

فكرة جديدة في ايجاد مفكوك أيّ دالة

باسل يحيى عبدالله

بسم الله

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله

بفضل الله، أقدم اليوم فكرة لطريقة جديدة في إيجاد مفكوك أيّ دالة، وبعد انتهائي منها بحثت لعلّها تكون موجودة، ولكن على قدر بحثي واستفساري من برامج المحادثة الذكيّة كانت الطريقة جديدة لم تكتب من قبل، فإن كانت معروفة من قبل اختراع الانترنت؛ فالمتسلسلة معروفة إذن، وإن كان بعد ذلك؛ ففي الأمر شك، إذ أنّ كل البحوث التي تكتب على الأجهزة المتصلة بالنت، فإنّها غير آمنة، فالشركات العملاقة المتسلّطة ترى كل حرف تكتبه وتسجله.

المتسلسلة في شكلها النهائي تشبه متسلسلة تايلور إلا أنّها تختلف عنها أنّ اشارات حدودها تتعاقب بين السالب والموجب.

فيما يلي عرض للطريقة وسألجأ إلى مختصرات في التعبير عن الدوال.

مختصرات:

رمز التكامل: \int

$A: A(x)$

حيث x هو المتغير المعتمد.

dA تعني مشتقة A بالنسبة ل x و d^2A تعني المشتقة الثانية وهكذا.

قمت بوضع فرضيّة رياضيّة أولى:

$$A = x.dA - \int x.d^2A$$

التي هي اختصار لـ:

$$A = x \frac{dA}{dx} - \int x \frac{d^2A}{dx^2} \dots (1)$$

الفرضية تقول: كل دالة، يمكن كتابتها على شكل حدّين، الأول، مشتقتها مضروب في المتغير المعتمد، مطروح منه الحد الثاني الذي هو تكامل مشتقتها الثانية مضروبة أيضاً في المتغير المعتمد.

برهان الفرضية:

لوقمنا باشتقاق الطرفين لوجدنا:

$$dA = (x \cdot d^2A + dA) - x \cdot d^2A$$

$$dA = dA$$

وستكون المتطابقة للفرضية صحيحة؛ فالفرضية صحيحة.

وبالطبع يمكن استعمال هذه الفرضية لحل بعض مسائل التكامل، ولكنّي أريد بها شيء آخر.

سنستعمل الفرضية في اشتقاق مفكوك متسلسلة جديد:

لدينا الفرضية السابقة:

$$A = X \cdot dA - \int X \cdot d^2A \dots (1)$$

الحد الثاني الجديد $\int x \cdot d^2A$

سنطبق عليه نفس فكرة الفرضية الأولى، أي سنعتبر الحد الثاني كلّ كائن دالة واحدة جديدة:

$$\int x \cdot d^2A = x \cdot (x \cdot d^2A) - \int x \cdot (x \cdot d^3A + d^2A)$$

$$\int x \cdot d^2A = x^2 \cdot d^2A - \int x^2 \cdot d^3A - \int x \cdot d^2A$$

الآن نقوم بتعويض ذلك في معادلته الأصل:

$$A = X \cdot dA - \int X \cdot d^2A \dots (1)$$

$$A = x \cdot dA - (x^2 \cdot d^2A - \int x^2 \cdot d^3A - \int x \cdot d^2A)$$

$$A = x \cdot dA - x^2 \cdot d^2A + \int x^2 \cdot d^3A + \int x \cdot d^2A \dots (2)$$

هنا ظهر لنا الحد $\int x \cdot d^2A$ من جديد، نذهب إلى المعادلة 1 لنعيدها لأجل هذا الحد:

$$\int x \cdot d^2A = x \cdot dA - A \dots (1..)$$

نعوض ذلك في المعادلة 2:

$$A = x \cdot dA - x^2 \cdot d^2A + \int x^2 \cdot d^3A + x \cdot dA - A$$

$$2A = 2x \cdot dA - x^2 \cdot d^2A + \int x^2 \cdot d^3A$$

$$A = x \cdot dA - \frac{x^2 \cdot d^2A}{2} + \frac{\int x^2 \cdot d^3A}{2} \dots (3)$$

الآن نفعل مع $\int x^2 \cdot d^3A$ مثلما فعلنا أعلاه:

$$\int x^2 d^3A = x^3 d^3A - \int x^3 d^4A - \int 2x^2 d^3A$$

$$\int x^2 d^3A = x^3 d^3A - \int x^3 d^4A - 2 \int x^2 d^3A$$

$$3 \int x^2 d^3A = x^3 d^3A - \int x^3 d^4A$$

$$\int x^2 d^3A = \frac{x^3 d^3A}{3} - \frac{\int x^3 d^4A}{3}$$

نعوض في المعادلة 3 :

