LP 48 Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique

Maxime

May 5, 2019

Contents

0.1 Introduction

Prérequis : mécanique, MQ, ondes, électromag...

Exemples usuels : casser un verre avec sa voix, ponts qui s'écroule lorsqu'on marche au pas....ect

On va essayer d'en faire une définition plus générale dans cette leçon.

1 Résonateurs à une degré de liberté

1.1 Mécanique : oscillateur harmonique

On peut en réaliser un avec une masse au bout d'un ressort, sur un support à l'horizontale. Équations du mouvement, avec un terme de frottement et un forçage

$$\ddot{\psi} + \frac{\dot{\psi}}{\tau} + \omega_0^2 = F_m \cos(\omega t + \phi) \tag{1}$$

On recherche une solution sous la forme

$$\psi = Re(Ae^{i(\omega t + \phi_e)}) \tag{2}$$

et on trouve

$$\psi = Re\left(\frac{F_m e^{i(\omega t + \phi_e)}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega/\tau}\right) \tag{3}$$

On peut en déduire la vitesse, on voit qu'elle est max à la résonance : définition possible de la résonance.

Définition du concept d'admittance $Y = \frac{V_m}{F_m}$ qui est max à la résonance : peut aussi servir de def.

1.2 Électronique : circuit RLC

Schéma du circuit. Loi des mailles dans le cas où on a un GBF délivrant une tension e(t)

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{CL}q = \frac{e(t)}{L} \tag{4}$$

Équation similaire à celle de la partie précédente, avec cette fois $\tau = L/R$ et $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Cette fois à la résonance on a un transfert max d'énergie du GBF au circuit puisque l'intensité est alors maximale.

Pour les docteurs : Manip : tracé de la résonance en courant : i(f) + phase. On en déduit la fréquence de résonance du circuit.

Ce phénomène de résonance peut s'observer dans le cas de système ayant plusieurs degrés de liberté.

2 Résonance dans les systèmes à plusieurs degrés de liberté

2.1 Deux oscillateurs harmoniques couplés

On regarde la cas de deux oscillateurs couplés : deux masses sont liées entre elles et à deux supports verticaux à l'aide de 3 ressorts (le tout est à l'horizontale).
On a alors un système de deux équations couplées pour les position des deux masses.

Il y a cette fois deux fréquences de résonance. Notion de modes propres.

2.2 N OH couplés

On va cette fois avoir N équations différentielles couplées. Cela va conduire à N fréquences de résonance et ainsi N modes propres.

Q : qu'en est il lorsqu'on tend vers le continu : $N \to \infty$? Cela correspond en mécanique au cas de la corde de Melde.

3 Corde de Melde

Description générale... on arrive à l'équation de D'Alembert (sans faire les calculs) avec la vitesse $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

Les conditions limites sont imposées par un nœud de vibration d'un coté, et une excitation sinusoïdale de l'autre.

On a donc une onde plane, et une divergence apparente lorsque sin(kL) = 0, à savoir lorsque $L = p\frac{\lambda}{2}$ ou de manière équivalente $\omega = p\frac{\pi c}{L}$: forçage résonant.

4 Résonance en optique : cavité de Fabry-Pérot

schéma + principe : les ondes en phase interfèrent constructivement
Résonance ici : transfert maximal d'énergie entre le faisceau incident et le faisceau résonant.
Notamment utilisé dans les laser pour réduire l'élargissement spectral du faisceau.

5 Résonance en mécanique quantique : barrière de potentiel

On regarde une barrière de potentiel carrée, de hauteur V_0 et une onde incidente d'énergie $E > V_0$.
On calcule alors le coefficient de transmission, on voit qu'il admet une résonance lorsque $L = \frac{p\lambda}{2}$.
Analogue donc au Fabry-Pérot.

6 Conclusion

Notion de résonance universelle pour les systèmes linéaires

Questions

Vous parlez de l'universalité de la résonance, y a t-il résonance pour un circuit RL ou RC ?
Non : ce sont des systèmes du premier ordre, et seuls les systèmes d'ordre deux au moins peuvent êtres résonants.

Est ce donc universel ?
NON.

Dans quels types de systèmes ce phénomène se manifeste ?
Systèmes oscillants : systèmes d'ordre 2 ou plus.

Concernant la barrière de potentiel en MQ, dans quel cas rencontre on cette situation ?
Microscope à effet tunnel.

Vous dites qu'il y a résonance lorsque la largeur de la barrière est liée à la fréquence de l'onde incidente... et vous nous parlez d'électron, quelle est la fréquence d'un électron ?

Vous pouvez établir d'Alembert dans le cas de la corde ?

Prendre une excitation sinusoïdale ou en cosinus fait il une différence ?
Non cela correspond juste à un choix arbitraire de l'origine des temps.

Pouvez vous donner le lien entre vitesse et transfert d'énergie ?
C'est la puissance.

Remarques

Il faut maitriser toutes les démos sur lesquelles on passe vite, ou qu'on passe sous silence.
Il faut introduire la notion de base des ondes planes : base propre des opérateurs différentiels linéaires.
On doit bien montrer que Fabry-Pérot = Corde de Melde : dans les deux cas on a $p\lambda = 2L$: l'onde se superpose alors à elle même en phase. Mais du coup il faut vite passer sur le second présenté.
Il faut expliciter la relation de dispersion à chaque fois : montre la différence entre d'Alembert et Schrodinger ! En MQ le vide est dispersif !!
I.1) et I.2) identiques : ne garder que le RLC qui est plus concret.
Impédance : $Z = \frac{U}{I} = \frac{"Force"}{"vitesse"}$ et admittance $Y = \frac{I}{U}$.
Résonance : puissance reçue maximale. Si on trace $P(\omega)$ on a un max à la fréquence de résonance. C'est donc la résonance en puissance qui est universelle.

Résonance bien faite dans le Pérez de Mécanique.

Il faut bien introduire la fréquence propre : on a résonance lorsqu'on excite le système à sa fréquence de résonance.

On peut citer plusieurs cas de systèmes plus exotiques : Drude Lorrentz, vibrations moléculaires : il faut expliciter le fait que c'est la même physique : oscillateur harmonique universel car correspond aux petites oscillations dans un puits de potentiel.

Analogie possible sur les systèmes en rotation avec le théorème du moment cinétique : RMN et RPE.

Dans le cas oscillateurs couplés citer la molécule CO_2 et prendre deux ressorts identiques de part et d'autre. Passer par la forme matricielle pour introduire les modes propres. Elargir en disant que les deux modes propres obtenus sont généraux car les équations sont linéaires. Dans le cas du CO_2 on a donc deux raies d'absorption.
Tous les systèmes de taille finies se ramènent donc à une diagonalisation : généralisable au cas de N oscillateurs.
On enchaine alors sur le passage au continu. Mais quand on arrive à d'Alembert la résonance n'est plus évidente .... toutes les fréquences sont possibles, il y a une infinité de modes propres dans le vide. Cette fois la résonance vient des conditions limites.

Plan conseillé

7 Résonance à 1 DDL : RLC

8 Résonance dans les les systèmes à plusieurs DDL

8.1 2 OH couplés

8.2 N OH couplés

8.3 Passage au continu

9 Résonance avec C.L

9.1 Corde de Melde

9.2 Fabry Pérot

10 Puits de potentiel en MQ

10.1 Puits ∞

10.2 Calcul de Bohr et De Broglie pour l'hydrogène

$2\pi r_n = n\lambda_{dB}$: atome = onde électronique dans une boite.