

Interféromètre de Michelson

Notes de cours

mardi 6 janvier 2015

I- Le michelson (TP-cours)

1. L'interféromètre de Michelson



Principe du michelson

vidéo

le principe du michelson. On peut réaliser facilement un michelson pour les ondes centimétriques. Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.



Vue de l'interféromètre de Michelson

schéma

La figure 1 représente une vue de l'interféromètre de Michelson.

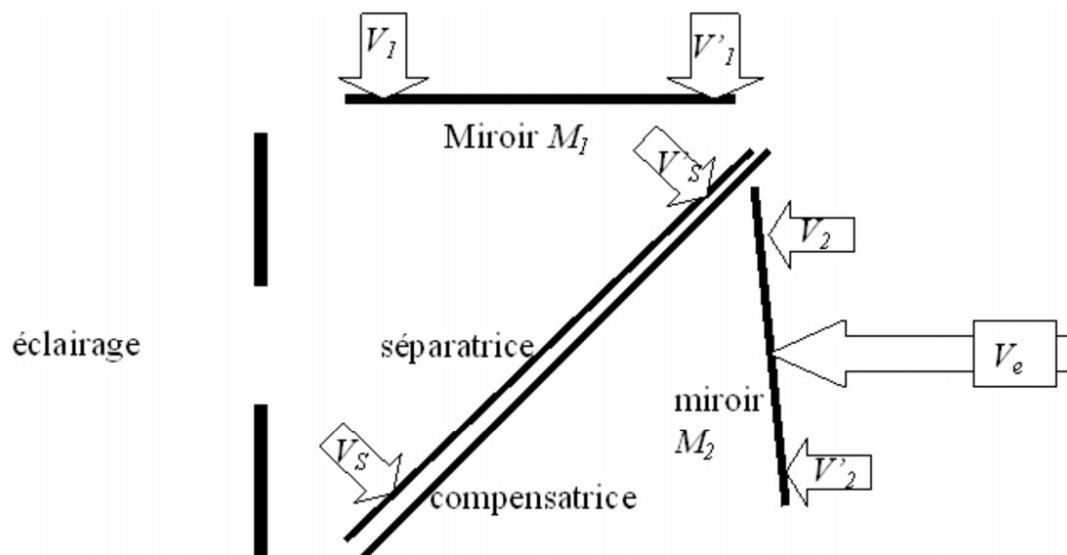


FIGURE 1 – Vue de l'interféromètre de Michelson



Principe de l'interféromètre de Michelson

schéma

La figure 2 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson : du "vrai" michelson au michelson "simplifié"..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site alain.lerille.free.fr.

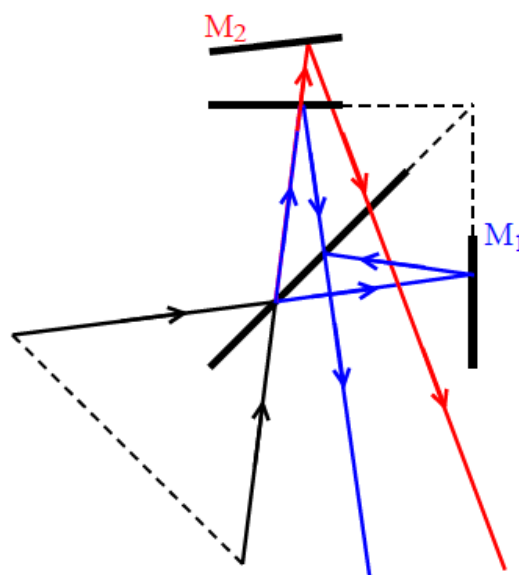


FIGURE 2 – Principe de l'interféromètre de Michelson

2. L'interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium néon



Interféromètre de Michelson éclairé par un laser

s'y retrouver

On peut éclairer l'interféromètre de Michelson par un laser hélium néon. Il s'agit d'une source ponctuelle. Afin de ramener cette source ponctuelle à distance finie, on utilise un objectif de microscope.

Tous les dispositifs interférométriques à division du front d'onde déjà présentés (trous d'Young, miroirs de Fresnel, etc) imposent une visualisation sur un écran parallèle aux sources S_1 et S_2 . Ainsi, on ne peut observer que des franges rectilignes. Avec l'interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium néon, il en va tout autrement.

Si les deux miroirs équivalents du michelson sont assez éloignés, l'écran d'observation est presque orthogonal à S_1S_2 et les franges sont quasi-circulaires.

