L3 physique parcours spéciaux — Année 2019 - 2020

UE Relativité restreinte

Notes de cours v0

Brahim Lamine
brahim.lamine@irap.omp.eu

Université Toulouse III Paul Sabatier — Université de Toulouse

« Citation à trouver » ? ?

Présentation pédagogique de l'UE de gravitation

Esprit général de l'UE

Prérequis

— *en physique :* mécanique classique ; mécanique analytique.
— *en mathématique :* analyse élémentaire.

Acquis attendus

Organisation pédagogique

—

Modalité d'évaluation (total de 100 points)

Ouvrages de référence

— « Relativité restreinte : bases et applications », C. Semay et B. Silvestre-Brac (Dunod). Ouvrage introductif moderne.
— « Relativité restreinte : des particules à l'astrophysique », E. Gourgoulhon (CNRS éditions). Approche mathématique très complète.
— « Carnets de voyages relativistes », H.-P. Nollert et H. Ruder (Belin). Belles illustrations d'effets de cinématique relativiste.

Vous pouvez aussi consulter les vidéos youtube de Richard Taillet (université de Grenoble).

Table des matières

Table des figures

Introduction Générale

Blabla

CHAPITRE 1

Concepts fondamentaux

Sommaire

I Introduction

La raison historique qui a donné naissance à la relativité restreinte est la tentative de marier mécanique newtonienne et électromagnétisme de Maxwell. Cependant, il ne faut pas réduire la relativité restreinte à cela, car c'est au final une méta-théorie, une nouvelle vision de l'espace-temps, qui s'impose à toutes les interactions, pas seulement la mécanique et l'électromagnétisme. Et même à la gravitation, car la RG est finalement une théorie relativiste de la gravitation.

Avec cette révolution, ce sera la première fois que l'on devra se préocuper de la façon dont on mesure les choses. On ne peut répondre à une question que si on a parfaitement définie la chaine de mesure à réaliser par un observateur donné. Essentiellement, cela provient du fait que l'espace et le temps ne sont plus absolus et nous oblige à une forme de « localité » dans la mesure : qui mesure quoi, comment, quand et ou ? Le mot de *relativité* vient justement de cette disparition du concept de temps absolu et d'espace absolu. Cependant, notons que chez Galilée il existe déjà une notion de principe de relativité, qui stipule que les lois de la physique sont les mêmes dans deux référentiels inertiels (ou encore galiléen, une classe de référentiels particuliers dans lesquels la première loi de Newton est vraie). Le principe de relativité restreinte va obliger à une reformulation profonde, car par exemple une force ne pourra plus dépendre de la distance entre deux objets, car cette distance dépend du référentiel dans le cadre d'un espace non absolu.

II Concepts newtonien

II.1 Cadre Newtonien, transformation de Galilée

On commence par quelques rappels, qui seront utiles pour apporter les éléments nouveaux de la relativité restreinte.

Référentiel

Un *référentiel* est la donnée d'un observateur muni d'éléments de mesures : règle, horloge, rapporteur etc. Tous les observateurs au repos par rapport à lui (il faut ici préciser, mais en newtonien c'est clair : la distance et la direction de ces autres observateurs ne varient pas) permettent d'étendre le référentiel autour de l'observateur central. Les observateurs sont munis des mêmes instruments de mesure, usinés de la même façon. Les horloges, en particulier, sont identiques et ont été synchronisées (cf + loin pour savoir comment faire, mais cela semble clair en physique newtonienne).

Système de coordonnées

Ensuite, pour *repérer* un objet dans un référentiel donné, l'observateur va construire un système de coordonnées (x, y, z, t) pour spécifier la position d'un *événement*, c'est-à-dire un « phénomène » ayant eu lieu à un endroit à un moment donné. Ce phénomène est supposé localisé dans l'espace et le temps, c'est typiquement une collision entre deux objets (deux particules, un photon et un atome etc.). Il ne faut donc pas confondre référentiel et système de coordonnées.

