

## Moteur de Stirling



### Objectif

Comprendre le fonctionnement d'un moteur thermique

Tracer le cycle thermodynamique de fonctionnement du moteur de Stirling et calculer son rendement.

### 1. Introduction

Le moteur Stirling est un moteur à combustion externe qui utilise un fluide contenu dans une enceinte fermée, chauffée par une source de chaleur extérieure à l'enceinte. En 1816, Robert Stirling, ministre de l'Eglise d'Ecosse, faisait breveter un moteur à air chaud qui convertissait en travail l'énergie libérée par un feu. Le moteur de Stirling a été utilisé au cours de cette période, mais le développement des machines à vapeur et des moteurs à explosion l'a fait quelque peu négliger. Depuis 1940 cependant, de nouvelles recherches ont été développées en vue d'une application industrielle. Ce moteur possède une particularité intéressante du point de vue écologique ; il n'a pas d'échappement et fonctionne toujours avec le même gaz de travail qui est chauffé ou refroidi de l'extérieur.

### 2. Principes physiques :

#### **2.1 Premier principe de la thermodynamique**

Le premier principe est une loi de conservation de l'énergie appliquée aux phénomènes thermiques. L'énergie interne d'un système peut être modifiée au cours d'une transformation par échange de travail et de chaleur :

$$\Delta U = Q + W$$

Le travail  $W$  et la chaleur  $Q$  sont des quantités d'énergie transférées ; elles n'ont de sens que pendant la transformation, alors que l'énergie interne  $U$  est une fonction d'état mesurant le contenu en énergie du système. Pour un gaz parfait qui satisfait à l'équation d'état :

$$pV = nRT$$

L'énergie interne est la somme des énergies cinétiques des molécules (par définition du gaz parfait, l'énergie d'interaction entre molécules est nulle). On montre que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température  $T$ , soit :

$$U = nC_{vm}T.$$

Avec :

- $n$  : nombre de mole de gaz parfait
- $T$  = température du gaz en kelvins (K)
- $C_{vm}$  : capacité thermique molaire à volume constant. Pour un gaz parfait diatomique comme de l'air on a  $C_{vm} = \frac{5}{2}R = \frac{5}{2} \times 8,31 = 20,8 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

## 2.2 Les moteurs thermiques

Une machine thermique est un dispositif permettant au milieu extérieur d'agir sur un gaz qui décrit un cycle. La machine thermique la plus simple fonctionne entre deux réservoirs de chaleur à des températures différentes. Pendant un cycle, le système subit une suite de transformations qui le ramène à son état initial. L'énergie interne étant une fonction d'état, sa variation est nulle au cours d'un cycle et par le premier principe, on a :

$$\sum Q = -W_{TOT}$$

La somme des quantités de chaleur échangées est donc égale au travail total échangé.

Les transformations subies par le gaz au cours d'un cycle font varier sa température  $T$ , sa pression  $p$  et son volume  $V$ . On représente ces transformations dans un diagramme de Clapeyron  $p = f(V)$ . L'aire limitée par l'intérieur du cycle représente le travail échangé par la machine thermique car :

$$W = - \int p dV.$$

Si le cycle est effectué dans le sens des aiguilles d'une montre, le système fournit du travail à l'extérieur et reçoit de la chaleur. La machine thermique fonctionne alors comme un moteur thermique. Dans ce cas le travail total est négatif car le gaz cède du travail.

La puissance instantanée cédée par le gaz a donc pour expression :  $P(t) = -p \frac{dV}{dt}$

