

La viscosité des liquides et son interprétation théorique

Léon Brillouin

► To cite this version:

Léon Brillouin. La viscosité des liquides et son interprétation théorique. J. Phys. Radium, 1922, 3 (9), pp.326-340. <10.1051/jphysrad:0192200309032600>. <jpa-00204363>

HAL Id: jpa-00204363

<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00204363>

Submitted on 1 Jan 1922

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA VISCOSITÉ DES LIQUIDES ET SON INTERPRÉTATION THÉORIQUE

Par M. LÉON BRILLOUIN.

1. Introduction. — La viscosité des liquides ou des solides s'est montrée, jusqu'à présent, rebelle à toute interprétation théorique; cette lacune semble d'autant plus regrettable, lorsqu'on voit avec quelle facilité la théorie cinétique explique la viscosité des gaz. On se rappelle le rôle important qu'y joue la quantité de mouvement transportée par les molécules.

Supposons un mouvement général, dans lequel les différentes couches gazeuses glissent les unes sur les autres, les échanges de quantité de mouvement entre ces diverses couches font apparaître des forces du type visqueux. Ces échanges sont d'autant plus importants que le libre parcours des molécules est plus grand, et la mesure de la *viscosité* permet une détermination de ce libre parcours. On sait, d'autre part, que cette donnée intervient aussi dans l'évaluation de la *conductibilité calorifique*: la théorie nous fournit donc une relation entre ces deux propriétés des gaz et l'expérience vérifie très exactement ces prévisions.

Le développement rigoureux offre d'ailleurs de grosses difficultés, car la notion de *libre parcours moyen* ne se laisse pas aisément préciser; ce n'est que tout récemment qu'il a été possible de formuler une théorie réellement satisfaisante au point de vue mathématique. Il était très tentant d'essayer d'appliquer ces types de raisonnements au cas des solides ou des liquides; mais ces essais n'ont conduit à aucun résultat vraiment intéressant.

2. La théorie cinétique des solides et des liquides. — Il faut voir la cause profonde de cet insuccès, afin de bien saisir la nécessité d'un changement de point de vue. La théorie cinétique, sous sa forme classique, est spécialement adaptée à l'étude des propriétés des gaz, mais elle est d'un usage très malaisé lorsqu'il s'agit des solides ou liquides. On y fait jouer, en effet, le rôle principal aux mouvements de translation des molécules isolées; les rencontres de molécules, ou chocs, sont supposés rares; ce sont des accidents, qui interviennent seulement pour égaliser les distributions de vitesse et les lois moyennes.

Pour les liquides ou solides, ces hypothèses sont inadmissibles; les

molécules s'y trouvent *perpétuellement en état de choc* et la translation libre, si elle existe, constitue l'accident exceptionnel! Dès que l'on touche à une molécule, on ébranle toutes les molécules voisines et l'on donne naissance à une *onde élastique* qui se propage à travers tout le milieu. Faut-il donc désespérer et renoncer à une théorie générale des solides? Il n'en est rien et la remarque précédente nous fait pressentir la manière d'attaquer le problème. L'élément simple, sur lequel nos raisonnements auront prise, c'est l'onde élastique, capable de se propager dans le milieu sans subir de déformations trop rapides.

Pour analyser l'agitation thermique des gaz, il est commode de considérer les molécules isolément et de raisonner sur leurs vitesses et leurs libres parcours moyens; pour les solides et liquides, il est au contraire plus pratique de décomposer le mouvement en ondes élastiques et de préciser les énergies et libres parcours de ces ondes; ces deux quantités seront des fonctions de la *fréquence* ν de l'onde et de la *température* T .

C'est sur ces bases que s'est édifiée, depuis les travaux d'Einstein et Debye, toute une théorie des solides: elle a permis d'interpréter avec succès les chaleurs spécifiques et la dilatation thermique et de former une équation d'état du corps solide. Je ne reviendrai pas ici sur cette théorie, dont j'ai donné autre part un exposé d'ensemble ⁽¹⁾. Les quanta jouent un rôle important, car ils déterminent la fonction de répartition de l'énergie entre les différentes fréquences.

Dans son aspect général, cette doctrine a de très nombreux points de contact avec la théorie du rayonnement isotherme (corps noir): l'une étudie les radiations élastiques dans un solide et l'autre, les radiations électromagnétiques dans le vide; tous les théorèmes classiques établis pour le corps noir se laissent généraliser dans le cas du corps solide, mais avec d'assez profondes modifications.

