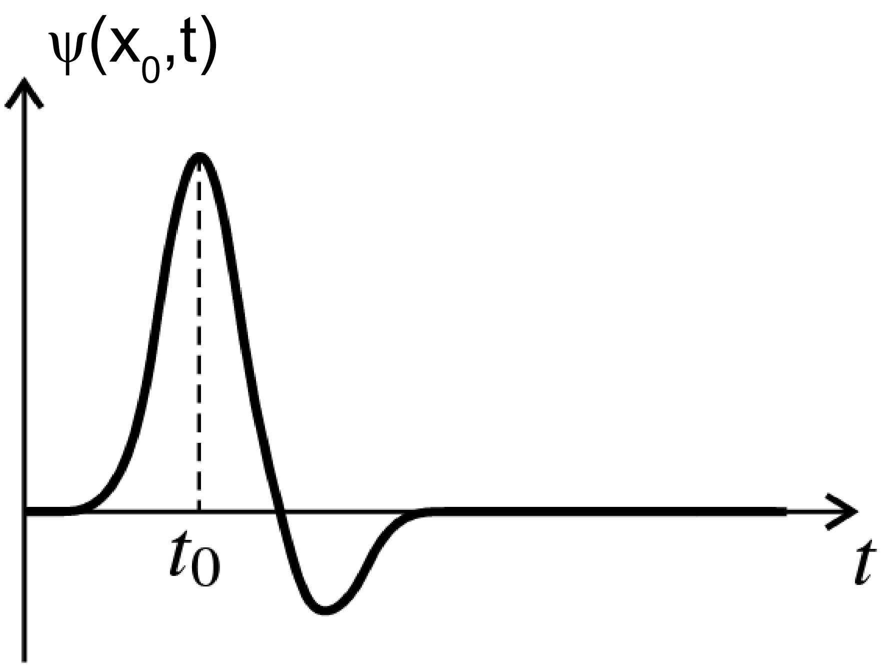
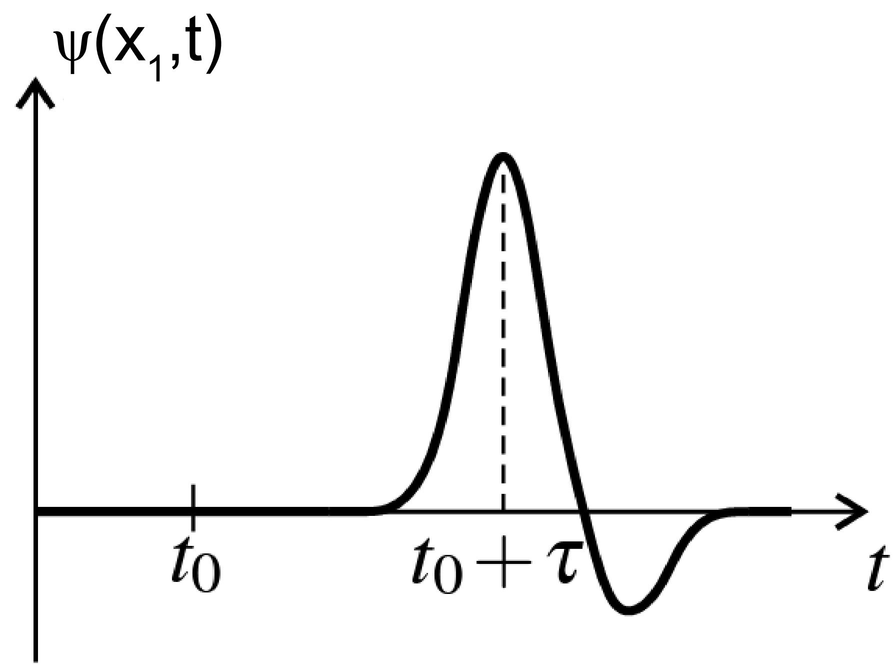
LP 24 – Ondes progressives, ondes stationnaires

