LIVRE DUNOD MP/MP*.

regarder livre Introduction aux transferts thermiques aussi.

Transfert thermique convectif.

La convection met en jeu un fluide en mvt. Le fluide passe d'un système à l'autre, reçoit de l'énergie du système chaud et cède de l'énergie au syst. froid.

→ Convection naturelle: lorsque le mvt de fluide est provoqué par la différence de T elle-même. Par exemple, dans une pièce chauffée par le sol, l'air situé au niveau du sol, plus chaud donc plus léger que l'air situé au dessus, tend à s'élever.

→ Convection forcée: le mvt du fluide est provoqué par une cause extérieure. Par exemple refroidissement d'un circuit intégré dans un ordinateur grâce à un ventilateur.

CONDUCTION

Conduction → diffusion → courant thermique. Il apparaît un courant thermique à travers tout matériau dont la T n'est pas uniforme.

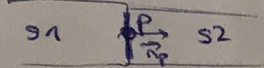
Loi de Fourier : $\vec{J}_{th} = -\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T$. λ = conduct. thermique $(W.m^{-1}.K^{-1})$

Éq. de diffusion : $\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T$. a = diffusivité thermique $m^2.s^{-1}$

$a = \frac{\lambda}{\mu c}$.

$L \sim \sqrt{a\tau}$

• Cas d'un contact parfait entre deux matériaux solides



En P: continuité du champ de température $T(P,t)_{S1} = T(P,t)_{S2}$
continuité de la composante normale du vecteur densité de courant thermique : $\vec{J}_{th}(P,t)_{S1} \cdot \vec{n}_P = \vec{J}_{th}(P,t)_{S2} \cdot \vec{n}_P$

CONVECTION

- Cas de contact avec un fluide, loi de Newton.

matériau solide en contact en P avec un fluide de température T_f, le flux thermique élém. passant du solide au fluide à travers la surface dS_P est donné par la loi de Newton:

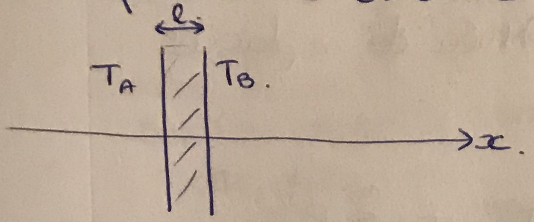
$$d\Phi_{sol \to fluide} = h\,(T(P,t) - T_f)\, dS_P$$

↳ cte appelée coeff de transfert thermique de surface. ($W.m^{-2}.K^{-1}$).

- Résistance thermique.

Application : pag. 494 Diu.

Régime stationnaire. Distribution de T à l'intérieur d'une paroi d'épaisseur ℓ et d'aire A? Faces T_A et T_B.



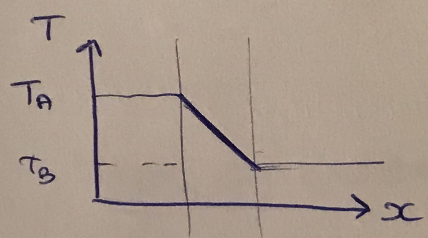
paroi homogène.
matériau caractérisé par sa conductivité thermique k et son coeff de diffusion $D_{th} = D$.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \Delta T.$$

stationnaire $\rightarrow$ $\dfrac{d^2T}{dx^2} = 0$. $\rightarrow T(x) = ax + b$.

$T(x=0) = T_A$
$T(x=\ell) = T_B$.

donc $T(x) = T_A + (T_B - T_A) \cdot \dfrac{x}{\ell}$.



flux de chaleur à l'intérieur de la paroi?

$$\vec{J_Q} = -k \cdot \vec{\text{grad}}\, T.$$

$$\vec{J_Q} = -k \cdot \frac{(T_B - T_A)}{\ell}$$

indép. de x. La qtité de chaleur I_Q qui traverse la paroi par unité de temps est donné par $\vec{J_Q}$ à travers l'une ou l'autre face.