Dans le cas du coin d'air, où les deux miroirs équivalents du michelson sont presque superposés mais font un petit angle, l'écran d'observation est alors parallèle à S_1S_2 , et les franges sont rectilignes.

Eclairé par un laser, le michelson est un interféromètre à division du front d'onde. Les interférences sont non localisées.

Les franges sont circulaires ou rectilignes ou tout état intermédiaire entre les deux.



Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle

schéma

La figure 3 représente la position des sources S_1 et S_2 pour un michelson éclairé par une source ponctuelle, suivant l'écart entre les miroirs. En rapprochant ou en éloignant les deux miroirs, on joue sur la position respective de S_1 (symétrique de S par rapport à M_1 , le premier miroir) et S_2 (symétrique de S par rapport à M_2 , le second miroir). Ainsi, même si l'écran est toujours au même endroit, c'est l'axe des sources S_1 et S_2 que l'on peut faire tourner !



Effet du chariotage dans l'interféromètre de Michelson

animation

La visualisation des interférences créées par un laser avec un objectif de microscope offre donc un bon critère visuel de proximité des miroirs : en rendant les franges le plus rectilignes possible, on se rapproche du contact optique.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

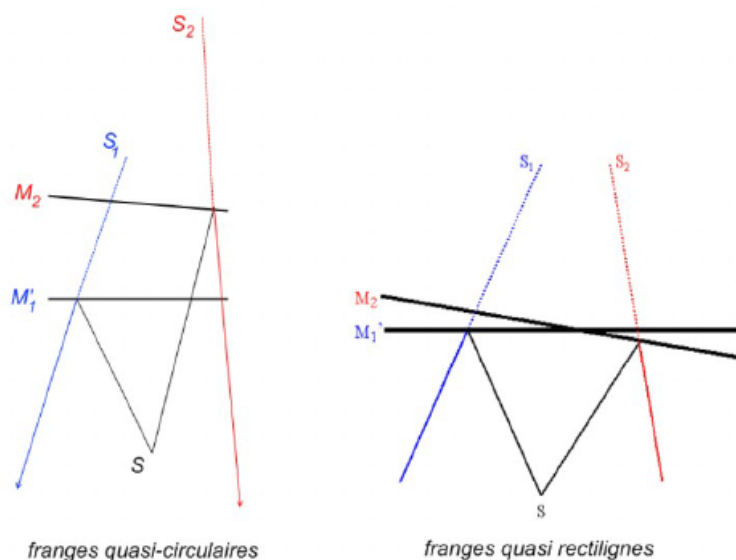


FIGURE 3 – Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle



Interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium-néon

vidéo

le michelson éclairé par un laser hélium-néon. Ce laser permet d'éclairer le michelson avec une source ponctuelle monochromatique.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

3. Le michelson en coin d'air



Tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

schéma

La figure 4 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site alain.lerille.free.fr.

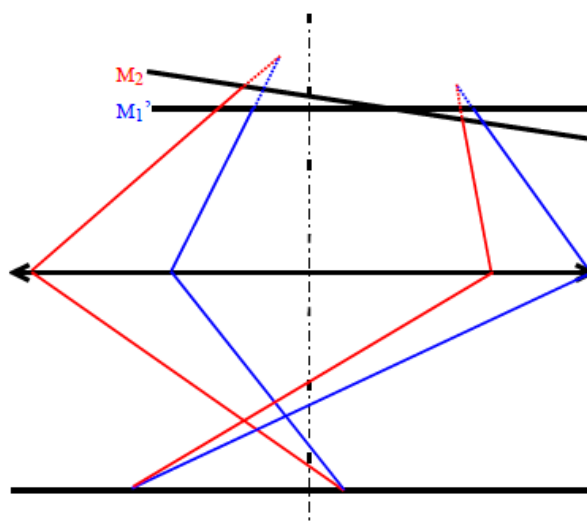


FIGURE 4 – Tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

**Localisation des interférences pour l'interféromètre de Michelson éclairé par une source large réglé en coin d'air** *à retenir*

L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d'amplitude. Les interférences sont donc localisées.

Dans le cas où le michelson est utilisé en coin d'air, les rayons semblent provenir de la proximité du coin d'air : on dit que les interférences sont localisées sur le coin d'air. Pour mieux les voir, on forme l'image de ce coin d'air (c'est à dire en gros des miroirs) sur un écran grâce à une lentille convergente.

