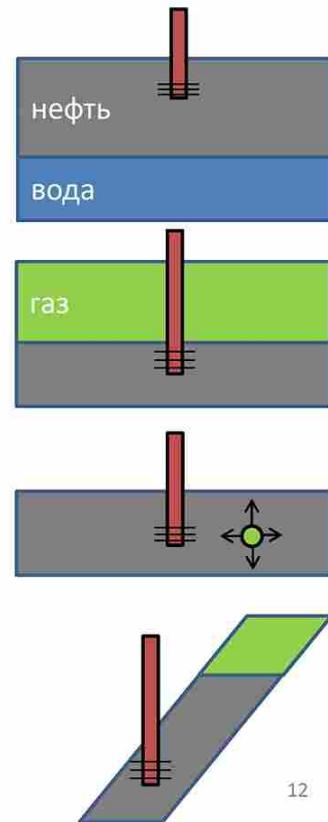
11

## 1.3 Режимы работы пласта

### Режимы работы пласта

- **Водонапорный режим:** снижение давления за счет добычи компенсируется притоком воды из артезианского фронта, два варианта:
  - Пластовая залежь
  - Массивная залежь
- **Газонапорный режим:** снижение давления компенсируется расширением газа из газовой шапки
  - Нельзя превышать критическую депрессию для исключения прорыва газа в добывающие скважины
- **Режим растворенного газа:** снижение давления компенсируется энергией расширяющегося растворенного в нефти газа
  - Режим возникает в том числе при добыче на истощение
- **Гравитационный режим:** нефть движется к забоям скважин за счет энергии гравитации
  - Режим возникает в пластах с большим этажом нефтепоставки
  - Режим наблюдается на горизонтальных скважинах при добыче высоковязкой нефти по технологии SAGD
- Смешанный режим

(\*) Упражнение с динамикой газового фактора (c) Юдин Е.В.



12

Режимы работы пласта отражают энергию, за счёт которой нефть движется к забою скважины.

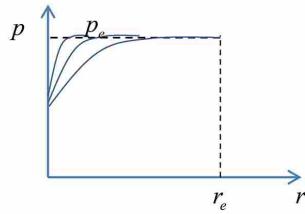
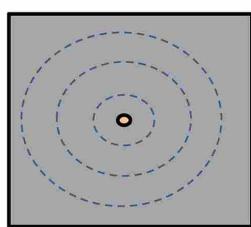
SAGD = парогравитационный дренаж. В пласт битума (ближе к подошве) забуривают горизонтальную скважину. На расстоянии 5-10 м сверху от неё параллельно бурится паронагнетательная скважина. За счёт неё вырабатывается расширяющаяся паровая камера, и битум стекает по краям этой паровой камеры в добывающую скважину.

## 1.4 Режимы работы скважины в пласте

### Режимы работы скважины в пласте

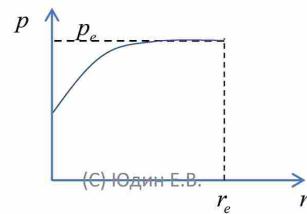
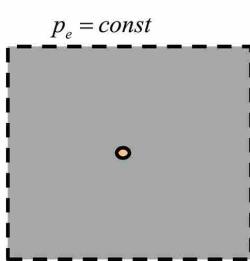
#### Неустановившийся режим:

- связан с расширением области дренирования скважины
- границы не оказывают влияния
- падение дебита скважины при заданном забойном давлении
- падение забойного давления при заданном дебите



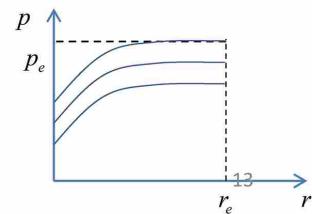
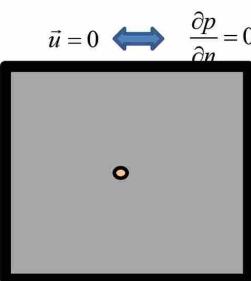
#### Установившийся режим:

- наблюдается после переходного режима, который следует за неустановившимся, если в системе есть граница с поддержанием постоянного давления
- дебит и забойное давление стационарны
- профиль давления в пласте стационарен



#### Псевдоустановившийся режим:

- наблюдается после переходного режима, который следует за неустановившимся, если в системе нет границ с поддержанием постоянного давления при задании на скважине постоянного дебита
- Форма профиля давления неизменна
- Профиль давления в пласте движется параллельно и линейно по времени
- Добыча из разных участков пласта одинакова



## Неустановившийся режим

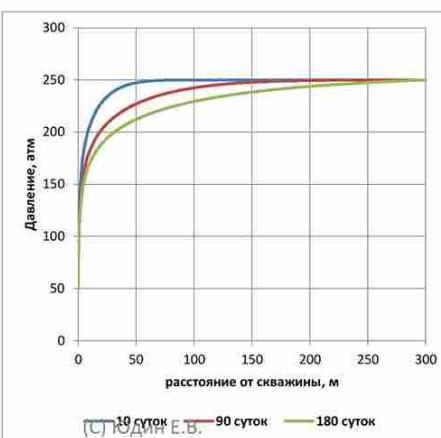
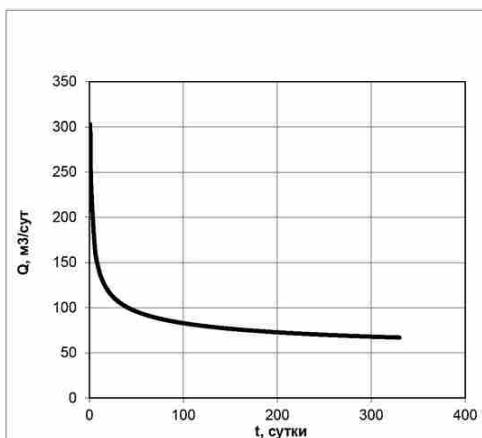
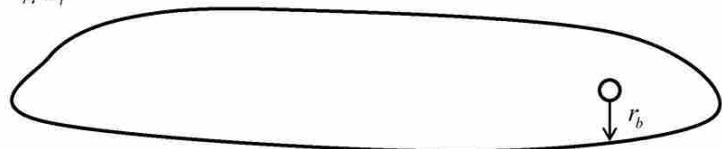
- Неустановившийся режим – это режим, на котором возмущение давления распространяется от скважины до границ, на этом режиме скважина ведет себя как в бесконечном пласте, «не чувствуя» границ дренируемой области
- Длительность неустановившегося режима можно оценить по следующей формуле:

$$T_{tr} = 0.3 \frac{r_b^2}{K}$$

$$T_{tr} = 35 \frac{r_b^2}{K}$$

$r_b$  - расстояние до ближайшей границы  
 $K = \frac{k}{\phi \mu C_f}$  - коэффициент пьезопроводности

!!! На низкопроницаемых коллекторах длительность неустановившегося режима может составлять от нескольких месяцев до нескольких лет, иногда неустановившийся режим длится все время разработки (горючие сланцы США Bakken, Eagle Ford)



14

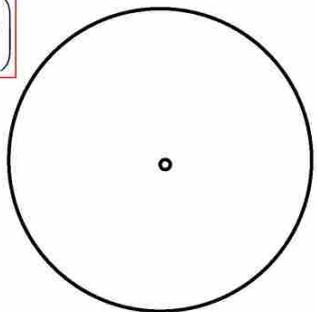
# Выражения для работы скважины на неустановившемся режиме

- Модель постоянного дебита (\*):

$$\Delta p = \frac{q\mu B}{4\pi kh} \int_0^t \frac{e^{-\frac{r_w^2}{4\kappa(t-t')}}}{t-t'} dt' \quad t > \frac{25r_w^2}{\kappa}$$

$\gamma \approx 0,57772$  – постоянная Эйлера-Маскерони

$$p_w(t) \approx p_0 - \frac{36.8q\mu B}{kh} \left( \ln \left( \frac{0.0346 \cdot \kappa t}{r_w^2} \right) - \gamma \right)$$



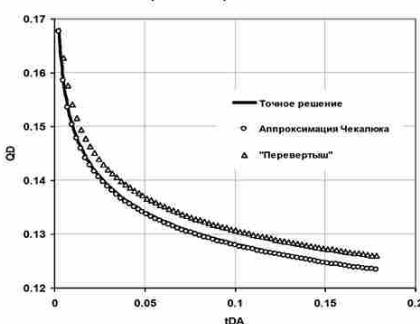
- Модель постоянного забойного давления (\*\*):

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{P_0 - P_{wf}}{\ln \left( 1 + \frac{\sqrt{\pi\kappa t}}{r_w s} \right)} \quad t < \frac{(r_p - r_w)^2}{\pi\kappa}$$

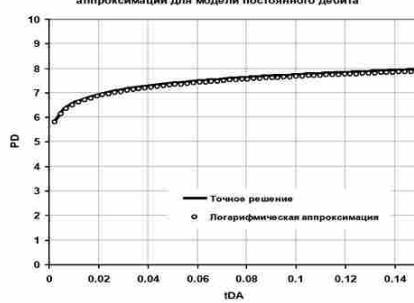
$$s = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi n^2 \left( \frac{R - r_w}{r_p - r_w} \right)^2} \quad t < \frac{36 \cdot (r_p - r_w)^2}{\kappa}$$

$$q = \frac{kh}{18.4\mu B} \frac{P_0 - P_{wf}}{\ln \left( 1 + \frac{\sqrt{0.0271 \cdot \kappa t}}{r_w} \right)}$$

Сравнение решений



Сравнение точного решения и логарифмической аппроксимации для модели постоянного дебита



$$t_{DA} = \frac{\kappa t}{A}$$

$$p_D = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu B q}$$

$$q_D = \frac{\mu B q}{2\pi kh\Delta p}$$

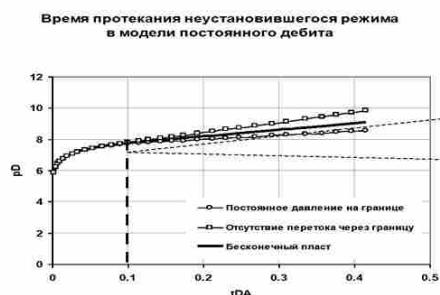
(\*) – В.Н. Щелкачев: Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. Монография: В 2 ч. – М.: Нефть и газ, 1995.

(\*\*) – Э.Б.Чекалюк: Об эффективном радиусе влияния скважины – Нефтяное хозяйство 1952.

15

# Выражения для работы скважины на неустановившемся режиме

- Модель постоянного дебита:

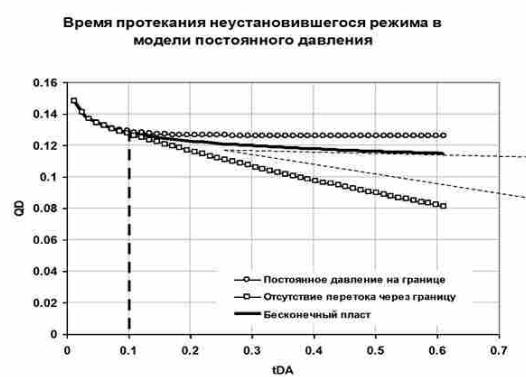


Решения, как показывают расчеты, отличаются не более 1% при



$$T_{tr} = 0.1 \frac{A}{K}$$

- Модель постоянного давления:



Решения, как показывают расчеты, отличаются не более 1% при



$$T_{tr} = 0.1 \frac{A}{K}$$

(С) Юдин Е.В.

16

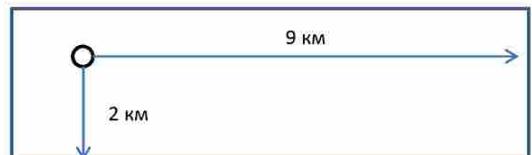
## Упражнение

Дано:

- Общая сжимаемость:  $3 \cdot 10^{-4}$  1/атм
- Пористость: 20%
- Вязкость: 3 сПз
- Размеры участка 10\*3 км
- Мощность: 10 м

Найти:

- Оценить длительность неустановившегося режима в пласте для двух случаев: проницаемость пласта 0,1 мД и 100 мД



(С) Юдин Е.В.

17

Соотношение воронки депрессии скважины к границам области дренирования.  
Упражнение (длительность неустановившегося режима)

```
C_t = 3E-4 # 1/атм
phi = 0.2 # доли
mu = 3 # сПз
r_b = 1000 # м
k = 100E-3 # Дарси
karpa = k / (phi * mu * C_t)
h = 10

T = 35 * r_b**2 / karpa
print('Длительность неустановившегося режима ', T / (60 * 60 *
        24), 'суток')
```

Скважину запускают не сразу. Как правило, её выводят на режим.

Последовательно. Пробурили. Спустили ГИС. Интерпретировали ГИС. Спустили эксплуатационную колонну. Убедились в герметичности (опрессовка). Проперфорировали. Пригнали флот ГРП. Спустили ГНКТ (гибкие насосно-компрессорные трубы) с пакером. Провели ГРП. Промыли пропант из скважины. Заглушили скважину. Далее бригада КРС (капитального ремонта скважины) спускает погружной ЭЦН, который крепится к ГНКТ. Спустили насос (при этом скважина не пустая, в ней есть жидкость глушения, чтобы не допустить газонефтепроявления на устье). Имеется кабель питания для ЭЦН.

Далее кнопочный пуск (начинает работать ЭЦН). С этого момента начинается вывод скважины на режим: частота насоса увеличивается с низких до рабочих частот, дебит жидкости постепенно растёт, а обводнённость падает (постепенно вытягивается вся жидкость глушения).

Процесс от кнопочного пуска до вывода параметров по скважине (как по жидкости, так и по обводнённости) называют выводом скважины на режим.

Среднее время вывода скважины на режим составляет 7 суток.

## 1.5 Формула Дююи

### Формула Дююи: постоянное давление на границе

- Рассмотрим уравнение пьезопроводности для плоскорадиального случая:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Если фильтрация установившаяся:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = 0$$

- Общее решение:  $p = A \ln r + B$

- Границные условия:  $p(r_e) = p_e$      $p(r_w) = p_w$

- Дебит скважины:

$$q = \frac{kh}{\mu} \oint_{r=r_w} \frac{\partial p}{\partial r} dr = \frac{2\pi k h r_w}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w}$$

- Среднее пластовое давление:

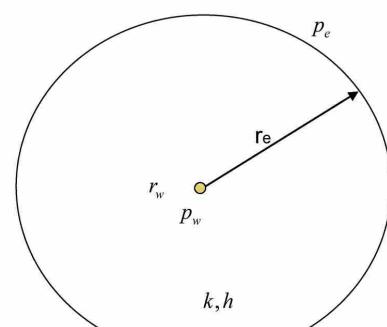
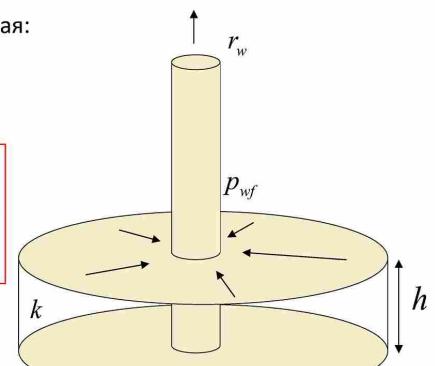
$$\bar{p} = \frac{1}{\pi r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi p(r) r dr = p_w \left( 1 - \frac{r_w^2}{\pi r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2kh} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right) \right)$$

- Связь дебита и пластового давления в промысловых единицах:

$$\frac{r_e}{r_w} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \bar{p} = p_w + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right) \quad \Rightarrow \quad q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S - \frac{1}{2} \right)}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S - \frac{1}{2} \right)}$$

(с) Юдин Е.В.



20

## Формула Дююи: псевдоустановившийся режим

- Рассмотрим уравнение пьезопроводности для плоскорадиального случая:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t}$$

- Если фильтрация псевдо установившаяся:

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = C \quad \forall t \quad \rightarrow \quad q = \frac{dV_{por}}{dt} = -C_i V_{por} \frac{dp}{dt} = -C_i V_{por} \frac{d\bar{p}}{dt}$$

- Общее решение:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \quad \rightarrow \quad p(r,t) = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left( \ln r - \frac{r^2}{2r_e^2} - \frac{2t}{\kappa r_e^2} \right)$$

- Если рассматривать депрессию относительно давления на границе:

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p}(0) - p_w)}{\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)}$$

$$q = \frac{k h (\bar{p}(0) - p_w)}{18.4 \mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right)}$$

- Среднее пластовое давление:

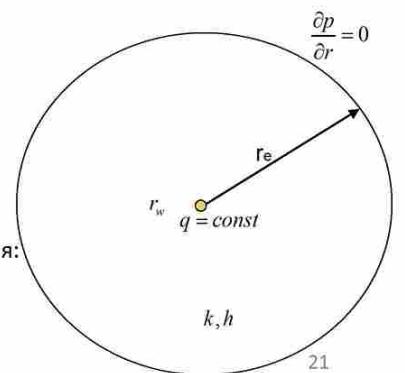
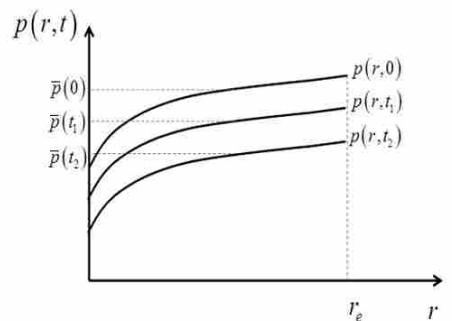
$$\bar{p}(t) = \frac{1}{r_e^2} \frac{q\mu}{\pi k h} \left( \frac{r_e^2}{2} \ln r_e - \frac{r_w^2}{2} \ln r_w - \frac{(r_e^2 - r_w^2)}{\kappa 4} - \frac{t(r_e^2 - r_w^2)}{8r_e^2} \right)$$

- Если рассматривать депрессию относительно среднего пластового давления:

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_w)}{\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)}$$

$$q = \frac{k h (\bar{p} - p_w)}{18.4 \mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)}$$

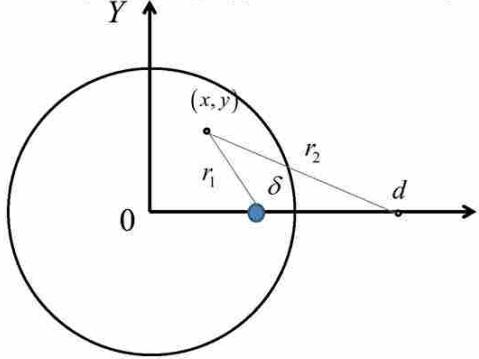
(c) Юдин Е.В.



21

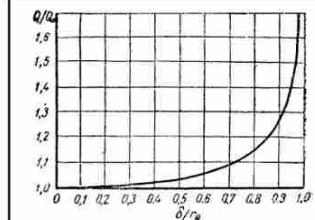
## Скважина в круговом пласте: установившийся режим

- Рассмотрим скважину в круговом пласте, смещенную относительно центра на расстояние  $\delta$  (\*):



$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln \left( \frac{r_e^2 - \delta^2}{r_e r_w} \right) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[ \ln \left( \frac{r_e^2 - \delta^2}{r_e r_w} \right) + S \right]}$$



Фиг. 34. График влияния на эксплоатационную производительность скважины ее смещения ( $\delta$ ) от центра внешнего кругового контура:

$Q/Q_0$  = (эксплоатационная производительность скважины) / (эксплоатационная производительность однородной скважины);  
(радиус скважины)  $r_e$  (радиус внешнего контура,  $r_e = 1/2000$ ).

- Рассмотрим скважину с неоднородными условиями на границе (\*):

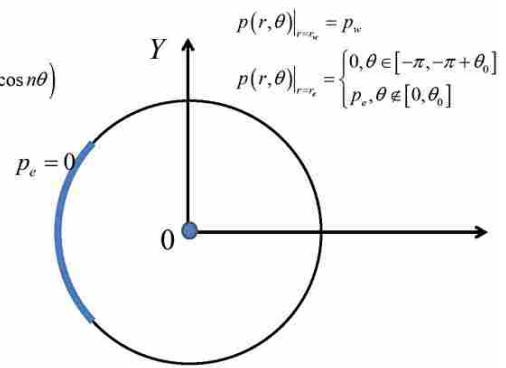
$$p(r, \theta) = \frac{\alpha p_e \ln \frac{r}{r_w} - p_w \ln \frac{r}{r_e}}{\ln \frac{r_e}{r_w}} + \frac{p_e}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n D_n} \left( \frac{r^n}{r_w^n} - \frac{r^n}{r_e^n} \right) \left[ \left( (-1)^n - (-1)^n \cos(n\theta_0) \right) \sin n\theta + \sin(n\theta_0) \cos n\theta \right]$$

$$\rightarrow q = \frac{2\pi kh(\alpha p_e - p_w)}{\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)}$$

$\alpha$  - доля границы с поддержанием давления

$$\rightarrow q = \frac{2\pi kh(\bar{p}_e - p_w)}{\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p}_e - p_w)}{18.4\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S \right)}$$



(\*)Макет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 628 стр.

22

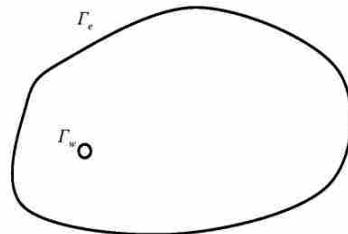
## 1.6 Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы

### Общая формула производительности скважины в пласте сложной формы

- Рассмотрим работу скважины на псевдоустановившемся режиме в пласте сложной формы
- Производительность скважины на псевдоустановившемся режиме описывается формулой

$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} + S \right)}$$



- Отвечает за расположение скважины в пласте и форму пласта, а также за типы граничных условий
- Получены различные формулы для вычисления форм-фактора для скважин в режиме постоянного дебита и постоянного забойного давления
- Отвечает за состояние призабойной зоны и способ заканчивания скважины :
  - Вертикальная с идеальным полным вскрытием
  - Вертикальная скважина с загрязненной зоной
  - Вертикальная скважина частичного вскрывающая пласт
  - Вертикальная скважина с перфорацией
  - Наклонно-направленная скважина
  - Наклонно-направленная скважина частично вскрывающая пласт
  - Горизонтальная скважина
  - Скважина с трещиной ГРП
  - Более сложные случаи: многозабойная скважина, горизонтальная скважина с МГРП

## Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задан постоянный дебит

- Рассмотрим работу скважины на псевдоустановившемся режиме в пласте сложной формы:

$$p(x, y, t) = p'(x, y) + p''(t) \quad p''(t) = -\frac{qt}{\varphi C_i h A} \quad \text{из материального баланса}$$

- Вывод основного уравнения производительности скважины на псевдоустановившемся режиме:

$$p(x, y, t) = p'(x, y) - \frac{qt}{\varphi C_i h A} \quad \rightarrow \quad \bar{p}_i - p(x, y, t) = \frac{qt}{\varphi C_i h A} - (\bar{p}_i - p'(x, y))$$

- Итоговое выражение для динамики депрессии при заданном дебите скважины :

$\rightarrow p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_A r_w^2} + S$  где  $p_D = \frac{2\pi k h (\bar{p}_i - p(x, y, t))}{\mu q}$   $t_{DA} = \frac{kt}{\mu \varphi C_i A}$

$$q = \frac{2\pi k h (\bar{p}_i - p_w)}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_A r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{k h (\bar{p}_i - p_w)}{18.4 \mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_A r_w^2} + S \right)}$$

- Форм-фактор отвечает за влияние на дебит формы пласта и расположения скважины в пласте

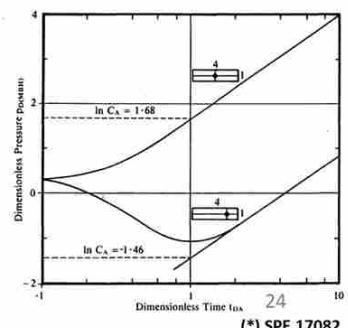
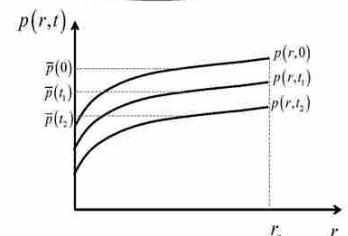
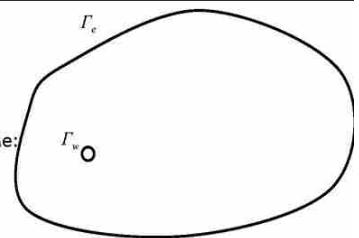
- Для кругового пласта:  $C_A = \frac{4\pi e^{3/2}}{e^r} \approx 31.6$

- «Странный» вид уравнения связан с особенностями получения выражения для форм-фактора из данных при КВД:

$$p_w(t) = \bar{p} + \frac{q\mu}{4\pi k h} \ln(\Delta t_{DA} C_A) \quad \rightarrow \quad \ln(C_A) = \frac{4\pi k h}{q\mu} (p_w - \bar{p}) \quad \text{или} \quad \Delta t_{DA} = 1/C_A \quad \rightarrow \quad p_w(t) = \bar{p}$$

(c) Один Е.В.

$\Delta t_{DA}$  - время с начала КВД



(\* ) SPE 17082

## Форм-факторы для пластов различной: заданный дебит, отсутствие перетока через границы

TABLE 1			
	In $C_2$	$\frac{C_2}{C_1}$ for $\frac{\phi_{crit}}{\phi} >$	In $C_2$
<i>In bounded reservoirs</i>			
(•)	3.45	31.6 0.1	
(•)	3.45	30.9 0.1	
(•)	3.45	31.6 0.1	
(•)	3.32	27.8 0.2	
(•)	3.30	27.1 0.2	
(•)	3.08	21.9 0.4	
(•)	3.12	22.6 0.2	
(•)	1.88	3.38 0.7	
(•)	0.86	2.36 0.7	
(•)	2.36	12.9 0.8	
(•)	1.52	4.57 0.5	
<i>In water-drive reservoirs</i>			
(•)			
<i>In reservoirs of unknown production character</i>			
(•)	3.22	25 0.1	

(c) Юдин Е.В.  
(\*) Dietz D.N. Determination of Average Reservoir Pressure from Build-Up Surveys // SPE 1156

25

Классические форм-факторы получены при отсутствии перетока на границе пласта и постоянном дебите на скважине.

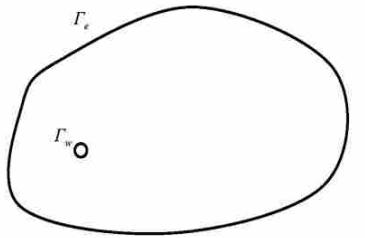
Значения классического форм-фактора практически не зависят от формы пласта, если скважина находится в центре, а размеры пласта по длине и ширине при этом практически равны (пласт не вытянут). Если же пласт вытянут или скважина сильно смещена от центра, то форм-фактор существенно зависит от формы пласта.

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задано постоянное давление

- Пусть на скважине задано постоянное забойное давление
- В системе наблюдается псевдоустановившийся режим: обобщенный определение псевдоустановившегося режима «*Kpr - постоянен*»

Материальный баланс	Условие псевдоустановившегося режима	Уравнение притока в скважину
$\bar{p}_i - \bar{p}(t) = \frac{N_p(t)}{Ah\varphi C_r}$	$\bar{p}(t) - p_w = q \cdot J$	$J = \frac{2\pi kh}{\mu \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S \right)}$
$\frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w)}{\mu q(t)} - \frac{2\pi kh N_p(t)}{Ah\varphi C_r q(t)}$		$\text{или } \frac{1}{q_D} = \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^r C_{ACP} r_w^2} + S + \frac{r_w^2 N_{pD}}{A q_D}$ $N_{pD} = \frac{N_D}{h\varphi C_r r_w^2 (\bar{p}_i - p_w)} \quad J_D = \frac{\mu J}{2\pi kh} \quad p_D = \frac{(\bar{p}_i - p)}{(\bar{p}_i - p_w)} \quad q_D = \frac{q \mu}{2\pi kh (\bar{p}_i - p_w)}$



- Получение форм-фактора из фактических данных (\*):

График:  $\frac{\bar{p}_i - p_w}{q(t)}$  от  $\frac{N_p(t)}{Ah\varphi C_r q(t)}$   $\rightarrow [C_{ACP}]$  или График:  $\frac{1}{q_D}$  от  $N_{pD}$   $\rightarrow [C_{ACP}]$

- Получение форм-фактора из фактических данных (Юдин)

- Аналитическое решение динамики дебита

$$q(t) = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w) J_D}{\mu} \exp\left(-\frac{2\pi k J_D t}{A}\right) \rightarrow q(t) = q_0 \exp(-2\pi J_D t_{D1}) \quad q_0 = q(0) = \frac{2\pi kh(\bar{p}_i - p_w) J_D}{\mu}$$

- График зависимости дебита от времени при задании лог.масштаба по оси дебита:

наклон  $-2\pi J_D$   $\rightarrow [C_{ACP}]$  (c) Юдин Е.В.

26  
(\*) SPE 39970

Если на скважине задано постоянное давление, то форм-факторы отличаются от классических.

## Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, на скважине задано постоянное давление

---

Case	Drainage Area Shape	Constant Rate		Constant Pressure		Constant Rate & Constant Pressure		
		$C_A$	$\frac{1}{2} \ln \frac{4}{r C_A}$	$C_{ACP}$	$\frac{1}{2} \ln \frac{4}{r C_{ACP}}$	Exact for $t_{DA} >$	Less than 1% error for $t_{DA} >$	Use infinite solution with less than 1% error for $t_{DA} <$
1 1x1		30.88	-1.311	29.34	-1.285	0.1	0.05	0.09
2 1x1		12.99	-0.877	10.92	-0.791	0.7	0.25	0.03
3 1x1		4.51	-0.349	3.38	-0.204	0.6	0.30	0.025
4 1x1		3.34	-0.198	2.59	-0.071	0.7	0.25	0.01
5 1x2		21.84	-1.137	19.88	-1.090	0.3	0.15	0.025
6 1x2		10.84	-0.787	9.50	-0.721	0.4	0.15	0.025
7 1x2		4.51	-0.349	2.50	-0.054	1.5	0.50	0.06
8 1x2		2.08	0.039	1.14	0.339	1.7	0.50	0.02
9 1x2		3.16	-0.170	2.70	-0.092	0.4	0.15	0.005
10 1x2		0.581	0.676	0.249	1.100	2.0	0.60	0.02
11 1x2		0.111	1.504	0.047	1.939	3.0	0.60	0.005
12 1x4		5.38	-0.437	3.95	-0.282	0.8	0.30	0.01
13 1x4		2.69	-0.090	1.97	0.066	0.8	0.30	0.01
14 1x4		0.232	1.136	0.029	2.175	4.0	2.00	0.03
15 1x4		0.116	1.484	0.016	2.485	4.0	2.00	0.01
16 1x5		2.36	-0.025	1.49	0.205	1.0	0.40	0.025

(с) Юдин Е.В.

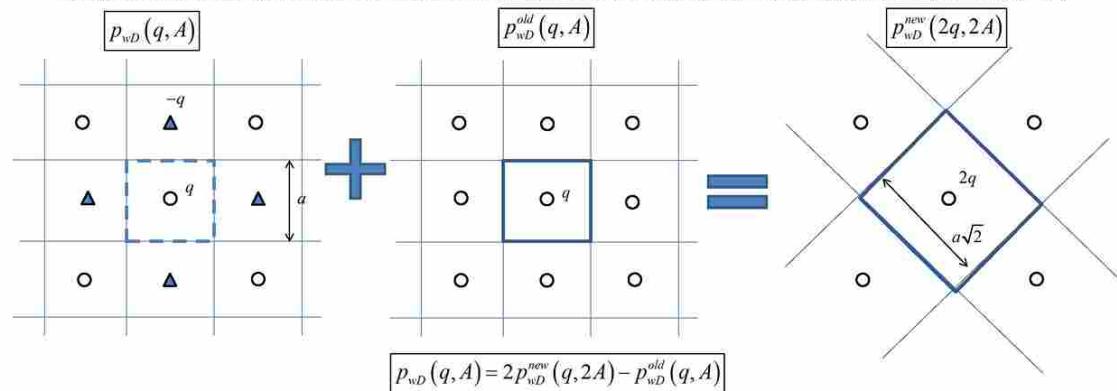
27

(\*) Helmy M.W., Wattenbarger R.A. New Shape Factors for Wells Produced at Constant Pressure // SPE 39970

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, смешанные условия на границе пласта

- Пусть на границе пласта заданы смешанные граничные условия: есть граница с поддержанием постоянного давления
- После неустановившегося режима следует установившийся
- Представим систему со смешанными граничными условиями в виде суперпозиции двух замкнутых систем (\*)



- Распишем выражения для каждого из слагаемых:

$$p_{wD}^{old} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A^{old} r_w^2} + S$$

$$p_{wD}^{new} = \pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{8A}{e^{\gamma} C_A^{new} r_w^2} + S$$

$$P_{wD} = \frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^{\gamma} C_A^{CPB} r_w^2} + S$$

$$C_A^{CPB} = \frac{(C_A^{new})^2}{C_A^{old}}$$

$$q = \frac{2\pi kh(p_i - p_w)}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^{\gamma} C_A^{CPB} r_w^2} + S \right)}$$

$$q = \frac{kh(p_i - p_w)}{18.4\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{16A}{e^{\gamma} C_A^{CPB} r_w^2} + S \right)}$$

$p_i$  - давление на границе

- Проблема определить два слагаемых для конкретной ситуации со смешанными условиями

(c) Юдин Е.В.

28

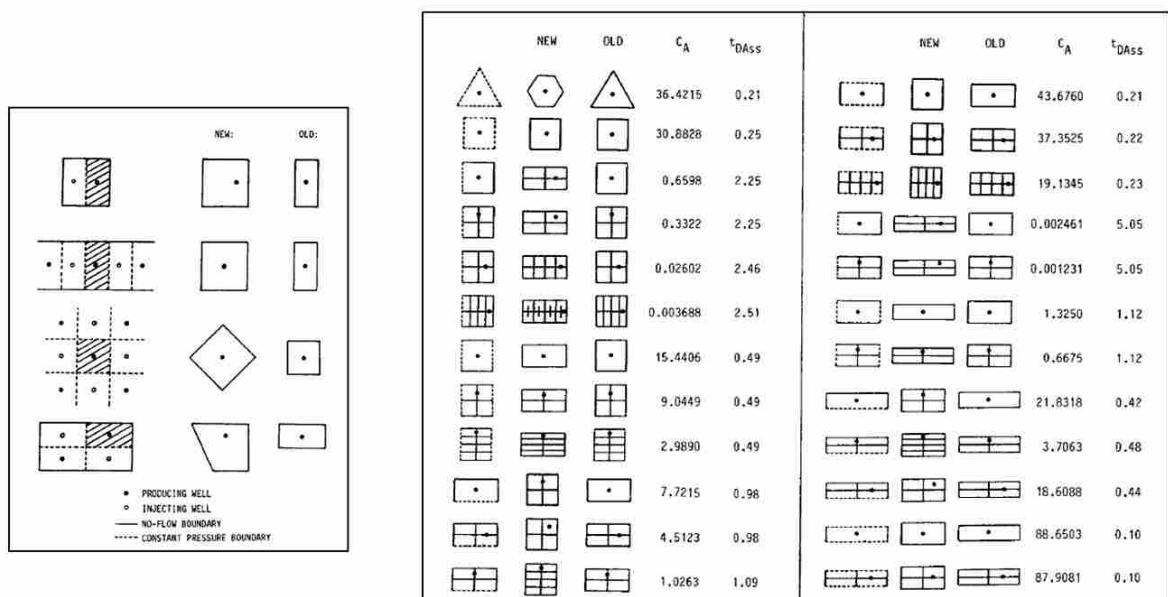
(\*) Larsen L. Wellbore Pressures in Reservoirs with Constant Pressure or Mixed No-flow/Constant-Pressure Outer Boundary // SPE 11440

Пунктирная линия = постоянное давление на границе пласта (ППД), которое организуется расстановкой нагнетательных и добывающих скважин в шахматном порядке.

Сплошная линия = условие неперетока, которое организуется расстановкой только добывающих скважин.

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Скважина в пласте сложной формы: псевдоустановившийся режим, смешанные условия на границе пласта



(c) Юдин Е.В.

29

(\*) Larsen L. Wellbore Pressures in Reservoirs with Constant Pressure or Mixed No-flow/Constant-Pressure Outer Boundary // SPE 11440

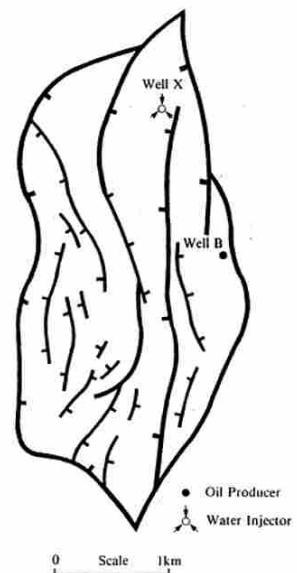
(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Зачем рассматривать форм-факторы

---

- Почему недостаточно формулы Дюпюи для инженерных расчетов?
- Зачем вообще рассматривать форм-факторы?

Пример в пластах с разломами – производительность отличается в разы – не на проценты а В РАЗЫ !



(\*) Иллюстрация SPE 17082

(c) Юдин Е.В.

30

## Упражнение

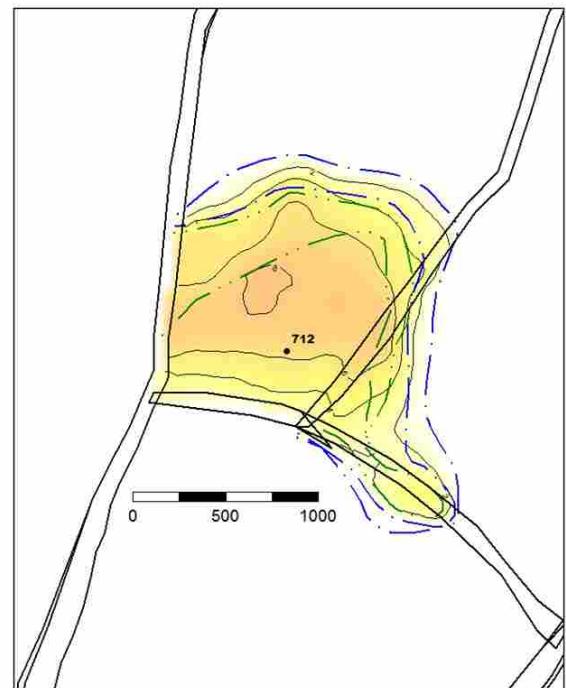
**Дано:**

- Свойства пласта:
  - Пористость 0,2
  - Вязкость 10 сПз
  - Проницаемость 100 мД
  - Пластовое давление 250 атм
  - Забойное давление 50 атм
  - Давление насыщения 30 атм
  - Мощность 10 м
  - Объемный коэффициент 1.2 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>
  - Радиус скважины 0,108 м
  - Скин-фактор -4

- Аквифер активный

**Найти:**

- Найти форм фактор
- Оценить дебит скважины
- Оценить дебит скважины по формуле Дюпюи



Месторождение Дракон (Верхний Олигоцен)

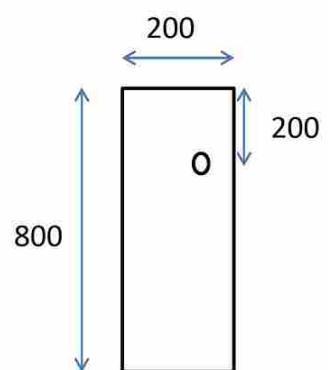
(с) Юдин Е.В.

31

## Упражнение

---

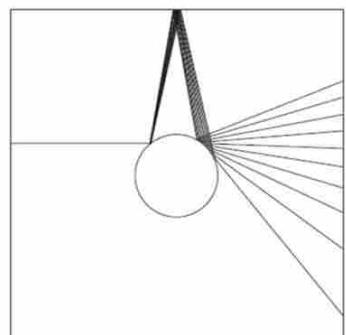
При тех же параметрах, что и в предыдущем упражнении рассчитать дебит по формуле Дюпюи и по формуле, используя форм-фактор (на скважине поддерживается постоянное давление)



## Пример Нассима Талеба с бильярдными шарами

- Пример из книги (\*) демонстрирует, что прогноз природных явлений (в частности фильтрации жидкости в пористой среде) является крайне сложной и неустойчивой задачей
- На примере с бильярдными шарами Талеб показал, что точность определения начальных условий растет по мере увеличения времени прогноза:
  - Спрогнозировать траекторию шара после 1-го удара – несложно, все это делают
  - Для корректного расчета девятого удара бильярдного шара необходимо учесть силу гравитационного взаимодействия людей, стоящих рядом со столом
  - Для корректного учета 56-го удара необходимо учесть влияние всех элементарных частиц всех вселенной: электрон на краю Вселенной (~10 млрд.св.лет) влияет на результат расчетов

Рис. 2. Точность и предсказание



Какой Выход?

Не надо обсуждать количественные понятия, нужно описывать качественные понятия. Можно точно мыслить, но не использовать цифры (\*) :

- Прообраз топологии
- История Пуанкаре и задача о трех телах

(с) Юдин Е.В.

38

(\*) Нассим Талеб. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости.

## 2 Семинар 11.02.2022

Резюме с прошлого семинара: когда говорим о производительности скважины сложного заканчивания в пласте со сложными границами на псевдоустановившемся режиме, то формула Дюпюи имеет более общий вид:

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} + S \right)} \quad (1)$$

За форму пласта отвечает форм-фактор  $C_A$ .

За заканчивание скважины отвечает скин-фактор  $S$ .

Далее рассмотрим собранные воедино формулы для форм-факторов в различных ситуациях и поговорим про скин-фактор.

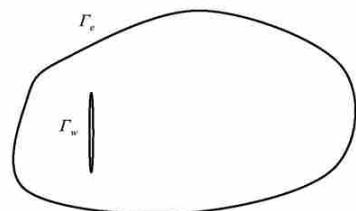
В итоге, получим инженерные формулы, позволяющие вычислить производительность скважины в разных ситуациях.

### 2.1 Аналитический расчёт форм-факторов

#### Трещина в пласте сложной формы на псевдоустановившемся режиме

- В случае наличия трещины в пласте сложной формы, выражение для динамики давления на псевдоустановившемся режиме:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \quad \rightarrow \quad q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \right)} \quad q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{e^\gamma C_{Af} x_f^2} + S \right)}$$

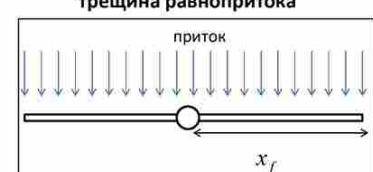


- Связь между форм-факторами для трещины и вертикальной скважины :

в общем виде	трещина равнопритока (*)
$\ln C_{Af} = \ln C_A + 2 \ln \frac{r'_w}{x_f}$	$\ln C_{Af} = \ln C_A - 2$



трещина бесконечной проводимости (\*)  
 $\ln C_{Af} = \ln C_A - 1.3863 \quad \frac{x_f}{\sqrt{A}} < 0.05$



- Таким образом для определения форм-фактора для трещины конечной проводимости необходимо определение слагаемого:

$$\ln \frac{r'_w}{x_f}$$

(c) Юдин Е.В.

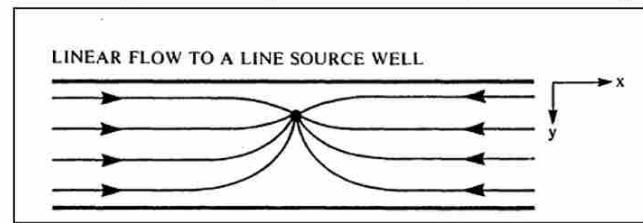
(\*) Gringarten A.C. Reservoir Limit Testing for Fractured Wells // SPE 7452

34

(\*) Статья доступна по ссылке

## Аналитические выражения для расчета продуктивности скважины в пластах сложной формы

- В работе (\*) были представлены выражения для производительности скважин на псевдоустановившемся и установившемся режимах для различной формы пластов
- Выражения получены из аналогии для линейного движения в полосообразном пласте и дополнительной депрессии из-за схождения потока:

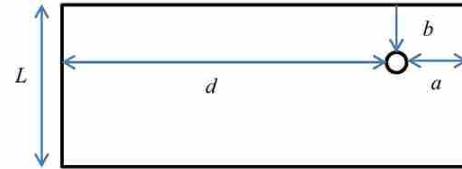


$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left[ \frac{2\pi A}{L^2} \left( \frac{1}{3} - a_E d_E \right) + \ln \left( \frac{\alpha}{2\pi r_{wD}} \right) \frac{1}{\sin(\pi b_D)} \right] + S}$$

Схождение потока по горизонтали      Схождение потока по вертикали      Нессимметричность линий тока из-за близости границы

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4 \mu B \left[ \frac{2\pi A}{L^2} \left( \frac{1}{3} - a_E d_E \right) + \ln \left( \frac{\alpha}{2\pi r_{wD}} \right) \frac{1}{\sin(\pi b_D)} \right] + S}$$

$$\ln C_A = \ln \left( \frac{16A\pi^2 \sin^2(\pi b_D)}{L^2} \right) - \frac{4\pi A}{L^2} \left( \frac{1}{3} - a_E d_E \right) - 2\alpha - \gamma$$



$$\alpha = -\frac{1}{2} \ln \left[ \left( (\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d}, \quad a_E = \frac{a}{a+d}, \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D}, \quad a_D = \frac{a}{L}, \quad b_D = \frac{b}{L}, \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!)  $\alpha \approx 0$  при  $a > L$

(c) Юдин Е.В.

(\*) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

35

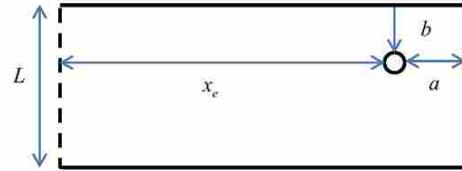
Приведены формулы для форм-фактора в случае прямоугольной формы пласта с условием неперетока.

## Аналитические выражения для расчета продуктивности скважины в пластах сложной формы

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \frac{2\pi x_e}{L} + \ln \left( \frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) \right] + S}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[ \frac{2\pi x_e}{L} + \ln \left( \frac{1}{2\pi r_{wD} \sin(\pi b_D)} \right) \right] + S}$$

$$\ln C_A^{CPB} = \ln \left( \frac{64A\pi^2 \sin^2(\pi b_D)}{L^2} \right) - \frac{4\pi x_e}{L} - 2\alpha - \gamma$$



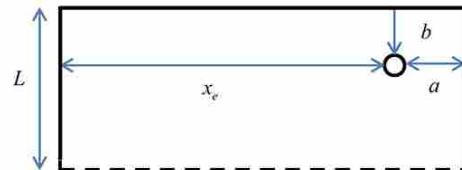
$$\alpha = -\frac{1}{2} \ln \left[ \left( (\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d}, \quad a_E = \frac{a}{a+d}, \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D}, \quad a_D = \frac{a}{L}, \quad b_D = \frac{b}{L}, \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!)  $\alpha \approx 0$  при  $a > L$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln \left( \frac{4L}{\pi r_w} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi b_D}{2} \right) \right) + 2\alpha \left( \frac{a_D}{2}, \frac{b_D}{2} \right) - \alpha(a_D, b_D) + S \right]}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[ \ln \left( \frac{4L}{\pi r_w} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi b_D}{2} \right) \right) + 2\alpha \left( \frac{a_D}{2}, \frac{b_D}{2} \right) - \alpha(a_D, b_D) + S \right]}$$



$$\alpha(a_D, b_D) = -\frac{1}{2} \ln \left[ \left( (\varepsilon - 1)^2 + 4\varepsilon \sin^2(\pi b_D) \right) (\varepsilon - 1)^2 \right]$$

$$d_E = \frac{d}{a+d}, \quad a_E = \frac{a}{a+d}, \quad \varepsilon = e^{-2\pi a_D}, \quad a_D = \frac{a}{L}, \quad b_D = \frac{b}{L}, \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L}$$

(!)  $\alpha \approx 0$  при  $a > L$

(c) Юдин Е.В.

(\* ) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

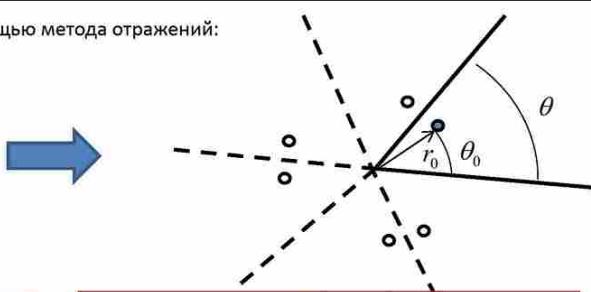
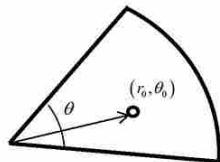
36

Приведены формулы для форм-фактора в случае прямоугольной формы пласта с наличием границы, на которой поддерживается постоянное давление.

Данные формулы получены суммированием бесконечных рядов (используется метод отражений / мнимых источников).

## Аналитические выражения для расчета производительности скважины в пластах сложной формы

- Выражения для сектора получены с помощью метода отражений:

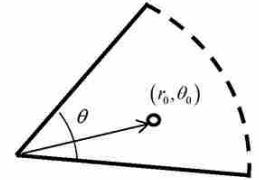


$$q = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu B \left[ \frac{2\pi}{\theta} \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) - \frac{3}{4} \right] + \ln\left( \frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi\theta_0}{\theta} b_D\right)} \right) \right] +}$$

$$q = \frac{kh(\bar{p} - p_w)}{18.4\mu B \left[ \frac{2\pi}{\theta} \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) - \frac{3}{4} \right] + \ln\left( \frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi\theta_0}{\theta} b_D\right)} \right) \right] +}$$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \frac{2\pi}{\theta} \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) + \ln\left( \frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi\theta_0}{\theta} b_D\right)} \right) \right] +}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \left[ \frac{2\pi}{\theta} \ln\left(\frac{r_e}{r_0}\right) + \ln\left( \frac{r_0/r_w \theta}{2\pi \sin\left(\frac{\pi\theta_0}{\theta} b_D\right)} \right) \right] +}$$



(c) Юдин Е.В.

(\* ) Yaxley, L.M. New Stabilized Inflow Equations For Rectangular And Wedge Shaped Drainage Systems // SPE 17082

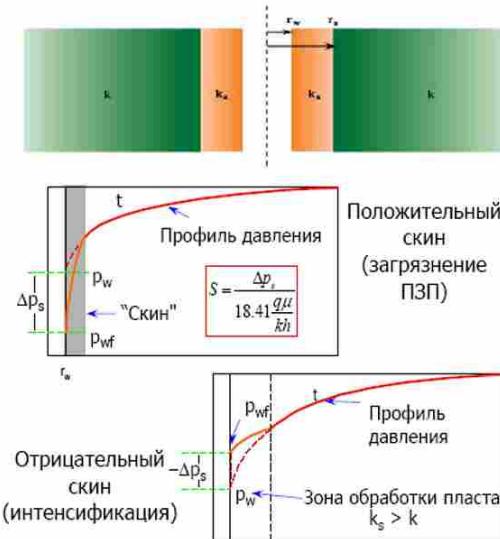
37

Представлена формула форм-фактора для скважины, находящейся в углу двух пересекающихся непроницаемых разломов.

Ограничение формулы: угол должен целое количество раз укладываться в 360 градусов (для того, чтобы можно было применить метод отражений / мнимых источников).

## 2.2 Скин-фактор

# Скин-фактор скважины



Минимальный скин-фактор определяется из условия обращения знаменателя в формуле Дюпюи в ноль, т.е.

$$S_{\min} = -\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + 0.5 = -\ln\left(\frac{250}{0.1}\right) + 0.5 = -7.3$$

(c) Юдин Е.В.

40

Скин-фактор описывает изменение проницаемости призабойной зоны, которое может быть вызвано

- Проникновение бурового раствора и блокировкой поровых каналов
- Набуханием глин при контакте с фильтратом бурового раствора
- Химическим осаждением
- Продвижением песчаных частиц к стволу скважины
- Повреждением породы при перфорации
- другими причинами

Проницаемость призабойной зоны может быть увеличена за счет

- Соляно-кислотной обработки
- Гидроразрыва пласта



- Положительный скин-фактор может сколько угодно большим, отрицательный скин-фактор ограничен.
- Скин-фактор сам по себе отрицательным быть не может. Только в случае проведения спец. работ (ГРП, хим. очистка, дополнительная перфорация и т.д.)

Скин-фактор исторически вводился для того, чтобы учесть зону с изменённой проницаемостью в призабойной зоне. Эта зона возникает при бурении скважины за счёт наличия бурового раствора (= раствор воды со взвешенными частицами или раствор на углеводородной основе, если нужно бурить на невысокой депрессии).

Буровой раствор начинает фильтроваться и оседает в призабойной зоне пласта, снижая её пористость и проницаемость. Чтобы учесть это изменение, в 40-х годах ввели понятие скин-фактор.

Скин-фактор = безразмерный перепад давления на стенке скважины (возникает вследствие загрязнённой призабойной зоны).

Аналогично в призабойной зоне может быть увеличение проницаемости (например, за счёт появления протравленных каналов при обработке призабойной зоны кислотным раствором: для терригенных – глинокислота, для карбонатных – соляная кислота).

Минимальное значение скин-фактора можем оценить из формулы Дюпюи.

# Скин-фактор

- Скин-фактор может отражать как загрязнение призабойной зоны, так и особенности заканичивания (перфорация, частичное вскрытие и т.д.)

$$J_{ideal} = \frac{q}{\Delta p} = \frac{kh}{18.4\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad J_{real} = \frac{q}{\Delta p} = \frac{kh}{18.4\mu B \left( \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_t \right)}$$

Безразмерный дополнительный перепад давления

$$s_t = \frac{kh}{18.4q\mu B} \Delta p_{add}$$

- Скин-фактор может суммироваться по нескольким составляющим:

$$S_t = S_d + S_{pp} + S_p + S_\theta$$

(с) Юдин Е.В.

41

Скин-фактор универсален. Его можно обобщить и использовать не только в случае загрязнённой призабойной зоны, но и в других случаях. Горизонтальность скважины тоже можно учесть в скин-факторе и использовать формулу Дюпюи.

$\Delta p_{add}$  – разность забойных давлений в гидравлически идеальном случае и по факту.

# Скин-фактор за счет загрязнения/стимуляции призабойной зоны

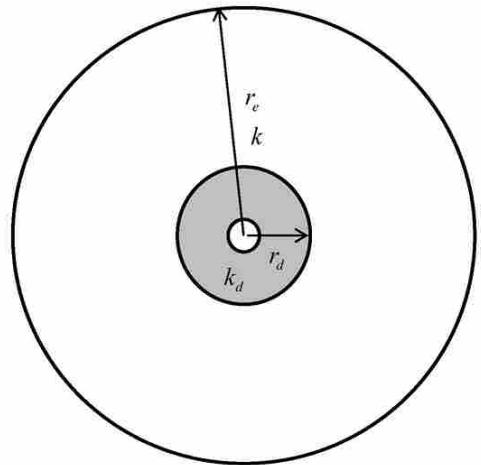
- Загрязнение/стимуляция призабойной зоны моделируется введением области вокруг пласта с отличающейся проницаемостью
- Саму задачу на установившемся режиме можно решить аналитически

$$s_d = \left( \frac{k}{k_d} - 1 \right) \ln \left( \frac{r_d}{r_w} \right)$$

- Упражнение 1: получить формулу для скин-фактора в случае наличия зоны стимуляции/загрязнения
- Указание: учесть что фильтрация происходит на установившемся режиме и из этого условия выразить давление на границе зоны загрязнения

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_d)}{\mu B \ln \left( \frac{r_e}{r_d} \right)} = \frac{2\pi kh(p_d - p_w)}{\mu B \ln \left( \frac{r_d}{r_w} \right)}$$

- Упражнение 2: для пласта со следующими параметрами построить график зависимости дебита и скин-фактора в зависимости от величины проницаемости ПЗП
  - Мощность 20 м
  - Проницаемость 50 мД
  - Радиус контура 250 м
  - Вязкость 2 сПз
  - Объемный коэффициент 1.2
  - Пластовое давление 250 атм
  - Забойное давление 50 атм
  - Радиус зоны стимуляции/загрязнения 1.5 м3



(с) Юдин Е.В.

42

Задача на скин-фактор в случае зонально неоднородного пласта.

