

# MATAKULIAH TEORI BAHASA & AUTOMATA

Rahmiati, M.Kom

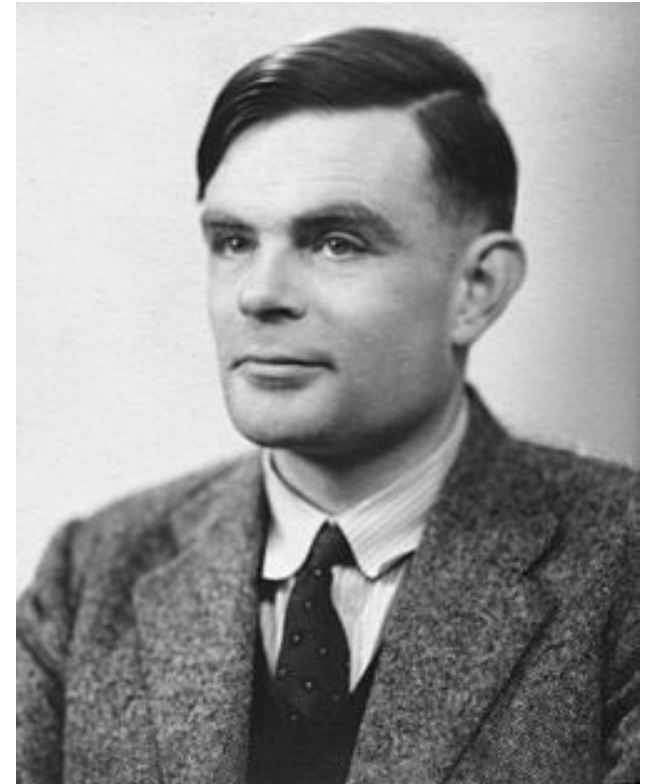


Pertemuan 14– Pengenalan Mesin Turing

# Sejarah Mesin Turing (1)

- Diusulkan pada tahun 1936 oleh Alan Turing, seorang matematikawan Inggris sebagai model matematis sederhana sebuah komputer.
- Meskipun sederhana, Mesin Turing memiliki kemampuan untuk menggambarkan perilaku komputer *general-purpose*.
- Mesin Turing dapat digunakan untuk menghitung kelas fungsi bilangan bulat yang dikenal sebagai fungsi rekursif sebagian (*partial recursive function*).

- **Alan Mathison Turing**, (23 June 1912 – 7 June 1954), was an English [mathematician](#), [logician](#), [cryptanalyst](#), and [computer scientist](#). He was highly influential in the development of [computer science](#), providing a formalisation of the concepts of "[algorithm](#)" and "computation" with the [Turing machine](#), which played a significant role in the creation of the modern computer. Turing is widely considered to be the father of computer science and [artificial intelligence](#).<sup>[3]</sup>



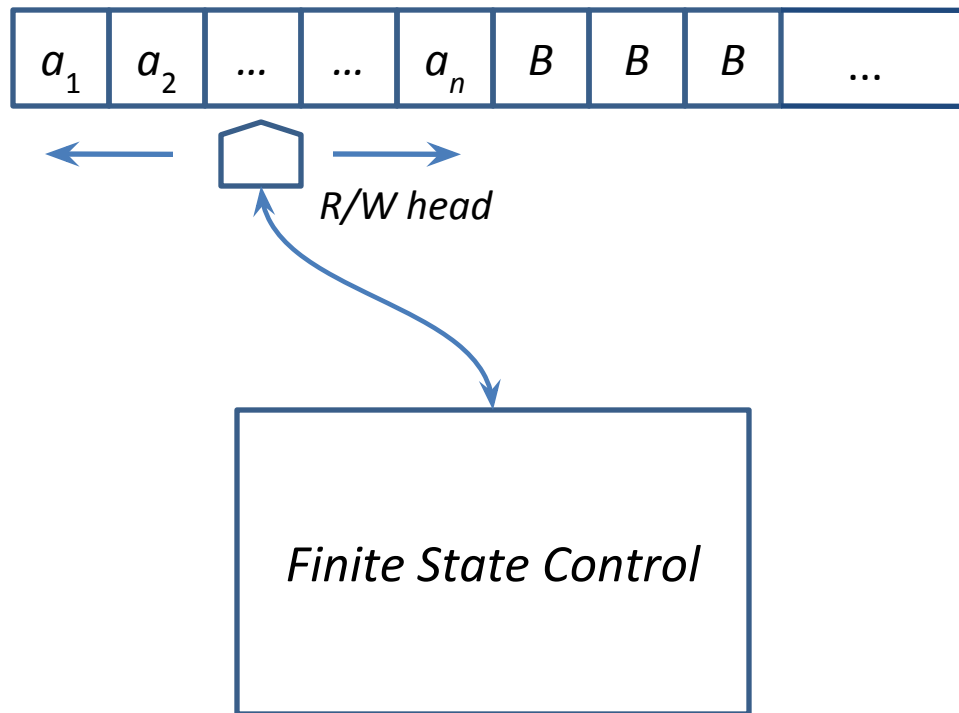
# Sejarah Mesin Turing (2)

