

MATAKULIAH TEORI BAHASA & AUTOMATA

Rahmiati, M.Kom



Pertemuan 12– Finite State Automata dengan Output (PDA

PUSHDOWN AUTOMATA

Definisi : PDA adalah pasangan 7 tuple $M = (Q, S, G, q_0, Z_0, d, A)$, dimana :
 Q : himpunan hingga stata, S : alfabet input, G : alfabet *stack*, $q_0 \in Q$: stata awal, $Z_0 \in G$: simbol awal *stack*, $A \subseteq Q$: himpunan stata penerima,

fungsi transisi $d : Q \times (S \cup \{e\}) \times G \rightarrow 2^{Q \times G^*}$

(himpunan bagian dari $Q \times G^*$)

Untuk stata $q \in Q$, simbol input $a \in S$, dan simbol *stack* $X \in G$, $d(q, a, X) = (p, a)$ berarti : PDA bertransisi ke stata p dan mengganti X pada *stack* dengan string a .

Konfigurasi PDA pada suatu saat dinyatakan sebagai triple (q, x, a) , dimana :
 $q \in Q$: stata pada saat tersebut, $x \in S^*$: bagian string input yang belum dibaca, dan $a \in G^*$: string yang menyatakan isi *stack* dengan karakter ter kiri menyatakan *top of stack*.

Misalkan (p, ay, Xb) adalah sebuah konfigurasi, dimana : $a \in S$, $y \in S^*$, $X \in G$, dan $b \in G^*$. Misalkan pula $d(p, a, X) = (q, g)$ untuk $q \in Q$ dan $g \in G^*$. Dapat kita tuliskan bahwa : $(p, ay, Xb) \vdash (q, y, gb)$.

PUSHDOWN AUTOMATA

Contoh 14 (PDA Deterministik):

PDA $M = (Q, S, G, q_0, Z_0, d, A)$ pengenal palindrome $L = \{xcx^T \mid x \in (a^*b^*)^*\}$, dimana x^T adalah cermin(x), mempunyai tuple : $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $A = \{q_2\}$, $S = \{a, b, c\}$, $G = \{a, b, Z_0\}$, dan fungsi transisi d terdefinisi melalui tabel berikut :

No.	Stata	Input	TopStack	Hasil
7	q_0	c	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	c	a	(q_1, a)
9	q_0	c	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, e)
11	q_1	b	b	(q_1, e)
12	q_1	e	Z_0	(q_2, e)

No.	Stata	Input	TopStack	Hasil
1	q_0	a	Z_0	(q_0, aZ_0)
2	q_0	b	Z_0	(q_0, bZ_0)
3	q_0	a	a	(q_0, aa)
4	q_0	b	a	(q_0, ba)
5	q_0	a	b	(q_0, ab)
6	q_0	b	b	(q_0, bb)

PUSHDOWN AUTOMATA

Sebagai contoh, perhatikan bahwa fungsi transisi No. 1 dapat dinyatakan sebagai : $\delta(q_0, a, Z_0) = (q_0, aZ_0)$. Pada tabel transisi tersebut terlihat bahwa pada state q_0 PDA akan melakukan PUSH jika mendapat input a atau b dan melakukan transisi state ke state q_1 jika mendapat input c. Pada state q_1 PDA akan melakukan POP. Berikut ini pengenalan dua string oleh PDA di atas :

1. $abcba : (q_0, abcba, Z_0) \vdash (q_0, bcba, aZ_0) (1)$

$\vdash (q_0, cba, baZ_0) (4)$

$\vdash (q_1, ba, baZ_0) (9)$

$\vdash (q_1, a, aZ_0) (11)$

$\vdash (q_1, e, Z_0) (10)$

$\vdash (q_2, e, Z_0) (12) \text{ (diterima)}$

2. $acb : (q_0, acb, Z_0) \vdash (q_0, cb, aZ_0) (1)$

$\vdash (q_1, b, aZ_0) (8), \text{ (crash}^\circ \text{ ditolak)}$

3. $ab : (q_0, ab, Z_0) \vdash (q_0, b, aZ_0) (1)$

$\rightarrow (q_0, e, baZ_0) (4) \text{ (crash}^\circ \text{ ditolak)}$

PUSHDOWN AUTOMATA

Notasi $(p, ay, Xb) \rightarrow (q, y, gb)$ dapat diperluas menjadi : $(p, x, a) \vdash^* (q, y, b)$, yang berarti konfigurasi (q, y, b) dicapai melalui sejumlah (0 atau lebih) transisi.

Ada dua cara penerimaan sebuah kalimat oleh PDA, yang masing-masing terlihat dari konfigurasi akhir, sebagaimana penjelasan berikut :

