# 人工智能实践: Tensorflow笔记

曹健

北京大学

软件与微电子学院

本讲目标:学会神经网络优化过程,使用正则化减少过拟合,使用优化器更新网络参数 之中没风给优化.

- •预备知识
- •神经网络复杂度
- •指数衰减学习率
- •激活函数
- •损失函数
- •欠拟合与过拟合
- •正则化减少过拟合
- •优化器更新网络参数

# •预备知识

# tf.where()

✓ 条件语句真返回A,条件语句假返回B tf.where(条件语句,真返回A,假返回B)

a=tf.constant([1,2,3,1,1])

b=tf.constant([0,1,3,4,5])

c=tf.where(tf.greater(a,b), a, b) # 若a>b, 返回a对应位置的元素,否则

返回b对应位置的元素

print("c:",c)

#### 运行结果:

c: tf.Tensor([1 2 3 4 5], shape=(5,), dtype=int32)

源码:p4\_where.py

# np.random.RandomState.rand()

[0,1) 自空义 维瓦

✓ 返回一个[0,1)之间的随机数 np.random.RandomState.rand(维度)

#维度为空,返回标量

import numpy as np

rdm=np.random.RandomState(seed=1) #seed=常数每次生成随机数相同

a=rdm.rand() #返回一个随机标量

b=rdm.rand(2,3) # 返回维度为2行3列随机数矩阵

print("a:",a)

print("b:",b)

#### 运行结果:

a: 0.417022004702574

b: [[7.20324493e-01 1.14374817e-04 3.02332573e-01]

[1.46755891e-01 9.23385948e-02 1.86260211e-01]]

源码: p5\_RandomState.py

## np.vstack()

✓ 将两个数组按垂直方向叠加np.vstack(数组1,数组2)

```
import numpy as np
a = np.array([1,2,3])
b = np.array([4,5,6])
c = np.vstack((a,b))
print("c:\n",c)
```

```
运行结果:
c:
[[1 2 3]
[4 5 6]]
```

源码: p6\_vstack.py

# np.mgrid[] .ravel() np.c\_[]

- ✓ x.ravel() 将x变为一维数组, "把 前变量拉直"
- ✓ np.c\_[] 使返回的间隔数值点配对 np.c\_[数组1,数组2, ...]

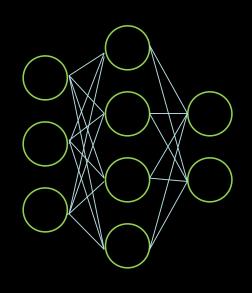
import numpy as np
x, y = np.mgrid [1:3:1, 2:4:0.5]
grid = np.c\_[x.ravel(), y.ravel()]
print("x:",x)
print("y:",y)
print('grid:\n', grid)

源码: p7\_mgrid.py

运行结果: x = [[1. 1. 1. 1.]	grid: [[1. 2.] [1. 2.5] [1. 3.] [1. 3.5] [2. 2.] [2. 2.5] [2. 3.]
	[2. 3.5]]