- Sama seperti *Finite State Automata* dan *Push Down Automata* yang dapat mengenali bahasa formal, maka mesin Turing juga dapat berperan sebagai mesin pengenalan bahasa formal.
- Bahasa yang dikenali oleh Mesin Turing adalah bahasa tanpa-pembatasan (*non-restricted language*), yang disebut juga himpunan terenumerasi rekursif (*recursively enumerable set*).

# Model Mesin Turing (1)

- Sebuah mesin Turing terdiri dari komponen-komponen :
  1. Pengendali berhingga (*finite control*)
  2. Pita masukan dengan sifat:
    - panjangnya tidak berhingga  
(ujung kiri terbatas, ujung kanan tidak terbatas)
    - dapat dibaca maupun ditulis
    - sel yang tidak berisi simbol masukan akan berisi simbol kosong (*blank* = B)
- Pada keadaan awal,  $n$  sel pertama dari pita masukan berisi rangkaian simbol yang harus dikenali (dinyatakan sebagai  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ). Sel di sebelah kanan rangkaian simbol berisi B.

# Model Mesin Turing (2)



# Model Mesin Turing (3)

- Perbedaan mesin Turing dengan FSA dan PDA

<i>FSA/PDA</i>	Mesin Turing
1. Pita masukan hanya dapat dibaca.	1. Pita masukan dapat dibaca dan ditulis.
2. <i>Head</i> hanya dapat digerakkan ke kanan	2. <i>Head</i> dapat digerakkan ke kiri maupun ke kanan.
3. Pita masukan hanya berisi string masukan.	3. Pita masukan juga berfungsi sebagai tempat penyimpanan yang pada pengaksesannya tidak dibatasi. *)

\*) Bandingkan dengan tempat penyimpanan PDA yang hanya dapat diakses sebagai *stack*

# Aksi Mesin Turing

- Perilaku mesin Turing bergantung pada simbol masukan yang berada pada posisi *head* baca/tulis dan status dari *Finite Control*.
- Dalam setiap gerakannya, mesin Turing dapat melakukan salah satu dari aksi berikut:
  1. Berubah status.
  2. Menuliskan simbol pada pita masukan. Aksi penulisan ini mengubah simbol yang sebelumnya berada pada sel tsb.
  3. Menggerakkan *head* ke kiri atau ke kanan.