Introduction : notion de propagation

Introduction : notion de propagation



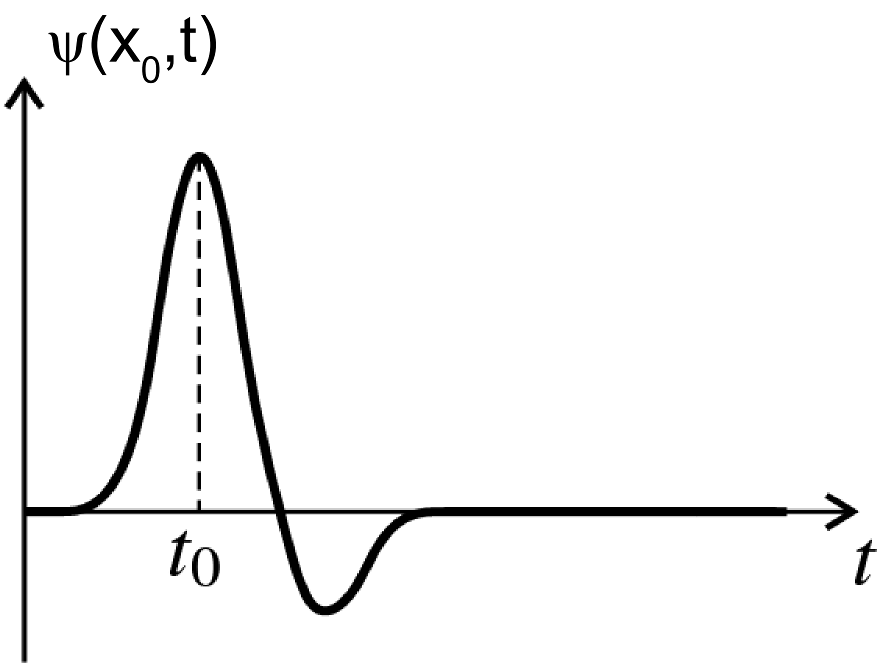
à l'abscisse x_0



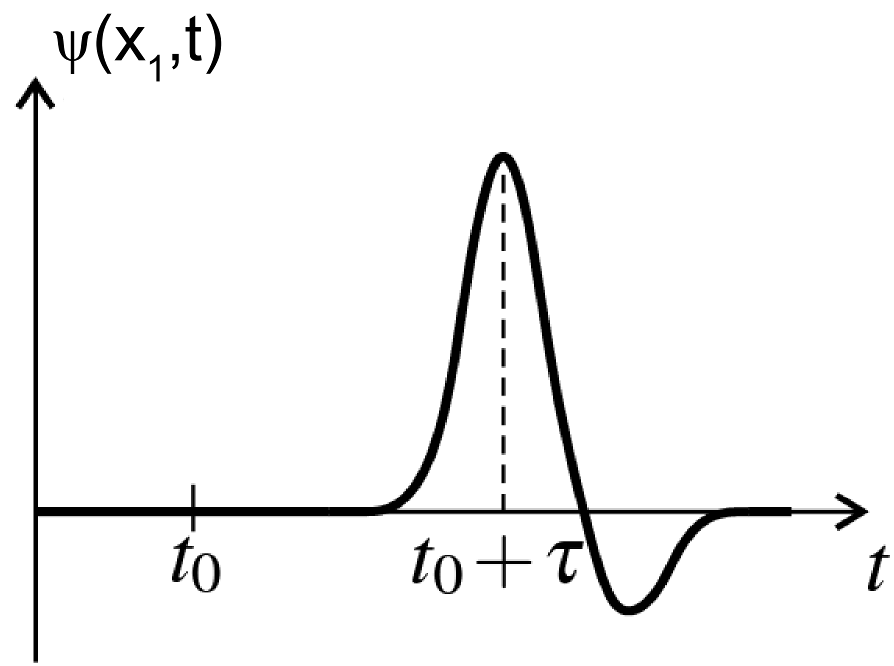
à l'abscisse $x_1 > x_0$

Durée de propagation (retard) :