# 神经网络(NN)复杂度

✓ NN复杂度: 多用NN层数和NN参数的个数表示



输入层 隐藏层 输出层

#### 空间复杂度:

- ✓ 层数 = 隐藏层的层数 + 1个输出层 左图为2层NN
- ✓ 总参数 = 总w + 总b 左图3x4+4 + 4x2+2 = 26 第1层 第2层

#### 时间复杂度:

✓ 乘加运算次数 左图 3x4 + 4x2 = 20 ↑ ↑ 第1层 第2层

#### 学习率

$$\frac{\partial loss}{\partial w} = 2w + 2$$

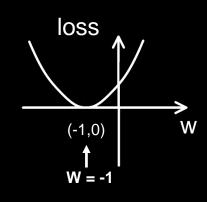
参数w初始化为5,学习率为0.2则

1次 参数w: 5 5 - 0.2 \* (2 \* 5 + 2) = 2.6

2次 参数w: 2.6 2.6 - 0.2 \* (2 \* 2.6 + 2) = 1.16

3次 参数w: 1.16 1.16 − 0.2 \* (2 \* 1.16 + 2) = 0.296

4次 参数w: 0.296



#### 指数衰减学习率

可以先用较大的学习率,快速得到较优解,然后逐步减小学习率,使模型在训练后期稳定。

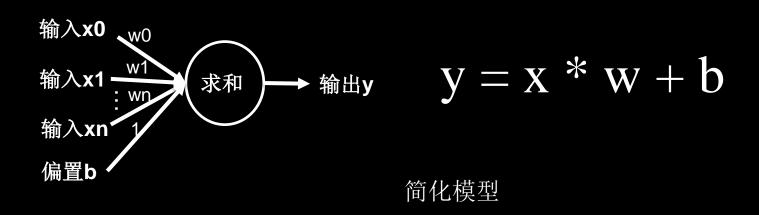
指数衰减学习率 = 初始学习率 \* 学习率衰减率(当前轮数 / 多少轮衰减一次)

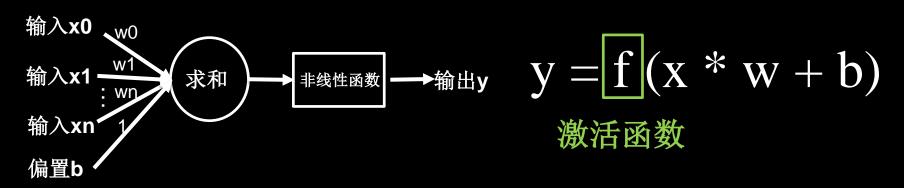
```
epoch = 40
LR BASE = 0.2
LR DECAY = 0.99
LR STEP = 1
for epoch in range(epoch):
    lr = LR BASE * LR DECAY ** (epoch / LR STEP)
    with tf.GradientTape() as tape:
        loss = tf.square(w + 1)
    grads = tape.gradient(loss, w)
    w.assign sub(lr * grads)
    print("After %s epoch, w is %f, loss is %f, lr is %f"
        % (epoch, w.numpy(), loss,lr))
```

源码: class1\p13\_backpropagation.py → class2\p10\_backpropagation\_decaylr.py

After 0 epoch, w is 2.600000, loss is 36.000000, lr is 0.200000 After 1 epoch, w is 1.174400, loss is 12.959999, lr is 0.198000 After 2 epoch, w is 0.321948, loss is 4.728015, lr is 0.196020 After 3 epoch, w is -0.191126, loss is 1.747547, lr is 0.194060 After 4 epoch, w is -0.501926, loss is 0.654277, lr is 0.192119 After 5 epoch, w is -0.691392, loss is 0.248077, lr is 0.190198 After 6 epoch, w is -0.807611, loss is 0.095239, lr is 0.188296 After 7 epoch, w is -0.879339, loss is 0.037014, lr is 0.186413 After 8 epoch, w is -0.923874, loss is 0.014559, lr is 0.184549 After 9 epoch, w is -0.951691, loss is 0.005795, lr is 0.182703 After 10 epoch, w is -0.969167, loss is 0.002334, lr is 0.180876

源码: p10\_backpropagation\_decaylr.py





MP模型

#### ✓ 优秀的激活函数:

- 非线性: 激活函数非线性时, 多层神经网络可逼近所有函数
- 可微性: 优化器大多用梯度下降更新参数
- 单调性: 当激活函数是单调的,能保证单层网络的损失函数是凸函数
- 近似恒等性: f(x)≈x当参数初始化为随机小值时,神经网络更稳定

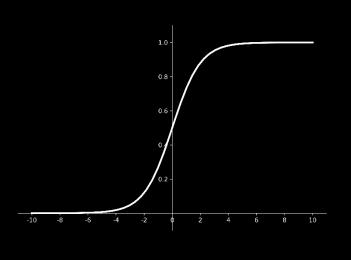
#### ✓激活函数输出值的范围:

- 激活函数输出为有限值时,基于梯度的优化方法更稳定
- 激活函数输出为<u>无限值</u>时,建议调小学习率

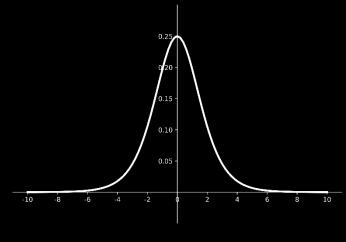
#### ✓ Sigmoid函数

tf.nn. sigmoid(x)

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



函数图像



导数图像

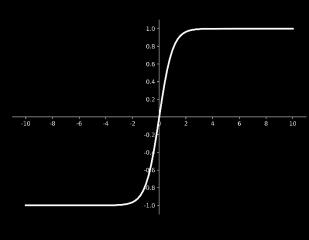
#### 特点

- (1) 易造成梯度消失
- (2)输出非0均值,收敛慢
- (3) 幂运算复杂,训练时间长

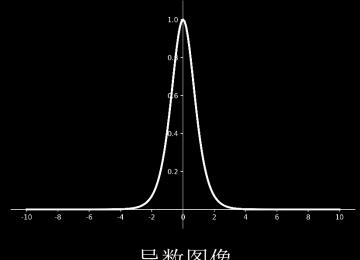
#### ✓ Tanh函数

$$f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

#### tf.math. tanh(x)



函数图像



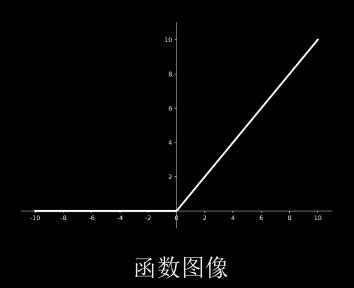
导数图像

#### 特点

- (1)输出是0均值
- (2) 易造成梯度消失
- (3) 幂运算复杂,训练时间长

#### ✓ Relu函数

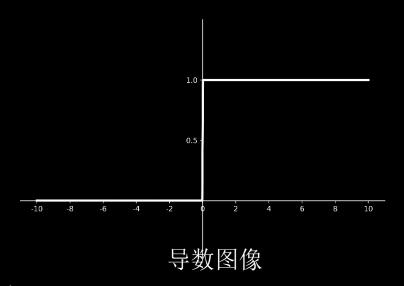
#### tf.nn.relu(x)



#### 优点:

- (1) 解决了梯度消失问题 (在正区间)
- (2) 只需判断输入是否大于0, 计算速度快
- (3) 收敛速度远快于sigmoid和tanh

$$f(x) = \max(x, 0)$$
$$= \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & x > = 0 \end{cases}$$



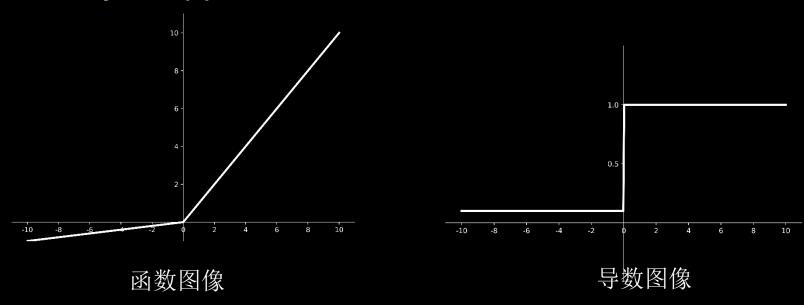
#### 缺点:

- (1) 输出非0均值,收敛慢
- (2) Dead RelU问题:某些神经元可能永远不会被激活,导致相应的参数永远不能被更新。

#### ✓ Leaky Relu函数

$$f(x) = \max(\alpha x, x)$$

tf.nn.leaky\_relu(x)



理论上来讲,Leaky Relu有Relu的所有优点,外加不会有Dead Relu问题,但是在实际操作当中,并没有完全证明Leaky Relu总是好于Relu。

对于初学者的建议:

- ✓ 首选relu激活函数;
- ✓ 学习率设置较小值;

图片探信

- ✓ 初始参数中心化,即让随机生成的参数满足以0

为均值, \( \square\frac{2}{\\ \text{\tin}\text{\texi}\text{\text{\text{\text{\text{\texi}\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\text{\tex

#### √ 损失函数(loss): 预测值(y)与已知答案(y\_)的差距

MN优化目标: loss最小 → 自定义 ce (Cross Entropy)

$$\sqrt{$$
 均方误差 mse: MSE(y\_, y)=  $\frac{\sum_{i=1}^{n}(y-y_{-})^{2}}{n}$ 

loss\_mse = tf.reduce\_mean(tf.square(y\_ - y))

预测酸奶日销量y,x1、x2是影响日销量的因素。

建模前,应预先采集的数据有:每日x1、x2和销量y\_(即已知答案,最佳情况:产量=销量)

拟造数据集 $X,Y_:$   $y_= x1 + x2$  噪声:  $-0.05 \sim +0.05$  拟合可以预测销量的函数

源码: p19\_mse.py

#### ✓ 自定义损失函数:

如预测商品销量,预测多了,损失成本,预测少了,损失利润。 若利润 ≠ 成本,则mse产生的loss无法利益最大化。

自定义损失函数 
$$loss(y,y) = \sum_{n} f(y,y)$$
 标准答案 预测答案 数据集的 计算出的

$$f(y_{-}y) = \begin{cases} \mathsf{PROFIT} * (y_{-}y) & y < y_{-} \\ \mathsf{COST} * (y - y_{-}) & y >= y_{-} \end{cases}$$
 预测的 y 少了,损失利润(PROFIT)

如:预测酸奶销量,酸奶成本(COST)1元,酸奶利润(PROFIT)99元。

预测少了损失利润99元,大于预测多了损失成本1元。

预测少了损失大,希望生成的预测函数往多了预测。 源码: p20\_custom.py

## 损失函数

✓ 交叉熵损失函数CE (Cross Entropy): 表征两个概率分布之间的距离

$$H(y_{-}, y) = -\sum y_{-} * ln y$$

eg. 二分类 已知答案y\_=(1,0) 预测y<sub>1</sub>=(0.6, 0.4) y<sub>2</sub>=(0.8, 0.2)

哪个更接近标准答案?

$$H_1((1,0),(0.6,0.4)) = -(1*In0.6 + 0*In0.4) \approx -(-0.511 + 0) = 0.511$$

$$H_2((1,0),(0.8,0.2)) = -(1*In0.8 + 0*In0.2) \approx -(-0.223 + 0) = 0.223$$

因为 $H_1 > H_2$ ,所以 $y_2$ 预测更准

tf.losses.categorical\_crossentropy(y\_, y)

#### 损失函数

```
loss_ce1=tf.losses.categorical_crossentropy([1,0],[0.6,0.4])
loss_ce2=tf.losses.categorical_crossentropy([1,0],[0.8,0.2])
print("loss_ce1:", loss_ce1)
print("loss_ce2:", loss_ce2)
```

#### 运行结果:

loss\_ce1: tf.Tensor(0.5108256, shape=(), dtype=float32)

loss\_ce2: tf.Tensor(0.22314353, shape=(), dtype=float32)

