

## LP 18 - Interférométrie à division d'amplitude

### Pré-Requis :

- Interférences à 2 ondes
- Cohérence temporelle et spatiale
- Interférométrie à division du front d'onde

### Matériel

- Michelson, laser rouge, lampe Na
- Objectif microscope,  $L_1 (f=1m)$   
 $L_2 (f=20cm)$ , éleveurs
- Cadre métallique + eau savonneuse, lumière blanche

### Introduction :

Dans la leçon précédente nous avons mis en évidence et étudié le phénomène d'interférences, en nous limitant au cas de deux ondes. Nous avons montré que la visibilité de ce phénomène dépendait des propriétés de cohérence relatives à la source et à l'interféromètre considérés. L'utilisation de sources non-monochromatiques (elles le sont rigoureusement toutes, mais certaines comme les lasers s'en rapprochent beaucoup) et étendues conduit au brouillage des franges obtenues à partir d'un interféromètre à division du front d'onde comme les fentes d'Young. Ceci permet d'expliquer pourquoi les nombreuses sources de lumière avec lesquelles nous vivons au quotidien "n'interfèrent pas" : l'éclairage résultant de deux lampes allumées dans un salon est la somme des éclairages dus à chaque lampe.

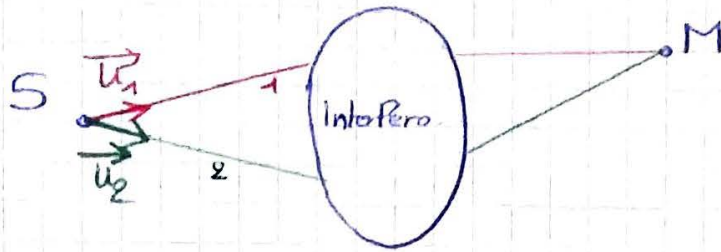
Pourtant, tout le monde a remarqué une fois dans sa vie les irisations d'une bulle de savon ou d'une flaque d'huile sur un parking. Ces phénomènes optiques résultent de phénomènes d'interférences et montrent qu'il est possible d'observer des interférences avec des sources étendues.

Dans cette leçon, nous allons montrer comment introduire la notion d'interférométrie à division d'amplitude. Nous nous appuierons pour cela sur un dispositif expérimental, l'interféromètre de Michelson, dont nous détaillerons le fonctionnement et quelques applications.

# I - Interférences par division d'amplitude

## 1/ Théorème de localisation

Soit un interféromètre quelconque éclairé par une source ponctuelle  $S$



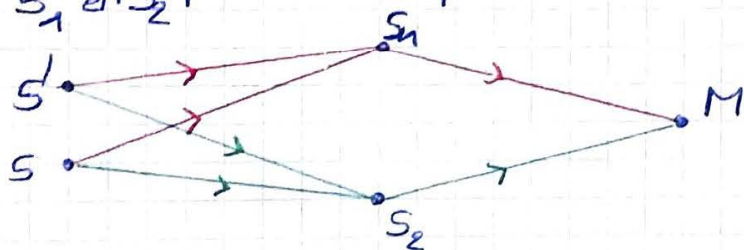
Les rayons dont les directions d'entrée sont  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  interfèrent en  $M$ .

La différence de marche entre ces deux rayons s'écrit

$$\delta = (SM)_1 - (SM)_2.$$

On veut déterminer un critère de non brouillage des franges d'interférences sans l'effet d'un élargissement de la source. Cela revient à déterminer les positions  $M$  pour lesquelles  $\delta$  ne dépend pas (ou peu) de  $S$  : ainsi, en ces points  $M$ , toutes les sources  $S_i$  incohérentes constituant la source étendue donnent lieu à la même (ou presque) figure d'interférences et donc à un bon contraste pour la figure résultante.