$$\tau = \frac{x_1 - x_0}{v}$$



à l’abscisse x_0

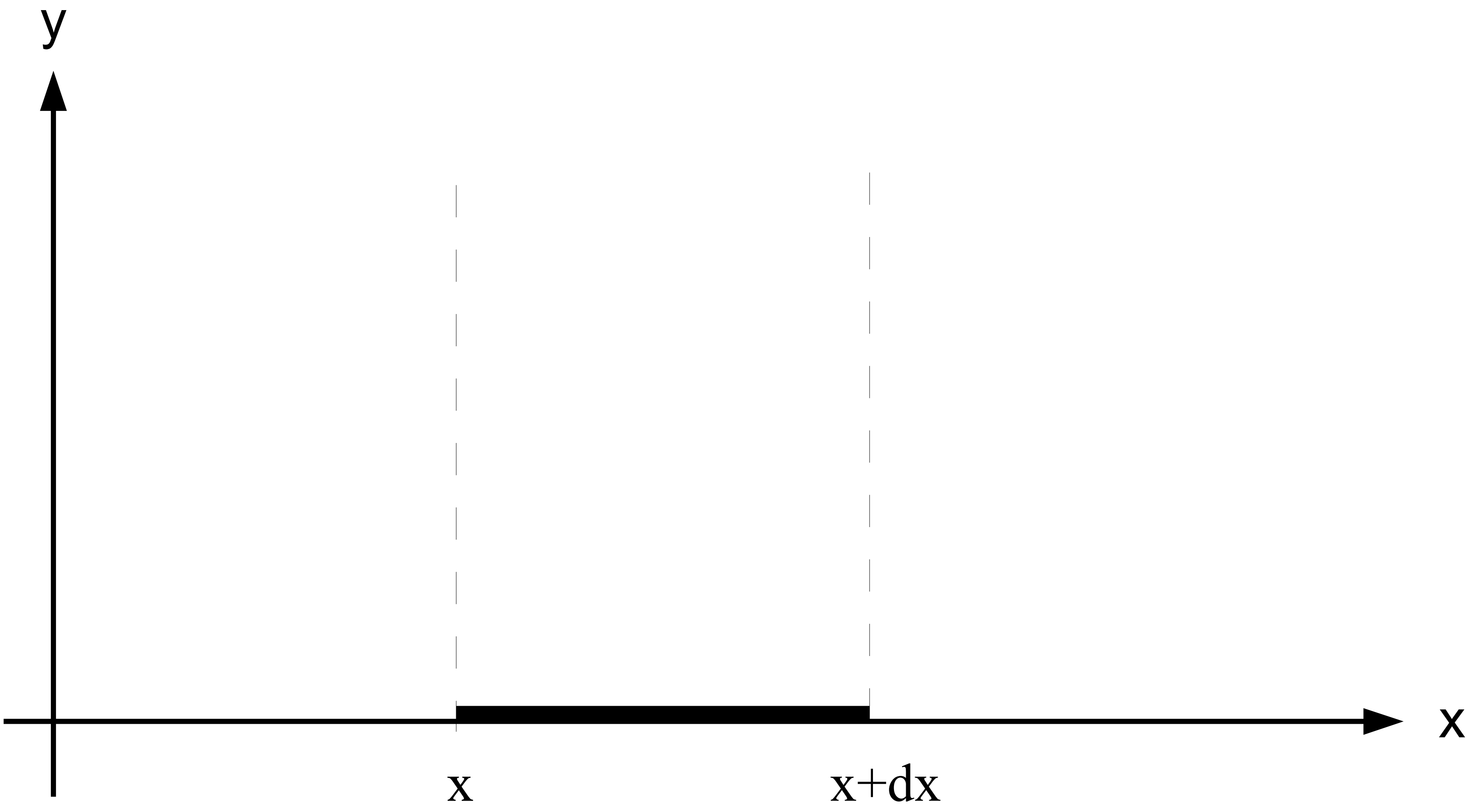


à l’abscisse $x_1 > x_0$

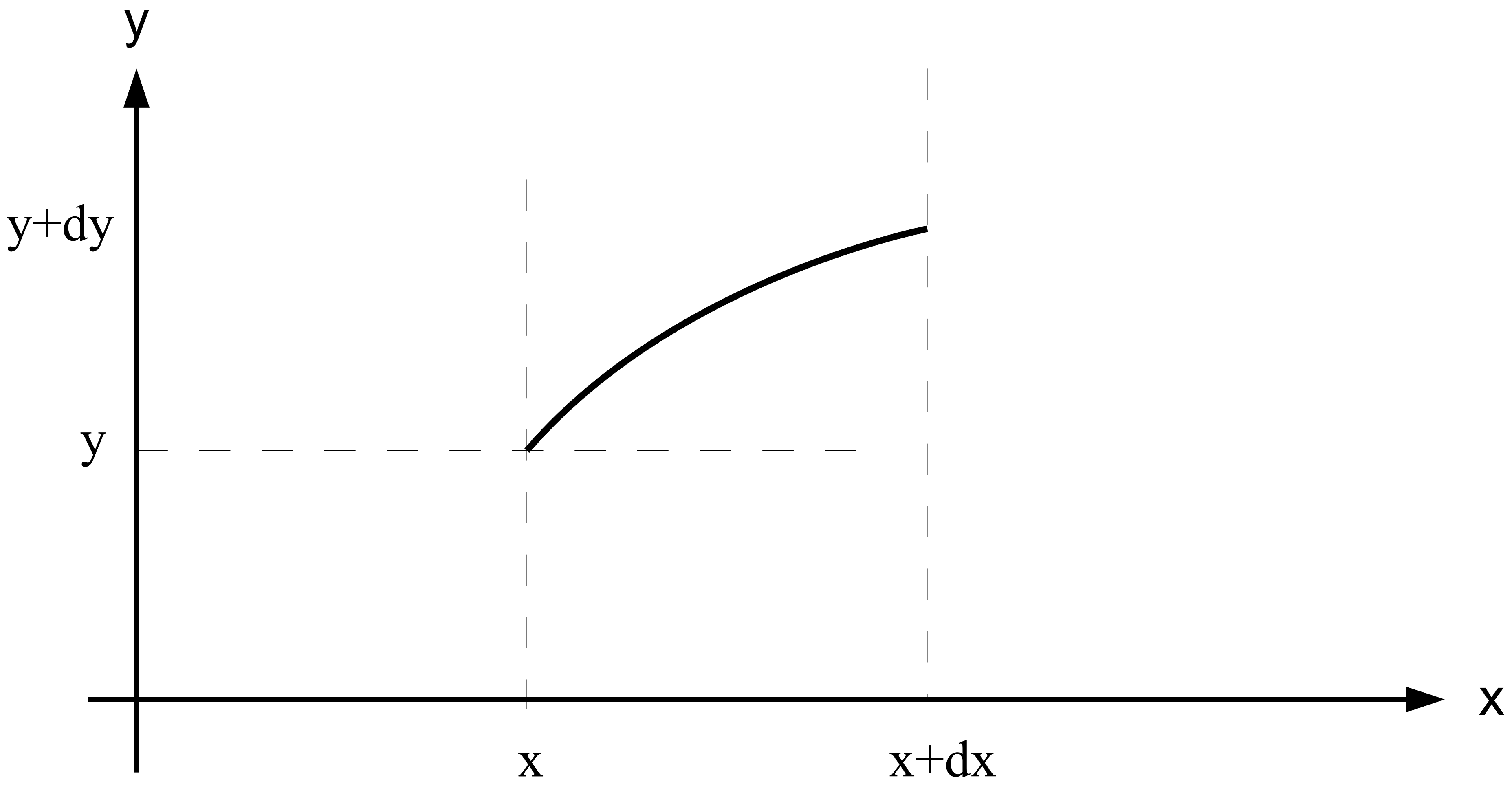
Introduction : définition d'une onde

Onde : phénomène physique au cours duquel les variations spatiales et temporelles d'une grandeur physique sont telles qu'un **transport réversible d'énergie sans transport de matière** s'effectue **de proche en proche**.