Il faut, en effet, tenir compte de la structure moléculaire des solides: une molécule gramme d'un corps contient N molécules vraies et possède ainsi un nombre limité, $3N$, de degrés de liberté; ceci oblige à introduire une restriction dans les fréquences possibles pour les ondes élastiques; on conçoit aisément qu'une onde, dont la demi longueur d'onde serait plus courte que la distance des molécules, n'aurait aucun sens physique. Cette limitation, du côté des fréquences élevées, représente l'effet de la structure granulaire de la matière.

(1) LÉON BRILLOUIN: la théorie des solides et les quanta.

Annales de l'Ecole normale supérieure, t. 37 (1920), pp. 357-459. Ce travail contient de nombreuses références; j'y ferai allusion dans la suite, sous la mention *loc. cit.*

3. La viscosité : influence des ondes élastiques d'agitation thermique.

— L'introduction de la notion de libre parcours moyen des ondes élastiques permet de compléter la théorie et de calculer la conductibilité calorifique des solides; n'est-il pas possible d'aller plus loin et d'interpréter aussi la viscosité?

On songera tout d'abord à un raisonnement calqué sur celui qui donne la viscosité des gaz, mais où l'on ferait jouer aux ondes élastiques le rôle précédemment attribué aux molécules en mouvement. Les ondes d'agitation thermique transportent de l'énergie à travers le corps considéré, mais elles sont aussi douées d'une certaine *quantité de mouvement*.

Considérons un liquide, animé d'un mouvement général qui fasse glisser les couches successives les unes sur les autres; les rayonnements élastiques émis par une certaine couche sont absorbés dans une autre; elles lui communiquent une quantité de mouvement bien définie, et l'on doit s'attendre à trouver, par ce mécanisme, un terme de viscosité. J'avais développé ce point de vue au printemps de 1914; une note au Comptes rendus en résumé les résultats ⁽¹⁾; je concluais à une viscosité réelle, due à cette intervention des ondes élastiques.

En reprenant de près ces calculs, j'y ai trouvé des difficultés sérieuses, et quelques erreurs; j'indiquerai rapidement leur origine.

Pour évaluer la quantité de mouvement transportée par les ondes élastiques, j'étais parti des formules de Lord Rayleigh sur les pressions de radiation. Une étude plus détaillée m'a permis de constater que ces formules étaient incomplètes, et j'ai indiqué ⁽²⁾ les expressions exactes qui doivent leur être substituées; il y avait donc une première correction à introduire de ce fait.

Mais le plus grave, c'est que mes raisonnements eux-mêmes étaient à reprendre entièrement. Pour suivre la propagation d'une onde élastique à travers un milieu en mouvement non uniforme, je m'étais borné à appliquer les formules élémentaires de l'effet Doppler et de l'aberration; un examen plus attentif m'obligea à reprendre en détail cette étude; les problèmes qu'elle pose sont très complexes, et je n'ai pu les résoudre que d'une manière approchée; mais les simplifications introduites sont celles généralement admises dans ces théories, et suffisent largement pour le but que je me proposais. J'eus alors la surprise d'arriver à un résultat paradoxal : je trouvais un *coefficient de viscosité négatif*.

⁽¹⁾ LÉON BRILLOUIN; conductibilité calorifique et viscosité des liquides monoatomiques. — *Comptes Rendus Acad. Sc.*, t. 159 (1914), p. 27.

⁽²⁾ LÉON BRILLOUIN; *loc. cit.*, chap. V, pp. 408. 423.

Le premier moment de surprise une fois passé, il fallait bien admettre l'exactitude du calcul. et en tirer la conclusion suivante :

Les ondes d'agitation thermique ont pour effet de diminuer la viscosité naturelle du corps. Ce résultat est d'ailleurs en accord avec le fait qu'à volume constant *la viscosité des solides ou liquides diminue lorsque la température s'élève.* Il nous faudra donc, pour compléter la théorie, interpréter cette *viscosité initiale*, très grande aux basses températures, par un mécanisme différent de celui que nous avons envisagé plus haut.

Les calculs, relatifs à l'influence des ondes élastiques d'agitation thermique et auxquels je viens de faire allusion, feront l'objet d'un exposé séparé. Le terme négatif qu'ils fournissent a pour expression

$$\zeta_p = -\frac{1}{5V} lE(T) d. \quad (1)$$

V , vitesse des ondes élastiques ;

l , leur libre parcours moyen ;

$E(T)$, énergie calorifique totale du corps, à température T , et par gramme ;

d , densité du corps.

