TABEL KEBENARAN

Tabel kebenaran adalah suatu tabel yang menunjukkan secara sistematis satu demi satu nilai-nilai kebenaran sebagai hasil kombinasi dari proposisi-proposisi yang sederhana. Dalam matematika komputasi, pernyataan-pernyataan kemudian disajikan dalam bentuk symbol. Untuk melengkapi tabel kebenaran, kita harus mengetahui dulu berapa banyak pernyataan yang termuat dalam tabel itu, sehingga tidak ada komposisi yang terlewatkan. Jika pernyataan majemuk memuat n pernyataan tunggal, maka jumlah komposisi nilai kebenarannya adalah 2^n.

Contoh, jika ada 2 pernyataan berarti n=2 , sehingga jumlah komposisi nilai kebenarannya adalah $2^n = 2^2 = 4$. maka komposisi yang mungkin adalah

p	**q**
T	T
T	F
F	T
F	F

Jadi, tabel dari 3 pernyataan memuat 8 komposisi, tabel dari 4 pernyataan memuat 16 komposisi, dst.

p	**q**	**r**
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

I. Perangkai Logika atau Operator

Setiap perangkai pada logika memiliki nilai kebenarannya masing-masing sesuai jenis perangkai logika yang digunakan. perangkai logika atau operator dalam bentuk simbol digunakan untuk membuat bentuk-bentuk logika atau ekspresi logika.

1. Konjungsi [^]

   Adalah suatu pernyataan majemuk yang menggunakan penghubung “dan/and” dengan notasi “^”

   Contoh:

   a. p: Fahmi makan nasi

      q: Fahmi minum kopi

      Maka p^q : Fahmi makan nasi dan minum kopi

   b. p: Aan anak yang pemalas

      q: Aan anak yang ngantukan

      Maka p^q : Aan anak yang pemalas dan ngantukan

   Pada konjungsi p^q akan bernilai benar jika baik p maupun q bernilai benar. Jika salah satunya (atau keduanya) bernilai salah maka p^q bernilai salah. Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari pernyataan majemuk konjungsi:

p	**q**	**p ^ q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

2. Disjungsi [v]

   Adalah pernyataan majemuk yang menggunakan penghubung “Atau/Or” dengan notasi “v”.

   Kalimat disjungsi dapat mempunyai 2 arti yaitu :

   INKLUSIF OR yaitu jika “p benar atau q benar atau keduanya true”

   Contoh :

   p : 7 adalah bilangan prima

   q : 7 adalah bilangan ganjil

   p v q : 7 adalah bilangan prima atau ganjil

   Benar bahwa 7 bisa dikatakan bilangan prima sekaligus bilangan ganjil.

   EKSLUSIF OR yaitu jika “p benar atau q benar tetapi tidak keduanya”.

   Contoh :

p : Saya akan melihat pertandingan bola di TV.

q : Saya akan melihat pertandingan bola di lapangan.

p v q : Saya akan melihat pertandingan bola di TV atau lapangan.

Hanya salah satu dari 2 kalimat penyusunnya yang boleh bernilai benar yaitu jika "Saya akan melihat pertandingan sepak bola di TV saja atau di lapangan saja tetapi tidak keduanya.

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari pernyataan majemuk disjungsi:

p	**q**	**p v q**
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

3. Negasi [~ / ¬]

Negasi adalah ingkaran dari sebuah pernyataan

Jika p adalah " Semarang ibukota Jawa Tengah", maka ingkaran atau negasi dari pernyataan p tersebut adalah ~p yaitu " Semarang bukan ibukota Jawa Tengah" atau "Tidak benar bahwa Semarang ibukota Jawa Tengah". Jika p diatas bernilai benar (true), maka ingkaran p (~p) adalah bernilai salah (false) dan begitu juga sebaliknya.

Contoh:

p : semua siswa punya almamater

~ p : beberapa siswa tidak punya almamater

q : uki anak yang pandai

~ q : uki bukan anak yang pandai

Berikut ini merupakan tabel kebenaran negasi dari pernyataan:

p	**~p**
T	F
F	T

4. Implikasi [→]

Pernyataan implikasi atau pernyataan kondisional adalah pernyataan yang berbentuk “jika p maka q”. Operasi implikasi dilambangkan dengan tanda ladam kuda ⊃, atau tanda panah →. Pernyataan “jika p maka q” ditulis dengan notasi $p \rightarrow q$. Pernyataan p disebut anteseden, sedangkan q disebut konsekuen.