DESSIN d'un cristal d'horloges, que l'on dispose de façon régulière une bonne fois pour toute à l'aide d'une règle étalon (cf Semay). Procédure pour déterminer les coordonnées d'un événement => l'horloge où a lieu l'événement s'allume et le temps t est imprimé.

Transformation de Galilée

Les coordonnées d'un événement dépendent évidemment du référentiel, et du coup la vitesse d'un objet et toutes les grandeurs cinématiques associées. Galilée nous dit comment se transforment les coordonnées quand on passe d'un référentiel à un autre.

Plus précisément, on va s'intéresser à ce qui se passe quand on passe d'un référentiel $\mathscr{R}$ à un autre référentiel $\mathscr{R}'$ qui se déplace à vitesse *constante* $\overrightarrow{\mathrm{V}}$ par rapport à $\mathscr{R}$ (il faut préciser comment on peut mesurer cela dans la vraie vie : par exemple en constatant qu'il y a un effet Doppler constant). On a tout simplement

$$\overrightarrow{r}' = \overrightarrow{r} - \overrightarrow{\mathrm{V}}\, t \qquad \text{et} \qquad t' = t \tag{1.1}$$

On a supposé que les origines des deux référentiels coincidaient à l'instant $t = 0$ (il n'y a aucune perte de généralité bien sûr). Ces relations paraissent « évidentes » et incontournables, mais en fait elles ne sont pas exactes (!!!). On verra ce qui nous a amené à les déconstruire. Si $\overrightarrow{\mathrm{V}} = \mathrm{V}\overrightarrow{e_x}$, alors on a

$$\begin{cases} x' = x - \mathrm{V}t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

La transformation de Galilée (1.1) concerne le passage d'un référentiel à un autre qui se déplace à vitesse constante. Dans le cas où le référentiel $\mathscr{R}'$, d'origine O′, a un mouvement quelconque, il faut écrire

$$\vec{r}\,' = \overrightarrow{\mathrm{O'M}} = \overrightarrow{\mathrm{OM}} - \overrightarrow{\mathrm{OO'}}(t) = \vec{r} - \overrightarrow{\mathrm{OO'}}(t) \tag{1.2}$$

Composition des vitesses

On déduit de la transformation de Galilée que les vitesses se composent de la façon suivante,

$$\vec{v}\,' = \frac{\mathrm{d}\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t'} = \vec{v} - \vec{\mathrm{V}} \tag{1.3}$$

ce qui constitue la loi de composition des vitesses. Cette loi ne dépend en fait pas du fait que $\vec{\mathrm{V}}$ soit constant (il suffit de dériver (1.2)).

Par exemple, si je marche à 5 km/h dans un train, dans le sens de la marche, et que celui-ci se déplace à 300 km/h par rapport au sol, ma vitesse par rapport au sol est de 305 km/h (et 295 km/h si je me déplace vers l'arrière du train).

Espace et temps absolus

On déduit des transformations de Galilée que la durée entre deux événements ne dépend pas du référentiel,

$$\mathrm{T}' = t'_\mathrm{B} - t'_\mathrm{A} = t_\mathrm{B} - t_\mathrm{A} = \mathrm{T}$$

Et de la même façon, la distance entre deux événements est également indépendantes du référentiel. En effet, pour mesurer une longueur (donc une distance) entre deux événements A et B, il faut utiliser une règle et repérer la position sur les graduations à un même instant $t_\mathrm{A} = t_\mathrm{B}$. Ainsi,

$$x'_\mathrm{B} - x'_\mathrm{A} = x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A} - \mathrm{V}\underbrace{(t_\mathrm{B} - t_\mathrm{A})}_{=0} = x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}$$

Et de même, $y'_\mathrm{B} - y'_\mathrm{A} = y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A}$, $z'_\mathrm{B} - z'_\mathrm{A} = z_\mathrm{B} - z_\mathrm{A}$ et donc

$$\mathrm{L}' = \sqrt{(x'_\mathrm{B} - x'_\mathrm{A})^2 + (y'_\mathrm{B} - y'_\mathrm{A})^2 + (z'_\mathrm{B} - z'_\mathrm{A})^2} = \mathrm{L}$$

C'est pour cette raison que l'on parle d'espace et de temps absolu chez Galilée/Newton. Si une règle fait 1 m pour un observateur, elle fera aussi 1 m pour un observateur qui se déplace par rapport à lui. Attention, cela paraît évident, mais ne sera plus vrai dans la suite [1].