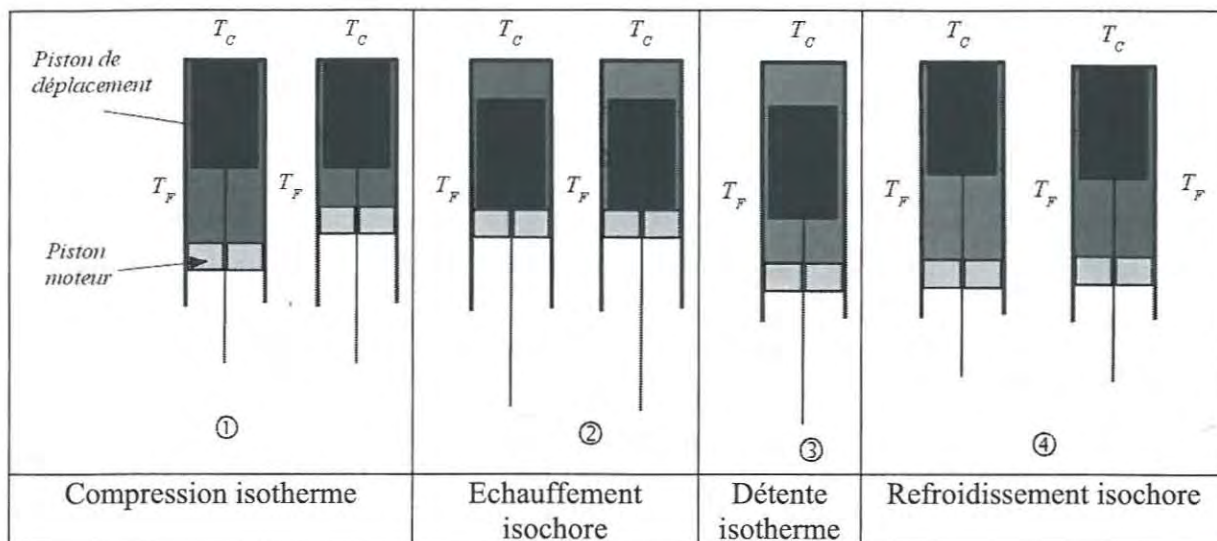
## 2.3 Le moteur de Stirling

Le cycle est la suite des évolutions d'un gaz parfait entre deux sources de chaleur de températures constantes et uniformes  $T_F$  et  $T_C$ . Au cours du cycle, le gaz subit une compression et une détente aux températures constantes  $T_F$  et  $T_C$ . (transformations isothermes) et deux isochores (transformation à volume constant).

Nous admettons, pour la compréhension du fonctionnement, que les parties supérieure et inférieure du cylindre sont en contact thermique avec deux réservoirs de chaleur de capacité calorifique infinie, respectivement le réservoir chaud à température constante  $T_C$  et le réservoir froid à température constante  $T_F$ .

Le cycle est composé de quatre parties.





1: Le piston moteur comprime le gaz à la température  $T_F$ . Le gaz doit céder la chaleur  $Q_F$  au réservoir froid puisqu'il s'agit d'une compression isotherme. Cette transformation est représentée par une hyperbole dans le diagramme de Clapeyron car  $p = \frac{nRT_F}{V}$ .

2. Le piston de déplacement transfère le gaz de la partie du cylindre en contact avec le réservoir froid à la température  $T_F$  à la partie du cylindre en contact avec le réservoir chaud à la température  $T_C$ . Au cours de cette transformation, le volume du gaz reste inchangé : la transformation est isochore.

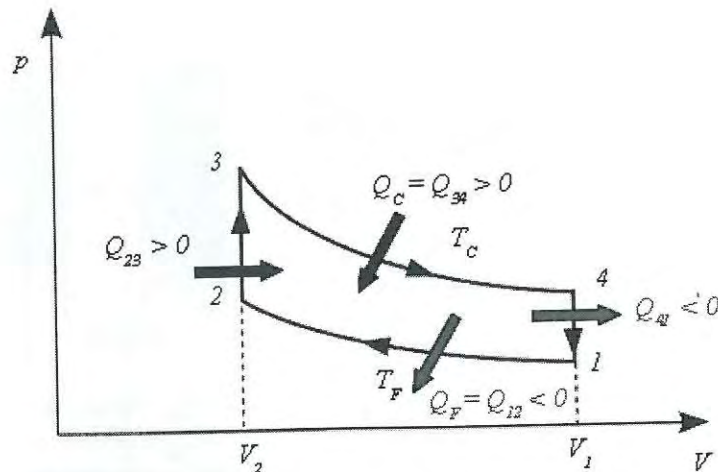
3. La chaleur  $Q_C$  reçue du réservoir chaud à température  $T_C$  provoque une détente isotherme du gaz : le piston de travail est poussé vers le bas. Cette énergie aussi utilisée pour la compression de la transformation 1 et pour faire avancer la machine. La transformation est de nouveau isotherme.

4. Le piston de déplacement contraint le gaz à se déplacer dans la partie inférieure du cylindre en cédant de la chaleur à la laine de cuivre. La température du gaz s'abaisse de  $T_C$  à  $T_F$  pendant ce refroidissement isochore et toute la procédure peut recommencer au début.

Seule la transformation 3 fournit du travail: les autres transformations s'effectuent grâce à l'inertie du moteur (par l'intermédiaire du volant d'inertie), d'où le fonctionnement par légers à-coups. Le résultat du cycle est l'absorption de chaleur à haute température, le rejet de chaleur à basse température et la production de travail utilisable par le milieu extérieur.

## 2.4 Le cycle de Stirling

La source chaude fournit la quantité de chaleur  $Q_C$  au cours de la détente isotherme (transformation 3). La quantité de chaleur  $Q_F$  est cédée à la source froide. La quantité de chaleur fournie au cours du réchauffement isochore (transformation 2) est en partie récupérée lors du refroidissement isochore (transformation 4).



