

TAUTOLOGI, KONTRADIKSI, KONTINGEN, EKUIVALEN LOGIS

Pembuktian validitas ekspresi-ekspresi logika dari suatu argumen dapat dilakukan dengan tabel kebenaran. Suatu argumen yang terdiri dari banyak pernyataan-pernyataan yang diikuti satu pernyataan berupa kesimpulan, maka validitasnya ditentukan dari hasil tabel kebenaran yang menyimpulkan bahwa premis-premis dari argumen harus benar sehingga kesimpulan yang diambil dari premis-premis tersebut juga benar.

A. TAUTOLOGI

Tautologi adalah suatu ekspresi logika yang selalu bernilai benar di dalam tabel kebenarannya, tanpa memperdulikan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi yang berada didalamnya. Argumen dikatakan valid jika hasilnya benar (T)

Contoh :

1. Buktikan apakah ekspresi logika berikut adalah tautologi $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee (\neg B \rightarrow \neg C))$

Jawab

| A | B | C | $A \wedge B$ | $\neg B$ | $\neg C$ | $\neg B \rightarrow \neg C$ | $C \vee (\neg B \rightarrow \neg C)$ | $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee (\neg B \rightarrow \neg C))$ |
|---|---|---|--------------|----------|----------|-----------------------------|--------------------------------------|---|
| T | T | T | T | F | F | T | T | T |
| T | T | F | T | F | T | T | T | T |
| T | F | T | F | T | F | F | T | T |
| T | F | F | F | T | T | T | T | T |
| F | T | T | F | F | F | T | T | T |
| F | T | F | F | F | T | T | T | T |
| F | F | T | F | T | F | F | T | T |
| F | F | F | F | T | T | T | T | T |

Hasil akhir dari tabel kebenarannya adalah kolom terakhir bernilai T, maka ekspresi logika tersebut dikatakan tautologi.

2. Buktikan : $\neg(A \wedge B) \vee B$ adalah tautology!

Jawab :

| A | B | $A \wedge B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg(A \wedge B) \vee B$ |
|---|---|--------------|--------------------|---------------------------|
| F | F | F | T | T |
| F | T | F | T | T |
| T | F | F | T | T |
| T | T | T | F | T |

Jadi ekspresi logika tersebut juga tautologi

3. Jika Tono pergi kuliah, maka Tini juga pergi kuliah. Jika siska tidur, maka Tini pergi kuliah. Dengan demikian, jika Tono pergi kuliah atau Siska tidur, maka Tini pergi kuliah.

Buktikan validitas dari argumen diatas!

Jawab:

Diubah ke variabel proposisional :

A = Tono pergi kuliah

B = Tini pergi kuliah

C = Siska tidur

Diubah menjadi ekspresi logika yang terdiri dari premis-premis dan kesimpulan. Ekspresi logika 1 dan 2 adalah premis-premis, sedangkan logika 3 adalah kesimpulan.

1. $A \rightarrow B$ (premis)
2. $C \rightarrow B$ (premis)
3. $(A \vee C) \rightarrow B$ (kesimpulan)

Ekspresi logika : $((A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow B)) \rightarrow ((A \vee C) \rightarrow B) \longrightarrow Q$

Tabel kebenaran :

| A | B | C | $A \rightarrow B$ | $C \rightarrow B$ | $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow B)$ | $A \vee C$ | $(A \vee C) \rightarrow B$ | Q |
|---|---|---|-------------------|-------------------|--|------------|----------------------------|---|
| F | F | F | T | T | T | F | T | T |
| F | F | T | T | F | F | T | F | T |
| F | T | F | T | T | T | F | T | T |
| F | T | T | T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T | F | T | F | T |
| T | F | T | F | F | F | T | F | T |
| T | T | F | T | T | T | T | T | T |
| T | T | T | T | T | T | T | T | T |

Jadi, table kebenaran menunjukkan hasil tautology, maka argumen tersebut valid.

B. KONTRADIKSI

Kontradiksi adalah Suatu ekspresi logika yang selalu bernilai salah di dalam tabel kebenarannya, tanpa memperdulikan nilai kebenarannya dari proposisi-proposisi yang berada di dalamnya.

Contoh :

Buktikan apakah ekspresi logika $((A \vee B) \wedge \neg A) \wedge \neg B$ adalah kontradiksi?

Jawab

| A | B | $\neg A$ | $\neg B$ | $(A \vee B)$ | $((A \vee B) \wedge \neg A)$ | $((A \vee B) \wedge \neg A) \wedge \neg B$ |
|---|---|----------|----------|--------------|------------------------------|--|
| T | T | F | F | T | F | F |
| T | F | F | T | T | F | F |
| F | T | T | F | T | T | F |
| F | F | T | T | F | F | F |

Jadi, ekspresi logika diatas terbukti kontradiksi.

C. CONTINGENT

Contingent adalah Suatu ekspresi logika yang mempunyai nilai benar dan salah di dalam tabel kebenarannya, tanpa mepedulikan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi yang berada di dalamnya.