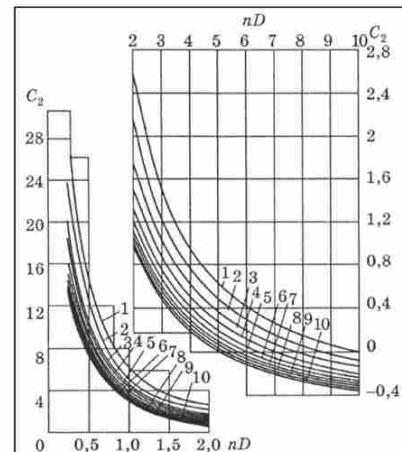
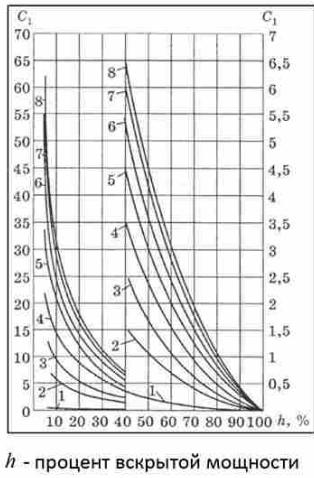
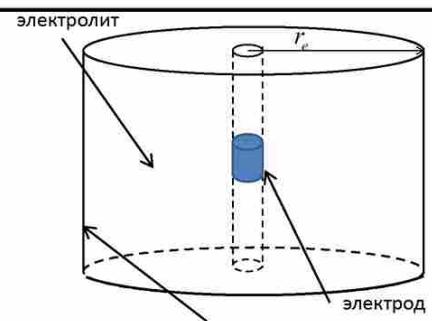
## Скин-фактор за счет перфорации и частичного вскрытия

- Один из самых известных результатов по моделированию производительности несовершенной скважины получил Щуров (\*)
- Он рассматривал несовершенную перфорированную скважину, частично вскрывающую пласт

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left( \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + C_1 + C_2 \right)}$$

$C_1$  - сопротивление за счет частичного вскрытия  
 $C_2$  - сопротивление за счет перфорации

$$\frac{l'}{D} = 0.5$$



(с) Юдин Е.В.

(\*) Щуров В.И. Технология и техника добычи Нефти

43

Что делать в более сложных случаях? Например, когда скважина частично перфорирована (в этом случае скин-фактор может быть как положительным, так и отрицательным).

Палетки Щурова. Принцип электромеханической аналогии: уравнения электростатики похожи на уравнения фильтрации жидкости на установившемся режиме.

В лоб: физические эксперименты на насыпной модели. Спрессовываем грунт, песок. Необходимо правильно установить все датчики давления и расхода. Вводим много коэффициентов подобия, чтобы правильно перенести результаты физического эксперимента на реальный кейс.

С использованием электромеханической аналогии: в электростатике всё проще и точнее при проведении эксперимента. Силу тока и напряжения можем измерить мультиметром.

Электромеханическая аналогия полезна и упрощает проведение экспериментов. Щуров воспользовался этой аналогией и получил палетки для скин-факторов.

# Скин-фактор за счет перфорации и частичного вскрытия

- Если у тебя нет мощного и устойчивого компьютера чтобы рассчитать производительность несовершенной скважины  
- как поступить?
- Ранее широко использовался метод электролитической аналогии
- Его суть заключается в том, что уравнения, описывающие установившуюся фильтрацию в пористой среде и уравнения, описывающие распределение электрического поля в электролитической среде – одни и те же
- Действительно, запишем уравнения Максвелла (\*\* факты из истории и выводе данных уравнений):

$$\begin{aligned}\nabla D &= 4\pi\rho \\ \nabla B &= 0 \\ \nabla \times E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H &= \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}\end{aligned}$$

Применим операцию дивергенции к последнему уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(j) = 0$$

В стационарном случае

$$\operatorname{div}(j) = 0$$

$$j_k = \sigma_{kl} E_l$$

$\sigma_{kl}$  – тензор электрической проводимости (аналогия с тензором проницаемости)

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

Распределение эл. потенциала в неоднородной среде

$$\operatorname{div}(\sigma \cdot \operatorname{grad}[\varphi]) = 0$$

Распределение давления в неоднородной пористой среде

$$\operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad}[p]) = 0$$

- Вид уравнений является одни и тем же, однако эксперимент гораздо проще поставить с электрическим полем
- (\*\*\*) Несколько слов о Фарадее и Максвелле: о роли прозрения в науке, и о том, без чего великие открытия невозможны

(с) Юдин Е.В.

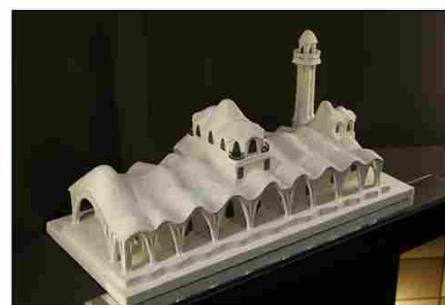
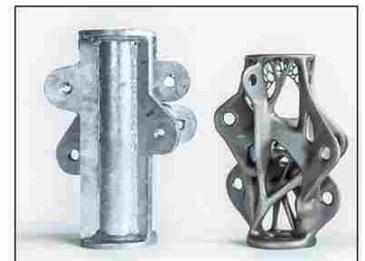
50

Представлена схожесть уравнений Максвелла с уравнениями фильтрации жидкости на установившемся режиме.

## Архитектор Антонио Гауди (\*)

- Аналогичный метод использовал архитектор Антонио Гауди: он интуитивно понял, что для того чтобы рассчитать оптимальную конструкцию и нагрузки можно воспользоваться аналогией и собрать физическую модель проектируемого здания
- «Механический компьютер» представлял собой совокупность веревок с распределенными подвешенными к ним грузиками, которые отражали нагрузку на различные части конструкции, фора веревки отражала как именно выгибаются арки будущего здания – «перевернутый» макет
- Таким образом он получал свои удивительные проекты, которые наряду с их красотой можно характеризовать как очень практичные по использованию материалов

Крепления выдерживают один и тот же вес, но затраты на материалы у правого изделия на 25 % ниже



(с) Юдин Е.В.

(\*) материал с <https://habrahabr.ru/post/331802/>

44

Метод электромеханической аналогии был изобретён не в 50-х годах. В конце XIX-го века метод аналогий архитектора Антонио Гауди, для повышения эффективности использования материалов при проектировании.

Метод топологической оптимизации. Вариационные методы.

# Скин-фактор за счет вскрытия открытым стволовом пласта на малую глубину

- Для анализа продуктивности скважин достаточно распространен метод фильтрационных сопротивлений
- Для моделирования производительности скважин, вскрывающей пласт на малую глубину фильтрация рассматривается в двух зонах:
  - Плоскорадиальный приток
  - Сферический приток

Для плоскорадиального притока:      Для сферического притока(\*):

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_d)}{\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r_d}\right)}$$

$$q = \frac{2\pi k(p_d - p_w)}{\mu B \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_d}\right)}$$



Исключим отсюда  $p_d$

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left( \ln\left(\frac{r_e}{r_d}\right) - \frac{h}{r_w} \right)}$$

Предполагая, что  $r_d = 1.5h$ , получим:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left( \ln\left(\frac{r_e}{1.5h}\right) - \frac{h}{r_w} \right)}$$

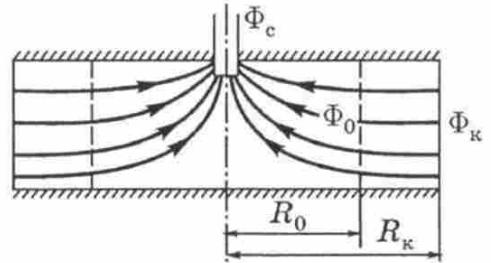
(\*) Вывод формулы:

Для симметричного случая фильтрация описывается с помощью уравнения:

$$\Delta p = 0 \rightarrow \frac{2 \frac{\partial p}{\partial r}}{r} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = 0 \rightarrow p = \frac{A}{r} + B \rightarrow \begin{cases} p_e = \frac{A}{r_e} + B \\ p_w = \frac{A}{r_w} + B \end{cases} \rightarrow A = \frac{p_e - p_w}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_w}} \rightarrow q = 2\pi r_w^2 \frac{k}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \rightarrow q = -2\pi \frac{kA}{\mu B}$$

(c) Юдин Е.В.

45



Чтобы получить выражение для скин-фактора в данном случае, сравниваем полученную формулу для производительности с формулой Дюпюи и вычисляем  $S$ .

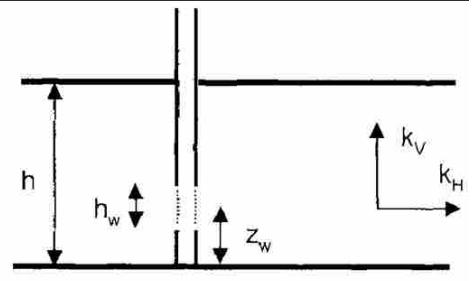
Такие скважины бурят, когда необходимо избежать конуса воды. Или когда бурим газовую скважину, то нужно избежать подтягивание конденсата или подошвенной воды.

Но сейчас все эти трудности лучше решают горизонтальные скважины (площадь соприкосновения больше  $\Rightarrow$  выработка лучше).

## Скин-фактор за счет частичного вскрытия: модель Papatzacos et al и Vrbik et al

- Papatzacos et al (\*) находит решение для псевдорадиального скин-фактора в два этапа (показать):
  - Сначала ищет производительность скважины конечной длины в бесконечном (во всех направлениях пласте)
  - С помощью метода отражений моделирует влияние границ сверху и снизу скважины

$$s_{pp} = \left( \frac{h}{h_w} - 1 \right) \ln \left( \frac{\pi h_D}{2} \right) + \frac{h}{h_w} \ln \left[ \frac{\frac{h_w}{h}}{2 + \frac{h_w}{h}} \sqrt{\frac{(z_w + h_w/4)(h - z_w + h_w/4)}{(z_w - h_w/4)(h - z_w - h_w/4)}} \right]$$



- Аналогично решена задача Vrbik et al (\*\*)

$$s_{pp} = \left( \frac{h}{h_w} - 1 \right) (1.2704 + \ln h_D) - \left( \frac{h}{h_w} \right)^2 \left[ f(0) - f\left(\frac{h_w}{h}\right) + f\left(2\frac{z_w}{h}\right) - 0.5f\left(\frac{2z_w + h_w}{h}\right) - 0.5f\left(\frac{2z_w - h_w}{h}\right) \right]$$

$$f(y) = \begin{cases} y \ln y + (2-y) \ln(2-y) + \frac{1}{\pi h_D} \ln \left[ \sin^2 \left( \frac{\pi y}{2} \right) + \frac{0.1053}{h_D^2} \right], & 0 < y < 2, \\ 2 \ln 2 + \frac{1}{\pi h_D} \ln \left( \frac{0.1053}{h_D^2} \right), & y = 0, y = 2. \end{cases}$$

(\*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for Infinite-Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987  
 (\*\*) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991

46

Если рассматриваем плоскорадиальное симметричное течение, то это двумерная задача. И для неё есть решение.

Рекомендуется использовать формулу в красной рамке.

$h$  – мощность пласта;

$h_w$  – мощность открытого интервала;

$z_w$  – расстояние от подошвы до середины интервала перфорации;

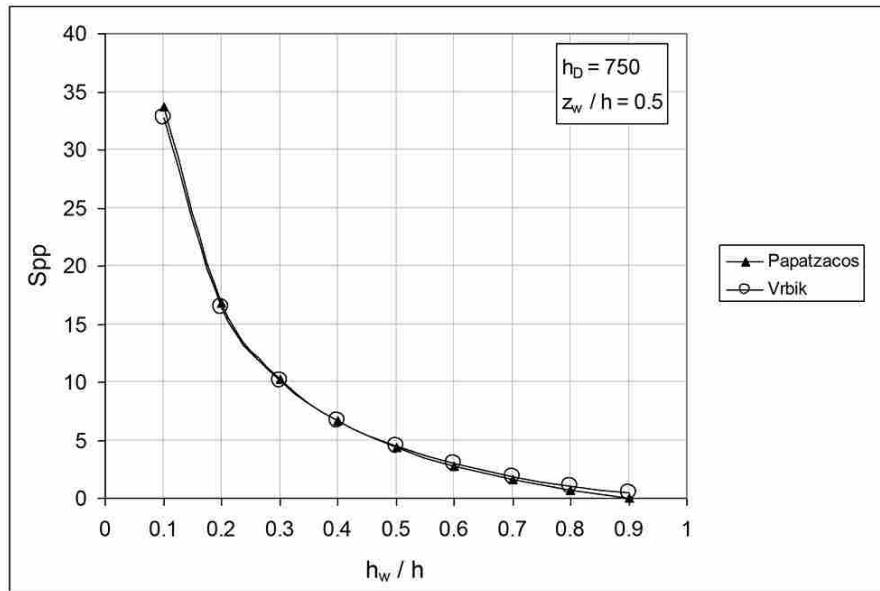
$h_d$  – безразмерная мощность пласта (нормирована на радиус скважины); в случае анизотропного пласта со множителем (корень из отношения горизонтальной и вертикальной проницаемостей).

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

(\*\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Сравнение двух расчетов

- Модели показывают схожие результаты



(\*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for Infinite- $\Delta z$  Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987

(\*\*) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991.

47

Результаты моделей Papatzacos и Vrbik практически совпадают. Но у Papatzacos формула выглядит проще.

Представлены графики для скин-фактора в случае расположения открытого интервала посередине пласта. Из графиков видим, что при уменьшении открытого интервала увеличивается скин-фактор.

(\*) Статья [доступна по ссылке](#)

(\*\*) Статья [доступна по ссылке](#)

## Скин-фактор за счет перфорации

- Karakas, Tariq (\*) et al для решения определения производительности перфорированной скважины:
- Выполнены множественные расчеты на гидродинамической модели

$$S_p = S_H + S_V + S_{wb}$$

$S_H$  - за счет схождения потока к перфорационным каналам в горизонтальной плоскости

$S_V$  - скин-фактор за счет схождения потока к перфорационным каналам в вертикальной плоскости;

$S_{wb}$  - за счет самого ствола скважины

$$S_H$$

$$s_H = \ln\left(\frac{r_w}{r_{we}}\right)$$

$$r_{we} = \begin{cases} \frac{1}{4}L_p, & \text{если } \varphi = 0^\circ, \\ \alpha_\varphi(r_w + L_p), & \text{если } \varphi \neq 0^\circ. \end{cases}$$

$L_p$  - длина перфорационного канала

$\alpha_\varphi$  - набор численных коэффициентов

$$S_V$$

$$s_V = 10^a z_{pD}^{b-1} r_{pD}^b \quad z_{pD} \leq 10$$

$$z_{pD} = \frac{\Delta z_p}{L_p} \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \quad r_{pD} \geq 0.01$$

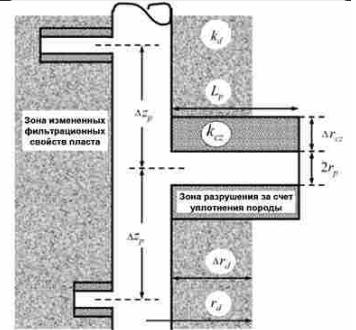
$$r_{pD} = \frac{r_p}{2\Delta z_p} \left( 1 + \sqrt{\frac{k_V}{k_H}} \right)$$

$$a = a_1 \log r_{pD} + a_2$$

$$b = b_1 r_{pD} + b_2$$

$\Delta z_p = \frac{1}{N}$  - расстояние между  
перфорационными отверстиями

$r_p$  - радиус перфорационных каналов  
- радиус перфорационных каналов



$$S_{wb}$$

$$s_{wb} = c_1 \exp(c_2 r_{wD})$$

$$r_{wD} = \frac{r_w}{r_w + L_p}$$

$a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  - набор  
корреляционных  
параметров

(c) Юдин Е.В.

(\*) Karakas M. and Tariq S.M.: "Semianalytical Productivity Models for Perforated Completions", paper SPE 18247, 1991.

48

Помним, что скин-фактор за счёт перфорации может быть как положительным, так и отрицательным (это зависит от параметров перфорации).

Кейс из Тимано-Печоры. Бурим наклонно-направленную скважину в карбонатном коллекторе (хорошо консолидированный камень, часто его даже не надо обсаживать). Залили кислоту. Но приток вызвать не получается. Как будто бесконечный скин-фактор. В чём проблема?

Кислота не доходит до забоя (ей мешает вода). Что делали?

Спустили перфоратор (несколько зарядов). Это позволило создать фильтрацию. Задавили кислоту в пласт, и скважина начала работать (100-150 т/сут).

В этом кейсе из Тимано-Печоры перфорация позволила скважину в принципе запустить.

Когда говорим про перфорацию, то это существенно трёхмерная фильтрация, т.е. необходимо учесть множество факторов.

Karakas и Tariq взяли результаты численного моделирования и попытались под эти результаты сделать корреляционную модель, которая с приемлемой точностью аппроксимирует результаты численного моделирования. В итоге, разделили скин-фактор за счёт перфорации на 3 составляющие.

(\*) Статья доступна по ссылке

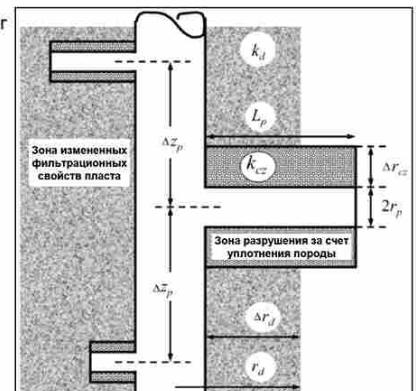
## Скин-фактор за счет перфорации

- Также необходимо учитывать скин-фактор за счет существования зоны разрушения вокруг перфорационных каналов
- Находится аналогично как для случая со скважиной с загрязненной ПЗП

$$S_{cz} = \frac{\Delta z_p}{L_p} \left( \frac{k}{k_{cz}} - \frac{k}{k_d} \right) \ln \left( \frac{r_{cz}}{r_p} \right)$$

$k_{cz}$  - проницаемость зоны разрушения породы вокруг перфорационных каналов

$r_{cz}$  - радиус зоны разрушения породы вокруг перфорационных каналов



Фазировка перфорационных зарядов, $\varphi$ градусы	$\alpha_\varphi$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$c_1$	$c_2$
0 (360)	0.250	-2.091	0.0453	5.1313	1.8672	$1.6 \times 10^{-1}$	2.675
180	0.500	-2.025	0.0943	3.0373	1.8115	$2.6 \times 10^{-2}$	4.532
120	0.648	-2.018	0.0634	1.6136	1.7770	$6.6 \times 10^{-3}$	5.320
90	0.726	-1.905	0.1038	1.5674	1.6935	$1.9 \times 10^{-3}$	6.155
60	0.813	-1.898	0.1023	1.3654	1.6490	$3.0 \times 10^{-4}$	7.509
45	0.860	-1.788	0.2398	1.1915	1.6392	$4.6 \times 10^{-5}$	8.791

(\*) Papatzacos P.: "Approximate Partial-Penetration Pseudoskin for Infinite-Conductivity Wells", paper SPE 13956, 1987

49

(\*\*) Vrbik J.: "A Simple Approximation to the Pseudoskin Factor Resulting From Restricted Entry", paper SPE 21469, 1991.

Представлена таблица для набора корреляционных параметров  $\alpha_\varphi, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  и  $c_2$ .

Фазировка  $\varphi$  определяет расположение зарядов (а именно угол между перфорационными зарядами).

Плотность перфорации определяет частоту (количество зарядов на единицу длины), с которой производится перфорация.

При одинаковой плотности перфорации скин-фактор существенно меняется при переходе от  $\varphi = 0^\circ$  к  $\varphi = 180^\circ$ , при других изменениях фазировки (например от 60 градусов к 90 градусам) скин фактор изменяется незначительно.

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

(\*\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Скважина, совершенная по степени вскрытия (открытый ствол) – весь скрин-фактор, это скрин-фактор за счет загрязнения ПЗП:

$$S_t = S_d$$

- Скважина частично вскрывающая пласт с загрязненной ПЗП:

$$S_t = \frac{h}{h_w} S_d + S_{pp}$$

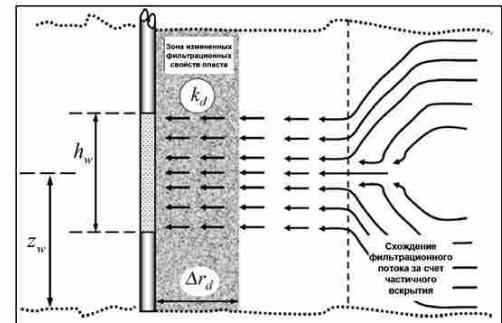
Если поток сходится вне зоны загрязнения (пояснить формулу – выразить скрин через  $S = \frac{q\mu}{2\pi k h_w} \Delta p$ )

$$S_t = \frac{1}{\gamma} \frac{h}{h_w} S_d + S_{pp}$$

Если поток сходится в зоне загрязнения

$$\gamma > 1$$

Не работает, когда  $S_d < 0$



**Упражнение на расчет скрин-фактора 1:** Оценить скрин-фактор вертикальной необсаженной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 18 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.1 и мощностью коллектора 26.7 м. Скважина вскрывает первые 22 м от кровли продуктивного пласта. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.5 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 10 раз.

(\*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

51

Скин-фактор не является аддитивной величиной. Ранее говорили о сумме скрин-факторов в обобщённом смысле (есть вклад каждого из слагаемых, но это не арифметическая сумма).

Хотелось бы иметь формулы: как из отдельных известных составляющих получить общий скрин-фактор.

Решение упражнения представлено на следующей странице.

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Решение упражнения

**Упражнение:** Оценить скрин-фактор вертикальной необсаженной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 18 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.1 и мощностью коллектора 26.7 м. Скважина вскрывает первые 22 м от кровли продуктивного пласта. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.5 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 10 раз.

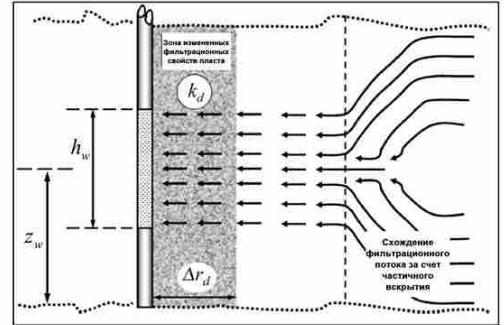
$$s_d = \left( \frac{18}{1.8} - 1 \right) \ln \left( \frac{1.5}{0.108} \right) = 24.37.$$

$$z_w = h - h_w / 2 = 26.7 - 22/2 = 15.7$$

$$h_D = \frac{26.7}{0.108} \sqrt{\frac{1}{0.1}} = 781.79$$

$$s_{pp} = \left( \frac{26.7}{22} - 1 \right) \ln \left[ \frac{(3.14)(781.79)}{2} \right] + \frac{26.7}{22} \ln \left[ \left( \frac{\frac{22}{26.7}}{2 + \frac{22}{26.7}} \right) \sqrt{\frac{(15.7 + 22/4)(26.7 - 15.7 + 22/4)}{(15.7 - 22/4)(26.7 - 15.7 - 22/4)}} \right] = 1.14.$$

$$s_t = \frac{26.7}{22} (24.37) + 1.14 = 30.72.$$



(c) Юдин Е.В.

52

## Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Обсаженная скважина, полностью перфорированная пласт с загрязненной ПЗП:

$$S_t = S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz}$$

$k_d$  - проницаемость ПЗП

$S_d$  - скин-фактор из-за загрязнения ПЗП

$S_p$  - скин-фактор из-за перфорации

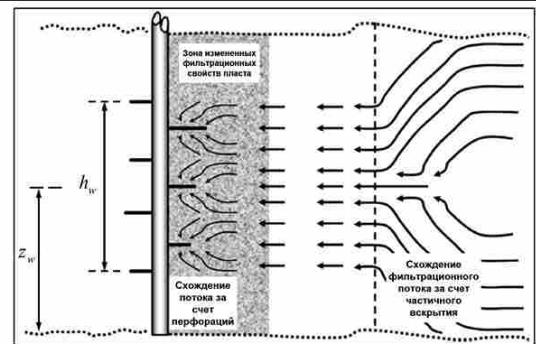
$S_{cz}$  - скин-фактор из-за зоны разрушения вокруг перф.каналов

- Обсаженная скважина, частично перфорирующая пласт:

$$S_t = \frac{h}{h_w} \left( S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz} \right) + S_{pp}$$

$h_w$  - мощность интервала перфорации

$S_{pp}$  - скин-фактор за счет частичного вскрытия



**Упражнение на расчет скин-фактора 2:** Оценить скин-фактор обсаженной вертикальной скважины радиусом 0.108 м, работающей в пласте с горизонтальной проницаемостью 11 мД, коэффициентом анизотропии проницаемости 0.2 и мощностью коллектора 26 м. Скважина перфорирована с помощью зарядов с 120-градусной фазировкой и плотностью перфорации 12 отверстий на метр. Радиус перфорационных каналов 0.015 м, длина – 70 см. Проницаемость в зоне уплотнения породы вокруг перфорационных каналов 2 мД, радиус этой зоны – в два раза превышает радиус перфорационных каналов. Известно также, что в процессе бурения вокруг скважины образовалась зона кольматации бурового раствора радиусом 1.2 м, в которой проницаемость пласта уменьшилась в 5 раз.

(c) Юдин Е.В.  
(\*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

53

## Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Необсаженная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП (пояснить формулу) :

$$s_t = \frac{h}{L_w} s_d + s_\theta = s_d \cos \theta + s_\theta$$

$s_\theta$  - Геометрический скин-фактор за счет отклонения скважины

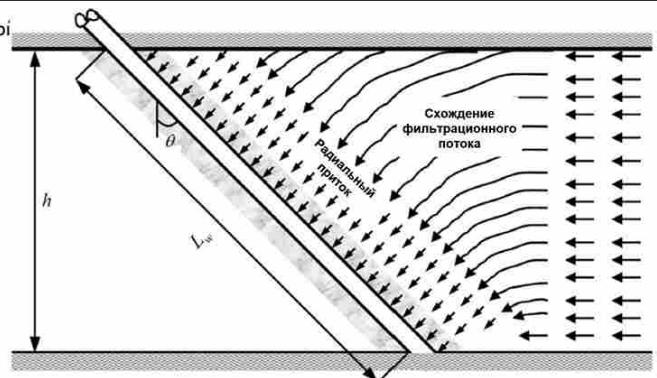
$s_d$  - скин-фактор из-за загрязнения ПЗП

- Необсаженная наклонно-направленная скважина частично вскрывающая пласт с загрязненной ПЗП :

$$s_t = \frac{h}{L_{wpc}} \left( s_d + \frac{k}{k_d} s_p + s_{cz} \right) + s_{\theta pp}$$

$L_{wpc}$  - длина наклонно-направленной скважины в пределах продуктивного пласта, открытая для притока флюида

$s_{\theta pp}$  - скин-фактор за счет частичного вскрытия по модели Озкан-Рагаван



**Упражнение на расчет скин-фактора 3:** Используя исходные данные из Упражнения 1, оценить скин-фактор необсаженной наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей продуктивный пласт. Угол отклонения скважин от вертикали на входе в пласт составляет 30°.

(\*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

54

У наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей пласт, скин-фактор отрицательный (т.к. площадь контакта с пластом заметно больше, чем у вертикальной скважины)

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Аналитические модели для случая комбинации нескольких факторов

- Полностью перфорированная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП (пояснить формулу) :

$$S_t = \frac{h}{L_w} \left( S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz} \right) + S_\theta = \left( S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz} \right) \cos \theta + S_\theta$$

$S_\theta$  - Геометрический скрин-фактор за счет отклонения скважины

$S_d$  - скрин-фактор из-за загрязнения ПЗП

$S_p$  - скрин-фактор из-за перфорации

$S_{cz}$  - скрин-фактор из-за зоны разрушения вокруг перф.каналов

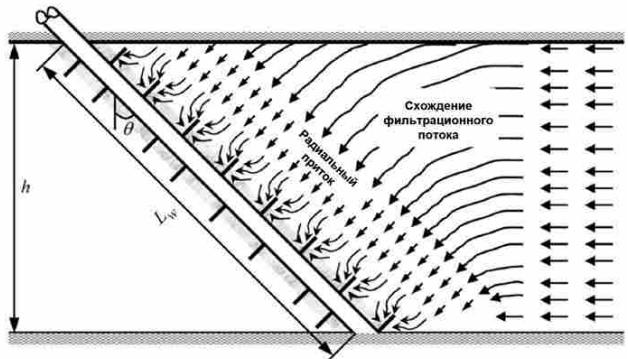
- Частично перфорированная наклонно-направленная скважина с загрязненной ПЗП:

$$S_t = \frac{h}{L_{wpc}} \left( S_d + \frac{k}{k_d} S_p + S_{cz} \right) + S_{\theta pp}$$

$L_{wpc}$  - длина наклонно-направленной скважины в пределах продуктивного пласта, открытая для притока флюида

$S_{\theta pp}$  - скрин-фактор за счет частичного вскрытия по модели Озкан-Рагаван

**Упражнение на расчет скрин-фактора 4:** Используя исходные данные из Упражнения 2, оценить скрин-фактор обсаженной наклонно-направленной скважины с углом отклонения от вертикали на входе в пласт  $45^\circ$ . Интервал перфорации составляет 18 м и расположен по центру продуктивного пласта.



(c) Юдин Е.В.  
(\*) Yildiz T.: "Assessment of Total Skin Factor in Perforated Well", paper SPE 82249, 2006.

55

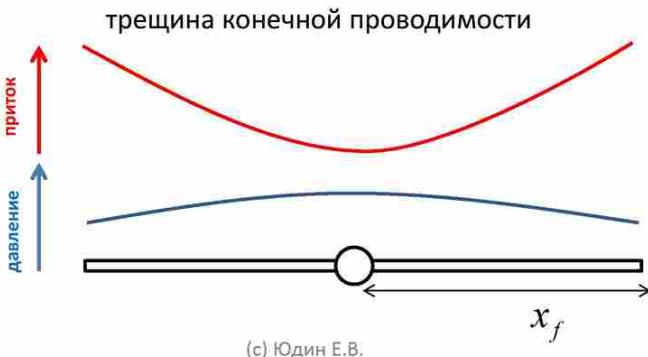
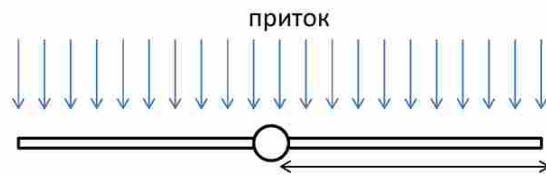
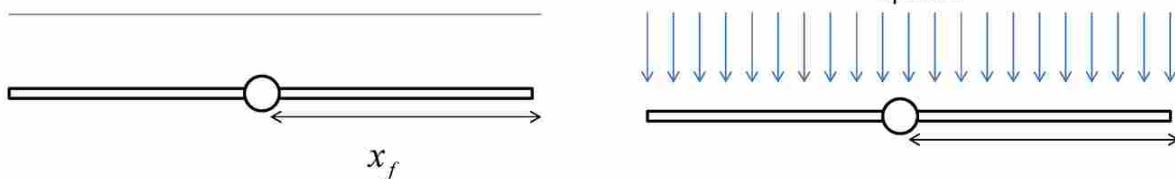
(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## 2.3 Производительность трещины ГРП

### Производительность трещин: три типа трещин

- Существует три типа модели трещин:
  - Трещины равнопритока – задан равномерный приток по длине трещины
  - Трещины бесконечной проводимости – задано одинаковое давление вдоль длины трещины
  - Трещины конечной проводимости

Распределение давления на трещине



(c) |Юдин Е.В.

57

## Связь моделей трещины равнопротока и бесконечной проводимости при работе в бесконечном пласте

- На псевдоустановившемся режиме вдоль трещины есть точка равенства давления для трещины бесконечной проводимости и трещины равнопротока
- В этой же точке давления равны и на ранних временах (поскольку трещина равнопротока ведет себя как скважина бесконечной проводимости и наоборот)
- Предположение (неверное): в данной точке давления равны на всех режимах
- Точное решение для забойного давления:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{\sqrt{\pi t_D}}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{t_D}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{t_D}}\right) - \frac{(1+x_D)}{4} Ei\left(-\frac{(1+x_D)^2}{4t_D}\right) - \frac{(1-x_D)}{4} Ei\left(-\frac{(1-x_D)^2}{4t_D}\right) \right]$$

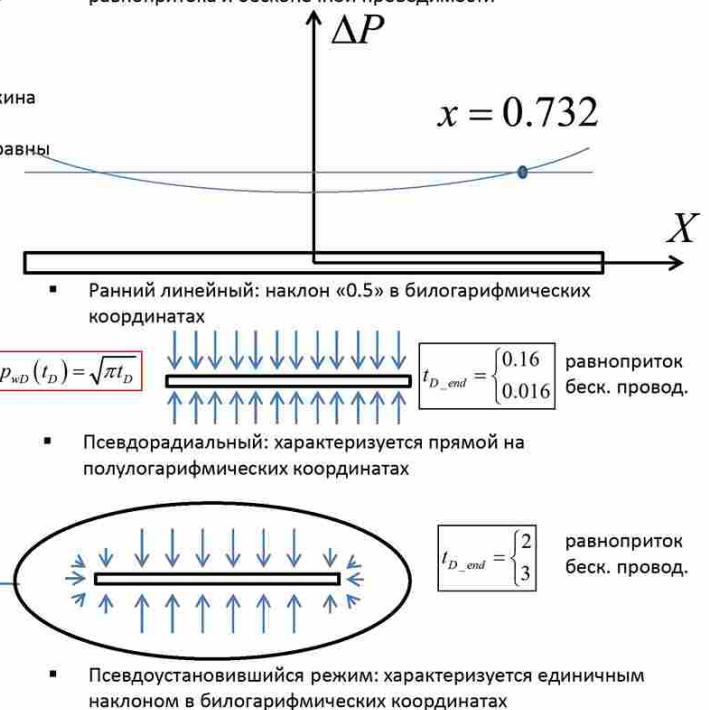
$$x_D = \begin{cases} 0 & \text{для трещины равнопротока} \\ 0.732 & \text{для трещины беск. проводимости} \end{cases}$$

- Для псевдоустановившегося режима (Ozkan):

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_b) + 0.80907] + 1 + \sigma + s$$

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{для трещины равнопротока} \\ \ln 2 - 1 & \text{для трещины беск. проводимости} \\ f(x_f, F_{CD}) & \text{для трещины конеч. проводимости} \end{cases}$$

Сравнение распределения давления вдоль трещины для равнопротока и бесконечной проводимости



(c) Юдин Е.В.

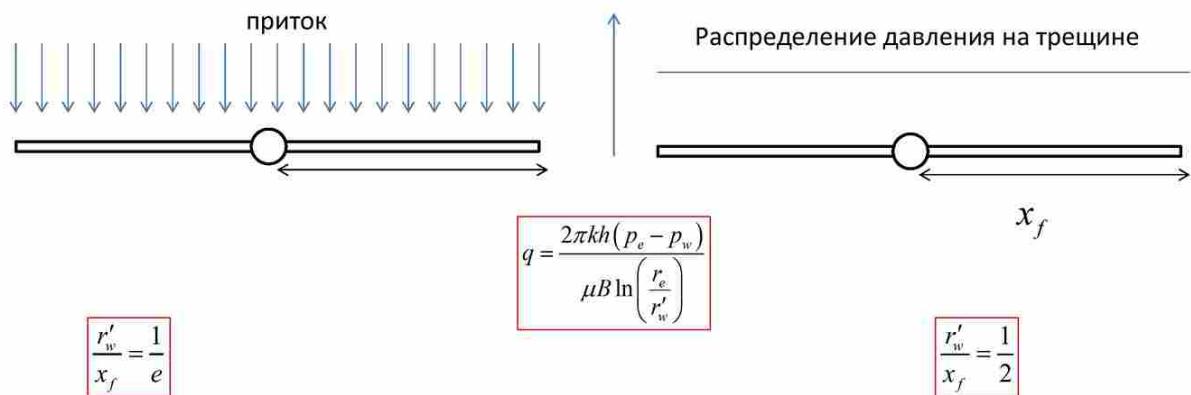
58

(\*) Gringarten A.C., Ramey H.J., Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture, SPE 4051

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Производительность трещин равнопритока и бесконечной проводимости

- Оценить производительность трещины равнопритока и трещины бесконечной проводимости можно следующим образом:



(\*) Gringarten A.C., Ramey H.J., Raghavan R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture, SPE 4051

(\*) Статья доступна по ссылке [\(c\) Юдин Е.В.](#)

## Производительность трещины конечной проводимости

- Рассмотрим трещину конечной проводимости
- Два дополнительных параметра:
  - Ширина трещины
  - Проводимость трещины
- Производительность трещины на псевдоуставновившемся режиме можно свести к зависимости от одного параметра – безразмерной проводимости трещины:

$$C_{fD} = \frac{k_f w_f}{k x_f}$$

■ Производительность трещины (\*):

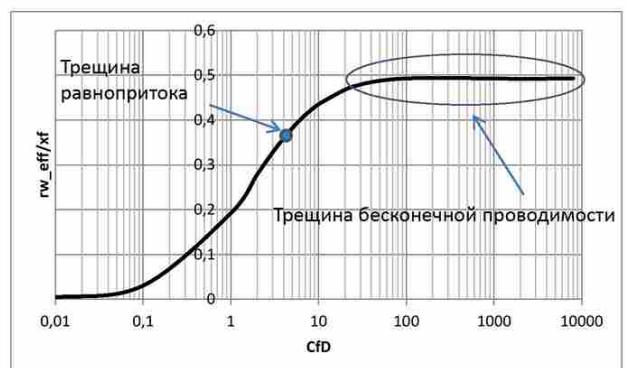
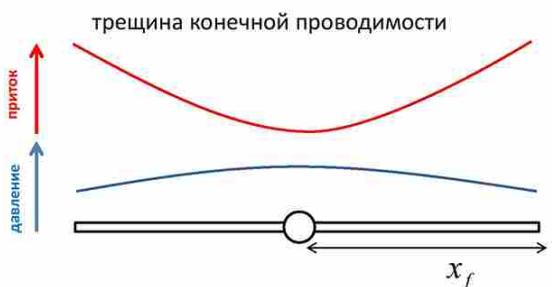
$$q = \frac{2\pi k h (p_e - p_w)}{\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right)}$$

$$\ln \frac{x_f}{r'_w} = \frac{1.65 - 0.328u + 0.116u^2}{1 + 0.18u + 0.064u^2 + 0.005u^3}$$

$$u = \ln C_{fD}$$

$$q = \frac{2\pi k h (p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right) + S_f \right]}$$

$$\begin{aligned} S_f &= \ln \frac{r'_w}{r'_w} \\ r'_w &= \exp(-S_f) \end{aligned}$$



(\*) Economides et al Unified Fracture Design

(c) Юдин Е.В.

60

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Реальные трещины

- Каковы реальные трещины?
- Зачем нужны модели трещин равнопритока и трещины бесконечной проводимости
- Реальная трещина характеризуется **неоднородным распределением проводимости по длине и ширине трещины**
- В отчетах по ГРП даются средние параметры трещины:
  - Геометрия: длина, ширина, высота
  - Средний CfD
  - Оценочный псевдорадиальный скрин-фактор

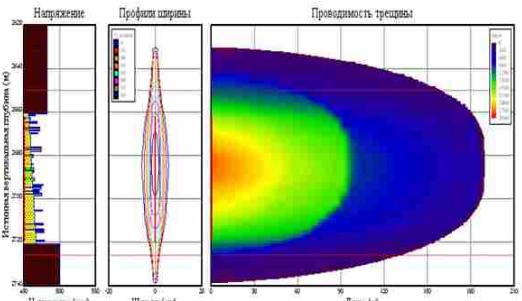
Сравнение производительности до ГРП и после ГРП / Well performance before and after PPS			
Режим фильтрации / Flow State	После установившегося (PSS)	До ГРП / Before Frac	После ГРП / After Frac
Расчетное забойное давление / Bottom Hole Pressure (P <sub>ch</sub> ) [атм. атм.]	26	26	-5.8
Скин / Skin	(S)	0	5%
Обводненность / Water Cut (%)	0	5%	0%
Средняя электропроводимость	0.16	1.00	
Индекс продуктивности / Productivity Index (PI) [в3сут/ам.; м3/день/атм.]	0.102	0.69	
Дебит жидкости / Liquid Rate (Q <sub>l</sub> ) [в3сут; м3/день]	19.8	133.4	
Дебит воды / Water Rate (Q <sub>w</sub> ) [в3сут; м3/день]	1.0	6.7	
Дебит нефти / Oil Rate (Q <sub>o</sub> ) [в3сут; 1/день]	10.3	110.3	
Прирост дебита нефти / Oil Rate Increasing (ΔQ <sub>o</sub> ) [в3сут; 1/день]			93.9

Параметры трещины / Parameters of Fracture

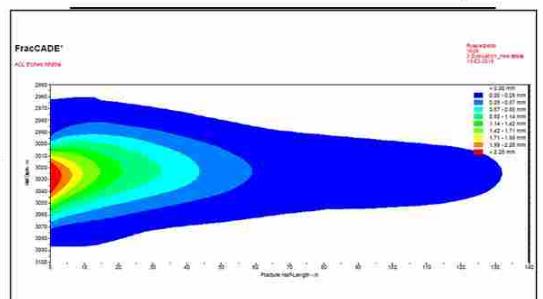
Закрепленная высота / Propped Fracture Height (H <sub>p</sub> ) [м.м.]	88.815
Закрепленная полуплата / Propped Fracture Half-Length (X <sub>p</sub> ) [м.м.]	189.6
Средняя закрепленная ширина / Average Fracture Width (W) [мм.мм.]	5.9027
Безразмерная проводимость / Dimensionless Conductivity (F <sub>0</sub> , Cr <sub>0</sub> )	11.4030
Коэффициент проникновения (оквата) (f <sub>0</sub> )	0.95

Оценочная продуктивность скважины и скрин			
Информация о пласте			
Пластовое давление (бар)			
146			
Геометрия ГРП и продуктивность			
Полудлина (м)	Высота (м)		
Расчет	47.0		
Анализ	126.0		
Ширина (мм)	Скин	F <sub>0</sub>	Оценочный лебет (в3сут)
7.6	-3.72	11.0	68.0
2.0	-4.01	63.8	73.9

Отчет о проппантном ГРП на скв. в Западной Сибири



Отчет о кислотном ГРП на скв. в Тимано-Печоре



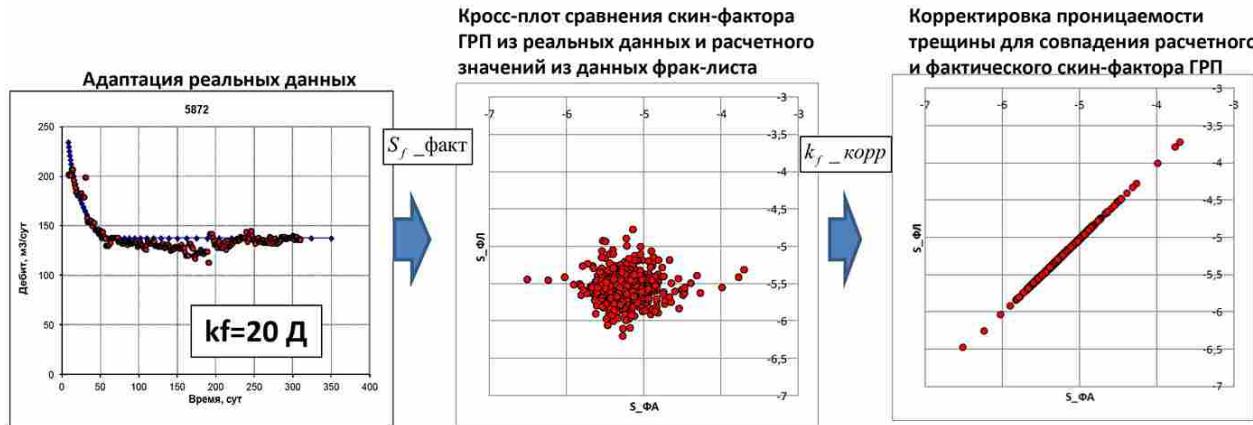
(c) Юдин Е.В.

61

(\*) Книга доступна по ссылке

## Проводимость реальных трещин

- Проводимость реальных трещин может заметно отличаться от проводимости из дизайна и отчета о ГРП
- Проницаемость реальной трещины заметно отличается от проницаемости проппанта по паспорту
- Рассмотрим результаты работы скважины на неустановившемся и псевдоуставновившемся режимах
- Произведем адаптацию данных нормальной эксплуатации,



Возможные причины расхождений расчетного и фактического скин-фактора:

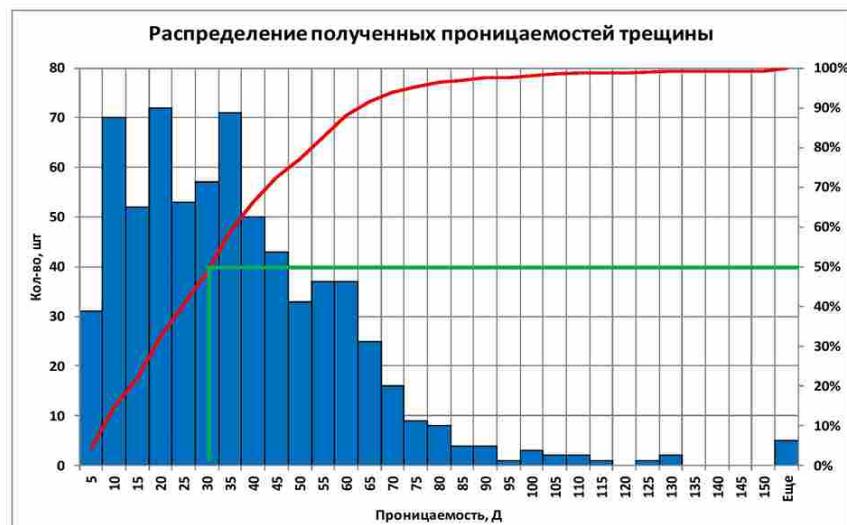
- Загрязнение трещины ГРП во время освоения
- Неравномерное распределение проппанта
- Смыкание участков трещины, «затекание глин»

(\*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласти AC10-11-12, BC4-5, мел)

62

## Проводимость реальных трещин

- Сравнение скин-факторов, полученных по адаптации данных нормальной эксплуатации скважин (ФА) и данных фрактиста (ФЛ) показало отсутствие какой-либо зависимости
- Скин-фактор ФЛ с учетом фактических данных (длина и ширина трещины) был адаптирован к значению по ФА с помощью подбора соответствующей проницаемости трещины
- Гистограмма распределения полученных значений показывает, что проницаемость трещины варьируется в широких пределах от нескольких Дарси до нескольких сотен Дарси
- Среднее значение проницаемости трещины составляет 34,6 Д

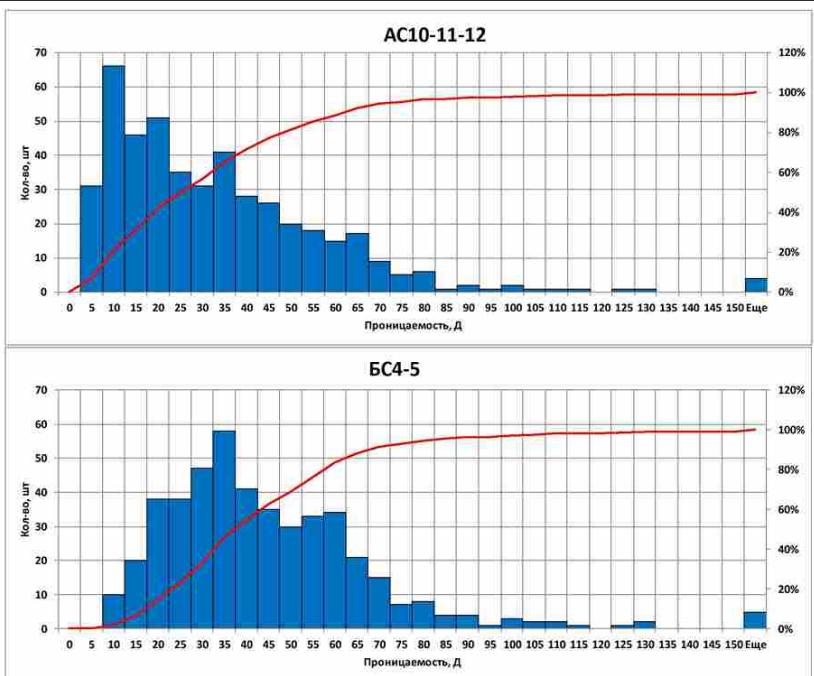


(\*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласты АС10-11-12, БС4-5, мел)

63

## Проводимость реальных трещин

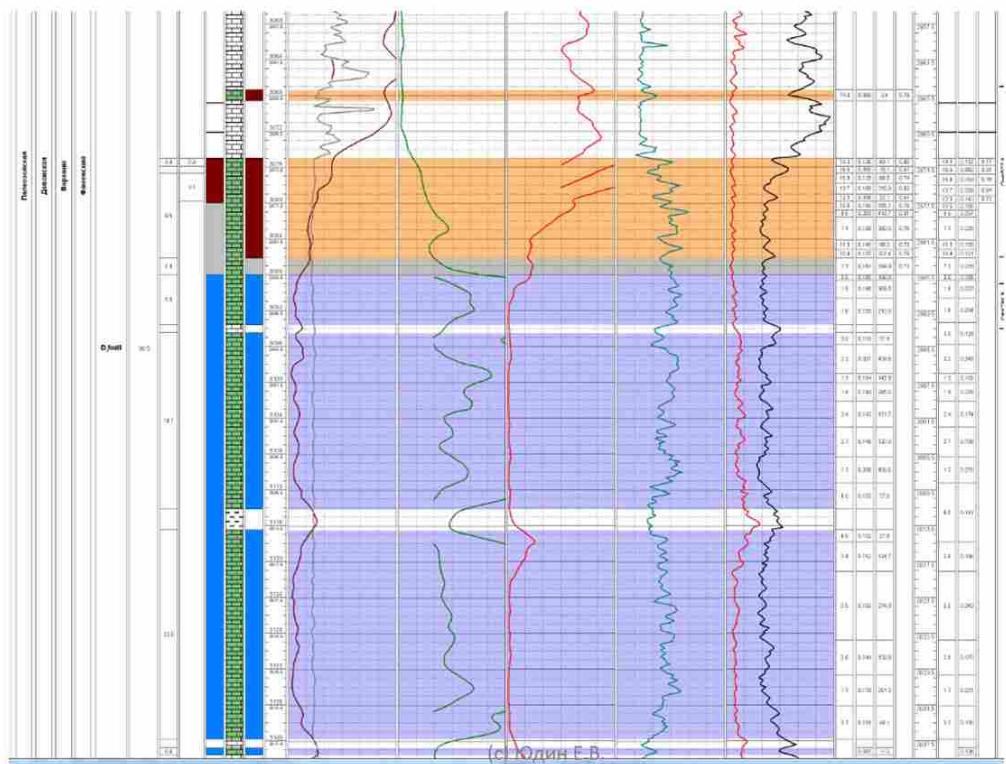
- Предлагается закрепить проницаемость трещины ГРП при расчете производительности ГС с МГРП на уровне 30 Д
- Проницаемость трещины варьируется от месторождения к месторождению (см.доп.слайды) – при используемом в анализе скважин это статистически достоверный факт – это говорит о том, что используемые модели не учитывают еще дополнительные эффекты (различная несвязность, «затекание глин», другие индивидуальные особенности каждого из месторождений и т.д.)
- Для отслеживания данного эффекта предлагается регулярно проводить анализ эффективности проведенного ГРП (по данным НЭ) в зависимости от используемого раствора гашения, параметров освоения, параметров проведения самого ГРП (проппант, гель, режим закачки), режима эксплуатации, свойств объекта под ГРП, КВЧ, PVT-свойства насыщающего флюида, и т.д.



(\*) Данные по двум месторождениям Западной Сибири (пласти AC10-11-12, BC4-5, мел)

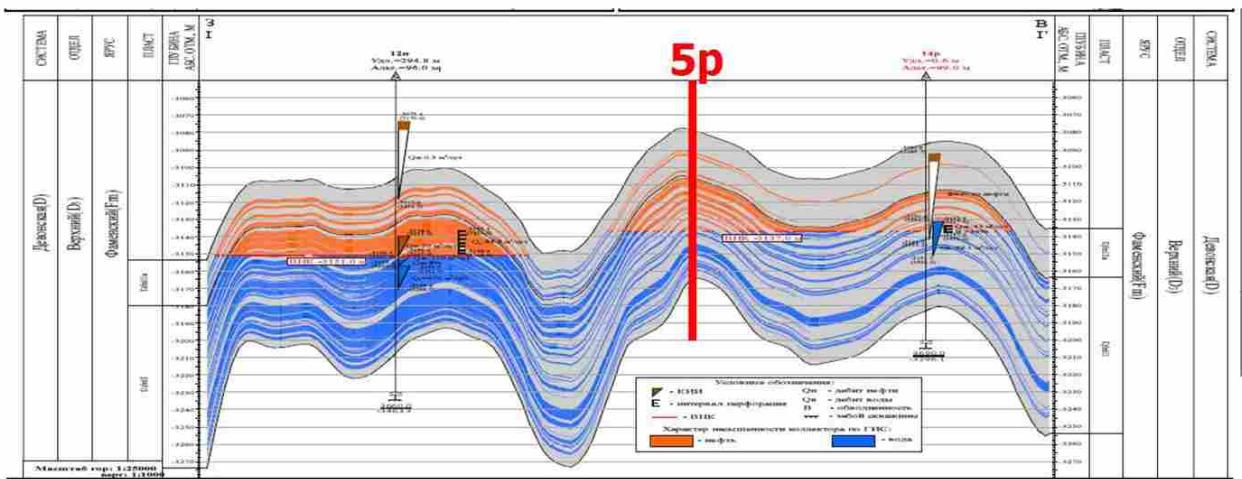
64

## Упражнение II: нужен ли ГРП?



65

## Упражнение II: нужен ли ГРП?



(с) Юдин Е.В.

66

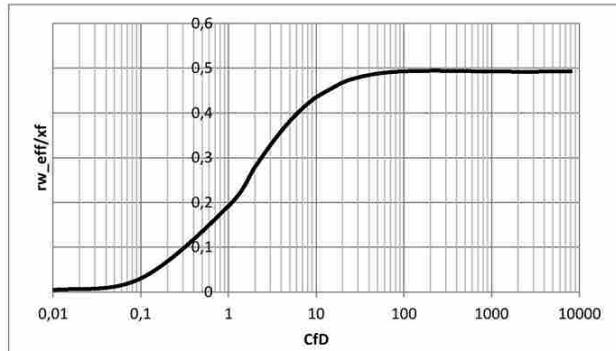
## Упражнение

**Дано:**

- Свойства пласта:
  - Пористость 0,2
  - Вязкость 1 сПз
  - Пластовое давление 250 атм
  - Забойное давление 50 атм
  - Давление насыщения 30 атм
  - Мощность 10 м
  - Объемный коэффициент 1,2 м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>
  - Радиус скважины 0,108 м
  - Параметры трещины : длина 150 м, ширина 5 мм

**Найти:**

- Оценить кратность прироста дебита в зависимости от проницаемости пласта



$$C_{J\bar{D}} = \frac{k_f w_f}{k x_f}$$

$$u = \ln C_{J\bar{D}}$$

$$\ln \frac{x_f}{r'_w} = \frac{1.65 - 0.328u + 0.116u^2}{1 + 0.18u + 0.064u^2 + 0.005u^3}$$

$$q = \frac{kh(p_e - p_w)}{18.4\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r'_w}\right)}$$

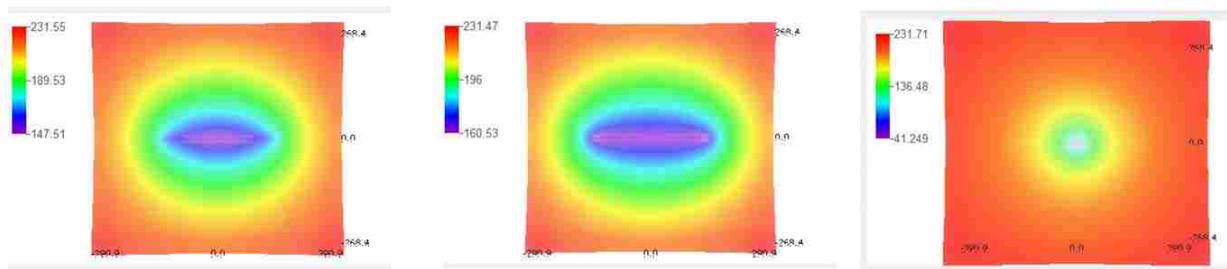
(с) Юдин Е.В.