Quelque part dans l'espace se trouvent les deux sources secondaires qui interfèrent,  $S_1$  et  $S_2$



$S$  et  $S'$  deux points de la source étendue.

$$\delta = (SM)_1 - (SM)_2$$

$$\delta' = (S'M)_1 - (S'M)_2$$

On cherche  $\Delta\delta = \delta' - \delta$  la différence de marche liée à la largeur de la source :

$$\Delta\delta = (S'S_1 - SS_1) - (S'S_2 - SS_2)$$

Calculons  $\vec{S'S_1}$  et  $\vec{SS_2}$  :  $\vec{S'S_1} = \vec{SS_1} + \vec{SS}$  avec  $SS \ll SS_1$

$$\text{d'où } S'S_1^2 = SS^2 + SS_1^2 + 2\vec{SS} \cdot \vec{SS_1}$$

$$\text{d'où } S'S_1 = SS_1 \sqrt{1 + 2 \frac{\vec{SS} \cdot \vec{SS_1}}{SS_1^2} + \frac{SS^2}{SS_1^2}} \approx SS_1 \left( 1 + \frac{\vec{SS} \cdot \vec{SS_1}}{SS_1^2} \right) \text{ ordre 1 en } E = \frac{SS}{SS_1}$$

$$\text{d'où } \boxed{\Delta\delta = \vec{SS} \cdot \vec{u}_1 - \vec{SS} \cdot \vec{u}_2 = \vec{SS} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)}$$



Ce résultat est général: il vaut pour tout interféromètre mais repose sur un DL à l'ordre 1.

les interférences ne seront pas brouillées (si la source n'est "pas trop grande pour l'interféromètre") en M tel que

$$\vec{S} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = 0$$

- soit  $\vec{S} = \vec{0}$  : source ponctuelle, vrai VM
- soit  $\vec{S} \perp (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$  : utilisation d'une fente source parallèle aux fentes d'Young comme source primaire  
vrai VM  $\Rightarrow$  contraignant sur la source
- soit  $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$  : les deux ondes interfèrent provenant du même rayon incident.  $\Rightarrow$  contraignant sur l'interféromètre

$\Rightarrow$  impossible par division du front d'onde

$\Rightarrow$  DIVISION D'AMPLITUDE

Théorème de localisation: seul un interféromètre à division d'amplitude peut donner lieu à l'observation d'interférences contrastées produites par une source arbitrairement large.

Ces interférences sont localisées au voisinage des points pour lesquels les rayons qui interfèrent sont issus du même rayon entrant dans l'interféromètre.

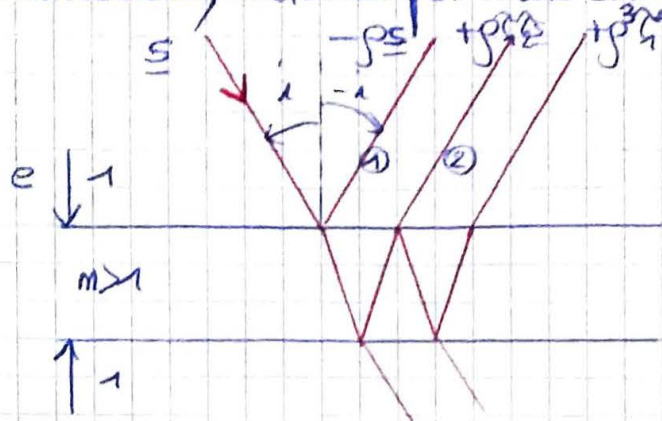
En pratique: sources pas trop larges (perçues comme par l'interféromètre) donc incidences pas trop grandes.

Le problème posé par la nécessité de cohérence spatiale est ainsi résolu.



## 2° Principe de la division d'amplitude

- Soit une lame à faces parallèles, dont les faces sont partiellement réfléchissantes, éclairée par une source étendue.



Besoin de connaître les coefficients de réflexion

$$\rho = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

et de transmission

$$\tau = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

en amplitude pour chaque dioptre

$$\rho_1 = \frac{1-m}{1+m}; \quad \rho_2 = \frac{m-1}{1+m}; \quad \tau_1 = \frac{2}{1+m}; \quad \tau_2 = \frac{2m}{1+m}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = -\rho_1 = \rho \quad \text{avec } \rho > 0$$

$$\text{et } s^2 = (\rho_1^2 + m \tau_1^2) s^2 \Rightarrow 1 = \rho_1^2 + m \tau_1^2$$

AN.

lame de verre :  $m=1,5$ ,  $\rho=0,2$   $\tau_1=0,8$   $\tau_2=1,2$

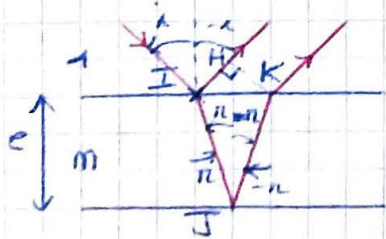
$$\Rightarrow \rho=0,20; \quad \tau_1 \tau_2 \rho = 0,192, \quad \tau_1 \tau_2 \rho^3 = 0,0076 \ll \tau_1 \tau_2 \rho$$

$\Rightarrow$  on ne considère que 2 rayons réfléchis

- Ces rayons émergent parallèles, ils interfèrent à l'infini : localisation des interférences à l'infini.