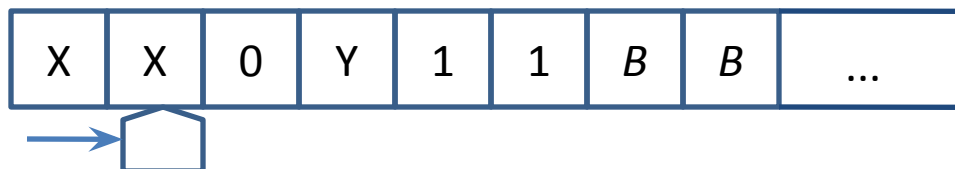
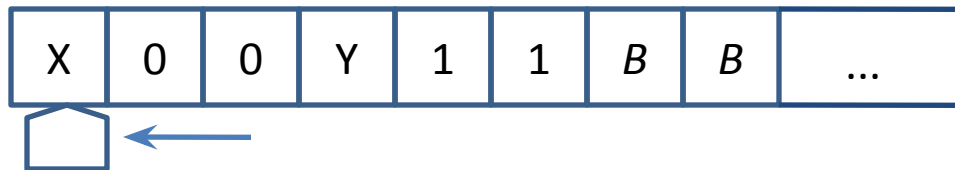
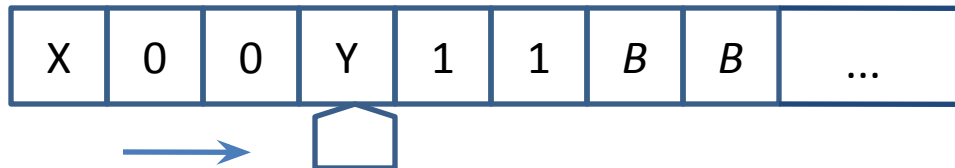
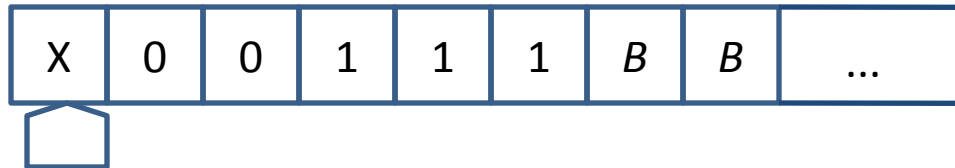
**Contoh:** Mesin Turing  $M$  akan digunakan untuk mengenali bahasa  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ . Contoh *string* di dalam  $L$  misalnya 01, 0011, 000111, 00001111, dst.

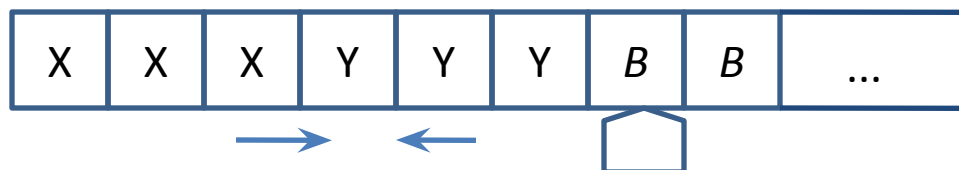
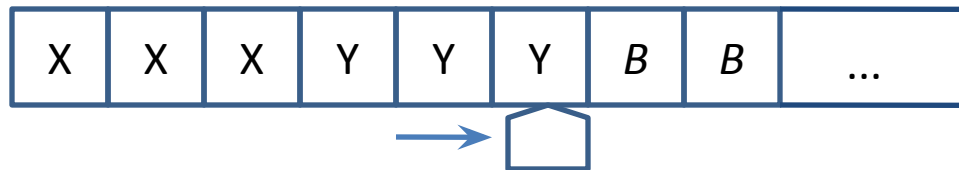
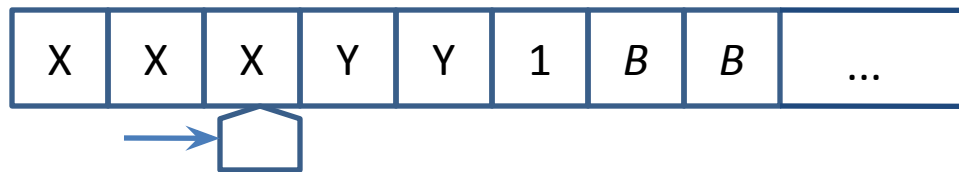
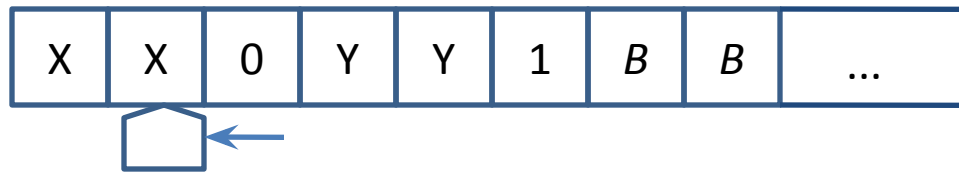
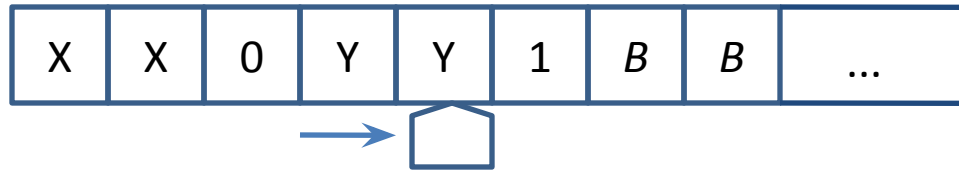
Cara kerja mesin Turing untuk mengenali bahasa  $L$  dinyatakan dengan algoritma berikut:

1. Ganti simbol '0' paling kiri dengan simbol 'X'.
2. Gerakkan *head* ke kanan hingga dijumpai simbol '1'.
3. Ganti simbol '1' paling kiri dengan simbol 'Y'
4. Gerakkan *head* ke kiri hingga dijumpai simbol 'X'
5. Geser *head* ke kanan (akan diperoleh '0' paling kiri).
6. Kembali ke langkah 1.

- Jika pada saat bergerak ke kanan untuk mencari '1' , mesin Turing  $M$  menjumpai simbol  $B$ , maka berarti banyaknya '0' lebih dari banyaknya '1'.  
Kesimpulannya, *string* masukan tidak dikenali.
- Jika pada saat bergerak ke kiri  $M$  tidak menjumpai lagi '0', maka  $M$  memeriksa apakah masih ada '1'. Bila habis maka *string* diterima (dikenali).
- Jika sebuah *string* diterima (dikenali), maka mesin Turing  $M$  berhenti. Untuk *string* yang tidak dikenali (ditolak) ada kemungkinan  $M$  tidak berhenti (*looping*).

Contoh: String masukan adalah 000111





Kesimpulan: string '000111' dikenali oleh mesin *M*.

- Dari penjelasan di atas, terlihat ada empat modus kerja yang berbeda dari mesin Turing:

Status	Aksi	Keterangan
$q_0$	JUMPA 0	Menemukan simbol '0'
$q_1$	CARI 1	Mencari simbol '1' ke arah kanan
$q_2$	CARI X	Mencari simbol X ke arah kiri
$q_3$	SISA	Memeriksa simbol yang tersisa pada pita masukan

- Dalam setiap modus kerja (status), aksi yang dilakukan mesin Turing mungkin menerima/membaca berbagai simbol pada pita.
- Aksi yang dilakukan dalam setiap modus kerja (status) dapat berbeda-beda.
- Perilaku/gerakan yang lengkap dari mesin Turing pengenalan  $0^n1^n$  ditunjukkan pada tabel berikut:

	0	1	X	Y	B
JUMPA 0 ( $q_0$ )	status $q_1$ tuliskan 'X' kanan	-	-	Status $q_3$  kanan	-
CARI 1 ( $q_1$ )	  kanan	status $q_2$ tuliskan 'Y' kiri	-	  kanan	-
CARI X ( $q_2$ )	  kiri	-	status $q_0$ kanan	  kiri	
SISA ( $q_3$ )	-	-	-	  kanan	status $q_4$ kanan

string dikenali

Cara membaca tabel ini: Misalkan dalam status  $q_0$ , jika mesin menerima simbol '0' maka mesin berubah ke status  $q_1$ , mengganti simbol '0' dengan X dan menggerakkan *head* ke kanan

- Notasi yang lebih ringkas:

Tripel  $(q, a, D)$  menyatakan aksi bahwa mesin berubah ke status  $q$ , menuliskan simbol  $a$ , dan menggerakkan *head* ke arah  $D$ .

	0	1	X	Y	B
$q_0$	$(q_1, X, R)$	-	-	$(q_3, Y, R)$	-
$q_1$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, Y, L)$	-	$(q_1, Y, R)$	-
$q_2$	$(q_2, 0, L)$	-	$(q_0, X, R)$	$(q_2, Y, L)$	-
$q_3$	-	-	-	$(q_3, Y, R)$	$(q_4, B, R)$

# Definisi Formal Mesin Turing

- Sebuah mesin Turing  $M$  dilambangkan dengan notasi formal sbb:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

yang dalam hal ini,

$Q$  : himpunan berhingga status ( $a, b, c, \dots$  atau  $q_0, q_1, q_2, \dots$ )