**Différence de marche en coin d'air** *à retenir*

On repère la position sur le coin d'air avec l'abscisse x comptée à partir de l'arête du coin d'air. Si ce coin d'air fait un angle α (faible), l'écart entre les deux miroirs en x est $e(x) = \alpha \cdot |x|$. On visualise le coin d'air avec une lentille convergente, le montage ayant un grandissement γ . La différence de marche vaut $\Delta = 2.e(x) = 2.\alpha.x$. L'interfrange observé sur l'écran est donc $i = \gamma \frac{\lambda}{2.\alpha}$.

**Forme des franges en coin d'air** *à retenir*

Les franges créées par le michelson en coin d'air sont rectilignes, parallèles à l'arête du coin d'air. Elles sont d'autant plus rapprochées que l'angle du coin d'air est plus grand.

**Interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure** *vidéo*

le michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

**Passage du coin d'air à la lame d'air** *s'y retrouver*

Si on veut passer en lame d'air, il s'agit de rendre nul l'angle du coin d'air, c'est à dire d'éloigner le plus possible les franges rectilignes visualisées en coin d'air.

4. Le michelson en lame d'air**Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air** *schéma*

La figure 5 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site alain.lerille.free.fr.

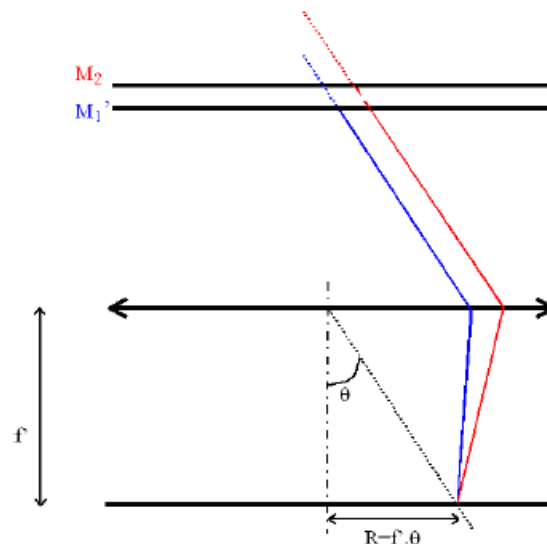


FIGURE 5 – Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air

♥ Localisation des interférences pour un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source large à retenir

L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d'amplitude. Les interférences sont donc localisées. Dans le cas où le michelson est utilisé en lame d'air à faces parallèles, les rayons semblent provenir de l'infini : on dit que les interférences sont localisées à l'infini. Pour mieux les voir, on forme l'image de l'infini sur un écran grâce à une lentille convergente (c'est à dire qu'on observe les franges dans son plan focal).

📌 5 Différence de marche en lame d'air théorème

La différence de marche vaut $\Delta = 2.e \cdot \cos \theta = 2.e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$ où $\theta = \frac{r}{f'}$ est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique.

♥ Forme des franges en lame d'air à retenir

Les franges créées par le michelson en lame d'air à faces parallèles sont circulaires, de centre le foyer image de la lentille.

👁 Inteféromètre de michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure. vidéo

le michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

👁 Evolution des franges lors du chariotage : animation

A mesure que l'on s'éloigne de la teinte plate, les anneaux apparaissent au centre et s'éloignent. Leur nombre augmente, comme le montre l'intensité $I(r, e)$ quand e , l'écart entre les miroirs augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

📌 7 Nombre d'anneaux en fonction de la distance à la teinte plate exercice

Montrer que, à mesure que l'on s'éloigne de la teinte plate, les anneaux apparaissent au centre et s'éloignent. Montrer aussi qu'il y en a de plus en plus sur l'écran.

**Contact optique***définition*

Le contact optique de l'interféromètre de Michelson correspond au cas où les deux miroirs sont superposés. On visualise alors une "teinte plate".

**Se rapprocher ou non du contact optique***s'y retrouver*

Moins il y a de franges circulaires, plus on est proche de la teinte plate ($e = 0$).

5. Le michelson éclairé par des sources polychromatiques**a) Le michelson éclairé par la lampe à vapeur de sodium****Cas d'un doublet***s'y retrouver*

Dans le cas d'un doublet, il s'agit de sommer les intensités lumineuses déterminées pour chaque longueur d'onde (données par la formule de Fresnel).