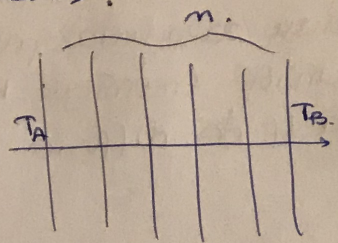
$\left(\Phi = \dfrac{\partial Q}{\partial t} = \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS\right.$
I_Q

$$I_Q = \frac{A \cdot k}{\ell}(T_A - T_B)$$

Loi d'ohm thermique:

$$T_A - T_B = R_{th} \cdot I_Q.$$

→ Considérons que la paroi est constituée de n plaques parallèles.



$$T_A - T_B = I_Q \underbrace{\sum_{i=1}^{n} R_{th}^{i}}_{= R_{th}.}$$

→ Considérons matériaux en parallèle.

tous d'épaisseur l.

sur chaque bloc il y a la même ddp thermique $T_A - T_B$.

mais la densité de courant varie d'un pavé à l'autre car k différent donc:

$$\vec{j}_Q^{\,i} = \frac{k_i}{l}(T_A - T_B).$$

$$I_Q = \sum_i \overset{\text{Aire.}}{A_i}\, \vec{j}_Q^{\,i}$$

$$T_A - T_B = \left(\sum_i \frac{A_i k_i}{l} \right)^{-1} I_Q.$$

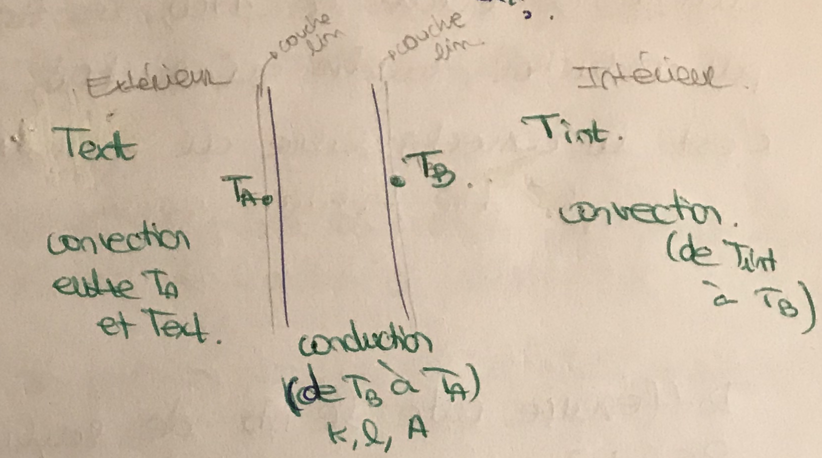
$$(T_A - T_B) = R_{th} \cdot I_Q.$$

Ce sont les inverses des résistances qui s'ajoutent.

$$\frac{1}{R_{th}} = \sum \frac{1}{R_{th}^{i}}$$

→ Quelle qtité de chaleur faut-il fournir en hiver pour maintenir une maison à la température T_{int}, alors que la temp qui règne à l'extérieur est T_{ext}?

couche limite sur les parois du mur



Pour évaluer le flux de chaleur par convection: Loi de Newton:

$$\begin{cases} \vec{j}_Q^{\,conv} = h\,(T_1 - T_2) \\ I_Q^{conv} = j_Q^{conv} \cdot A \\ R_{th}^{conv} = \dfrac{1}{hA} \end{cases}$$

Flux de chaleur total: $I_Q \cdot R_{th\,tot} = T_{int} - T_{ext}$

$$I_Q = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\dfrac{1}{h_{int} A} + \dfrac{l}{kA} + \dfrac{1}{h_{ext} \cdot A}}$$

OdG. → Dio pag 499.

Nombre de Rayleigh (Ra) : nb sans dimension caractérisant le transfert de chaleur au sein. Inférieur à une valeur critique de l'ordre de 1700, le transport s'opère uniquement par conduction, tandis qu'au delà de cette valeur c'est la convection libre ou naturelle qui domine.

~~Exemple : dans l'exercice compo on fait~~

Différence entre le nb de Rayleigh et le nb de Péclet ? J'ai lu que celui de $\begin{cases} \text{Ra : convection naturelle} \\ \text{Péclet : convection forcée} \end{cases}$

COMPO 2010. → choses que j'ai sorti de cette compo.

Étude du démarrage de la convection dans le cadre de l'approximation de Boussinesq selon laquelle :

- $\rho = \rho_0 (1 - \alpha(T - T_0))$
  Variation de masse vol prise en compte que dans l'éq. mécanique au niveau de l'action de pesanteur.