4. Viscosité initiale. — Nous avons été amené à supposer qu'il existe, dans les corps liquides ou solides, une viscosité naturelle, que vient diminuer progressivement l'influence des ondes d'agitation thermique. Si l'on y réfléchit, il semble d'ailleurs bien certain qu'un effet de ce genre doit logiquement se produire ; parmi les différentes causes que l'on aperçoit, il en est une qui me paraît particulièrement importante, et que je veux présenter maintenant.

Considérons des couches successives de molécules : nous supposerons, pour plus de simplicité, les molécules rangées régulièrement dans chaque couche plane, et formant ainsi un véritable réseau à 2 dimensions ; la figure 1 représente une coupe du corps ainsi constitué ; dans chacune des couches 1, 2, 3, 4, les molécules forment, dans la direction Ox , une file régulière, avec un espacement e . Une telle image est suggérée directement par les expériences de M. J. Perrin sur les lames liquides, pour lesquelles on a pu observer un nombre très considérable de couches planes superposées, d'épaisseur bien définie. Les molécules sont assez rapprochées pour que les forces exercées par les couches 1 et 3 sur la couche 2, par exemple, soient importantes ; vue la régularité de la structure, ces forces, et le potentiel dont elles dérivent, sont des fonctions périodiques ; suivant la direction Ox , un déplacement e fait retrouver les mêmes forces et la même valeur du potentiel.

Supposons maintenant que nous déplaçons la couche n° 2, en lui donnant un mouvement d'ensemble dans la direction Ox , avec une vitesse constante v . Si les molécules des couches 1, 3, 4, etc., sont *maintenues rigide-*

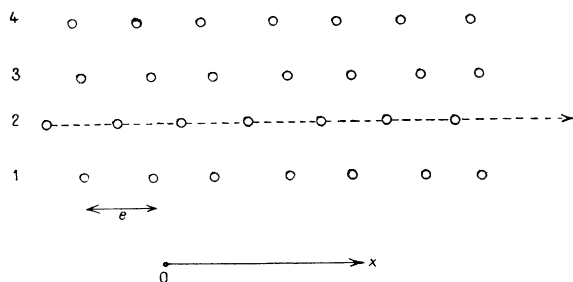


Fig. 1.

ment à leurs positions préalables, et si les molécules de la couche mobile (n° 2) gardent aussi pendant le mouvement, un espacement rigoureusement constant, il ne se produit aucun frottement, aucune dissipation d'énergie. Après un déplacement de n fois la longueur e , les molécules de la couche 2 ont repris exactement les positions initiales, chacune d'elles ayant avancé de n intervalles; chaque molécule se retrouve avec la même énergie potentielle; les forces réciproques entre les molécules de couches voisines avaient pour effet de s'opposer au déplacement, dans certaines phases du mouvement, et de le favoriser dans d'autres; au total, le travail dépensé est nul.

Mais, dans la réalité, les choses se passent autrement. Aucune molécule n'est maintenue rigide à sa position; elle s'y maintient sous l'influence des forces exercées par les molécules voisines; si l'on déplace une de celles-ci, notre molécule en subira le contre coup: de proche en proche, l'ébranlement se propage; il y a *émission d'une onde élastique*, et par conséquent *dissipation d'énergie*.

La période τ de cette onde est, dans l'exemple que nous avons pris

$$\tau = \frac{e}{v}.$$

Tant qu'il s'agit de faibles différences de vitesses entre couches voisines, la période τ reste très grande: les molécules prennent, à chaque instant, leur position d'équilibre statique sous l'influence des molécules voisines; sans que l'inertie des molécules intervienne, comme cela se produirait aux hautes fréquences; on peut donc admettre que l'ampli-

tude A des vibrations prises par les molécules est indépendante de la fréquence; l'énergie de l'onde est alors proportionnelle à

$$\frac{A^2}{\tau^2} = \frac{A^2}{e^2} v^2. \quad (2)$$

L'énergie dissipée est proportionnelle au carré de la différence de vitesse v entre deux couches voisines. C'est exactement la forme d'une dissipation d'énergie par viscosité; nous trouvons donc là un mécanisme qui interprète la *viscosité initiale ou naturelle* du liquide.

5. Influence de la température sur la viscosité initiale. — Il semble bien évident que le processus envisagé ci-dessus serait tout à fait indépendant de la température, si le volume spécifique était maintenu constant. Lorsqu'on élève la température les molécules, soumises aux ondes élastiques thermiques, vibrent constamment autour de leurs positions de repos; mais cet état vibratoire n'influence aucunement l'émission d'ondes causée par des glissements, tels que nous les avons envisagés au paragraphe précédent; le principe de superposition des petits mouvements nous garantit cette indépendance des deux phénomènes.