**Interféromètre de Michelson éclairé par la lampe à vapeur de sodium** *vidéo*

On peut utiliser le michelson en tant que spectroscope. Par exemple, s'il est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, on observe des battements : les positions des miroirs correspondant à un contraste nul des interférences donne une mesure de l'écart entre les deux raies du doublet du sodium !

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

**8 Calcul du contraste dans le cas de l'interféromètre de Michelson éclairé par le doublet du sodium** *exercice*

On réalise des interférences (la différence de marche est δ) avec comme éclairage une lampe à vapeur de sodium, qui a deux raies très proches et de même intensité ($\lambda_1 = 589,6nm$ et $\lambda_2 = 589,0nm$).

- ▷ Calculer numériquement $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$, $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ et $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$.
- ▷ Exprimer l'intensité résultant de l'interférence en fonction de σ et $\Delta\sigma$.
- ▷ Donner les valeurs de δ pour lesquelles il y a brouillage des interférences.
- ▷ En déduire la période $\Delta\delta$ des battements. Application numérique.

b) Le michelson éclairé en lumière blanche**Cas d'une raie large***s'y retrouver*

Dans d'un spectre continu, il s'agit de sommer sous forme d'intégrale les intensités lumineuses déterminées pour chaque longueur d'onde (données par la formule de Fresnel).

**Spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche** *animation*

Le spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche présente un certain nombre de cannelures pour lesquelles la longueur d'onde est absente. Le nombre de cannelures augmente à mesure que la différence de marche augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

**Interféromètre de Michelson éclairé en lumière blanche***vidéo*

On observe les franges rectilignes créées par le michelson éclairé en lumière blanche en coin d'air. En observant le spectre d'une de ces franges, on voit un certain nombre de cannelures pour lesquelles la longueur d'onde est absente. Le nombre de cannelures augmente à mesure que la différence de marche augmente, par chariotage. Si le nombre de cannelures est faible, la frange est colorée. Si au contraire le nombre de franges est important, la frange apparaît blanche (on parle de "blanc d'ordre supérieur" : les interférences sont brouillées car la différence de marche est -en valeur absolue- supérieure à la longueur de cohérence).

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

Technique à maîtriser

jeudi 8 janvier 2015

I- Les capacités exigibles

1. Michelson en lame d'air



ce qu'il faut savoir faire

capacités

Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air.
Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.

2. Michelson en coin d'air



ce qu'il faut savoir faire

capacités

Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation en coin d'air.
Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.
Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc...).

3. Utilisations du michelson en lumière polychromatique



ce qu'il faut savoir faire

capacités

Mesurer l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation.
Interpréter les observations en lumière blanche pour un interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air et en coin d'air.

II- Méthodes

1. Michelson en lame d'air



A) Michelson réglé en lame d'air

méthode

Si le michelson est en lame à faces parallèles, les interférences sont localisées à l'infini (dans le plan focal image d'une lentille convergente), les franges sont circulaires et la différence de marche vaut $\Delta = 2e \cos \theta$, où θ est l'angle du rayon par rapport à l'axe optique.
L'éclairage doit être convergent pour avoir le plus possible d'angles d'incidence.

2. Michelson en coin d'air



B) Michelson réglé en coin d'air

méthode

Si le michelson est en coin d'air, les interférences sont localisées sur le coin d'air, les franges sont rectilignes et la différence de marche vaut deux fois l'écart entre les miroirs.
L'éclairage doit être peu convergent pour éclairer la totalité des miroirs.

3. Utilisations du michelson en lumière polychromatique



C) Interféromètre éclairé en lumière polychromatique

méthode

Il s'agit d'appliquer la formule de Fresnel pour chacune des longueurs d'ondes

$$I(\lambda) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta + \varphi_{sup}\right)$$

puis de sommer l'intensité relative à chaque longueur d'onde :

soit de façon discrète si le spectre est discret : $I = \sum_{k=1}^N I(\lambda_k)$,

soit de façon continue si le spectre est continu : $I = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda) d\lambda$.

III- Exercices

1. Michelson en lame d'air

1.1) Passage du coin d'air aux miroirs parallèles

1) On s'intéresse à un michelson (dont les miroirs ont un diamètre $d = 4,0\text{cm}$) réglé en coin d'air. On observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne : $\lambda = 600\text{nm}$.

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange i sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air α et de λ .