源码: p22\_ce.py

## 损失函数

#### softmax与交叉熵结合

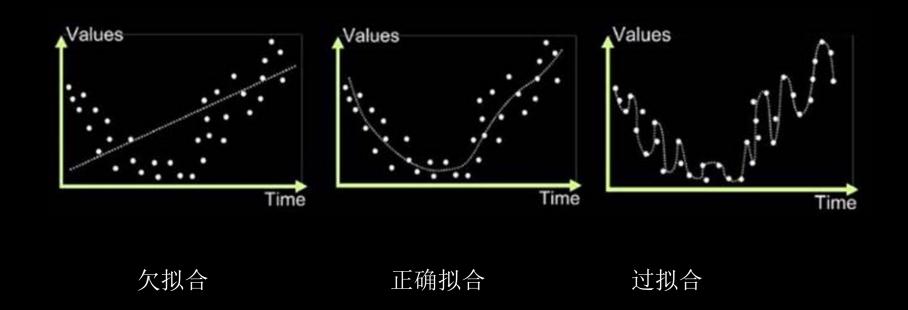
✓ 输出先过softmax函数,再计算y与y\_的交叉熵损失函数。

```
tf.nn.softmax_cross_entropy_with_logits(y_, y)
y_ = np.array([[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1], [1, 0, 0], [0, 1, 0]])
y = np.array([[12, 3, 2], [3, 10, 1], [1, 2, 5], [4, 6.5, 1.2], [3, 6, 1]])
y_pro = tf.nn.softmax(y)
loss_ce1 = tf.losses.categorical_crossentropy(y_, y_pro)
loss_ce2 = tf.nn.softmax_cross_entropy_with_logits(y_, y)
print('分步计算的结果:\n', loss_ce1)
print('结合计算的结果:\n', loss_ce2)
```

```
运行结果:
分步计算的结果:
tf.Tensor(
[1.68795487e-04 1.03475622e-03 6.58839038e-02 2.58349207e+00
5.49852354e-02], shape=(5,), dtype=float64)
结合计算的结果:
tf.Tensor(
[1.68795487e-04 1.03475622e-03 6.58839038e-02 2.58349207e+00
5.49852354e-02], shape=(5,), dtype=float64)
```

源码: p23\_softmaxce.py

# 欠拟合与过拟合



# 欠拟合与过拟合

- ✓欠拟合的解决方法: 增加输入特征项 增加网络参数 减少正则化参数
- ✓ 过拟合的解决方法: 数据清洗 增大训练集 采用正则化 增大正则化参数

## 欠拟合与过拟合

- ✓欠拟合的解决方法: 增加输入特征项 增加网络参数 减少正则化参数
- ✓ 过拟合的解决方法: 数据清洗 增大训练集 采用正则化 增大正则化参数

#### ✓ 正则化缓解过拟合

正则化在损失函数中引入模型复杂度指标,利用给W加权值,弱化了训练数据的噪声(一般不正则化b)

loss = loss( y与y\_ ) + REGULARIZER \* loss(w)

模型中所有参数的损失函数如:交叉熵、均方误差

用超参数REGULARIZER 需要正则化的参数给出参数w在总loss中的比例,即正则化的权重

$$loss_{L1}(w) = \sum_{i} |w_{i}|$$
  $loss_{L2}(w) = \sum_{i} |w_{i}^{2}|$ 

#### ✓ 正则化的选择

L1正则化大概率会使很多参数变为零,因此该方法可通过稀疏参数,即减少参数的数量,降低复杂度。

**L2**正则化会使参数很接近零但不为零,因此该方法可通过减小参数值的大小降低复杂度。

## ✓ 正则化缓解过拟合

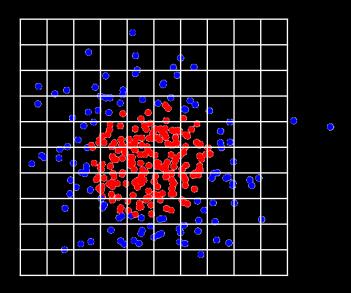
```
with tf.GradientTape() as tape: #记录梯度信息
   h1 = tf.matmul(x train, w1) + b1 # 记录神经网络乘加运算
   h1 = tf.nn.relu(h1)
   y = tf.matmul(h1, w2) + b2
   # 采用均方误差损失函数mse = mean(sum(y-out)^2)
   loss mse = tf.reduce mean(tf.square(y train - y))
   # 添加12止则化
   loss regularization = []
   loss regularization.append(tf.nn.12 loss(w1))
   loss regularization.append(tf.nn.12 loss(w2))
   loss regularization = tf.reduce sum(loss regularization)
   loss = loss mse + 0.03 * loss regularization #REGULARIZER = 0.03
```