II.2 Principe de relativité galiléenne

Le cadre newtonien se complète ensuite avec le principe de relativité, qui est le moteur le plus puissant de toute recherche de théorie physique, à savoir chercher à disposer de lois de la physique qui s'écrivent de la même façon pour tout le monde.

Chez Newton, on n'y arrive pas complètement, mais on peut obtenir tout de même des lois de la *mécanique* qui sont valables pour une classe de référentiel donné, les référentiels dits *galiléens*, que l'on appellera aussi *inertiels*. Ces référentiels sont par définition ceux pour lesquels la première loi de Newton est vraie, à savoir que si un système n'est soumis à aucune

1. Notons également que cette propriété d'espace et de temps absolu reste vraie même avec des transformations plus générale de Galilée, tenant compte d'éventuels translations et de rotations, $t' = t + t_0$ et $\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{\mathrm{V}}t + \mathrm{R}\vec{r} + \vec{r_0}$, où R est une matrice de rotation.

force, son mouvement doit apparaître rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen. La relativité restreinte ne changera pas cette classe de référentiel, c'est seulement la RG qui fera sauter les référentiels galiléen au profit d'un principe de relativité plus général.

Le cadre de Newton est donc maintenant défini, dans un référentiel galiléen, par la deuxième loi de Newton,

$$m\vec{a} = \sum \vec{\mathrm{F}} \tag{1.4}$$

Cette loi satisfait à un principe de relativité entre référentiels inertiels si les forces sont indépendantes du référentiel, $\vec{\mathrm{F}}' = \vec{\mathrm{F}}$, car

$$\vec{a}' = \frac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{v} - \vec{\mathrm{V}}) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{a} \tag{1.5}$$

puisque $\vec{\mathrm{V}} = \overrightarrow{\mathrm{cte}}$. Le fait que $\vec{\mathrm{F}}' = \vec{\mathrm{F}}$ est donc un postulat essentiel du cadre newtonien. En particulier, cela implique que les différentes grandeurs qui interviennent dans l'expression des forces, soient bien des invariants par changement de référentiel (par exemple la masse m, la charge q, la constante de Newton G, la permittivité ε_0,la perméabilité μ_0, mais aussi le coefficient de frottement solide et statique, la raideur k d'un ressort etc.). Vis-à-vis des grandeurs cinématique, on a le droit d'avoir une force qui dépend de la distance (par exemple $-kx$, $-\mathrm{G}mm/r^2$ etc.) ou du temps, car ces dernières grandeurs sont bien des invariants d'après les transformations de Galilée. Par contre, dès lors qu'une force dépend de la vitesse, il faut être prudent car la vitesse dépend du référentiel. Donc soit il s'agit de vitesse relative (par exemple la vitesse d'un mobile par rapport à celle du fluide dans lequel il se déplace, comme pour les forces de frottement fluide), ou alors il faut faire un traitement spécifique, comme on va le voir avec la force de Lorentz ci-après.

III Inconsistance avec l'électromagnétisme

Malheureusement, l'inclusion de l'électromagnétisme brise le magnifique édifice du principe de relativité galiléenne. On va voir que d'une part il y a une contradiction théorique entre ce principe et les équations de Maxwell, et qu'au delà de ce constat théorique, l'expérience met aussi en évidence une inconsistance entre ce principe et les équations de Maxwell.