- Rq: toute figure d'interférences obtenue avec une lame à faces parallèles ne résulte pas nécessairement d'une division d'amplitude. Ainsi, on peut obtenir des interférences non localisées par division du front d'onde avec une source ponctuelle (pas avec une source étendue : problèmes de cohérence spatiale).

- Différence de marche entre les 2 premiers rayons réfléchis :



$$\delta = (IJK) - (IH) \text{ or } (IJK) = 2mIJ = \frac{2me}{\cos n}$$

$$\text{et } (IH) = \frac{2IK}{2} \cos(\widehat{KIH}) = \frac{2IK}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = 2e \tan n \sin i$$

$$\text{or } \sin i = m \sin n \quad \text{d'où } \delta = 2me \cos n$$



### 3/ L'interféromètre de Michelson

• Albert Michelson, Nobel 1907. cet interféromètre a été originalement conçu pour mesurer la supposée vitesse d'entraînement de l'éther, milieu dans lequel on imaginait que la lumière se propageait. Ce fut un échec qui ouvrit la voie à la théorie de la relativité d'Albert Einstein.

• Présentation du dispositif: schéma + machine

$M_1$ : miroir mobile (translation selon  $Ox$ )

$M_2$ : miroir fixe

Verre anticalorique: bloquer l'IR émis par la source de lumière

Vis de réglage: orientation de  $M_1$ , orientation de  $M_2$ , chariotage (déplacement de  $M_1$ )

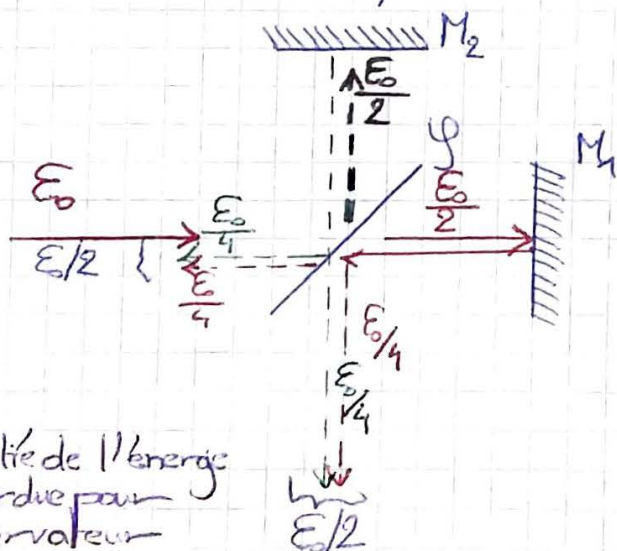
Dispositif séparateur; incliné de  $\frac{\pi}{4}$  par rapport aux axes  $Ox$  et  $Oy$ , constituant les bras de l'interféromètre

il divise en deux la lumière incidente grâce à la lampe séparatrice  $\varphi$  semi-réfléchissante (traitement sur la face avant)

• Division d'amplitude: la lumière incidente suit deux trajets distincts à partir de la séparatrice

voie 1: la lumière est transmise par la séparatrice, réfléchi sur  $M_1$  puis par la face arrière de la séparatrice.

voie 2: la lumière est réfléchi par la face avant de la séparatrice, réfléchi sur  $M_2$  puis transmise par la lame pour se superposer à la lumière ayant suivi la voie 1



## • Dispositif séparateur:

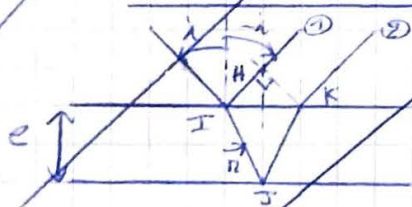
en pratique, on associe à la lame séparatrice une compensatrice.  
sans elle, la lumière passant par  $M_1$  traverse trois fois la lame alors que celle passant par  $M_2$  ne la traverse qu'une seule fois (réflexions sur la face latérale seulement, on néglige les autres); cela introduirait une différence de chemin optique liée au  $m$  de la lame, fonction de  $\lambda$ , ce qui poserait des problèmes en cas d'éclairement par de la lumière blanche.