Il en sera autrement, si le corps subit une dilatation d'ensemble, par suite d'un échauffement à pression constante; nous devons donc admettre que *les deux coefficients* ⁽¹⁾ *de viscosité initiale* et η_λ et η_μ *sont indépendants de la température, et fonction du volume spécifique* v . De plus, ces coefficients satisferont évidemment à la relation de Stokes

$$3\eta_\lambda + 2\eta_\mu = 0 \quad (3)$$

qui exprime qu'une dilatation uniforme ne met en jeu aucune force visqueuse; ce résultat est presque évident dans le modèle développé au paragraphe précédent.

Cette relation (3) n'est, bien entendu, applicable qu'aux coefficients η de *viscosité initiale*: il n'est pas du tout certain qu'elle s'applique aux termes négatifs que nous donnera l'influence des ondes d'agitation thermique, suivant le mécanisme exposé au § 3.

Pour éviter toute confusion à ce sujet, j'ai pris les notations η_λ , η_μ pour les termes de viscosité initiale, les lettres ζ_λ , ζ_μ se rapportant aux termes dus aux ondes élastiques thermiques; la viscosité totale, à température T sera donc donnée par la somme $\eta + \zeta$.

⁽¹⁾ MARCEL BRILLOUIN. *Leçons sur la viscosité*; Gauthier-Villars, 1907; chap. II. § 23, p. 29 et p. 32.

Les deux coefficients sont, dans cet ouvrage, désignés par les notations λ et μ ; nous avons préféré η_λ et η_μ afin d'éviter toute confusion avec les λ et μ classiques en élasticité.

6. Viscosité et conductibilité calorifique. — J'ai rappelé, aux paragraphes 1 à 3, le principe des raisonnements qui m'ont conduit à la formule (1). Le détail des calculs, qui sont assez longs et délicats, fera l'objet d'un article ultérieur dans ce journal. Je puis indiquer, dès maintenant, les comparaisons que l'on doit faire entre la viscosité et la conductibilité calorifique des liquides. Cette dernière propriété est, au moins approximativement, régie par la formule (1)

$$\kappa = \frac{1}{3} l d V c_v; \quad (4)$$

l , libre parcours moyen des ondes élastiques d'agitation thermique;

d , densité;

V , vitesse des ondes élastiques;

c_v , chaleur spécifique à volume constant.

La comparaison directe des formules (1) et (4), n'est pas possible sans hypothèses supplémentaires. Nous pourrions pourtant remarquer que, dans un échauffement à volume constant, la densité d reste invariable; la vitesse V des ondes varie lentement; quant au libre parcours moyen, nous ignorons ses propriétés; si nous supposons qu'il ne dépend que du volume, nous pourrions dériver la formule (1) et aboutir à la relation approximative suivante;

$$-\left(\frac{\partial \zeta_p}{\partial T}\right)_v = \frac{1}{3V} l d c_v = \frac{3\kappa}{5V^2}. \quad (5)$$

Nous avons vu, au paragraphe précédent, que la viscosité initiale η doit être, à volume constant, indépendante de la température; la viscosité totale, $\eta + \zeta$ sera donc régie par la formule (5). Nous pouvons tenter de la comparer avec les résultats expérimentaux.

Les données sont, malheureusement, peu nombreuses. Les nombres que l'on trouve dans les recueils de constantes (*Soc. de Physique* ou *Landolt Börnstein*) sont souvent très discordants; j'en relève quelques-uns pour préciser les ordres de grandeur.

	κ	$J\kappa$
Eau.....	140 10^{-5}	5,85 10^4
Alcool éthylique.....	43 10^{-5}	1,8 10^4
Alcool méthylique.....	48 10^{-5}	2 10^4
Ether éthylique.....	33 10^{-5}	1,38 10^4
Benzine.....	33,3 10^{-5}	1,4 10^4
Térébenthine.....	32,5 10^{-5}	1,36 10^4
CS ²	34,3 10^{-5}	1,44 10^4

(1) Cf. LÉON BRILLOUIN, *loc. cit.*, chap. v.