Contoh :

1. p : Pak Ali adalah seorang haji.
   q : Pak Ali adalah seorang muslim.
   $p \rightarrow q$: Jika Pak Ali adalah seorang haji maka pastilah dia seorang muslim.
2. p : Hari hujan.
   q : Adi membawa payung.

   Benar atau salahkah pernyataan berikut?

   a. Hari benar-benar hujan dan Adi benar-benar membawa payung.
   b. Hari benar-benar hujan tetapi Adi tidak membawa payung.
   c. Hari tidak hujan tetapi Adi membawa payung.
   d. Hari tidak hujan dan Adi tidak membawa payung.
   e. Jika hari hujan maka Adi membawa payung.

Bentuk lain implikasi:

a) Jika p, maka q (if p, then q)
b) Jika p, q (if p, q)
c) p mengakibatkan q (p implies q)
d) q jika p (q if p)
e) p hanya jika q (p only if q)
f) p syarat cukup agar q (p is sufficient for q)
g) q syarat perlu bagi p (q is necessary for p)
h) q bilamana p (q whenever p)

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari suatu pernyataan implikasi:

p	**q**	**p → q**
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

5. Biimplikasi/Ekivalensi [↔]

   Pernyataan "p ekuivalen dengan q" mempunyai nilai kebenaran (T) jika dan hanya jika p dan q mempunyai nilai kebenaran yang sama dan ditulis dengan simbol p↔q.

   Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari suatu pernyataan biimplikasi:

p	**q**	**p ↔ q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Contoh :

1. p : Gajah binatang berkaki empat (T)

   q : Gajah bertelinga lebar (T)

   p ↔ q : Gajah binatang berkaki empat jika dan hanya jika gajah binatang bertelinga lebar

2. p : 7 < - 20 (F)

   q : 20 adalah bilangan ganjil (F)

   p ↔ q : 7 < - 20 jika dan hanya jika 20 adalah bilangan ganjil.

Bentuk lain biimplikasi:

a) p jika dan hanya jika q (p if and only if q)

b) p adalah syarat perlu dan cukup untuk q (p is necessary and sufficient for q)

c) Jika p maka q, dan sebaliknya (if p then q, and conversely)

d) P jika q (p if q)

II. Perangkai Logika atau Operator Lainnya

1. Perangkai “tidak dan” [|]

   Perangkai “tidak dan” merupakan kebalikan dari perangkai “dan” . oleh sebab itu disebut “tidak dan” atau “not and” atau “nand”. Berikut tabel kebenarannya:

A	B	A | B
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

2. Perangkai “tidak atau” [↓]

   Perangkai “tidak atau” merupakan kebalikan dari perangkai “atau” . oleh sebab itu disebut “tidak atau” atau “not or atau “nor”. Berikut tabel kebenarannya:

A	B	A ↓ B
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

3. Perangkai XOR (exlusive or)

   Perangkai XOR merupakan kebalikan dari perangkai biimplikasi, yakni jika A dan B nilainya sama, maka hasilnya adalah F, tetapi jika A dan B nilainya berbeda, maka hasilnya T. Berikut tabel kebenarannya:

A	B	A B
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

III. Ekspresi Logika

Ekspresi logika adalah proposisi-proposisi yang dibangun dengan variabel-variabel logika yang berasal dari pernyataan atau argument. Jadi variabel logika berupa huruf-huruf tertentu yang dirangkai dengan perangkat logika dinamakan ekspresi logika.

Setiap ekspresi logika dapat bersifat atomik atau majemuk tergantung dari variable proprosional yang membentuknya bersama perangkai yang relevan. Proposisi atomik berisi satu variabel proposisi atau satu konstanta proposisi. Proposisi majemuk berisi minimum satu perangkai, dengan lebih dari satu variabel proposisi.