- Influence de la pression sur le vol. fluide negligée, et fluide incompressible.

- Effets de viscosité negligés

- Negliger l'infl. de T sur η et D. du fluide.

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v} \right) = \rho_0 \left(1 - \alpha (T - T_0) \right) \vec{g} - \overrightarrow{grad}\, p + \eta \Delta \vec{v}$$

Avec hypothèses

Premier ppe de la thermo appliqué à une particule fluide en mouvement :

$$\underbrace{dU}_{} = \delta Q + \delta W$$

$$\boxed{\rho c V \frac{DT}{Dt} dt = \delta Q + \cancel{\delta W}}\ {=0}\ \text{(incompr).}$$

on néglige la puissance développée par la force de viscosité donc il ne reste que le transfert thermique

$\phi = \frac{\delta Q}{\partial t} = - \vec{j}\, \vec{dS}$

Dv; ext vers l'extérieur

$\delta Q = - \iint \vec{j}\, \vec{dS}\, dt$

$= \iiint - \mathrm{div}\, \vec{j}\; dV \cdot dt$

$\rho c V \frac{DT}{Dt} \cdot \cancel{dt} = - \mathrm{div}\, \vec{j} \cdot V \cancel{dt}$

$\vec{j} = - k\, \overrightarrow{grad}\, T.$

On obtient $\rho c \frac{DT}{Dt} = k\Delta T$.

↳ terme à ajouter à l'équation de diffusion si on veut prendre en compte la convection

Donc $\frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{\overbrace{(\vec{v}.\overrightarrow{grad})T}}_{\text{terme convectif}} = \underbrace{D\Delta T}_{\text{terme conductif}}$ où $D = \frac{k}{\rho c}$.

Compétition entre différents mécanismes :

Le nb de Péclet représente le rapport du transfert par convection sur le transfert par conduction.

$$Pe = \frac{(\vec{v}.\overrightarrow{grad})T}{D\Delta T} = \frac{u.T}{\frac{\cancel{L_c}\cdot D T}{L_c^2}} = \frac{L_c u}{D}$$

↳ diffusivité thermique.

Nombre de Prandtl : $P_r = \frac{\tau}{\tau'}$. Fluide fait intervenir deux processus de diffusion, l'un thermique de temps caractéristique τ et l'autre mécanique dû à la diffusion de qtité de mvt microscopique, de temps caractéristique τ'. OU : rapport entre la diffusivité de la qtité de mvt et celle de la chaleur. Viscosité cinématique et diffusivité thermique. $\boxed{Pr = \frac{\nu}{D}}$ où $\begin{cases} \nu = \frac{\eta}{\rho} \\ \text{et } D = \frac{\lambda}{\rho C_p}. \end{cases}$

sans dimension

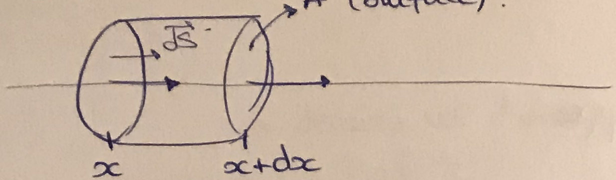
Donc $P_r = \frac{\eta C_p}{\lambda}$.

Nb de Reynolds : $Re = \frac{u.L}{\nu}$.

Donc : $\boxed{P_e = \frac{Lu}{D} = \frac{\nu.Re}{D} = P_r.Re}$

$\boxed{\text{Bilan entropie, conduction.}}$

page 776-777
MP-MP* tout-en-un DUNOD



algébrique!

$\Phi = \frac{\delta Q}{dt} = \int \vec{j} \cdot \vec{dS}$

$$\delta^2 S_{éch} = \frac{\delta Q_x}{T(x,t)} + \frac{\delta Q_{x+dx}}{T(x+dx,t)}$$

car il rentre dans le système ⊕ — car il sort du système

$$= \frac{j_{th}(x,t) \cdot A \cdot dt}{T(x,t)} - \frac{j_{th}(x+dx,t)\, A \cdot dt}{T(x+dx,t)} \simeq -\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{j_{th}}{T}\right)(x,t)\right) A\, dt\, dx$$

Loi de Fourier: $\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \vec{grad}\, T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$.

$$\delta^2 S_{éch} = \underbrace{\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial x}\right)}\, A\, dx\, dt = \left(-\frac{\lambda}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \frac{\lambda}{T}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) A\, dx\, dt$$

L'entropie de Σ à l'instant t est $dS(x,t) = s(x,t)\,\mu \cdot A\,dx$.

où $s(x,t)$ est l'entropie massique du matériau, en x à T.