67

### 3 Семинар 04.03.2022

## Упражнение

Используя программу для расчета производительности скважины сложного заканчивания оценить распределение поля давления вокруг трещины конечной проводимости на различных временах



Почему распределение давления  
как от вертикальной скважины?

$$\begin{aligned} kf &= 30 \text{ Д} \\ k_{res} &= 10 \text{ мД} \end{aligned}$$

(с) |Один Е.В.

68

Была написана программа для анализа работы скважины сложного заканчивания. Представлено поле распределения давления: для трещины равнопритока, трещины бесконечной проводимости и трещины конечной проводимости.

В рассматриваемых условиях распределение давления от трещины конечной проводимости похоже на распределение от вертикальной скважины. Почему?

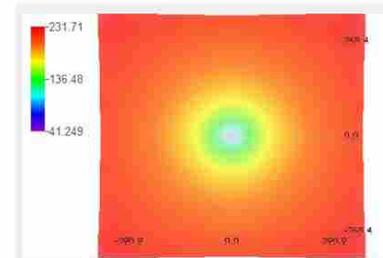
Основной приток к трещине конечной проводимости идёт с кончиков. При низкой безрамерной проводимости трещины её кончики перестают работать, работает только прискважинная зона. Поэтому и распределение давления похоже на распределение от вертикальной скважины.

Можем увеличить проводимость проппанта: пытаться запустить в трещину более крупный проппант. Для этого нужно обеспечивать большую скорость, использовать более дорогие гели (с лучшей несущей способностью). Но не всегда есть такая возможность.

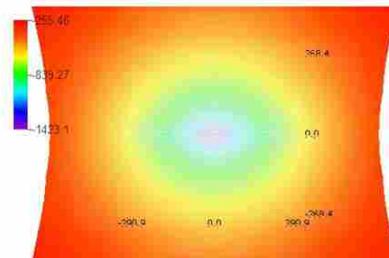
Именно от безразмерной проводимости трещины зависит её продуктивность.

## Упражнение

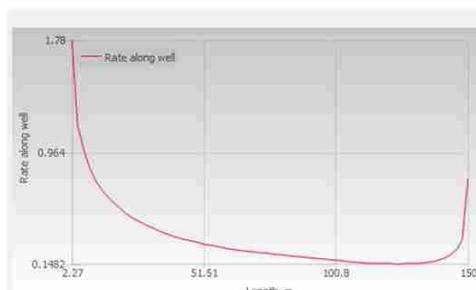
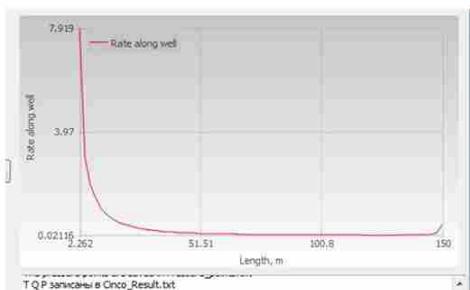
В этом и заключается механизм повышения эффективности трещин ГРП на низкопроницаемых коллекторах



kres=10 мД



kres=1 мД



(с) Юдин Е.В.

69

Показаны распределения давления для трещины с различной безразмерной проводимостью. Видим, что в случае большей безразмерной проводимости эффективность трещины выше и распределение давления напоминает форму глаза, а не круга.

Именно поэтому трещины наиболее эффективны на низкопроницаемых коллекторах: чем ниже проницаемость пласта, тем больше  $C_{fD}$  (безразмерная проводимость трещины) и тем лучше работают кончики трещины, к которым идёт основной приток.

### 3.1 Производительность наклонно-направленной скважины

#### Наклонно-направленная скважина (\*)

- Рассмотрим производительность наклонно-направленной скважины в бесконечном в латеральном направлении пласте

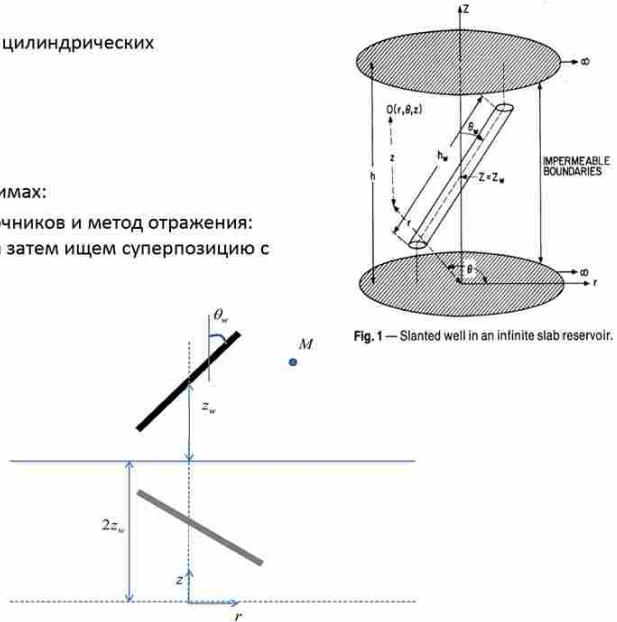
- Для решения рассматривается уравнение пьезопроводности в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} \quad p = p(r, \theta, z, t)$$

- В статье получено точное решение данной задачи на всех режимах:

- Способ решения – метод интегрирования точечных источников и метод отражения: сначала получаем решение в неограниченном пласте, а затем ищем суперпозицию с помощью «отражения» получившегося решения

$$\Delta p(r, \theta, z, t) = \frac{q_w}{8\varphi C_t (\pi\kappa)^{3/2} h_w \cos \theta_w} \int_0^r \left\{ \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa\tau}\right)}{\tau^{3/2}} \times \right. \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\frac{h_w}{2} \cos \theta_w}{\frac{h_w}{2} \cos \theta_w} \left[ \exp\left(-\frac{z'^2 \lg^2 \theta_w - 2rz' \lg \theta_w \cos \theta + (z + 2nh - z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp\left(-\frac{z'^2 \lg^2 \theta_w + 2rz' \lg \theta_w \cos \theta + (z + 2nh + z_w - z')^2}{4\kappa\tau}\right) dz' \right] d\tau \right]$$



- Поскольку авторы рассматривали решение равнопритока, то для моделирования скважины бесконечной проводимости предлагается использовать эквивалентные точки, давления в которых такие же как и для скважины бесконечной проводимости

(c) Юдин Е.В.

71

(\*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Derictionally Drilled Well // SPE 5131

Вертикальные скважины в России практически сейчас не бурим. Как правило, бурим наклонно-направленные скважины от куста, к которому подведены дороги и около которого организована инфраструктура.

Таким образом, важно знать формулу для производительности наклонно-направленной скважины.

Как рассчитать по формуле в рамке? Сложно!

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Наклонно-направленная скважина (\*)

- Далее Синко Ли по анализу численных решений заметил, что начиная с определенного времени динамика депрессии на скважине отличается на постоянную величину от динамики депрессии для вертикальной скважины (псевдорадиальный режим)

- Тогда он определил, что из этой разницы можно вычислить псевдорадиальный скрин фактор:

$$p_D(r_D, \theta, z_D, t_D, \theta'_w, h_D) = \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right] + S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D)$$

- Отсюда:

$$S_\theta(r_D, \theta, z_D, \theta'_w, h_D) = p_D(r_D, \theta, z_D, t'_D, \theta'_w, h_D) - \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{t'_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right]$$

- Вычислив различные скрин-факторы для разных углов, Синко Ли предложил корреляцию для зависимости скрин-фактора от угла наклона:

$$S_\theta = p_{wD} - \left( \frac{\theta'_w}{41} \right)^{2.06} - \left( \frac{\theta'_w}{56} \right)^{1.865} \times \lg \left( \frac{h_D}{100} \right)$$

$\theta'_w$  - замеряется в обычных градусах

$$\theta'_w < 75^\circ \quad h_D = \frac{h}{r_w}$$

- Упражнение: построить зависимость скрин фактора от угла наклона для пласта мощностью 20 м

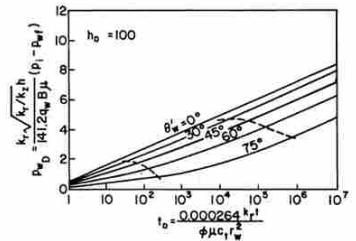


Fig. 2 — Dimensionless wellbore pressure vs dimensionless time for a fully penetrating, slanted well.

72

(\*) Cinco H., Miller F.G., Ramey H.J. Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Derictionally Drilled Well // SPE 5131

Важно! Полученная формула для скрин-фактора

$$S_\theta = - \left( \frac{\theta'_w}{41} \right)^{2.06} - \left( \frac{\theta'_w}{56} \right)^{1.865} \cdot \lg \left( \frac{h_D}{100} \right) \quad (2)$$

верна при полном вскрытии пласта скважиной.

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Наклонно-направленная скважина (\*)

- Besson et al в своей работе создал полуаналитический симулятор на точечных источниках. Для вывода аналитического выражения, авторы сравнивали скрин-фактор наклонной скважины данной длины, полностью вскрывающей пласт (таким образом длина скважины зависит от угла наклона) и скрин-фактор горизонтальной скважины, расположенной в центре пласта (по модели Giger):

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right)$$

*L* - длина скважины

- Из их корреляции получилось, что:

$$S_\theta - S_{gH} = \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \frac{h}{L} \ln\left(\frac{L}{h}\right) \quad \rightarrow \quad S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w}\right)$$

- Относительно угла наклона формула выглядит следующим образом

$$S_\theta = \ln\left(\frac{4r_w \cos \theta_w}{h}\right) + \cos \theta_w \ln\left(\frac{h}{4r_w \sqrt{\cos \theta_w}}\right)$$

- Упражнение: построить зависимость скрин-фактора от угла наклона по формуле Besson et al для пласта мощностью 20 м, сравнить с моделью Cinco Ley et al

(c) Юдин Е.В.

73

(\*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

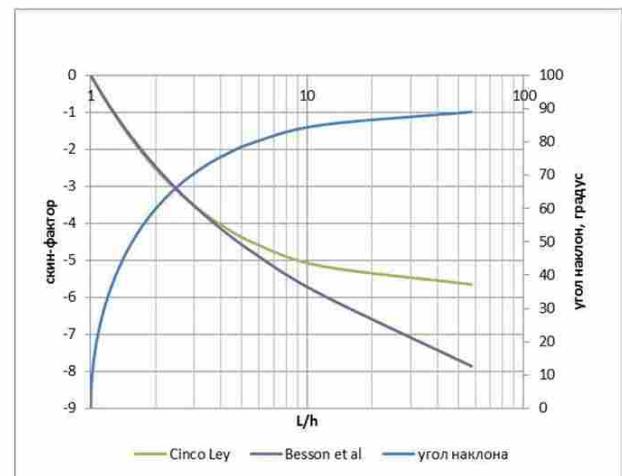
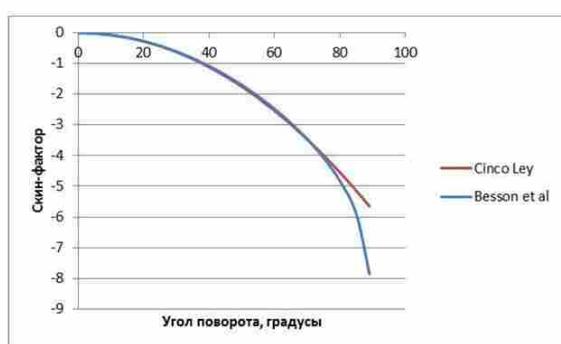
Besson вывел формулу из более физических соображений, но также как у Синко Ли у него был численный симулятор, основанный на методе источников, и он сравнил как множество полученных численных решений отличается от решения для вертикальной скважины.

Besson получил более физически обоснованную корреляцию. Формулы относительно длины скважины в продуктивном пласте и относительно угла наклона представлены в красных рамках.

(\*) Статья доступна по ссылке [\(\\*\)](#)

## Наклонно-направленная скважина (\*)

- Сравнение формул Besson et al и Cinco Ley в размерных и безразмерных координатах для пласта мощностью 20 м
- Видно, что расхождение начинается при углах более 75 градусов



(с) Юдин Е.В.

74

Видим, что полученные формулы для скин-фактора наклонно-направленной скважины, полностью вскрывающей пласт, очень хорошо совпадают.

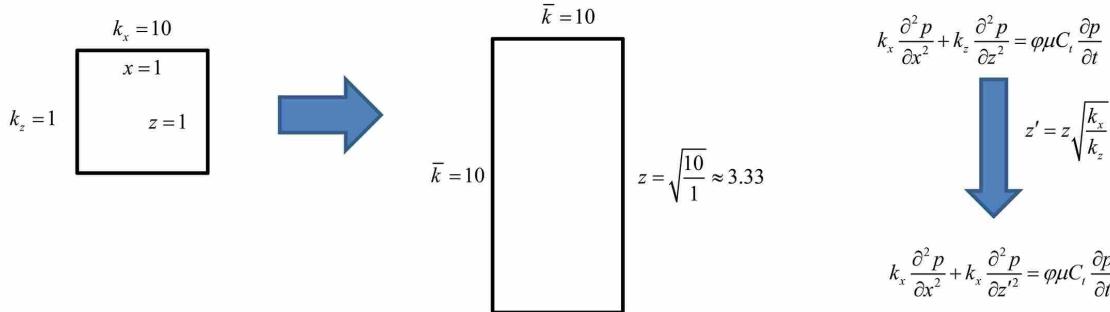
Формула Бессона работает условно до 89 градусов.

Формула Синко Ли работает только до 75 градусов.

## 3.2 Учёт вертикальной анизотропии

### Учет вертикальной анизотропии

- На производительность горизонтальной и наклонной направленной скважины огромное влияние оказывает вертикальная анизотропия
- Рассмотрение фильтрации в анизотропном пласте можно свести к рассмотрению фильтрации в изотропном пласте в эффективной среде, в которой меньшая проницаемость «компенсируется» большим расстоянием



- В более общем случае:

Дебит скважины	Поток через площадку	
$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \phi \mu C_t \frac{\partial p}{\partial t}$	$\bar{q} = \int_S \frac{k}{\mu} \nabla p \cdot dS$	
Поток через площадку		
$\bar{u} \cdot dS$		
$k_x \frac{\partial p}{\partial x} dz dy + k_y \frac{\partial p}{\partial y} dx dz + k_z \frac{\partial p}{\partial z} dx dy = \bar{k} \frac{\partial p}{\partial x'} dz' dy' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial y'} dx' dz' + \bar{k} \frac{\partial p}{\partial z'} dx' dy'$		
$x' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} x$ $y' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} y$ $z' = \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_z}} z$		

(c) Юдин Е.В.

75

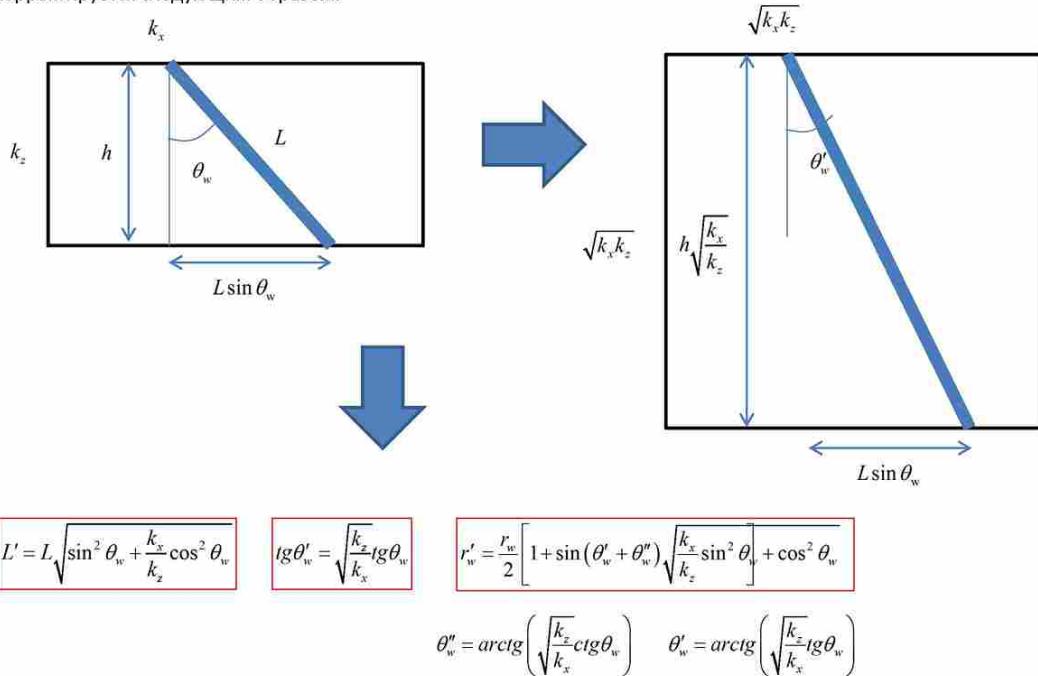
Когда говорим о наклонно-направленной скважине необходимо учитывать наличие вертикальной составляющей потока. Тогда необходимо учесть и анизотропию пласта.

Используется замена координат так, чтобы привести данный анизотропный случай к эффективному изотропному.

При переходе от одной системе координат к другой должны задать, что поток через произвольную площадку в исходной и новой системах координат один и тот же. При выполнении этого условия дебит не изменится при переходе к новой системе координат.

## Учет вертикальной анизотропии

- В случае наклонно направленной скважины в случае наличия анизотропии, формула для ее вычисления корректируется следующим образом:



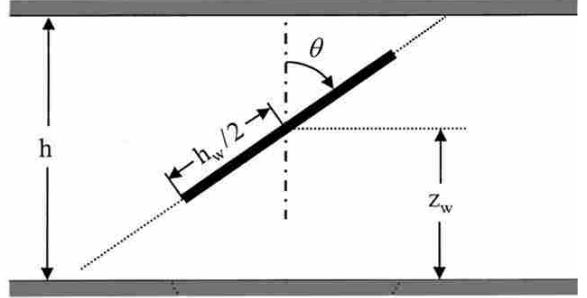
(c) Юдин Е.В.

76

## Наклонно-направленная скважина (\*)

- Ozkan и Raghavan также предложили свою модель для наклонно-направленной скважины
- Получили аналитическую аппроксимацию на больших временах для наклонной скважины конечного вскрытия
- В отличие от предыдущих моделей не является корреляцией

$$s_\theta = 1 + \frac{2}{h_{wD} \sin \theta'} \sigma \left( r_D \cos \psi, r_D \sin \psi, -\frac{h_{wD}}{2} \sin \theta', \frac{h_{wD}}{2} \sin \theta' \right) + F$$



$$\sigma(x, y, a, b) = \frac{1}{4} \left\{ (x-b) \ln \left[ (x-b)^2 + y^2 \right] - (x-a) \ln \left[ (x-a)^2 + y^2 \right] - \frac{y}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{x-a}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x-b}{y} \right) \right\},$$

$$F = -\frac{h_D}{2h_{wD}} \left\{ \ln \left[ 1 - 2 \exp(-\lambda) \cos \pi \left( \frac{z_D + z_{wD} + e}{h_D} \right) + \exp(-2\lambda) \right] + \ln \left[ 1 - 2 \exp(-\lambda) \cos \pi \left( \frac{z_D - z_{wD} - e}{h_D} \right) + \exp(-2\lambda) \right] \right\},$$

$$\frac{h_{wD}}{h_D} \geq \frac{2.3}{\sin \theta'} \quad e = (z_D - z_{wD}) \cos^2 \theta' \quad \theta' = \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{k_V}{k_H}} \operatorname{tg} \theta \right) \quad \lambda = \frac{\pi r_D \sin \psi}{h_D \sin \theta'} \quad h_{wD} = \frac{h_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_H}{k_V} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$$

$$r_D = \sqrt{1 + 0.09 h_{wD}^2 \sin^2 \theta'} \quad z_D = \begin{cases} z_{wD} + 0.3 h_{wD} \cos \theta', & \text{если } z_w \geq h/2, \\ z_{wD} - 0.3 h_{wD} \cos \theta', & \text{если } z_w < h/2, \end{cases} \quad z_{wD} = \frac{z_w}{r_w} \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

$$\psi = \arccos \left( \frac{0.3 h_{wD} \sin^2 \theta'}{r_D} \right)$$

(c) Юдин Е.В.

77

(\*) Ozkan E. And Raghavan R.: "Computationally Efficient, Transient-Pressure Solution for Inclined Wells", paper SPE 66206, 2000.

Другой подход к определению производительности наклонно-направленной скважины.

(\*) Статья доступна по ссылке

## Горизонтальная или наклонно-направленная скважина?

- Часто возникает вопрос какую скважину выбрать: горизонтальную или наклонно-направленную
- Много влияющих факторов: подстилающая вода, газовая шапка, наличие трещин, вертикальная неоднородность, расщепленность пласта (остановимся на каждом из них)
- Если выбирать по производительности, то ответ можно получить из аналитических выражений:

Горизонтальная скважина

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w \sqrt{1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2}}\right)$$

**VS**

Наклонно-направленная скважина

$$\begin{aligned} S_\theta &= \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{\sqrt{Lh}}{4r_w}\right) \\ S_\theta &= \ln\left(\frac{4r_w \cos \theta_w}{h}\right) + \cos \theta_w \ln\left(\frac{h}{4r_w \sqrt{\cos \theta_w}}\right) \end{aligned}$$

В случае наличия анизотропии

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w \sqrt{1 + \alpha^2 \left(1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2\right)}}\right)$$

**VS**

$$\begin{aligned} S_\theta &= \ln\left(\frac{4r'_w}{L\gamma}\right) + \frac{\alpha h}{\gamma L} \ln\left(\frac{\sqrt{\alpha\gamma Lh}}{4r'_w}\right) \\ r'_w &= \frac{r_w}{2} \left[ 1 + \sin(\theta'_w + \theta''_w) \sqrt{\alpha^2 \sin^2 \theta'_w + \cos^2 \theta_w} \right] \\ \gamma &= \sqrt{\sin^2 \theta_w + \alpha^2 \cos^2 \theta_w} \quad \theta'_w = \arctg\left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{tg} \theta_w\right) \quad \theta''_w = \arctg\left(\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \operatorname{ctg} \theta_w\right) \\ \cos \theta_w &= \frac{L}{H} \quad \alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \end{aligned}$$

(c) Юдин Е.В.

(\*) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

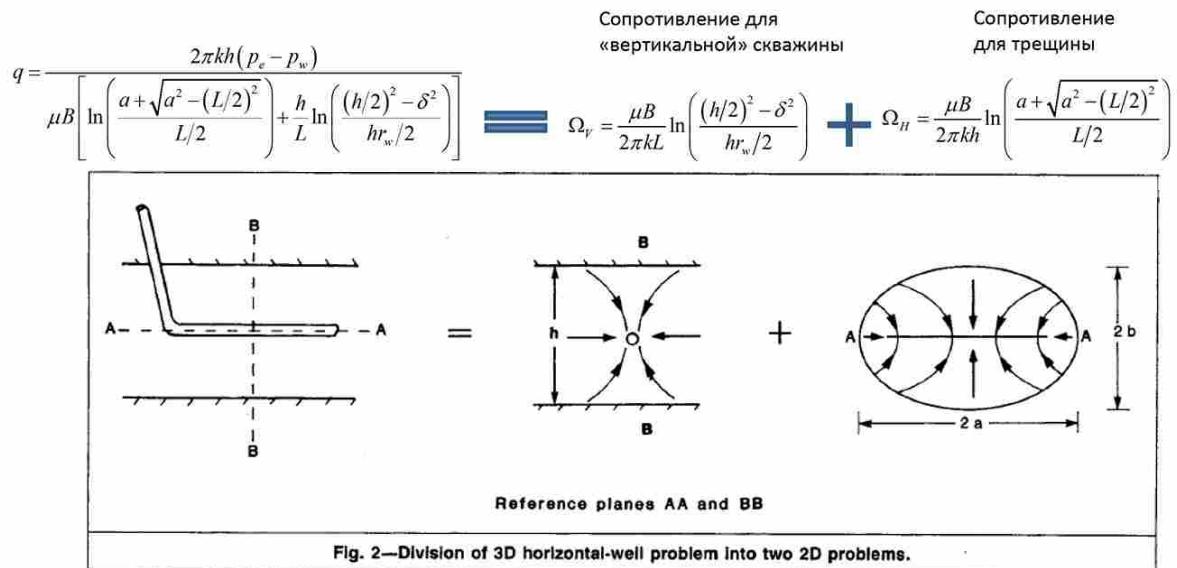
78

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

### 3.3 Производительность горизонтальной скважины

#### Производительность горизонтальных скважин: модель Joshi

- Задача 3D фильтрации разбивается на сопряжение двух 2D задач
- Метод фильтрационных сопротивлений и аналогия с законом Ома



(c) Юдин Е.В.  
(\*) Joshi S.D. Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells // SPE 15375.

81

(\*) Статья доступна по ссылке

## Производительность горизонтальных скважин: модель Joshi

- С учетом анизотропии, производительность горизонтальной скважины в эллипсе постоянного давления:

$$q = \frac{2\pi k_H h (p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right) + \beta h \ln \left\{ \beta \left( \frac{(h/2)^2 - \delta^2}{hr_w/2} \right) \right\} \right]}$$

$$q = \frac{k_H h (p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[ \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right) \beta h \ln \left\{ \left( \frac{(h/2)^2 - \delta^2}{hr_w^2/4} \right) \right\} \right]}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

- Проницаемость эквивалентной системы:

$$\bar{k} = \sqrt{k_H k_V}$$

- Переход к анизотропному случаю происходит, путем преобразования вертикальной координаты:

$$Z \longrightarrow Z \sqrt{\frac{k_H}{k_V}}$$

- Таким образом более низкая вертикальная проницаемость моделируется большим расстоянием для фильтрации

$$r_w \longrightarrow \frac{r_w}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \right)$$



(c) Юдин Е.В.

(\*) Joshi S.D. Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells // SPE 15375.

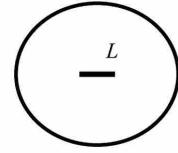
82

(\*) Статья доступна по ссылке [здесь](#)

## Производительность горизонтальных скважин: другие полезные модели

- Модель Борисова (\*) – самая первая модель фильтрации к ГС в круговой области:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]} \quad r_e \gg L$$



- Модель Борисова с учетом анизотропии, симметрия с формулой Joshi:

$$q = \frac{2\pi k_h h(p_e - p_w)}{\mu B \left[ \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{\beta^2 h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]}$$

$$q = \frac{k_h h(p_e - p_w)}{18.4 \mu B \left[ \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right) + \frac{\beta^2 h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w}\right) \right]}$$

$$\tilde{r}_w = \frac{r_w}{2}(1 + \beta)$$

- Модель Giger (\*\*)

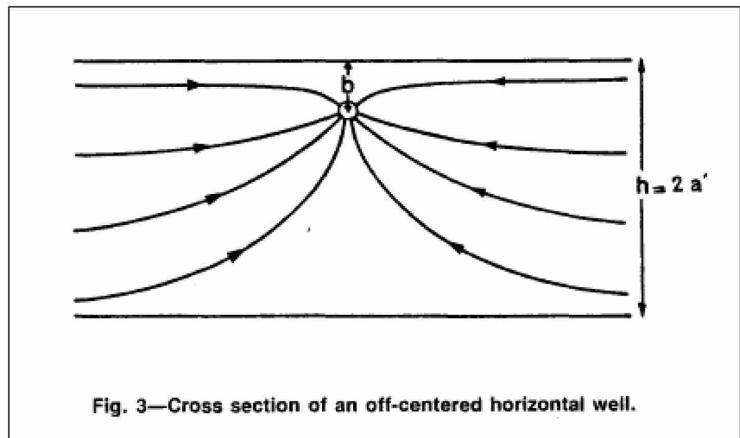
$$q = \frac{2\pi k_h h}{\mu B} \left[ \frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}}\right) + \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right)} \right]$$

$$q = \frac{k_h h}{18.4 \mu B} \left[ \frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}}\right) + \ln\left(\frac{4r_e}{L}\right)} \right]$$

$\delta$  -смещение  
относительно  
центра

$$\tilde{r}_w = \frac{r_w}{2}(1 + \beta)$$

$$r_e \gg L$$



(\*) Борисов Ю.П. и др. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами.

83

(\*\*) Giger F.M. Low-Permeability Reservoirs Development Using Horizontal Wells // SPE 16406

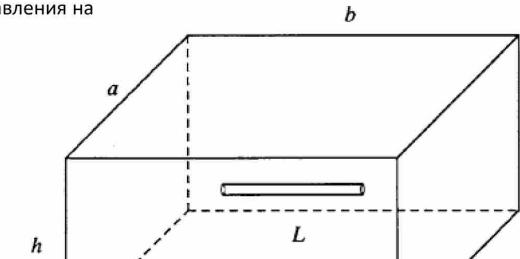
## Производительность горизонтальных скважин: производительность в прямоугольном пласте

- Модель Renard, Dupuy (\*) – самая простая модель по производительности скважины в центре прямоугольного пласта с заданием постоянного давления на внешних границах :

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu B} \left[ \frac{p_e - p_w}{\frac{h}{L} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_w} \right) + \cosh^{-1} \left[ \frac{\cosh \left( \frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left( \frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right]$$

- Модифицируем данную модель для случая вертикальной анизотропии смещения скважины относительно вертикали :

$$q = \frac{2\pi k_h h}{\mu B} \left[ \frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln \left( \frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}} \right) + \cosh^{-1} \left[ \frac{\cosh \left( \frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left( \frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right]$$



$$\tilde{r}_w = \frac{r_w}{2} (1 + \beta)$$

$$q = \frac{k_h h}{18.4 \mu B} \left[ \frac{p_e - p_w}{\frac{\beta h}{L} \ln \left( \frac{\beta h}{2\pi \tilde{r}_w \cos \frac{\pi \delta}{h}} \right) + \cosh^{-1} \left[ \frac{\cosh \left( \frac{\pi a}{2b} \right)}{\sin \left( \frac{\pi L}{2b} \right)} \right]} \right]$$

(\*) Renard G., Dupuy J.M. Formation Damage Effects on Horizontal Well Flow Efficiency // SPE 19414

84

## Производительность горизонтальных скважин: производительность в прямоугольном пласте

- Helmy M.W. и Wattenbarger R.A. et al (\*) – корреляционная модель на основе численных решений.
- На внешней границе - условия отсутствия перетока
- На скважине задан дебит и забойное давление соответственно:

$$J_{CR} = \frac{2\pi k_{eq} b_{eq}}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A_{eq}}{e^2 r_{weq}^2 C_A} + S_p \right)}$$

$$J_{CP} = \frac{2\pi k_{eq} b_{eq}}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \frac{4A_{eq}}{e^2 r_{weq}^2 C_{ACP}} + S_{pCP} \right)}$$

$$\ln C_A = 4.485 - \left( 4.187 - 12.56 \left( \frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right) + 12.56 \left( \frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^2 \right) \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) + 2.0 \ln \left( \frac{\pi z_{weq}}{h_{eq}} \right) + \ln \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right)$$

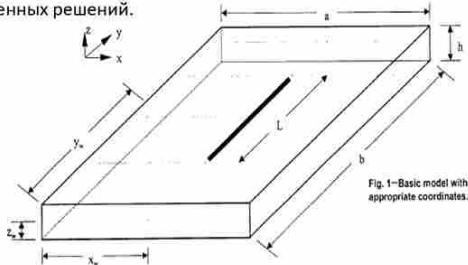


Fig. 1—Basic model with appropriate coordinates.

$$S_p = \left( \left( \frac{b_{eq}}{L_{eq}} \right)^{0.858} - 1 \right) \times \left\{ -0.025 + 0.022 \ln \frac{h}{a} - 3.791 \ln \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) + \left[ \frac{1.289 - 4.751 \left( \frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right) + 4.652 \left( \frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right)^2 + 1.654 \left( \frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right) - 1.718 \left( \frac{L_{eq}^2}{b_{eq}} \right)}{\left( \frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) \left( \frac{a_{eq}}{b_{eq}} \right)^{1.472}} \right] \right\}$$

$$\ln C_{ACP} = 2.607 - \left( 4.74 - 10.353 \left( \frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^{1.115} + 9.165 \left( \frac{x_{weq}}{a_{eq}} \right)^{2.838} \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right)^{1.011} + 1.810 \ln \left( \frac{\pi z_{weq}}{h_{eq}} \right) + 2.056 \ln \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) \right)$$

$$S_{pCP} = \left( \left( \frac{b_{eq}}{L_{eq}} \right)^{1.233} - 1 \right) \times \left\{ 2.894 + 0.003 \ln \frac{h}{a} - 0.453 \ln \left( \frac{a_{eq}}{h_{eq}} \right) + \left[ \frac{0.388 - 1.278 \left( \frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right) + 0.7 \left( \frac{y_{weq}}{b_{eq}} \right)^2 + 1.278 \left( \frac{L_{eq}}{b_{eq}} \right) - 1.215 \left( \frac{L_{eq}^2}{b_{eq}} \right)}{\left( \frac{h_{eq}}{a_{eq}} \right) \left( \frac{a_{eq}}{b_{eq}} \right)^{1.711}} \right] \right\}$$

$$a_{eq} = a \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_x}} \quad b_{eq} = b \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_y}} \quad z_{weq} = z_w \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_z}} \quad h_{eq} = h \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_z}} \quad L_{eq} = L \sqrt{\frac{k_{eq}}{k_y}} \quad k_{eq} = \sqrt{k_x k_y k_z} \quad A_{eq} = a_{eq} h_{eq}$$

(\*) Helmy M.W., Wattenbarger R.A. Simplified Productivity Equations for Horizontal Wells Producing at Constant Rate and Constant Pressure // SPE 49090

## Производительность горизонтальных скважин: модель Kuchuk et al

- **Модель Kuchuk(\*)** – рассматривается бесконечный в латеральном направлении пласт, на границах задаются условия неперетока или смешанные граничные условия (\*\*)
- Получены следующие аналитические выражения для отсутствия потока на обеих границах и отсутствия потока на нижней границе и поддержания давления на верхней соответственно (в пространстве Лапласа)
- Рассматриваются решения равнопритока, которые потом осредняются по длине скважины

$$\tilde{p}_{wD}(s) = \frac{2}{s} \sum_{j=1}^{\infty} F\left(s + \frac{\pi^2(2j-1)^2}{4h_D^2}\right) \cos\left(\frac{(2j-1)\pi z_{wD}}{h_D}\right) \cos\left(\frac{(2j-1)\pi z_D}{h_D}\right)$$

$$\tilde{p}_{wD}(s) = \frac{1}{s} F(s) + \frac{2}{s} \sum_{j=1}^{\infty} F\left(s + \left(\frac{j\pi}{h_D}\right)^2\right) \cos\left(\frac{j\pi z_{wD}}{h_D}\right) \cos\left(\frac{j\pi z_D}{h_D}\right)$$

$$F(u) = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(u) du}{u^2 (u^2 + \beta)^{1/2}} \quad z_D = \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \frac{z}{L/2} \quad r_{wD} = \frac{r_w}{L} \left( \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} + \sqrt{\frac{k_x}{k_z}} \right) \quad t_D = \frac{kt}{\phi \mu C_t}$$

- На псевдорадиальном режиме получены удобные аналитические выражения для случая непроницаемых и смешанных границ соответственно:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 2.4228] + S_z$$

$$p_{wD}^{ss} = \frac{h_D}{2} \ln \left[ \frac{4h_D}{\pi r_{wD}} \cot \left( \frac{\pi z_{wD}}{h_D} \right) \right] - \frac{h_D}{2} (h_D - z_{wD})$$

$$S_z \approx -\frac{h_D}{2} \ln \left[ \frac{2\pi r_{wD}}{h_D} \sin \left( \frac{\pi z_{wD}}{h_D} \right) \right] - \frac{h_D}{2} \left( \frac{h_D}{3} - z_{wD} + \frac{z_{wD}^2}{h_D} \right)$$

$$h_D < 2.5$$

(\*) Kuchuk F.J., Goode P.A., Wilkinson D.J., Thambynayagam R.K.M. Pressure Transient Behavior of Horizontal Wells With and Without Gas Cap or Aquifer // SPE 17413  
 (\*\*) (когда какие условия применять?)

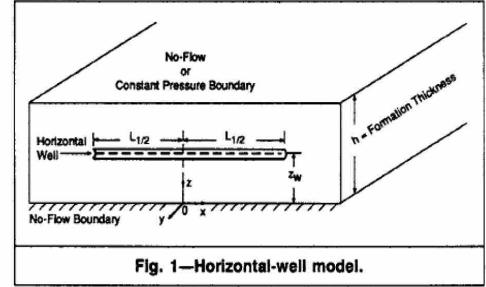


Fig. 1—Horizontal-well model.

## Наилучшая формула для горизонтальной скважины

- Формул, описывающих производительность горизонтальной скважины, огромное множество. какую выбрать?
- Besson et al в своей работе исследовал корректность формул
- С помощью созданного полуаналитического симулятора на точечных источниках. Авторы сравнивали отклонение производительности горизонтальной скважины от вертикальной, получая таким образом псевдо-радиальный скин-фактор горизонтальной скважины
- Например, для горизонтальной скважины по модели Giger и вертикальной скважины получаем:

$$p_{DH} = \frac{h}{L} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_w \cos \frac{\pi e}{h}} \right) + \ln \left( \frac{4r_e}{L} \right) \quad p_{DV} = \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) \quad \rightarrow \quad S_{gH} = p_{DH} - p_{DV} = \frac{h}{L} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_w \cos \frac{\pi e}{h}} \right) + \ln \left( \frac{4r_w}{L} \right)$$

- Данный скин-фактор делится на три части:

$$S_{gH} = S_F + S_{vc} + S_e = \left( \frac{4r_w}{L} \right) + \left[ \frac{h}{L} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_w} \right) \right] + \left[ \frac{h}{L} \ln \left( \frac{1}{\cos \frac{\pi e}{h}} \right) \right]$$

- Отвечает за схождение потока в горизонтальной плоскости
- Отвечает за схождение потока в вертикальной плоскости
- Отвечает за дополнительное фильтрационное сопротивления из-за смещения относительно центра

- Аналогично для модели Joshi:

$$S_{gH} = \ln \left( \frac{4r_w}{L} \right) + \frac{h}{L} \ln \left( \frac{h}{2r_w} \left( \frac{1}{1 - \left( \frac{2e}{h} \right)^2} \right) \right)$$

- Аналогично для модели Kuchuk:

$$S_{gH} = \ln \left( \frac{4r_w}{L} \right) + \frac{h}{L} \ln \left[ \frac{h}{2\pi r_w \cos \left( \frac{\pi e}{h} \right)} \right] - \left( \frac{h}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{6} + 2 \left( \frac{e}{h} \right)^2 \right)$$

(c) Юдин Е.В.

(\* ) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

87

## Наилучшая формула для горизонтальной скважины

---

- Проанализировав все выведенные формулы с помощью разработанного численного симулятора авторы, сделали следующие рекомендации по их использованию
- Для скважины в центре формула Giger дает точный результат для  $\frac{L}{h} > 1$
- Формула Joshi хорошо работает для длинных стволов  $\frac{L}{h} \gg 1$
- Для скрин-фактора из-за смещения относительно центра хорошо работает формула Joshi и Kuchuck
- Предлагаются следующие формулы для расчета производительности горизонтальной скважины:

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{1}{1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2}\right) \quad \frac{L}{h} > 2$$

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{h}{L} \ln\left[\frac{h}{2\pi r_w \cos\left(\frac{\pi e}{h}\right)}\right] - \left(\frac{h}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{6} + 2\left(\frac{e}{h}\right)^2\right) \quad \frac{L}{h} > 0.4$$

- В случае наличия вертикальной анизотропии:

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left(\frac{h}{2\pi r_w} \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{1 - \left(\frac{2e}{h}\right)^2}\right)$$

$$S_{gH} = \ln\left(\frac{4r_w}{L}\right) + \frac{\alpha h}{L} \ln\left[\frac{h}{2\pi r_w \cos\left(\frac{\pi e}{h}\right)} \frac{2\alpha}{1+\alpha}\right] - \left(\frac{\alpha h}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{6} + 2\left(\frac{e}{h}\right)^2\right)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

(c) Юдин Е.В.

(\* ) Besson J., Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium // SPE 20965

88

## Упражнение

**Дано:**

- Свойства пласта:
  - Пористость 0,2
  - Вязкость 10 сПз
  - Проницаемость 10 мД
  - Пластовое давление 250 атм
  - Забойное давление 50 атм
  - Давление насыщения 30 атм
  - Мощность 15 м

**Найти:**

- Оценить дебит горизонтальной скважины (длина 200м) для следующих параметров:
  - Отношение вертикальной к горизонтальной проницаемости 0,01
  - Изотропный случай

$$q_H = \frac{k_h h \Delta p}{18.4 \mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + S_{gh} \right)}$$

$$S_{gh} = \ln \left( \frac{4r_w}{L} \right) + \frac{\alpha h}{L} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_w} \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{\left( 1 - \left( \frac{2e}{h} \right)^2 \right)} \right)$$

(с) Юдин Е.В.

89

### 3.4 Подходы к планированию продуктивности скважины произвольного заканчивания

#### Моделирование производительности скважины произвольного заканчивания

- Моделирование скважины произвольного заканчивания происходит путем разбиения скважины на элементы (источники)
- Для каждого из источников существует аналитическое решение для зависимости динамики давления от времени в любой точке пласта:

$$\Delta p_{source}(x, y, z, t) = q(t) \cdot f(x, y, z, t)$$

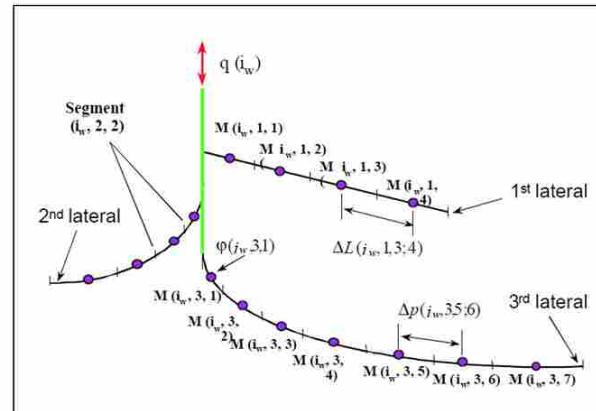
- Для нахождения мощности источников записывается система уравнений для давления вдоль в точках на скважине ( $N-1$ ) уравнений:

$$\Delta p_j = \Delta p(x_j, y_j, z_j, t) = \int_0^t \sum_{i=1}^N q_i(\tau) \cdot f(r_j, t-\tau) d\tau$$

- Замыкает эту систему задание условий на скважине – постоянный дебит или постоянной забойное давление:

$$\Delta p_i = const \quad \sum_{i=1}^N q_i = q_w$$

- Проблемы классической постановки задачи и расчета производительности скважины:
  - Необходимость расчета интеграла, как следствие двойное суммирование
  - Долгое время счета на больших временах
- Использование преобразования Лапласа:
  - Удобный вид
  - Возможность моделирования трещиноватых пластов
  - Независимость скорости счета от времени расчета
  - Связь решений с постоянным дебитом и давлением



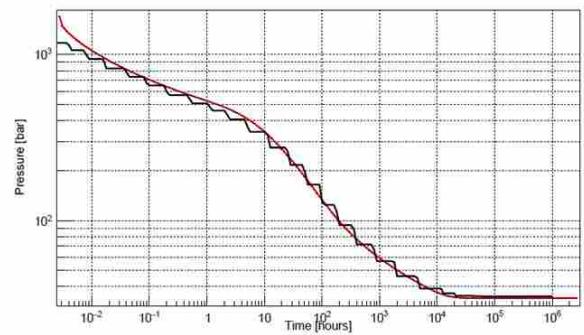
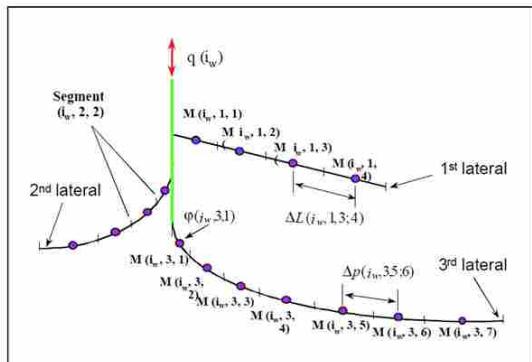
(\*) SPE 56754

(с) Юдин Е.В.

91

# Моделирование производительности скважины произвольного заканчивания

## Сравнение с Карра



(\*) SPE 56754

(c) Юдин Е.В.

92

## Теория – метод источников, аналитические решения

Задача течения флюида в пласте сводится к решению дифференциального уравнения пьезопроводности при определенных граничных условиях

$$\frac{\phi C \mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \quad \begin{aligned} & \text{– уравнение пьезопроводности} \\ & \text{для двумерного течения} \end{aligned}$$

Возможность аналитического решения каждой конкретной задачи зависит от граничных условий. Зачастую оно отсутствует. Однако есть способы решения этой проблемы

Решение численно-аналитической задачи, путем пространственной или временной дискретизации решения.

$$\begin{aligned} & \frac{4p_{soft}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 t_{DK}}{4}\right) \right] \sin\left(\frac{\pi(2n+1)(x_{Dj} - \Delta_j)}{2}\right) - \\ & - \frac{32}{\pi^2 F_{CD}} \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^N q_{Di,l} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \left[ \exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 \Delta t_{DK,l}}{4}\right) - \exp\left(-\frac{\kappa_D \pi^2 (2n+1)^2 \Delta t_{DK,l-1}}{4}\right) \right] \times \\ & \times \sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{2}(x_{Dj} - \Delta_j)\right) \sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{4}(x_{Di} + x_{Di-1})\right) \sin\left(\frac{\pi(2n+1)\Delta_i}{4}\right) = \\ & = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^N q_{Di,l} [X_{i,j}^{K,l-1} - X_{i,j}^{K,l} + Y_{i,j}^{K,l-1} - Y_{i,j}^{K,l}] \end{aligned}$$

Вводятся мнимые  
источники, влияние  
которых будет  
удовлетворять  
граничным  
условиям

q

q

q

q

q

(с) Юдин Е.В.

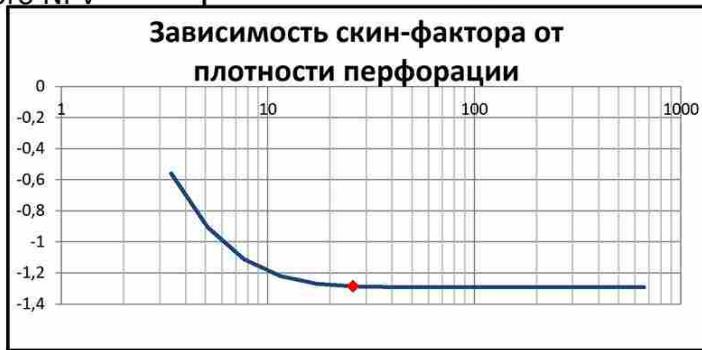
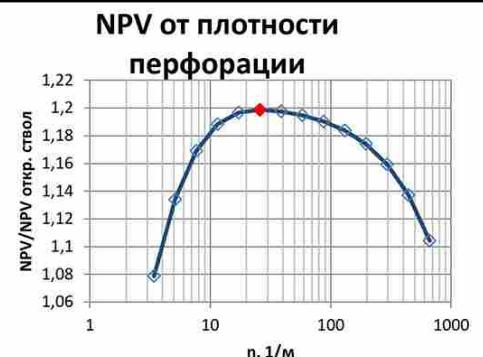
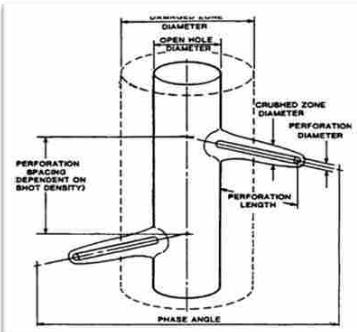
93

## Поиск оптимальной плотности перфорации

При задании встречаемых на практике свойств пласта, каналов перфорации и экономических параметров, был проведен поиск оптимального значения плотности перфорации.

Найденное значение: **22 канала на метр.**

При этом значении скрин-фактор перфорированной скважины выходит на плато как раз в точке максимального NPV



Karakas , M., & Tariq, S. (1991, February). Semianalytical Productivity Models for Perforated Completions. *SPE Production Engineering*, pp. 73-81.

(c) Юдин Е.В.

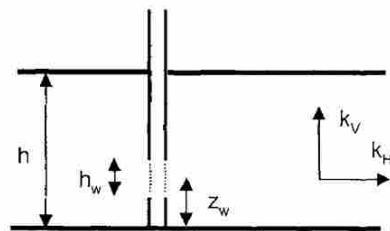
94

## Зависимость скин-фактор от длины вскрытия для псевдоустановившегося режима

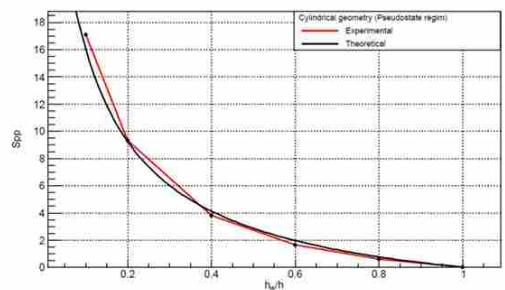
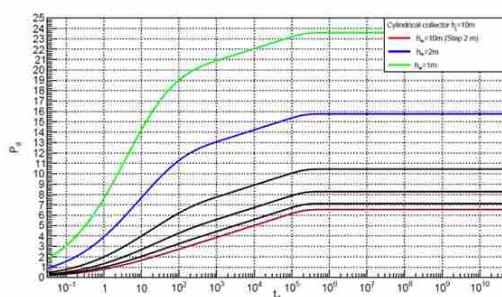
- Сравнение теоретической зависимости скин-фактора от относительной длины вскрытия с результатами расчета с помощью численно-аналитических моделей

Корреляция Papatzacos

$$s_{pp} = \left( \frac{h}{h_w} - 1 \right) \ln \left( \frac{\pi h_p}{2} \right) + \frac{h}{h_w} \ln \left[ \frac{\frac{h_w}{2} \sqrt{(z_w + h_w/4)(h - z_w + h_w/4)}}{2 + \frac{h_w}{h} \sqrt{(z_w - h_w/4)(h - z_w - h_w/4)}} \right]$$



- Зависимость безразмерного забойного давления от времени для скважины частичного вскрытия при различных значениях величины интервала вскрытия.



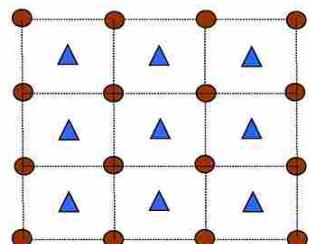
- Показано, что корреляция Papatzacos et al отлично подходит для прогноза производительности скважины конечного вскрытия

(C) Юдин Е.В.(c) Юдин Е.В.

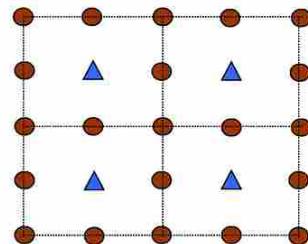
95 95

### 3.5 Производительность скважины в системе разработки

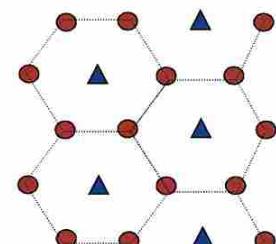
#### Основные виды систем разработки



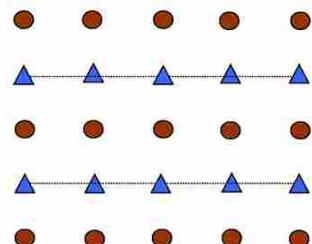
Пятиточечная



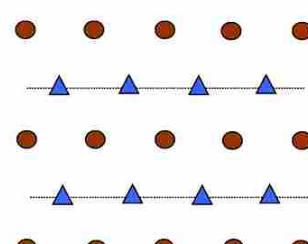
Девятиточечная



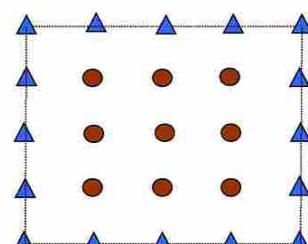
Семиточечная



Лобовая линейная  
рядная



Шахматная  
рядная



Блочна  
я

98

## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Маскет 1937

---

**Характеристики модели:**

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
  - Рядных систем
  - 5-точка
  - 7-точка
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин равны соответственно
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

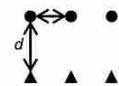
$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

– Все параметры в СИ

–  $i$  – приемистость нагнетательной скважины

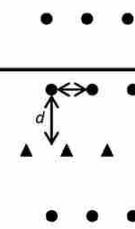
$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left( \ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

$$\frac{d}{a} \geq 1$$

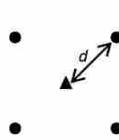


$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left( \ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

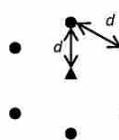
$$\frac{d}{a} \geq 1$$



$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)}{\mu \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.619 \right)}$$



$$i = \frac{\frac{4}{3} \pi k h (\Delta P)}{\mu \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.569 \right)}$$



(c) Юдин Е.В.

(\* ) – М Маскет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

99

## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Маскет 1937 (промышленные единицы)

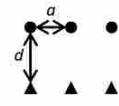
### Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
  - Рядных систем
  - 5-точка
  - 7-точка
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин равны соответственно
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

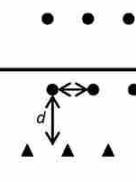
- Все параметры в СИ
- $i$  – приемистость нагнетательной скважины

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left( \ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$



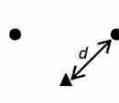
$$\frac{d}{a} \geq 1$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left( \ln \frac{a}{r_w} + 1.571 \frac{d}{a} - 1.838 \right)}$$

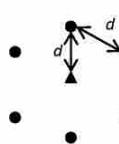


$$\frac{d}{a} \geq 1$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)}{36.8\mu B \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.619 \right)}$$



$$i = \frac{kh(\Delta P)}{27.6\mu B \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.569 \right)}$$



(c) Юдин Е.В.

(\* ) – М Маскет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

100

## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961

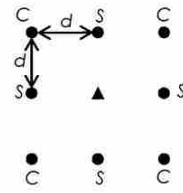
---

### Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:  
9-точка
- Заданы забойные давления на нагнетательной и добывающей боковой (или угловой) скважинах, при этом также задается отношение дебитов боковой и угловой скважин
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

- Все параметры в СИ
- $i$  – приемистость нагнетательной скважины



$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)_{i,c}}{1 + R \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) \mu}$$

$$(\Delta P)_{i,c} = P_{inj} - P_{prodC}$$

$$i = \frac{2\pi k h (\Delta P)_{i,s}}{\left[ \frac{3+R}{2+R} \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right] \mu}$$

$$(\Delta P)_{i,s} = P_{inj} - P_{prodS}$$

$$R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

(с) Юдин Е.В.

(\* ) – М Максет: Течение однородных жидкостей в пористой среде. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 640 стр.