Au cours du cycle la variation d'énergie interne du gaz est nulle :

$$\Delta U = 0$$

$$Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} + W_{TOT} = 0$$

On obtient donc :

$$W_{TOT} = -(Q_F + Q_C)$$

Le rendement du cycle de Stirling est égale au rapport du travail fourni par le moteur à la chaleur fournit par la source chaude :

$$\eta = -\frac{W_{TOT}}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

On montre que ce rendement est égal à celui de la machine idéale de Carnot :

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

### 3. Partie expérimentale

#### 3.1 Dispositif expérimental

Le piston de déplacement se déplace par intermittence avec une temporisation pendant le chauffage et pendant le refroidissement du fluide qui est de l'air. Le mouvement du piston de déplacement s'effectue grâce au disque angulaire. En cas d'apport de chaleur par le bas avec la plaque chauffante, le piston de déplacement est en avance d'environ  $100^\circ$  par rapport au piston moteur (membrane). La quantité de chaleur nécessaire au fonctionnement du moteur, est fournie par une plaque chauffante électrique intégrée.



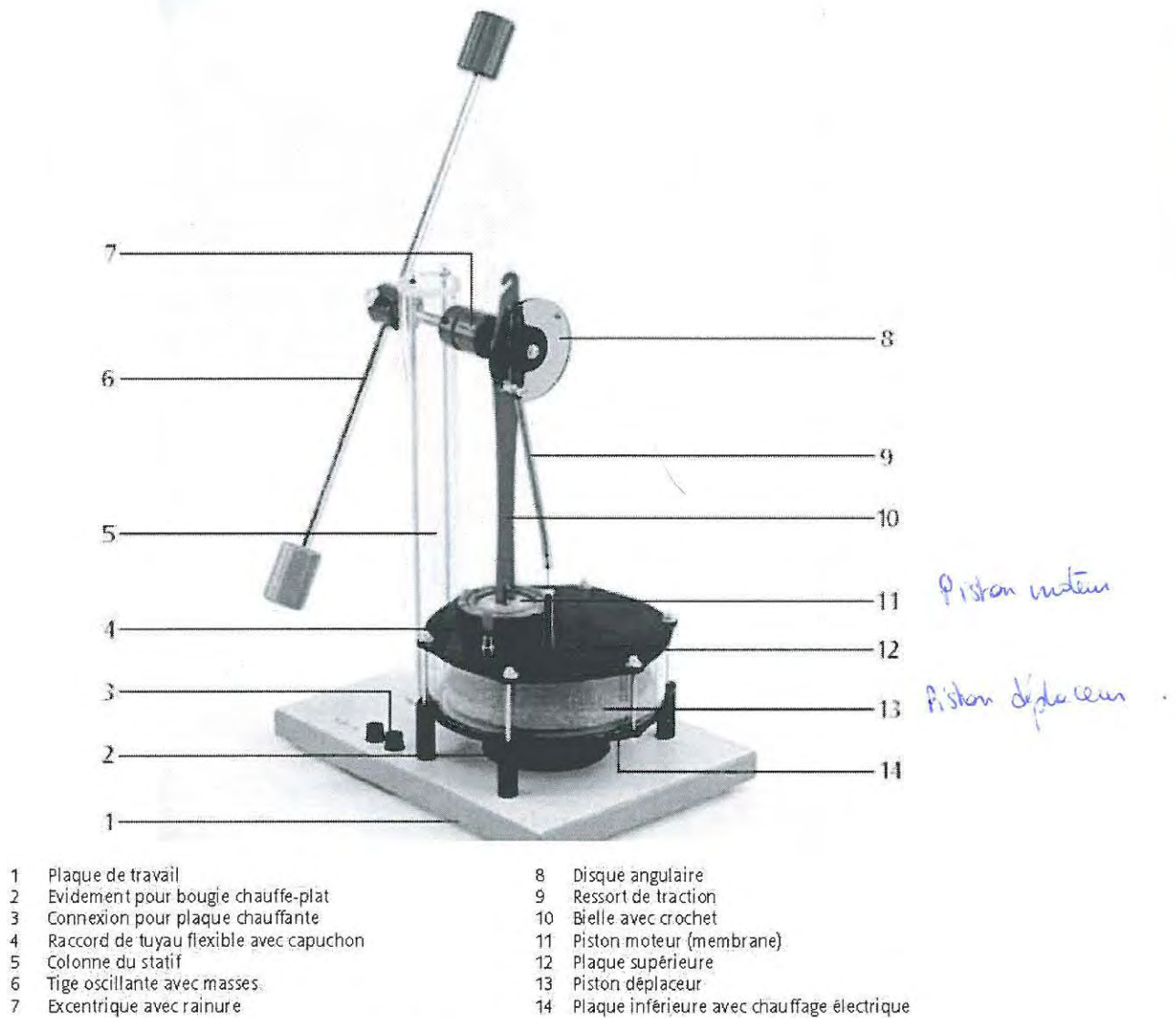


Figure 1 : dispositif expérimental

Pour l'enregistrement de diagrammes  $pV$ , la mesure de pression dans le cylindre moteur peut être effectuée par le biais d'un raccord de tuyau flexible et la détermination du volume en fixant un fil sur le crochet de la bielle pour mesurer la course du piston moteur.



Figure 2 : dispositif expérimental pour l'enregistrement des diagrammes  $pV$

### 3.2 Principe de fonctionnement

Pour simplifier, le principe de fonctionnement du moteur Stirling peut être divisé en quatre phases suivantes :

#### Apport de chaleur :

Pour l'apport de chaleur, le piston de déplacement (P1) se déplace vers le haut et refoule l'air vers le bas dans la zone chauffée du piston de déplacement. La température et la pression augmentent approximativement de façon isochore. Pendant ce temps, le piston moteur se trouve au point mort bas (figure 3-1). Le piston de déplacement dépasse le piston moteur et atteint le point mort haut. L'air présente désormais le volume le plus faible, la température la plus élevée et la pression la plus haute (figure 3-2).

#### Détente :

L'air chauffé se détend approximativement de façon isotherme et pousse le piston moteur (P2) vers le haut. Pour cela, le travail mécanique est transmis à la tige oscillante par le biais du vilebrequin. Le volume d'air augmente, l'air absorbe la chaleur et la pression diminue (figure 3-3).

#### Dégagement de chaleur :

Pour le dégagement de chaleur, le piston moteur se trouve au point mort haut tandis que le piston de déplacement (P1) se déplace vers le bas et l'air est refoulé dans la zone supérieure du piston de déplacement. L'air est refroidi et la plaque supérieure absorbe la chaleur. Le piston de déplacement atteint le point mort bas (figures 3-4 et 3-5).



Compression :

L'air refroidi est comprimé de façon isotherme par le biais du déplacement vers le bas du piston moteur. Pour cela, le travail mécanique est fourni par la tige oscillante (figure 3-6).