Au cours du réglage du Michelson en lame d'air à faces parallèles, on passe par une étape où on agrandit les franges du coin d'air jusqu'à n'en obtenir plus qu'une seule.

1.b) Donner alors un ordre de grandeur de l'angle α du coin d'air (en secondes d'arc).

$$\alpha = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{rad} = 1,5''.$$

1.2) Nombre d'anneaux visibles avec le michelson en miroirs parallèles

On s'intéresse à un michelson réglé en miroirs parallèles, la distance entre les deux miroirs étant e . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique (de longueur d'onde λ) dans le plan focal image d'une lentille (de focale f').

1) Questions préliminaires :

1.a) Exprimer la différence de marche Δ en fonction de θ .

1.b) Les conditions de Gauss étant vérifiées, donner une expression approchée de Δ grâce à un développement limité au premier ordre non nul en θ .

1.c) Relier la distance r au foyer image F' de cette lentille à l'inclinaison θ des rayons avec l'axe optique avant la lentille.

1.d) En déduire l'intensité lumineuse I en un point M situé à une distance r du foyer image F' .

2) Etude des anneaux :

2.a) Montrer que le rayon de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence p est de la forme

$$r_p = f' \cdot \sqrt{a - b \cdot p}$$

On exprimera en particulier a et b .

2.b) En notant $E(x)$, la fonction partie entière de x , exprimer $n(e)$, le nombre d'anneaux visibles en fonction de e , λ et θ_{max} , l'angle d'incidence maximum.

2.c) Que se passe-t-il à la teinte plate? Comment évolue $n(e)$ quand on s'éloigne de la teinte plate?

$$r_p = f' \cdot \sqrt{a - b \cdot p} \text{ avec } a = 2 \text{ et } b = \frac{\lambda}{e} \text{ et } n(e) = E\left(\frac{\theta_{max}^2}{\lambda} |e|\right).$$

1.3) Couche anti-reflet

En vue de constituer une couche antireflets dans le visible (on prendra $\lambda_0 = 550nm$), on dépose sur un verre d'indice $n_0 = 1,7$ une lame d'épaisseur e et d'indice $n_1 = 1,3$. On admet qu'ainsi, les ondes réfléchies respectivement sur les dioptries air-couche antireflet et couche antireflet-verre ont même intensité I_0 .

1) Que doit vérifier e en fonction de λ_0 et n pour que, sous incidence normale $\theta = 0$, la lumière réfléchie soit totalement supprimée?

2) Quelle est alors la fraction de lumière réfléchie $\frac{I}{2.I_0}$ pour les longueurs d'ondes

2.a) $\lambda_1 = 400nm$?

2.b) et $\lambda_2 = 750nm$?

$$\lambda_1 = 400nm \Rightarrow \frac{I}{2.I_0} = 61\% \text{ et } \lambda_2 = 750nm \Rightarrow \frac{I}{2.I_0} = 33\%.$$

2. Michelson en coin d'air**2.4) Bulle de savon**

On s'intéresse à une bulle de savon qui flotte dans l'air, qu'on assimilera à une pellicule d'eau savonneuse d'épaisseur e , et d'indice $n = 1,33$. Elle est éclairée perpendiculairement par un faisceau de lumière blanche, dont on observe la réflexion.

1) Calculs généraux :

1.a) Exprimer la différence de phase entre les deux rayons réfléchis.

1.b) En déduire une condition pour qu'il y ait interférence constructive sur λ , n et e .

1.c) Faire de même pour qu'il y ait interférence destructive.

2) Applications :

On observe des interférences constructives pour $\lambda_1 = 600nm$ et des interférences destructives pour $\lambda_2 = 450nm$. On n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs.

2.a) En déduire son épaisseur e supposée uniforme.

Sous l'effet de la gravité, l'eau savonneuse s'écoule et le film s'amincit, au sommet de la bulle en premier.

2.b) Quelle est la couleur au sommet de la bulle juste avant qu'elle n'éclate?

$$e = 338nm.$$

2.5) Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un michelson réglé en coin d'air, l'angle entre les deux miroirs étant θ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique large (de longueur d'onde λ) grâce à une lentille convergente de focale f' placée à une distance l_1 des miroirs.

1) Comment éclairer les miroirs?

2) Localisation des interférences :

2.a) Les interférences sont-elles localisées?

2.b) Où?

2.c) Où les observe-t-on grâce à la lentille (on donnera la distance l_2 entre la lentille et le plan d'observation)?