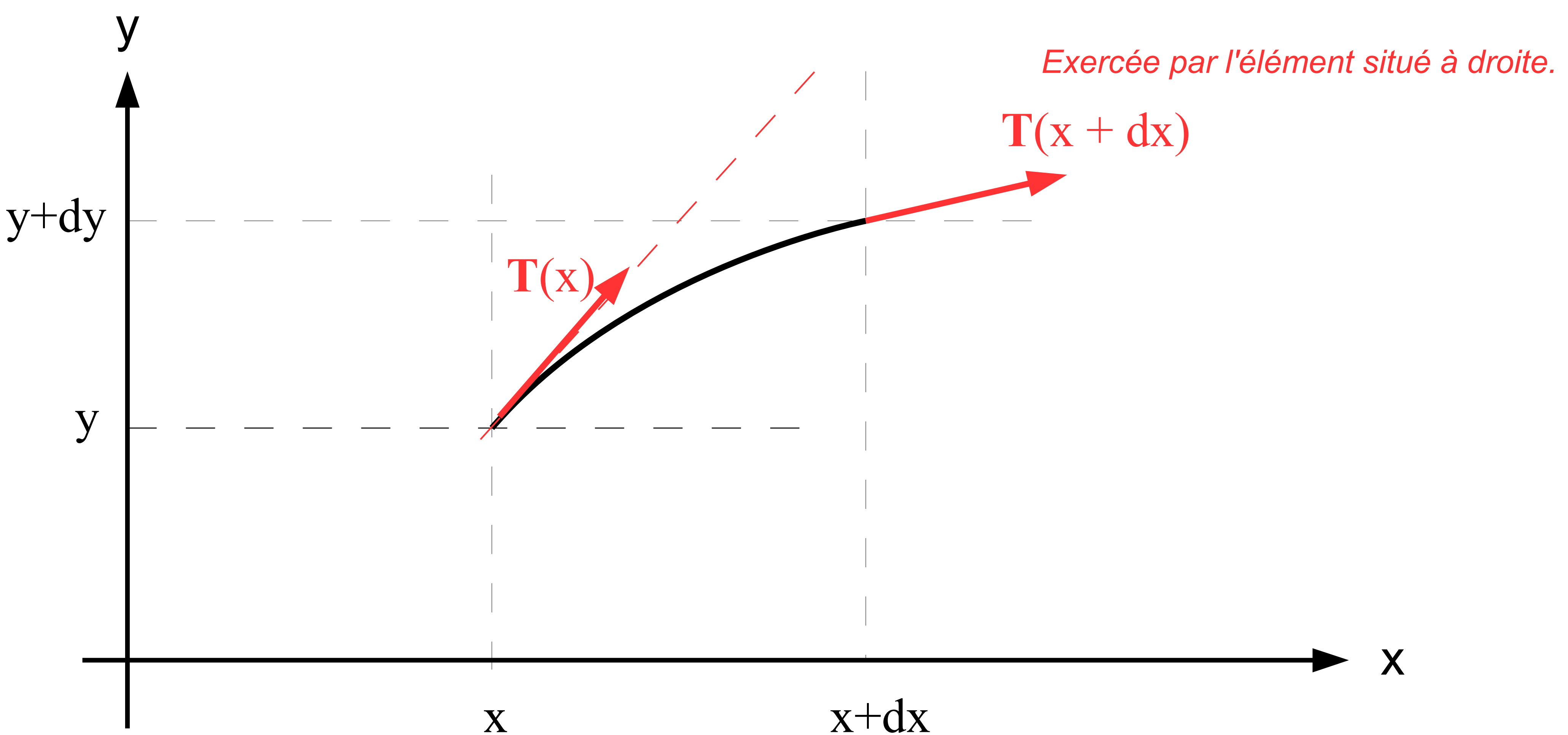
Ondes transversales se propageant le long d'une corde tendue