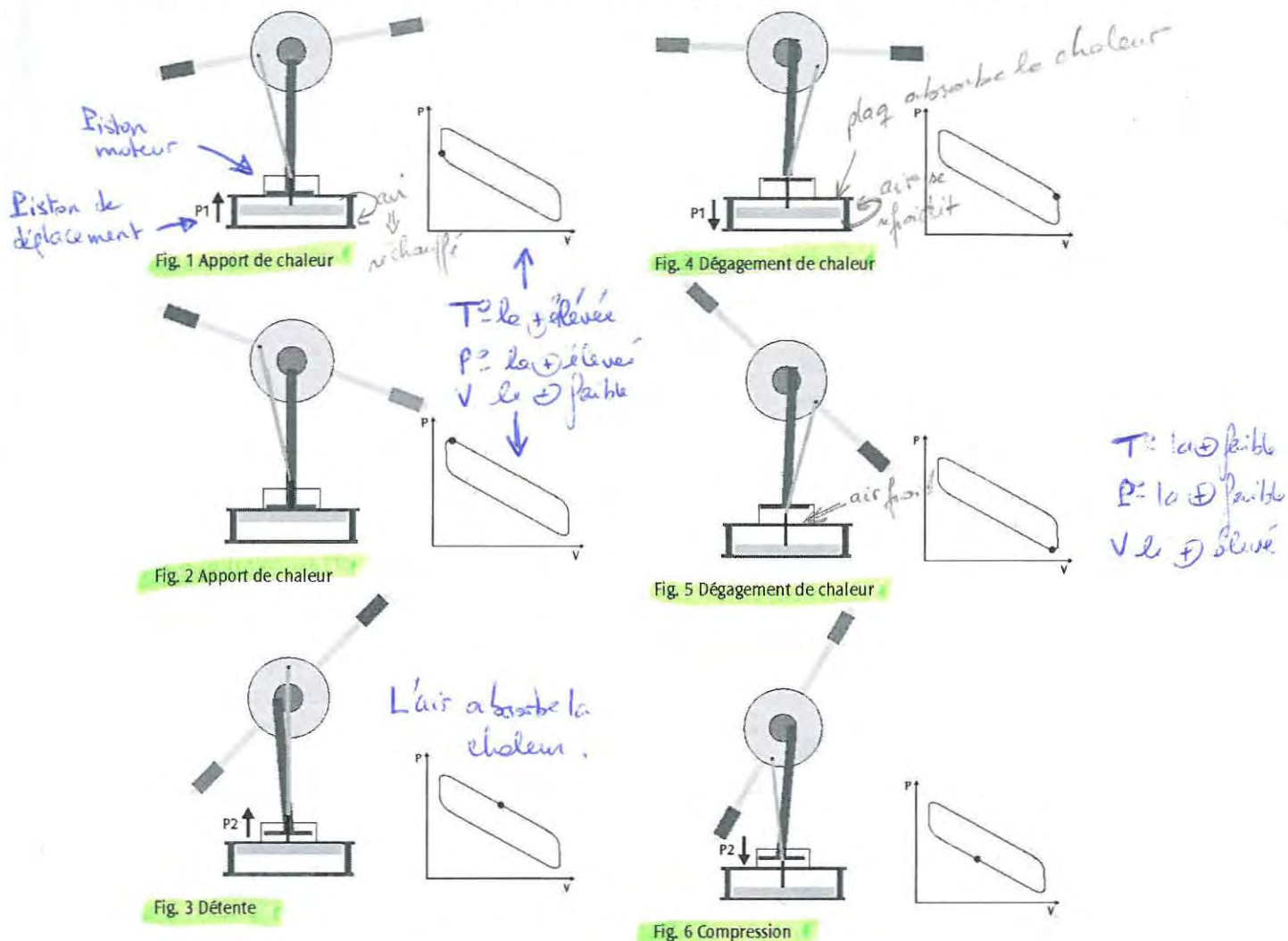


Figure 3 : Principe de fonctionnement du moteur expérimental

### 3.3 Expérimentation

#### 3.3.1. Mise en route du moteur

- Raccordez l'alimentation à la connexion de la plaque chauffante et réglez la tension de chauffage jusqu'à 12 V (figure 4).
- Après un temps d'échauffement d'env. 1 à 2 minutes, poussez la tige oscillante liée au moteur dans le sens des aiguilles d'une montre en regardant de l'avant. Si le moteur Stirling s'arrête, répétez l'opération au bout d'environ 1 min.
- Mesurer la vitesse de rotation du moteur à l'aide d'un chronomètre.  $\approx 44 \text{ tours/min}$
- Réduisez progressivement la tension d'alimentation de la plaque chauffante à 10 V. Laissez la vitesse du moteur se stabiliser pendant 10 min et mesurez la nouvelle vitesse de rotation du moteur.

$$V \approx 12 \text{ V}$$

$$I \approx 1,79 \text{ A}$$

- Observer le cycle de fonctionnement du moteur et comparer les déplacements des pistons à ceux décrits dans la figure 3.



Figure 4 : Alimentation de la plaque chauffante

### 3.3.2. Enregistrement du diagramme pV

- Réglez la tension de chauffage à 12 V (env. 2 A) et attendre 5 min que la vitesse de rotation du moteur se stabilise. Mesurer cette vitesse de rotation en tours/min. *140 tours/min*
- Vérifier que le capteur de pression relative est raccordé au tuyau flexible à l'aide du tuyau flexible en silicone.