2.d) Quel est alors le grandissement du montage γ en fonction de f' et l_1 ?

3) Franges d'interférences :

3.a) Quelle est la forme des franges?

3.b) Que vaut l'interfrange sur l'écran d'observation i en fonction de λ , θ , f' et l_1 ?

3.c) Que se passe-t-il si les miroirs sont parallèles?

$$i = \frac{f'}{l_1 - f'} \frac{\lambda}{2\theta}.$$

2.6) Angle maximal d'un coin d'air

1) On s'intéresse à un michelson réglé en coin d'air dont on observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne : $\lambda = 600nm$.

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange i sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air α et de λ .

1.b) En déduire la valeur de l'interfrange i' sur l'écran en fonction de α , de λ et du grandissement γ du montage.

2) Les miroirs au Michelson ont un diamètre de 2cm et sur l'écran, on observe les franges dans une tache lumineuse circulaire de 14cm de diamètre. Calculer le grandissement γ du montage.

3) Connaissant le pouvoir séparateur linéique de l'œil ($0,1\text{mm}$), calculer l'angle maximal α_{\min} (en minutes d'arc) que doit faire le coin d'air pour qu'on puisse effectivement discerner les franges sur l'écran.

■ $\alpha < \alpha_{\min} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{rad} = 72'.$

3. Utilisations du michelson en lumière polychromatique

3.7) Doublet du sodium

On réalise des interférences (la différence de marche est δ) avec comme éclairage une lampe à vapeur de sodium, qui a deux raies très proches et de même intensité ($\lambda_1 = 589,6\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589,0\text{nm}$).

- 1) Calculer numériquement $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$, $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ et $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$.
- 2) Exprimer l'intensité résultant de l'interférence en fonction de σ et $\Delta\sigma$.
- 3) Donner les valeurs de δ pour lesquelles il y a brouillage des interférences.
- 4) En déduire la période $\Delta\delta$ des battements. Application numérique.

■ $\Delta\delta = 0,579\text{mm}.$

3.8) Brouillage des interférences avec une lampe au sodium

Un dispositif interférentiel à division du front d'onde est équivalent à des fentes d'young éloignées de $a = 4,0\text{mm}$. On observe les interférences sur un écran à une distance $D = 1,0\text{m}$ de ces fentes. La lumière est obtenue à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589,0\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589,6\text{nm}$.

- 1) Exprimer l'interfrange i_k pour la longueur d'onde k , en déduire numériquement
 - 1.a) l'interfrange moyen i
 - 1.b) et l'écart entre les interfranges $i_2 - i_1$.
- 2) En déduire la distance l de la frange centrale pour laquelle il y a brouillage des interférences.

■ $l = 72\text{mm}.$

Résolution de problème

vendredi 9 janvier 2015

Cet exercice sera fait en demi-groupe lors de la séance de travaux dirigés.

Réseau holographique

D'après

diverses sources : un cours de l'ESPCI, un article de science de l'ingénieur et «<http://www.lyc-vinci-levallois.ac-versailles.fr> »

Fabriquer un réseau en photographiant des interférences.

Aujourd'hui les « réseaux holographiques » qu'on obtient directement en photographiant des franges sur des polymères photosensibles ont tendance à remplacer les réseaux gravés.

Il s'agit de produire un interférogamme à partir de la figure d'interférence de 2 faisceaux après séparation d'amplitude.



L'angle qui sépare les 2 faisceaux incidents sur la plaque holographique déterminera le pas du réseau et donc son nombre de traits au mm.

Les "traits" du réseau sont matérialisés par les franges sombres et brillantes de l'interférogramme.

Pratiquement le procédé se décompose en 3 étapes :

- la première concerne l'enregistrement des interférences sur un support photosensible ;
- la seconde implique un procédé chimique de développement du support, et dure typiquement un bon quart d'heure avec des plaques argentiques,
- la dernière est le processus dans lequel un laser diffracte sur le réseau sinusoïdal codé dans le support photosensible.

Enoncé

On photographie les franges créées par un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air sur la pellicule photosensible d'un appareil photographique de focale $f' = 50$ mm placé à 70 cm des miroirs de l'interféromètre éclairé par une lampe au sodium.

Déterminer l'angle α du coin d'air pour que le réseau généré soit de 300 traits par mm.

Travaux pratiques

vendredi 9 janvier 2015

Le TP est dévolu aux exposés de TIPE