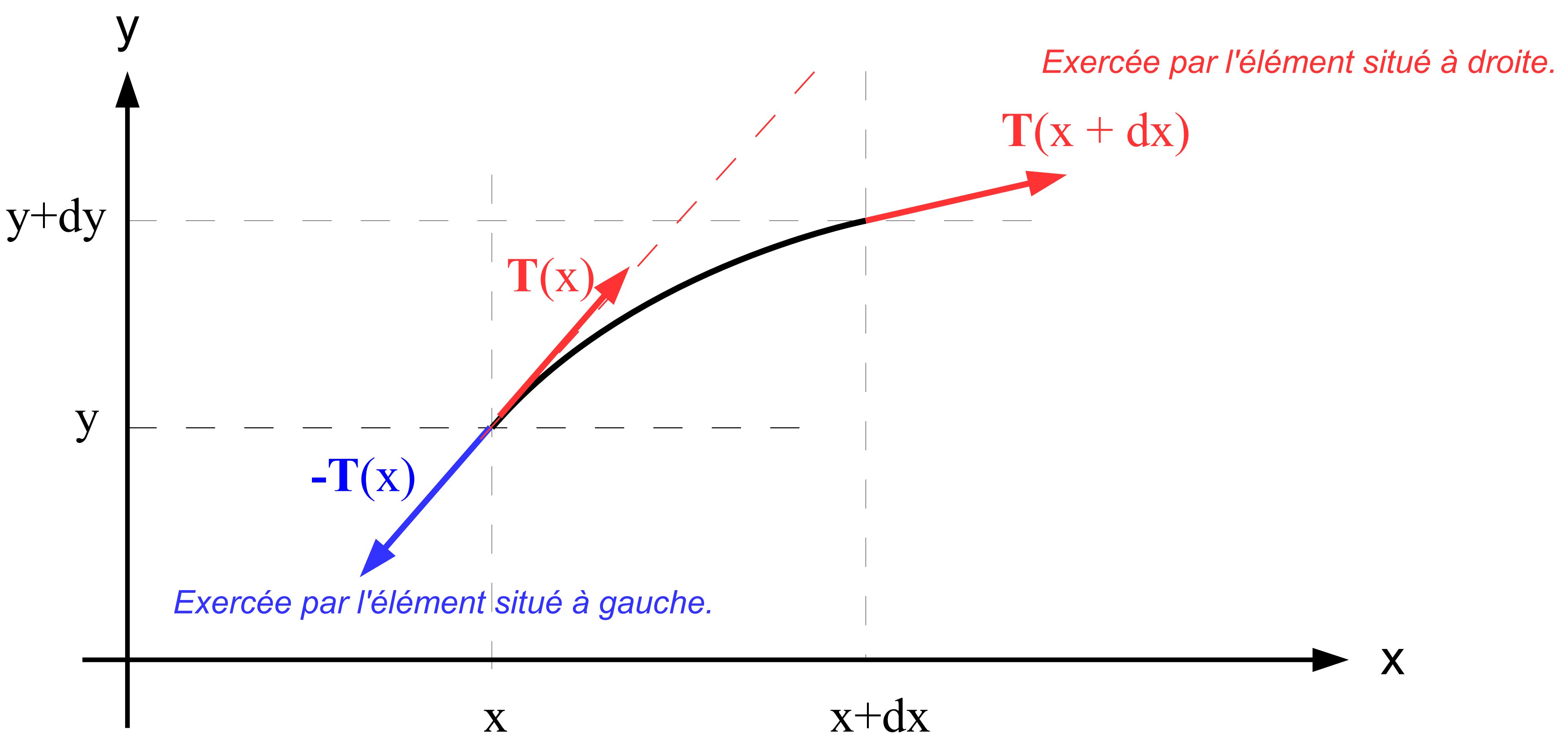
Ondes transversales se propageant le long d'une corde tendue