101

## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961 (промышленные единицы)

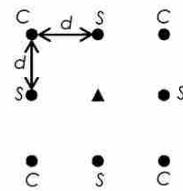
### Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
- 9-точка
- Заданы забойные давления на нагнетательной и добывающей боковой (или угловой) скважинах, при этом также задается отношение дебитов боковой и угловой скважин
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

– Все параметры в СИ

–  $i$  – приемистость нагнетательной скважины



$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,c}}{36.8\mu B \left( \frac{1+R}{2+R} \right) \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right)}$$

$$(\Delta P)_{i,c} = P_{inj} - P_{prodC}$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,s}}{18.4\mu B \left[ \frac{3+R}{2+R} \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right]}$$

$$(\Delta P)_{i,s} = P_{inj} - P_{prodS}$$

$$R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

(\*) – John C. Deppe, Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern, SPE 1472-G

102

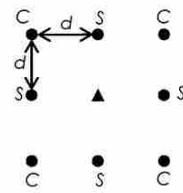
## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961 (промышленные единицы)

### Характеристики модели:

- Рассматривается установившийся режим
- $M=1$
- Получены решения для:
- 9-точка
- Заданы забойные давления на нагнетательной и добывающей боковой (или угловой) скважинах, при этом также задается отношение дебитов боковой и угловой скважин
- Среднепластовое давление не вводится – вместо этого в формулах фигурирует разница давлений между нагнетательной и добывающей скважинами:

$$\Delta P = P_{inj} - P_{prod}$$

- Все параметры в СИ
- $i$  – приемистость нагнетательной скважины



$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,c}}{36.8\mu B \left( \frac{1+R}{2+R} \right) \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right)}$$

$$(\Delta P)_{i,c} = P_{inj} - P_{prodC}$$

$$i = \frac{kh(\Delta P)_{i,s}}{18.4\mu B \left[ \frac{3+R}{2+R} \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right]}$$

$$(\Delta P)_{i,s} = P_{inj} - P_{prodS}$$

$$R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

(\*) – John C. Deppe, Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern, SPE 1472-G

103

## Работа скважины в системе разработки на установившемся режиме: Deppe 1961, более удобный вид

$$i = \frac{\pi k h (\Delta P)_{i,c}}{1+R \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) \mu} \quad i = \frac{2\pi k h (\Delta P)_{i,s}}{\left[ \frac{3+R}{2+R} \left( \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \right) - \frac{0.693}{2+R} \right] \mu} \quad R = \frac{Q_{prodC}}{Q_{prodS}}$$

■ Перейдем от R – отношения перепадов дебитов к m – отношению перепадов давлений между нагнетательной и боковой добывающей и между нагнетательной и угловой добывающей скважинами:

$$m = \frac{\Delta P_{i,s}}{\Delta P_{i,c}} \equiv \frac{P_{wfI} - P_{wfPs}}{P_{wfI} - P_{wfPc}} \quad \gamma = \ln \frac{d}{r_w} - 0.272 \quad R = \frac{\gamma(3-2m)-0.693}{\gamma(2m-1)}$$

$$i = \frac{\pi k h \Delta P_{i,c}}{\gamma \mu} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

$$i = \frac{\pi k h \Delta P_{i,s}}{\gamma \mu m} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

$$i|_{m=1} = \frac{\pi k h \Delta P}{\gamma \mu} \frac{(3\gamma-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

$$i = \frac{k h \Delta P_{i,c}}{36.8 \gamma \mu B} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

$$i = \frac{k h \Delta P_{i,s}}{36.8 \gamma \mu B m} \frac{(\gamma(2m+1)-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

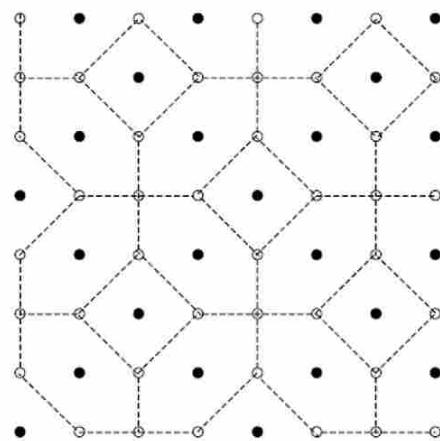
$$i|_{m=1} = \frac{\pi k h \Delta P}{\gamma \mu} \frac{(3\gamma-0.693)}{2\gamma-0.693}$$

(\*) – John C. Deppe, Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern, SPE 1472-G

104

## Как считать другие регулярные системы разработки? (\*)

---



**Fig. 5 – Hybrid pattern with  $P/I = 5:3$  or  $3:5$ .**

(с) Юдин Е.В.

(\*) – C.E. Hansen, J.R. Fanchi: Producer/Injector Ratio: The Key to Understanding Pattern Flow Performance and Optimizing Waterflooding, SPE 86574

105

## Работы скважины в регулярной системе разработки: обобщение Hansen (2003), единичное соотношение подвижности

- Рассмотрим в общем случае регулярную систему разработки
- Из материального баланса:

$$N_p q_{prod} = N_I q_{inj} \rightarrow N_p (\bar{p} - p_{prod}) = N_I (p_{inj} - \bar{p})$$

$$\bar{p} = \frac{p_{inj} + N_p/N_I p_{prod}}{1 + N_p/N_I}$$

$$\bar{p} - p_{prod} = \frac{1}{1 + N_p/N_I} \Delta P$$

- С учетом этого, для описанных систем можно обобщить формулы для производительности скважин:

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h \Delta P}{\mu_w p_{Dpat}} \frac{N_p/N_I}{1 + N_p/N_I} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p})}{\mu_w p_{Dpat}}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h \Delta P}{\mu_l B_l p_{Dpat}} \frac{1}{1 + N_p/N_I} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod})}{\mu_l B_l p_{Dpat}}$$

- В работе (\*) показано, что с точностью 5% для всех произвольных систем регулярных выражение для безразмерного давления можно обобщить:

$$\bar{p}_{D(pat)} = \ln \frac{d}{r_w} - 0.443$$

- В случае, если скважины стимулированы, аналогично из мат.баланса получим::

$$\bar{p} = \frac{p_{inj} + \tilde{N}_p/\tilde{N}_I p_{prod}}{1 + \tilde{N}_p/\tilde{N}_I}$$

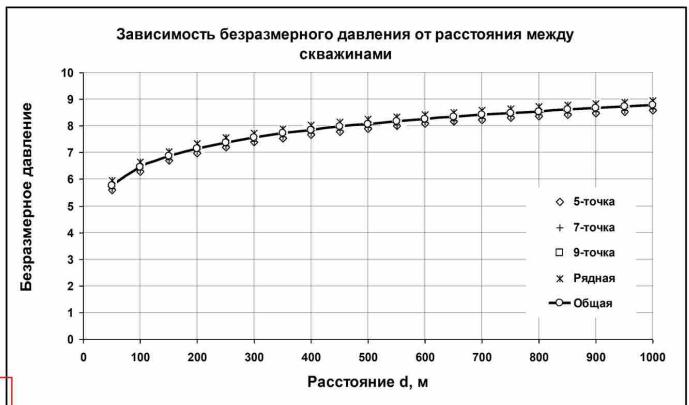
$$\tilde{N}_p/\tilde{N}_I = N_p/N_I \frac{p_{Dpat} + S_{inj}}{p_{Dpat} + S_{prod}}$$

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p})}{\mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod})}{\mu_l B_l (p_{Dpat} + S_{prod})}$$

$$q_{inj} = \frac{k h (p_{inj} - \bar{p})}{18.4 \mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{k h (\bar{p} - p_{prod})}{18.4 \mu_l B_l (p_{Dpat} + S_{prod})}$$



(c) Юдин Е.В.

(\*) – C.E. Hansen, J.R. Fanchi: Producer/Injector Ratio: The Key to Understanding Pattern Flow Performance and Optimizing Waterflooding, SPE 86574

106

## 4 Семинар 11.03.2022

### Работы скважины в регулярной системе разработки: неединичное соотношение подвижности

- Дебиты добывающих и нагнетательных скважин до прорыва воды:

$$N_p q_{prod} = N_I q_{inj} \quad \rightarrow \quad N_p \frac{k_{ro}^{S_{wr}}}{\mu_o} (\bar{p} - p_{prod}) = N_I \frac{k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w} (p_{inj} - \bar{p})$$

$$\bar{p} = \frac{M p_{inj} + N_p / N_I p_{prod}}{M + N_p / N_I}$$

$$p_{inj} - \bar{p} = \frac{N_p / N_I}{M + N_p / N_I} \Delta P$$

$$M = \frac{k_{rw}^{(1-S_{or})} / \mu_w}{k_{ro}^{S_{wr}} / \mu_o}$$

$$\bar{p} - p_{prod} = \frac{M}{M + N_p / N_I} \Delta P$$

$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p}) k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod}) k_{ro}^{S_{wr}}}{\mu_o B_o (p_{Dpat} + S_{prod})}$$

- Дебиты добывающих и нагнетательных скважин после прорыва воды:

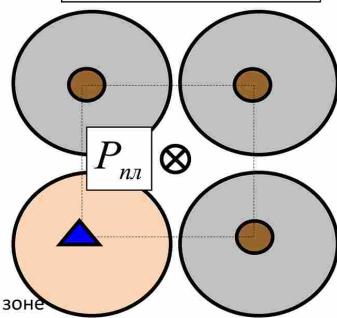
$$q_{inj} = \frac{2\pi k h (p_{inj} - \bar{p}) k_{rw}^{(1-S_{or})}}{\mu_w (p_{Dpat} + S_{inj})}$$

$$q_{prod} = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_{prod})}{B_o (p_{Dpat} + S_{prod})} \left( \frac{k_{rw}^{\bar{S}_w}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}^{\bar{S}_w}}{\mu_o} \right)$$

$$\bar{p} = \frac{\tilde{M} p_{inj} + N_p / N_I p_{prod}}{\tilde{M} + N_p / N_I}$$

$$\tilde{M} = \frac{k_{rw}^{\bar{S}_w} / \mu_w}{k_{ro}^{\bar{S}_w} / \mu_o + k_{rw}^{\bar{S}_w} / \mu_w}$$

- Средняя насыщенность в зоне дренирования скважины



- Для практических расчетов:

- Точные формы ОФП неизвестны
- Распределение насыщенности неизвестно

$$\bar{p}_{D(pat)} = \ln \frac{d}{r_w} - 0.443$$

$$\tilde{M} = M$$

(с) Иодин Е.В.

107

## Проводимость элемента системы разработки

- Проводимость элемента системы разработки – характеристика, отражающая зависимость удельного дебита элемента разработки от депрессии (разности забойных давлений на нагнетательных и добывающих скважинах).

(«Дебит на элемент сетки и на единицу перепада давления в песчанике с единичной проницаемостью и единичной мощностью»)

$$C^* = \frac{\mu \bar{q}_{inj}}{kh\Delta P(1+P/I)} \text{ – проводимость элемента системы разработки по Маскету}$$

$$\tilde{q} = \frac{\bar{q}_{inj}}{(1+P/I)} \quad \begin{matrix} \text{– удельный дебит скважины} \\ \text{в элементе разработки} \end{matrix}$$

$$\tilde{q} = \frac{2\pi kh\Delta P k_{rw}^{(1-S_{or})}}{p_{D(pat)}} \frac{P/I}{(1+P/I)(\tilde{M} + P/I)}$$

$$\rightarrow C = \frac{\tilde{q}_1}{\tilde{q}_2} \quad \begin{matrix} \text{– отношение проводимостей двух систем разработки (с различными P/I)} \end{matrix}$$

$$C = \frac{(P/I)_1 (1+P/I)_2 (\tilde{M} + P/I)_2}{(P/I)_1 (1+P/I)_1 (\tilde{M} + P/I)_1} \xrightarrow{(P/I)_1} \max$$

1. Пусть мы имеем постоянное количество скважин (плотность сетки скважин фиксирована) для размещения их на месторождении с данным соотношением подвижностей  $M$
2. Необходимо найти оптимальное  $P/I$ , при котором проводимость системы максимальна

Построим зависимости проводимости элемента разработки системы от  $P/I$  для различных отношений подвижностей

(c) Юдин Е.В.

108

## Упражнение

---

- Показать, что оптимальное соотношение добывающих и нагнетательных скважин равно корню из соотношения подвижности:

$$\left( \tilde{P} / \tilde{I} \right)_{opt} = \sqrt{\tilde{M}}$$

- Подсказка - воспользоваться соотношением:

$$\tilde{q} \sim \frac{P/I}{(1+P/I)(\tilde{M} + P/I)}$$

Вопрос:

1. какой будет длина трещины ГРП в девятиточечной системе, если известно, что  $M=1$ , на добывающих скважинах произведен ГРП, обеспечивающий скин-фактор -5
2. Какой будет установившееся пластовое давление, если давление нагнетания 450 атм, забойное давление на добывающих скважинах – 50 атм.

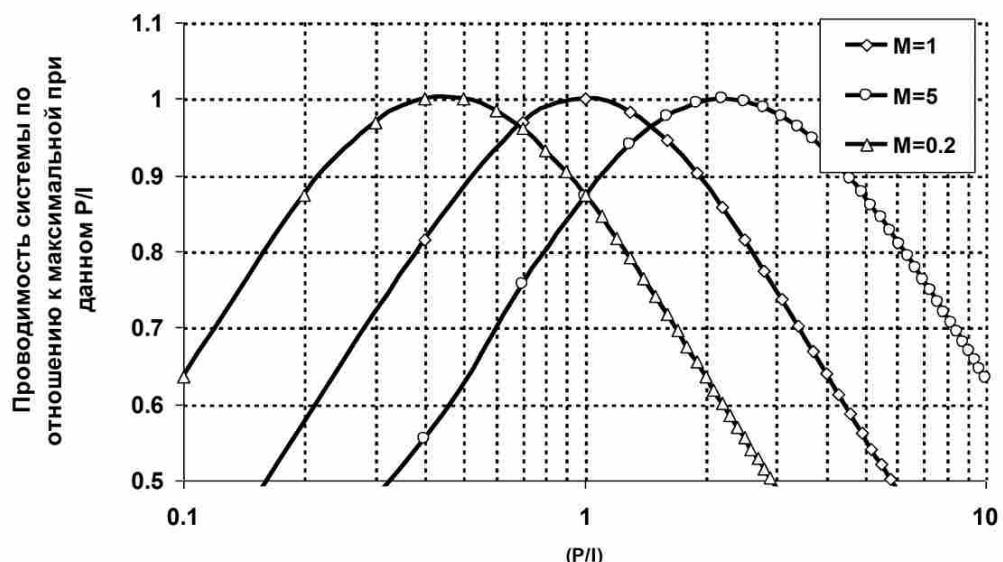
(с) Юдин Е.В.

109

## Оптимальная проводимость системы разработки

- Оперативный инструмент для оценки оптимального соотношения добывающих и нагнетательных скважин для различных соотношений подвижности

**Зависимость проводимости системы заводнения от соотношения подвижностей для различных Р/И**



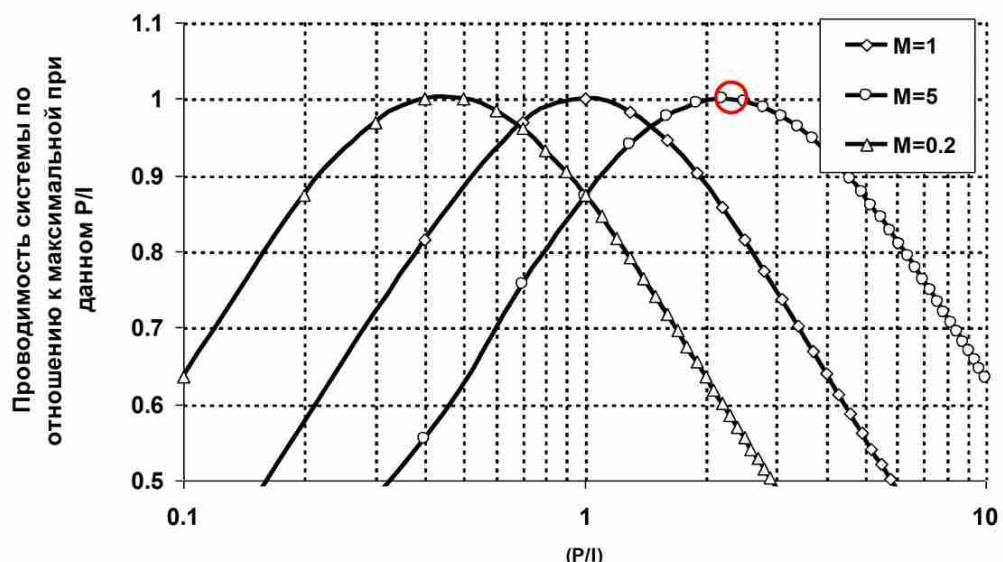
(с) Юдин Е.В.

110

## Оптимальная проводимость системы разработки

- Например при соотношении подвижности  $M=5$
- Оптимальным с точки зрения проводимости системы является обратная 7-точка или обратная девятиточка

Зависимость проводимости системы заводнения от соотношения подвижностей для различных Р/И

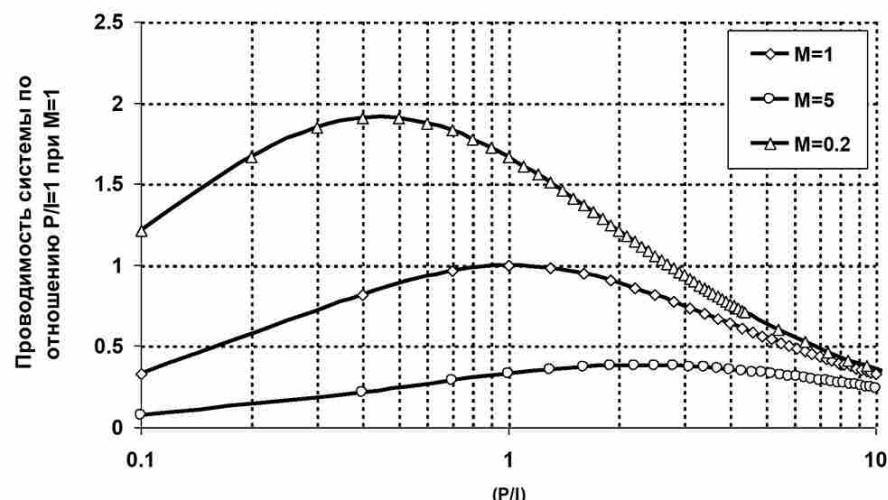


(с) Юдин Е.В.

111

## Оптимальная проводимость системы разработки

Зависимость проводимости системы заводнения от соотношения подвижностей для различных Р/И



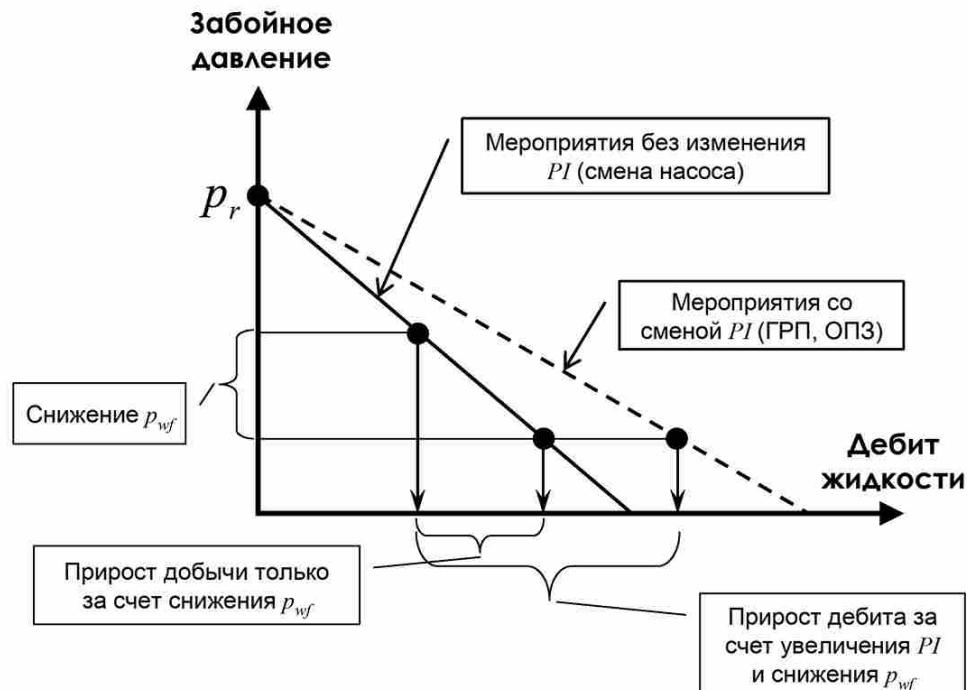
\*В данном случае фиксировано значение подвижности для воды. Поэтому при  $M=0,2$  нефть относительно воды имеет большую подвижность и при данном забойном давлении дебит добывающих скважин больше, чем при  $M=1$  или  $M=5$ , поэтому на установившемся режиме (так как добыча равна нагнетанию) проводимость системы при  $M=0,2$  больше чем, например, при  $M=1$  или  $M=5$ .

(с) Юдин Е.В.

112

## 4.1 Псевдоустановившийся режим в системе разработки

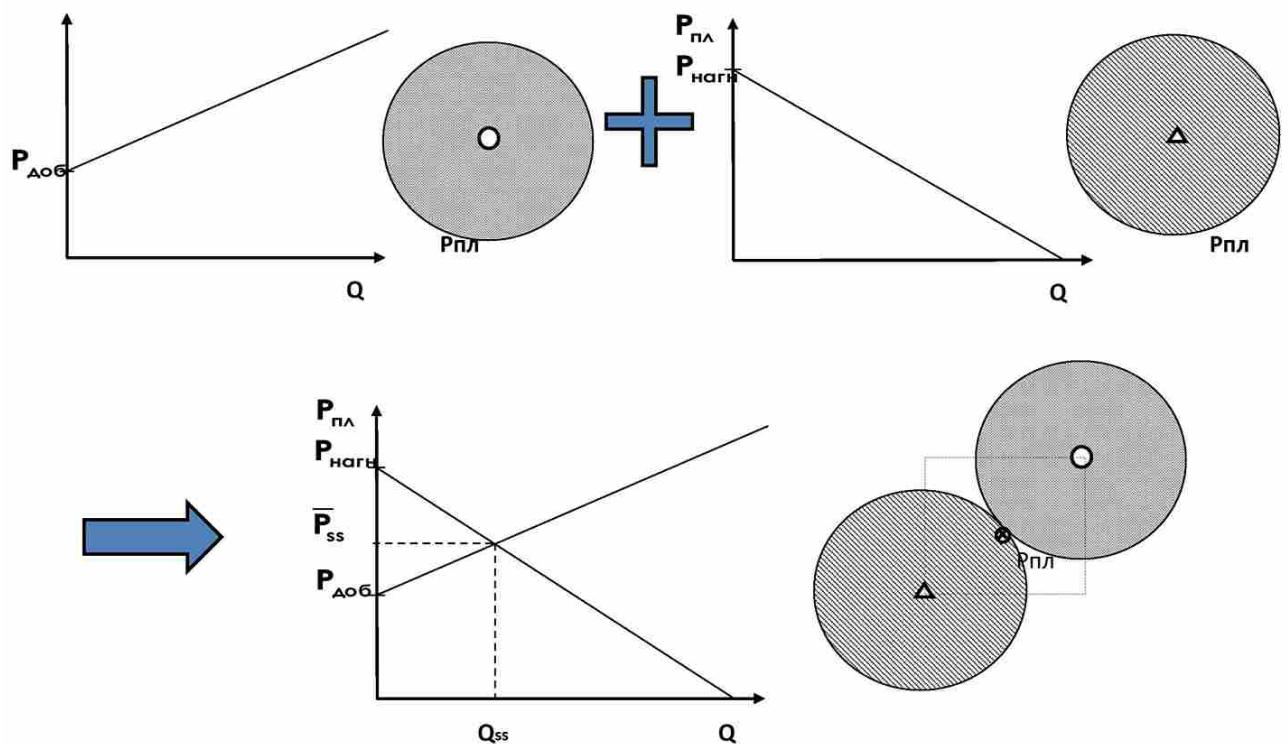
### Анализ производительности методом индикаторных диаграмм: односкважинный случай



(c) |Юдин Е.В.

114

Узловой анализ для определения дебита и среденпластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения\*



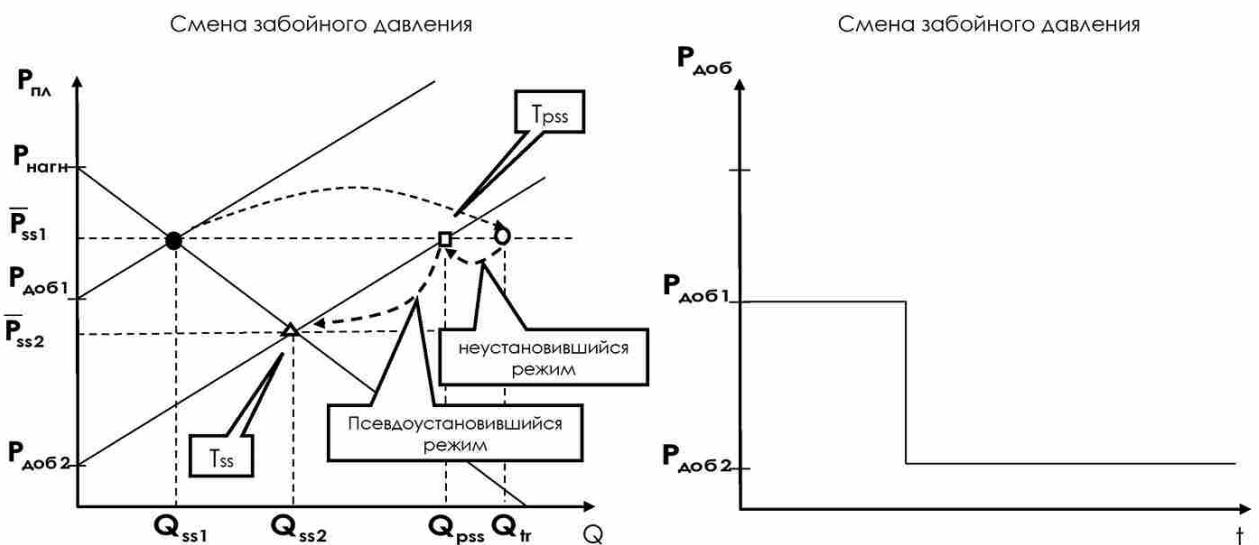
(с) Юдин Е.В.

\* – (с) Хасанов М.М., Мукминов И.Р., Бачин С.И., «К расчету притока жидкости к скважинам, работающим в условиях локального разгазирования»

115

## Узловой анализ для определения дебита и среднепластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения\*

Рассмотрим динамику дебита и среднего пластового давления при смене (на примере показано понижение) забойного давления



(c) Юдин Е.В.

\* – (c) Хасанов М.М., Мукминов И.Р., Бачин С.И., «К расчету притока жидкости к скважинам, работающим в условиях локального разгазирования»

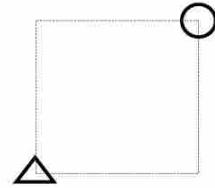
117

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки

---

Рассмотрим каждый режим в отдельности на примере пуска в работу 5-точки со следующими параметрами:

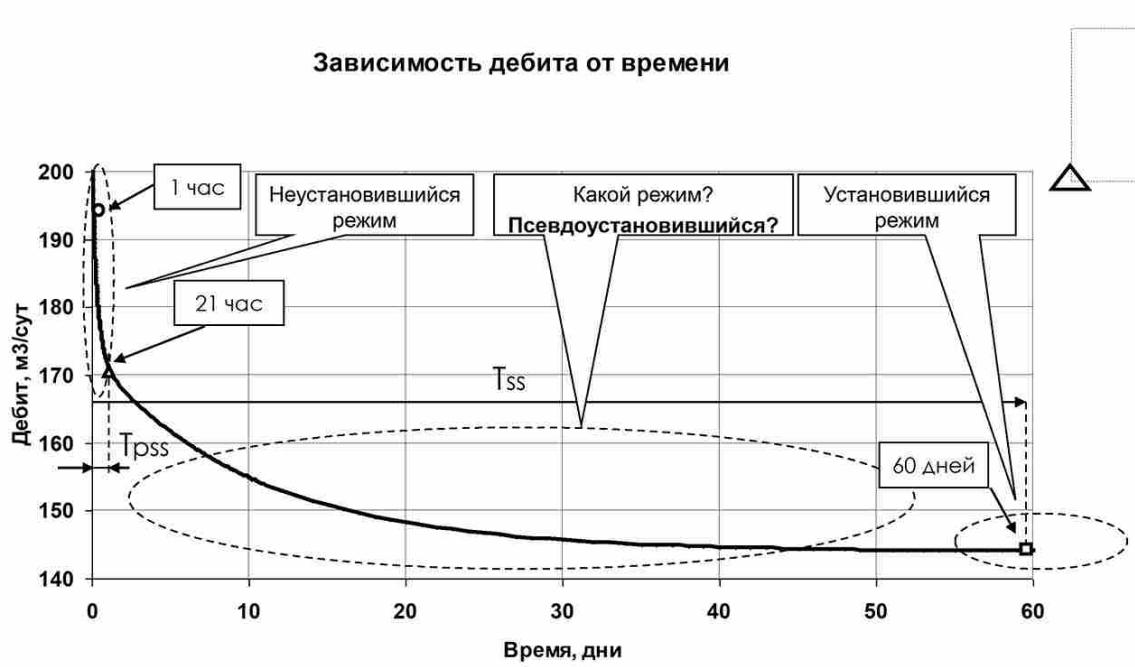
- $M=1$
- $P_{нагн}=350 \text{ atm}$
- $P_{доб}=80 \text{ atm}$
- $P_{пл0}=240 \text{ atm}$
- Проницаемость=100 мД
- Мощность=10 м
- Вязкость=1,5 сПз
- Пористость=20%
- Сжимаемость=5e-5 atm<sup>-1</sup>



Вопрос:

- Какое установившееся пластовое давление?

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



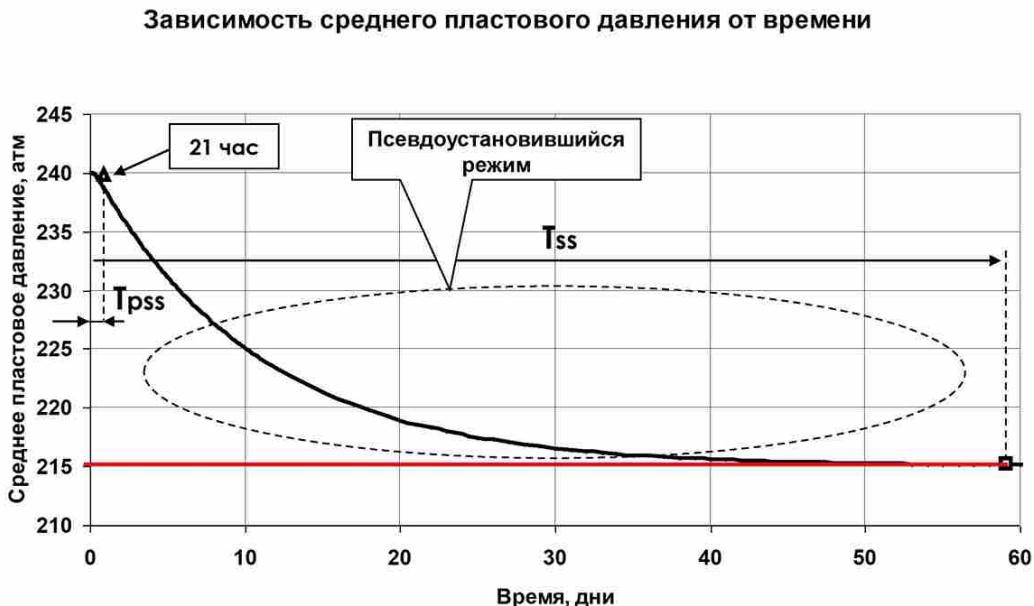
T<sub>pss</sub> – время начала псевдоуставнившегося режима

T<sub>ss</sub> – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

119

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



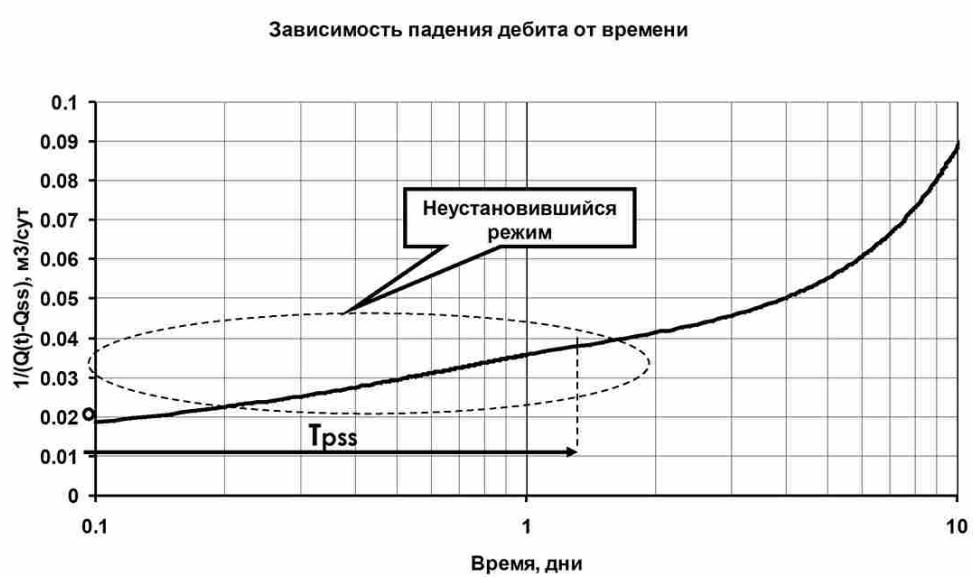
$T_{pss}$  – время начала псевдоустановившегося режима

$T_{ss}$  – время начала установившегося режима

(c) Юдин Е.В.

120

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



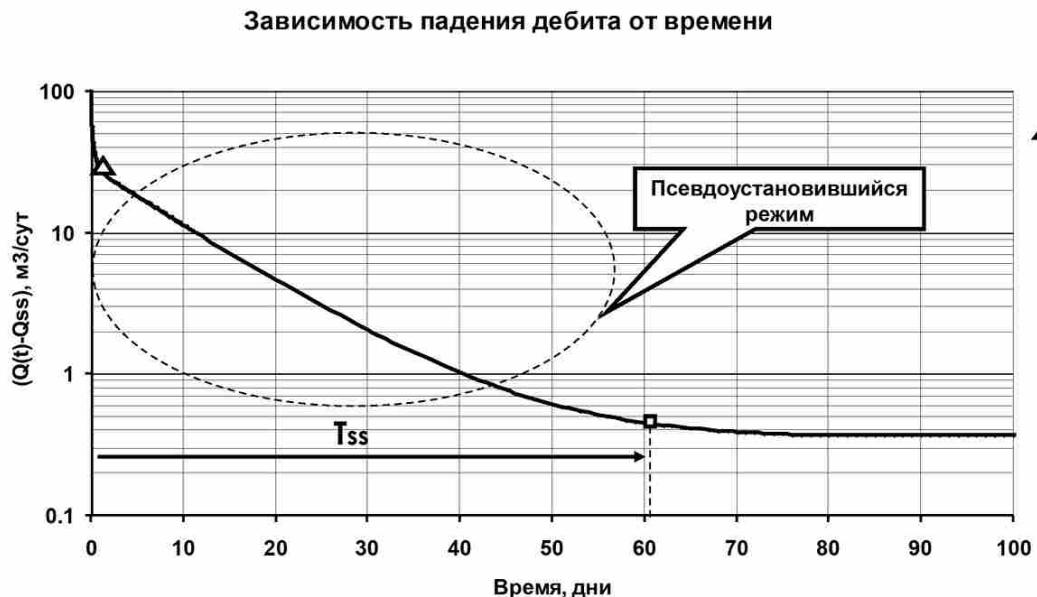
$T_{ps}$  – время начала псевдоустановившегося режима

$T_{ss}$  – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

121

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



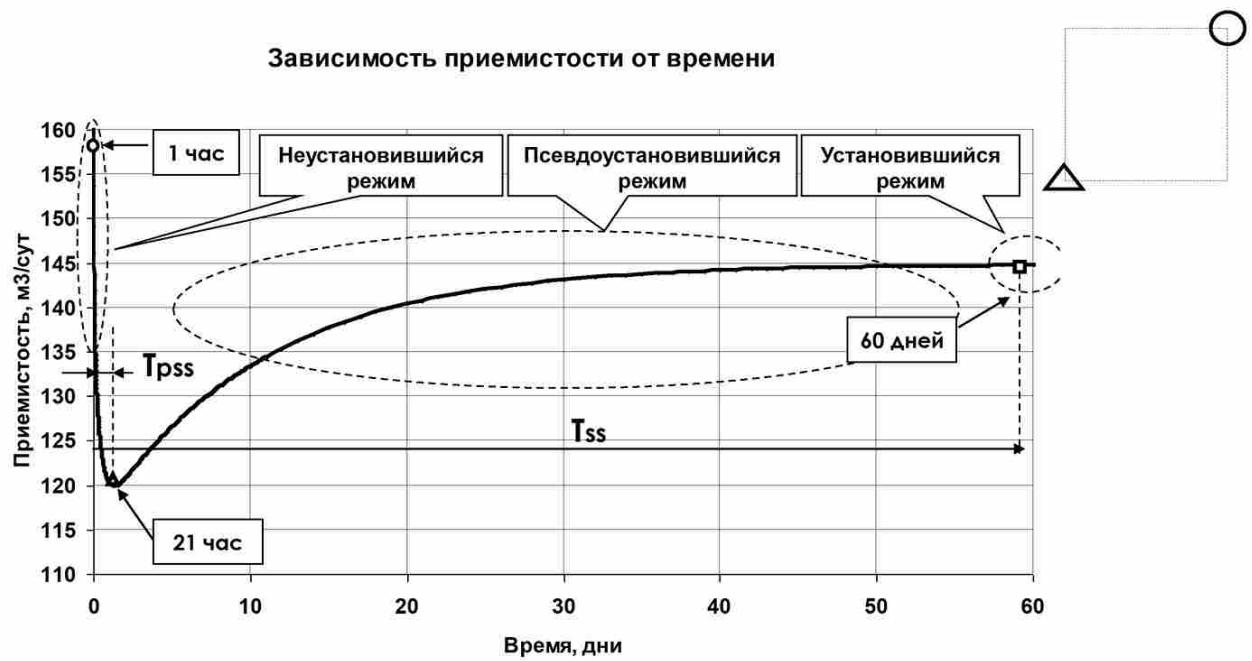
$T_{psss}$  – время начала псевдоустановившегося режима

$T_{ss}$  – время начала установившегося режима

(c) Юдин Е.В.

122

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



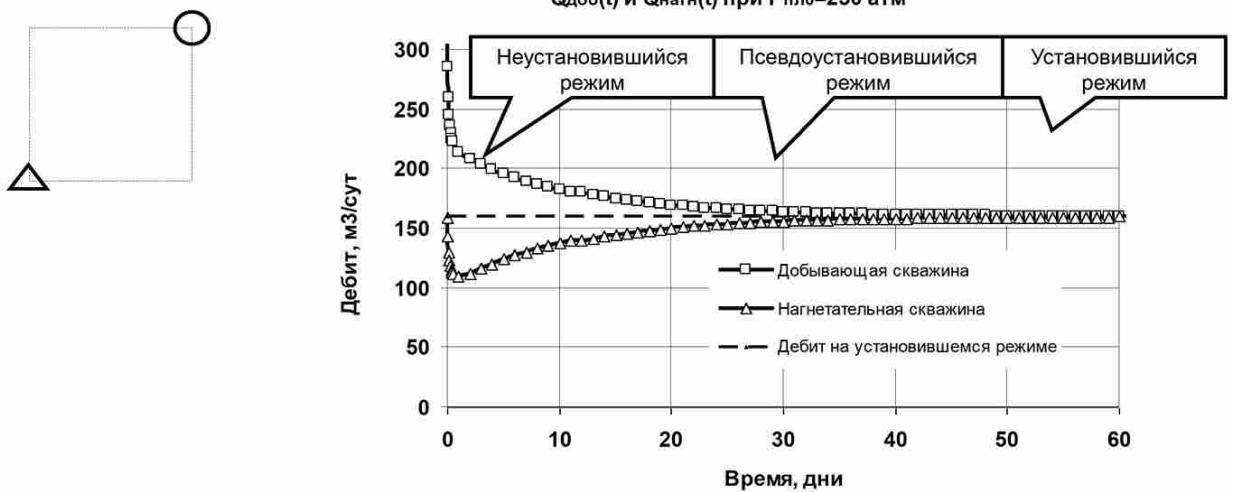
T<sub>pss</sub> – время начала псевдоустановившегося режима

T<sub>ss</sub> – время начала установившегося режима

(c) Юдин Е.В.

123

## Иллюстрация режимов работы скважин на примере 5-точки



(c) Юдин Е.В.

124

## Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки

- Псевдоустановившийся режим (в системе заводнения) – это режим, связанный с изменением среднего пластового давления в элементе разработки, он длится от конца неустановившегося до начала установившегося и связан с изменением среднего пластового давления
- Время протекания псевдоустановившегося режима в системе заводнения зависит не только от коэффициента пьезопроводности и площади дренируемой области, но и от величины разницы между пластовым давлением на начало наступления псевдоустановившегося режима в системе заводнения и среднепластовым давлением на установившемся режиме: чем больше разница – тем дольше протекает псевдоустановившийся режим
- При равенстве среднепластового давления на момент наступления псевдоустановившегося режима среднепластовому давлению на установившемся режиме – после протекания неустановившегося режима сразу наступает установившийся режим, минуя фазу псевдоустановившегося режима в системе заводнения

- Время работы скважин на режимах

▪ Время наступления псевдоустановившегося режима – время, через которое «волна изменения давления» доходит до границ области дренирования

$$T_{ir} \propto 0.1 \frac{A}{\kappa}$$

- Время наступления установившегося режима:

$$T_{ss} \propto \frac{A}{2\pi\kappa} \bar{p}_{dpat} \ln \left( 100 \frac{\Delta\bar{P}}{\Delta p} \right)$$

$$T_{ss} \propto 1.84 \cdot 10^{-6} \frac{A}{\kappa} \bar{p}_{dpat} \ln \left( 100 \frac{\Delta\bar{P}}{\Delta p} \right)$$

$\kappa$  – коэффициент пьезопроводности

$\Delta\bar{P}$  – полное изменение среднего пластового давления в течение PSS

$$[\kappa] = \frac{m^2}{c}$$

$\bar{p}_{dpat} = \frac{1}{J_D}$  – безразмерное пластовое давление

$A$  – площадь дренирования

$\Delta p$  – депрессия

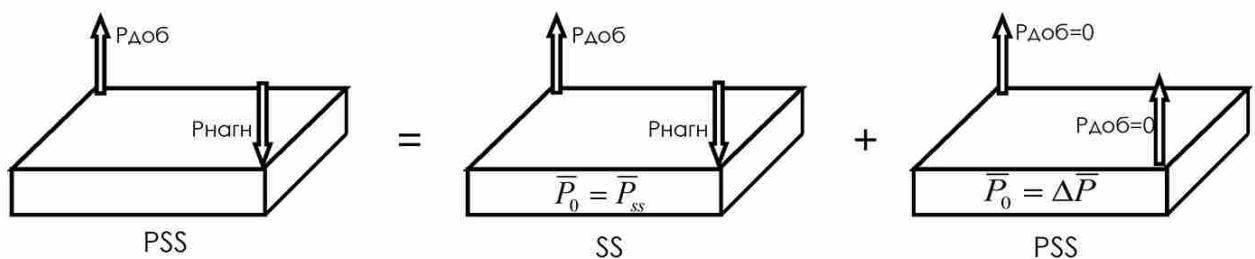
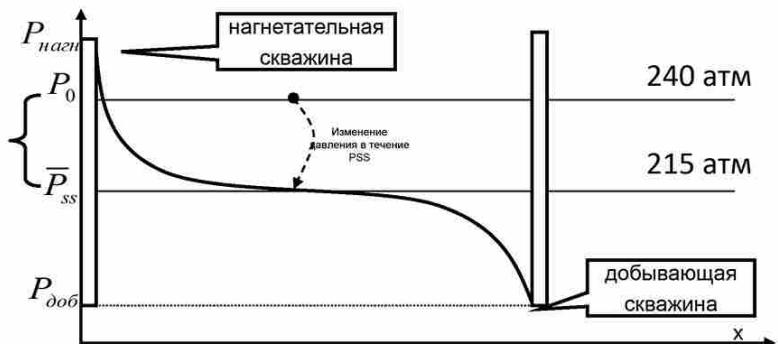
125

## Понятие псевдоустановившегося режима в системе разработки

Рассмотрим каждый режим в отдельности на примере пуска в работу 5-точки:

Работа на PSS (в системе заводнения) – есть суперпозиция двух систем:

- Системы с начальным пластовым, равным разности начального пластового давления ( $\Delta\bar{P}$ ) и пластового давления на установившемся режиме, работающей с нулевыми Рзаб
- Системы, работающей на установившемся режиме с исходными Рзаб и Рнагн и пластовым давлением, равным  $\bar{P}_{ss}$



(с) Юдин Е.В.

126

## Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим

---

### Характеристики модели:

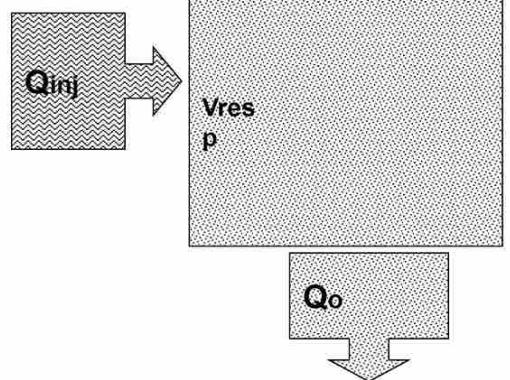
- Среднее пластовое давление рассматривается как макропараметр системы, позволяющий описать дебиты отдельных скважин
- Модель построена на основе концепции мат.баланса
- Рассматривается псевдоустановившийся и установившийся режимы
- $M <> 1$
- Решения для:
  - Рядных систем
  - 5-точки
  - 7-точки
  - 9-точки
  - других однородных сеток
- Забойные давления добывающих и нагнетательных скважин соответственно в общем случае не равны
- На скважинах различные скин-факторы – безразмерные давления для разных скважин различны

(c) Юдин Е.В.

127

## Зависимость среднего пластового давления от времени на псевдоустановившемся режиме

$$\begin{cases} Q_p = 2\pi h N_p J_{dProd} \frac{k_L}{\mu_L} (\bar{p} - p_p) \\ Q_{inj} = 2\pi h N_I J_{dInj} \frac{k_w}{\mu_w} (\bar{p} - p_{mj}) \\ \bar{p} = p_0 - \frac{1}{V_{res} C_t \phi} \int_0^t (Q_p(\tau) + Q_{inj}(\tau)) d\tau \end{cases}$$

$$\bar{p} = \beta p_0 + (1 - \beta) p_{ss} , \text{ где}$$

$$p_{ss} = \frac{MJ_{dInj} P_{wfI} + (N_p / N_I) J_{dProd} P_{wfP}}{MJ_{dInj} + J_{dProd} (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp \left( -\frac{2\pi h k}{V_{res} C_t \phi} \left( J_{do} N_p \frac{k_L}{\mu_L} + J_{dw} N_I \frac{k_w}{\mu_w} \right) t \right)$$

1. При условии, что  $J_{do} = J_{dw} = J_d$

$$p_{ss} = \frac{MP_{wfI} + (N_p / N_I) P_{wfP}}{M + (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp \left( -\frac{2\pi h J_d K_w}{V_{res}} N_I \left( (N_p / N_I) M + 1 \right) t \right)$$

2. Если при этом пласт - круговой:

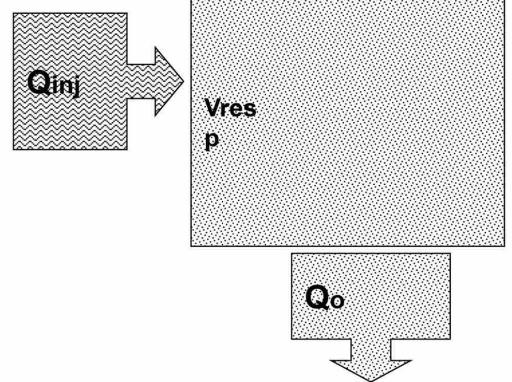
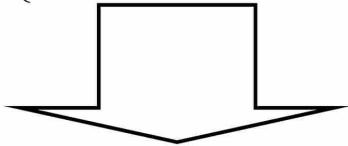
$$\beta = \exp \left( -\frac{2K_w}{R^2} J_d N_I \left( (N_p / N_I) M + 1 \right) t \right)$$

(с) Юдин Е.В.

128

## Обобщение модели Хансена на псевдоустановившийся режим

$$\begin{cases} Q_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^N PI_i (\bar{p}(t) - p_{wfi}) \\ \bar{p}(t) = p_0 - \frac{1}{V_{res}\phi C_t} \int_0^t Q_{\Sigma}(\tau) d\tau \\ \bar{p}(0) = p_0 \end{cases}$$



1. При условии, что Кпр и давления и добычи, и закачки – одинаковы

$$p_{ss} = \frac{\sum_{i=1}^N PI_i p_{wfi}}{\sum_{i=1}^N PI_i} \quad \beta = \exp\left(-\frac{t}{V_{res} C_t \phi} \sum_{i=1}^N PI_i\right)$$

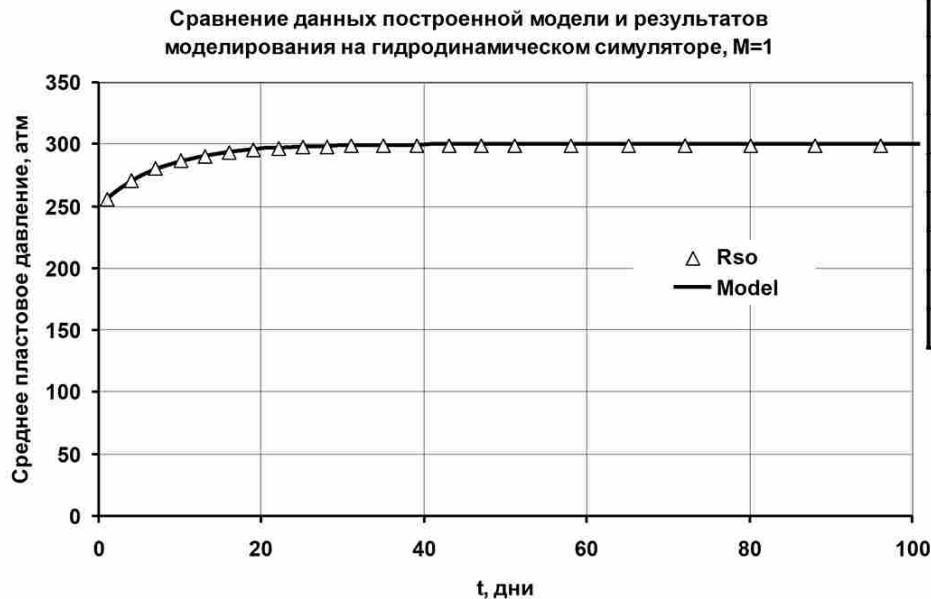
$$p_{ss} = \frac{\tilde{M} P_{wfp} + (N_p / N_I) P_{wfp}}{\tilde{M} + (N_p / N_I)}$$

$$\beta = \exp\left(-\frac{t}{V_{res} C_t \phi} (N_p PI + N_I II)\right)$$

(c) Юдин Е.В.

129

## Проверка модели на численном симуляторе, M=1



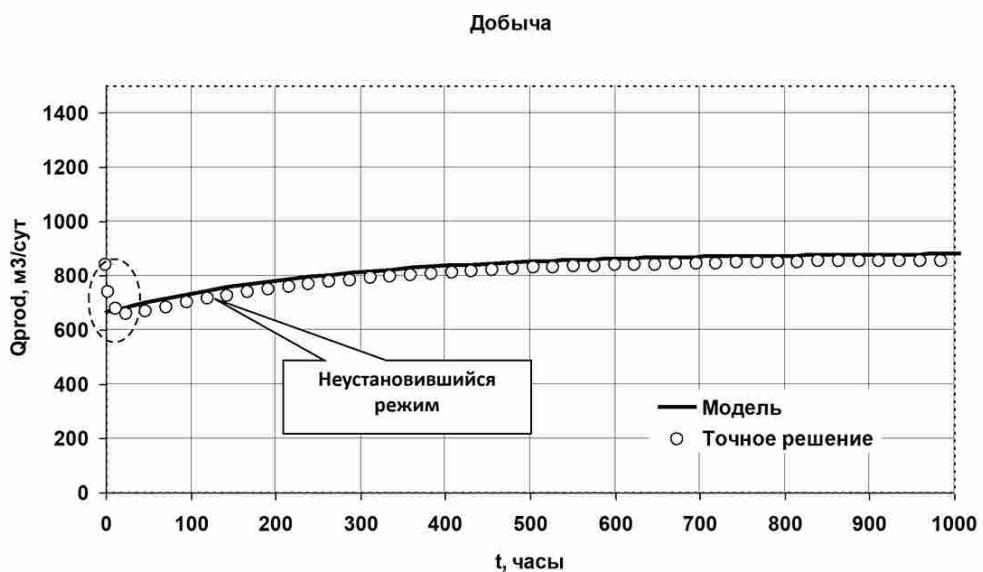
**Вопрос:**

- Какое установившееся среднее пластовое давление?

(с) Юдин Е.В.

130

## Проверка модели на численном симуляторе, M=1



Вопрос:

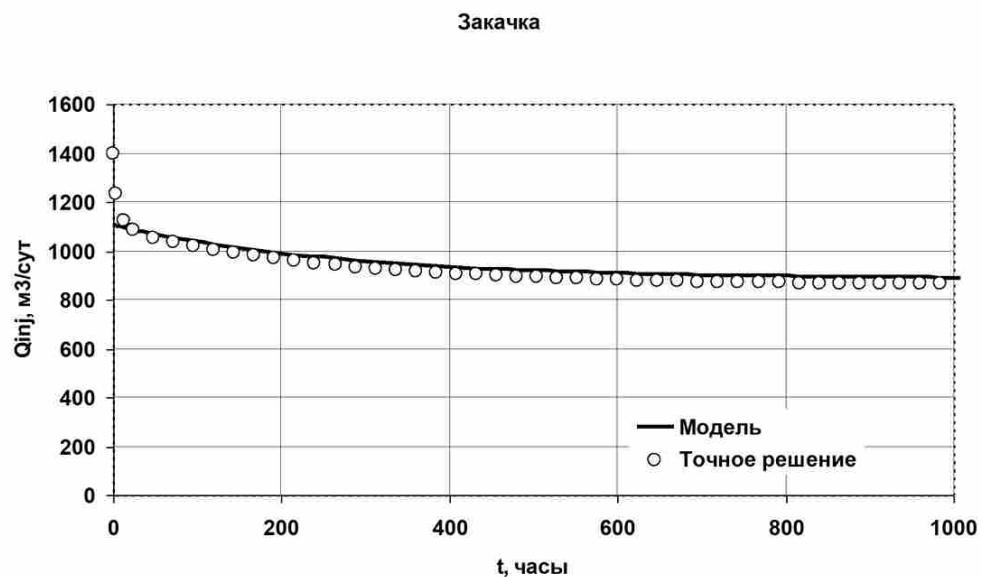
- Почему добыча сначала падает, а потом начинает расти?
- Что происходит с нагнетанием?

(с) Юдин Е.В.

131

## Проверка модели на численном симуляторе, M=1

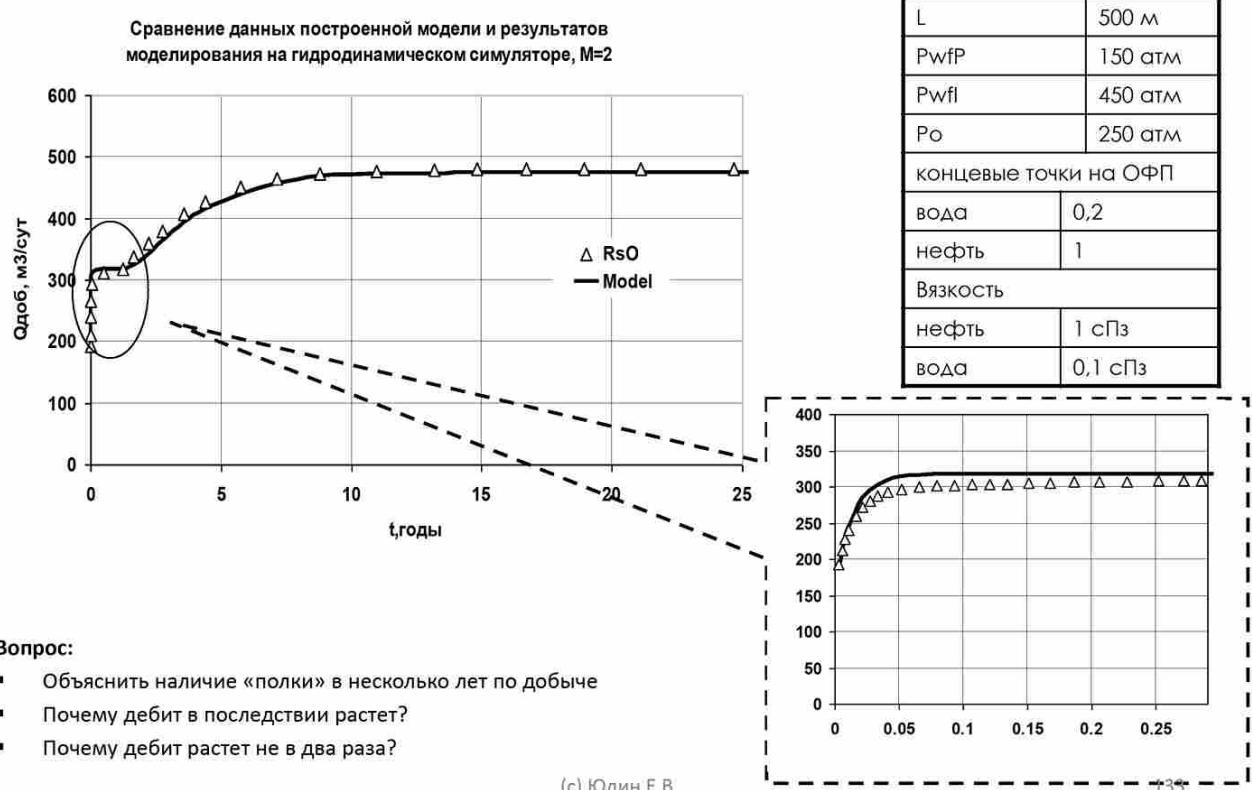
---



(c) Юдин Е.В.

