

LP 41 Effet tunnel

Etienne

Agrégation 2019

Contents

0.1	Introduction	2
1	Modèle de l'effet tunnel	2
1.1	Rappel : puits potentiel 1D fini	2
1.2	Barrière de potentiel	2
1.3	Analyse quantique	2
1.4	Probabilité de transmission	2
2	Radioactivité α	3
2.1	Description	3
2.2	Modèle de Gamow, Gurney et Condon (1936)	3
3	Microscope à effet tunnel	3
4	Conclusion	3

0.1 Introduction

On a un émetteur d'onde centimétriques (associé à un récepteur) qui émet vers un bloc de parafine taillé de sorte à ce que la face de sortie face un angle de réfraction limite (réflexion totale). On ne reçoit donc rien au niveau du récepteur. Si maintenant on place un deuxième bloc derrière le premier on retrouve un signal au niveau du récepteur... Pourquoi ???

Applications de l'effet tunnel.

1 Modèle de l'effet tunnel

1.1 Rappel : puits potentiel 1D fini

Permet d'introduire la notion d'onde évanescente, et ainsi d'épaisseur de peau. \rightarrow effet tunnel : possibilité de passer à travers une barrière de potentiel de largeur inférieur à l'épaisseur de peau.

1.2 Barrière de potentiel

On considère le cas d'une barrière de longueur finie, qui correspondrait en pratique à une variation très brutale de potentiel que l'on modélise ici par un créneau.

Cas classique : si $E - E_0 < 0$ alors il n'existe pas d'état de diffusion : la particule ne peut traverser la barrière.

1.3 Analyse quantique

On a un potentiel stationnaire, on résout donc Schrödinger indépendant du temps

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x) \quad (1)$$

que l'on va observer dans le cas $E < E_0$ avec E_0 la hauteur de la barrière. On a trois zones et donc trois cas : dans les zones I et III on a une solution oscillante correspondant à une onde propagative, tandis que dans la zone II on a un vecteur d'onde imaginaire $k_{II} = iq$ menant à une solution de type exponentielle décroissante.

On peut déterminer les constantes d'intégration grâce aux conditions initiales et aux conditions de raccordement.

1.4 Probabilité de transmission

La probabilité de transmission s'exprime comme

$$T = \frac{||\vec{j}_t||}{||\vec{j}_i||} \quad (2)$$

On peut ici le calculer à partir des solutions déterminées dans la partie précédente, on obtient

$$T = \frac{1}{1 + \frac{E_0^2}{4E(E_0 - E)} \sinh^2 qL} \quad (3)$$

On constate alors qu'il varie continument avec E_0 , m et L (l'épaisseur de la barrière) entre 0 et 1.

Si on note $\delta = 1/q$ l'épaisseur de peau, on a alors dans le cas $L \gg \delta \longrightarrow T = T_0 e^{-2L/\delta}$ (donner les valeurs de T pour différentes combinaisons de m, E_0, L).

2 Radioactivité α

2.1 Description

Exemple de la décomposition de l'uranium 236.

Un tout petit peu d'histoire sur la découverte de la radioactivité.

Notion de temps de demie vie, il a été montré empiriquement que l'on avait

$$\ln T_{1/2} = A + \frac{B}{\sqrt{E}} \quad (4)$$

2.2 Modèle de Gamow, Gurney et Condon (1936)

Projeter l'allure du potentiel de Gamow.

Description du potentiel et expliquant ce que cela représente : partie centrale : puits (potentiel égal à $-V_0$) correspondant au potentiel attractif du noyau, et les deux barrières (en $V(x) \propto \frac{1}{x}$) correspondent au nuage électronique qui est répulsif pour un électron.

On en déduit le temps caractéristique au bout duquel une particule radioactive peut sortir en calculant la probabilité de transmission.... on retrouve alors l'expression empirique (4).

Cela permet notamment de dater un objet.

3 Microscope à effet tunnel

4 Conclusion

Il existe d'autres effets quantiques exotiques comme la réflexion sur une marche de potentiel par exemple.

Cela a donné lieu à beaucoup d'autres applications et de prix nobel.

Questions

Pouvez vous citer les applications et les prix Nobel évoqués dans l'ouverture ?

Remarques

Il faut écrire les dates, les noms, les conditions d'un modèle et les limites de ce modèle.

Pour la manip il faut être plus explicite : on obtient cette notion d'angle de réflexion totale avec l'optique géométrique, et cette discipline est donc mise en défaut ici, il faut aller chercher un

modèle ondulatoire qui va permettre d'expliquer cet effet. On fait ensuite la transition sur le fait qu'ici on va regarder des ondes de matières régies par non pas par les équations de Maxwell mais de Schrodinger.

Concernant la première partie sur le puits de potentiel : c'est là que l'on doit introduire Schrodinger.

Les solutions sont bornées car Schrodinger est une équation linéaire du second degré.

Concernant la probabilité de transmission : il faut expliciter le fait qu'on ne fait pas le rapport des fonctions d'onde. Il faut décrire clairement ce que l'on fait.

Il faut dire que l'effet tunnel est un ingrédient intervenant dans de nombreux modèles.

Pour la radioactivité il faut structurer plus :

- o Observations expérimentales.

- o Formulation empirique.

- o Modèle quantique.

il faut que le $\frac{dN}{dt} + \frac{N}{\tau} = 0$ arrive au début de la modélisation.

Il faut dire (à défaut de montrer) que le résultat de l'intégrale (le pré-facteur) varie plus rapidement avec E que $1/\sqrt{E}$.

Il faut montrer la courbe empirique pour la radioactivité, puis y superposer le modèle pour montrer qu'il est satisfaisant.

Il faut parler de la datation en évoquant le mécanisme de production continu et régulière (pouvant varier légèrement selon l'époque) de carbone 14, que l'on respire. On donne ensuite le temps de demie vie du C_{14} , et on dit que lorsqu'un corps ne respire plus on peut alors dater le corps à partir du taux de C_{14} toujours présent dans le corps. Bien pour les première centaines de millier d'années (jusqu'à 10 durées de vie), mais ne permet pas de dater des éléments de plusieurs millions d'années.

Concernant l'effet tunnel : on maintient le flux d'électrons constant à travers l'échantillon, et on regarde de combien on a dû déplacer (avancer ou reculer) la pointe pour ce faire. On a alors accès à la topologie d'une des faces du matériau.