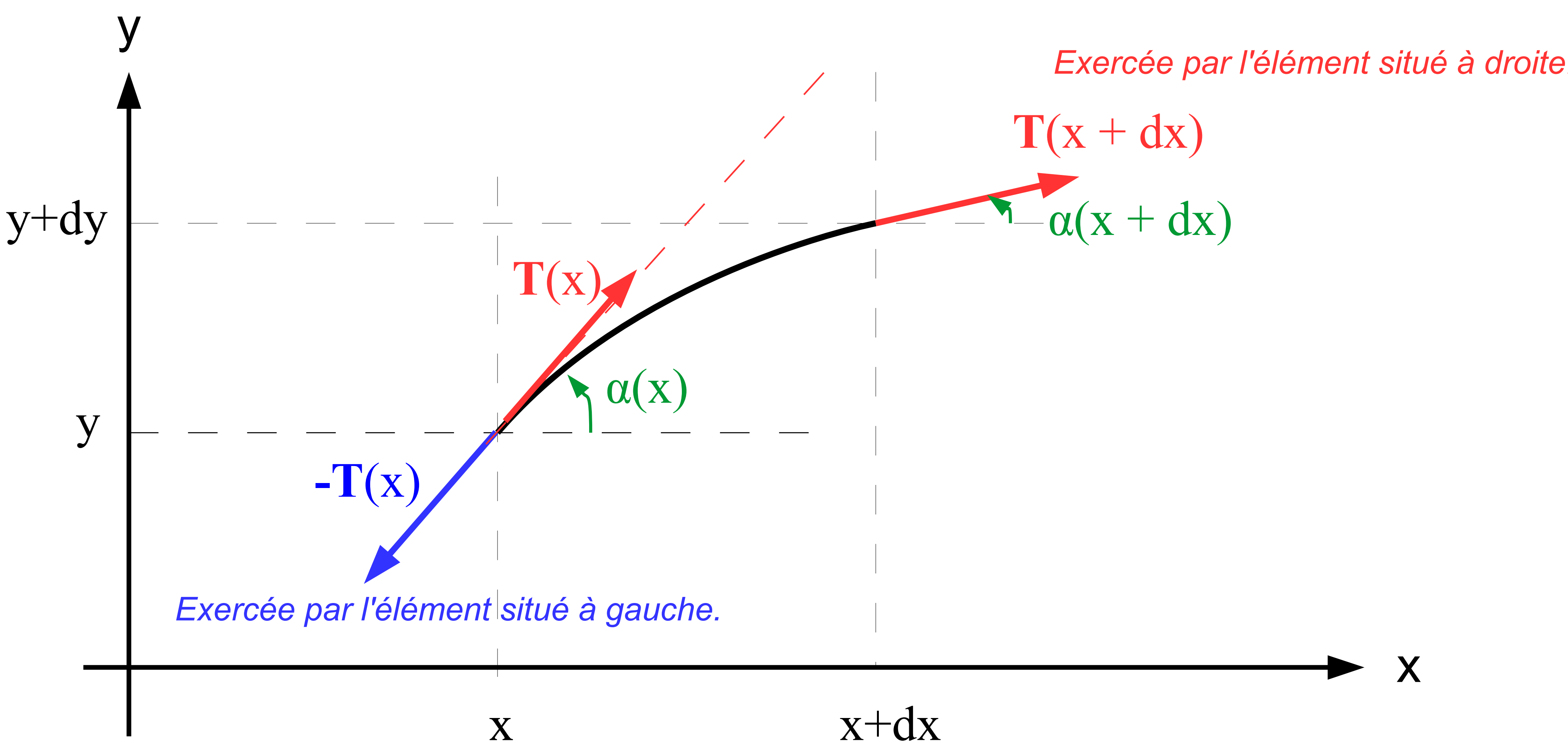
Ondes transversales se propageant le long d'une corde tendue



Ondes transversales se propageant le long d'une corde tendue



Ondes transversales se propageant le long d'une corde tendue



Ondes électromagnétiques dans le vide

Équations de Maxwell :

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B}=\cancel{\mu_0\boldsymbol{J}}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}\qquad \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}+\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}=0\qquad \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}=0\qquad \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}=\cancel{\frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=\cancel{\nabla(\nabla\cdot\mathbf{E})}-\Delta\mathbf{E}=-\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\mathbf{B})$$

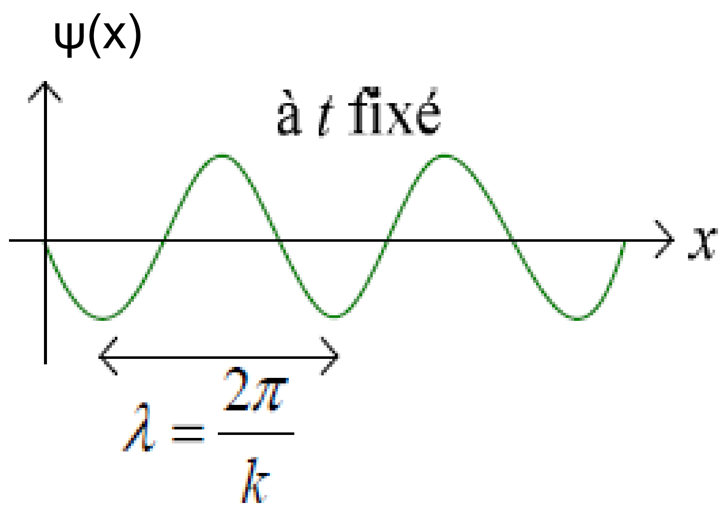
Équation de d'Alembert 3D :

$$\boxed{\Delta\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0}$$

$\Delta\mathbf{E}=\Delta E_x\mathbf{e}_x+\Delta E_y\mathbf{e}_y+\Delta E_z\mathbf{e}_z$ => pour la composante E_x : $\dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0$

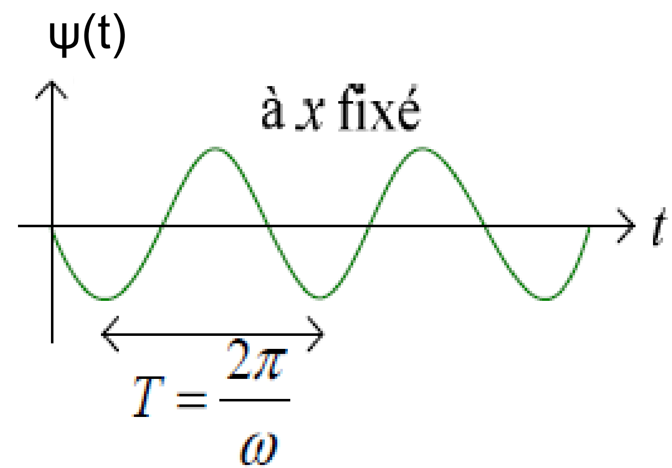
Double périodicité d'une onde progressive