III.1 Problème théorique

Considérons la force de Lorentz $\vec{\mathrm{F}}$ exercée par des champs $\vec{\mathrm{E}}$ et $\vec{\mathrm{B}}$ sur une particule ponctuelle de charge q qui se déplace à la vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel galiléen $\mathscr{R}$.

$$\vec{\mathrm{F}} = q\left(\vec{\mathrm{E}} + \vec{v} \wedge \vec{\mathrm{B}}\right) \tag{1.6}$$

Pour que le principe de relativité galiléenne soit correct, il faut que dans le référentiel $\mathscr{R}'$ se déplaçant à la vitesse constante $\vec{\mathrm{V}}$ par rapport à $\mathscr{R}$, $\vec{\mathrm{F}}' = \vec{\mathrm{F}}$. Or,

$$\vec{\mathrm{F}}' = q'\left(\vec{\mathrm{E}}' + \vec{v}' \wedge \vec{\mathrm{B}}'\right)$$

Cela implique nécessairement que les champs électrique et magnétique vus dans $\mathscr{R}'$ seront différents de ceux vu dans $\mathscr{R}$. Soit. Regardons ce que cela donne. Pour cela, on va postuler que $q' = q$ (il y a ici un choix de postuler que la charge électrique est un invariant). On utilise d'autre part la composition des vitesses (1.3), ce qui donne

$$\vec{\mathrm{E}} + \vec{v} \wedge \vec{\mathrm{B}} = \vec{\mathrm{E}}' + (\vec{v} - \vec{\mathrm{V}}) \wedge \vec{\mathrm{B}}' \quad \Rightarrow \quad \vec{v} \wedge \left(\vec{\mathrm{B}} - \vec{\mathrm{B}}'\right) = \vec{\mathrm{E}}' - \left(\vec{\mathrm{E}} + \vec{\mathrm{V}} \wedge \vec{\mathrm{B}}'\right)$$

Or, la relation précédente doit être vraie quelque soit la vitesse $\vec{v}$ le la charge q. Ainsi, les deux membres de l'égalité doivent être nuls, c'est-à-dire que la transformation des champs, prédite par le principe de relativité galiléenne, est

$$\vec{\mathrm{B}}' = \vec{\mathrm{B}} \qquad \text{et} \qquad \vec{\mathrm{E}}' = \vec{\mathrm{E}} + \vec{\mathrm{V}} \wedge \vec{\mathrm{B}} \tag{1.7}$$

On pourrait penser que nous avons résolu le problème, sauf que cette transoformation des champs n'est pas compatible avec les équations de Maxwell. Pour le voir de façon simple, considérons la situation d'un fil infini chargé linéiquement λ, et calculons les champs $\vec{\mathrm{E}}$ et $\vec{\mathrm{B}}$ créé par cette distribution de charge, vu depuis un référentiel $\mathscr{R}$ au repos avec le fil, et un référentiel $\mathscr{R}'$ en translation rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{\mathrm{V}}$ le long de l'axe du fil. Dans le référentiel $\mathscr{R}$, le théorème de Gauss et le théorème d'Ampère permettent de montrer que

$$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r} \quad , \quad \vec{\mathrm{B}} = \vec{0}$$

où on utilise le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'axe le fil. Dans $\mathscr{R}'$, la distribution linéique de charge reste constante car la charge électrique est constante et les transformations de Galilée nous assure que la longueur $\mathrm{d}\ell$ est un invariant, donc $\lambda' = \mathrm{d}q'/\mathrm{d}\ell' = \mathrm{d}q/\mathrm{d}\ell = \lambda$ (attention, ce ne sera plus vrai en relativité restreinte). En appliquant Gauss dans $\mathscr{R}'$, on trouve immédiatement $(r' = r)$,

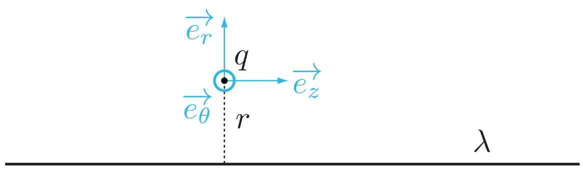
$$\vec{\mathrm{E}}' = \vec{\mathrm{E}} \tag{1.8}$$

Pour le champ magnétique, il suffit d'appliquer un théorème d'Ampère. Dans $\mathscr{R}'$, on voit un fil chargé se déplaçant à la vitesse $-\vec{\mathrm{V}} = -\mathrm{V}\vec{e_z}$, et donc un courant I tel que