La compensatrice, pourvu qu'elle soit bien parallèle à la lame séparatrice, permet de compenser cette différence. Les deux vis (voir schéma du montage) permettent de régler ce parallélisme, qu'on supposera parfait dans toute la suite.  
 $\Rightarrow$  On pourra négliger l'épaisseur du dispositif séparateur.

## II - Franges d'égale inclinaison

### 1° Différence de marche

- Différence de marche: on s'intéresse à deux rayons, celui réfléchi sur le premier dioptré, celui réfléchi sur le second. Ils interfèrent à l'infini, d'où la différence de marche:



$$\delta = L(IJK) - L(IH); L(IJK) = 2m \cos \alpha = 2m \frac{e}{\cos \alpha}$$

$$L(IH) = IK \cos(\widehat{KIH}) = 2 \frac{IK}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2e \tan \alpha \sin \alpha \quad \text{et} \quad \sin \alpha = m \sin \alpha$$

$$\delta = 2me \cos \alpha$$

- Anneaux d'Haidinger / Franges d'égale inclinaison

On peut calculer le déphasage entre les 2 rayons. ② - ①

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta - \pi = \frac{4\pi}{\lambda_0} me \cos \alpha - \pi$$

lié à la réflexion ultérieure du rayon ①

Éclairement: interférences



## II - Franges d'égale inclinaison

On éclaire l'interféromètre par une source étendue (dot  $S$  est un point caractéristique)

### 1° Réglage en lame d'air

• Définition: lame d'air  $\Leftrightarrow M_1 \perp M_2$

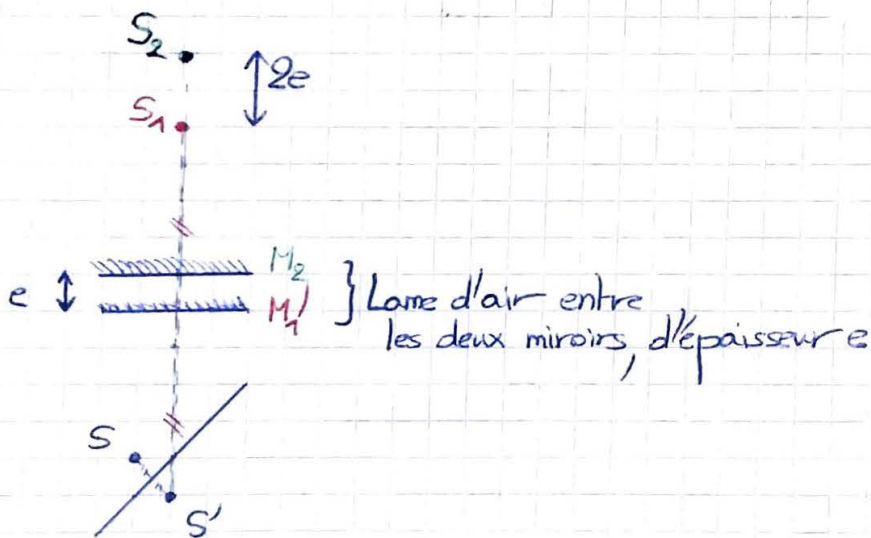
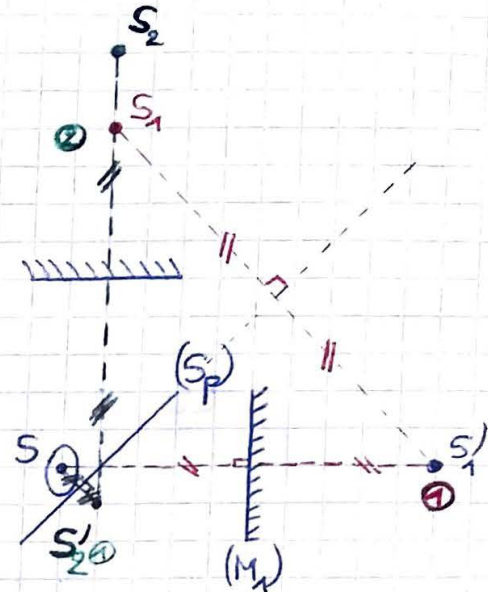
• Voies de l'interféromètre:

Voie 1:  $S \xrightarrow{M_1} S_1' \xrightarrow{S_p} S_1$

Voie 2:  $S \xrightarrow{M_2} S_2' \xrightarrow{M_2} S_2$

L'interféromètre forme deux images  $S_1$  et  $S_2$  de  $S$  à travers chaque voie: cela se vérifie bien en traçant le parcours de 2 rayons issus de  $S$  (un oblique, un en incidence normale) suivant la même voie

⇒ Cette configuration est équivalente à celle d'un interféromètre "replié", en considérant le miroir  $(M_1')$  symétrique de  $M_1$  par rapport à  $S_p$ .