Périodicité spatiale :



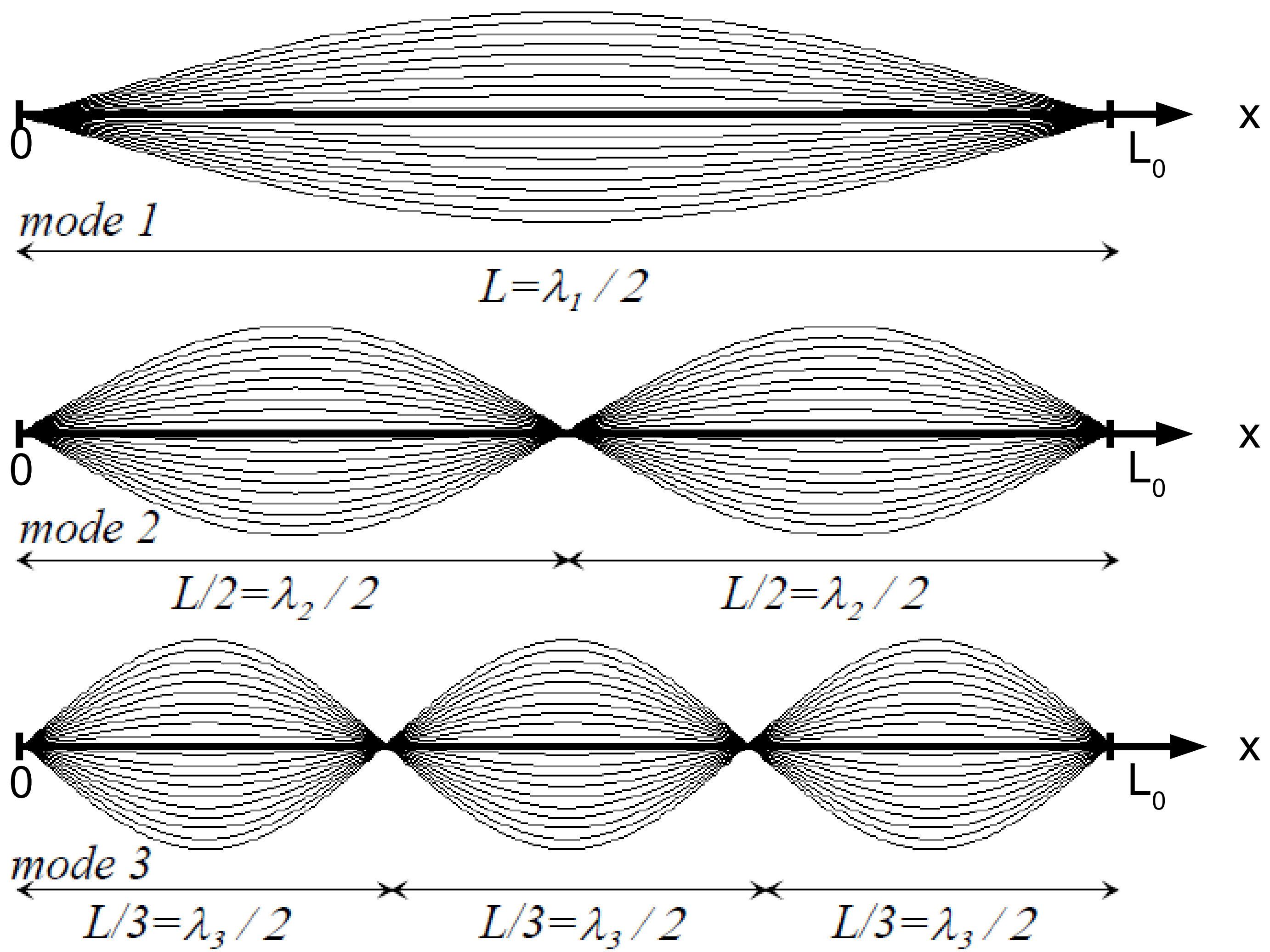
$$\psi(x,t) = \psi(x+\lambda, t)$$

Périodicité temporelle :