$\Gamma$  : himpunan berhingga simbol-simbol yang muncul di pita

$B \in \Gamma$ : melambangkan simbol *blank*

$\Sigma$  : himpunan symbol *input*, subset dari  $\Gamma$

$\delta$  : fungsi pergerakan yang memetakan  $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}^*$ )

$q_0 \in Q$  : status awal

$F \subseteq Q$  : himpunan status akhir atau *accepted states*

<sup>\*)</sup>  $L$  dan  $R$  menyatakan gerakan head ke kiri/kanan



- Dengan menggunakan notasi formal tersebut, maka mesin Turing pengenalan bahasa  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$  dapat ditulis sbb:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

yang dalam hal ini,

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Gamma = \{0, 1, X, Y, B\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, B\}$$

$$q_0 = q_0$$

$$F = \{q_4\}$$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, X, R); \quad \delta(q_0, Y) = (q_3, Y, R);$$

$$\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R); \quad \delta(q_1, 1) = (q_2, Y, L); \quad \delta(q_1, Y) = (q_1, Y, R);$$

$$\delta(q_2, 0) = (q_2, 0, L); \quad \delta(q_2, X) = (q_0, X, L); \quad \delta(q_2, Y) = (q_2, Y, L);$$

$$\delta(q_3, Y) = (q_3, Y, R); \quad \delta(q_3, B) = (q_4, B, R);$$

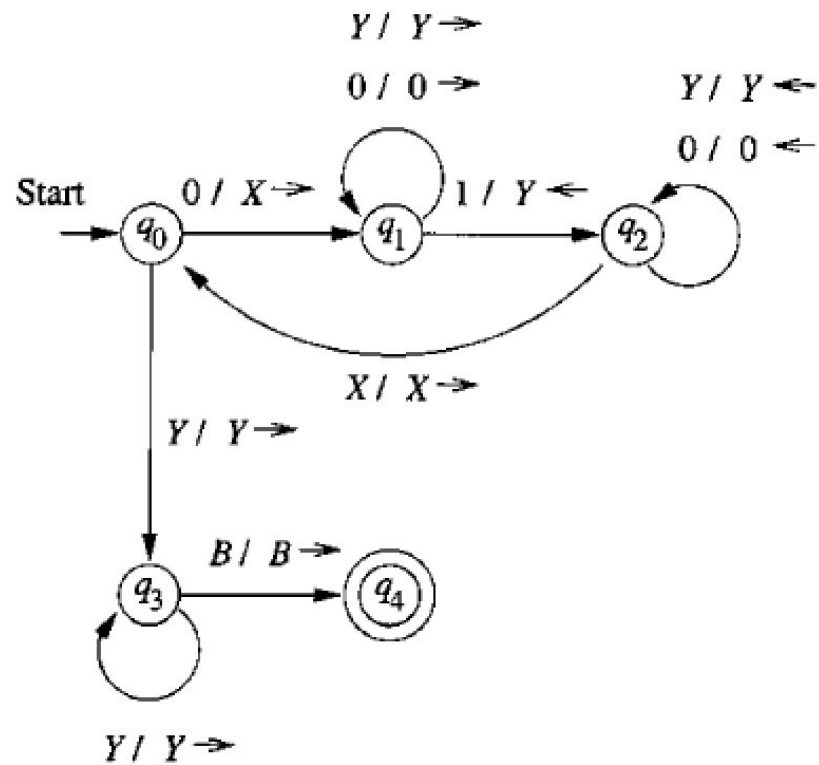


Figure 8.10: Transition diagram for a TM that accepts strings of the form  $0^n 1^n$

- Sekuens gerakan mesin Turing ketika menerima input '0011':

$q_0 \xrightarrow{\quad} {}^0(q_1, X, R) \xrightarrow{\quad} {}^0(q_1, 0, R) \xrightarrow{\quad} {}^1(q_2, Y, L) \xrightarrow{\quad} {}^0$