Cette formule avait été indiquée par DEBYE, dans une conférence à Göttingue, mais

J'ai choisi les résultats de mesures faites au voisinage de la température ordinaire, entre 10° et 20°. Ces nombres représentent la quantité de chaleur, en petites calories, qui est transmise en 1 seconde, à travers 1 cm², pour un gradient de température de 1° C par cm. Pour faire la comparaison avec nos formules, il nous faut exprimer les calories en ergs; c'est ce que donne la dernière colonne du tableau, où les valeurs de α ont été multipliées par l'équivalent mécanique de la calorie $J = 4,18 \cdot 10^7$ ergs.

La vitesse des ondes élastiques, ou vitesse du son, prend dans des conditions équivalentes de température. les valeurs suivantes :

	$\frac{v}{\text{cm : sec}}$
Eau	1,440 10^5
Alcool éthylique	1,24 10^5
Alcool méthylique	1,2 10^5
Ether éthylique	1,03 10^5
Benzine	1,17 10^5
Térébenthine	1,33 10^5
CS ²	1,16 10^5

Ces nombres manquent de précision, mais les déterminations directes de la vitesse du son me semblent préférables au calcul d'après les compressibilités; la mesure de la compressibilité, pour de très faibles compressions, est très grossière, et la comparaison des chiffres relatifs à diverses pressions, montre une variation rapide.

7. Applications numériques. — Nous pouvons maintenant voir ce que nous donne l'application de notre formule (5) pour la *variation de la viscosité en fonction de la température, à volume constant*.

CORPS ÉTUDIÉ	$-\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)_v = \frac{3}{5} \frac{J \alpha}{V^2}$
Eau	17 10^{-7} C. G. S.
Alcool éthylique	6,9 10^{-7}
Alcool méthylique	8,3 10^{-7}
Ether éthylique	7,7 10^{-7}
Benzine	6,4 10^{-7}
Térébenthine	4,6 10^{-7}
CS ²	6,4 10^{-7}

Ces nombres ne peuvent être considérés que comme une approximation assez grossière, tant à cause de la faible précision des valeurs expérimentales que par suite du caractère approché de notre formule (5).

Ce qui frappe néanmoins, au premier abord, c'est l'extrême petitesse

avec un coefficient numérique inexact [*Vorträge über die kinetische Theorie der Materie*. B. G. TEUBNER (1914)].

de ces résultats. La variation de viscosité à volume constant est, pour ces mêmes corps, infiniment plus considérable.

CORPS ÉTUDIÉ		$-\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)_p$
Eau	40	10^{-5} C. G. S.
Alcool éthylique.....	30	10^{-5}
Alcool méthylique.....	11,5	10^{-5}
Ether éthylique.....	1,9	10^{-5}
Benzine.....	12,5	10^{-5}
Térébenthine.....		
CS ²	2,3	10^{-5}

La variation de viscosité que nous prévoyons, à volume constant, serait donc de l'ordre du centième de la variation à pression constante.

C'est dire que, seules, des expériences très précises pourraient permettre de tenter une vérification de la formule (5), ou des formules plus exactes (3) et (4). Dans la pratique, un seul fait est à retenir, c'est que la viscosité des liquides usuels ne dépend de la température que par suite de la dilatation thermique; *la température n'influe directement que fort peu sur la viscosité des liquides* et celle-ci doit être considérée, en première approximation, comme *fonction du volume spécifique seul*.

Cette conclusion justifie les hypothèses que nous avons été amenés à faire aux paragraphes (4) et (5); la part prépondérante de la viscosité des liquides est due à un mécanisme où l'agitation thermique ne joue aucun rôle; les corrections que l'agitation thermique apportent à cette viscosité initiale sont très petites et, le plus souvent, négligeables.

Ces remarques s'appliqueront d'autant mieux que nous opérerons dans des conditions qui justifient le mieux nos hypothèses initiales, c'est-à-dire que nous considérerons des liquides loin de leur point critique ou sous fortes pressions.

8. Les faits expérimentaux sur la viscosité des liquides. Influence de la pression. — Les résultats qualitatifs, auxquels nous a conduit notre étude, se trouvent en grande partie confirmés par les mesures sur la viscosité des liquides et l'influence des deux facteurs : température et pression. Ces mesures ont en effet conduit leurs auteurs à affirmer que, dans de larges limites, la viscosité ne dépend directement que du volume spécifique du corps étudié. Les liquides à forte pression vérifient bien cette loi; à faible pression, des écarts commencent à apparaître, surtout parmi les corps présentant à un haut degré la propriété d'association; c'est-à-dire ceux qui ont tendance à former des molécules multiples, ce qui trouble

profondément toutes leurs propriétés physico-chimiques : l'eau et les alcools sont d'ailleurs dans ce cas, ce qui les rend impropres à une tentative de vérification de la théorie.

