

رياضيات عامة

مفردات الكورس

- المجموعات
- المنطق الرياضي
- العلاقات
- الدوال
- اساليب البرهان
- الاستنتاج الرياضي

المجموعات

المجموعة: هي تجمع من الاشياء التي يكون بينها صفات مشتركة او ترتبط ببعضها بعلاقة معينة ويرمز للمجموعات بالحروف الكبيرة A, B, C, \dots وتكتب في اقواس من النوع $\{ \}$

عناصر المجموعة: هي الاشياء التي تتكون منها المجموعة وتكتب العناصر داخل اقواس المجموعة ويفصل بين كل عنصر وآخر بفاصلة ويرمز لعناصر المجموعة بالحروف الصغيرة $\{a, b, c, \dots\}$

انواع المجموعات:

1. المجموعة المنتهية

هي التي تحتوى على عدد منتهى من العناصر

مثال: مجموعة الاعداد الفردية من 1 الى 12

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

2. المجموعة غير المنتهية

هي التي تحتوى على عدد غير منتهى من العناصر

مثال: مجموعة الاعداد الفردية

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

3. المجموعة الخالية

هي التي لا تحتوى على عناصر

مثال:

$$A = \{ \}$$

1. المجموعة الشاملة

في اي تطبيق تكون عناصر كل المجموعات تحت الفحص منتمية الى مجموعة معينة كبير تسمى

المجموعة الشاملة ويرمز لها بالرمز U

الانتماء:

يقال للعنصر a انه ينتمي للمجموعة A اذا كان العنصر a موجود ضمن عناصر المجموعة A وتكتب في الصورة

$$a \in A$$

وإذا كان العنصر a لا ينتمي للمجموعة A أي غير موجود ضمن عناصر A تكتب في الصورة

$$a \notin A$$

الاحتواء:

يقال للمجموعة A انها محتواة داخل المجموعة B اذا كانت كل عناصر المجموعة A موجودة ضمن عناصر المجموعة B وتكتب في الصورة

$$A \subset B$$

وإذا كانت عناصر المجموعة A غير موجودة ضمن عناصر المجموعة B اذا المجموعة A غير محتواة داخل المجموعة B وتكتب في الصورة

$$A \not\subset B$$

مجموعة الاعداد:

الاعداد الطبيعية:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

الاعداد الصحيحة

$$I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

الاعداد النسبية

$$Q = \{\dots, \frac{a}{b}, -\frac{a}{b}, \sqrt{a}, \pi, \dots\}$$

الاعداد غير النسبية

$$Q^* = \{\dots, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \dots\}$$

الاعداد المركبة

$$Z = a + ib \quad i^2 = -1 \quad a \equiv \text{جزء حقيقي} \quad b \equiv \text{جزء تخيلي}$$

الاعداد الحقيقية

$$R = N + I + Q + Q^*$$

العمليات على المجموعات

1. اتحاد مجموعتين:

إذا كان A, B مجموعتين فإن اتحاد المجموعة A مع المجموعة B هي مجموعة جديدة تحتوي على عناصر المجموعة A أو عناصر المجموعة B أو العناصر المشتركة بينهما ويرمز له بالرمز $A \cup B$.

2. تقاطع مجموعتين

إذا كان A, B مجموعتين فإن تقاطع المجموعة A مع المجموعة B هي مجموعة جديدة تحتوي على العناصر المشتركة بين المجموعة A والمجموعة B ويرمز له بالرمز $A \cap B$.

3. متممة المجموعة

متممة المجموعة A هي مجموعة جديدة تحتوي على العناصر التي لا تنتمي للمجموعة A وتنتمي للمجموعة الشاملة U ويرمز لها بالرمز A^c .

4. الفرق بين مجموعتين

إذا كان A, B مجموعتين فإن فرق المجموعة A من المجموعة B هي مجموعة جديدة تحتوي على العناصر التي تنتمي للمجموعة A ولا تنتمي للمجموعة B ويرمز له بالرمز $A - B$.

مثال 1: إذا كانت

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13\}$$

$$A = \{1,3,5,8\}$$

$$B = \{2,3,5,10,13\}$$

أوجد

1. $A \cup B$
2. $A \cap B$
3. $A - B$
4. $B - A$
5. A^c
6. B^c
7. $A^c - B$
8. $A - B \cup A^c$
9. $A \cap A^c$
10. $A \cap A \cup A^c$

الحل

1. $A \cup B = \{1,3,5,8,2,10,13\}$
2. $A \cap B = \{3,5\}$
3. $A - B = \{1,8\}$
4. $B - A = \{2,10,13\}$
5. $A^c = \{2,4,6,7,9,10,11,13\}$
6. $B^c = \{1,4,6,7,8,9,11\}$
7. $A^c - B = \{2,4,6,7,9,10,11,13\} - \{2,3,5,10,13\} = \{4,6,7,9,11\}$
8. $A - B \cup A^c = \{1,8\} \cup \{2,4,6,7,9,10,11,13\} = \{1,8,2,4,6,7,9,10,11,13\}$
9. $A \cap A^c = \{1,3,5,8\} \cap \{2,4,6,7,9,10,11,13\} = \{ \}$
10. $A \cap A \cup A^c = \{1,3,5,8\} \cup \{2,4,6,7,9,10,11,13\} = \{1,3,5,8,2,4,6,7,9,10,11,13\}$

مثال 2: اذا كانت

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$$

$$A = \{c, e, g, i\}$$

$$B = \{a, c, d, i, k\}$$

$$C = \{a, b, d, f, g, i\}$$

اوجد

1. $A \cup B$
2. $B \cap C$
3. $A - B$
4. $B - C$
5. C^c
6. $A \cup B - C^c$
7. $(A \cap C \cup B)^c$

الحل

1. $A \cup B = \{c, e, g, i, a, d, k\}$
2. $B \cap C = \{a, d, i\}$
3. $A - B = \{e, g\}$
4. $B - C = \{c, k\}$
5. $C^c = \{c, e, h, j, k\}$
6. $A \cup B - C^c = \{c, e, g, i, a, d, k\} - \{c, e, h, j, k\} = \{g, i, a, d\}$
7. $(A \cap C \cup B)^c =$

$$A \cap C = \{g, i\}$$

$$(A \cap C \cup B) = \{g, i, a, c, d, k\}$$

$$(A \cap C \cup B)^c = \{b, e, f, h, j\}$$

تمرين 1:

(a) اذا كانت

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$$

$$A = \{a, f, h\}$$

$$B = \{a, b, f\}$$

$$C = \{b, c, f, i\}$$

اوجد الاتي

1. $(A \cap C)$
2. $A \cup B$
3. $(A \cup B)^c$
4. $C - B - A$
5. $A \cup B - C^c$
6. $(A \cap C \cup B)^c$

(b) ضع علامة صح وخطأ

1. $a \in C$
2. $A \subset U$
3. $f \notin A$
4. $B \subset C$