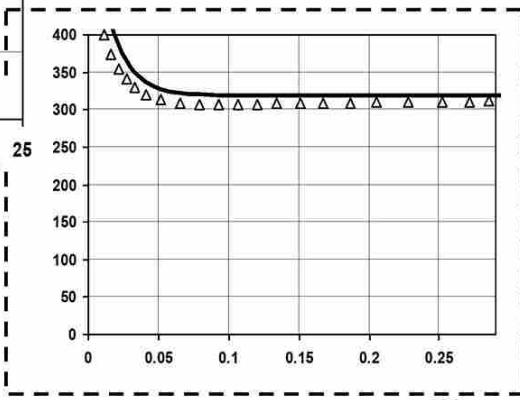
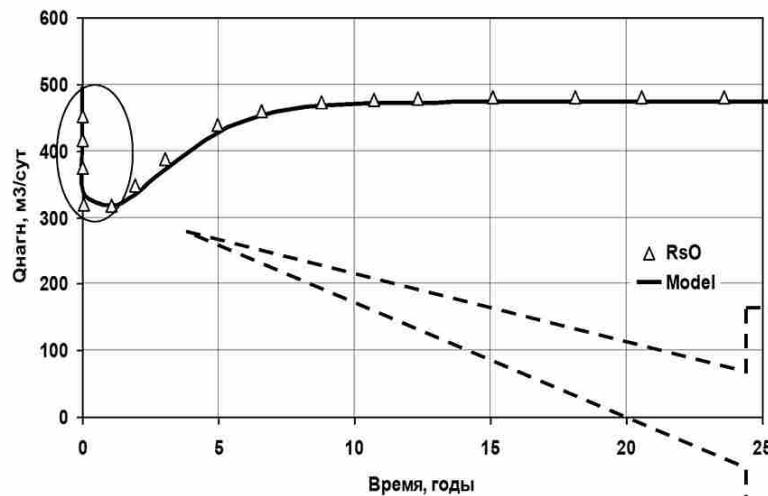
132

## Проверка модели на численном симуляторе, M=2



## Проверка модели на численном симуляторе, M=2

Сравнение данных построенной модели и результатов моделирования на гидродинамическом симуляторе, M=2



Вопрос:

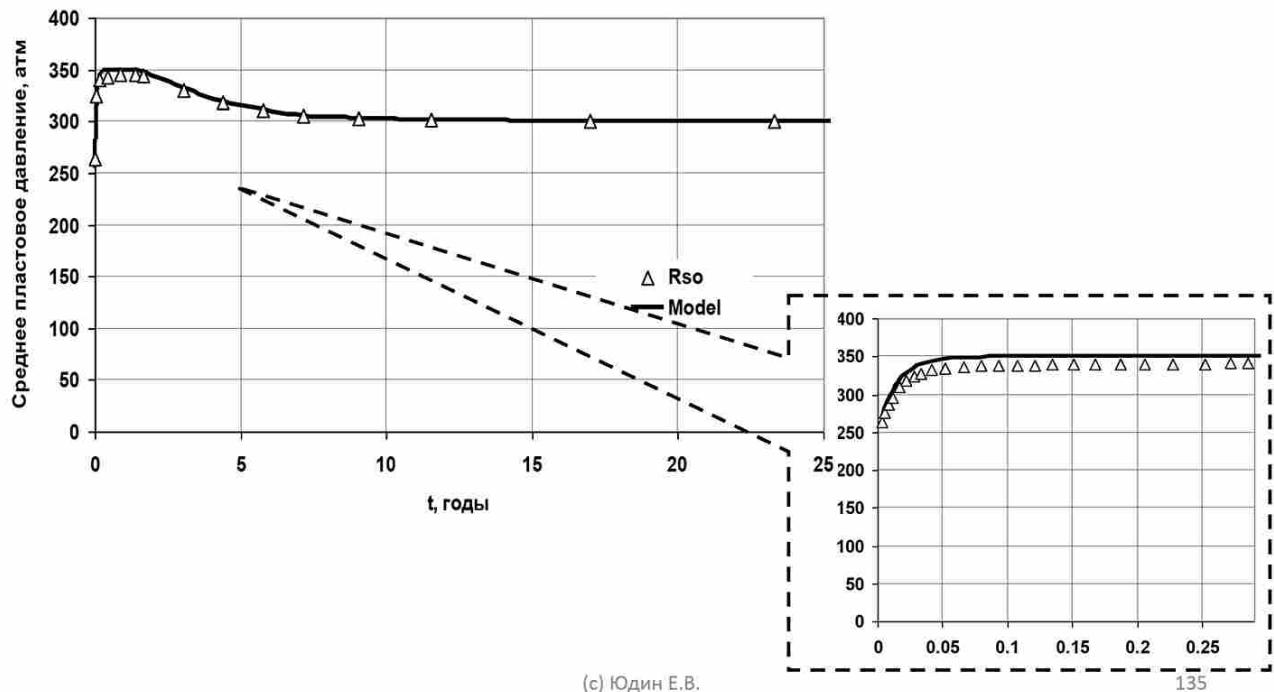
- Объяснить наличие «полки» в несколько лет по нагнетанию
- Почему дебит в последствии также растет как и добыча?
- Почему дебит растет не в два раза? (что при этом происходит с давлением?)

(с) Юдин Е.В.

134

## Проверка модели на численном симуляторе, $M=2$

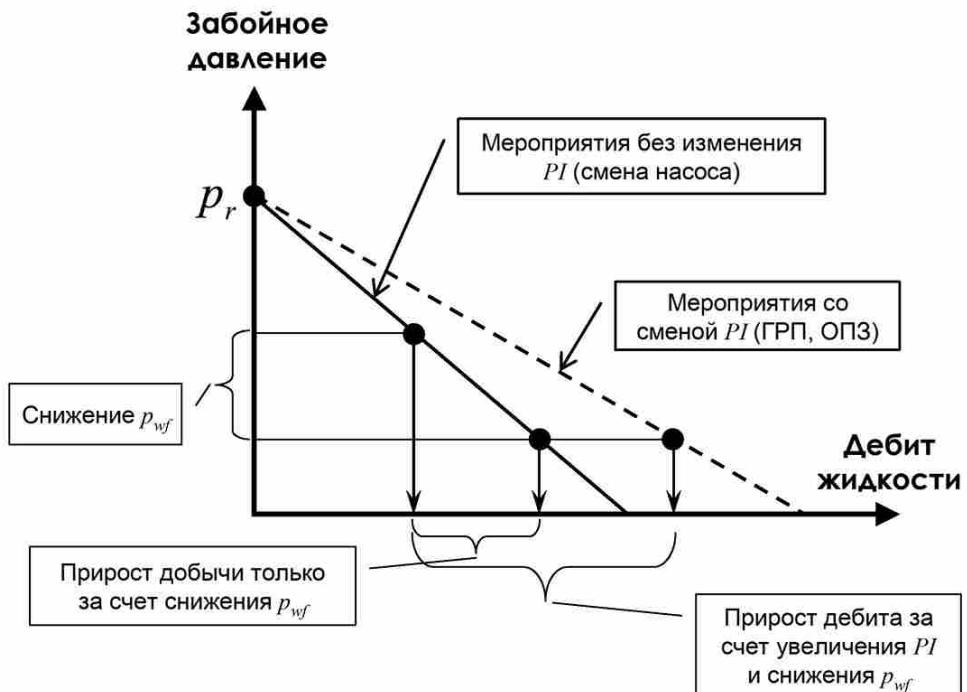
Сравнение данных построенной модели и результатов моделирования на гидродинамическом симуляторе,  $M=2$



## 5 Семинар 18.03.2022

### 5.1 Метод индикаторных диаграмм для многоскважинных систем

#### Анализ производительности методом индикаторных диаграмм: односкважинный случай



(с) Один Е.В.

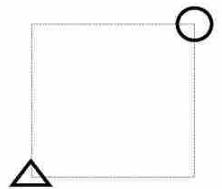
137

## Переход скважины на другие режимы работы на примере добывающей скважины в 5-точке

---

- Рассматривается элемент симметрии пятиточки
- Покажем как ведет себя дебит добывающей скважины в следующих случаях:
  - На режиме понижения забойного давления ( $130 \text{ atm} \rightarrow 80 \text{ atm}$ )
  - На режиме повышения забойного давления ( $130 \text{ atm} \rightarrow 180 \text{ atm}$ )
- Забойное давление нагнетательной скважины постоянно и равно 350 атм
- На момент изменения забойного давления система находится на установившемся режиме

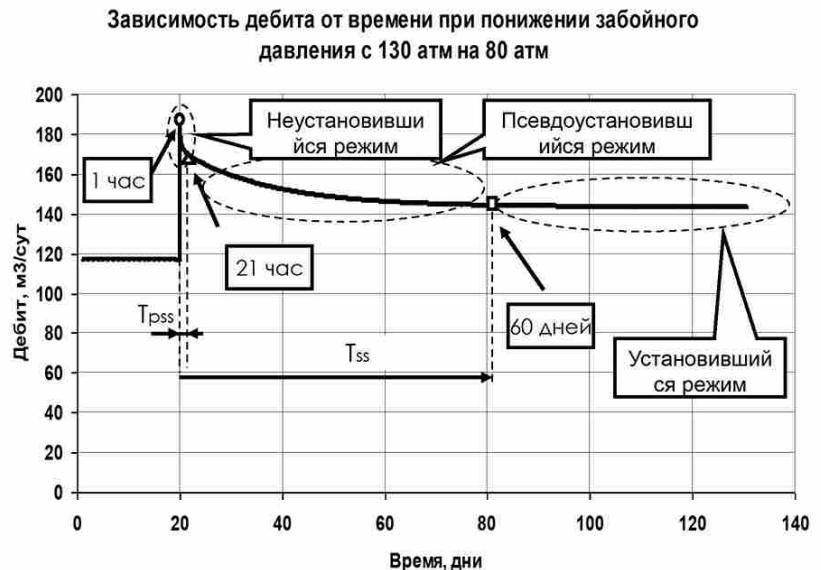
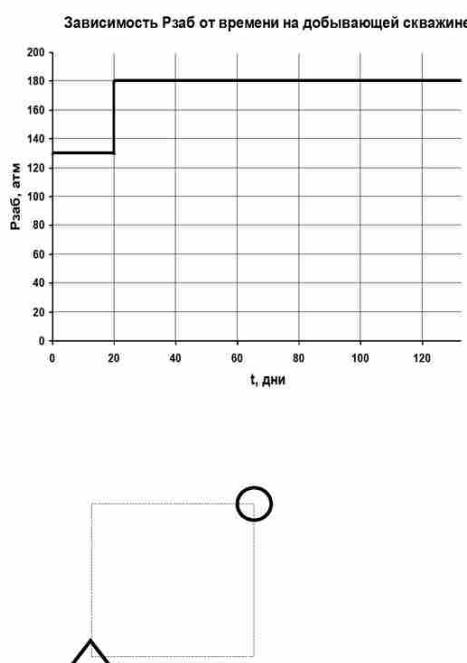
Вопрос: Какое установившееся пластовое давление?



(с) Юдин Е.В.

138

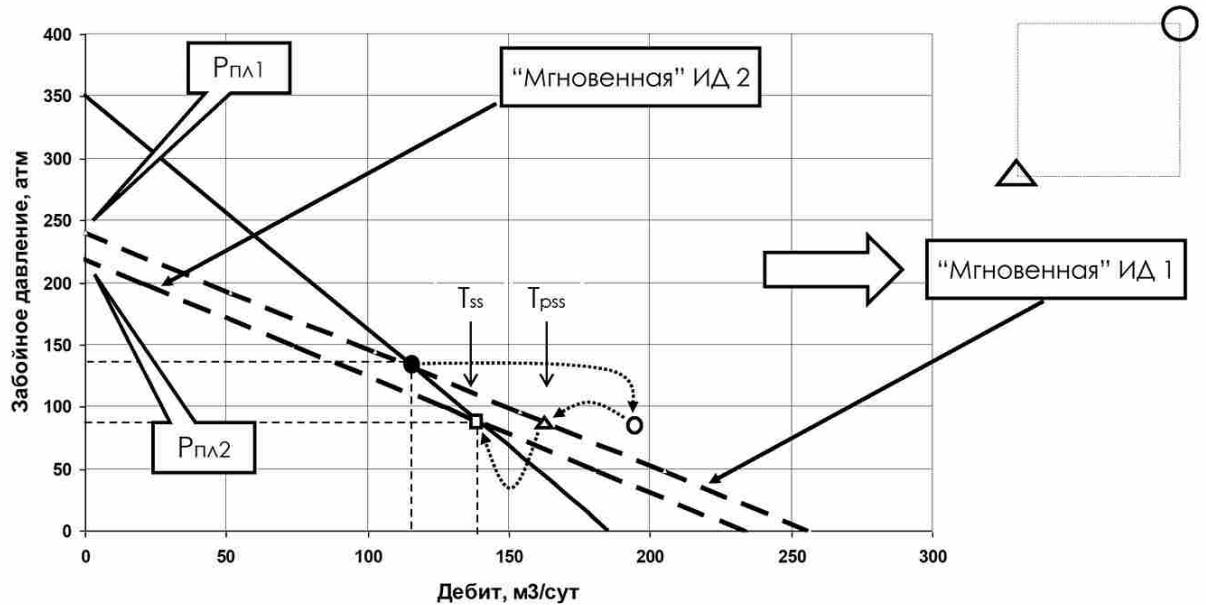
## Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 130 на 180 атм



(с) Юдин Е.В.

139

Индикаторная Диаграмма и Зависимость дебита от Рзаб на установившемся режиме



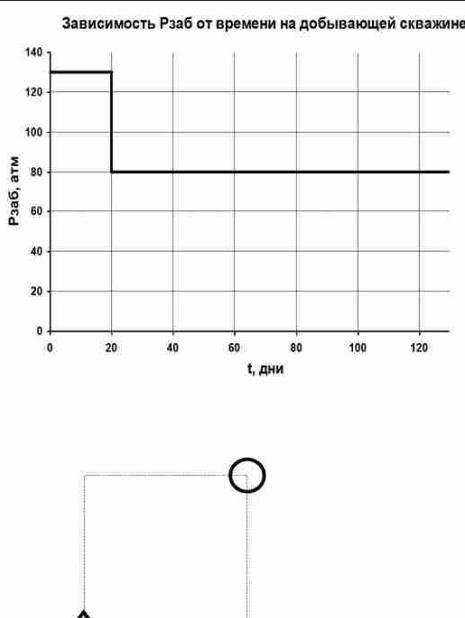
T<sub>pss</sub> – время начала псевдоустановившегося режима

T<sub>ss</sub> – время начала установившегося режима

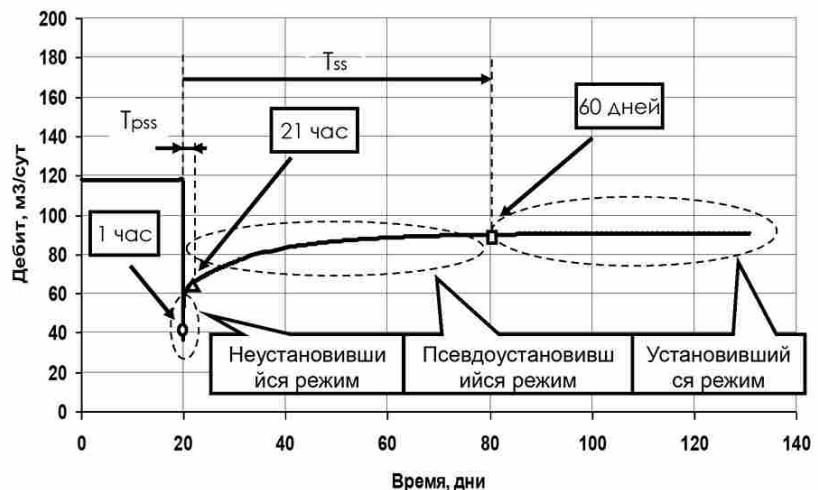
(с) Юдин Е.В.

140

Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 130 на 80 атм



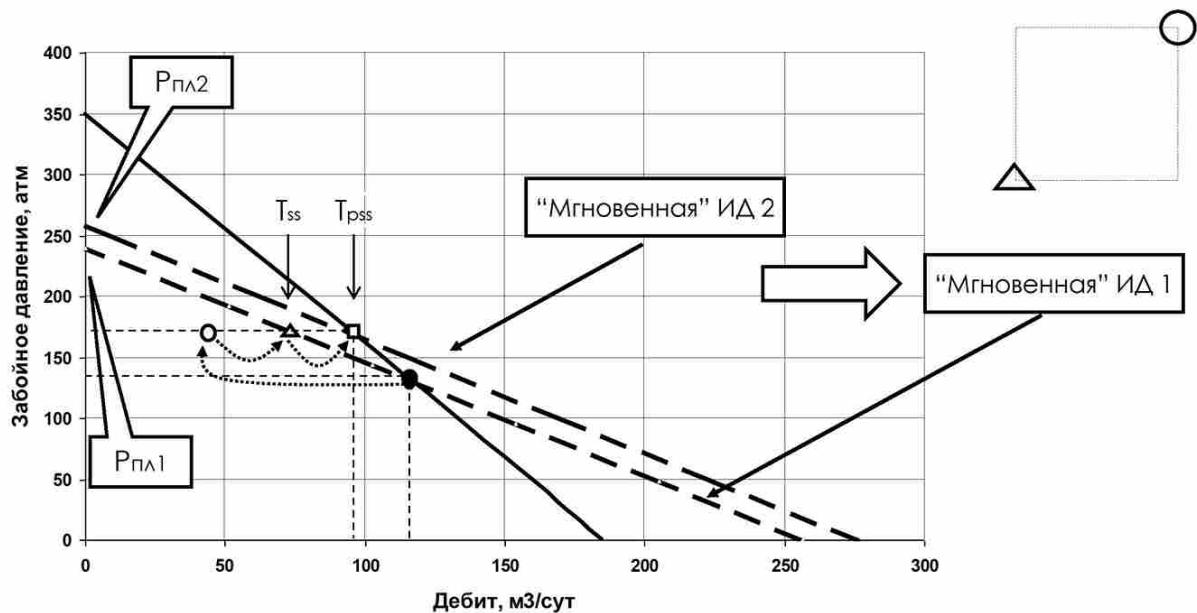
Зависимость дебита от времени при повышении забойного давления с 130 атм до 180 атм



(с) Юдин Е.В.

141

## Индикаторная Диаграмма и Зависимость дебита от Рзаб на установившемся режиме



$T_{пss}$  – время начала псевдоустановившегося режима

$T_{ss}$  – время начала установившегося режима

(с) Юдин Е.В.

142

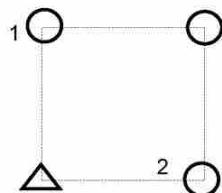
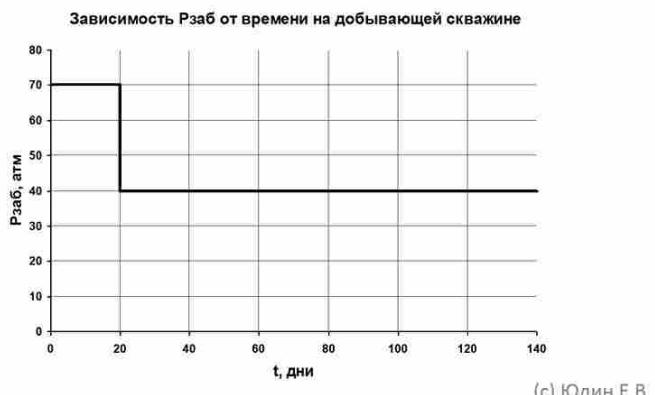
## Переход на другие режимы в многоскважинных системах, когда скважины находятся в несимметричных условиях

- На примере 9-точки рассмотрим:

- Как будет влиять переход на другой режим боковой/угловой скважины на дебит остальных скважин в элементе симметрии
- Какой «вклад» будет вносить в среднее пластовое давление каждая скважина

Пусть забойное давление на добывающих скважин 70 атм, нагнетательной – 450 атм.

- Найдем зависимость дебита на установившемся режиме от Рзаб на боковой и угловой скважинах при фиксированном Рнагн и Рзаб других добывающих скважин
- Оценим влияние (интерференцию) боковой скважины на угловые и наоборот
- Рассмотрим эффект от понижения забойного давления на добывающей угловой и боковой скважинах, при фиксированном давлении на остальных скважинах элемента симметрии 5-точки соответственно

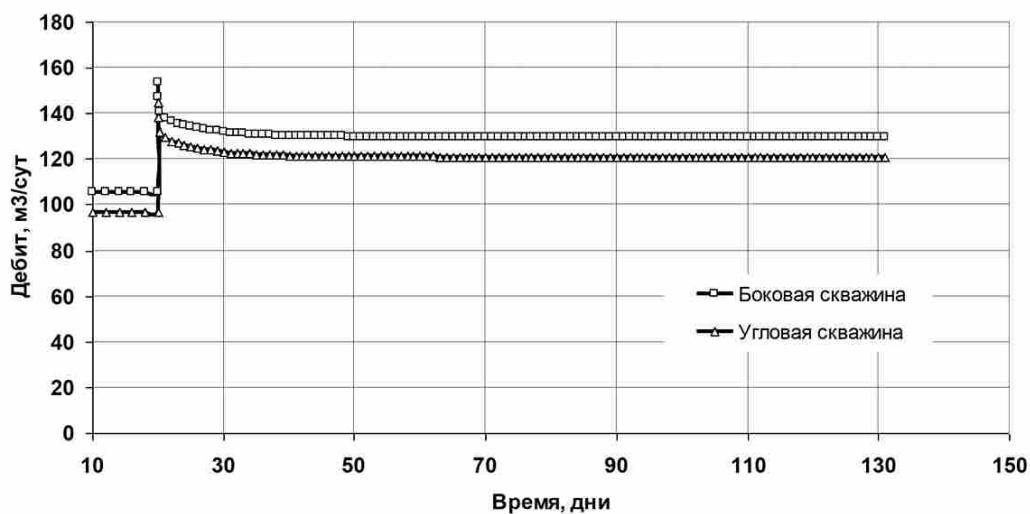


143

Зависимость дебита от времени при переходе забойного давления с 70  
на 40 atm

---

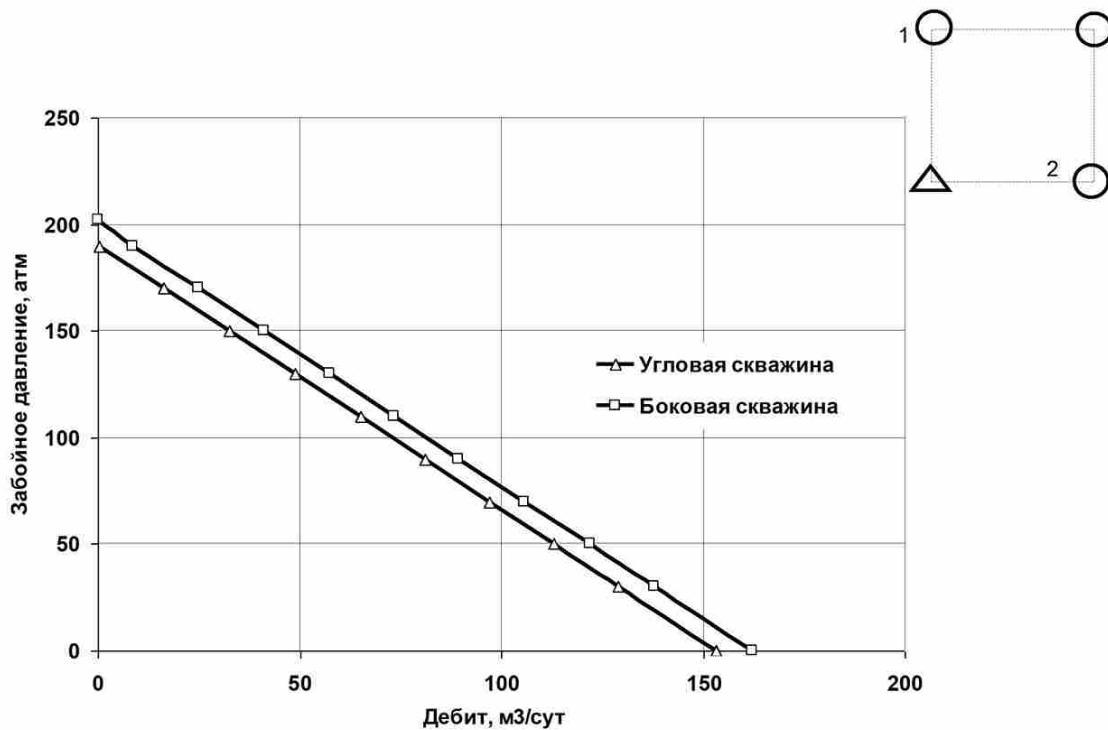
Зависимость дебита от времени при понижении забойного давления с 70  
атм до 40 atm



(c) Юдин Е.В.

144

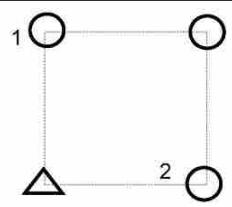
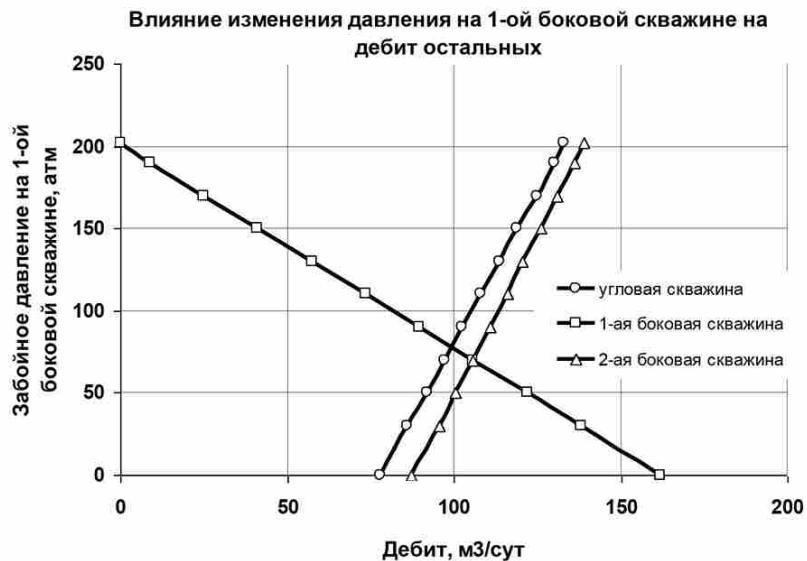
Зависимость дебита от забойного давления на установившемся режиме для боковой и угловой скважин элемента симметрии 9-точки



(c) Юдин Е.В.

145

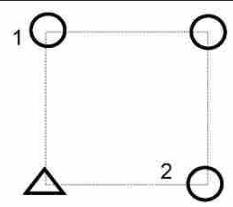
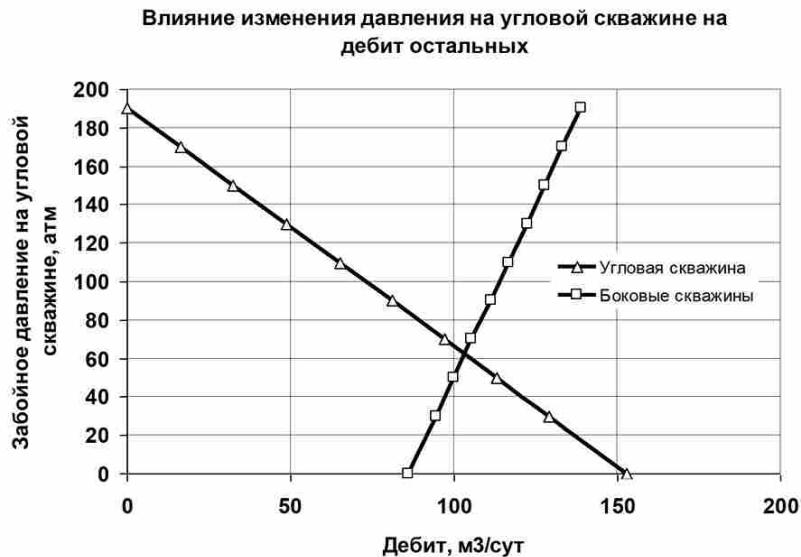
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин  
элемента симметрии 9- точки



(c) Юдин Е.В.

146

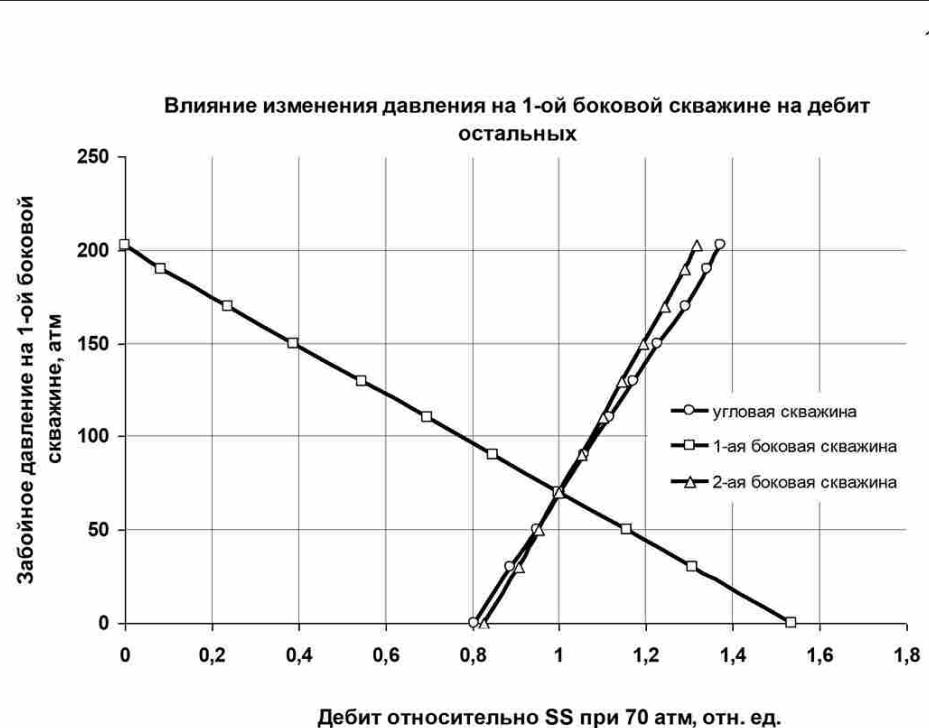
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин  
элемента симметрии 9- точки



(c) Юдин Е.В.

147

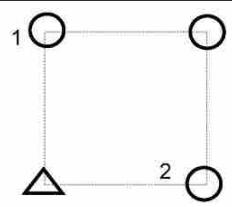
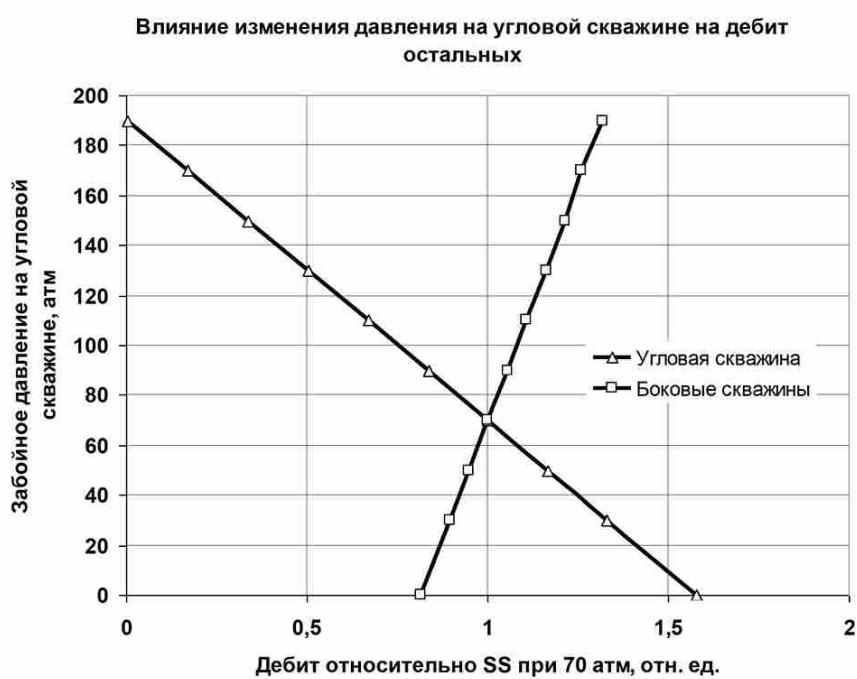
Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин  
элемента симметрии 9- точки



(c) Юдин Е.В.

148

Интерференция скважин: взаимное влияние добывающих скважин  
элемента симметрии 9- точки

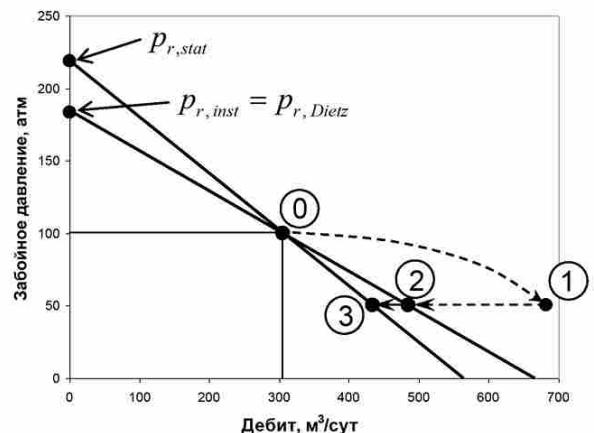
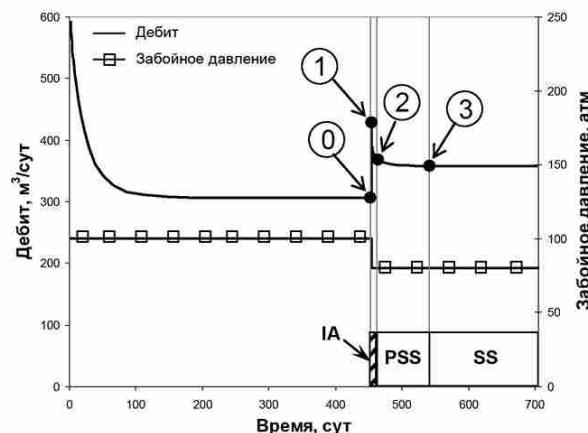
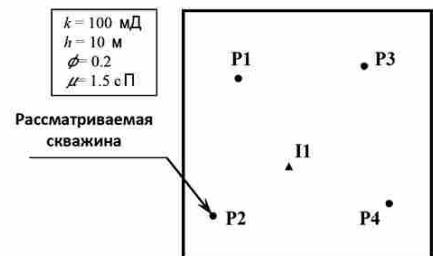


(c) Юдин Е.В.

149

## Анализ производительности методом индикаторных диаграмм(\*)

- Рассмотрим замкнутый пласт с 1 нагнетательной и 4 добывающими скважинами
- Система работает на установившемся режиме
- На скважине P2 произвели интенсификацию
- Необходимо:
  - Описать динамику системы
  - Оценить дебит скважины в различный период времени



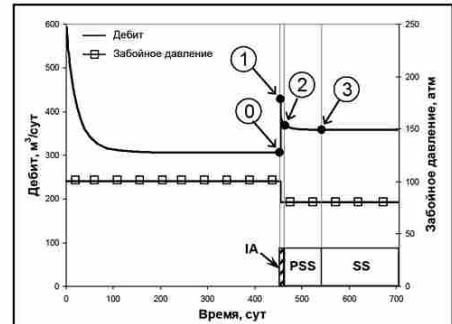
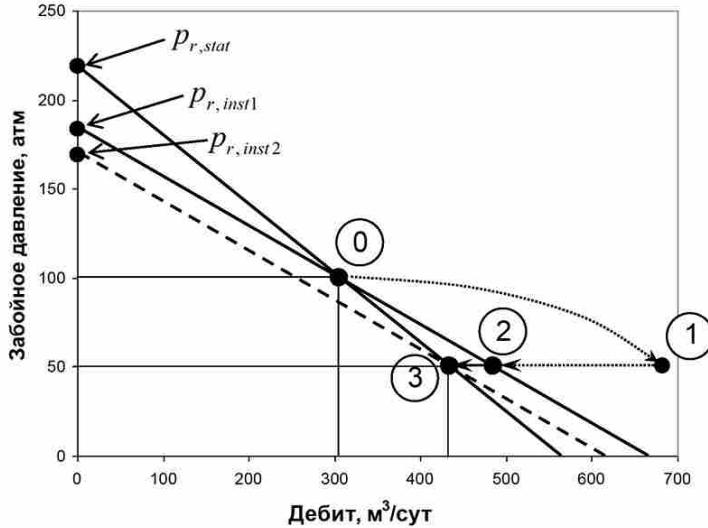
(c) Юдин Е.В.

\* – (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

151

## Анализ производительности методом индикаторных диаграмм(\*)

- Два вида индикаторных диаграмм после неустановившегося режима
- Мгновенная индикаторная диаграмма – прирост в краткосрочной перспективе, строится если учитывать «старое» пластовое давление
- Статическая индикаторная диаграмма – прирост в долгосрочной перспективе, получается из точек, если учесть «новое» пластовое давление



- Статическая диаграмма строится если через точку текущей работы провести прямую в точку (0,  $P_{stat}$ ), где  $P_{stat}$  – среднее пластовое давление если рассматриваемую скважину отключить
- Мгновенная индикаторная диаграмма строится если через точку текущей работы провести прямую в точку (0,  $P_{inst}$ ), где  $P_{inst}$  – среднее пластовое давление с текущим дебитом рассматриваемой скважины (до интенсификации)

(c) Юдин Е.В.

\* – (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

152

## 5.2 Статический и мгновенный коэффициенты продуктивности

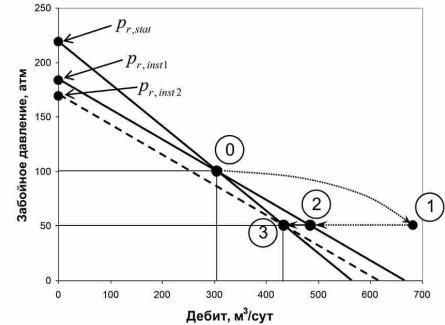
### Статический и «мгновенный» коэффициент продуктивности

- По определению статического пластового (давления в отсутствии рассматриваемой скважины) и мгновенного пластового давления :

$$Q_{\Sigma}^I = \frac{k_w h}{18.42 \mu_w B_w} \sum_{j=1}^{N_p} J_{D,j}^I \cdot (p_{wf,j}^I - \bar{p}) \quad Q_{\Sigma}^P = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} \sum_{i=1}^{N_p} J_{D,i}^P \cdot (\bar{p} - p_{wf,i}^P)$$

→ 
$$p_{r,stat}^i = \frac{\sum_{n=1, n \neq i}^{N_p} J_{D,n}^P \cdot p_{wf,n}^P + M_T \sum_{j=1}^{N_I} J_{D,j}^I \cdot p_{wf,j}^I}{\sum_{n=1, n \neq i}^{N_p-1} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_I} J_{D,j}^I}$$

$$p_{r,inst}^i = \frac{\sum_{n=1}^{N_p} J_{D,n}^P \cdot p_{wf,n}^P + M_T \sum_{j=1}^{N_I} J_{D,j}^I \cdot p_{wf,j}^I}{\sum_{n=1}^{N_p-1} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_I} J_{D,j}^I}$$



- В отличии от односкважинного случая – два варианта коэффициента продуктивности:

$$Q_i^P = f(\bar{p}(p_{wf,i}^P), p_{wf,i}^P)$$

- «Мгновенный»

$$K_{inst,i} = -\frac{\partial Q_i^P}{\partial p_{wf,i}^P} = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,i}^P$$

- «Статический»

$$K_{stat,i} = -\frac{dQ_i^P}{dp_{wf,i}^P} = \frac{k_l h}{18.42 \mu_l B_l} J_{D,i}^P \left( 1 - \frac{J_{D,i}^P}{\sum_{n=1}^{N_p} J_{D,n}^P + \tilde{M} \sum_{j=1}^{N_I} J_{D,j}^I} \right)$$

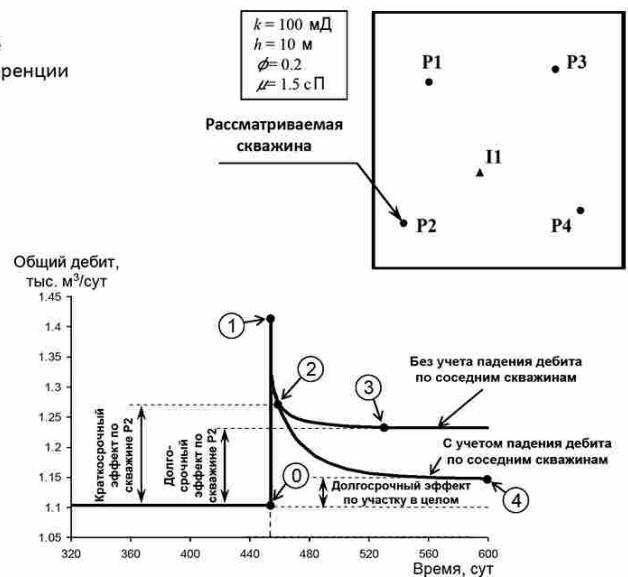
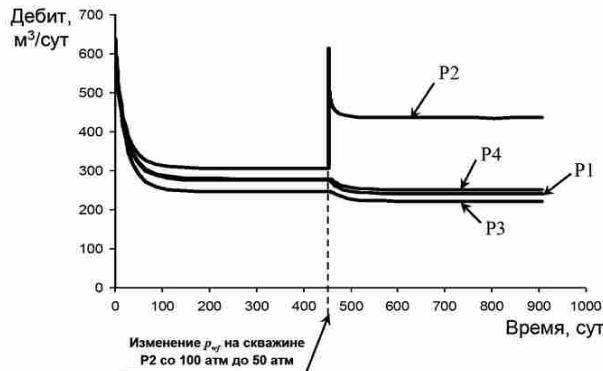
(c) Юдин Е.В.

153

Коэффициент продуктивности – это производная дебита по забойному давлению.

## Учет интерференции скважин при интенсификации добычи

- Рассмотрим динамику общей добычи по участку до и после интенсификации скважины P2 с учетом и без учета интерференции скважин



(с) Юдин Е.В.

154

## Учет интерференции скважин при интенсификации добычи

- Пусть на всех добывающих и нагнетательных скважинах давления соответственно одинаковы

$$\bar{p} = \alpha p_{wf}^I + (1 - \alpha) p_{wf}^P$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{j=1}^{N_p} J_{D,j}^P}{M_T \sum_{i=1}^{N_I} J_{D,i}^P}}$$

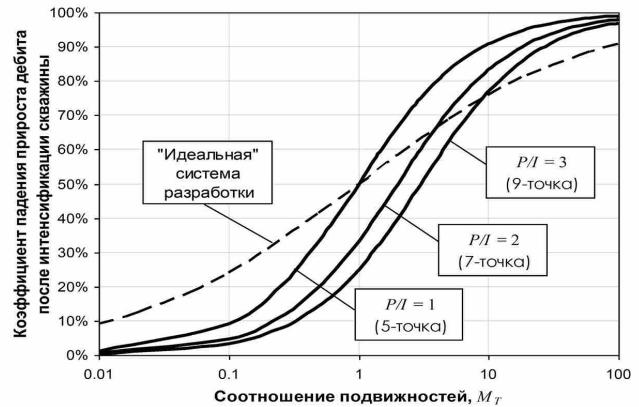
$$\Delta_{inst} Q = \frac{\partial Q_k^P}{\partial p_{wf,k}^P} \Delta p_{wf,k}^P = -\frac{k_i h}{18.42 \mu_i B_i} J_{D,k}^P \Delta p_{wf,k}$$

$$\Delta_{stat} Q = \frac{dQ_k^P}{dp_{wf,k}^P} \Delta p_{wf,k}^P = -\frac{k_i h}{18.42 \mu_i B_i} J_{D,k}^P \Delta p_{wf,k} \left( 1 - \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta p_{wf,k}} \right)$$

- Коэффициент падения дебита в процессе псевдоустановившегося режима:

$$\rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{\Delta_{stat} Q}{\Delta_{inst} Q} = 1 - \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta p_{wf,k}}}$$

Зависимость коэффициента падения прироста суммарного дебита после интенсификации от соотношения подвижностей воды и нефти для различных систем разработки, а также для «идеальной» системы разработки с максимальной пропускной способностью



- Если понизить давление на всех добывающих скважинах на одинаковое значение:
- Если пласт коэффициенты продуктивности одинаковы:
- Если проводимость системы максимальна, тогда:

$$\boxed{N_P / N_I = \sqrt{\tilde{M}}}$$

(c) Юдин Е.В.

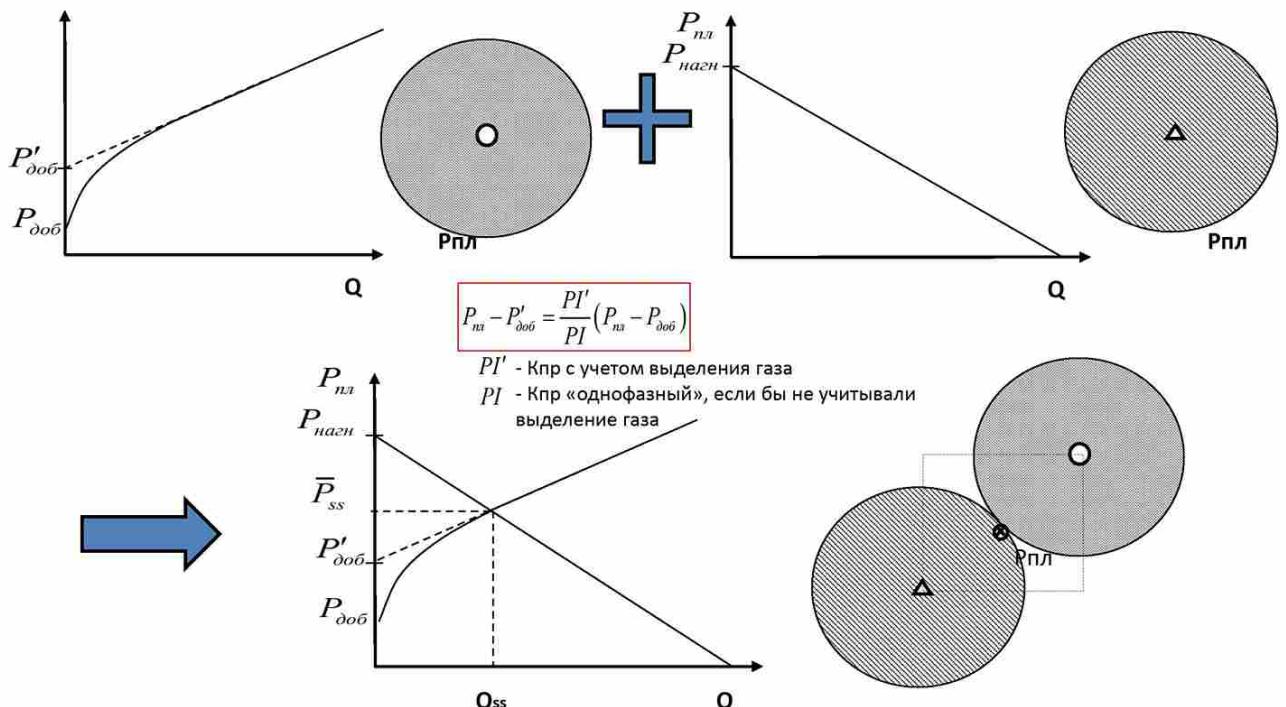
$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta_{stat} Q}{\Delta_{inst} Q} = \alpha}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{M_T}}}}$$

\* – (c) Хасанов М.М., Краснов В.А., Мусабиров Т.Р., Юдин Е.В. О пластовом давлении и производительности скважин в системе разработки // SPE 135820

155

## Узловой анализ для определения дебита и среденпластового давления на различных режимах работы скважин в системе заводнения\*



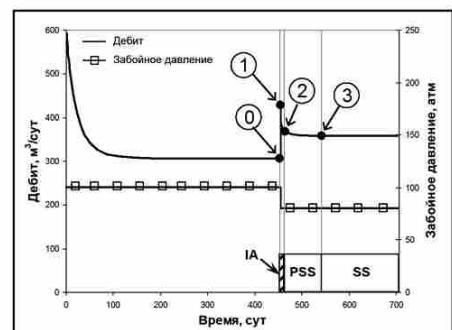
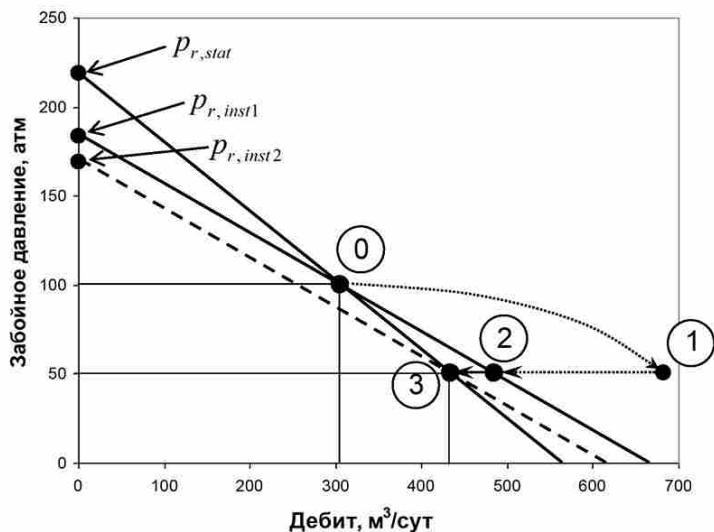
Все рассуждения при анализе с помощью метода индикаторных диаграмм для работы скважины в системе разработки аналогичны в случае учета выделения газа при использовании соответствующей поправки (см.раздел про односкважинные системы)

(с) Юдин Е.В.

156

## Упражнение

- Показать методом индикаторных диаграмм дебит на установившемся и псевдоуставновившемся режиме в случае, если забойное давление снижается ниже давления насыщения

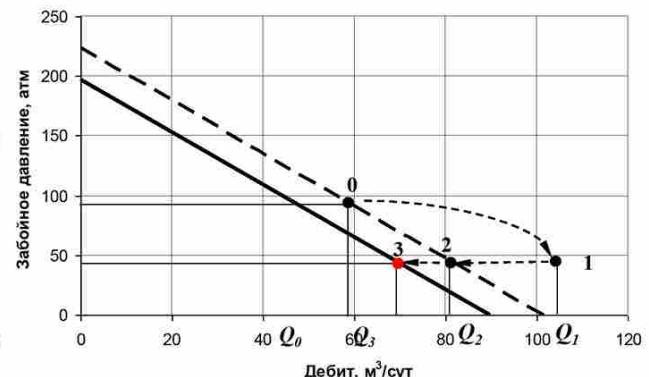
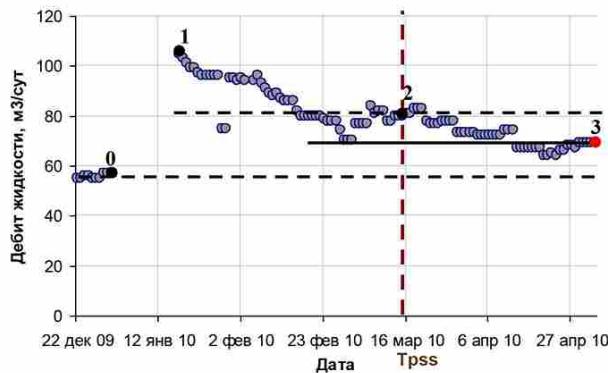
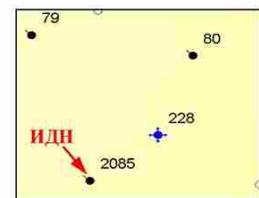


(с) Юдин Е.В.

157

## Пример из практики

Параметры до ИДН:  $Q_0 = 57 \text{ м}^3/\text{сум}$ ,  $p_{wf0} = 90 \text{ атм}$ ,  $p_{rl} = 223 \text{ атм}$   
 Параметры после ИДН:  $Q_3 = 70 \text{ м}^3/\text{сум}$ ,  $p_{wf3} = 40 \text{ атм}$ ,  $p_{rl3} = 197 \text{ атм}$



Почему дебит жидкости после Tpss снижается?

(c) Юдин Е.В.

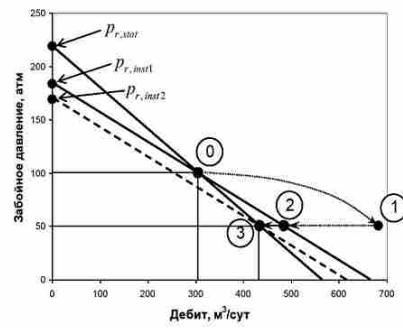
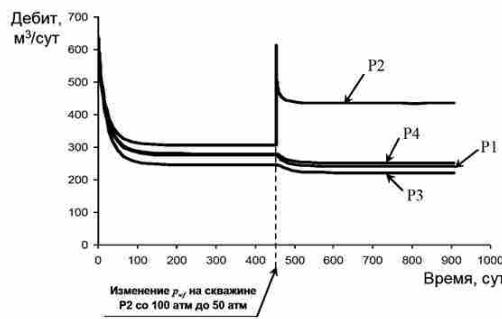
158

## Что есть пластовое давление в многоскважинной системе?

Оценка производительности скважины в системе разработки, включая расчет эффекта от ГТМ, требует применения многоскважинного подхода, учитывающего работу других скважин в данном пласте. Анализ, проведенный в работе, показал, что при этом возникает необходимость рассмотрения трех видов пластового давления – мгновенного, статического и интегрального.

Детальное исследование, проведенное в работе, позволяет сделать следующие выводы:

- Расчет на основе мгновенного пластового давления дает прирост от оптимизации в краткосрочном периоде. Выход на расчетное значение происходит в момент окончания неустановившегося режима. По результатам интерпретации ГДИС определяется именно мгновенное давление. Оно же является средним давлением в области дренирования скважины (но не по всему пласту в целом). Мгновенному пластовому давлению соответствует мгновенная индикаторная диаграмма – кривая притока (IPR), проходящая через рабочую точку в момент окончания неустановившегося режима.
- Мгновенное пластовое давление начинает меняться при любом изменении режима – поэтому это величина условная, ненаблюдаемая. Даже попытка его измерить путем остановки скважины приводит к его изменению. Расчеты, проводимые с использованием мгновенного пластового давления применимы только приближенно в интервале времени, сопоставимом с длительностью неустановившегося режима для анализируемой скважины. После прохождения расчетной точки дебит будет продолжать уменьшаться до установления нового режима и нового значения мгновенного пластового давления.