#### # 计算loss对各个参数的梯度 variables = [w1, b1, w2, b2] grads = tape.gradient(loss, variables)

# ✓ 正则化缓解过拟合

#### class2\dot.csv

x1	x2	y_c
-0.41676	-0.05627	1
-2.1362	1.640271	0
-1.79344	-0.84175	0
0.502881	-1.24529	1
-1.05795	-0.90901	1
0.551454	2.292208	0
0.041539	-1.11793	1
0.539058	-0.59616	1
-0.01913	1.175001	1
-0.74787	0.009025	1
-0.87811	-0.15643	1
0.25657	-0.98878	1
-0.33882	-0.23618	1
-0.63766	-1.18761	1
-1.42122	-0.1535	0
-0.26906	2.231367	0
-2.43477	0.112727	0
0.370445	1.359634	1
0.501857	-0.84421	1



0.380472 -0.21714 ?

源码: p29\_regularizationfree.py p29\_regularizationcontain.py

# 神经网络参数优化器

待优化参数w,损失函数loss,学习率lr,每次迭代一个batch,t表示当前batch迭代的总次数:

- 1. 计算t时刻损失函数关于当前参数的梯度 $g_t = \nabla loss = \frac{\partial loss}{\partial (w_t)}$
- 2. 计算t时刻一阶动量 $m_t$ 和二阶动量 $V_t$
- 3. 计算t时刻下降梯度:  $\eta_t = lr \cdot m_t / \sqrt{V_t}$
- 4. 计算t+1时刻参数:  $w_{t+1} = w_t \eta_t = w_t lr \cdot m_t / \sqrt{V_t}$

- 一阶动量:与梯度相关的函数
- 二阶动量:与梯度平方相关的函数

✓SGD(无momentum),常用的梯度下降法。

$$m_{\rm t} = g_{\rm t}$$
  $V_{\rm t} = 1$ 

$$\eta_{\mathsf{t}} = l r \cdot m_{\mathsf{t}} / \sqrt{V_t} = l r \cdot g_t$$

$$w_{t+1} = w_t - \eta_t$$

$$= w_t - lr \cdot m_t / \sqrt{V_t} = w_t - lr \cdot g_t$$

$$W_{t+1} = w_t - lr * \frac{\partial loss}{\partial w_t}$$

#### ✓SGD (无momentum)

```
# sgd
w1.assign_sub(lr * grads[0]) # 参数w1自更新
b1.assign_sub(lr * grads[1]) # 参数b自更新
```

源码: p32\_sgd.py

✓SGDM(含momentum的SGD),在SGD基础上增加一阶动量。

$$m_{t} = \beta \cdot m_{t-1} + (1 - \beta) \cdot g_{t} \qquad V_{t} = 1$$

$$egin{aligned} oldsymbol{\eta_{\mathsf{t}}} &= l r \cdot m_{\mathsf{t}} / \sqrt{V_{\mathsf{t}}} = l r \cdot m_{\mathsf{t}} \\ &= l r \cdot (oldsymbol{eta} \cdot m_{\mathsf{t-1}} + (\mathbf{1} - oldsymbol{eta}) \cdot oldsymbol{g}_{\mathsf{t}}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{w}_{t} - \boldsymbol{\eta}_{t}$$

$$= \mathbf{w}_{t} - l\mathbf{r} \cdot (\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{m}_{t-1} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}) \cdot \boldsymbol{g}_{t})$$

源码: p33\_sgdm.py

#### **✓SGDM**(含momentum的SGD)

 $m_t = \beta \cdot m_{t-1} + (1 - \beta) \cdot g_t$ 

```
V_t = 1
m w, m b = 0, 0
beta = 0.9
# sqd-momentun
m w = beta * m w + (1 - beta) * grads[0]
m b = beta * m b + (1 - beta) * grads[1]
w1.assign sub(lr * m w)
b1.assign sub(lr * m b)
```

