

BENTUK NORMAL

Bentuk normal (Normal Form) adalah bentuk standar untuk ekspresi logika.

Bentuk standar yang dimaksudkan disini adalah bahwa semua bentuk ekspresi logika bisa disederhanakan dengan menggunakan perangkat dasar (alamiah) yakni perangkat \neg , \wedge , dan \vee .

Bentuk Normal mempunyai dua jenis yaitu :

1. Bentuk Normal Konjungtif (CNF)
2. Bentuk Normal Disjungtif (DNF)

Bentuk Normal sangat penting dipahami karena kebanyakan aplikasi logika, misalnya merancang rangkaian elektronika atau sirkuit menggunakan bentuk normal, khususnya bentuk **normal disjungtif**.

A. BENTUK NORMAL KONJUNGtif (CNF)

Adalah Bentuk Normal yang memakai perangkat konjungsi (\wedge) dari disjungsi (\vee).

Contoh :

1. $(P2 \vee P5 \vee \neg P3) \wedge (\neg P2 \vee P1 \vee P3) \wedge (P1 \vee P2 \vee P3 \vee P7 \vee \neg P4)$
2. $(\neg P1 \vee \neg P3) \wedge (\neg P2 \vee \neg P1 \vee P3)$

B. BENTUK NORMAL DISJUNGtif (DNF)

Adalah Bentuk Normal yang memakai perangkat disjungsi dari konjungsi.

Contoh :

1. $(P2 \wedge P5 \wedge \neg P3) \vee (\neg P2 \wedge P1 \wedge P3) \vee (P1 \wedge P2 \wedge P3 \wedge P7 \wedge \neg P4)$
2. $(\neg P1 \wedge \neg P3) \vee (\neg P2 \wedge \neg P1 \wedge P3)$

C. BENTUK NORMAL DAN TABEL KEBENARAN

Untuk membuat DNF dari suatu ekspresi logika yang dibuat dengan tabel kebenarannya sebenarnya cukup mudah, yakni hanya mengambil nilai-nilai T dari ekspresi logika.

Contoh :

$$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

Tabel Kebenarannya :

A	B	C	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg C$	$\neg A \vee \neg C$	$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg C)$	
F	F	F	F	T	T	T	T	T	1
F	F	T	F	T	T	F	T	T	2
F	T	F	F	T	T	T	T	T	3
F	T	T	F	T	T	F	T	T	4
T	F	F	F	T	F	T	T	T	5
T	F	T	F	T	F	F	F	F	x
T	T	F	T	F	F	T	T	F	y
T	T	T	T	F	F	F	F	T	6

Dari tabel diatas, hanya mengambil nilai dari $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg C)$ yang bernilai T, yakni ada 6:

Bentuk DNF (Minterm) :

$$\equiv (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

Bentuk normal diatas disebut *full disjunctive normal form*. Teknik pada DNF disebut minterm, yang menggunakan pasangan variable proposisional yang berada di tabel kebenaran dan yang memiliki nilai T.

Untuk CNF, caranya sama tapi yang diambil adalah nilai F dari tabel kebenaran dan membuatnya menjadi *full conjunctive normal form*, dengan catatan nilai variabel-variabel proposisionalnya terbalik dari pasangan pada tabel kebenaran. T menjadi F dan F menjadi T. Selanjutnya CNF disusun menjadi:

Bentuk CNF :

$$\begin{aligned} &\text{➤ } T \ F \ T \quad : \quad F \ T \ F \\ &\text{➤ } T \ T \ F \quad : \quad F \ F \ T \\ &\equiv (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C) \end{aligned}$$

Minterm adalah konjungsi dari literal-literal dengan variabel yang hanya dinyatakan 1 kali. Misalnya ada 3 variabel proposisional A, B dan C. berikut adalah contoh minterm:

1. $A \wedge B \wedge C$
2. $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$
3. $\neg A \wedge B \wedge C$

Contoh bukan minterm :

1. $A \wedge A \wedge C$
2. $\neg A \wedge \neg B \wedge B$
3. $\neg A \wedge C$
4. B

Jadi suatu disjungsi dari minterm benar jika salah satu pasangan variable di dalam tabel kebenaran bernilai benar. Misalnya $(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)$ bernilai benar jika $(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)$ salah satunya harus bernilai benar.

D. MENGUBAH SUATU EKSPRESI LOGIKA KE BENTUK NORMAL KONJUNGTF (CNF)

Untuk mengubah suatu ekspresi logika menjadi berbentuk CNF, ada 5 langkah yang digunakan :

1. Hilangkan Perangkai Ekuivalensi (\leftrightarrow)

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. Hilangkan Perangkai Implikasi (\rightarrow)

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

3. Gunakan Hukum De'Morgan

$$1. \neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$2. \neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

4. Gunakan Hukum Negasi Ganda

$$\neg\neg A \equiv A$$

5. Gunakan Hukum Distributif

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Contoh :

1. Diberikan suatu ekspresi logika

$$\begin{aligned} & \neg (A \rightarrow \neg C) \wedge (\neg B \rightarrow C) \\ \equiv & \neg (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg \neg B \vee C) \\ \equiv & (\neg \neg A \wedge \neg \neg C) \wedge (\neg \neg B \vee C) \\ \equiv & (A \wedge C) \wedge (B \vee C) \end{aligned}$$

2. $\neg A \leftrightarrow (B \vee C)$

$$\begin{aligned} \equiv & (\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge ((B \vee C) \rightarrow \neg A) \\ \equiv & (\neg \neg A \vee (B \vee C)) \wedge (\neg(B \vee C) \vee \neg A) \\ \equiv & (A \vee (B \vee C)) \wedge ((\neg B \wedge \neg C) \vee \neg A) \end{aligned}$$

LATIHAN

1. Ubahlah bentuk ekspresi logika berikut menjadi DNF dan CNF

a. $\neg A \wedge (\neg B \rightarrow C) \leftrightarrow D$

b. $A \wedge (A \vee \neg(B \wedge C))$