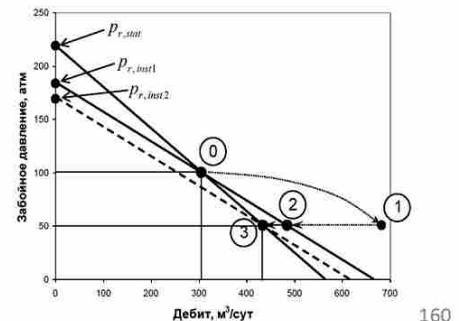
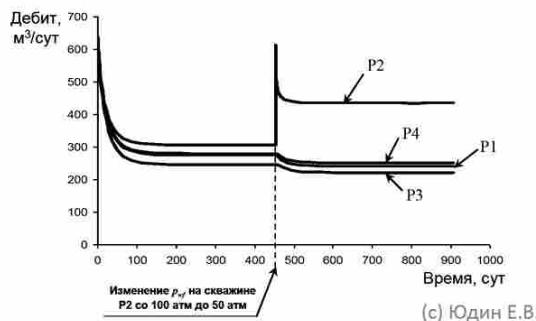


(с) Юдин Е.В.

159

## Что есть пластовое давление в многоскважинной системе?

- Если остановить добывающую скважину в многоскважинной системе на очень длительное время (на порядок больше времени неустановившегося режима) до полного установления в ней давления, то наблюдаемое в скважине значение давления будет статическим пластовым давлением. Это значение выше мгновенного пластового. Все точки, соответствующие установленвшимся режимам, лежат на статической IPR, проходящей через статическое давление. Наклон статической IPR больше наклона мгновенной IPR. Статическая индикаторная диаграмма учитывает как эффект от изменения забойного давления, так и от связанного с ним изменения мгновенного пластового давления. Таким образом, статическая индикаторная диаграмма позволяет оценить эффект от ГТМ в долгосрочном периоде, с учетом падения добычи за счет изменения мгновенного пластового давления.
- Хотя статическое давление – величина наблюдаемая, для его определения требуется длительная остановка скважины. Поэтому при расчете долгосрочных эффектов от ГТМ целесообразно оценить эффект от изменения мгновенного пластового расчетным путем. Расчет позволяет оценить динамику дебитов не только по одной скважине, но и по всем скважинам окружности.
- При расчете эффекта от интенсификации работы добывающей скважины в системе разработки необходимо учитывать не только краткосрочный прирост, но и последующее падение дебита за счет изменения мгновенного пластового давления для анализируемой скважины, а также падения добычи на соседних скважинах за счет изменения среднего давления в области в результате интерференции скважин. Результирующий прирост может оказаться в несколько раз ниже мгновенного.
- Заметный прирост может дать только систематическая интенсификация всех высокопродуктивных скважин в сочетании с повышением эффективности работы нагнетательного фонда.

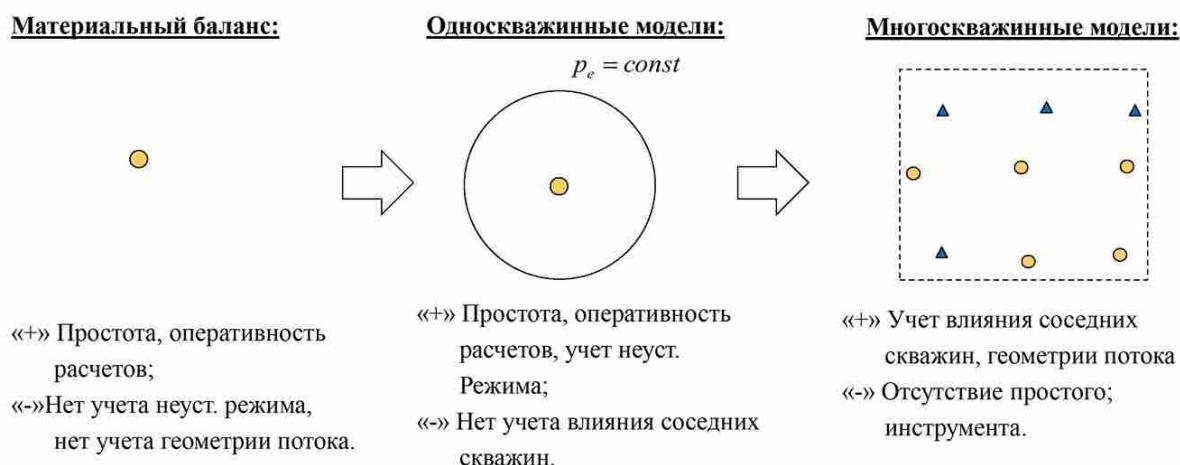


## 6 Семинар 25.03.2022

### 6.1 Работа скважины в произвольной многоскважинной системе. Матрица взаимной продуктивности

#### Нерегулярная система разработки

- Для решения задач:
  - Выявления проблемных невырабатываемых зон месторождения,
  - Поиска кандидатов, способов стимуляции, определение эффективности ГТМ,
  - Оптимизации заводнения,
- существуют следующие инструменты:



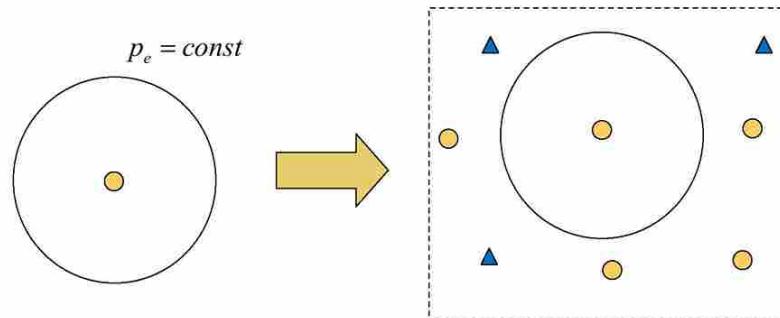
**Для решения данных задач необходим учет взаимного влияния скважин**

(с) Юдин Е.В.

162

## Предлагаемый метод определения межскважинных взаимодействий

Идея: переход от односкважинных моделей путем разработки методики взаимного учета данных эксплуатации группы скважин(добычающих и нагнетательных) с целью идентификации межскважинных взаимодействий



### Применения предлагаемой методики:

- Выявление невырабатываемых зон пласта
- Факторный анализ причин снижения дебита
- Подбор кандидатов ГТМ и способов стимуляции скважины, пласта:
  - Идентификация скважин с ухудшающимися свойствами ПЗП
  - Оптимизация заводнения - выбор кандидатов под перевод в ППД
  - Поиск кандидатов на ЗБС
- Анализ потенциала и прогноз добычи в долгосрочном периоде

(с) Юдин Е.В.

163

## Предлагаемый метод анализа многоскважинных систем

- Фильтрацию в многоскважинной системе предлагается описать с помощью матрицы взаимных продуктивностей (MPI)
- **Матрица взаимных продуктивностей** - расширение понятия коэффициента продуктивности, зависит взаимного расположения скважин, строения пласта

вектор депрессии и дебита  $\vec{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{p} - p_{wf,1} \\ \bar{p} - p_{wf,2} \\ \vdots \\ \bar{p} - p_{wf,n} \end{bmatrix}$ ,  $\vec{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$

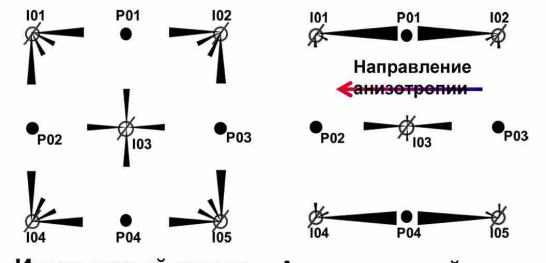
По аналогии с односкважинным случаем

$$\vec{q} = [MPI] \cdot \vec{d}$$

$$[MPI] = \begin{vmatrix} PI_{11} & PI_{12} & \dots & PI_{1N} \\ PI_{21} & PI_{22} & \dots & PI_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ PI_{N1} & PI_{N2} & \dots & PI_{NN} \end{vmatrix}$$

$PI_{ii}$  - «классический» индекс продуктивности

$PI_{ij}$  - степень влияния  $j$ -ой скважины на дебит  $i$ -ой



(с) Юдин Е.В.

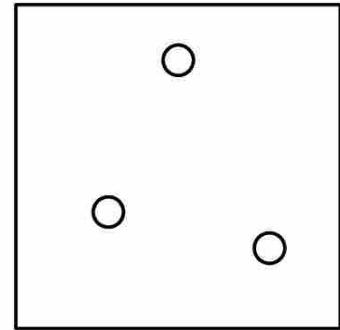
164

## Упражнение

- «Расписать» матрицу взаимных продуктивностей в виде суммы на примере системы из трех скважин

$$\vec{d} = \frac{\alpha_1 \mu B}{2\pi k h} ([A] + [D_s]) \vec{q}$$

$$[D_s] = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$



$$\vec{s} = [D_q]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2\pi k h}{\alpha_1 \mu B} \vec{d} - [A] \vec{q} \end{bmatrix}, \quad [D_q]^{-1} = \begin{bmatrix} q_1^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n^{-1} \end{bmatrix}.$$

- Таким образом можно получить динамику скин-фактора и проводить анализ фонда на стимуляцию

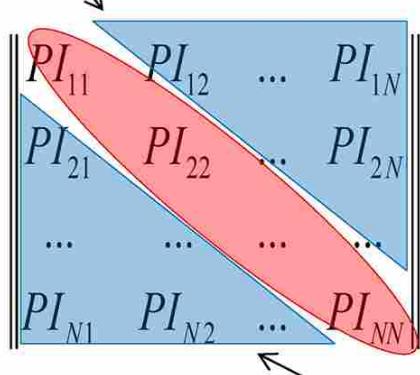
(с) Юдин Е.В.

165

## Схема работы метода MPI

- Существуют практические сложности в определении коэффициентов матрицы взаимной продуктивности
- Предлагается идентифицировать недиагональные элементы по данным работы скважин на псевдоуставнившемся режиме (\*)

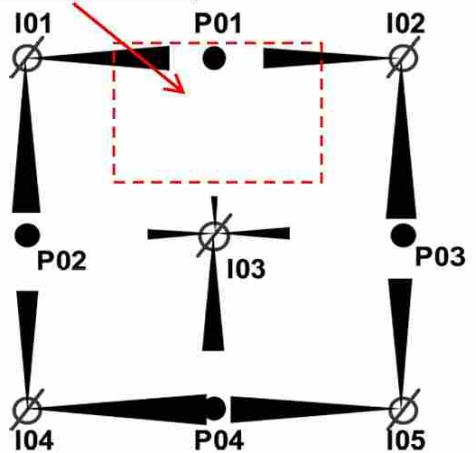
Определение по данным работы скважин на неустановившемся режиме (скважина «не чувствует» окружения)



$$[MPI]^{НЕОД} = [MPI]^{ОДН} + \Delta$$

$\Delta$  -«неоднородная добавка»

Проблемная зона



Определение по данным работы скважин на псевдоуставнившемся и установившемся режимах работы

(с) Юдин Е.В.

166

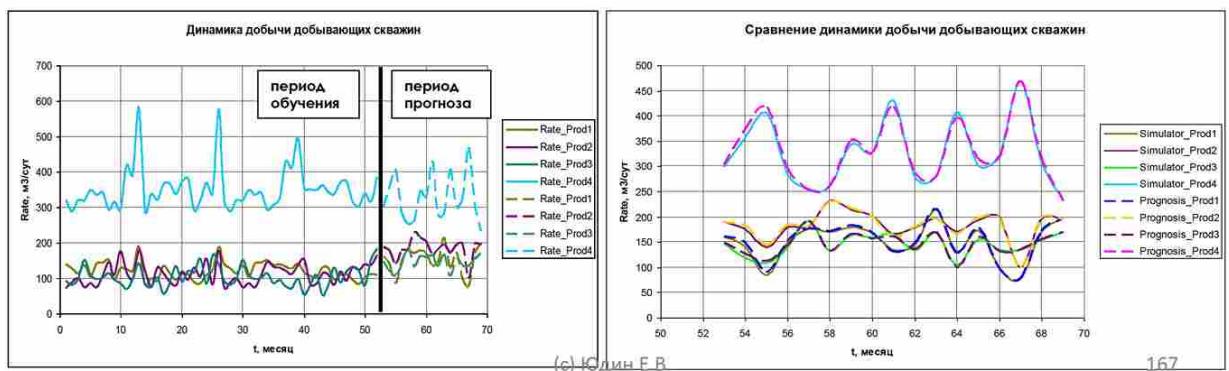
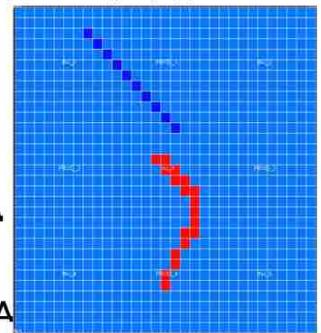
(\*)Юдин Е.В. Диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук, 2014

## Определение степени взаимовлияния скважин: модельный пример

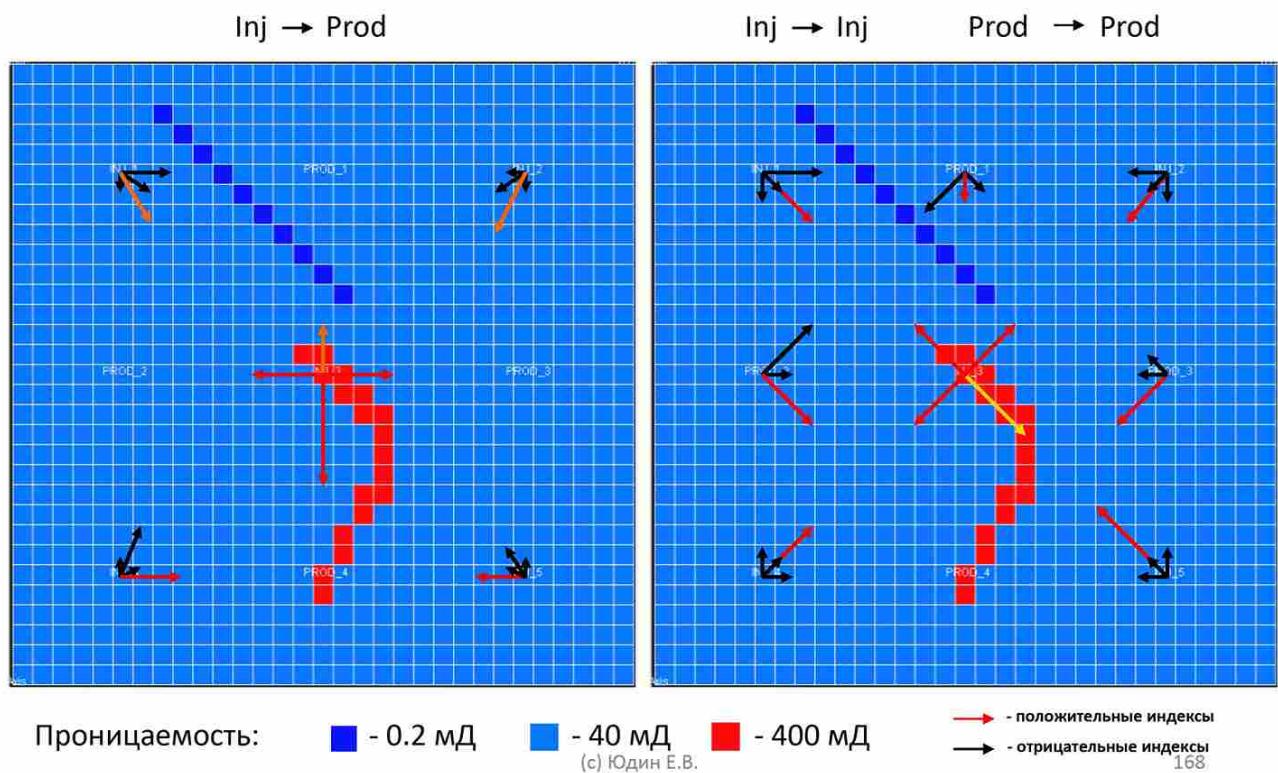
➤ Рассмотрим модельный пример работы скважин в неоднородном пласте:

- На первом этапе смоделируем работу скважин с помощью коммерческого численного симулятора
- Из этих данных уточним коэффициенты матрицы MPI
- Произведем прогноз дебитов при известной истории забойных давлений и сравним с результатами симулятора

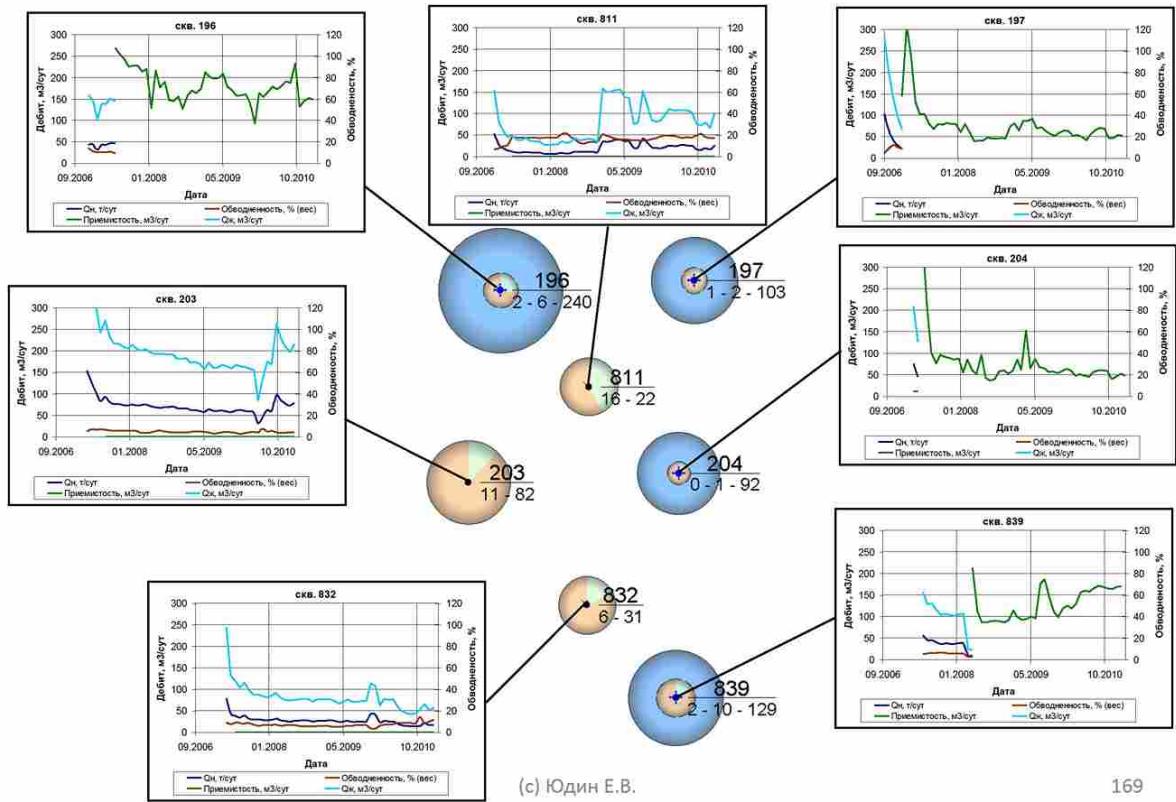
Модель неоднородного пласта



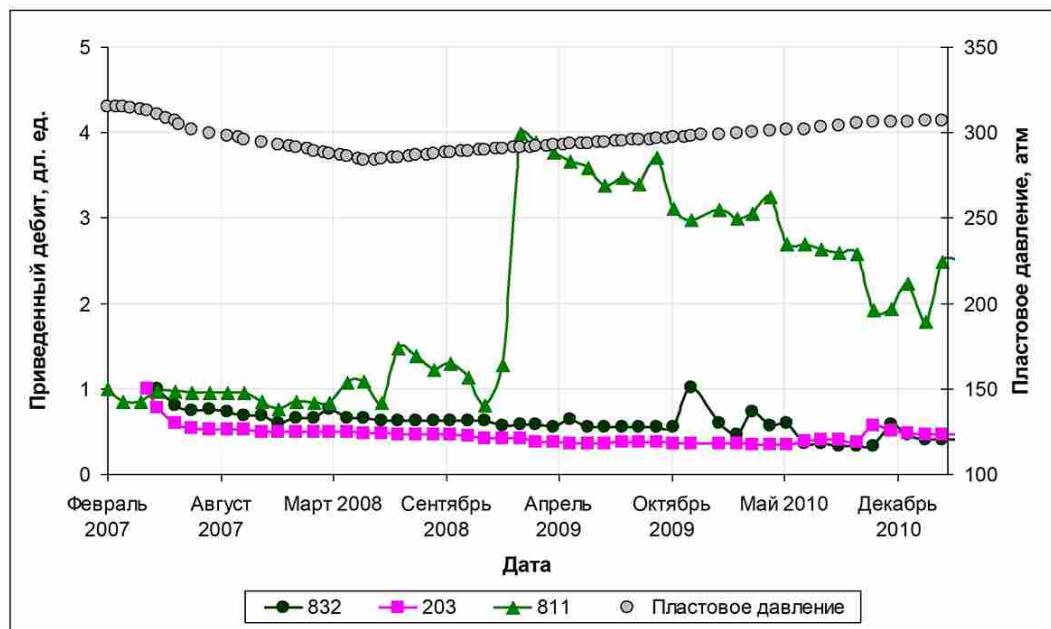
## Связность скважин на основе матрицы взаимной продуктивности



## Анализ разработки участка месторождения с помощью метода МРП



## Анализ разработки участка месторождения с помощью метода МРІ

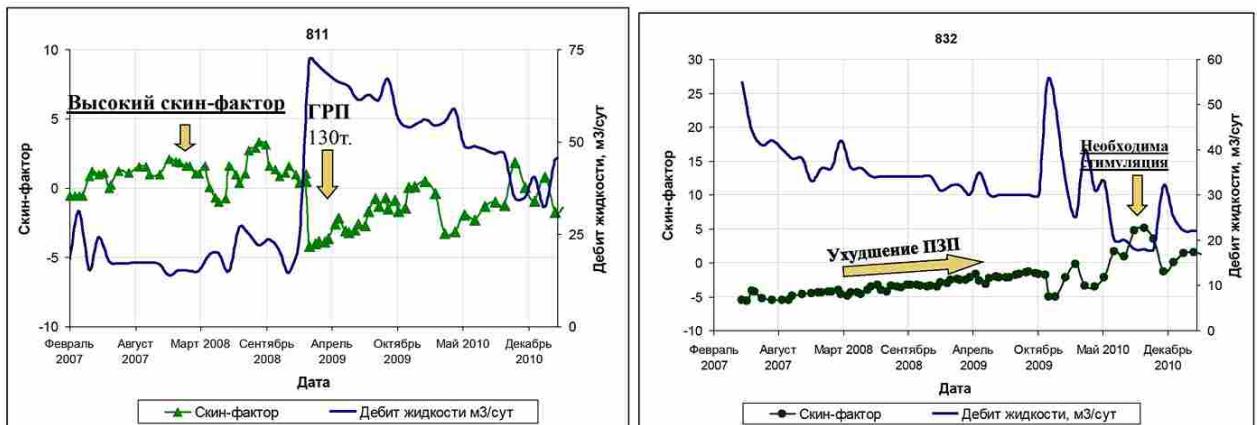


**Уменьшение дебита нефти - снижение пластового давления или ухудшение ПЗП?**

(с) Юдин Е.В.

170

## Поиск кандидатов для стимуляции предлагаемым методом



- В результате повторного ГРП получен прирост 25 т/сут
- Необходима стимуляция скважины

**С использованием методики удается оценить влияние пластового давления и скин-фактора на снижение дебита.**

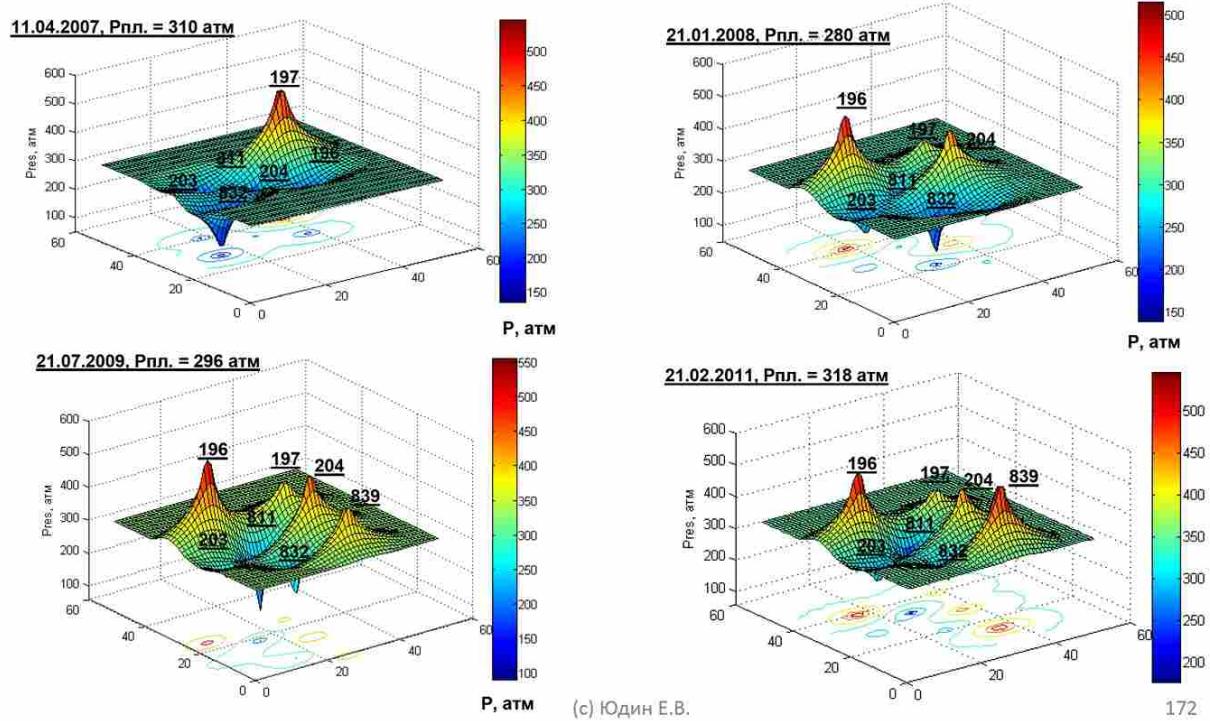
**Не верится, что эффект от трещины ГРП в песчаниках почти «исчезает» за 2 года**

(с) Юдин Е.В.

171

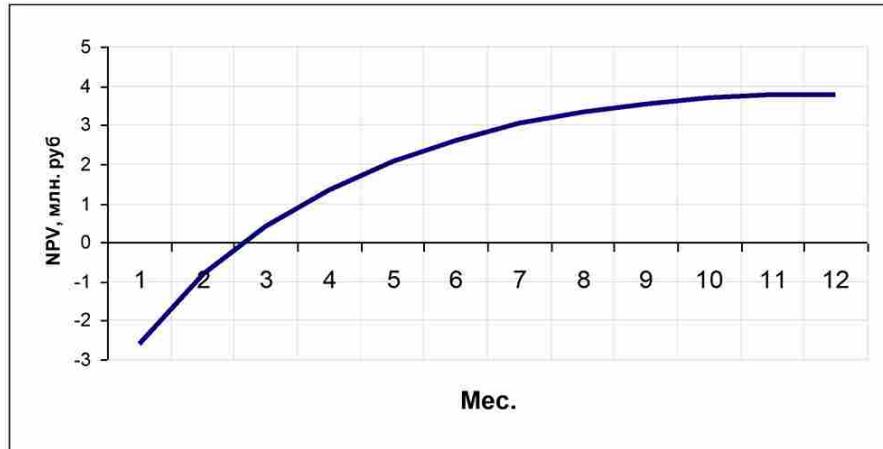
## Визуализация пластового давления

Приближенные аналитические решения основанные на матрице взаимной продуктивности позволяют легко рассчитать давление в любой точке пласта, если дебиты скважин известны



## Экономическое обоснование ГТМ

- Расчет NPV для скважины 832
  - Прирост на скважине 832 – 20 т/сут
  - Затраты на ГРП – 2,75 млн. руб (операция) + 1,65 млн. руб (работа бригады)



- Снижение рисков неудачных ГТМ (пример: ОПЗ, ЗБС)
- Оптимизация разработки
- Подбор кандидатов и способов стимуляции

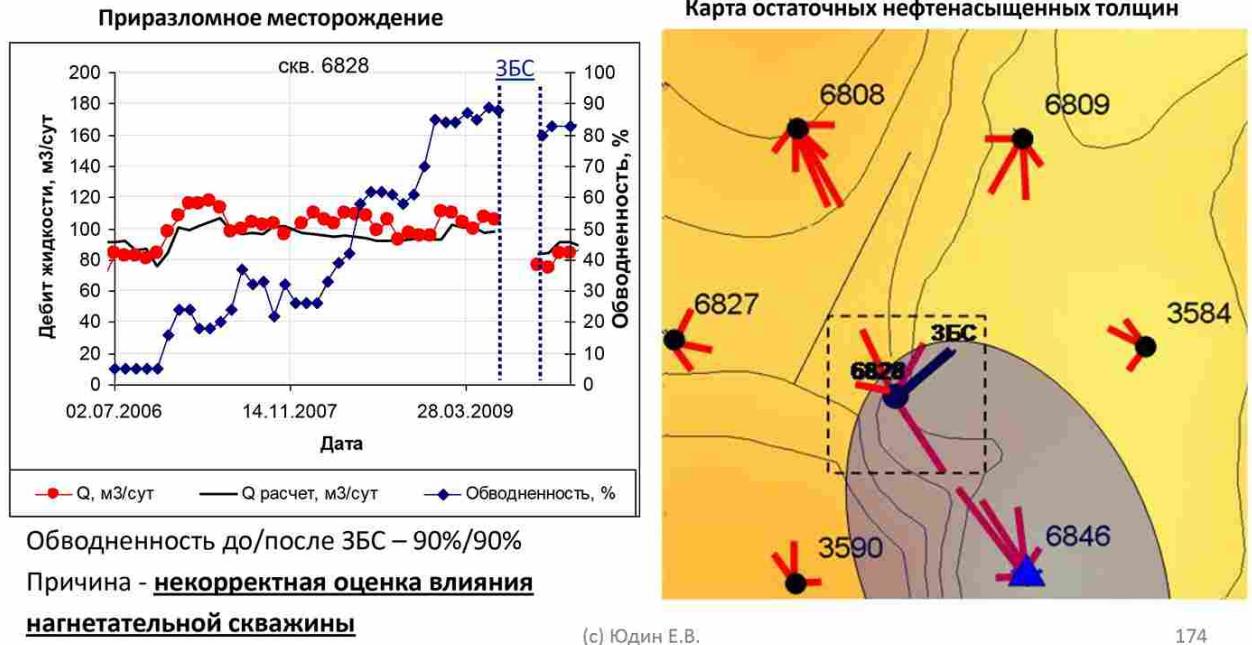
(с) Юдин Е.В.

173

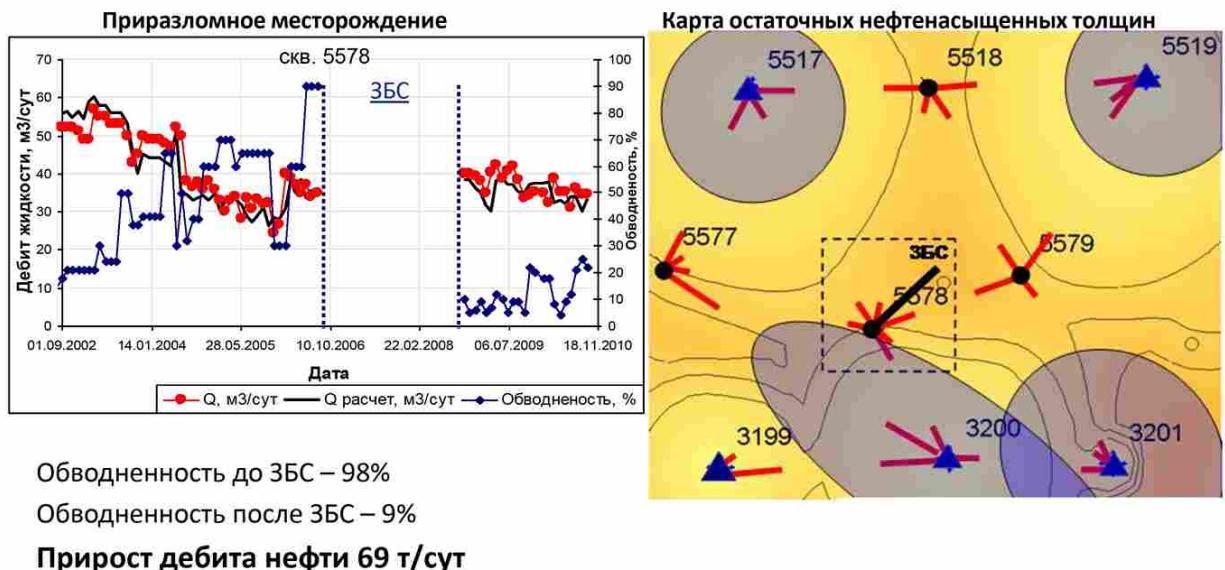
## Определение степени взаимовлияния скважин: поиск слабодренируемых участков

➤ Рассмотрим пример использования данных о взаимовлиянии скважины для идентификации слабо дренируемых участков

➤ Изобразим недиагональные элементы матрицы  $\hat{D}_{ss}$



## Определение степени взаимовлияния скважин: поиск слабодренируемых участков



ЗБС пробурен в направлении недренируемых запасов

(с) Юдин Е.Б.

175

## 6.2 Основные факторы, влияющие на эффективность заводнения

### Основные факторы влияющие на эффективность заводнения

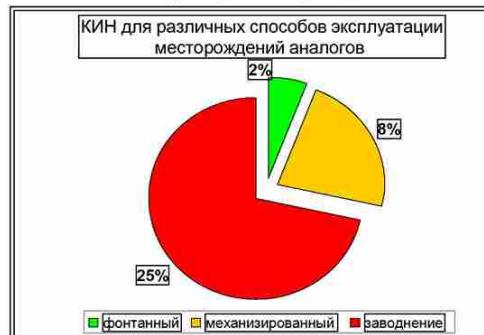
- Заводнение – мощный инструмент инженера-разработчика, позволяющий во многих случаях кратно увеличить КИН

Увеличение КИН на примере месторождения Белый Тигр

#### От чего зависит эффективность заводнения?

- Смачиваемость
- Внутренние строение порового пространства
- Свойства закачиваемой воды
- Свойства минералов составляющих породу продуктивных интервалов
- Проницаемость породы
- Неоднородность породы

Если коллектор гидрофильный, у заводнения крайне высокий потенциал



Распределение жидкости в пласте

В гидрофильном:

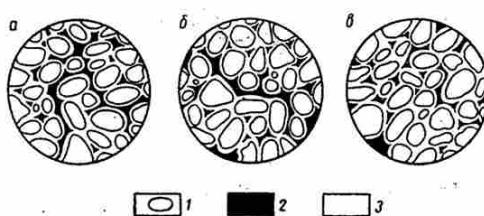


Рис. II.5. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофильном пласте;  
1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия движения;  
б — средняя стадия движения; в — после промывания

В гидрофобном:

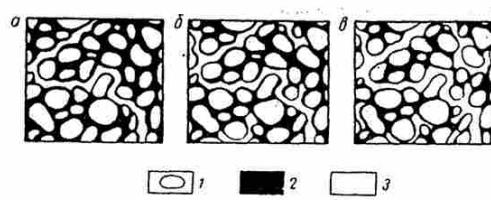


Рис. II.6. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофобном пласте:  
1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия; б — средняя стадия; в — рациональный период промывания

## Коэффициент извлечения нефти при заводнении

---

КИН при заводнении определяется тремя главными параметрами:

- Коэффициент вытеснения
- Коэффициент охвата заводнением
- Коэффициент охвата разработкой (коэффициент вскрытия запасов)

$$KIN = K_{выт} \cdot K_{охв} \cdot K_{дрен}$$

$$K_{выт} = \frac{1 - S_{wi} - S_{or}}{1 - S_{wi}}$$

- Определяется на микроуровне

$$K_{охв} = K_{охв}^{площадь} \cdot K_{охв}^{разрез}$$

- Определяется на макроуровне

**Какие характерные значения КИН?  
Почему КИН такой низкий? ☺**

**ВИДЕО**

(с) Юдин Е.В.

5

# Пористость, проницаемость и насыщенность

## Пористость

**Абсолютная (общая, полная) пористость** – отношение порового объема к общему объему, безразмерный параметр

$$\varphi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{породы}}}$$

**Открытая пористость** — объем сообщающихся между собой пор, которые заполняются жидким или газообразным флюидом

**Эффективная пористость** – объем пор, через которые возможно движение жидкостей и газов при градиентах давления, соответствующих природным условиям

**Фазы: нефть и вода**

$$S_{\text{фазы}} = \frac{V_{\text{фазы}}}{V_{\text{пор}}}$$

Насыщенность – отношение объема фазы к поровому объему, доли единиц

Сумма насыщенностей всех фаз равна единице

$$S_o + S_w = 1$$

$S_o$  – нефтенасыщенность

$S_w$  – водонасыщенность

## Проницаемость

Проницаемость – способность породы пропускать через себя флюид, доли единиц

**Абсолютная проницаемость** – проницаемость образца, насыщенного одним флюидом, инертным по отношению к породе

**Проницаемость фазовая (эффективная)** – проницаемость пористой среды для данного газа или жидкости при одновременном наличии в порах другой фазы или системы (газ – нефть – вода).

Для многофазного потока сумма фазовых проницаемостей < абсолютной.

**Относительная проницаемость** – отношение фазовой проницаемости к абсолютной.

$$k_o$$

Эффективная проницаемость

$$k$$

Абсолютная проницаемость

$$k_r$$

Относительная проницаемость

Через породу пропускаются вместе нефть и вода, а затем рассчитывается эффективная проницаемость для нефти и для воды, сумма эффективных проницаемостей по нефти и воде всегда будет меньше абсолютной проницаемости

$$k_o = \frac{Q_o \mu_o L}{\Delta P F}$$

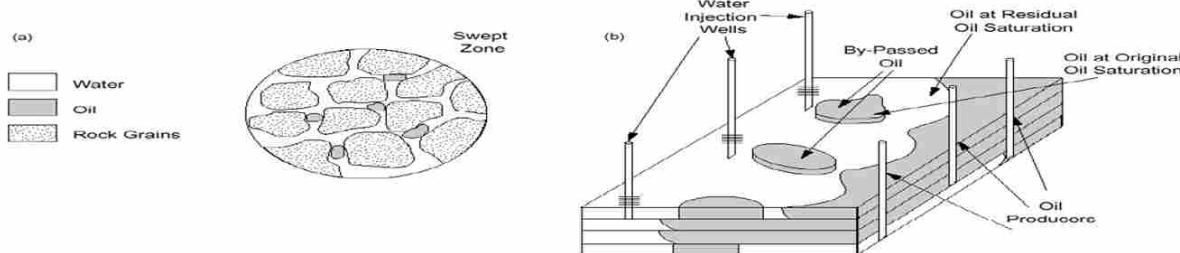
$$k_w = \frac{Q_w \mu_w L}{\Delta P F}$$

## 7 Семинар 01.04.2022

### 7.1 Вытеснение на микроуровне

#### Масштабы процесса вытеснения

- В процессе заводнения необходимо принимать во внимание различные масштабы в которых происходит вытеснение.
- **Пора или микроскопический масштаб**
- Остаточные или подвижные флюиды в зависимости от сил поверхностного взаимодействия, смачиваемости, вязкостей, размера пор и их распределения.
- **Больший, макроскопический масштаб**
- Поведение флюидов в масштабах лабораторного эксперимента на образце керна. Определяющие параметры это проницаемость, относительная проницаемость, капиллярное давление.
- **Масштаб месторождения**
- Распределение флюидов в масштабе месторождения. Неоднородность пласта. Перераспределение флюидов за счет действия сил гравитации



## Достоверность оценки КИН различными методами

$$КИН = K_{\text{выт}} \cdot K_{\text{окв}} \cdot K_{\text{рент}}$$

Система разработки  
+ ГТМ  
+ экономика

Метод оценки КИН	Необходимые данные	Точность
Статистическими методами	наличие данных по объекту	низкая
По месторождениям-аналогам	наличие данных по объекту, наличие базы аналогов	низкая или средняя
Коэффициентным методом (наличие лабораторных исследований по коэффициенту извлечению)	наличие лабораторных исследований по коэффициенту извлечения, наличие ГИС	средняя
На основе модели	наличие геологической и гидродинамической модели	средняя или высокая

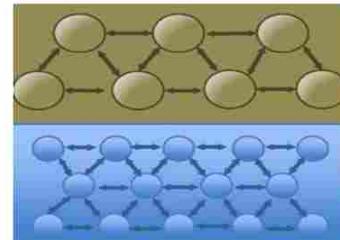
## 7.2 Смачиваемость

### Межфазное натяжение

---

Поверхность раздела двух фаз – это область ограниченной растворимости, толщина которой составляет не более нескольких молекул; данную поверхность можно представить в виде границы фаз, которая появляется, когда силы притяжения молекул, составляющих одну фазу, значительно превышают силы притяжения молекул разных фаз

Межфазное натяжение характеристика поверхности раздела фаз, которая обозначает энергию, необходимую на образование единицы площади этой поверхности



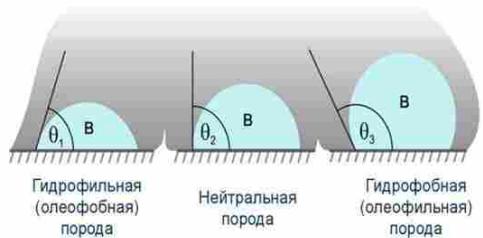
- Силы межфазного натяжения возникают на границе жидкость-жидкость, жидкость-газ
- Участвуют в формировании сил капиллярного давления, в процессе вытеснения нефти
- Межфазное натяжение зависит от плотности, сжимаемости и теплоты фазового перехода, снижается при росте температуры и давления
- Если две несмешивающиеся жидкости находятся на поверхности твердого тела, то поверхностное натяжение приводит к образованию характерного угла смачиваемости

## ПОНЯТИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ

**Смачиваемость** – это способность одного флюида растекаться по поверхности твердого тела под влиянием поверхностно-молекулярных сил в присутствии другого несмешивающегося флюида

Характеризует взаимодействие между флюидами и твёрдым телом

### Типы пород



### Уравнение равновесия Юнга

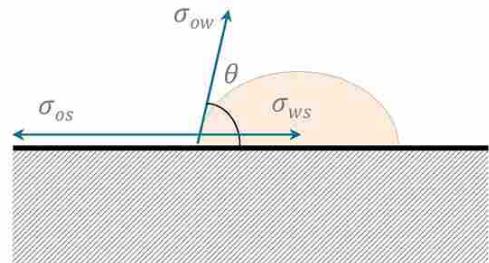
$$\sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cdot \cos\theta$$

$\sigma_{os}$  – сила поверхностного натяжения между нефтью и твердой поверхностью

$\sigma_{ws}$  – сила поверхностного натяжения между водой и твердой поверхностью

$\sigma_{ow}$  – сила поверхностного натяжения между нефтью и водой

$\cos\theta$  – краевой угол смачивания



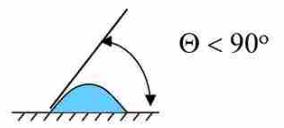
(С) Юдин Е.В.

12

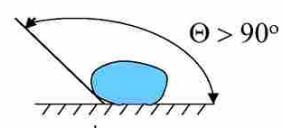
## РАЗДЕЛЕНИЕ ПОРОД ПО СМАЧИВАЕМОСТИ

---

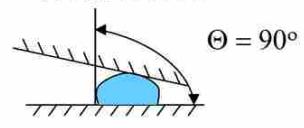
Смачиваемые водной фазой



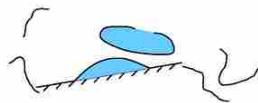
Смачиваемые нефтяной фазой



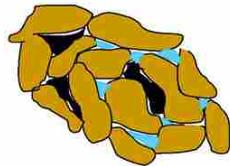
Промежуточной смачиваемости



Смешанной смачиваемости



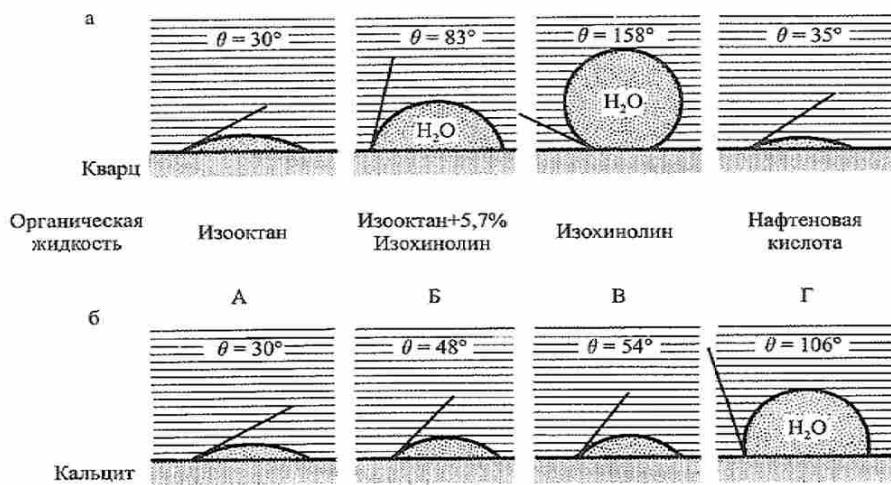
Фракционной (фрагментарной) смачиваемости



(С) Юдин Е.В.

13

## ПРИРОДА СМАЧИВАЕМОСТИ

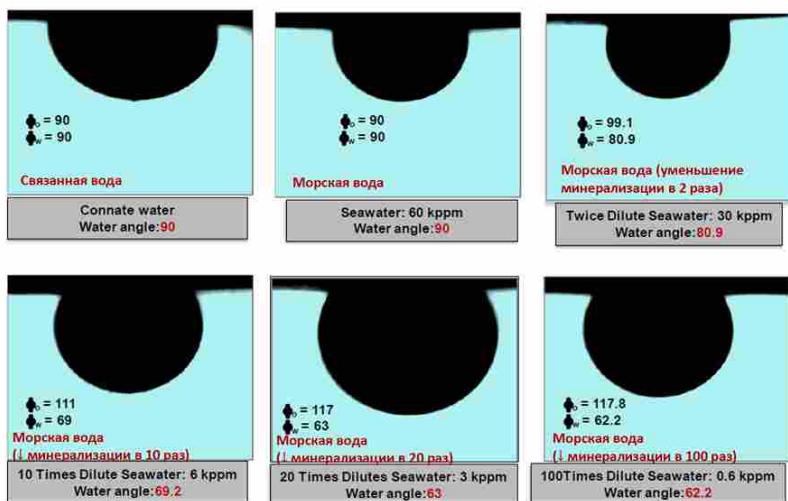


- Смачиваемость зависит как от минерального состава породы, а также свойств и состава пары жидкостей
- Природа смачиваемости пласта-коллектора обусловлена наличием или отсутствием в нефти полярных соединений, т.е углеводородов, содержащие азот, кислород или серу, или соединений, образующих на поверхности пленку (например, асфальтены)

(С) Юдин Е.В.

14

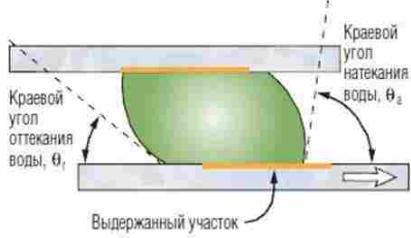
## Зависимость смачиваемости воды от минерализации



Источник: SPE 137634  
Laboratory Investigation of Novel Oil Recovery  
Method for Carbonate Reservoirs

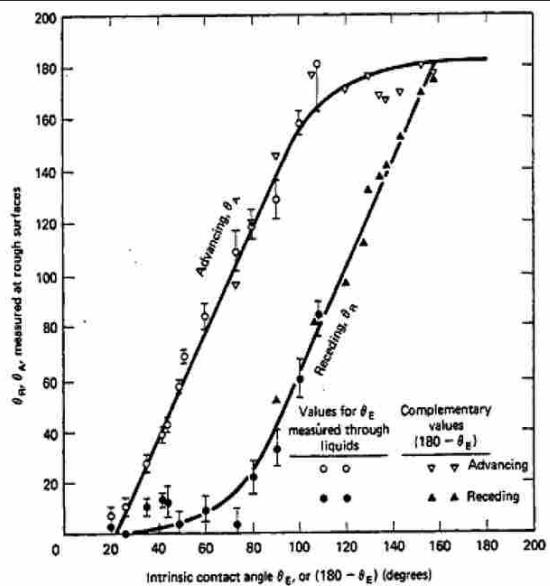
Fig. 12. Images of contact angle measurements of carbonate rock samples with reservoir live oil and connate water, injection seawater, and different dilution versions of seawater. The measurements conducted at reservoir conditions.

## ГИСТЕРЕЗИС КРАЕВОГО УГЛА СМАЧИВАНИЯ



**Возможные причины гистерезиса:**

- Шероховатость поверхности
- Неоднородность



$\theta_A$  – наступающий краевой угол смачивания

$\theta_R$  – отступающий краевой угол смачивания

$\theta_E$  – истинный краевой угол (из формулы Юнга-Дюпре)

(С) Юдин Е.В.

16

## МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМАЧИВАЕМОСТИ

---

- **Прямой замер краевого угла** – требуется длительное время для замера (сотни-тысячи часов)
- **Метод Аммота** – комбинированный способ исследования керна при впитывании-вытеснении жидкости
- **Капиллярный метод исследования** (определение вида жидкости (нефть или вода), которая будет вытеснена одна другой при впитывании из стеклянного капилляра)  
*Допущение: свойства стеклянной поверхности капилляра и коллектора одинаковы*
- **Метод ядерно-магнитной релаксации** (для определения гидрофильных/гидрофобных частей поверхности) – линейная зависимость между скоростью релаксации и размером гидрофобной поверхностью
- **Метод определения относительной водосмачиваемости образцов керна** (Холбрук и Бернард) – гидрофильная поверхность абсорбирует краситель, гидрофобная – нет

(С) Юдин Е.В.

17

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТЕ

В гидрофильном:

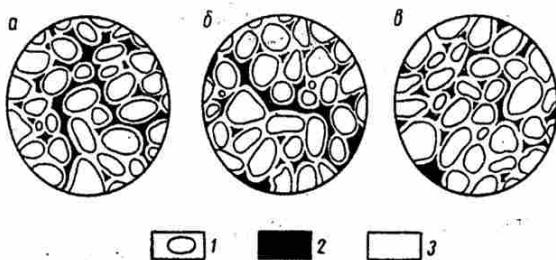


Рис. II.5. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофильном пласте;  
1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия движения;  
б — средняя стадия движения; в — после промывания водой

В гидрофобном:

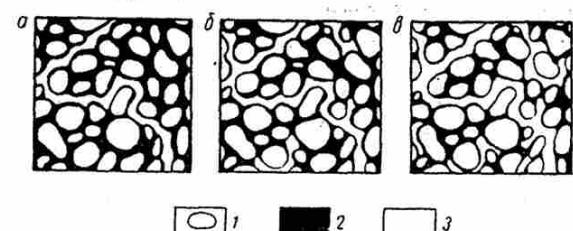


Рис. II.6. Распределение жидкостей при заводнении в гидрофобном пласте:  
1 — зерно песка; 2 — нефть; 3 — вода; а — начальная стадия;  
б — средняя стадия; в — рациональный предел промывания

Распределение смачивающей или несмачивающей фазы в поровом пространстве зависит не только от насыщенности этой фазы, но также и от характера изменения насыщенности

**Дренирование** – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы (например, заводнение гидрофобного пласта)

**Процесс пропитывания** - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы (например, заводнение гидрофильного пласта)

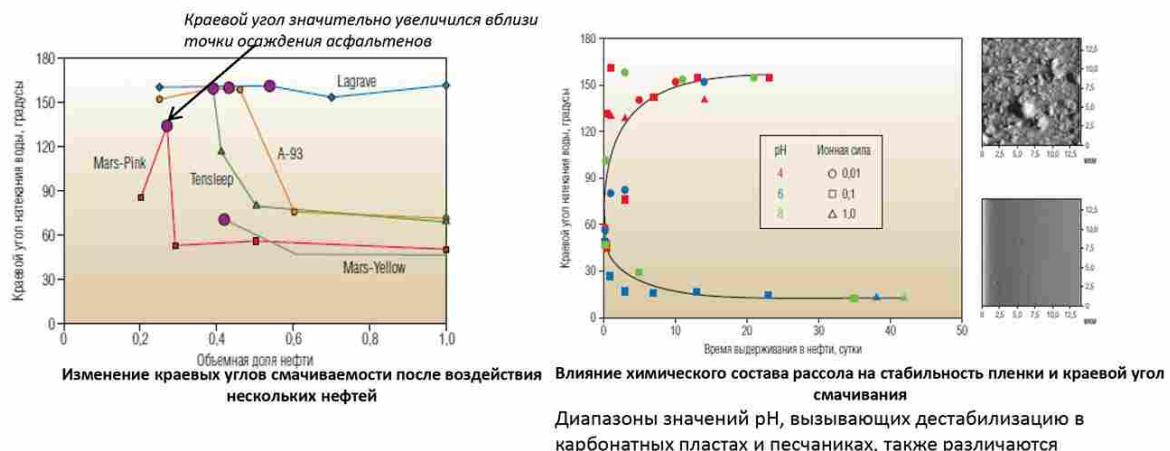
(С) Юдин Е.В.

18  
18

## ИЗМЕНЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ

Состав нефти – главная причина изменения смачиваемости естественно гидрофильной поверхности, потому что все компоненты, изменяющие ее, сосредоточены в нефтяной фазе  
Компоненты: полярные соединения, содержащиеся в смолах и асфальтенах

Нефть являющаяся плохим растворителем для собственных ПАВ, будет иметь большую склонность изменять смачиваемость, чем хорошо растворяющая нефть



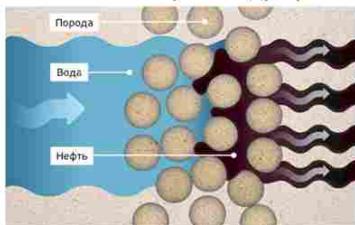
Смачиваемость карбонатных пластов также зависит от специфических взаимодействий с карбоновыми кислотами и реакционной способности карбонатных минералов

(С) Юдин Е.В.