- Raccordez les capteurs de pression et de déplacement à interface 3B NETlog™. Le capteur de position est relié à l'entrée analogique A et le capteur de pression à l'entrée analogique B.



Figure 5 : Capteurs et interface

- Lancez le logiciel d'acquisition **3B NETLab**. Sélectionner *Laboratoire de mesure* puis cliquez sur *continuer*. Sélectionner *Créer un nouvel enregistrement* puis cliquez sur *continuer*. Nommer votre enregistrement et confirmer avec OK.
- Actionner la touche *Test* pour vérifier la liaison entre l'ordinateur et l'interface.
- Vérifier que les entrées INPUT\_A et INPUT\_B sont sélectionnées et cliquez sur *Entrées OK*.
- Sélectionner les paramètres de l'acquisition : Mode standard, intervalle **20 ms**, nombre de valeurs de mesures de **1000 à 2000** suivant la vitesse de rotation du moteur.

*logiciel : spiecer  
mdp : spiecer  
logiciel : profs  
mdp : profs*



*Input A : déplacement en Volts<sup>8</sup> -  
Input B : pression en kPa.*



Confirmer en cliquant sur *paramètres OK*. Vous pouvez démarrer la mesure en cliquant sur *Démarrer*.

(Précision : Si des données de mesure ont déjà été enregistrées, cliquer sur  $\gg 0 \ll$  et enregistrer les données de mesure. Si une série de mesures en cours doit être interrompue, cliquer sur *Terminer* puis sur  $\gg 0 \ll$ .)