On peut appliquer le même raisonnement, de symétrie, pour calculer le déphasage introduit par l'interféromètre entre les rayons issus de la voie 1 et ceux de la voie 2: les rayons interférant en  $M$  accumulent chacun un chemin optique  $(SM)_1$  ou  $(SM)_2$  dans l'interféromètre, selon la voie choisie. Ces chemins sont équivalents, respectivement à  $(S_1M)$  et  $(S_2M)$  où  $S_1$  et  $S_2$  sont l'image de  $S$  par les voies 1 et 2 de l'interféromètre.



## 2° Différence de marche entre les deux voies

- Rq: chaque rayon se réfléchit une fois sur un miroir, lui conférant un surplus de phase de  $\pi$ : ils n'interviennent pas dans la différence de marche  
 $\Rightarrow$  on ne les mentionnera pas.

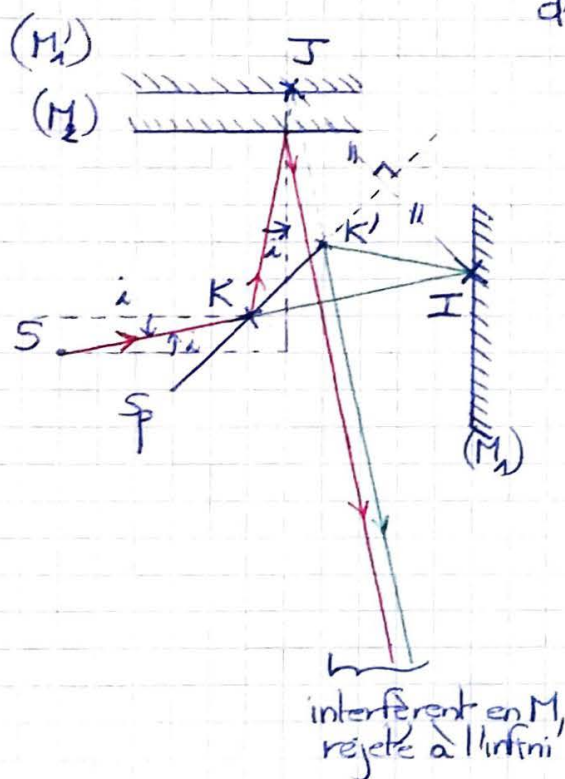
- On doit calculer  $\delta = (S_2 M) - (S_1 M)$ :

$$\begin{cases} KI = KJ \text{ car } J \text{ symétrique de } I \text{ par rapport à } S_p \\ K'I = K'J \text{ pour les mêmes raisons} \end{cases}$$

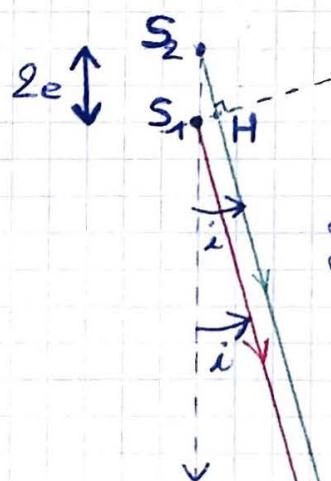
$\Rightarrow$  on voit alors qu'on se ramène au cas de la lame à faces parallèles vue en  $I^\circ/2^\circ$ , mais avec  $m=1$  et  $n=i$

d'où

$$\delta = 2e \cos i$$



que l'on peut interpréter géométriquement en considérant  $S_1$  et  $S_2$ :



la différence de marche entre ces rayons se coupant à l'infini est bien  
 $S_2 H = S_1 S_2 \cos i$   
 $= 2e \cos i$

On se ramène à un problème d'interférences à 2 ondes, localisées à l'infini: on se place dans le PFI d'une lentille convergente pour l'observation.