Pour les travaux antérieurs à 1907, je ne puis que renvoyer aux *Leçons sur la viscosité* de M. M. Brillouin ⁽¹⁾ où l'on en trouve (vol. I, chap. III) une discussion très détaillée. Les expériences les plus instructives sont celles de Warburg et von Babo ⁽²⁾, sur l'anhydride carbonique au voisi-

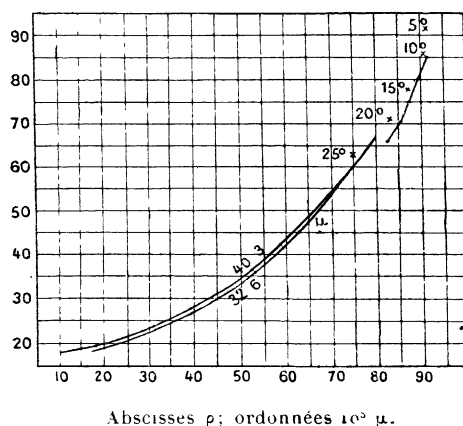


Fig. 2.

nage du point critique. Il ressort nettement des résultats que la viscosité dépend principalement de la densité et que l'influence directe de la température est minime. La courbe ci-contre empruntée aux leçons de M. M. Brillouin illustre ce résultat d'une manière frappante; les densités ρ par rapport à l'eau sont portées en abscisses (multipliées par 100) tandis que les ordonnées représentent la viscosité (multipliée par 10^3); les chiffres inscrits à côté des courbes sont les températures.

9. Expériences de Faust (1913). — Une série d'expériences très soignées, sur l'influence de la pression, a été faite en 1913 par O. Faust, au laboratoire de G. Tammann. Les mesures semblent à l'abri de toutes critiques sérieuses et ont été poussées jusqu'à des pressions de 3 000 kg par cm^2 , pour un intervalle de températures de 0° à 50° environ. Les corps étudiés sont l'alcool éthylique, l'éther éthylique et le sulfure de carbone.

⁽¹⁾ MARCEL BRILLOUIN. *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*. Gauthier-Villars, Paris, 1907.

⁽²⁾ *Ann. der Phys.*, t. 17 (1882), p. 390-427.

Aux fortes pressions (plus de 1 000 ou 1 500 kg : cm²) les deux derniers corps suivent nettement la loi indiquée, leur viscosité ne dépendant que du volume spécifique. L'alcool ne semble se rapprocher de cette règle qu'au voisinage de 3 000 kg : cm², c'est-à-dire à la limite des nombres expérimentaux. L'auteur rattache ce fait à la tendance bien connue de l'alcool à former des molécules complexes.

Pour les deux premiers liquides, Faust ⁽¹⁾ indique que la viscosité dépendrait du volume suivant la loi linéaire

$$\eta = K' (A' - v) \quad (6)$$

Ceci serait valable pour les domaines des petits volumes, pour lesquels l'attraction moléculaire K reste, d'après Tammann, constante; de sorte que l'équation d'état prenne la forme

$$(p + K) (V - V_{p=\infty}) = CT \quad (7)$$

Il faut remarquer, à ce sujet, que les théories cinétiques qui nous ont servi de point de départ, conduisent à une équation d'état ⁽²⁾ un peu différente (Debye, Ratnowsky);

$$[(p + F'(v))v] = E \left(\frac{1}{3} - \frac{\partial \log V}{\partial \log v} \right) \quad (8)$$

$F'(v)$ étant une fonction du volume; E , l'énergie d'agitation thermique; V , la vitesse des ondes. La parenthèse de droite n'étant pas constante et l'énergie E ne tendant à devenir proportionnelle à T qu'à haute température, la comparaison directe des formules est assez malaisée.

On pouvait espérer tirer des expériences de Faust une valeur expérimentale du coefficient $\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)_v$ qui entre dans notre formule théorique; lorsqu'on regarde de près les nombres de l'auteur, on constate que la précision est à peine suffisante; voici, par exemple, les résultats relatifs à l'éther et au sulfure de carbone. L'auteur a, d'après ses courbes, repéré à diverses températures les pressions qui correspondent à une valeur donnée de la viscosité. Il s'est ensuite servi des tables d'Amagat pour calculer les volumes spécifiques correspondants; le volume du corps à 0° sous une pression de 1 kg : cm² est pris pour unité.

