# LP 08 Notion de viscosité d'un fluide, écoulements visqueux

### Maxime

## May 31, 2019

# Contents

|   | 0.1 pré-requis  | 2 |
|---|---|---|
| 1 | Viscosité   | 2 |
|   | 1.1 Définition macroscopique                                  | 2 |
|   | 1.2 Définition microscopique                                  | 2 |
|   | 1.3 Mesure de viscosité                                       | 2 |
| 2 | Dynamique des fluides visqueux           2.1 Mise en équation | 3 |
| 3 | Écoulements visqueux 3.1 Couette plan                         | 3 |
| 4 | Conclusion  | 3 |

### 0.1 pré-requis

Mécanique du point Équation d'Euler.

### 1 Viscosité

### 1.1 Définition macroscopique

Schéma écoulement de Couette, avec profil des vitesses.

Modélisation avec des couches d'épaisseurs dy, allant donc à des vitesses différentes.

Illustration des forces de cisaillement/frottement visqueux avec des vecteurs tangents à l'interface entre les couches. Introduction de la viscosité dynamique  $\eta$  comme étant le coefficient de proportionnalité suivant

$$F = \alpha S \frac{\partial V_x}{\partial_y} = \eta S \frac{\partial V_x}{\partial_y} \tag{1}$$

On donne quelques valeurs de  $\eta$  usuelles.

On peut définir la viscosité cinématique  $\nu=\eta/\rho$ , analyse dimensionnelle  $\to \nu$  en m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>, homogène à un coefficient de diffusion.

### 1.2 Définition microscopique

Présentation de la viscosité comme l'expression d'une diffusion de quantité de mouvement.

Modèle de la viscosité comme étant due à une interaction cohésive entre les particules de fluide, où une particule doit franchir une barrière de potentiel afin de se déplacer dans le fluide, cette barrière étant franchie grâce à l'agitation thermique. Lorsqu'il y a du cisaillement, ce dernier brise la symétrie du potentiel, et il y a donc une direction privilégiée qui apparait.

On peut expliciter ce modèle : voir Guyon p 70.

#### 1.3 Mesure de viscosité

Utilisation du viscosimètre à bille, pour l'agreg docteur, voir MP 03 pour les détails de l'expérience.

### 2 Dynamique des fluides visqueux

### 2.1 Mise en équation

La conservation de la masse mène à

$$\partial_t \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$$
 (2)

Si on suppose que le fluide est incompressible, on obtient  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ . On part de l'équation d'Euler

$$\rho \left( \partial_t \vec{v} + (\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v} \right) = -\vec{\nabla}P + \rho \vec{g} + \vec{f}_{visc}^v$$
(3)

On définit  $\vec{f}_{visc}^v$  comme étant  $\vec{f}_{visc}^v = \frac{d\vec{F}}{d\tau}$  et on peut calculer l'équation de F comme dans le Guyon (p 65) avec un écoulement type Couette afin d'obtenir

$$\vec{f}_{visc}^{\vec{v}} = \eta \Delta \vec{v} \tag{4}$$

### 2.2 Nombre de Reynolds

On peut définir le nombre de Reynolds Re comme le rapport des temps caractéristique de convection et de diffusion :  $Re = \frac{VL}{\nu}$ , il va donc nous indiquer quel est le phénomène qui domine. On donne quelques valeurs de Re: aile d'avion :  $10^8$ : turbulent, miel :  $10^{-1}$  laminaire. Changement de point de vue en regardant pour une canalisation de diamètre donné à partir de quelle vitesse l'écoulement devient turbulent.

#### 2.2.1 Conditions aux limites

On donne ici les relations de passage aux interfaces.

### 3 Écoulements visqueux

### 3.1 Couette plan

Calcul classique, voir par exemple Guyon p 161.

### 4 Conclusion

On a vu comment définir la viscosité et qu'elle engendrait une dissipation d'énergie (normalement dernière partie)...

### Questions

Concernant le modèle microscopique de la viscosité, comment garantie t-on la conservation de la quantité de mouvement ?

L'équation de Navier Stokes donnée est elle générale ? Si non que représente le terme supplémentaire qui n'est pas mentionné ici ?

Dans quel cadre ces termes apparaissent t-ils?

Comment la viscosité varie t-elle avec la température pour les liquides ? pour les gaz ? Elle diminue avec T pour les liquides, car la cohésion des molécules de liquide diminue avec T les molécules "sortent" de leurs puits de potential avec l'agitation thermique). Pour les gaz c'est l'inverse, lorsque T augment la fréquence des collisions augmente aussi, ce qui entraine une augmentation de la viscosité.

Concernant le nombre de Reynolds, que signifie "un grand" ou un "petit" Reynolds ? Ca dépend de l'écoulement : si il devient instable alors on est à grand Re. Si l'écoulement est stable, on a une longueur caractéristique et un écoulement laminaire.

Comment définireriez vous un écoulement turbulent ?

Écoulement chaotique spatialement, avec une longueur de corrélation inférieure à l'échelle de l'écoulement.

Quelle différence entre fluide incompressible et écoulement incompressible ?

Un écoulement est dit incompressible si la vitesse de l'écoulement est petite devant celle du son, caractérisé par le nombre de Mach.

Quelle est la définition de "Cx"?

$$F_{trainee} = \frac{1}{2}\rho V^2 \mathbf{x} S \mathbf{x} C x \tag{5}$$

Qu'est ce qu'un fluide Newtonien?

Temps caractéristique de relaxation faible devant le temps caractéristique imposé par le cisaillement  $\partial_x v_y$ . Correspond à une relation linéaire entre déformation et contrainte.

### Commentaires

Concernant l'introduction, la notion de force de cisaillement est un concept compliqué et vague, il vaut mieux, dans le modèle des couches de fluides, parler de force de frottement, concept plus intuitif.

Le modèle microscopique de la viscosité du Guyon Petit, est compliqué, et peu intuitif. Il semble plus simple de parler de transfert de quantité de mouvement par frottement entre les couches de particules fluides.

L'équation de Navier qui est donnée ici, n'est valable qu'à viscosité constante, dans l'équation de Navier-Stokes il existe un terme additif proportionnel à la divergence de v, qui est lié aux variations de volume du fluide.

Expérience qualitative possible : vider une bouteille d'huile/glycérol et une bouteille d'eau et montrer la différence.

Proposition de plan:

Intro : On a vu la cinématique : conservation de la masse, fluide parfait, Euler et les lois de conservation. Il existe des frottements entre les particules fluides.

- I) Équations du mouvement :
- 1) transfert de la quantité de mouvement, illustrer avec du gaz : faire des couches qui ont des quantités de mouvement différentes, ces couches échangent des particules et donc par ce biais de la quantité de mouvement.
- 2) Équation de la quantité de mouvement.  $\rightarrow$  Navier-Stokes.
- 3) Notion de similitude, adimentionnement des équations et nombre de Reynolds.
- 4) Diffusion de la vorticité : prendre le rotationnel de l'équation précédente.

Pour l'agreg externe :

II) Exemples simples

1) Écoulement de Poiseuille. Perte de charge régulière.

Pour les docteurs :

II) Force de Stokes : Viscosimètre à chute de bille avec manip.

Conclusion.