$$\psi(x,t) = \psi(x, t+T)$$

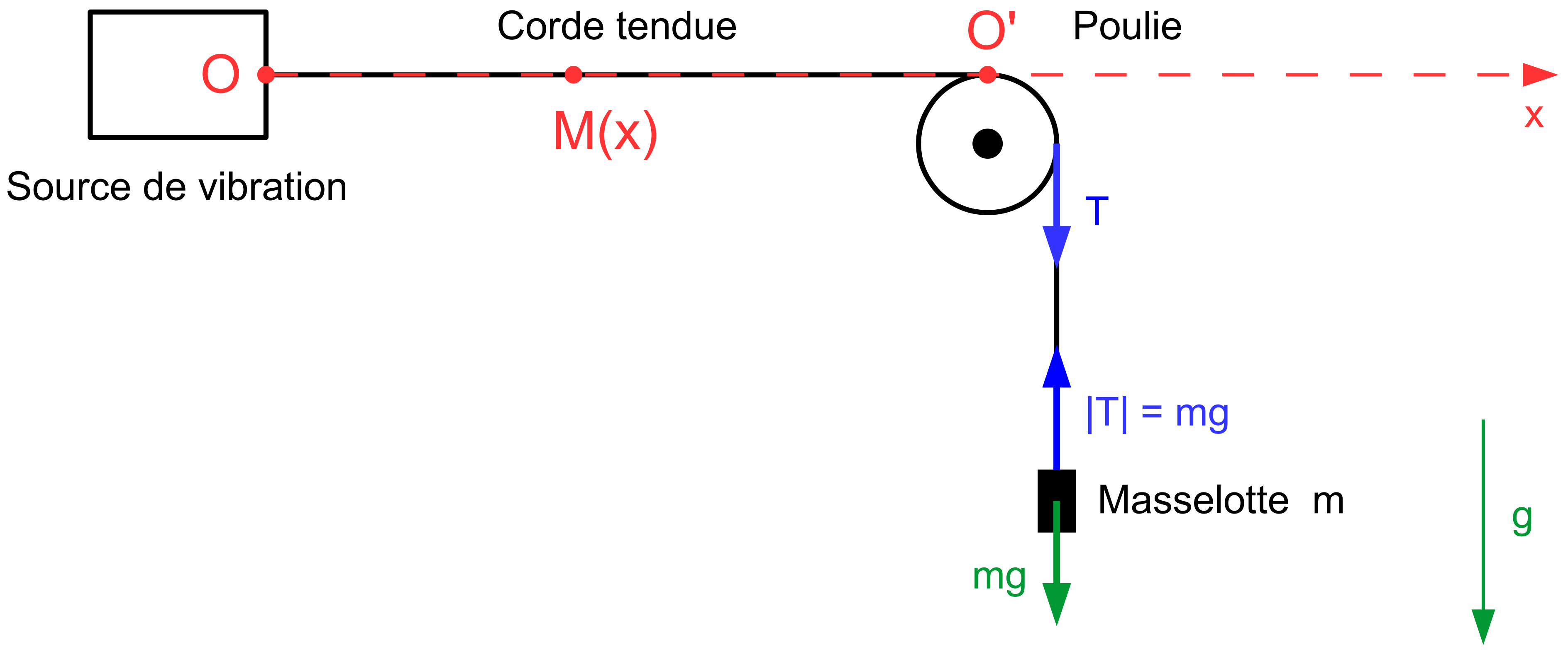
Oscillations libres – modes propres



Oscillations libres – modes propres

Oscillations forcées – résonance

L'expérience de la corde de Melde :



Masselotte à l'équilibre

Oscillations forcées – résonance

On impose les conditions de bord ci-dessous :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega_0 t), \forall t \qquad\qquad y(L_0,t) = 0, \forall t$$

forçage sinusoïdal

Oscillations forcées – résonance

On impose les conditions de bord ci-dessous :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega_0 t), \forall t \qquad\qquad y(L_0,t) = 0, \forall t$$

forçage sinusoïdal

On cherche une solution sous forme d'onde stationnaire

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + \Phi)\cos(kx + \Psi)$$

Oscillations forcées – résonance

On impose les conditions de bord ci-dessous :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega_0 t), \forall t \qquad\qquad y(L_0,t) = 0, \forall t$$

forçage sinusoïdal

On cherche une solution sous forme d'onde stationnaire

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + \Phi)\cos(kx + \Psi)$$

qui satisfait les conditions de bord, si :

$$\omega = \omega_0 \qquad A\cos\Psi = y_0 \qquad \Phi = 0 \qquad \Psi = \frac{\pi}{2} - kL_0$$

Oscillations forcées – résonance

On impose les conditions de bord ci-dessous :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega_0 t), \forall t \qquad\qquad y(L_0,t) = 0, \forall t$$

forçage sinusoïdal

On cherche une solution sous forme d'onde stationnaire

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + \Phi)\cos(kx + \Psi)$$

qui satisfait les conditions de bord, si :

$$\omega = \omega_0 \qquad A\cos\Psi = y_0 \qquad \Phi = 0 \qquad \Psi = \frac{\pi}{2} - kL_0$$

D'où :

$$\boxed{y(x,t) = y_0 \frac{\sin(k(L_0 - x))}{\sin(kL_0)} \cos(\omega_0 t)}$$

Oscillations forcées – résonance

On impose les conditions de bord ci-dessous :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega_0 t), \forall t \qquad\qquad y(L_0,t) = 0, \forall t$$

forçage sinusoïdal

On cherche une solution sous forme d'onde stationnaire

$$y(x,t) = A\cos(\omega t + \Phi)\cos(kx + \Psi)$$

qui satisfait les conditions de bord, si :

$$\omega = \omega_0 \qquad A\cos\Psi = y_0 \qquad \Phi = 0 \qquad \Psi = \frac{\pi}{2} - kL_0$$

D'où :

$$\boxed{y(x,t) = y_0 \frac{\sin(k(L_0 - x))}{\sin(kL_0)} \cos(\omega_0 t)}$$

Si $\sin(kL_0) = 0$: l'amplitude diverge

=> résonance