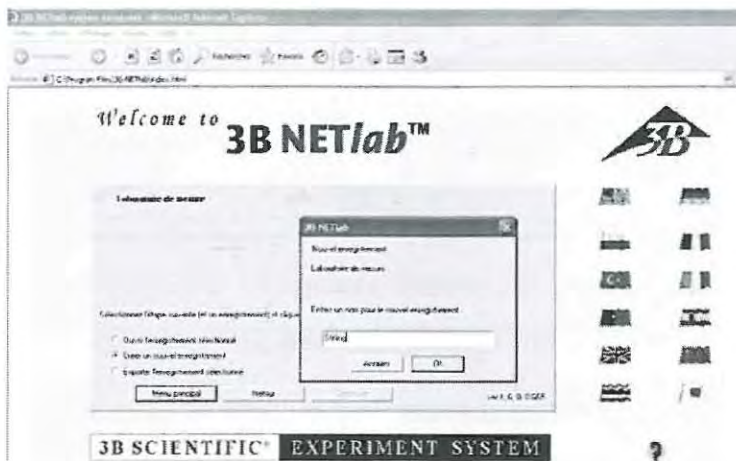


Figure 6 : Logiciel 3BNETLab

### 3.3.3 Exploitation des mesures

- Visualiser les courbes de INPUT\_A et INPUT\_B en fonction du temps. Modéliser ces courbes et donner leurs équations à l'aide de l'outil *Adaptation d'une fonction*.
- En déduire la valeur de la vitesse de rotation du moteur.

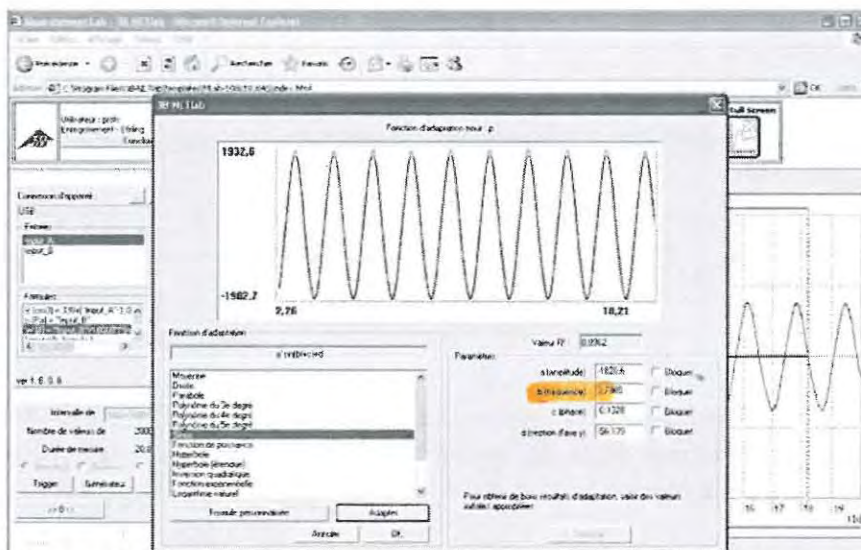



Figure 7 : Modélisation de la pression relative en fonction du temps

- Visualiser la courbe de INPUT\_B en fonction de INPUT\_A : cliquez sur  et sélectionner les axes à représenter.

Input A:  $y = -0,2623 \cdot \sin(4,8757 \cdot t - 0,4295) + 0,9839$

Input B:  $y = 2043 \cdot \sin(4,8723 \cdot t - 0,7856) - 34,699$

Vitesse:  $b = \omega = 4,8757 \text{ rad.s}^{-1}$

$1 \text{ tour} = 2\pi \text{ rad. et}$   
 $4,8757 \text{ rad.s}^{-1}$

$0,777 \text{ tours} \rightarrow 1 \text{ s}$   
 $4,8757 \text{ rad.s}^{-1} \rightarrow 60 \text{ s}$

$\Rightarrow 15 \approx 161 \text{ tours/min}$

b est la pulsation et non la fréquence (rad.s<sup>-1</sup>)