⁽¹⁾ O. FAUST. Die innere Reibung von Flüssigkeiten unter hohem Druck [*Göttinger Nachr.*, t. 4 (1913), p. 489-508].

⁽²⁾ Pour discussions et références, se rapporter à LÉON BRILLOUIN, *loc. cit.*, chap. VI, p. 425.

S. RATNOWSKY. *Ann. der Phys.*, t. 38 (1913), p. 637.

Les courbes ci-contre sont tracées d'après ces nombres.

On voit une tendance nette des courbes à s'incurver vers le bas ; pour maintenir la viscosité constante il faut, si l'on élève la température, diminuer

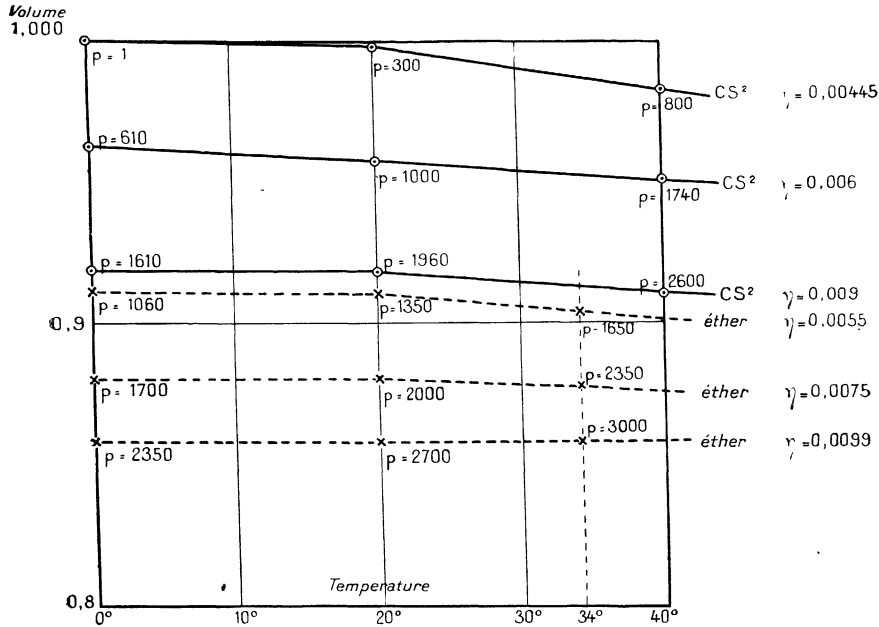


Fig. 3.

Volumes pour lesquels la viscosité reprend la même valeur, à diverses températures.

nuer un peu le volume. C'est dire qu'à volume constant on constaterait une légère diminution de la viscosité.

L'ordre de grandeur semble concorder à peu près avec nos prévisions théoriques ; prenons, par exemple, le cas de l'éther, pour lequel nous avons calculé

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)_v = -7,7 \cdot 10^{-7}.$$

A une variation de 20°, sur la température, correspondrait une diminution de viscosité

$$\Delta \eta = -\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)_v \cdot 20 = -1,54 \cdot 10^{-5}.$$

Pour ramener la viscosité à sa valeur initiale, il faudrait donc une augmentation de pression de

$$\Delta p = -\frac{\partial p}{\partial \eta} \Delta \eta = \frac{1,54 \cdot 10^{-5}}{2,2 \cdot 10^{-6}} = 7 \text{ kg : cm}^2$$

J'ai pris la valeur moyenne $\frac{\partial \eta}{\partial p} = 2,2 \cdot 10^{-6}$, d'après les nombres de Faust, pour une température de 20° et des pressions de 1 à 2 000 kg : cm².

Ceci nous donnerait une diminution de volume de

$$- \Delta v_{calc} = \mu v \Delta p = 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,91 \cdot 7 = 0,00115,$$

μ étant le coefficient de compressibilité de l'éther à 20°, pour lequel on trouve, dans les tables, la valeur $1,80 \cdot 10^{-4}$. Les nombres de Faust donnent, entre 0° ($p = 1\ 060$) et 20° ($p = 1350$) la variation de volume

$$- \Delta v_{obs} = 0,911 - 0,910 = 0,001.$$

La concordance paraît être un peu fortuite entre ces deux nombres, car les courbes de Faust, reproduites plus haut, sont loin d'être rectilignes et parallèles.