L'éclairement en un point M de l'écran s'écrit:  $E(M) = 2 \left( \frac{E_0}{4} \right) (1 + \cos \Delta\phi)$

$$E(M) = \frac{E_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right) \right) = \frac{E_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi e \cos i}{\lambda_0} \right) \right)$$

deux fois l'énergie d'un rayon ( $E_0/4$ )

L'ordre d'interférences s'écrit

$$p(M) = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{2 e \cos i}{\lambda_0}$$

$\Rightarrow$  ne dépend que de la position du point d'observation M



Régler interféromètre en coin d'air: Au laser

- Régler séparatrice et grossièrement les miroirs
- Caractériser de façon à faire défiler les anneaux vers leur centre de courbure.
  - $\Rightarrow$  le centre se déplace vers les bords de l'écran.
  - $\Rightarrow$  S'arrêter jusqu'à avoir des franges quasi-rect.
  - $\Rightarrow$  Utiliser  $G_1$  et  $G_2$  (sur miroir mobile) pour augmenter l'interfrange.

Re caractériser, re  $G_1/G_2$  jusqu'à n'avoir que quelques franges rectilignes.

Au spectral + condenseur : Faisceau incident aussi // que possible

$\Rightarrow$  Placer lentille CV de sorte que miroir ~~fixe~~ ~~lens~~ ~~fixe~~ fixe soit conjugué avec l'écran.

Régler cond de sorte que l'image du filament soit sur la lentille de proj.

Passer de la lame d'air au coin d'air:

Départ: "Contact optique du sodium" (ou du mercure)

Modifier éclairage des miroirs: déplacer condenseur pour rendre le faisceau incident parallèle, changer la lentille de projection pour projeter le miroir sur l'écran. Tourner une vis de réglage grossier  $\Rightarrow$  coin d'air

Passer du coin à la lame: ~~au~~ départ au voisinage du contact

Réglage grossier  $\Rightarrow$  voir une teinte uniforme

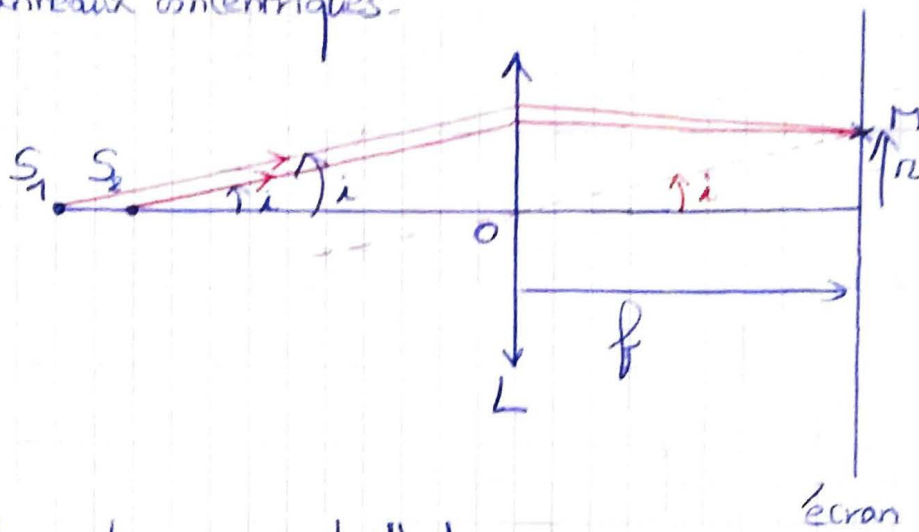
Régler éclairage, modifier la projection



$p(M)$  ne dépend que de  $i$ , l'inclinaison du rayon incident par rapport à la

normale au miroir  $M_1$ , d'où l'expression de franges d'égalé inclinaison.

Comme il y a symétrie de révolution autour de  $S_1S_2$ , la figure est constituée d'anneaux concentriques.



Rayon des anneaux brillants:

$$\Delta\varphi = m2\pi \Rightarrow p(M) = m \text{ entier}$$

$$\text{d'où } \frac{2e}{\lambda_0} \cos i = m \approx \frac{2e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \approx \frac{2e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{r^2}{2f^2}\right)$$

$\Rightarrow$  cela correspond à un spectre discret d'angles et de rayons:

$$r_m = f \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0 m}{2e}\right)}$$

Plus  $f$  est grande, plus les anneaux sont gros : ( $f = 1m$ )

$r_m$  est d'autant plus grand que  $m$  est petit.