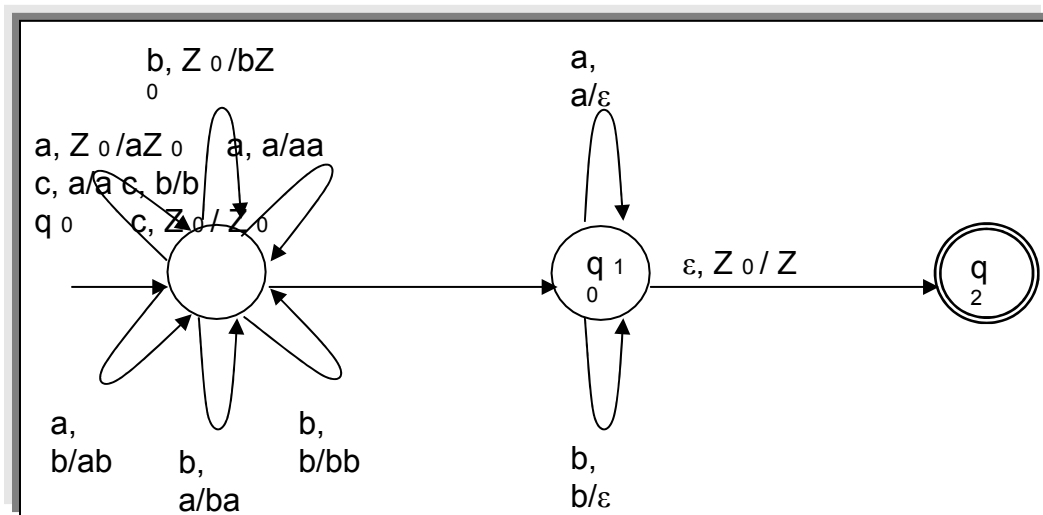
Jika $M = (Q, S, G, q_0, Z_0, d, A)$ adalah PDA dan $x \in S^*$, maka x *diterima dengan stata akhir (accepted by final state)* oleh PDA M jika : $(q_0, x, Z_0) \rightarrow^* (q, e, a)$ untuk $a \in \Gamma^*$ dan $q \in A$. x *diterima dengan stack hampa (accepted by empty stack)* oleh PDA M jika : $(q_0, x, Z_0) \rightarrow^* (q, e, e)$ untuk $q \in Q$.

PUSHDOWN AUTOMATA

Penerimaan dan penolakan tiga string di atas dapat dijelaskan sebagai berikut :

- string *abcba* diterima karena *tracing* sampai di stata penerima (q_2) dan string "*abcba*" selesai dibaca (string yang belum dibaca = ϵ)
- string *acb* ditolak karena konfigurasi akhir (q_1, b, aZ_0) sedangkan fungsi transisi $d(q_1, b, a)$ tidak terdefinisi
- string *ab* ditolak karena konfigurasi akhir (q_0, e, baZ_0) sedangkan fungsi transisi $d(q_0, e, b)$ tidak terdefinisi

Ilustrasi graf fungsi transisi PDA di atas ditunjukkan melalui gambar berikut :



PUSHDOWN AUTOMATA

Contoh 15 (PDA Non-Deterministik):

PDA $M = (Q, S, G, q_0, Z_0, d, A)$ pengenal palindrome $L = \{xx^T \mid x \in (a \cup b)^*\}$ mempunyai komponen tuple berikut : $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $A = \{q_2\}$, $S = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, dan fungsi transisi δ terdefinisi melalui tabel berikut :

No.	St.	In.	TS	Hasil
7	q_0	e	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	e	a	(q_1, a)
9	q_0	e	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, e)
11	q_1	b	b	(q_1, e)
12	q_1	e	Z_0	(q_2, e)

No.	St.	In.	TS	Hasil
1	q_0	a	Z_0	$(q_0, aZ_0), (q_1, Z_0)$
2	q_0	b	Z_0	$(q_0, bZ_0), (q_1, Z_0)$
3	q_0	a	a	$(q_0, aa), (q_1, a)$
4	q_0	b	a	$(q_0, ba), (q_1, a)$
5	q_0	a	b	$(q_0, ab), (q_1, b)$
6	q_0	b	b	$(q_0, bb), (q_1, b)$

PUSHDOWN AUTOMATA

Pada tabel transisi tersebut terlihat bahwa pada stata q_0 PDA akan melakukan PUSH jika mendapat input a atau b dan melakukan transisi stata ke stata q_1 jika mendapat input ϵ . Pada stata q_1 PDA akan melakukan POP. Contoh 14 dan 15 menunjukkan bahwa PDA dapat dinyatakan sebagai mesin PUSH-POP.

Berikut ini pengenalan string "baab" oleh PDA di atas :

1. $(q_0, baab, Z_0) \Rightarrow (q_0, aab, bZ_0) \quad (2 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, ab, abZ_0) \quad (5 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_1, ab, abZ_0) \quad (3 \text{ kanan})$
 $\Rightarrow (q_1, b, bZ_0) \quad (11)$
 $\Rightarrow (q_1, \epsilon, Z_0) \quad (10)$
 $\Rightarrow (q_2, \epsilon, Z_0) \quad (12) \quad (diterima)$
2. $(q_0, baab, Z_0) \Rightarrow (q_1, baab, Z_0) \quad (2 \text{ kanan}) \quad (crash \rightarrow ditolak)$
3. $(q_0, baab, Z_0) \Rightarrow (q_0, aab, bZ_0) \quad (2 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, ab, abZ_0) \quad (5 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, b, aabZ_0) \quad (3 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_1, b, aabZ_0) \quad (4 \text{ kanan}) \quad (crash \rightarrow ditolak)$
4. $(q_0, baab, Z_0) \Rightarrow (q_0, aab, bZ_0) \quad (2 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, ab, abZ_0) \quad (5 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, b, aabZ_0) \quad (3 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_0, \epsilon, baabZ_0) \quad (4 \text{ kiri})$
 $\Rightarrow (q_1, \epsilon, baabZ_0) \quad (9) \quad (crash \rightarrow ditolak)$