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda \mathrm{V}\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t} = \lambda\mathrm{V}$$

Ainsi, Ampère sur un cercle donne $2\pi r\mathrm{B}(r) = \mu_0\lambda\mathrm{V}$, et donc

$$\vec{\mathrm{B}}' = -\frac{\mu_0\lambda\mathrm{V}}{2\pi r}\vec{e_\theta} \tag{1.9}$$



On voit donc que les champs ne se transforment pas comme il se doit d'après (1.7). À quel point est-ce grave ? Regardons l'expression de la force excercée par les champs électrique et magnétique créé par cette distribution de charge et de courant, sur une particule q qui serait au repos dans $\mathscr{R}$. On va calculer cette force dans $\mathscr{R}$ et dans $\mathscr{R}'$.

$$\vec{\mathrm{F}} = q\vec{\mathrm{E}} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r} \qquad \text{dans } \mathscr{R}$$

$$\vec{\mathrm{F}}' = q\left(\vec{\mathrm{E}} + (-\vec{\mathrm{V}}) \wedge \vec{\mathrm{B}}'\right) = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r} + \frac{q\mu_0\lambda\mathrm{V}}{2\pi r}\vec{\mathrm{V}} \wedge \vec{e_\theta} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\vec{e_r} \qquad \text{dans } \mathscr{R}'$$

où on a introduit la constante c telle que $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$ (on verra juste après que c'est la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide). Finalement,

$$\vec{\mathrm{F}}' = \vec{\mathrm{F}}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \tag{1.10}$$

La différence entre ces deux forces n'est importante que si V devient de l'ordre de c. Puisque $c \simeq 3 \times 10^8\,\mathrm{m.s^{-1}}$, l'écart au principe de relativité galiléenne n'est pas très grand dans les situations « ordinaires » où $\mathrm{V} \ll c$ (non relativistes). Cependant, c'est très problématique conceptuellement. Ici, il faudra renoncer à $\lambda' = \lambda$, et donc à $\mathrm{d}\ell' = \mathrm{d}\ell$.

III.2 Problème observationnel : c est finie

Une solution naturelle au problème précédente serait que c soit infini. Or, on sait depuis longtemps que ce n'est pas le cas. Il faut déjà s'appuyer sur les équations de Mxwell pour déterminer que c est bien la vitesse de propagation de la lumière. Celles-ci s'écrivent

$$\text{Maxwell-Gauss :} \qquad \mathrm{div}\ \overrightarrow{\mathrm{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.11}$$

$$\text{Maxwell-Thomson :} \qquad \mathrm{div}\ \overrightarrow{\mathrm{B}} = 0 \tag{1.12}$$

$$\text{Maxwell-Faraday :} \qquad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \overrightarrow{\mathrm{E}} = -\frac{\partial \overrightarrow{\mathrm{B}}}{\partial t} \tag{1.13}$$

$$\text{Maxwell-Ampère :} \qquad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \overrightarrow{\mathrm{B}} = \mu_0 \overrightarrow{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \overrightarrow{\mathrm{E}}}{\partial t} \tag{1.14}$$

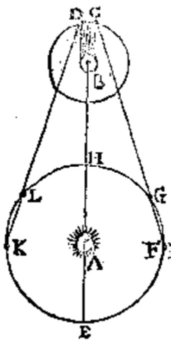
En prenant le rotationnel de l'équation de Maxwell-Ampère, dans le vide ($\rho = 0$, $\overrightarrow{j} = \overrightarrow{0}$), on obtient, puisque $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(\mathrm{div}\,) - \overrightarrow{\Delta}$,

$$\overrightarrow{\Delta}\,\overrightarrow{\mathrm{E}} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \overrightarrow{\mathrm{E}}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0} \tag{1.15}$$

et la même équation pour $\overrightarrow{\mathrm{B}}$. La solution générale de cette équation de d'Alembert est une onde qui se propage à la vitesse