19

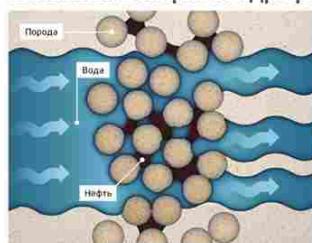
## Влияние смачиваемости пород на эффективность заводнения

### Вытеснение нефти в гидрофильном коллекторе



Наиболее эффективное вытеснение нефти в гидрофильном коллекторе (остаточная нефть в глобулах в центре крупных пор)

### Вытеснение нефти в гидрофобном коллекторе



Большинство гидрофобных пород лучше смачиваются нефтью, чем водой (остаточная нефть образует пленки на зернах породы и остается в узких порах)

[Журнал «Сибирская нефть», 2017, №138 \(февраль\)](#)

### 7.3 Капиллярное давление

#### Капиллярное давление

**Капиллярное давление** – разница между давлениями несмачивающей и смачивающей фаз на границе их раздела

$$\text{Силы, направленные вверх} = 2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta$$

Подъем воды в капилляре

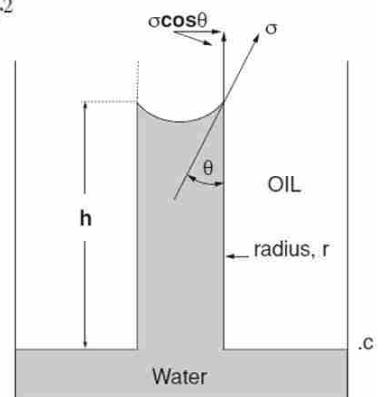
$$\text{Силы, направленные вниз} = (\rho_w gh - \rho_o gh)\pi r^2 = gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2$$

С учетом достигнутого равновесия получаем:

$$2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta = gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2$$

$$\frac{gh(\rho_w - \rho_o)\pi r^2}{\pi r^2} = \frac{2\pi r \sigma_{wo} \cos\theta}{\pi r^2} = P_c$$

$$P_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} = gh(\rho_w - \rho_o)$$



## Капиллярное давление

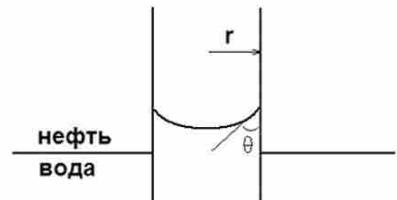
**Капиллярное давление** — это перепад давлений на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей, одна из которых смачивает поверхность породы лучше другой

$$P_c = P_2 - P_1 = \frac{2\sigma \cos \theta}{R} \quad (\text{Частный случай уравнения Лапласа})$$

$\sigma$  - межфазное натяжение (свободная энергия на поверхности между двумя несмешивающимися флюидами)

$R$  - радиус порового отверстия

$\theta$  - смачиваемость (краевой угол смачивания между жидкостью и твердым телом)



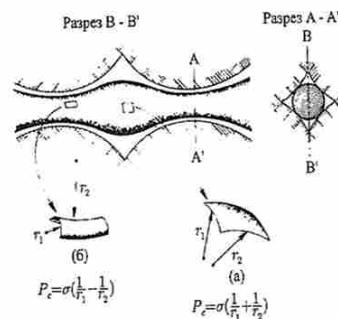
Уравнение Лапласа , описывающие разность давлений для двух граничащих фаз:

$$P_o - P_w = \sigma_{ow} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$r_1$  и  $r_2$  – радиусы кривизны раздела сред

$P_c > 0$       для гидрофильных пород

$P_c < 0$       для гидрофобных пород

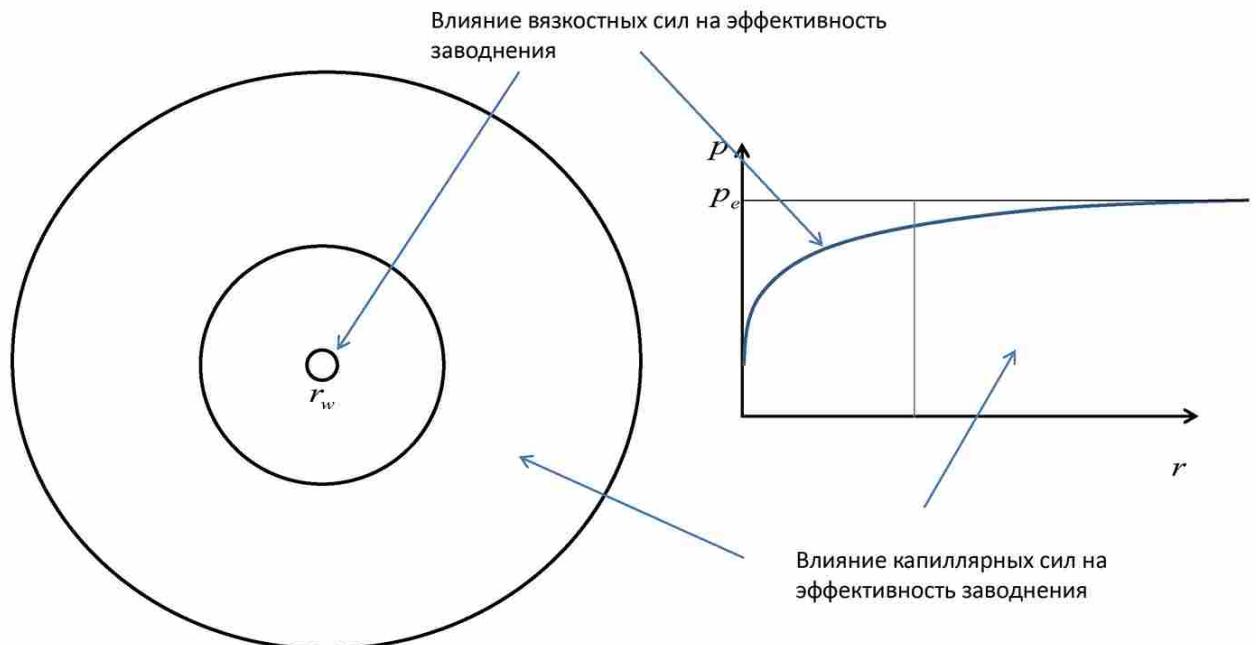


(c) Юдин Е.В.

24

## Влияние капиллярных сил

Влияние капиллярных сил – критично!!!

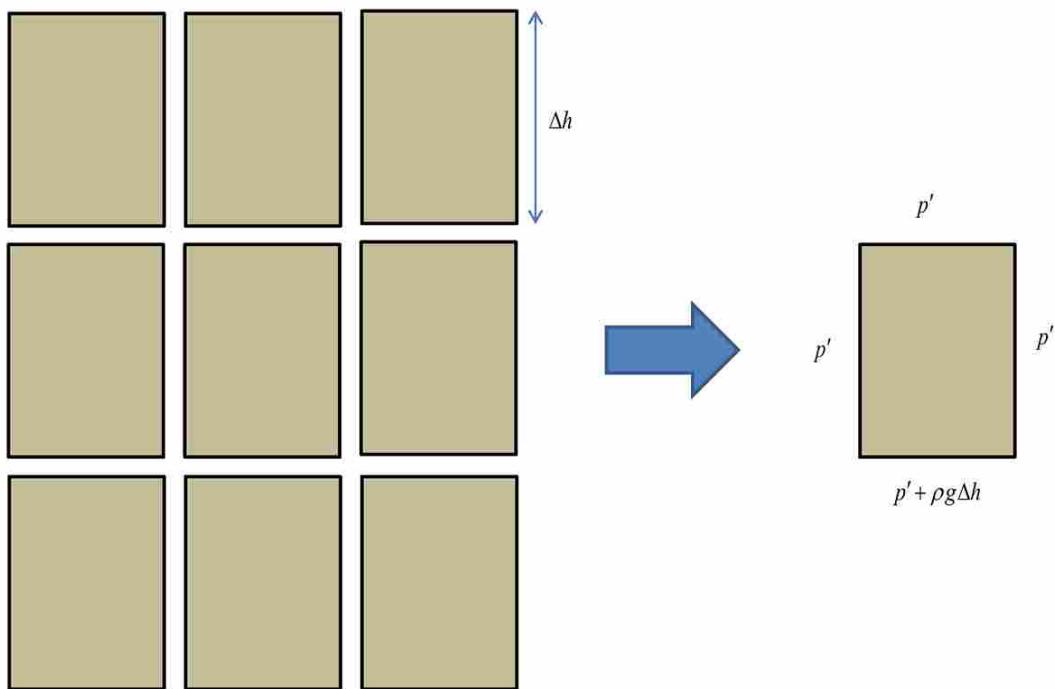


(с) Юдин Е.В.

25

## Влияние капиллярных сил в трещиноватом коллекторе

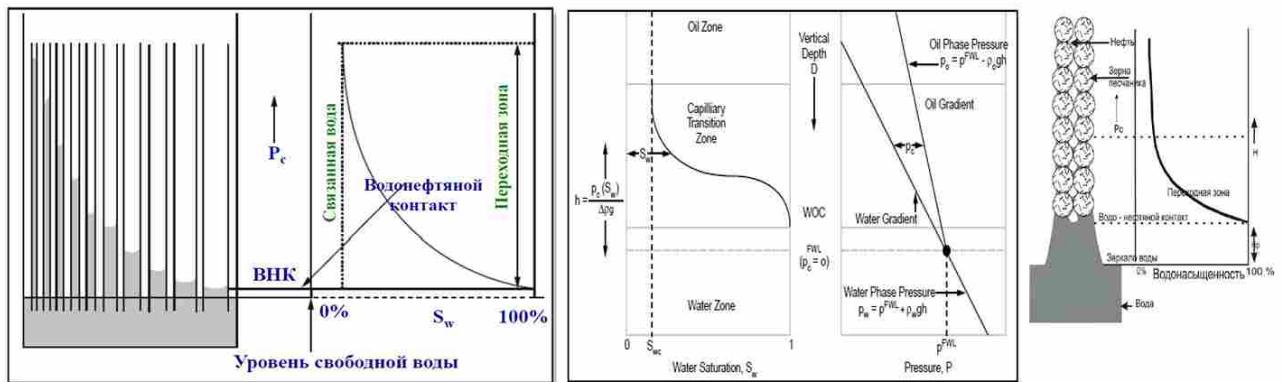
Влияние капиллярных сил – критично!!!



(с) Юдин Е.В.

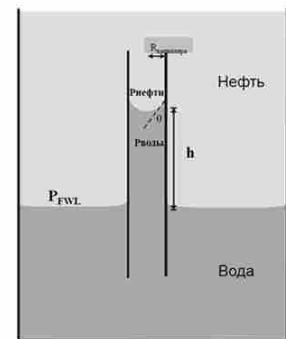
26

## Капиллярное давление



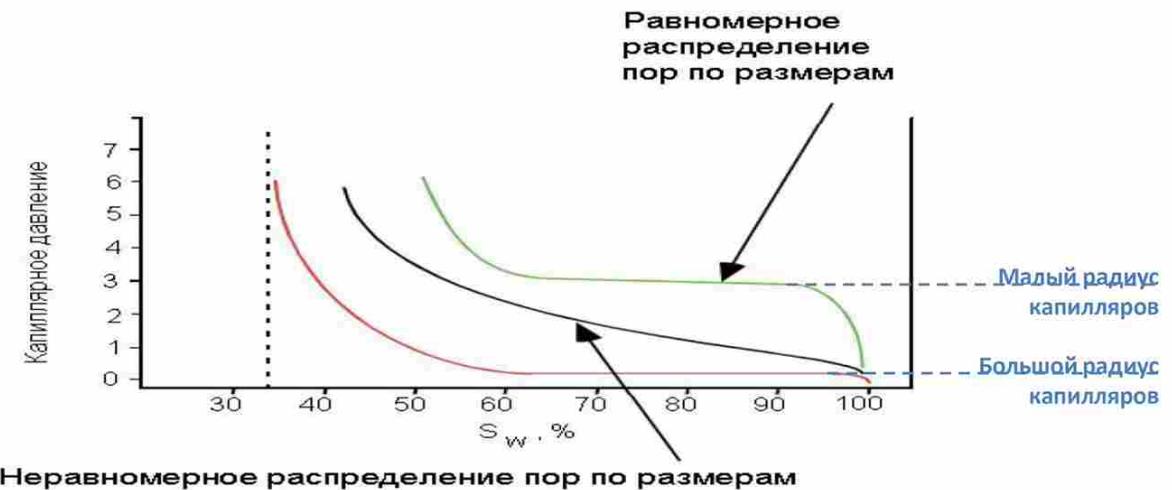
Капиллярное давление равно нулю на уровне «зеркала свободной воды» - FWL - free water level

$$P_c = \frac{2\sigma_{wo} \cdot \cos\theta}{R_{cap}} = (\rho_{\text{воды}} - \rho_{\text{нефти}}) \cdot g \cdot h$$



## Капиллярное давление: распределение пор по размерам

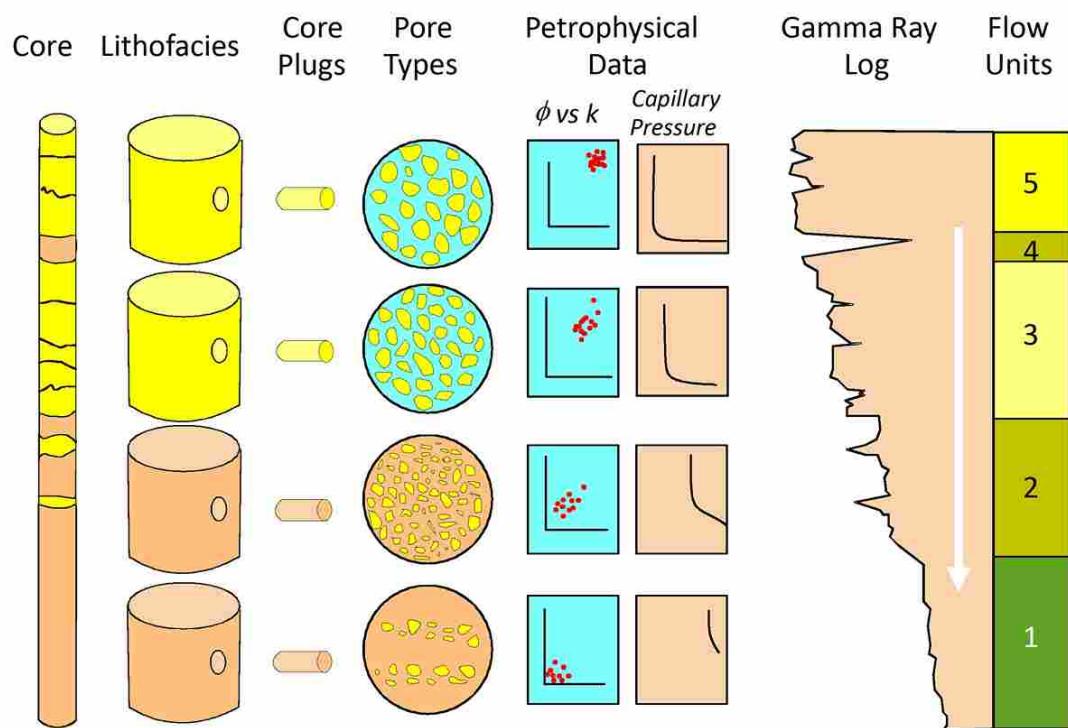
Кривая капиллярного давления косвенно характеризует гетерогенность коллектора



(с) Юдин Е.В.

28

## Зависимость капиллярного давления от $k, \phi$



(с) Юдин Е.В.

29

## 7.4 Функция Леверетта

### Функция Леверетта

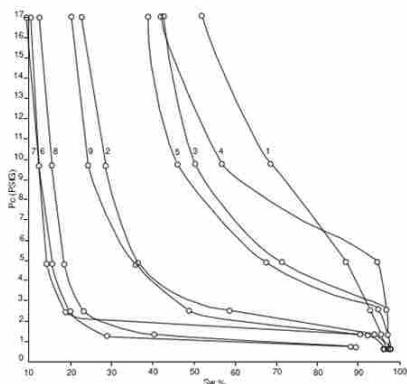
**Проблема:** В лаборатории для каждого образца керна получается своя капиллярная кривая. Какую использовать для всего пласта?

**Решение:** Функция Леверетта

**Допущение:** Поровая среда представляет собой пучок несвязанных капилляров, извилистость постоянна



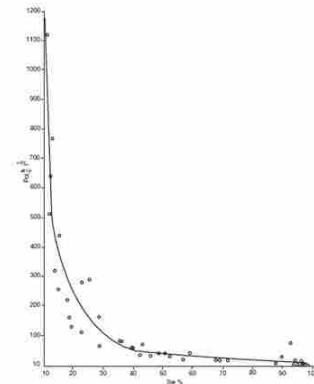
**Замечание:** Чем больше это допущение отличается от реальности, тем корреляция J-функцией менее эффективна



$$J = \frac{CP_c \sqrt{\frac{k}{\varphi}}}{\sigma \cos \theta}$$

Нормализует все капиллярные кривые

- J-функция безразмерная
- $\sqrt{\frac{k}{\varphi}}$  - пропорционально радиусу пор



Универсальной капиллярной кривой не существует, так как свойства породы влияющие на капиллярные давления в пласте, сильно изменяются для разных литологий

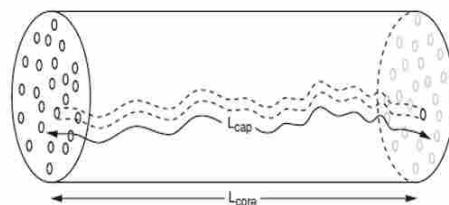
(c) Юдин Е.В.

30

J-функция Леверетта позволяет аппроксимировать разные капиллярные кривые для характеристизации капиллярного давления во всем резервуаре.

Если предположить, что извилистость набора трубок (капилляров) ( $L_{cap}/L_{core}$ ) одинакова во всех точках, то:

$$\frac{1}{\text{constant}} = \frac{P_c \left( \frac{K}{\phi} \right)^{\frac{1}{2}}}{\sigma \cos \theta} = J$$

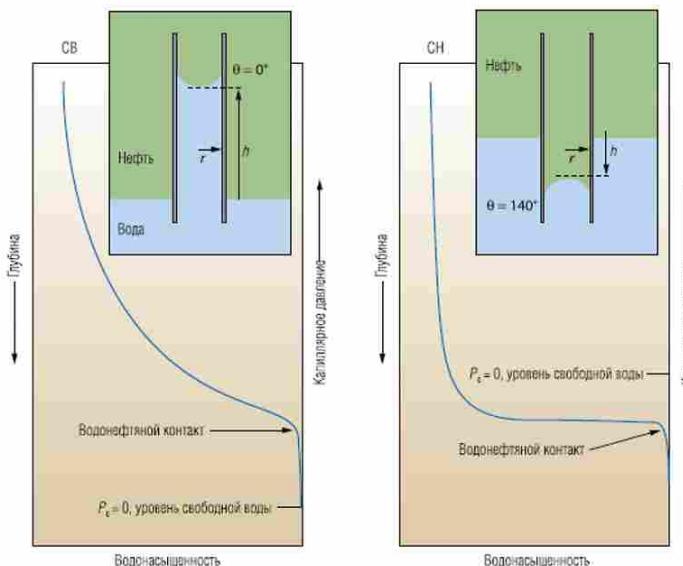


Для российской промысловой СЕ J-функция рассчитывается:

$$J(S_w) = \frac{3.162 \times 10^{-3} \times P_c \times \sqrt{\frac{k}{\phi}}}{\sigma_w \cos \theta}$$

**Способ нормализации значений  $P_c$  по образцам с различными значениями пористости и проницаемости**

## Формирование переходной зоны



**Уровень свободной воды (УСВ)** – уровень, где капиллярное давление в системе «вода-нефть» равно нулю.

Водонефтяной контакт (ВНК) в гидрофильном пласте находится выше УСВ, что указывает на необходимость приложить давление, чтобы нефть проникла в самые большие поры.

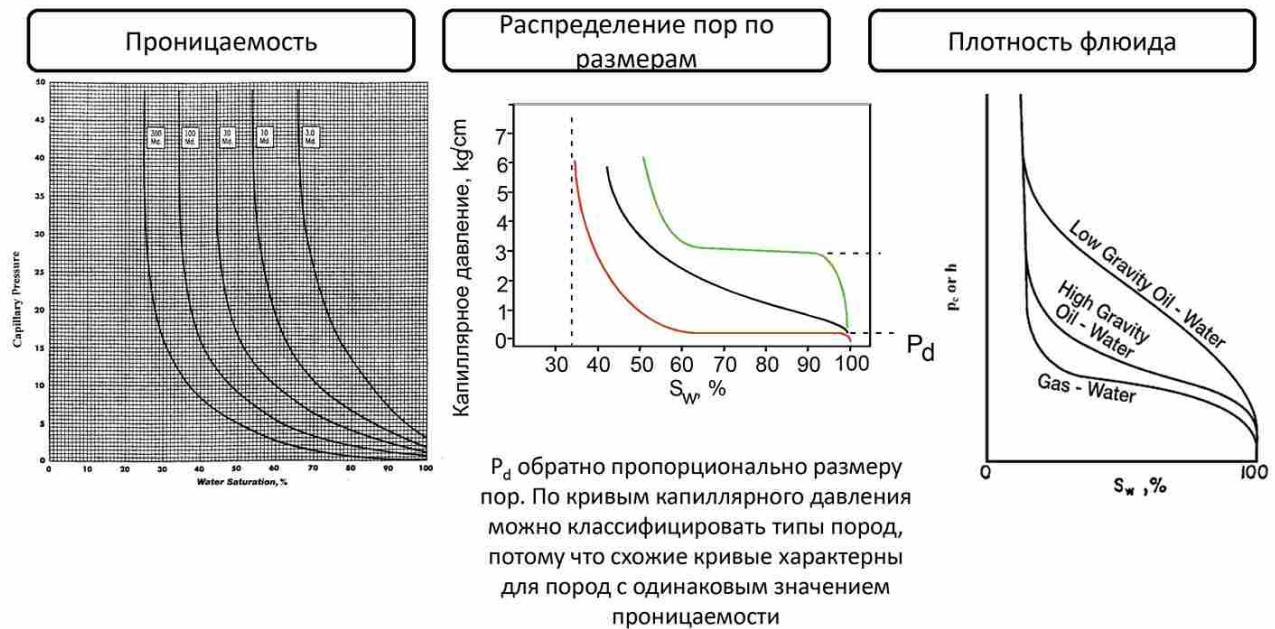
ВНК в гидрофобном пласте находится ниже УСВ, и для вытеснения нефти водной фазой из самых больших пор также требуется давление.

$P_c = P_{nw} - P_w$	где: $P_c$ = капиллярное давление	$h$ = высота капиллярного подъема
$P_c = \Delta p g h$	$P_{nw}$ = давление несмачивающей фазы	$\gamma$ = межфазное поверхностное натяжение
$P_c = 2 \gamma \cos\theta/r,$	$P_w$ = давление смачивающей фазы	$\theta$ = краевой угол смачивания
$\Delta p$ = разность плотностей фаз		$r$ = внутренний радиус капилляра
$g$ = ускорение свободного падения		

(c) Юдин Е.В.

32

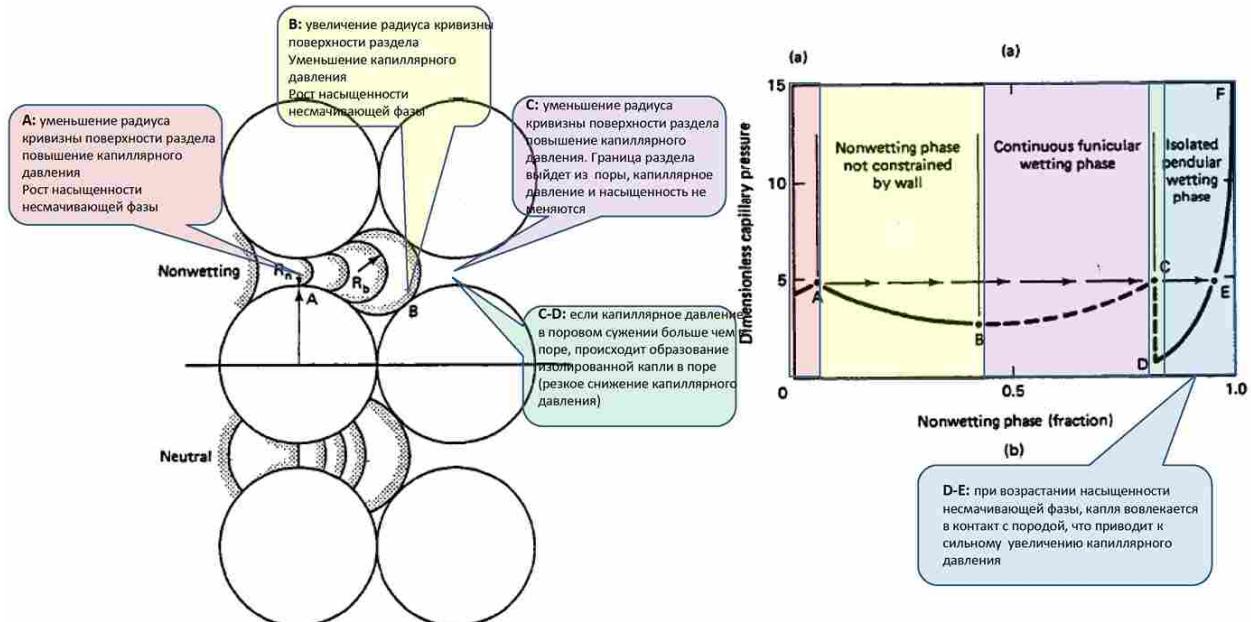
## Вид Кривой капиллярного давления



(с) Юдин Е.В.

33

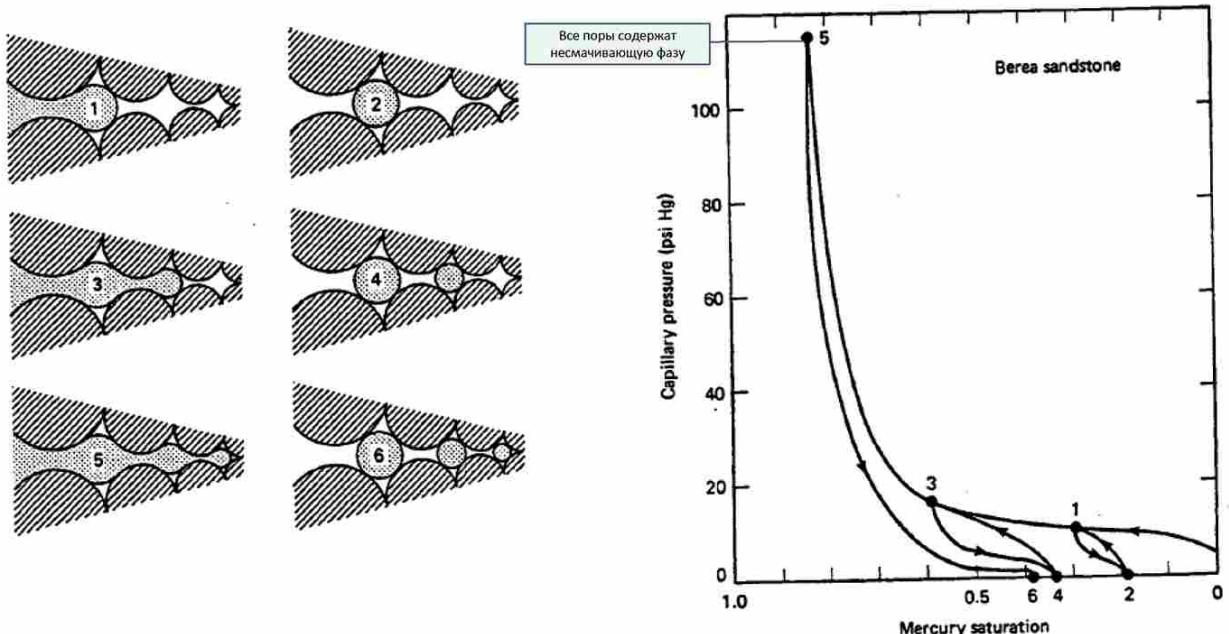
## Изменение капиллярного давления в поре



(c) Юдин Е.В.

34

## Гистерезис капиллярного давления: явления на микромасштабе



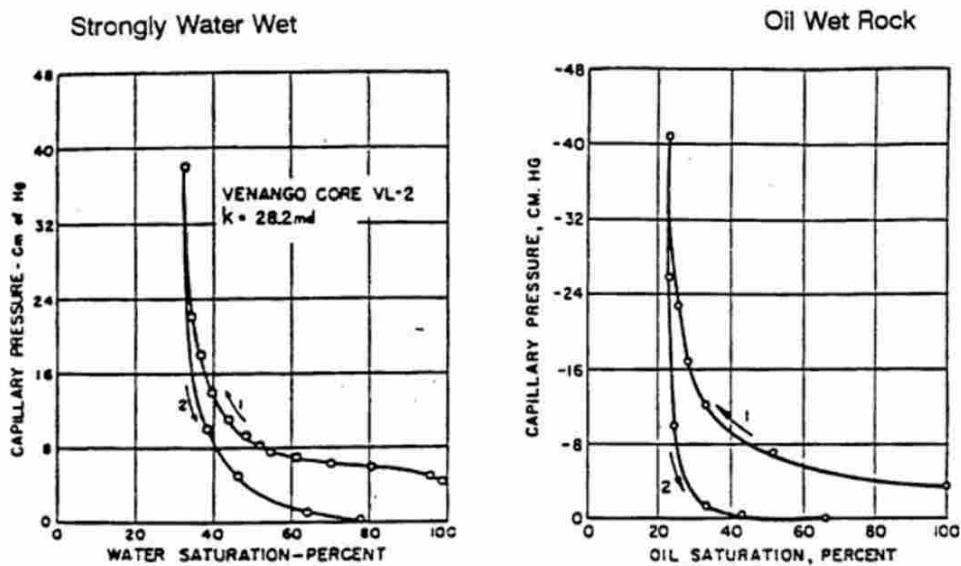
Дренирование – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы

Процесс пропитывания - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы

(c) Юдин Е.В.

35

## Гистерезис Капиллярных кривых для гидрофильных и гидрофобных пластов



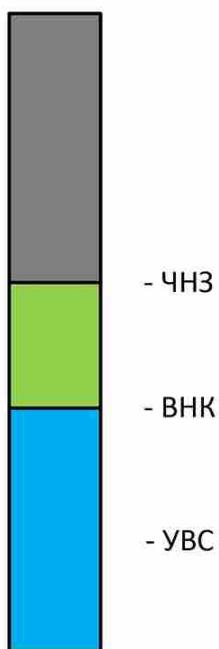
(с) Юдин Е.В.

36

## УВС и ВНК для гидрофильтрного коллектора

---

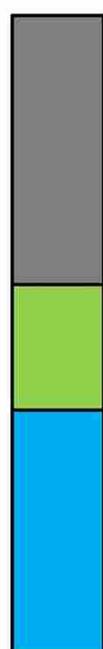
Почему УВС ниже ВНК – даже если насыщенность нефти нулевая?



(c) Юдин Е.В.

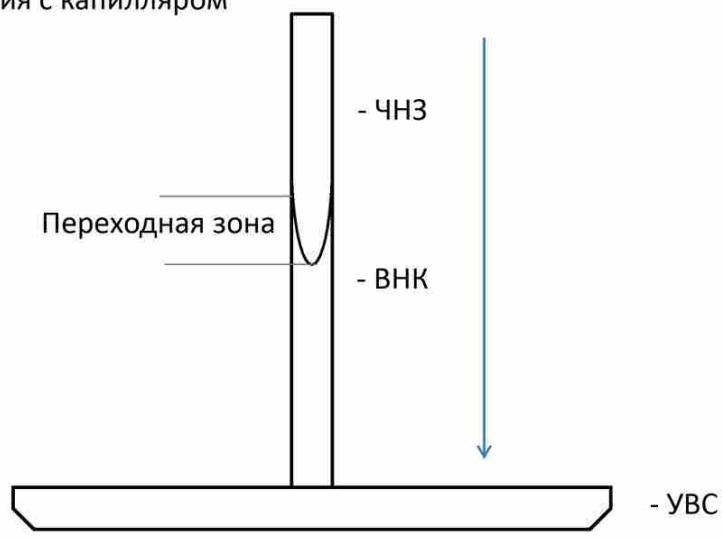
37

## УВС и ВНК для гидрофильтрного коллектора



Почему УВС ниже ВНК – даже если насыщенность нефти нулевая?

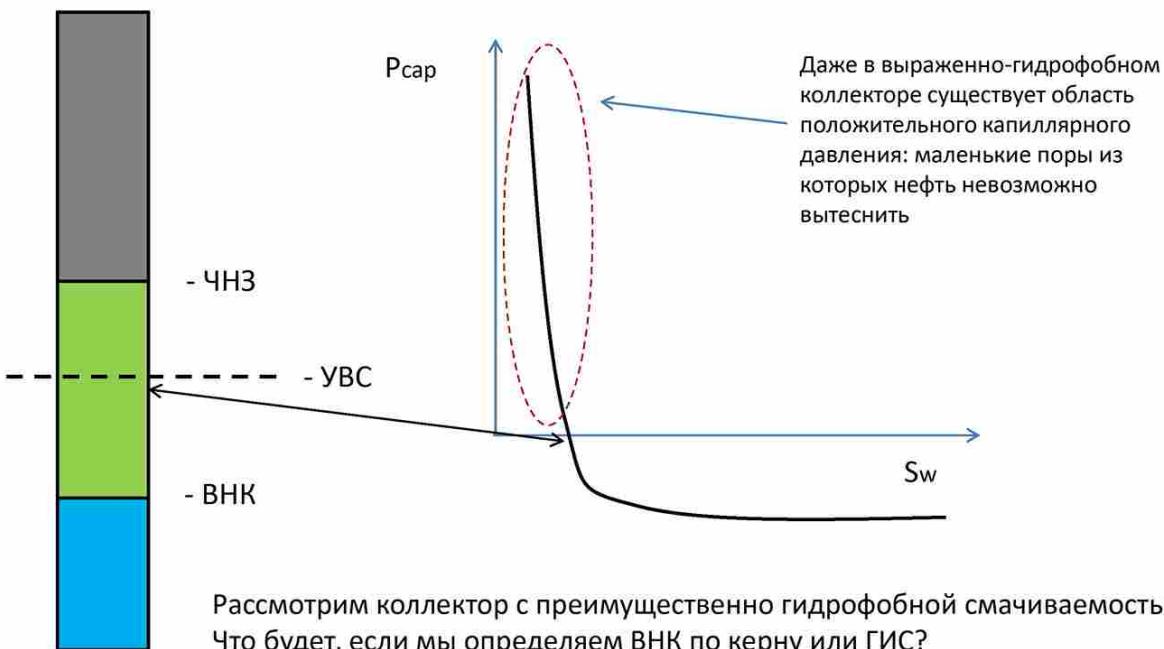
- аналогия с капилляром



(c) Юдин Е.В.

38

## УВС и ВНК для гидрофобного коллектора



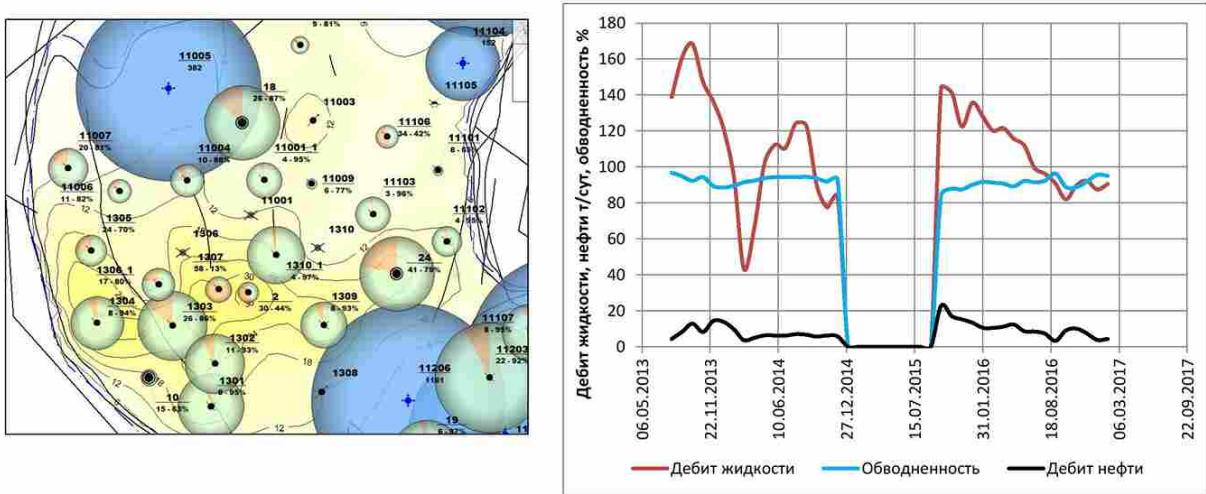
Кейс: Сихорейское месторождение

(c) Юдин Е.В.

39

## Пример: высокая нефтенасыщенность, скважина работает водой

- Скважина 11001 Северо-Хоседауского месторождения: приток нефти так и не был получен



- Найти и проанализировать работу скважины 11001 в ИС УМР

(с) Юдин Е.В.

40

## 8 Семинар 08.04.2022

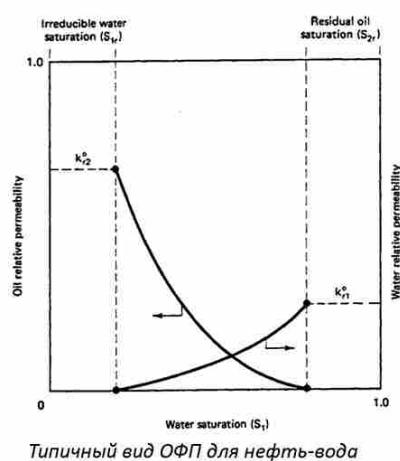
### 8.1 Относительные фазовые проницаемости

#### Относительные фазовые проницаемости

**Относительная проницаемость** - это отношение фазовой проницаемости фазы к абсолютной проницаемости среды

**Три типа абсолютной проницаемости среды:**

1. Абсолютная проницаемость по воздуху
2. Абсолютная проницаемость по воде
3. Фазовая проницаемость по нефти при остаточной насыщенности для смачивающей фазы



Типичный вид ОФП для нефть-вода

$S_{or}$  - остаточная нефтенасыщенность – нефть, остающаяся в тщательно отмытой области проницаемой среды

$S_{wr}$  - остаточная водонасыщенность

!!! ОФП – это множитель на проницаемость, зависящий от насыщенности фаз, но не зависящий от давления и градиента давления

(с) Один Е.В.

42

Эволюция моделей вытеснения:

- поршневое вытеснение (для очень хороших коллекторов);
- модель Баклея-Леверетта (после прохождения фронта воды за фронтом остается нефть; вода и нефть мешают друг другу течь)

Модель Баклея-Леверетта формулируется для двух типов флюида (например, нефти и воды)

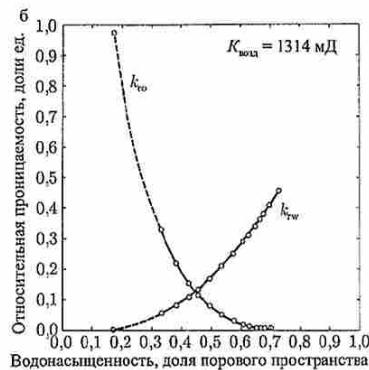
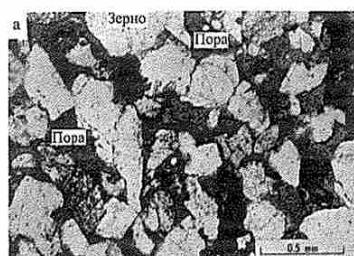
ОФП – функция от насыщенности данного типа флюида. Является множителем на абсолютную проницаемость.

**Важна монотонность** зависимости ОФП от насыщенности данного типа флюида.

## Вид Относительных фазовых проницаемостей для различной проницаемости

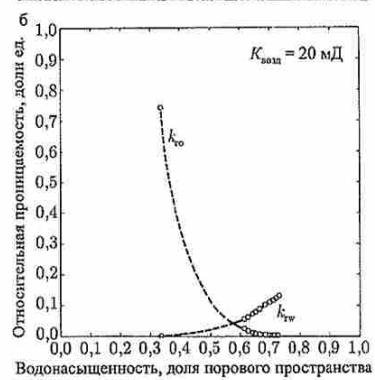
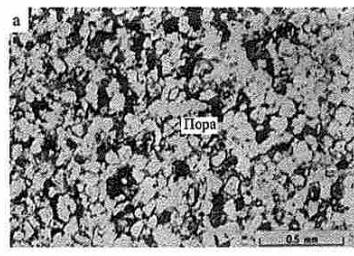
Высокая проницаемость

Песчаник с крупными хорошо связанными порами



Низкая проницаемость

Песчаник с мелкими хорошо связанными порами

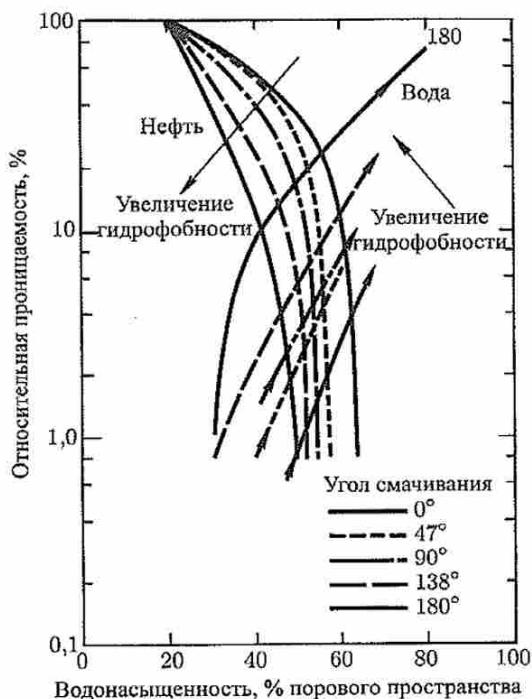


(с) Юдин Е.В.

43

Чем выше проницаемость, тем ниже значение остаточной водонасыщенности: в песчанике с крупными порами небольшие капиллярные давления. Так как они небольшие, то и намертво связанной воды тоже немного.

## Вид ОФП для Различных состояний смачиваемости при увеличении гидрофобности



С увеличением гидрофобности относительная проницаемость по воде увеличивается, а по нефти уменьшается

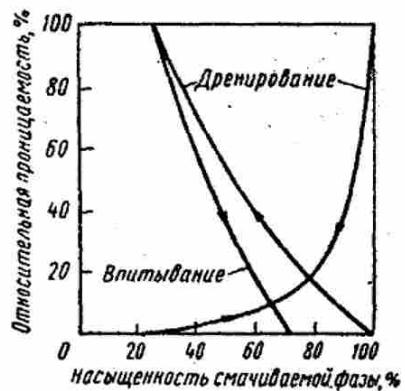
(c) Юдин Е.В.

44

## Относительные фазовые проницаемости

**Дренирование** – процесс при котором увеличивается насыщенность несмачивающей фазы (миграция нефти в пласт)

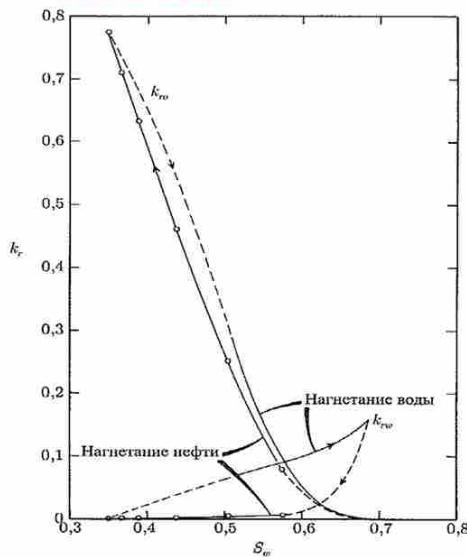
**Процесс пропитки** - процесс при котором увеличивается насыщенность смачивающей фазы (например заводнение для гидрофильтрных пластов)



Экспериментальные данные показывают, что относительная проницаемость для конкретной породы зависит от свойств флюидов и взаимодействия флюид-порода, но не зависит от градиента давления

## Гистерезис относительной фазовой проницаемости

Относительная проницаемость зависит от метода достижения определенной насыщенности пористой среды



Гистерезис фазовых кривых тесно связан с гистерезисом кривых капиллярного давления

Факторы влияющие на гистерезис:

- Шероховатость поверхности
- Величина угла смачиваемости
- Гистерезис угла смачиваемости

Если в процессе интенсификации добычи нефть мобилизуется, образуя подвижную нефтяную зону или область повышенной насыщенности, метод насыщения путем пропитывания изменяется на дренирование, и наоборот

Практическое применение ограничено из-за необходимости обоснования использования в промысловых расчетах подходящей кривой фазовой проницаемости

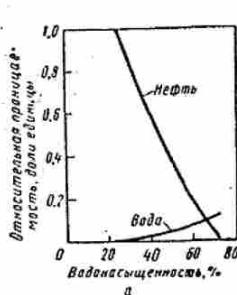
(c) Юдин Е.В.

46

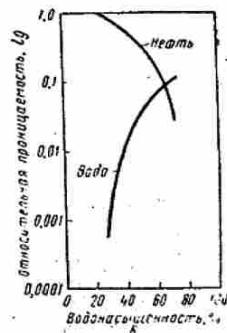
На принципе гистерезиса ОФП построен метод увеличения нефтеотдачи (МУН), называемый циклическим заводнением. В 2008-2010 годах был очень популярен.

## Типичные кривые относительных фазовых проницаемостей для гидрофобных и гидрофильных коллекторов

В гидрофильном:

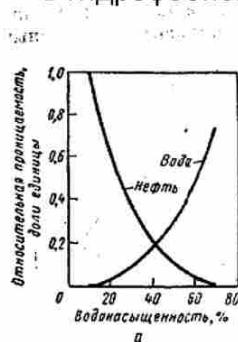


*a*

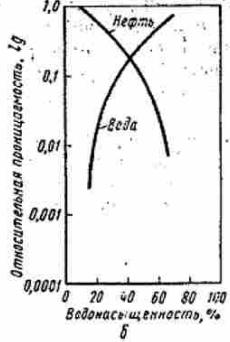


*b*

В гидрофобном:



*a*



*b*

### Основные различия в свойствах потоков при разной фильтрации породы

	Гидрофильная среда	Гидрофобная среда
Насыщенность связанный водой	Обычно больше 20-25% (порового объема)	Обычно меньше 15%, часто меньше 10%
Насыщенность, при которой относительные проницаемости для воды и для нефти одинаковы	Водонасыщенность больше 50%	Водонасыщенность меньше 50%
Относительная проницаемость для воды при максимальной водонасыщенности, т. е. при полном заводнении	Обычно меньше 30%	Больше 50%, приближается к 100%

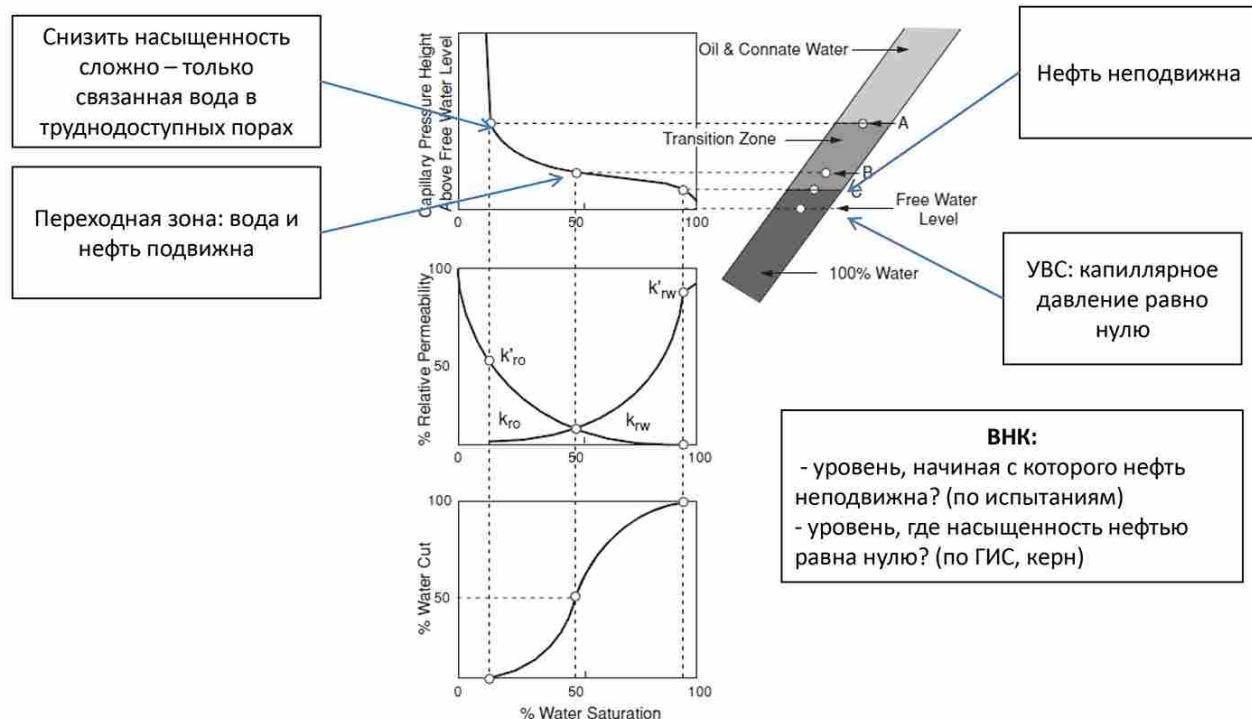
**Вопрос: какие фазовые проницаемости используются для трещин в двойной среде?**

(с) Юдин Е.В.

47

В гидрофобном коллекторе проблемы при заводнении: прорывы, не будет вытеснения. Чисто гидрофобных коллекторов мало, но даже коллектора с промежуточной смачиваемостью – это уже большая проблема.

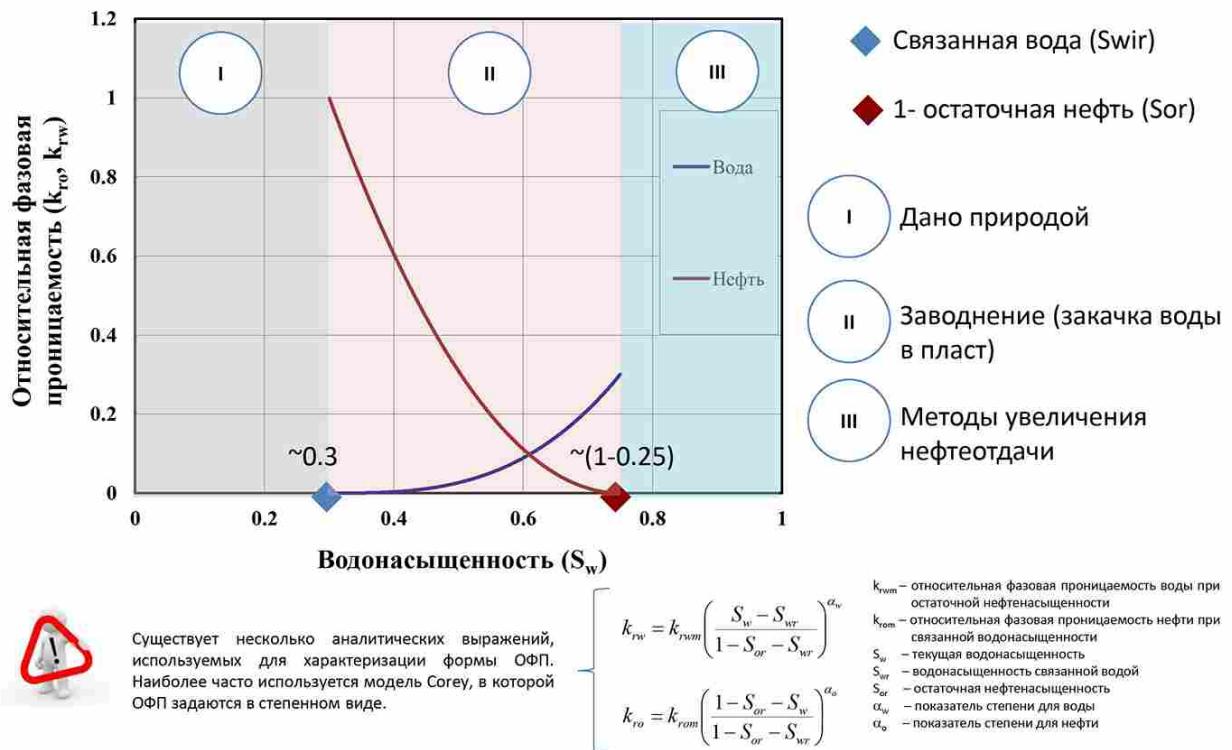
## Взаимосвязь между капиллярным давлением, относительными проницаемостями и кривой фракциального потока



(c) Юдин Е.В.

48

## Относительная фазовая проницаемость

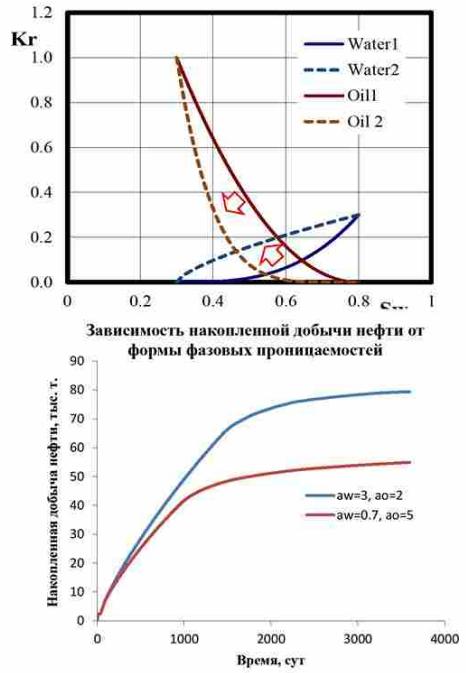
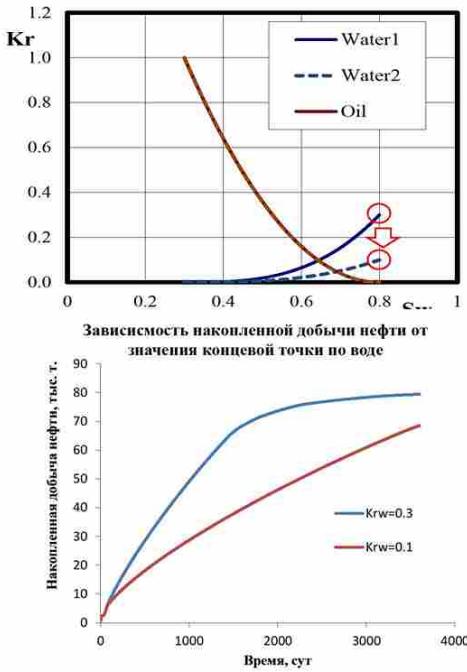


В модели Баклея-Леверетта давление в законе Дарси для воды и для нефти одно и то же.

Если рассматриваем композиционное моделирование, то для каждой компоненты зваписываем закон Дарси.

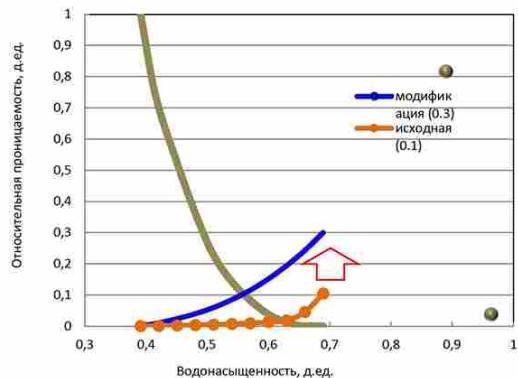
## Неопределенность. ОФП

Влияние параметров относительных фазовых проницаемостей на динамику добычи



## Неопределенность. ОФП

### Пример влияния неопределенности в ОФП



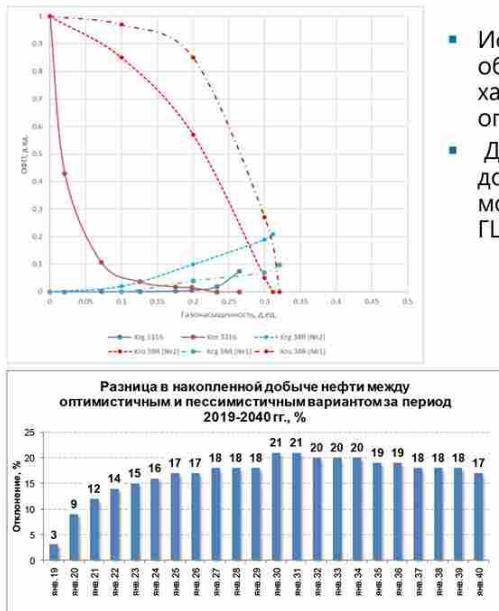
Как неопределенность влияет на  
планируемые решения по инфраструктуре?

Необходимо расширение  
инфраструктуры.  
Ограничения по инфраструктуре

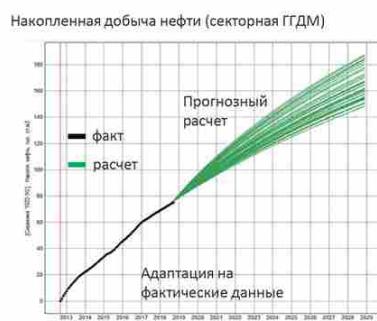


Выбор оптимального профиля  
добычи нефти и жидкости  
(мощность инфраструктуры при  
которой NPV максимальен)

## Неопределенность ОФП в системе нефть-газ

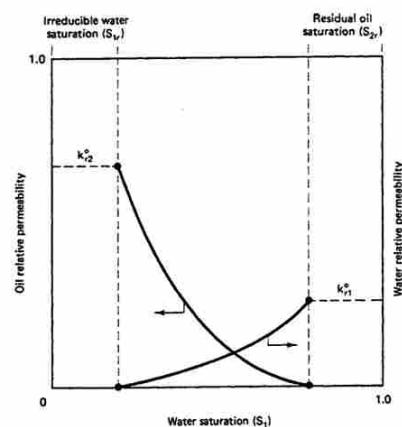


- Исследования на ОФП в системе газ-нефть проведены на 3 образцах керна скважин 38R и 3316 и показывают разные характеристики подвижности нефти и газа. В ГДМ заложен оптимистичный вариант (с образцов керна 38R);
- Для оценки влияния кривых ОФП на прогнозный профиль добычи нефти проведен многовариантный расчет на секторной модели нефтяной скважины при одновременном отборе газа из ГШ.