Pour un solide indilatable et incompressible:

$du = -p\,dV + T\,ds$. $ds = -\frac{p}{T}\,dV + \frac{1}{T}\,du$ — massique $c\,dT$

$$s - s_0 = -\int \frac{p}{T}\,dV + \int \frac{1}{T}\,du = +c \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

$=0$ indilatable et incompressible

$$s = s_0 + c\ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

La variation d'entropie du système entre t et $t+dt$:

$$d^2S = dS(x,t+dt) - dS(x,t) \simeq \frac{\partial}{\partial t}\left(c\ln\left(\frac{T(x,t)}{T_0}\right)\mu A\,dx\right)dt$$

$$= \mu c \frac{\partial}{\partial t}\ln\left(\frac{T(x,t)}{T_0}\right) A\,dx\,dt = \mu c \cdot \frac{\frac{\partial T(x,t)}{T_0\,\partial t}}{\frac{T(x,t)}{T_0}} \cdot A\,dx\,dt =$$

$$= \mu c \frac{1}{T(x,t)} \cdot \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} A\,dx\,dt.$$

D'après le second ppe:

$$\delta^2 S_{créée} = d^2 S - \delta^2 S_{éch}.$$

$$= \mu c \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial t} A\,dx\,dt - \left(- \frac{\lambda}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \underbrace{\frac{\lambda}{T}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}_{= \frac{1}{T}\mu c \frac{\partial T}{\partial t}}\right) A\,dx\,dt.$$

Équation de la diffusion thermique: $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$

Donc: $$\boxed{\delta^2 S_{créée} = + \frac{\lambda}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 A\,dx\,dt.}$$

strictement positive dès que la température n'est pas uniforme.
On retrouve le fait que la conduction thermique est un processus irréversible.

On peut exprimer l'entropie créée par unité de temps et de masse de matériau:

$$s_{créée}(x,t) = \frac{\delta^2 S_{créée}}{\mu A\,dx\,dt} = \frac{\lambda}{\mu T^2_{(x,t)}}\left(\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right)^2$$

(Je trouve que c'est bien expliqué).

Rayonnement.

flux surfacique d'énergie → densité vol. d'énergie EM.

$$\varphi^\circ(T) = \frac{c}{4} u^\circ_{em}(T) \quad (1).$$

$$du^\circ_{em} = u^\circ_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda \qquad \text{mais } u^\circ_\lambda \neq u^\circ_\nu.$$

densité spectrale en longueur d'onde d'énergie volumique.

$$= u^\circ_\nu(\nu,T)\,d\nu$$

$$\begin{cases} u^\circ_\lambda(\lambda,T) = \frac{c}{\lambda^2} u^\circ_\nu(\nu,T) \\ u^\circ_\nu(\nu,T) = \frac{c}{\nu^2} u^\circ_\lambda(\lambda,T) \end{cases}$$

car $d\nu = -d\left(\frac{c}{\lambda}\right) = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$

Loi de Planck: $$\boxed{u^\circ_\lambda(\lambda,T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}} \quad (2)$$

Loi de Stefan-Boltzmann

Expression du flux surfacique grâce à (1) et (2)

$$d\varphi^\circ(T) = \frac{c}{4} du^\circ_{em} = \frac{c}{4} u^\circ_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda$$

$$\varphi^\circ(T) = \frac{c}{4} \int \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} d\lambda.$$

Le calcul de l'intégrale donne:

$$\boxed{\varphi^\circ(T) = \underbrace{\frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2}}_{\sigma} T^4}$$

σ (cte de Stefan $\doteq 5{,}67 \times 10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$)

Loi du déplacement de Wien.

La densité spectrale en longueur d'onde passe par un maximum pour une longueur d'onde λ_m dépendant de la température.

$$\boxed{\lambda_m T \simeq 2900 \ \mu m.K.}$$