Si  $e$  diminue, un anneau donné rétrécit et finit par disparaître au centre de la figure.

Contact optique:  $e=0$  :  $S_1$  et  $S_2$  coïncident,  $M_2$  et  $M_1'$  aussi

$\Rightarrow$  l'épaisseur de la lame d'air est nulle.

$\Rightarrow$  observation d'un éclaircissement uniforme : teinte plate,



### 3/ Spectrométrie ( Physique expérimentale, Fruchart, Thibierge, Champion)

On peut se servir de l'interféromètre de Michelson pour mesurer l'écart  $\Delta\lambda$  entre les longueurs d'onde des 2 raies constitutives du "doublet" d'une lampe à vapeur de sodium.

$$\text{On définit } \lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad \text{et } \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 > 0$$

$$\lambda_m = 589,2937 \text{ nm} \simeq (589,3 \pm 0,1) \text{ nm}$$

On suppose les raies  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  monochromatiques, d'où l'éclairement en M, en sortie du Michelson en lame d'air, somme de l'éclairement lié à chaque composante monochromatique :

$$E = \frac{E_1}{2} \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda_1} \right) \right) + \frac{E_2}{2} \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda_2} \right) \right)$$

$$= 2E_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_m^2} \delta \right) \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda_m} \right) \right)$$

Rq: dans l'air  $\delta$  est le même pour les 2 longueurs d'onde

en supposant  $\lambda_1 \lambda_2 \simeq \lambda_m^2$  et  $E_1 = E_2 \triangleq E_0$   
C'est vrai si  $\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_m^2} \ll 1$ .

Rq:  $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$$E = 2E_0 \left( 1 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{contraste}}}{C(e)} \cos \left( 4\pi \frac{e}{\lambda_m} \right) \right) \quad \text{en incidence normale ou par des rayons faiblement inclinés}$$

On voit que l'existence du doublet implique l'existence d'annulations du contraste  $C(e) = \cos \left( 2\pi \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_m^2} \delta \right) \simeq \cos \left( 2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} e \right)$

$$C(e) = 0 \quad \text{si} \quad 2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} e_m = \frac{\pi}{2} + m\pi \quad m \text{ entier}$$

$$\text{d'où } e_m = \frac{1}{2} \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} \left( m + \frac{1}{2} \right), \text{ épaisseurs de la lame d'air pour laquelle on}$$

perd le contraste de la figure d'interférences.



Protocole: voir livre

En préparation, régler le Michelson au contact optique "du sodium", s'éloigner un chouïa pour montrer l'évolution des anneaux quand  $e \rightarrow 0$

Rq: utiliser un condenseur et condenser sur le miroir mobile

si contraste inhomogène, coin d'air résultant: réglage fin de  $M_2$

si "plus de contraste" de façon homogène: anticoincidence ( $C(e)=0$ )

Noter la position du contact optique sur le vernier:  $x_{CO}$

Première annulation:  $x_1 = x_{CO} + e_1$   $m=1$

$$x_2 = x_{CO} + e_2$$

$\Rightarrow$  Tracer  $x_m = f(m)$ : pente  $\frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}$

Rq: Plus on s'éloigne du CO, plus le contraste des coïncidences diminue

$\Rightarrow$  pas prévu par le modèle. Problème de cohérence temporelle, les deux raies du doublet n'étant pas monochromatiques ( $\delta \gg L_c$ )  
 $\Rightarrow$  source)

### III - Franges d'égale épaisseur

#### 1° Réglage en coin d'air

Protocole: Champion/Thibierge/Fruchart...

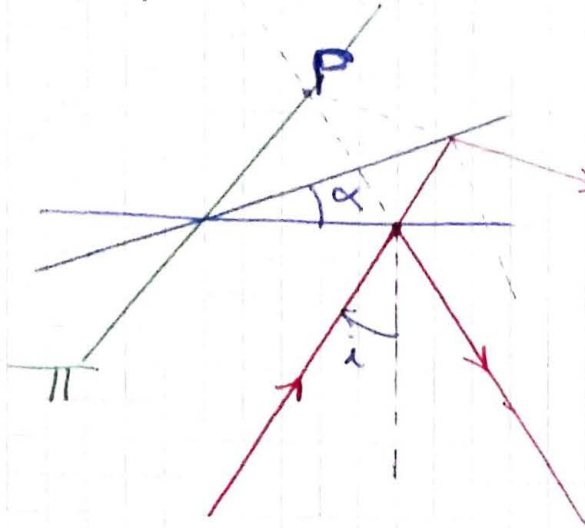
- On part du contact optique du sodium
- On déplace le condenseur pour former un faisceau incident parallèle
- On change la lentille de projection pour conjuguer  $M_2$  avec l'écran.
- Tourner une vis de réglage grossier.