Perangkai logika digunakan untuk mengkombinasikan proposisi-proposisi atomic menjadi proposisi majemuk. Untuk menghindari kesalahan tafsir akibat adanya ambiguitas satu orang dengan lainnya, proposisi majemuk yang akan dikerjakan terlebih dahulu akan diberi tanda kurung sehingga proposisi-proposisi dengan perangkai yang berada didalam tanda kurung disebut fully parenthesized expression (fpe).

a. ((A^B) → (AvB))

b. ((A^(B→A))Vb)

Kedua fpe diatas berbeda proses pengerjaannya, oleh karena itu perlu aturan untuk memprioritaskan penafsiran hasil yang disebut aturan pengurutan. Aturan pengurutan digunakan untuk memastikan proses pengerjaan subekspresi. Berikut aturannya :

Hierarki ke	Simbol Perangkai	Nama Perangkai
1	¬	Negasi
2	^	Konjungsi
3	v	Disjungsi
4	→	Implikasi
5	↔	Biimplikasi/Ekuivalensi

Aturan tambahan : jika menjumpai lebih dari satu perangkai hierarki yang sama, maka akan dikerjakan mulai dari yang kiri.

a. (¬A ^ B) harus dibaca ((¬A) ^ B) bukan (¬(A^B))
b. A ^ B v C harus dibaca ((A ^ B) v C) bukan (A ^ (B v C))
c. A → B ^ C harus dibaca (A → (B ^ C)) bukan ((A → B) ^ C)
d. A ↔ B → C harus dibaca (A ↔ (B → C)) bukan ((A ↔ B) → C)

Contoh Soal:

Jika Dewi rajin belajar, maka ia lulus ujian dan ia mendapat hadiah istimewa.

Variabel proposisinya :

P = Dewi rajin belajar

Q = Dewi lulus ujian

R = Dewi mendapat hadiah istimewa

Ekspresi logika :

$$((P \rightarrow Q) \wedge R) \text{ atau } (P \rightarrow (Q \wedge R))$$

Kedua kemungkinan tersebut akan menghasilkan nilai kebenaran yang berbeda.

Untuk contoh diatas yang benar adalah ekspresi logika yang kedua, karena "Dewi lulus ujian dan Dewi mendapat hadiah istimewa" merupakan akibat dari "Dewi rajin belajar".

LATIHAN

1. Diketahui pernyataan :

   Jika saya sehat, maka saya ikut ujian. Jika saya ikut ujian, saya lulus ujian.

   Ubahlah pernyataan diatas ke dalam bentuk variabel proposisi dan ekspresi logika lalu buatlah tabel kebenarannya

   Jawab

   Variabel Proposisi: Ekspresi Logika : $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

   p: saya sehat

   q: saya ikut ujian

   r: saya lulus ujian

   Tabel Kebenaran:

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F

T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

2. Buatlah tabel kebenaran dari ekspresi logika berikut

   a. (¬ A ^ ¬ B) v (C ↔ A)

   b. ¬ (B v (A → ¬C))

   Jawab

   a. (¬ A ^ ¬ B) v (C ↔ A)

A	B	C	¬A	¬B	¬ A ^ ¬ B	C ↔ A	. (¬ A ^ ¬ B) v (C ↔ A)
T	T	T	F	F	F	T	T
T	T	F	F	F	F	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T	T

   b. ¬ (B v (A → ¬C))

A	B	C	¬C	A → ¬C	B v (A → ¬C)	¬ (B v (A → ¬C))
T	T	T	F	F	T	F
T	T	F	T	T	T	F
T	F	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	T	T	F

F	T	F	T	T	T	F
F	F	T	F	T	T	F
F	F	F	T	T	T	F

TUGAS

1. Buatlah tabel kebenaran dari ekspresi logika berikut:
   a. ¬(¬A ^¬B) → (C v A)
   b. (A → (B v ¬C)) ^ (¬B ↔A)
2. Ubahlah pernyataan dibawah ke dalam bentuk variabel proposisi dan ekspresi logika lalu buatlah tabel kebenarannya.
   Jika saya lulus sidang komprehensif, saya akan senang dan orang tua saya bangga, tetapi jika saya tidak lulus, orang tua saya tidak bangga.