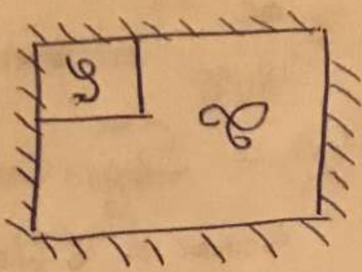


$\mathcal{S} \cup \mathcal{T}$ est isolé

↳ système fermé ↘ thermostat

- Micro-état de $\mathcal{S} \cup \mathcal{T}$: (X, Y)
- Micro-état de $\mathcal{S}$: X ex : X_0 $\bullet$ d'énergie E_{X_0}
- Micro-état de $\mathcal{T}$: Y $\bullet \; \bullet \; \bullet$ d'énergie $E_{TOT} - E_{X_0}$ car système isolé

À l'équilibre, tous les micro-états (X, Y) sont équiprobables car $\mathcal{S} \cup \mathcal{T}$ est isolé :

$$P(\bullet) = P(\bullet \; \bullet) + P(\bullet \; \bullet) + P(\bullet \; \bullet)$$

$$\{X, Y\} = \{X\}\bullet + \{X\}\bullet + \{X\}\bullet$$

nombre de micro-états de $\mathcal{S} \cup \mathcal{T}$

$$P(\bullet \; \bullet) = \frac{1}{\{X, Y\}} = P(\bullet \; \bullet) = P(\bullet \; \bullet)$$

Donc : $$P(\bullet) = \frac{\text{Nombre d'états } (\bullet \; Y)}{\text{Nombre d'états } (X, Y)}$$

$$P(X_0) = \frac{\text{Nombre d'états de } \mathcal{T} \text{ d'énergie } (E_{TOT} - E_{X_0})}{\text{Nombre total d'états de } \mathcal{S} \cup \mathcal{T}} = \frac{\{Y\}}{\{X, Y\}} \quad (1)$$

tel que $\sum_{X \in \mathcal{S}} P(X) = 1$

Comme $\mathcal{S} \cup \mathcal{C}$ est isolé et à l'équilibre : $S^{mc}_{\mathcal{S}\cup\mathcal{C}}$ est maximale

or comme $\mathcal{S} \ll \mathcal{C}$: $S^{mc}_{\mathcal{S}\cup\mathcal{C}} \simeq S_{\mathcal{C}} \simeq S^{mc}_{\mathcal{C}}$

↳ comme si $\mathcal{C}$ était un syst. isolé car il n'est pas "influencé" par $\mathcal{S}$ trop petit.

Dans un système isolé $S = S(E)$

$$S^{mc}_{\mathcal{C}} = S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT} - E_{X_0})$$

comme $\mathcal{S} \ll \mathcal{C}$

$E_{X_0} \ll E_{\mathcal{C}} \sim E_{TOT}$

$$\Rightarrow S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT} - E_{X_0}) \simeq S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT}) - E_{X_0} \frac{\partial S^{mc}_{\mathcal{C}}}{\partial E_{TOT}}$$

Par définition $\dfrac{1}{T^{mc}_{\mathcal{C}}} = \dfrac{\partial S^{mc}_{\mathcal{C}}}{\partial E_{\mathcal{C}}} \simeq \dfrac{\partial S^{mc}_{\mathcal{C}}}{\partial E_{TOT}}$

$$S^{mc}_{\mathcal{C}}{}^{(E_{TOT}-E_{X_0})} \simeq S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT}) - \frac{E_{X_0}}{T^{mc}_{\mathcal{C}}} \quad (2)$$

$$S^{mc}_{\mathcal{C}}{}^{(E_{TOT}-E_{X_0})} = k_B \ln \underbrace{\{Y\}}_{\substack{\text{nombre de}\\ \text{micro-états du}\\ \text{thermostat tel}\\ \text{que } \boxed{E_{\mathcal{C}} = E_{TOT} - E_{X_0}}}} = k_B \ln\Big(\underbrace{P(X_0)}_{\text{on veut ça}} \{X, Y\}\Big) \quad (3)$$

Donc :

(3) $$P(X_0) = e^{\frac{S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT}-E_{X_0})}{k_B}} \frac{1}{\{X,Y\}} \overset{(2)}{=} \underbrace{\frac{1}{\{X,Y\}} e^{\frac{S^{mc}_{\mathcal{C}}(E_{TOT})}{k_B}}} e^{-\frac{E_{X_0}}{k_B T^{mc}_{\mathcal{C}}}}$$

$$= \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_{X_0}}{k_B T}}$$

où $Z = \sum_{X_0} e^{-\frac{E_{X_0}}{k_B T}}$

$$\boxed{Z = \sum_{X} e^{-\frac{E_X}{k_B T}}} = Z(T, V)$$

D'un point de vue statistique, il y a 2 types de particules (c'est fondamentalement)

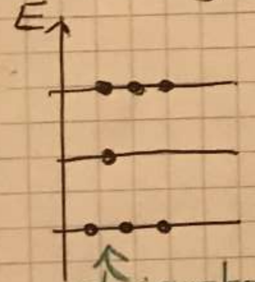
BOSONS (Bose)

⇒ Leur spin est <u>entier</u>

<u>ex:</u> photon ($s=1$)
bosons W^+, W^- et Z
gluons
graviton, s'il existe
noyaux atomiques de spin entier

⇒ Obéissent à la statistique de Bose-Einstein

N bosons dans un système de niveaux d'énergie



plusieurs bosons peuvent avoir rigoureusement le même état

par exemple, tous les bosons du système peuvent se trouver à l'état fondamental
⇒ CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN

⇒ Fonction d'onde symétrique par permutation de deux particules

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$$

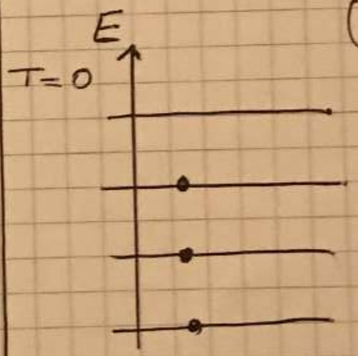
FERMIONS (Enrico Fermi)

⇒ Leur spin est <u>demi-entier</u>

<u>ex:</u> électrons ($s=\frac{1}{2}$)
noyaux atomiques de spin demi-entier
protons, neutrons

⇒ Obéissent à la statistique de Fermi-Dirac

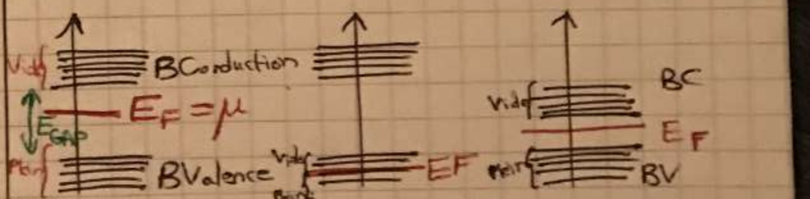
PRINCIPE DE PAULI :
2 Fermions ne peuvent pas se trouver dans le même état



(on oublie le spin, sinon on doit mettre 2 fermions par niveau si $s=\frac{1}{2}$)

→ le dernier niveau occupé : Niveau de Fermi d'énergie E_F (défini à température nulle)

Ce niveau de Fermi (ou plutôt cette façon de "remplir" les états d'énergie) permet d'expliquer le comportement électrique des matériaux



Si $E_{GAP} \gg k_B T$ et que BV est pleine
ISOLANT : les e^- ne peuvent pas aller dans BC

Si $E_{GAP} \sim k_B T$
l'agitation thermique peut suffire à envoyer des électrons en BC
⇒ SEMI-CONDUCTEUR

À haute température : $\lambda_{DB} \ll a$ (paramètre d'un réseau cristallin par exemple)
BOSONS et FERMIONS se comportent pareil (classiquement) ⇒ MAXWELL-BOLTZMANN

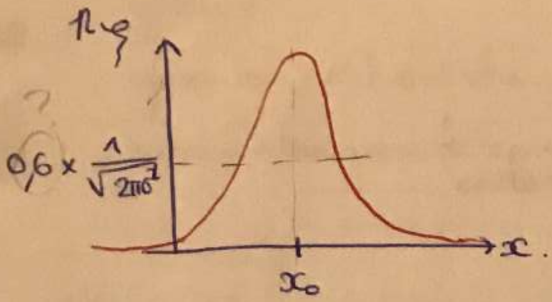
Espérance: $\langle \xi \rangle = \sum_k x_k P(x_k)$.

Variance: $\sigma_\xi^2 = \langle \xi^2 \rangle - \langle \xi \rangle^2$

Écart-type: $\sigma_\xi = \sqrt{\sigma_\xi^2}$

Loi normale ou gaussienne.

$$p_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{avec } \{ \langle \xi \rangle = x_0$$



Combinaisons: $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

on choisit k objets parmi n objets discernables (numérotés de 1 à n) et l'ordre dans lequel les objets sont placés (ou énumérés) n'a pas d'importance.

Exemple: J'ai 10 boules numérotées. Je veux savoir combien de possibilités il y a de couples de boules

Ex: 1,3 ; 1,4 ; 5,9 ... donc $n = 10$, $k = 2$

$$C_n^k = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} =$$

indiscernables: 3,1 et 1,3 c'est pareil.

OJO! Dans ce cas on considère que 1,3 est égal à 3,1! donc on le compte 1 fois

Arrangements: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

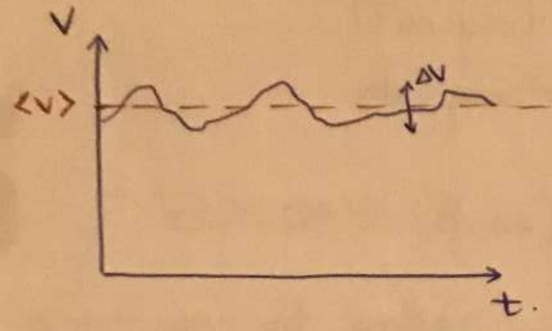
Ici on considère que 1,3 et 3,1 sont différents
On tient compte de l'ordre!!

permutation c'est un arrangement où $n=k$ → $N!$ exemple

ordre A BC

ABC
ACB
BAC
BCA
CBA

$3! = 6$



V fluctue autour de sa valeur moyenne.
ΔV : amplitude des fluctuations.

$$\frac{\Delta V}{\langle V \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$$

(pour un système macroscopique ces fluctuations sont négligeables car $N \rightarrow$ très grand).

<u>Pour un GP</u> : $\langle V \rangle = \frac{N k_B T}{P}$ $\qquad \frac{\Delta V}{\langle V \rangle} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\sqrt{N}}$

$N = n \cdot N_a$. et $R = N_a \cdot k_B = 8{,}314 \ J.K^{-1}.mol^{-1}$