Définition: réglage en coin d'air si  $M_1$  et  $M_2$  ne sont pas perpendiculaires

Lorsque la source est spatialement étendue, l'expérience montre que les franges d'interférence sont localisées au voisinage du coin d'air.

Ra: avec source ponctuelle: non localisation.

L'interféromètre (réglé tel que  $M_1' \equiv M_2$  initialement) se ramène après rupture de la perpendicularité de  $M_1$  et  $M_2$  à: (\*)

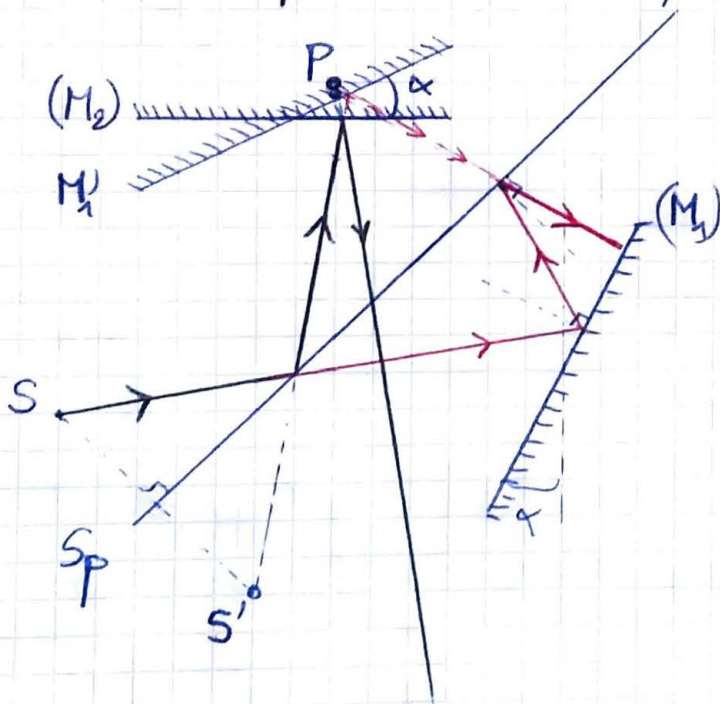


Π désigne le plan de localisation des franges il passe par l'arête du coin d'air. Si  $\alpha$  est faible, Π est pratiquement confondu avec les plans limitant le coin d'air, d'où le positionnement de la lentille.

⇒ Le champ d'interférences est virtuel, d'où la nécessité de conjuguer le plan Π avec un écran par une lentille convergente pour former une image réelle de ce champ.

### (\*) Demo:

Tout se passe comme si les rayons émergeant de l'interféromètre provenaient



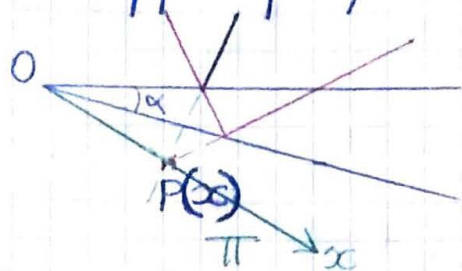
d'un point P, situé au voisinage du coin d'air. ⇒ ce ne sont que leurs prolongements qui s'intersectent: champ d'interférences virtuel.

On retrouve P en raisonnant par symétrie par rapport à la séparatrice



## 2°/ Différence de marche

$\alpha$  est supposé petit, d'où  $\delta \approx 2e(x)$



où  $x$  désigne la position de  $P$  sur le plan  $\pi$

L'éclairement résultant de l'interférence des deux ondes s'écrit:

$$E(P) = \frac{E_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} 2e(x) \right) \right) = E(x)$$

$\Rightarrow$  on observe des franges rectilignes perpendiculaires au plan du tableau, parallèles à l'arête du coin d'air.

Elles ne dépendent que de l'épaisseur locale du coin, d'où le nom de franges d'égale épaisseur.