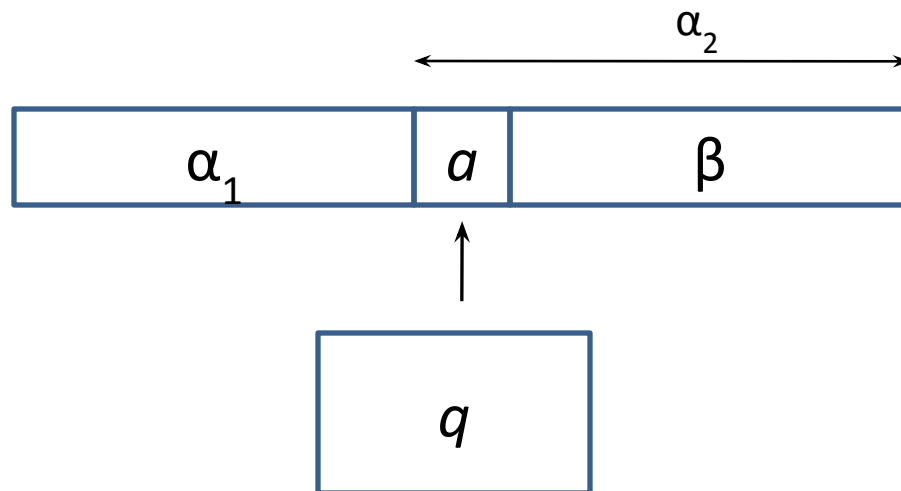
$(q_2, 0, L) \xrightarrow{\quad} {}^X(q_0, X, R) \xrightarrow{\quad} {}^0(q_1, X, R) \xrightarrow{\quad} {}^Y(q_1, Y, R)$

$\xrightarrow{\quad} {}^1(q_2, Y, L) \xrightarrow{\quad} {}^Y(q_2, Y, L) \xrightarrow{\quad} {}^X(q_0, X, R) \xrightarrow{\quad} {}^Y$

$(q_3, Y, R) \xrightarrow{\quad} {}^Y(q_3, Y, R) \xrightarrow{\quad} {}^B(q_4, B, R)$

# Deskripsi Sesaat

- Keadaan sebuah Mesin Turing setiap saat dicirikan oleh tiga hal:
  - Status sekarang ( $q$ )
  - Simbol yang sedang diterima/dibaca
  - Posisi *head* (“nomor sel” yang sedang dibaca) pada pita.



- Jika  $\alpha_2 = a\beta$ , maka konfigurasi sesaat mesin Turing pada gambar di atas dapat dinyatakan secara tekstual oleh deskripsi sesaat (*instantaneous description*):

$$\alpha_1 q \alpha_2$$

yang artinya:

- mesin sedang berada pada status  $q$
- $\alpha_1\alpha_2$  adalah string yang tertera pada pita
- mesin sedang membaca simbol paling kiri dari  $\alpha_2$

- Contoh gerakan ke kiri oleh  $\delta(p, X_i) = (q, Y, L)$ :

$$X_1 X_2 \dots X_{i-1} \boxed{p X_i} X_{i+1} \dots X_n \vdash X_1 X_2 \dots q X_{i-1} \boxed{Y} X_{i+1} \dots X_n$$

- Contoh gerakan ke kanan oleh  $\delta(p, X_i) = (q, Y, R)$ :

$$X_1 X_2 \dots X_{i-1} \boxed{p X_i} X_{i+1} \dots X_n \vdash X_1 X_2 \dots X_{i-1} \boxed{Y} q X_{i+1} \dots X_n$$

- Sebuah *string* (kalimat) diterima oleh mesin Turing  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  jika mesin tersebut mencapai status akhir. Dengan kata lain suatu kalimat  $w$  diterima oleh  $M$  jika terdapat rangkaian deskripsi sesaat:

$$q_0^* w \vdash \alpha_1 p \alpha_2$$

yang dalam hal ini  $p \in F$  dan  $\alpha_1 \alpha_2 \in \Gamma^*$

- Contoh:  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, X, Y, B\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1, B\}$   
 $q_0 = q_{\text{start}}$ ,  $F = \{q_4\}$ , dan fungsi transisi  $\delta$  dinyatakan oleh tabel berikut:

	0	1	X	Y	B
$q_0$	$(q_1, X, R)$	-	-	$(q_3, Y, R)$	-
$q_1$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, Y, L)$	-	$(q_1, Y, R)$	-
$q_2$	$(q_2, 0, L)$	-	$(q_0, X, R)$	$(q_2, Y, L)$	-
$q_3$	-	-	-	$(q_3, Y, R)$	$(q_4, B, R)$

maka komputasi string '0011' oleh mesin Turing M dinyatakan dalam rangkaian deskripsi sesaat berikut:

$q_0 0011 \vdash X q_1 011 \vdash X 0 q_1 11 \vdash X q_2 0Y1 \vdash q_2 X 0Y1 \vdash$   
 $X q_0 0Y1 \vdash XX q_1 Y1 \vdash XX Y q_1 1 \vdash XX q_2 YY \vdash X q_2 XYY \vdash$   
 $XX q_0 YY \vdash XX Y q_3 Y \vdash XX YY q_3 B \vdash XX YY B q_4 B$  (*accepted!*)

## Sumber:

1. John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman, *Introduction To Automata Theory , Languages, and Computation 3rd Edition*, Addison Wesley, 2007.
2. Hans Dulimarta, *Catatan Kuliah Matematika Informatika (Bagian Mesin Turing)*, Program Magister Informatika ITB, 2003.



Mesin turing mempunyai 7

Tuple  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, S,$

$F, \theta)$   
 $Q$  = himpunan state

$\Sigma$  = Himpunan simbol input

$\Gamma$  = simbol pada pita

$\delta$  = fungsi transisi

$S$  = state awal,  $S \in Q$

$F$  = himpunan state akhir

$\_$   
 $b$  = simbol kosong (blank)

Contoh :

Terdapat mesin turing dengan

konfigurasi  
 $Q = \{q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Gamma = \{a, b, b\}$

$\} F = \{q_2\}$

R = Right

$S = \{q_1\}$

L = Left

Fungsi transisi

$$\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$$

$$\delta(q_1, \overline{b}) = (q_1, \overline{a}, R)$$

$$\delta(q_1, b) = (q_2, b, L)$$

-  $\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$

State  $q_1$ , head menunjuk karakter 'a' pada pita menjadi state  $q_1$ , head bergerak ke kanan.

-  $\delta(q_1, b) = (q_1, a, R)$

State  $q_1$ , head menunjuk karakter 'b' pada pita menjadi state  $q_1$ , head menulis karakter 'a' lalu bergerak ke kanan

— —

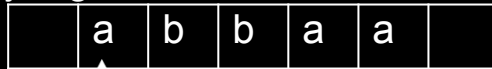
-  $\delta(q_1, b) = (q_2, b, L)$

—

Pada State  $q_1$ , head menunjuk karakter 'b' pada pita menjadi state  $q_2$ , head bergerak ke kiri.

Jika mesin turing tersebut menerima input 'abbaa', apakah diterima oleh mesin turing atau ditolak

1. Pita yang dibaca 'abbaa'



State  $q_1$  Fungsi transisi  $\delta(q_1) = (q_1, a, R)$

2.

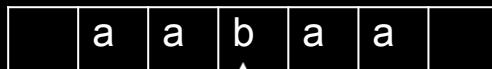


State  $q_1$

Fungsi transisi  $\delta(q_1, b) = (q_1, a, R)$

Head menulis 'a' lalu bergerak ke kanan

3.



State  $q_1$

Fungsi transisi  $\delta(q_1, b) = (q_1, a, R)$

Head menulis 'a' lalu bergerak ke kanan

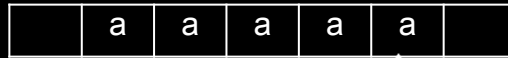
4.



State  $q_1$

Fungsi transisi  $\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$  Head bergerak ke kanan

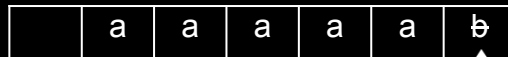
5.



State  $q_1$

Fungsi transisi  $\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$  Head bergerak ke kanan

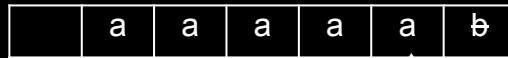
6.



State  $q_1$

Fungsi transisi  $\delta(q_1, \text{␣}) = (q_2, \text{␣}, L)$   
Head menunjuk '␣' lalu head bergerak ke kiri

7.



State  $q_2$

State berhenti pada diterima.

$q_2, q_2$  adalah final state, maka state input 'abbaa'