Mod → 1 s 1 km → 25 m/s

Input B = f(Input A)  
occupat° x : Input A  
occupat° y : Input B

Ratatside car  
on a un pb de  
phase entre V et I

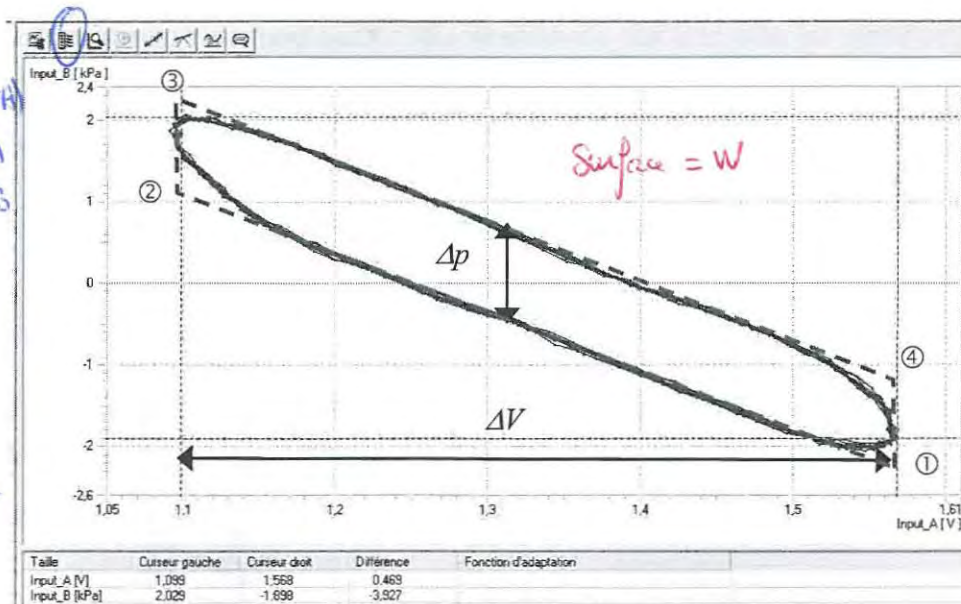


Figure 8 : Exemple d'acquisition et calcul de l'aire du cycle

- Cliquer sur le point de départ et sur l'extrémité de la courbe de mesure, lire les valeurs correspondant à *Curseur gauche* et *Curseur droit*, et leur différence, et noter les valeurs. Vérifier que ces valeurs correspondent aux valeurs des courbes modélisées.
- Compléter le tableau suivant :

Vitesse de rotation	Volume	Pression relative
$\omega = 4.8357 \text{ rad/s}$	<i>Curseur gauche</i>	$p_1 = -2.135 \text{ kPa}$
$N = \dots 46 \dots \text{ tours/min}$	$C_G = 0.2469 \text{ V} \Rightarrow 330 \text{ cm}^3$	$p_2 = 1.974 \text{ kPa}$
Fréquence et période :	<i>Curseur droit</i>	$p_3 = 2.1 \text{ kPa}$
$f = 0.776 \text{ Hz}$	$C_D = 1.217 \text{ V} \Rightarrow 345 \text{ cm}^3$	$p_4 = -1.121 \text{ kPa}$
$T = 1.29 \text{ s}$	$\Delta C_{DG} = C_D - C_G = 0.9701 \text{ V}$	

Remarque : Pour déterminer les pressions  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , on assimilera le cycle à un parallélogramme. Le volume d'air du moteur de Stirling peut varier de  $V_2 = 330 \text{ cm}^3$  à  $V_1 = 345 \text{ cm}^3$ . Lorsque le moteur fait un tour, le volume balayé par le piston moteur est donc de  $\Delta V = 15 \text{ cm}^3$ .

L'ensemble du travail est déterminé par l'intégrale de surface du cycle. Calculer approximativement le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle en supposant que le cycle est un parallélogramme (voir figure 8) :

$$W = -\Delta V \times \Delta p$$



- Pour déterminer le volume  $V$ , saisir la formule suivante avec les valeurs correspondantes dans l'éditeur de formule. Dans l'éditeur de formule, cliquer sur **Edit** et dans le champ réservé au nom de la formule : **saisir  $V$** , dans le champ réservé à l'unité de la formule, saisir : **cm** et dans le champ de définition de la formule, saisir :

$$330 + ("INPUT\_A" - C_G) \times 15 / \Delta C_{DG}$$

$\Rightarrow \text{cm}^3$

- Pour afficher la pression relative  $p$ , dans l'éditeur de formule, sélectionner le champ "nouvelle formule", cliquer à nouveau sur **Edit** et saisir la formule suivante appelée :  **$p$** , l'unité : Pa et la définition de la formule :

"INPUT\_B"





$\Rightarrow \text{Pa}$

- Pour calculer la puissance instantanée fournie par le moteur  $P(t) = -p \frac{dV}{dt}$ , dans l'éditeur de formule, sélectionner le champ "nouvelle formule", cliquer à nouveau sur **Edit** et saisir la formule suivante appelée :  **$P$** , l'unité : W et la définition de la formule :

$$-("INPUT\_B") \times \text{Delta}("INPUT\_A") / \text{dt} \times 15 / \Delta C_{DG} / 1000000$$

$\Rightarrow W$

$W = - \int p \cdot dV \Rightarrow$  Complète  
 $P_{\text{int}} = - p \cdot \frac{dV}{dt}$  puis intégrat ?