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \tag{1.16}$$

Ainsi, c représente bien la vitesse de propagation d'une OEM dans le vide. Or, on sait depuis Römer (1676) que la vitesse de la lumière est finie. Il obtient une valeur de $2 \times 10^8\,\mathrm{m.s^{-1}}$ en observant les éclipses du satellite Io de Jupiter. En effet, selon que la Terre se rapproche ou s'éloigne de Jupiter, on constate que les éclipses se produisent en avance ou en retard (de l'ordre de 10 minutes), alors que la durée entre deux immersions consécutives est constante et donnée par la période T de Io autour de Jupiter, T = 42h28min. Comme les distances dans le système solaire sont mal connues à l'époque, Römer trouve un ordre de grandeur seulement, mais clairement inconsistant avec une valeur infini de c.



Soit A le Soleil, B Jupiter, C le premier Satellite qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en ſortir en D, & ſoit E F G H K L la Terre placée à diverſes diſtances de Jupiter.

Or ſuppoſé que la terre eſtant en L vers la ſeconde Quadrature de Jupiter, ait veu le premier Satellite, lors de ſon émerſion ou ſortie de l'ombre en D; & qu'en ſuite environ 42. heures & demie aprés, ſçavoir aprés une revolution de ce Satellite, la terre ſe trouvant en K, le voye de retour en D : Il eſt manifeſte que ſi la lumiere demande du temps pour traverſer l'intervalle L K, le Satellite ſera veu plus tard de retour en D, qu'il n'auroit eſté ſi la terre eſtoit demeurée en K, de ſorte que la revolution de ce Satellite, ainſi obſervée par les Emerſions, ſera retardée d'autant de temps que la lumiere en aura employé à paſſer de L en K, & qu'au contraire dans l'autre Quadrature FG, où la terre en s'approchant, va au

D'autres expériences ont permis de mesurer plus précisément cette vitesse. Citons les expériences suivantes pour leur intérêt historique :

- Bradley (1728). Si la vitesse de la lumière est finie, alors il doit y avoir un effet d'aberration. Comme lorsque l'on se déplace dans la pluie, la direction d'arrivée des photons qui arrivent à l'observateur sur Terre doit dépendre de notre vitesse par rapport à l'étoile observée. Physiquement, cela se traduit par un (petit) mouvement elliptique de la position d'une étoile dans le ciel autour d'une position moyenne. En mesurant l'angle du cône sous-tendant cette ellipse, Bradley trouve que la vitesse de la lumière doit être $c \simeq 10\,210\,\mathrm{V}_\oplus$, où $\mathrm{V}_\oplus$ est la vitesse de révolution de la Terre autour du Soleil. Cette vitesse n'était pas connue à l'époque, donc Bradley n'exprima pas c en unité SI. De la même façon, Bradley a pu déterminer que la lumière parcourait la distance Terre-Soleil en 8 minutes et 12 secondes (la valeur d'aujourd'hui est 8 minutes et 19 secondes, pas mal pour l'époque).
- Fizeau (1849). Il s'agit de la première mesure en km.s^{-1}. Celle-ci a été effectuée en mesurant le temps d'aller-retour d'un paquet de lumière entre Monmartre et Suresne (distant de 9 km), à l'aide d'un dispositif ingénieux de roue dentée tournant. Il mesure $315\,000\,\mathrm{km.s^{-1}}$.
- Foucault (1862) améliore la mesure de Fizeau à l'aide d'un miroir tournant et mesure $c \simeq 298\,000\,\mathrm{km.s^{-1}}$.

En conclusion, c est finie, donc on a un problème.

III.3 Problème observationnel : c est universel !

L'autre problème qui se pose est de savoir si la vitesse c qui est obtenue grâce aux équation de Maxwell est valable seulement dans un référentiel particulier (qui sert donc de définition d'*ether*), ou bien pour tout observateur, comme le laisse suggérer les équations de Maxwell.

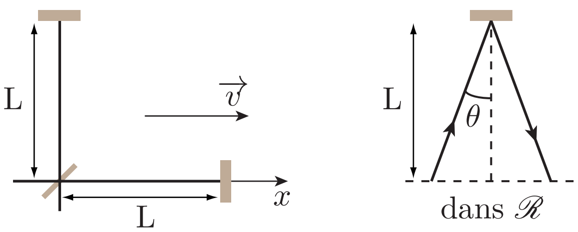
Les expériences menées depuis la découverte de la vitesse finie de la lumière on mis en évidence le fait que cette vitesse était toujours la même, indépendamment du mouvement relatif entre la source et l'observateur.