## 8.2 Остаточная нефтенасыщенность

### Остаточная насыщенность



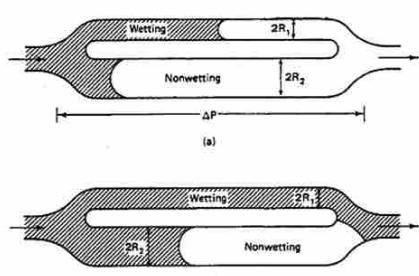
**Принципиальные модели защемления остаточной нефти:**

- Модель порового дуплета
- Модель изменяющейся поры

## Остаточные фазовые насыщенности

### Модель порового дуплета (Мур и Слобод, 1956)

Показывает пути движения флюидов по порам, имеющие разные радиусы



#### Предположения:

- Пуазейлевское (ламинарное) течение
  - Присутствие поверхности раздела не влияет на поток
- Оба предположения выполняются, если длина гораздо больше самого большого радиуса и течение очень медленное

Отношение средних скоростей дуплета:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{4Nvc + (\frac{1}{\beta} - 1)}{4Nvc}}{\frac{4Nvc}{\beta^2} - \beta^2(\frac{1}{\beta} - 1)}$$

Коэффициент неоднородности -  $\beta = \frac{R_1}{R_2}$

Локальное капиллярное число (число капиллярности) – безразмерное отношение вязкостных сил к капиллярным:

$$N_{vc} = \frac{\mu L_t g}{\pi R_1^3 \sigma \cos \theta}$$

$L_t$  – длина капилляра  
 $g$  – объемная скорость потока

Если капиллярные силы незначительны ( $N_{vc}$  – большое), то несмачивающая фаза будет уловлена на пути течения с небольшим радиусом

Если вязкостные силы незначительны, то несмачивающая фаза будет уловлена в капилляре с большим радиусом

#### Выводы:

1. Несмачивающая фаза улавливается в крупных порах, смачивающая фаза в мелких трещинах и изломах
2. Уменьшение капиллярных сил приводит к меньшему улавливанию
3. Улавливание происходит, если есть некоторая степень неоднородности  $\beta > 1$

#### Замечания:

- Эта модель сильно завышает количество остаточной нефтенасыщенности несмачивающей фазы при низком капиллярном числе
- Капиллярное число трудно определить в реальной среде

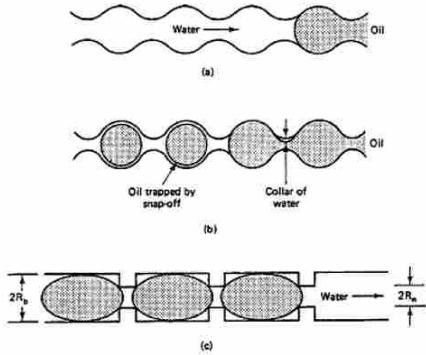
(c) Юдин Е.В.

55

## Остаточные фазовые насыщенности Модель изменяющейся поры

Показывает движение флюида через площади разного поперечного сечения

Капиллярное давление изменяется вдоль пути течения жидкости (в узких частях высокое, в широких - низкое)



Условия течения несмачивающей фазы:

$$\Delta\Phi_w + \Delta\rho g \Delta L \sin \alpha \geq \Delta P_c$$

$\Delta\Phi_w$  и  $\Delta P_c$  – изменения потенциала смачивающей фазы и капиллярного давления в капле

$\Delta L$  – размер капли

$$\text{Пренебрежем гравитацией: } \frac{\Delta\Phi}{\Delta L} \geq \frac{\Delta P_c}{\Delta L}$$

$$\text{Из закона Дарси: } \frac{\Delta\Phi}{\Delta L} = \frac{\varphi \mu v_w}{k} \quad \text{По определению: } \frac{\Delta P_c}{\Delta L} = \frac{\sigma \cos \theta}{(\Delta L)^2}$$

$$\text{Учитывая, что } \Delta L = \sqrt{\frac{k}{\varphi}}$$

Получим условие мобилизации нефти:

$$N_c \equiv \frac{v_w \mu_w}{\sigma \cos \theta} \geq C \quad \text{– Капиллярное число}$$

Экспериментально установлено

20% нефть улавливается в поровых дуплетах



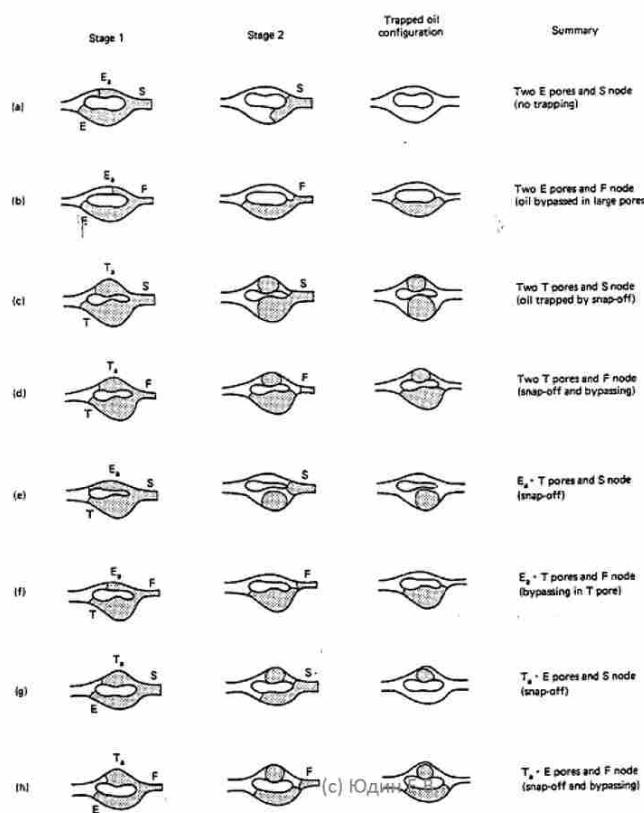
80% нефть улавливается при распаде несмачивающей фазы на капли

(c) Юдин Е.В.

56

## Механизмы улавливания нефти при низком капиллярном числе и конфигурация остаточной нефти в поровых дуплетах

---

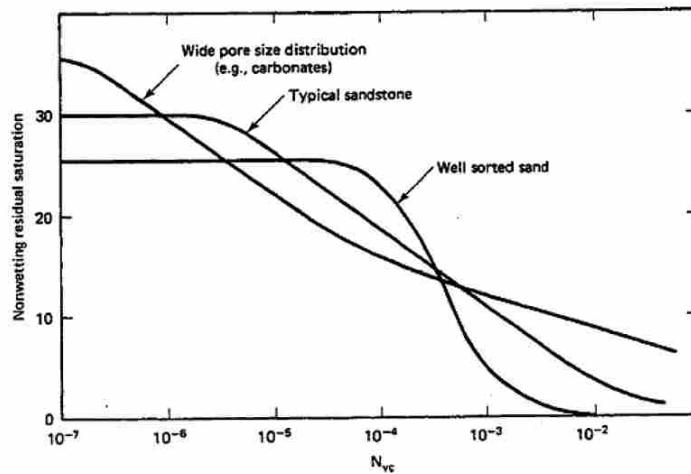


57

## Факторы влияющие на вид кривой капиллярного осушения

---

1. **Смачиваемость.** При промежуточной смачиваемости кривые должны сближаться.
2. **Распределение пор по размерам.** Диапазон ( $(Nv_c)_c$  и  $(Nv_c)_t$ ) возрастает с увеличением распределения пор по размерам как для смачивающей, так и для несмачивающей фаз



3. Диапазон ( $(Nv_c)_c$  и  $(Nv_c)_t$ ) для несмачивающей фазы больше, чем для смачивающей фазы

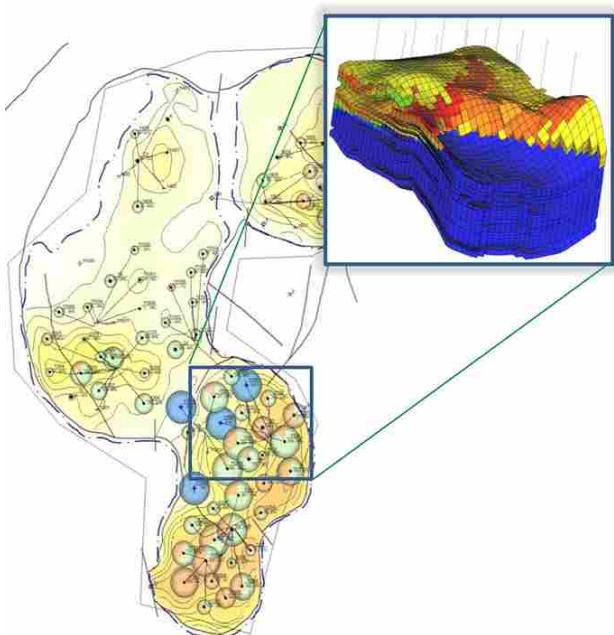
(с) Юдин Е.В.

60

## 9 Семинар 08.04.2022

### 9.1 Влияние микропараметров на эффективность вытеснения

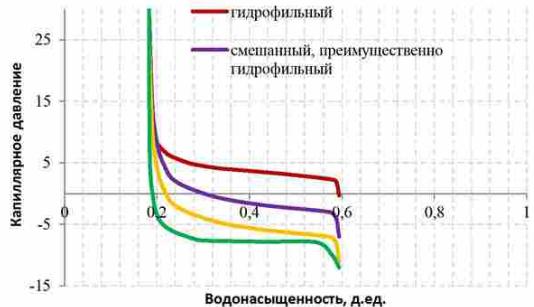
ПОДГОТОВКА К РАСЧЕТАМ НА СЕВЕРНО-ХОСЕДАЮСКОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ  
АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ К СТРУКТУРЕ ЗАПАСОВ КАРБОНАТНОГО  
КОЛЛЕКТОРА



Все подсчетные параметры и продуктивности идентичны

8 вариантов особенностей внутренней структуры запасов:

- Емкостные характеристики
  - Трещинно-поровый коллектор (1% запасов в трещинах)
  - Трещинно-кавернозно-поровый коллектор (20 % запасов в трещинах и кавернах)
- Тип смачиваемости
  - Гидрофильная
  - Гидрофобная
  - Смешанная преимущественно гидрофобная
  - Смешанная преимущественно гидрофильная



(С) Юдин Е.В.

62

На эффективность вытеснения (когда говорим про более сложные коллектора, чем гидрофильные песчаники) влияют 2 фактора:

- структура пустотного пространства (соотношение пор, трещин, каверн)
- смачиваемость (гидрофильность или гидрофобность)

В итоге, 8 возможных моделей с разной смачиваемостью и структурой пустотного пространства.

## АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ К СТРУКТУРЕ ЗАПАСОВ КАРБОНАТНОГО КОЛЛЕКТОРА. РАСЧЕТЫ

- 8 вариантов модификаций структуры запасов
- 3 режима разработки
- Всего 24 расчета

### КИН. Результаты

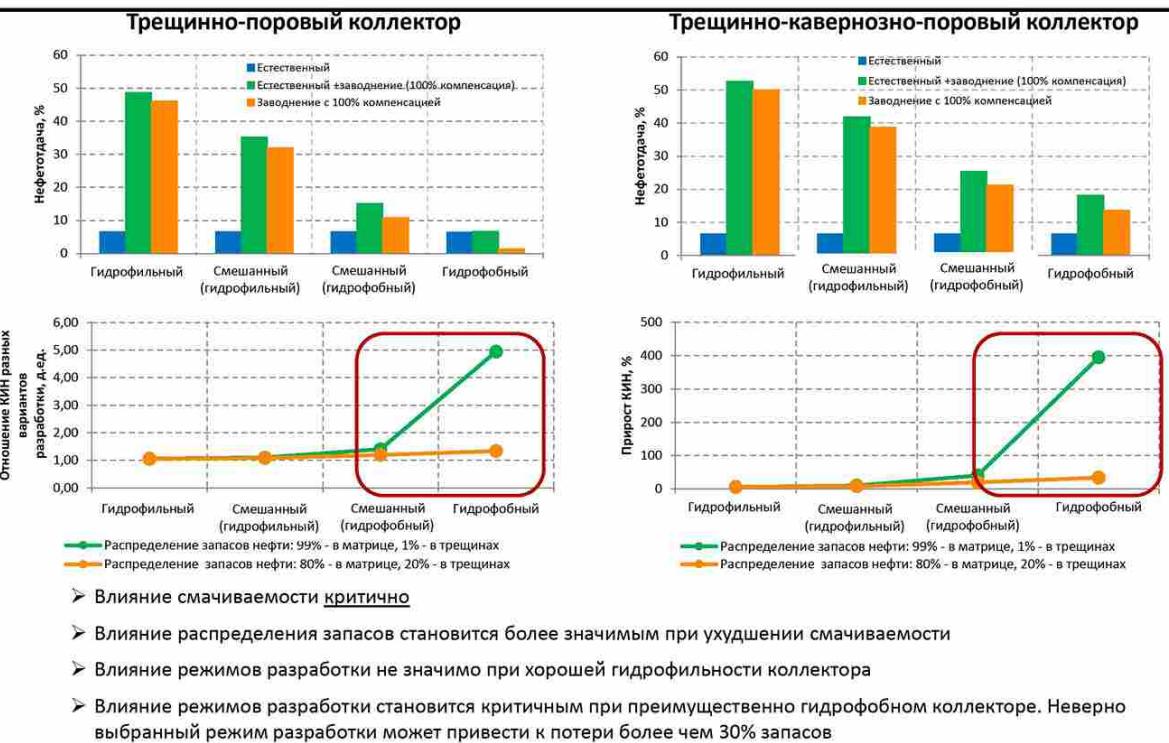
Варианты разработки	Распределение начальных запасов нефти: 99% - в матрице, 1% - в трещинах				Распределение начальных запасов нефти: 80% - в матрице, 20% - в трещинах и кавернах			
	Тип коллектора				Тип коллектора			
	Гидрофильный	Смешанный, преимущественно гидрофильный	Смешанный, преимущественно гидрофобный	Гидрофобный	Гидрофильный	Смешанный, преимущественно гидрофильный	Смешанный, преимущественно гидрофобный	Гидрофобный
Естественный	6.6	6.6	6.6	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5
Естественный + заводнение (100% компенсация)	48.8	35.2	15.1	7	52.6	41.9	25.4	18.2
Заводнение с 100% компенсацией	46.1	32.0	10.8	1.4	50.0	38.8	21.3	13.6

(С) Юдин Е.В.

63

Рассматриваем 3 возможных режима разработки: естественный, естественный с последующим заводнением и сразу с заводнением.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ



(С) Юдин Е.В.

64

## 9.2 Вытеснение на макроуровне. Система уравнений двухфазной фильтрации

### Вытеснение на макроуровне



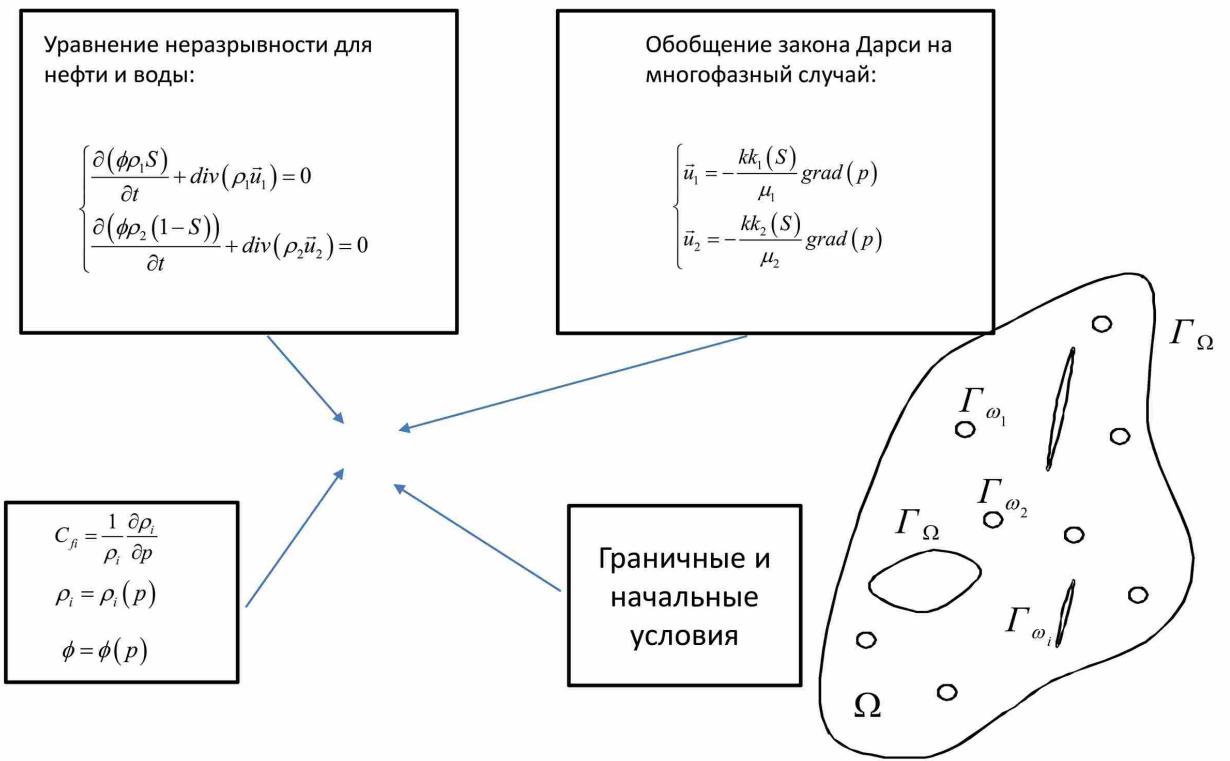
(с) Йодин Е.В.

67

На микроуровне проговорили: поверхностное натяжение, смачиваемость, капиллярные силы, капиллярное число, ОФП.

Но необходимо попытаться усреднить и упаковать в систему дифференциальных уравнений в частных производных, т.е. построить математическую модель.

# Система уравнений двухфазной фильтрации



(с) Юдин Е.В.

68

Используем:

- закон сохранения массы
- закон Дарси в многофазном случае
- замыкающие соотношения (связи основных параметров, например, плотности воды и давления)
- ГУ и НУ

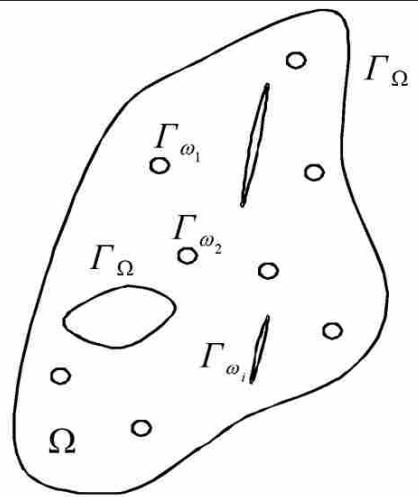
Физический смысл дивергенции: общий поток через бесконечно малую замкнутую поверхность.

По определению система дифференциальных уравнений локальна, так как это соотношения между бесконечно малыми в точке.

Необходимо найти функции насыщенности и давления такие, чтобы они удовлетворяли всем представленным уравнениям, НУ и ГУ.

# TBD: Система уравнений двухфазной фильтрации

$$L[p, S] = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\varphi S_i}{B_i} \right) + w_i + \operatorname{div}(\vec{u}_i) = 0 \\ \vec{u}_i = \frac{k k_i}{\mu_i B_i} (\operatorname{grad}(p_i) + \rho_i \vec{g}) \\ S_1 + S_2 = 1 \\ p_2 - p_1 = P_c(S_1), k_i = k_i(S_i) \\ B_i = B_i(p_i), \rho_i = \rho_i(p_i) = \frac{\rho_i^0}{B_i(p_i)} \\ \mu_i = \mu_i(p_i), \varphi = \varphi(p_i) \\ \varphi = \varphi(x, y, z, (S_1 p_1 + S_2 p_2)) \\ k = k(x, y, z) \end{cases}$$



Начальные условия

$$\begin{cases} p_1(x, y, z, 0) = p_{10}(x, y, z) \\ S_1(x, y, z, 0) = S_{10}(x, y, z) \end{cases}$$

Граничные условия

$$\begin{cases} p_1(x, y, z, t)|_{\Gamma_1} = p_{\Gamma_1}(x, y, z, t) \\ S_1(x, y, z, t)|_{\Gamma_2} = S_{\Gamma_2}(x, y, z, t) \\ \frac{\partial}{\partial \vec{n}} p_i(x, y, z, t)|_T = q_i(x, y, z, t) \end{cases}$$

(c) Юдин Е.В.

69

Здесь рассматриваем изотермическую фильтрацию, поэтому не выписываем зависимость параметров от температуры.

НУ: начальное распределение давлений и насыщеностей.

ГУ: условие на внешней границе пласта, как правило, кусочное (например, на части границы постоянное давление, а на другой части условие неперетока); на внутренней границе (например, условие неперетока через непроницаемые разломы или зоны выклинивания/замещения); также к внутренним границам относятся скважины.

Отсутствие перетока равносильно  $\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0$  по закону Дарси.

В общем виде решить полученную систему не представляется возможным. Можно решить численно, но тогда не сможем понять основные влияющие на эффективность заводнения факторы.

Но можем упростить постановку: например, подход Баклея-Леверетта.

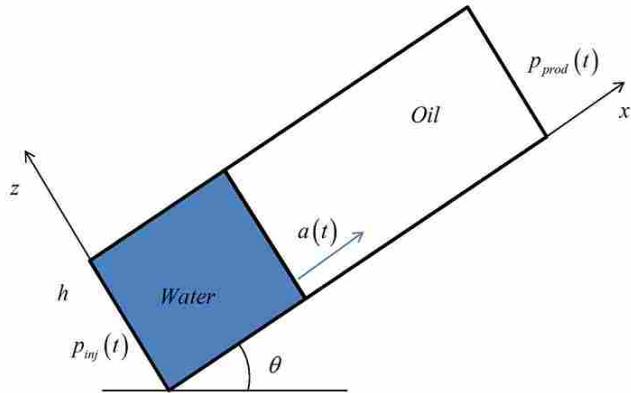
### 9.3 Поршневое вытеснение

## Поршневое вытеснение

- Рассматривается несмешивающаяся фильтрация
- Жидкости несжимаемы
- За фронтом вытеснения остаётся только остаточная нефтенасыщенность
- Рассмотрим задачу одномерного поршневого вытеснения с заданными давлениями на галерее закачки и добычи

Скорость движения границы

$$a(t) = \frac{k(p_0 + P_c - p_b - b\rho_2 g \sin \beta)}{b\mu_2 \varphi} t$$



**Вопрос:** какова буде скорость движения границы при заданной скорости нагнетания на галерее?

(c) Юдин Е.В.

71

Исторически первой появилась не модель Баклея-Леверетта, а модель поршневого вытеснения.

Модель поршневого вытеснения далеко не совершенна и может быть использована для очень приближённо оценочных расчётов: для верхней оценки времени прихода фронта (фронт достигнет определённого положения не раньше, чем за время поршневого вытеснения).

Чтобы понять эффективность заводнения, выделяется маленький участок: объёмы закачиваемой жидкости должны быть разумными, чтобы время прихода фронта к добывающей скважине не было слишком большим.

## Поршневое вытеснение

- Рассмотрим радиальное поршневое вытеснение
- Нагнетательная скважина работает с заданным дебитом
- Найти динамику границы:
  - Скорости на границе равны
  - Давления отличаются на капиллярное давление

Скорость движения границы:

$$a^2(t) = r_w^2 + \frac{Q(t)}{\pi h \varphi}$$

$$a^2(t) = r_w^2 + \frac{q_w}{\pi h \varphi} t$$

Распределение давления:

$$p_2 = -\frac{q(t)\mu_2}{2\pi k k_{r2}} \ln\left(\frac{r}{r_e}\right)$$

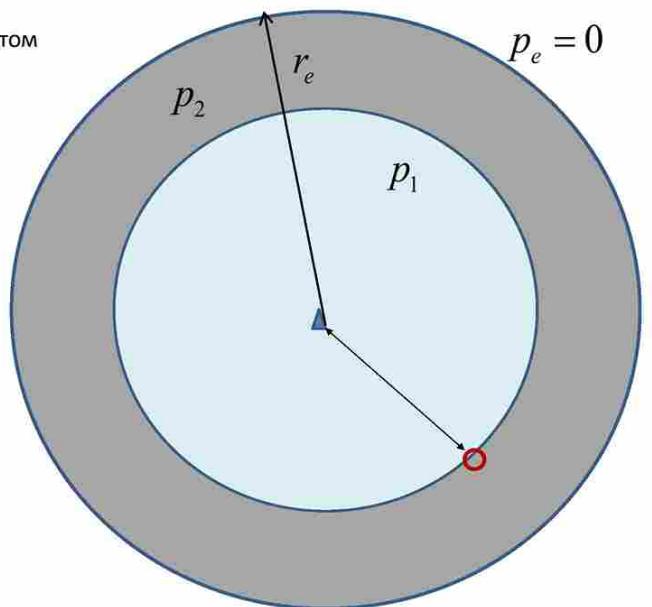
$$p_1 = -\frac{q(t)\mu_1}{2\pi k k_{r1}} \ln\left(\frac{r}{R_1(t)}\right)$$

$$R_1(t) = \frac{r_e^M}{a^{M-1}} \exp\left(-\frac{2\pi k k_{r1}}{q(t)\mu_1} P_c\right)$$

**Вопрос:** показать, что на границе раздела давления отличаются на величину капиллярного:  $p_2 = p_1 + P_c$

(с) Юдин Е.В.

72



## 9.4 Модель Баклея-Леверетта. За фронтом вытеснения остаётся ещё много нефти

### Двухфазный закон Дарси, ОФП, функция Баклея-Леверетта

- Рассмотрим двухфазную фильтрацию системы вода-нефть в пористой среде
- Закон Дарси для воды и нефти:

$$\bar{u}_o = -\frac{k k_o(S)}{\mu_o}(\text{grad}(p_o)) \quad \bar{u}_w = -\frac{k k_w(S)}{\mu_w}(\text{grad}(p_w))$$

кривые относительных фазовых проницаемостей (ОФП):

- зависят только от насыщенности каждой фазой
- определяются из фильтрационных экспериментов на керне
- далее адаптируются по динамике работы скважин (МОФП)
- кривые МОФП обычно описываются с помощью корреляции Corey:

$$k_o(S) = F_o \left( \frac{1 - S_{or} - S}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_o} \quad k_w(S) = F_w \left( \frac{S - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{C_w}$$

$S$  - насыщенность

$S_{wc}$  - остаточная водонасыщенность («зашемленная вода»)

$S_{or}$  - остаточная нефтенасыщенность («зашемленная нефть»)

$C_w$  - степень Corey по воде

$C_o$  - степень Corey по нефти

$F_w$  - концевая точка по воде

$F_o$  - концевая точка по нефти

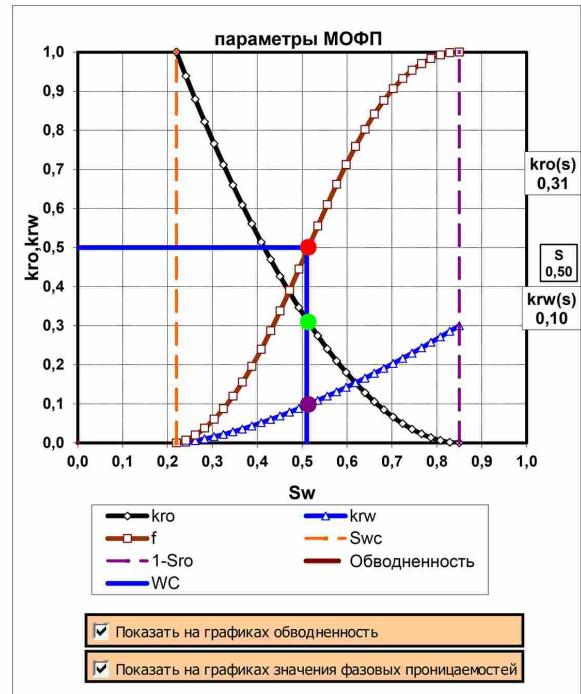
- Функция Баклея-Леверетта – определяет обводненность (почему):

$$WC = \frac{k_w(S)/\mu_w}{k_o(S)/\mu_o + k_w(S)/\mu_w}$$

- Зная обводненность и МОФП можно определить насыщенность в прискважинной зоне (см.рисунок), данная функция реализована в утверждённых «методических указаниях по планированию пусковых приростов ВНС и ГТМ»

(c) Юдин Е.В.

74



Достаточно быстро заметили, что с приходом фронта воды обводнились не сразу до 100%, а продолжаем добывать нефть. Это говорит о том, что несмотря на прорыв фронта, за фронтом осталось достаточно много запасов (не только остаточная нефтенасыщенность). И эти запасы постепенно вымываются. Чтобы учесть подобное поведение, была разработана модель Баклея-Леверетта.

Рассматривается двухфазная фильтрация (система вода-нефть) в пористой среде. Выписываем обобщённый закон Дарси для каждой из фаз (ставим множитель в виде относительной фазовой проницаемости, зависящей от насыщенности).

Функция Баклея-Леверетта представляет собой отношение подвижности воды к общей подвижности по жидкости.

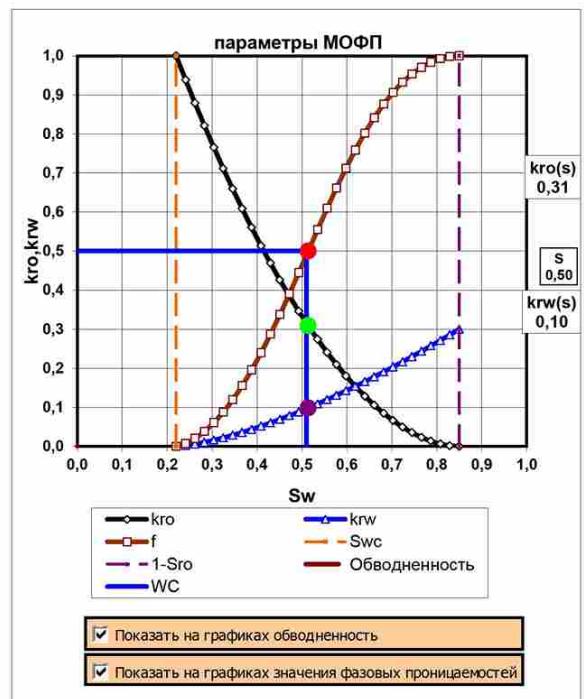
Числитель и знаменатель функции Баклея-Леверетта можем умножить на абсолютную проницаемость и градиент давления, тогда получим отношение дебита воды к суммарному дебиту жидкости (т.е. обводнённость).

По своей природе функция Баклея-Леверетта представляет из себя зависимость обводнённости в потоке от насыщенности.

## Упражнение:

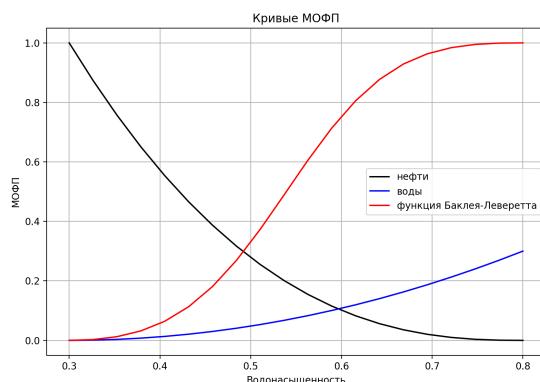
Построить кривые относительной фазовой проницаемости и функцию Баклея-Леверетта

- Концевая точка по воде: 0,3
- Концевая точка по нефти: 1,0
- Остаточная нефтенасыщенность: 0,2
- Начальная водонасыщенность: 0,3
- Степень по воде: 2,0
- Степень по нефти: 2,5
- Вязкость нефть: 2 сПз
- Вязкость воды: 0,7 сПз



(с) Юдин Е.В.

75



Зная обводнённость, можем получить насыщенность из представленного графика. Насыщенность знать полезно, тогда можем оценить, например, остаточные запасы.

Все решения по производительности скважины основаны на решении уравнения пьезопроводности:

$$\frac{\varphi \mu C_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (3)$$

Но это уравнение описывает однофазную фильтрацию. Эффекты многофазной фильтрации учитываются за счёт знания насыщенности. Именно от объёмной доли содержания воды и нефти зависят эффективные свойства (например, эффективная вязкость) рассматриваемой смеси.

После пересчёта всех многофазных артефактов в эффективные величины можем подставить эти величины в решение уравнения пьезопроводности.

## Модель Баклея Леверетта: одномерный случай

- Рассматривается несмешивающаяся фильтрация
- Жидкости несжимаемы
- Жидкости движутся в соответствии с фазовыми проницаемостями
- Капиллярное давление равно нулю

**Закон Дарси для многофазного потока**

$$q_o = \frac{kk_{ro}(S_w)A}{\mu_o} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_o g \sin \theta \right)$$

$$q_w = \frac{kk_{rw}(S_w)A}{\mu_w} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_w g \sin \theta \right)$$

**Закон сохранения массы**

$$\varphi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} + \rho_w \operatorname{div}(\vec{u}_w) = 0$$

$$\varphi \rho_o \frac{\partial (1-S_w)}{\partial t} + \rho_o \operatorname{div}(\vec{u}_o) = 0$$

Пренебрежем гравитацией  
Подставим закон Дарси в уравнение неразрывности

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial u_w}{\partial x} = 0$$

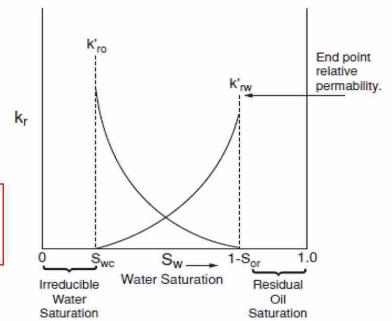
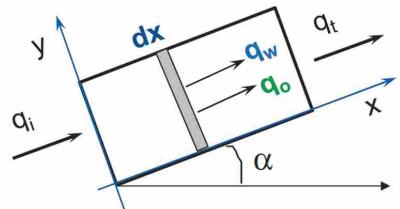
или

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial (f_w \cdot \vec{u}_t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (u_o + u_w) = 0$$



$$\boxed{\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} \frac{q_t}{A}}$$



(с) Юдин Е.В.

76

По аналогии с поршневым вытеснением перейдём к модели Баклея-Леверетта. Если жидкости несжимаемые, то в системе уравнений двухфазной фильтрации можем обнулить сжимаемости. При отсутствии капиллярных давлений в системе уравнений двухфазной фильтрации  $p_2 = p_1$ .

Постулат модели Баклея-Леверетта: жидкости движутся в соответствии с фазовыми проницаемостями, другими словами, принимается обобщённый (на многофазный случай) вид закона Дарси.

В законе сохранения массы из под знака частной производной вынесли  $\varphi \rho$ , т.к. рассматриваем несжимаемые жидкости.

В красной рамке представлено основное уравнение, описывающее модель двухфазной фильтрации по подходу Баклея-Леверетта. В уравнении  $f_w$  есть функция Баклея-Леверетта.

Полученное уравнение похоже на уравнение теплопереноса. Решаются уравнения подобного типа с помощью метода характеристик. Говорим, что у задачи есть какая-то встроенная симметрия (гиперповерхность), относительно которой задача выглядит в более упрощённом виде.

## Модель Баклея Леверетта: одномерный случай

- Основное уравнение двухфазной фильтрации

$$\varphi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} q_t / A$$

$$f_w = \frac{k_w / \mu_w}{k_w / \mu_w + k_o / \mu_o}$$

- Функция Баклея-Леверетта, отражающая долю воды в потоке в пластовых условиях

- Связь функции Баклея-Леверетта с обводненностью (это не одно и то же!):

$$WC = \frac{f_w}{f_w + \frac{B_o}{B_w} (1 - f_w)}$$

- В случае необходимости учета капиллярных эффектов и силы тяжести, получим:

$$f_w = \frac{1 + \frac{A \cdot k_o}{\mu_o \cdot q_t} \cdot \left( \frac{\partial P_c}{\partial x} + (\rho_w - \rho_o) \cdot g \cdot \sin \alpha \right)}{1 + \frac{\mu_w \cdot k_o}{\mu_o \cdot k_w}}$$

- Уравнение решается методом характеристик: необходимо найти такую координату, вдоль которой насыщенность постоянна – характеристическое уравнение

$$v_{S_w} = \frac{q_t}{A \varphi} \frac{\partial f_w}{\partial S_w}$$

- Скорость движения «фронта» с данной насыщенностью

(с) Юдин Е.В.

77

Можно показать, что скорость движения фронта с данной насыщенностью зависит от производной функции Баклея-Леверетта по насыщенности.

Важно! Разные насыщенности движутся с разной скоростью.

## 9.5 Движение фронта вытеснения

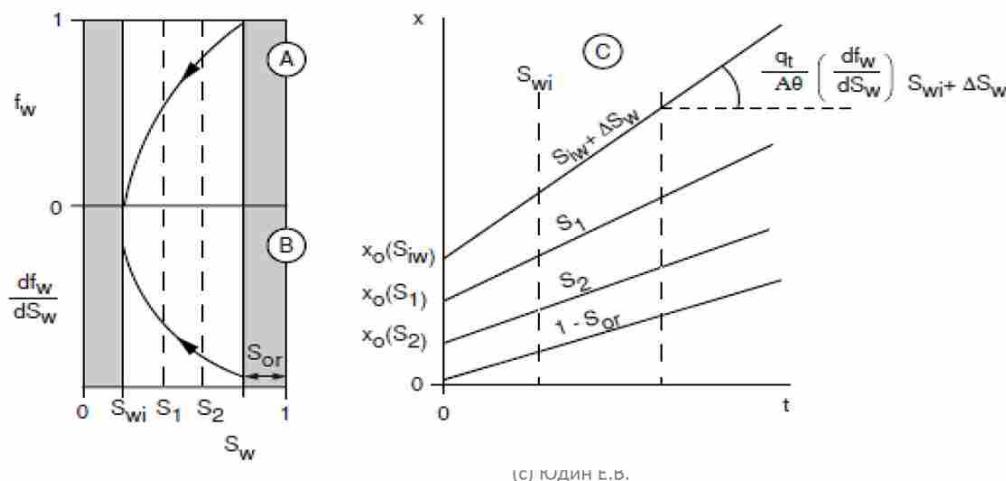
### Движение фронта вытеснения:

- Уравнение характеристик

$$v_{S_w} = f'(S_w) \frac{q_t}{A\varphi}$$

- Скорость движения «фронта» с данной насыщенностью

- Случай 1: выпуклая вверх кривая фракционного потока



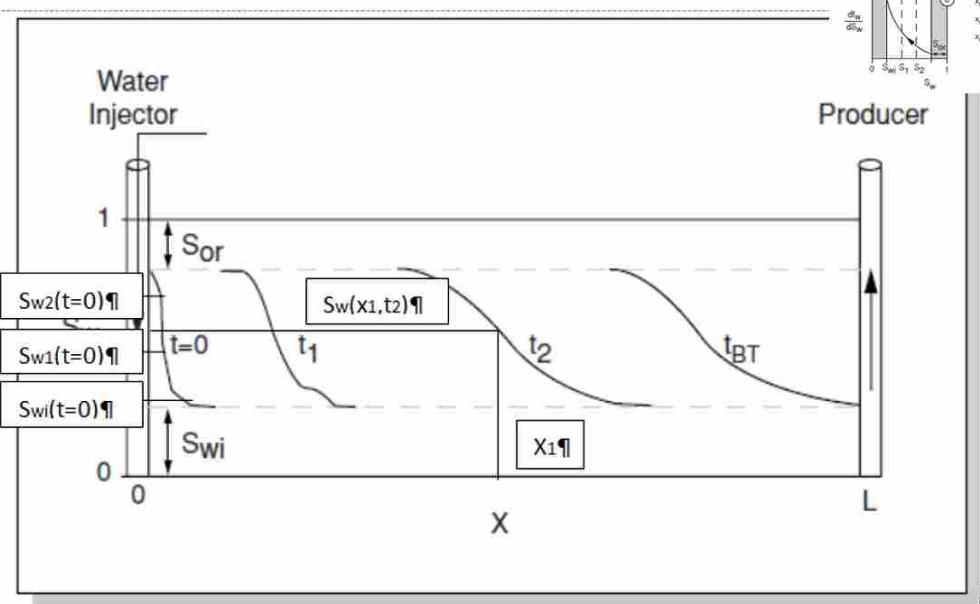
78

Скорость движения фронта с данной насыщенностью есть производная функции Баклея-Леверетта на скорость закачки.

Случай 1. Самый плохой.

## Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: выпуклая вверх кривая фракционного потока: происходит «размазывание», вода приходит к добывающей скважине раньше, фронт неустойчив
- Наблюдается на скважинах с тяжелой нефтью или сильной неоднородностью



**Вопрос:** показать динамику обводненности

(с) Юдин Е.В.

79

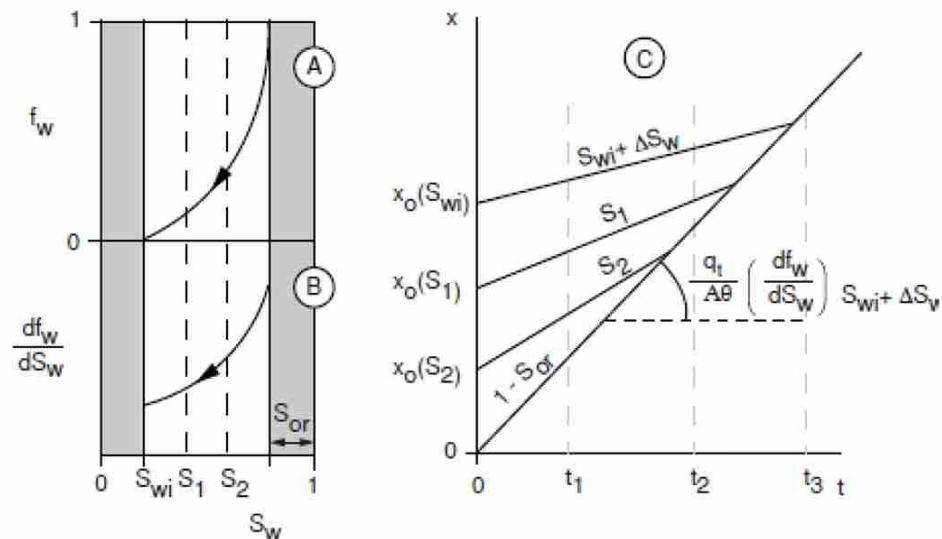
Скорость движения фронта с данной насыщенностью пропорциональна производной функции Баклея-Леверетта по насыщенности.

В рассматриваемом случае фронты с маленькой насыщенностью двигаются быстро, с большой насыщенностью – медленно.

Фронт со временем размазывается, и мы рано поймаем обводнённость на добывающей скважине, но значение этой обводнённости будет небольшим. Дальше со временем эта обводнённость будет расти.

## Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: вогнутая вниз кривая фракционного потока



(c) Юдин Е.В.

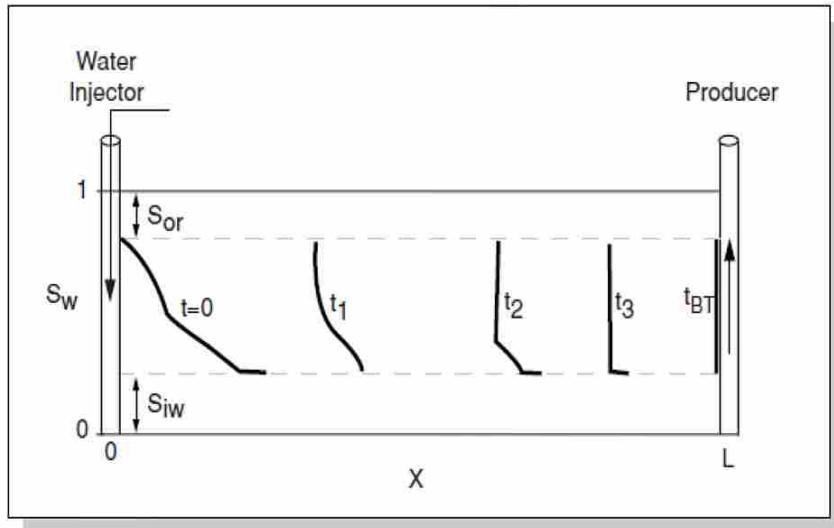
80

Случай 2. Хороший случай. Функция Баклея-Леверетта выгнута вниз.

В рассматриваемом случае фронты с большими насыщенностями движутся быстрее, чем фронты с маленькой насыщенностью.

## Движение фронта вытеснения:

- Случай 2: вогнутая вниз кривая фракционного потока
- Наблюдается стабилизация фронта
- Наблюдается на легких нефтях
- Для оценки можно использовать результаты расчета на поршневом вытеснении



**Вопрос:** показать динамику обводненности

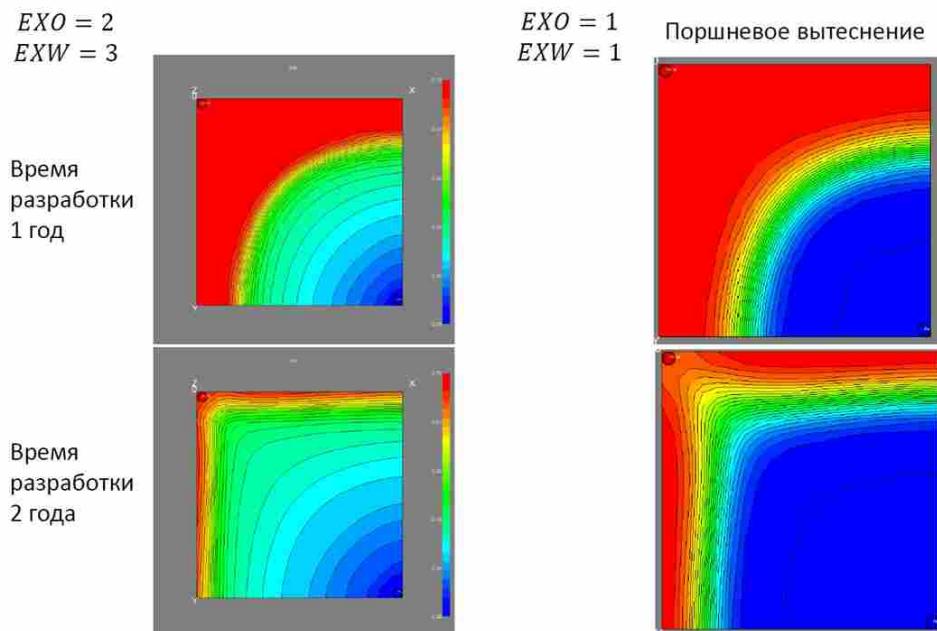
(с) Юдин Е.В.

81

В данном случае даже если фронт изначально размазан, то постепенно со временем фронт будет выпрямляться, и будет происходить поршневое вытеснение.

В данном случае скважина обводнится резко, когда выровненный фронт её достигнет.

## Движение фронта вытеснения



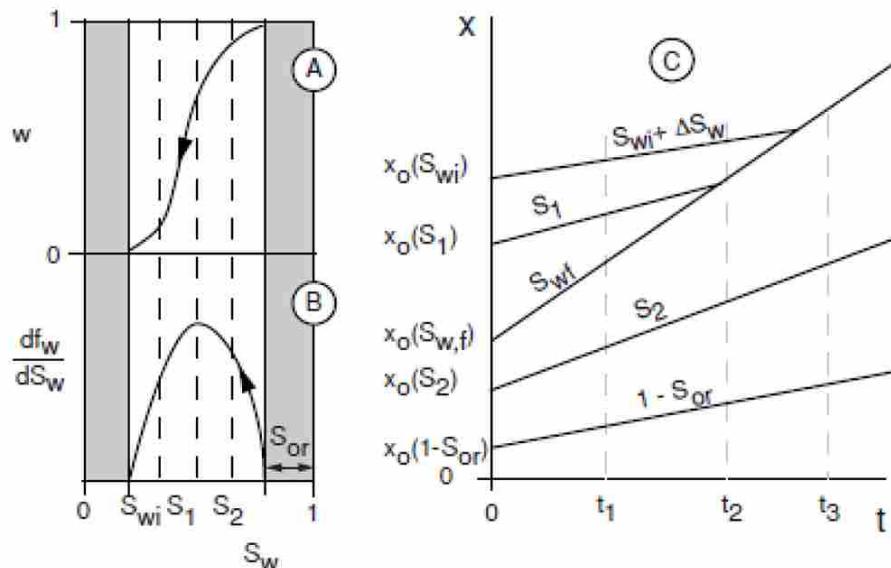
(c) Юдин Е.В.

82

Пример размазанного и поршневого вытеснений.

## Движение фронта вытеснения

- Случай 3: Общий



(c) Юдин Е.В.

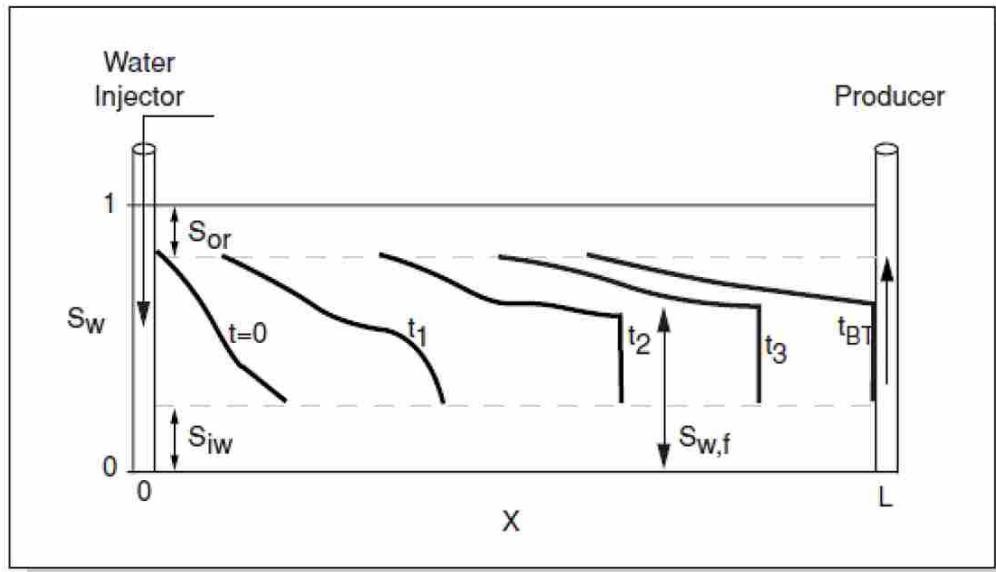
83

Случай 3. S-образная форма функции Баклея-Леверетта.

Проблема: сначала производная растёт, а затем снижается, т.е. фронты с большой и с маленькой насыщенностью двигаются с одинаковыми скоростями.

## Движение фронта вытеснения:

- Случай 3: на фронте наблюдается постоянная насыщенность



(с) Юдин Е.В.

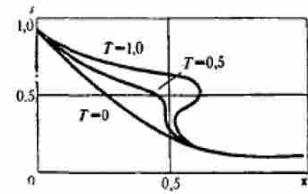
84

В данном случае с приходом фронта к добывающей скважине будет скачок обводнённости (величина скачка может быть как большой, так и маленькой).

## Движение фронта вытеснения: неоднозначность решения

### УПРАЖНЕНИЕ

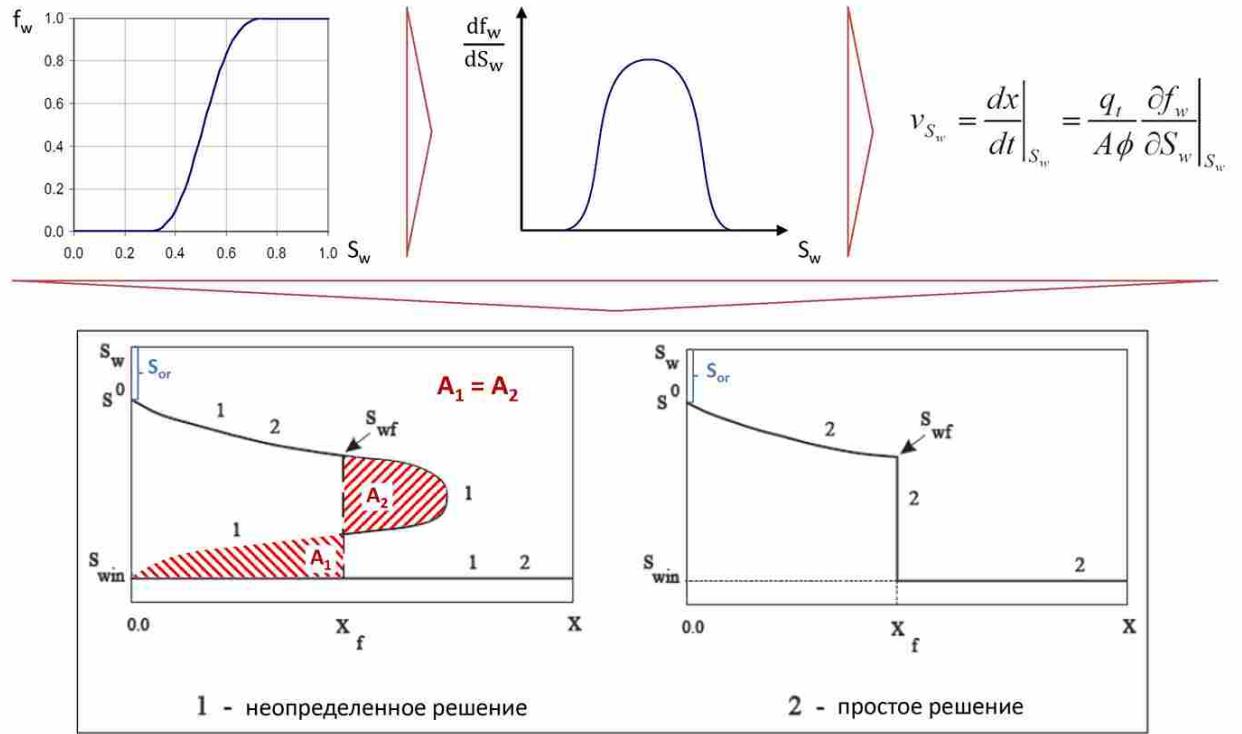
- Показать, что зависимость насыщенности от координаты неоднозначна в общем случае, когда кривая фракционного потока имеет изгиб



(с) Юдин Е.В.

85

## Движение фронта вытеснения: неоднозначность решения в общем случае



(c) Юдин Е.В.

86

Обрезаем неопределённый фронт так, чтобы выполнился закон сохранения массы: для этого находим границу, где  $A_1 = A_2$ .

## Движение фронта вытеснения:

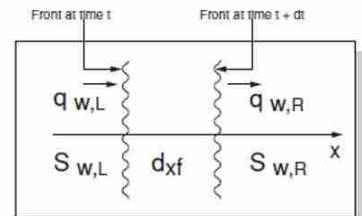
- Для регуляризации задачи необходимо воспользоваться условиями Гюгонио-Ренкина: материальный баланс на фронте

$$(q_{wL} - q_{wR})dt = A\varphi(S_{wL} - S_{wR})dx_f$$



$$\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}$$

$$v_{S_{wf}} = \frac{u_t}{\varphi} \left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{q_t (f_{wL} - f_{wR})}{A\varphi (S_{wL} - S_{wR})} = \frac{u_t}{\varphi} \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}$$

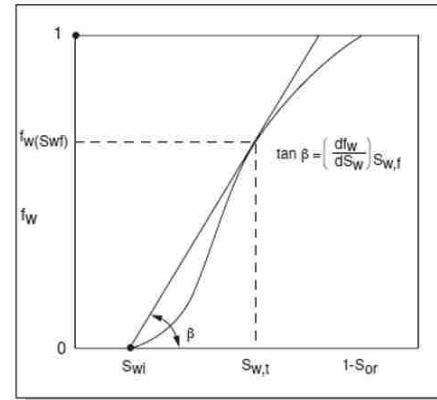


- Для насыщенности на фронте вытеснения

$$\left. \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right|_{S_{wf}} = \frac{f_{wf}}{(S_{wf} - S_{wi})}$$

- Скорость движения фронта вытеснения:

$$v_{S_{wf}} = \frac{f'_w(S_{wf})}{\varphi} \cdot u_t$$



(c) Юдин Е.В.

87