- Sur le diagramme, sélectionner la représentation  $p(V)$ , puis cliquer sur  et sélectionner les axes à représenter. Il est également possible de définir manuellement les plages de mesure en cliquant sur .
- Sur le diagramme, représenter  $p(t)$ ,  $V(t)$  et  $P(t)$ . Pour cela, cliquer sur  et sélectionner les axes à représenter. Définir manuellement les plages de mesure en appuyant sur , de façon à ce que l'intégralité des trois courbes soit représentée. Si les courbes sont trop petites, sélectionner le grossissement maximum pour chaque courbe concernée.

shift et  
 ctrl + z  
 3x pour  
 zoom

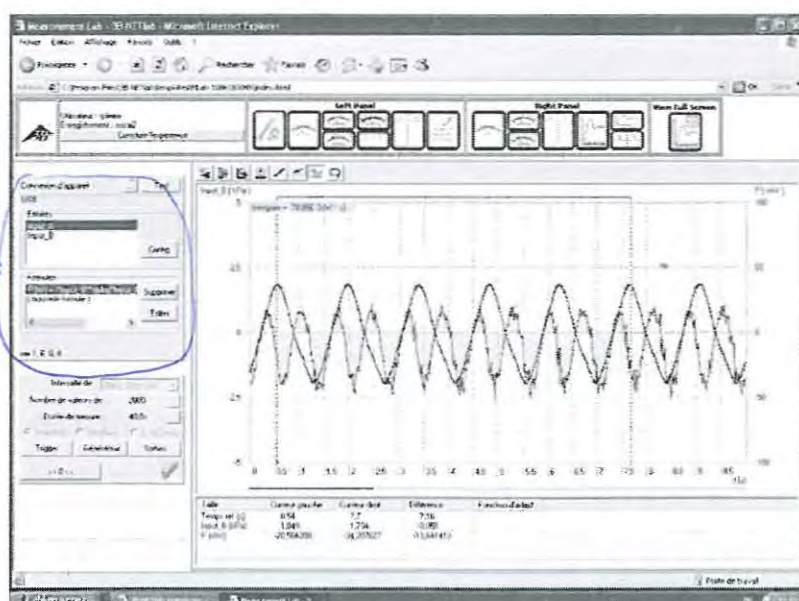



Figure 8 : Détermination du travail cédé par le gaz

- Placer les deux curseurs verticaux sur la courbe  $p(t)$  de façon à ce que plusieurs passages par zéro soient enregistrés ce qui correspond à un certain nombre de cycle. Réduire éventuellement la plage de mesure de l'axe du temps pour mieux positionner le curseur sur les points zéros.
- Via la plage sélectionnée, l'intégrer en appuyant sur  pour  $P(t)$ . Cette valeur correspond au travail réalisé sur le nombre de cycle. Noter la valeur.  
 $-81,69.10^{-3} \text{ W.s}$  pr 5 périodes
- En divisant la valeur intégrale par le nombre de passages par le point zéro, on obtient le travail effectué  $W$  par cycle. Noter la valeur.  
 $W_{\text{cycle}} = -16,338.10^{-3} \text{ W.s}$  pr un cycle
- Pour obtenir la puissance moyenne  $P_{\text{moy}}$  on divise la valeur de l'intégrale par la valeur de la différence temporelle.  
on mesure  $dt \approx 6,66 \text{ s} \Rightarrow P_{\text{moy}} = -W/dt = 81,69.10^{-3}/6,66 \approx 9,29.10^{-3} \text{ W}$
- Noter la puissance  $P_{\text{moy}}$  calculée et la comparer avec la puissance électrique  $P_{\text{el}} = V \cdot I$   
 $\approx 11,8 \times 1,63 \approx 19,324 \text{ W}$
- En déduire le rendement du moteur de Stirling.  
 $\eta = \frac{P_{\text{moy}}}{P_{\text{el}}} \approx \frac{9,29.10^{-3}}{19,324} \times 100 \approx 0,05\%$
- Recommencer les mesures pour une tension d'alimentation de 10 V. Comparer les rendements.

~~Si  $V \uparrow \Rightarrow W \uparrow$  mais  $P \downarrow$  car le moteur tourne vite.~~

Si  $V \downarrow \Rightarrow R \downarrow$

  $1 \text{ Watt.s} = 1 \text{ J.}$

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J.s}^{-1}$$