LP 26 Propagation avec dispersion

Hugo

Agrégation 2019

Contents

0.0.1 Pré requis . . . 2
0.0.2 Introduction . . . 2

1 Propagation dans un milieu dispersif, le câble coaxial 2
1.1 Modélisation . . . 2
1.2 Équation des télégraphistes . . . 2
1.3 Relation de dispersion . . . 2
1.4 Condition de Heaviside . . . 2

2 Paquet d'onde 3
2.1 Définition . . . 3
2.2 Propagation en présence de dispersion . . . 3
2.2.1 Premier ordre . . . 3
2.2.2 Second ordre . . . 3

3 Propagation dans les plasmas - ionosphère 3

0.0.1 Pré requis

2e année de licence
Relation de dispersion.

0.0.2 Introduction

Intérêt dans les communications notamment.

1 Propagation dans un milieu dispersif, le câble coaxial

1.1 Modélisation

Schéma du cable coax. Rappel des élément permettant d'établir d'Alembert dans ce cas.
Illustration de la déformation et atténuation d'un signal transmis par un cable coax de 50m.
L'équation de propagation et le schéma initial ne permettent pas d'expliquer cette dissipation. On fait un nouveau schéma incluant des éléments dispersifs.

1.2 Équation des télégraphistes

On applique Kirchoff, la loi des mailles et la loi des nœuds pour obtenir deux équations différentielles liées, portant sur u et i. On obtient finalement

$$\partial_x^2 u - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 u = \partial_t u[\Lambda g - \Gamma r] + rgu \tag{1}$$

1.3 Relation de dispersion

On exprime les solutions sous la forme d'OPPM et on en déduit

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i\omega[\Lambda g + r\Gamma] - rg \tag{2}$$

on peut ensuite exprimer les parties réelles et imaginaires de k séparément : $k = k' + ik''$. En injectant cette expression de k dans la solution en OPPM on voit que le terme k'' est responsable de l'atténuation car il va conduire à une exponetielle réelle décroissante $e^{-k''x}$.
On peut définir la surface équiphase $\phi = \omega t - k'x = cste$, et en déduire sa vitesse $d\phi = 0 = \omega dt - k'dx$ ainsi $\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k'}$: vitesse de phase.

1.4 Condition de Heaviside

Calculs projetés.

OPPM irréalistes car étendue à l'infini.

2 Paquet d'onde

2.1 Définition

TF sur ω et k, mais relation de dispersion impose un lien entre ω et k, il n'y a donc en réalité qu'une TF sur ω.

2.2 Propagation en présence de dispersion

2.2.1 Premier ordre

atténuation négligeable $\Leftrightarrow k'' = 0$. On considère $\Delta\omega \ll \omega_0$, et on fait donc un DL de $k(\omega)$ autour de ω_0. On injecte dans la forme intégrale de s(t,x). On fait aussi un DL de $s(\omega)$ autour de ω_0 dans la TF. On en déduit une nouvelle forme intégrale pour s(x,t)

$$s(x,t) = s_e(t - \frac{dk}{d\omega}(\omega_0))e^{i(\phi(\omega_0)+k(\omega_0)x-\omega_0 t)} \tag{3}$$

Notion de glissement de phase, illustration vitesse de phase et vitesse de groupe.

2.2.2 Second ordre

Illustration de l'étalement du paquet d'onde dans un milieu dispersif.
Détérioration de l'information portée par l'enveloppe due à cet étalement.

3 Propagation dans les plasmas - ionosphère

Définition
Hypothèses du problème.
Équation de propagation dans ce cas.
Relation de dispersion.
Application au cas de la ionosphère.
Discussion des différents cas selon que v_g soit plus ou moins grande devant v_ϕ.

Applications. Limite du modèle : il faut une faible dispersion pour appliquer les modèles précédents. Applications pour les études des milieux dispersifs, où la dispersion donne des informations sur les propriétés intrinsèques du matériau.

Questions

Pour les plasmas vous parlez de réflexion à l'interface .. quelle interface ?
Pourquoi y a t-il réflexion ?
La fréquence plasma est elle la même partout dans la ionosphère ? Sinon comment varie t-elle ?
Qu'est ce qui détermine donc l'endroit de la réflection ?

L'expression de s_e donnée est elle correcte ?
non il manque un x :

$$s(x,t) = s_e(t - \frac{dk}{d\omega}(\omega_0)x)e^{i(\phi(\omega_0)+k(\omega_0)x-\omega_0 t)} \tag{4}$$

Comment mesure t'on la vitesse d'un paquet d'onde ?

Peut on satisfaire la condition de heaviside ?

Quelles sont les raisons de la dispersion dans un câble coaxial ?

Un milieu dispersif est il nécessairement absorbant ?
Oui, mais pas nécessairement aux même fréquences.

A quoi est liée, physiquement, la dispersion ?
La réponse du milieu dépend de la pulsation, car la réponse du milieu n'est pas instantanée.

Quelle est la vitesse d'un signal ?
L'avant du paquet d'onde.

Qu'est ce que l'avant du paquet d'onde ?

Commentaires

Peut être prendre plus le temps de définir la notion de dispersion, en illustrant avec un prisme par exemple.
Attention à bien différencier dispersion et dissipation.
Enlever la partie 3.
Le problème de la modélisation du câble coax c'est qu'on ne voit plus le milieu...et qu'on ne peux donc pas perler de dispersion normale et anomale.
Questions possibles : comment justifier la modélisation des effets dispersifs avec une capacitance et une résistance ?