La moyenne des variations de volume que l'on peut tirer des trois courbes de l'éther, tracées fig. 3, pour une variation de 20°, est de

$$- \overline{\Delta v} = 0,002.$$

Il semble donc que l'ordre de grandeur de nos prévisions soit exact; mais la précision des mesures actuelles ne permet pas d'aller plus loin, et de tenter une vérification plus complète.

Pour l'alcool, la variation de viscosité est bien plus rapide que nous ne le prévoyons, ce qui s'explique par le haut degré d'associativité.

Nous pouvons donc conclure que, pour les liquides, il existe une zone importante de pressions et de températures, pour lesquelles la viscosité dépend principalement du volume spécifique, et très peu de la température. Dans cette zone, notre théorie semble applicable; des mesures précises sur l'influence résiduelle de la température, à volume constant, permettraient une vérification plus complète.

10. Autres travaux. — D'autres expériences ont été faites, plus récemment, par J.-H. Hyde ⁽¹⁾, au National Physical Laboratory. Les corps étudiés sont des lubrifiants très variés, qui montrent tous un fort accroissement de viscosité avec la pression; ces résultats ont une grande importance pratique, mais il ne semble pas que les huiles très complexes qui ont été employées puissent se prêter à la vérification d'une théorie.

⁽¹⁾ HYDE (J.-H.) *Proc. Roy. Soc.*, t. **97**, (1920), p. 240-259. Analysé *Journ. de Phys.*, t. **1** (1920) p. 401 D.

Une formule a été récemment proposée par H.-B. Phillips ⁽²⁾ qui écrit

$$\eta = \frac{3Nh}{M(v - \bar{v})}. \quad (9)$$

N , nombre de molécules par mol. g.

h , constante de Planck.

M , masse moléculaire.

\bar{v} , covolume.

Les concordances numériques avec les nombres expérimentaux sont assez grossières; la formule ne serait d'ailleurs, aux faibles volumes (v voisin de \bar{v}), pas en accord avec la formule expérimentale de Faust.

Quant au raisonnement par lequel l'auteur justifie sa formule, il est basé sur une application des quanta qui ne semble guère admissible. Il comporte, d'ailleurs, un nombre entier arbitraire, que l'auteur choisit égal à 6! Dans aucune application des quanta, on n'a introduit l'hypothèse que le nombre de quanta soit fixe et indépendant de la température; tous les résultats connus vont à l'encontre d'une telle hypothèse.

11. Conclusions. — J'ai voulu présenter quelques remarques sur la viscosité des liquides, et essayer de rattacher cette propriété à la théorie générale des solides et liquides, qui s'est développée depuis les travaux d'Einstein et Debye sur les chaleurs spécifiques.

Le principe consiste à analyser l'agitation thermique en ondes élastiques, se propageant en tous sens; ces ondes transportent une certaine quantité de mouvement et peuvent ainsi jouer un rôle dans la viscosité. Le calcul complet de cet effet fera l'objet d'un très prochain article. Le résultat est un *terme négatif*, qui vient diminuer la *viscosité naturelle* existant dans le liquide en l'absence de toute agitation thermique. J'indique au § 3 la formule (1) à laquelle m'ont conduit les calculs détaillés, et je précise (§ 4) le mécanisme qui produit la viscosité naturelle du fluide.

Ce mécanisme dépend seulement du volume spécifique du fluide, et se trouve, à volume donné, indépendant de la température. Ceci représente la partie la plus importante de la viscosité; l'influence résiduelle de la température (à volume constant) est interprétée par la formule (1). On peut rattacher, par cette voie, deux propriétés du liquide, la viscosité et la conductibilité calorifique, et aboutir à la relation approchée.

(2) PHILLIPS (H.-B.) *Proc. Nat. Acad. of Sciences*, t. 7 (1921), p. 172-177.

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)_{c.\text{const.}} = -\frac{5}{3} \frac{J\kappa}{V^2}. \quad (3)$$

ζ , viscosité;

κ , conductibilité calorifique;

J , équivalent mécanique de la calorie;

V , vitesse des ondes sonores.

La discussion des résultats expérimentaux ne permet pas d'aboutir à une vérification précise de la formule (3); on est néanmoins frappé de la concordance des ordres de grandeur; les considérations théoriques développées doivent s'appliquer au cas des liquides qui ne possèdent pas la propriété de former des molécules complexes (défaut que présentent l'eau et les alcools. p. ex.).

Le domaine des hautes pressions (volumes spécifiques faibles) correspond aux conditions générales qui justifient les hypothèses initiales, et semble pouvoir se prêter à des vérifications précises.

Manuscrit reçu le 29 juin 1922.