Le premier à avoir montré ce résultat est Arago (1810). Son idée a été de mesurer la vitesse de la lumière provenant de différentes étoiles, en s'attendant à trouver diverses valeurs. Il n'en a rien été ! Pour mesurer cette vitesse, Arago a utilise un prisme pour réfracter la lumière émise par une toile lointaine. En fonction de la vitesse de la Terre par rapport à cette étoile (donc selon le moment dans l'année, et selon la direction de l'étoile dans le ciel), la vitesse de la lumière par rapport au prisme devait varier. Or, puisque l'indice n du prisme dépend de la vitesse de la lumière c' dans le prisme ($n = c/c'$, où c est la vitesse dans l'éther, qui elle est constante, mais la Terre se déplace par rapport à l'éther, donc $c \neq c'$), on devrait mesurer des angles de réfraction différents pour différentes étoiles (jusqu'à 28" de différence selon que la vitesse de la Terre soit dirigé vers l'étoile ou dans un sens opposé). Or, l'angle est le même à 5" près. On est face à un problème, donc Fresnel a tenté de trouver une solution en invoquant l'hypothèse d'un entraînement partiel de l'éther par le prisme... On sent que ça merdouille. Historiquement, Arago est en fait le premier à avoir mis en évidence un effet relativiste !

Voir le TD pour l'expérience de Fizeau (1850).

L'expérience cruciale, qui a boulversé la communauté scientifique, est celle de Michelson-Morley (1887). Faisons le calcul dans le référentiel $\mathscr{R}$ de l'éther, dans lequel la vitesse de la lumière est supposée égale à c. Et appelons $\mathscr{R}'$ le référentiel du labo. On suppose pour simplifier que le laboratoire se déplace à la vitesse $\vec{v}$ par rapport à l'éther, dans la direction d'un des bras de l'interféromètre. On se place dans le référentiel $\mathscr{R}$ pour faire les calculs. Le temps d'aller-retour dans la direction x s'écrit

$$\mathrm{T}_{\rightarrow} = \frac{\mathrm{L} + v\mathrm{T}_{\rightarrow}}{c} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T}_{\rightarrow} = \frac{\mathrm{L}}{c - v}$$



On trouve de même que $\mathrm{T}_{\leftarrow} = \frac{\mathrm{L}}{c+v}$, d'où

$$\mathrm{T}_{\leftrightarrow} = \frac{\mathrm{L}}{c - v} + \frac{\mathrm{L}}{c + v} = \frac{2\mathrm{L}}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{1.17}$$

Pour les temps de parcours dans l'autre bras, la partie droite de la figure représente la trajectoire de la lumière dans $\mathscr{R}$, parcourue à la vitesse c. En utilisant Pythagore, on trouve

$$\mathrm{L}^2 = c^2\mathrm{T}_{\uparrow}^2 - v^2\mathrm{T}_{\uparrow}^2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T}_{\uparrow} = \frac{\mathrm{L}}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \mathrm{T}_{\downarrow} \tag{1.18}$$

Notons que si on avait décidé de faire le calcul dans $\mathscr{R}'$, puisque le temps est absolu chez Newton, on aurait retrouvé les mêmes durées pour les différents trajets (cette fois on aurait par contre utilisé la loi de composition des vitesses => faite-le en exercice). On remarque donc que $\mathrm{T}_{\leftrightarrow} \neq \mathrm{T}_{\updownarrow}$. La différence $\Delta\mathrm{T}$ s'écrit

$$\Delta\mathrm{T} = \mathrm{T}_{\leftrightarrow} - \mathrm{T}_{\updownarrow} = \frac{2\mathrm{L}}{c} \left[(1 - \beta^2)^{-1} - (1 - \beta^2)^{-1/2} \right]$$