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2A}{2} + \frac{\left(\frac{x^3 d^3A}{3} - \frac{\int x^3 d^4A}{3} \right)}{2}$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2A}{2} + \frac{x^3 d^3A}{6} - \frac{\int x^3 d^4A}{6} \dots (4)$$

هكذا نفعل مع الحد $\int x^3 d^4A$:

$$\int x^3 d^4A = x^4 d^4A - \int x^4 d^5A - \int 3x^3 d^4A$$

$$4 \int x^3 d^4A = x^4 d^4A - \int x^4 d^5A$$

$$\int x^3 d^4A = \frac{x^4 d^4A}{4} - \frac{\int x^4 d^5A}{4}$$

نعوض في المعادلة 4 :

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \left(\frac{x^4 d^4 A}{4} - \frac{\int x^4 d^5 A}{4} \right) \div 6$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \frac{x^4 d^4 A}{24} + \frac{\int x^4 d^5 A}{24} \dots (6)$$

أصبح لدينا:

$$A = X \cdot dA - \int X \cdot d^2 A \dots (1)$$

$$A = x \cdot dA - \frac{x^2 \cdot d^2 A}{2} + \frac{\int x^2 \cdot d^3 A}{2} \dots (3)$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \frac{\int x^3 d^4 A}{6} \dots (4)$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \frac{x^4 d^4 A}{24} + \frac{\int x^4 d^5 A}{24} \dots (6)$$

الآن يمكننا بسهولة تخمين نمط المتسلسلة

$$A(x) = x \cdot dA - \frac{x^2 \cdot d^2 A}{2!} + \frac{x^3 \cdot d^3 A}{3!} - \frac{x^4 \cdot d^4 A}{4!} + \frac{x^5 \cdot d^5 A}{5!} - \dots$$

فنمط المتسلسلة للتفاضلات يكون:

$$A(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n \cdot d^n A}{n!}$$

والنمط الكلي يكون:

$$A(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^{n-1} \frac{x^n \cdot \frac{d^n A}{dx^n}}{n!} + (-1)^n \frac{\int x^n \cdot \frac{d^{n+1} A}{dx^{n+1}} dx}{n!} \right]$$

ويجدر القول هنا بأنّ الحد التكاملي الأخير يكون هاماً جداً:

$$A = X \cdot dA - \int X \cdot d^2 A \dots (1)$$

$$A = x \cdot dA - \frac{x^2 \cdot d^2 A}{2} + \frac{\int x^2 \cdot d^3 A}{2} \dots (3)$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \frac{\int x^3 d^4 A}{6} \dots (4)$$

$$A = x dA - \frac{x^2 d^2 A}{2} + \frac{x^3 d^3 A}{6} - \frac{x^4 d^4 A}{24} + \frac{\int x^4 d^5 A}{24} \dots (6)$$

فيما يلي كود بايثون يعبر عن الفكرة السابقة:

```
import sympy as sp

# تعريف الرمز والدالة
x = sp.symbols('x')
A = sp.exp(x) # بأنها الدالة الأسية A تعريف الدالة

# تحديد عدد الحدود وقيمة x
n_terms = 4
x_value = 1 # التي نريد حساب التقريب عندها x قيمة

# حساب المجموع
result = 0

for n in range(1, n_terms + 1):
    dnA = sp.diff(A, x, n) # حساب المشتقة التالية
```

```

term = ((-1) ** (n-1)) * (x ** n) * dnA / sp.factorial(n)
term_numeric = term.evalf(subs={x: x_value}) # تحويل التعبير الرمزي
إلى قيمة عددية
result += term_numeric

# إضافة الحد التكاملي
integral_term = ((-1) ** (n))*(sp.integrate((x ** n) * sp.diff(A,
x, n + 1), x) / sp.factorial(n))
integral_term_numeric = integral_term.evalf(subs={x: x_value})
result += integral_term_numeric

# تقييم النتيجة النهائية عند x_value
final_result = result.evalf()
print(f"النتيجة النهائية عند x = {x_value}: {final_result}")

# مقارنة مع القيمة الفعلية لـ exp(x)
actual_value = sp.exp(x_value).evalf()
print(f"القيمة الفعلية لـ exp({x_value}): {actual_value}")

# حساب الفرق بين القيمة الفعلية والتقريب
difference = actual_value - final_result
print(f"الفرق بين القيمة الفعلية والتقريب: {difference}")

```

الآن يمكننا التعبير عن أي دالة بالصيغة التي مضت، فتكامل الدالة يكون كالاتي:

$$\int A = x.A - \int x.dA$$