LP 27 Propagation guidée des ondes

Clément

June 3, 2019

Contents

1 Introduction

On s'intéresse à la propagation dans des milieux diélectriques, dans les trois dimensions. Applications médicales, pour la communication...etc

2 Description générale

On va s'intéresser ici à milieu linéaire, homogène et isotrope, caractérisé par ε et μ.

2.1 Equation de propagation

$$\nabla E = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{1}$$

on prend un cas sans charges ici.

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times E) = \nabla(\nabla E) - \Delta E = -\Delta E && (2) \\ \nabla \times E = -\partial_t B && (3) \\ \nabla \times B = \mu\varepsilon\partial_t E && (4) \\ \Rightarrow \Box B = 0 \;\&\; \Box E = 0 && (5) \end{aligned}$$

C'est l'équation de propagation.

2.2 Propagation

Solutions sous formes d'ondes planes, se propageant dans la direction z

$$E(x,y,z,t) = E(x,y)e^{-i(\omega t - kz)}e_i \tag{6}$$

idem pour B. On peut lier les composantes de E et B grace aux relations

$$\begin{aligned} \nabla \times E = -\partial_t B && (7) \\ \nabla \times B = \mu\varepsilon\partial_t E && (8) \end{aligned}$$

qu'on peut expliciter selon chacune des composantes. En dérivant par exemple la composante y de la première relation par rapport à z on obtient

$$E_x = -\frac{1}{\alpha^2}(k\partial_x E_x + \omega\partial_y B_x) \qquad \alpha^2 = \omega^2\varepsilon\mu - k^2 \tag{9}$$

Il y a plusieurs possibilités

$$\begin{aligned} E_z = 0 = B_z \;:\; TEM && (10) \\ E_z \neq 0 \; et \; B_z = 0 \;:\; TM && (11) \\ E_x = 0 \; et \; B_z \neq 0 \;:\; TE && (12) \end{aligned}$$

2.3 Mode de propagation

Dans un guide métallique : les parois sont une équipotentielle, on en déduit qu'il n'y a pas de propagation.

3 Application : guide d'onde rectangulaire

Conducteur idéal, formant un long tube de section rectangulaire, utiliser par exemple pour guider une onde vers une antenne.

3.1 Propagation et solution

On part de l'équation de propagation

$$\Box B = 0 \;\&\; \Box E = 0 \tag{13}$$

on a, selon ce qui a été établi auparavant

$$E_x = -\frac{i}{\alpha^2}(\omega \partial_x B_z) \tag{14}$$
$$E_x = \frac{i}{\alpha^2}(\omega \partial_x B_z) \tag{15}$$
$$B_x = \frac{i}{\alpha^2}(\omega \partial_x B_z) \tag{16}$$
$$... \tag{17}$$

On fait ensuite l'ansatz de séparation de variable pour B_z ce qui nous permet de déterminer son expression, amis avec des constantes d'intégration. On applique ensuite les conditions aux limites qui sont que les E_i, les B_i et les $\partial_i B_z$ sont nuls au niveau des parois pour déterminer l'expression de ces constantes. On en déduit l'existence de modes propres de notre guide rectangulaire. Illustrations pour quelques modes.

Questions

Quelle est la définition de transverse électrique ?

Pour une propagation libre, que peut on dire de E_z et B_z ?
Ils sont nuls $\rightarrow$ dans le vide : TEM.

Pourquoi ne peut il y avoir de propagation dans un guide d'onde conducteur ?

Quelles sont les conditions limites vérifiées par le champ ?

Les ondes électromagnétiques sont elles les seules à être guidée ?

Fréquence de coupure d'une flûte ?

Remarques

Le message de cette leçon est de faire apparaître la notion de guidage d'une onde.
On prend l'équation de propagation comme pré-requis.
C'est un problème de conditions limites.
Il faut mettre en valeur l'intérêt des guides d'ondes par rapport aux antennes : on limite la puissance émise, on la canalise uniquement vers les points d'intérêts.
Choix des ondes électromagnétiques pertinentes, mais les conditions au limite sont plus compliquées.
On peut aussi traiter les équations acoustiques, où d'Alembert est alors scalaire, et oùles conditions aux limites sont plus faibles.
Il faut discuter le signe des constantes que l'on établit.
Parler d'ondes évanescentes.
Pour les conditions limites : Il faut donner les relations de passage !

E_t continu.
$[E_n] = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
et donner aussi pour B.