Contoh :

1. Buktikan apakah ekspresi logika $((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow A$ adalah contingent?

Jawab

| A | B | C | $A \wedge B$ | $(A \wedge B) \rightarrow C$ | $((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow A$ |
|---|---|---|--------------|------------------------------|--|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | F | T |
| T | F | T | F | T | T |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | F | T | F |
| F | T | F | F | T | F |
| F | F | T | F | T | F |
| F | F | F | F | T | F |

Jadi, ekspresi logika diatas terbukti contingent

2. Buktikan ekspresi logika berikut contingent $((A \rightarrow B) \wedge (\neg B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg C \rightarrow A)$

Jawab :

Misal :

$$((A \rightarrow B) \wedge (\neg B \rightarrow C)) \longrightarrow P$$

$$((A \rightarrow B) \wedge (\neg B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg C \rightarrow A) \longrightarrow Q$$

| A | B | C | $\neg B$ | $\neg C$ | $A \rightarrow B$ | $\neg B \rightarrow C$ | P | $\neg C \rightarrow A$ | Q |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|---|------------------------|---|
| T | T | T | F | F | T | T | T | T | T |
| T | T | F | F | T | T | T | T | T | T |
| T | F | T | T | F | F | T | F | T | T |
| T | F | F | T | T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | F | F | T | T | T | T | T |
| F | T | F | F | T | T | T | T | F | F |
| F | F | T | T | F | T | T | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | F | F | F | T |

Nilai-nilai kebenaran sebagai hasil akhir di tabel kebenaran tidak harus selalu berurutan antara F dan T, yang penting ada T dan ada F.

D. EKUIVALEN LOGIS [\equiv]

Kapan dikatakan suatu ekspresi logika ekuivalen logis???

1. Jika kedua ekspresi logika adalah Tautologi (T dan T pada Tabel Kebenaran).
2. Jika kedua ekspresi logika adalah Kontradiksi (F dan F pada Tabel Kebenaran).
3. Pada Contingent, jika urutan T dan F atau sebaliknya pada Tabel Kebenaran tetap pada urutan yang sama.

Contoh 1 :

(1). Indah sangat cantik dan peramah.

(2). Indah peramah dan sangat cantik.

Kedua pernyataan diatas, tanpa pikir panjang, akan dikatakan ekuivalen atau sama saja. Dalam bentuk ekspresi logika dapat ditampilkan berikut ini :

A = Indah sangat cantik

B = Indah peramah

Ekspresi logikanya adalah : (1). $A \wedge B$

(2). $B \wedge A$

Jika dikatakan kedua ekspresi logika tersebut ekuivalen secara logis, maka dapat ditulis : $(A \wedge B) \equiv (B \wedge A)$

Ekuivalen logis dari kedua ekspresi logika dapat dibuktikan dengan Tabel Kebenaran:

| A | B | $A \wedge B$ | $B \wedge A$ |
|---|---|--------------|--------------|
| T | T | T | T |
| T | F | F | F |
| F | T | F | F |
| F | F | F | F |

Contoh 2 :

(1). Badu tidak pandai, atau dia tidak jujur.

(2). Adalah tidak benar jika Badu pandai dan jujur.

Secara intuitif dapat ditebak kalau kedua pernyataan diatas sebenarnya sama saja, tetapi bagaimana jika dibuktikan dengan tabel kebenaran berdasarkan ekspresi logika.

A = Badu pandai

B = Badu jujur

Ekspresi logikanya adalah : (1). $\neg A \vee \neg B$ (2). $\neg (A \wedge B)$

Dengan tabel kebenaran dapat dibuktikan bahwa kedua ekspresi logika di atas ekuivalen.

| A | B | $A \wedge B$ | $\neg A$ | $\neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | $\neg (A \wedge B)$ | $(\neg A \vee \neg B) \leftrightarrow (\neg (A \wedge B))$ |
|---|---|--------------|----------|----------|----------------------|---------------------|--|
| T | T | T | F | F | F | F | T |
| T | F | F | F | T | T | T | T |
| F | T | F | T | F | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T | T |

Ekspresi logika diatas belum dikatakan ekuivalen logis meskipun nilainya di tabel kebenaran sama. Untuk menjadikannya ekuivalen logis maka digunakan perangkat ekuivalensi antara kedua ekspresi logika tersebut, dan akhirnya menghasilkan tautology.

TUGAS

Soal 1.

Tentukan dengan tabel kebenaran apakah dari ekspresi-ekspresi logika berikut ini termasuk tautologi, kontradiksi atau contingent!

1. $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
3. $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)))$

Soal 2.

Perhatikan dengan seksama argumen berikut :

Jika Badu senang, maka Siti senang, dan jika Badu sedih, maka Siti sedih. Siti tidak senang atau Siti tidak sedih. Dengan demikian, Badu tidak senang atau Badu tidak sedih.

Buatlah ekspresi logikanya dan buktikan apakah termasuk tautology, kontradiksi atau contingent dengan tabel kebenaran.

Soal 3.

Buktikan ekspresi logika berikut ekuivalen logis dengan menggunakan tabel kebenaran.

- a. $\neg A \leftrightarrow B \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$
- b. $A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow B) \rightarrow C$