源码: p34\_sgdm.py

✓Adagrad,在SGD基础上增加二阶动量

$$egin{aligned} m_{ ext{t}} &= g_{t} & V_{t} &= \sum_{ au=1}^{t} g_{ au}^{2} \ & \eta_{ ext{t}} &= lr \cdot m_{t} / (\sqrt{V_{t}}) \ &= lr \cdot g_{t} / (\sqrt{\sum_{ au=1}^{t} g_{ au}^{2}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{t+1} &= w_t - \eta_t \\ &= w_t - lr \cdot g_t / (\sqrt{\sum_{\tau=1}^t g_\tau^2}) \end{aligned}$$

#### ✓ Adagrad

```
m_{\mathsf{t}} = g_{t}
v w, v b = 0, 0
# adagrad
v w += tf.square(grads[0])
v b += tf.square(grads[1])
w1.assign sub(lr * grads[0] / tf.sqrt(v w))
b1.assign sub(lr * grads[1] / tf.sqrt(v b))
```

源码: p36\_adagrad.py

#### ✓RMSProp,SGD基础上增加二阶动量

$$\begin{aligned} m_{t} &= g_{t} & V_{t} &= \beta \cdot V_{t-1} + (1 - \beta) \cdot g_{t}^{2} \\ \eta_{t} &= lr \cdot m_{t} / \sqrt{V_{t}} \\ &= lr \cdot g_{t} / (\sqrt{\beta \cdot V_{t-1} + (1 - \beta) \cdot g_{t}^{2}}) \end{aligned}$$

$$w_{t+1} = w_t - \eta_t$$

$$= w_t - lr \cdot g_t / (\sqrt{\beta \cdot V_{t-1} + (1 - \beta) \cdot g_t^2})$$

#### **✓** RMSProp

```
\begin{aligned} m_t &= g_t & V_t &= \beta \cdot V_{t-1} + (1-\beta) \cdot g_t^2 \\ V_w, & V_b &= 0, 0 \\ \text{beta} &= 0.9 \end{aligned} # adadelta v_w &= \text{beta} * v_w + (1 - \text{beta}) * \text{tf.square(grads[0])} \\ v_b &= \text{beta} * v_b + (1 - \text{beta}) * \text{tf.square(grads[1])} \\ \text{wl.assign_sub(lr * grads[0] / tf.sqrt(v_w))} \\ \text{bl.assign_sub(lr * grads[1] / tf.sqrt(v_b))} \end{aligned}
```

源码: p38\_rmsprop.py

✓ Adam, 同时结合SGDM一阶动量和RMSProp二阶动量

$$\mathbf{m}_{\mathsf{t}} = \boldsymbol{\beta}_1 \cdot \mathbf{m}_{t-1} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta}_1) \cdot \boldsymbol{g}_t$$

修正一阶动量的偏差:  $\widehat{m}_{t} = \frac{m_{t}}{1-\beta_{1}^{t}}$ 

$$V_t = \beta_2 \cdot V_{step-1} + (1 - \beta_2) \cdot g_t^2$$

修正二阶动量的偏差:  $\widehat{V_t} = \frac{V_t}{1-\beta_2^t}$ 

$$egin{aligned} oldsymbol{\eta_t} &= oldsymbol{lr} \cdot \widehat{m_t} / \sqrt{\widehat{V_t}} \ &= oldsymbol{lr} \cdot rac{m_t}{1 - oldsymbol{eta_1}^t} / \sqrt{rac{V_t}{1 - oldsymbol{eta_2}^t}} \end{aligned}$$

$$w_{t+1} = w_t - \eta_t$$

$$= w_t - lr \cdot \frac{m_t}{1 - \beta_1^t} / \sqrt{\frac{V_t}{1 - \beta_2^t}}$$

#### ✓ Adam

```
m w, m b = 0, 0
v w, v b = 0, 0
beta1, beta2 = 0.9, 0.999
```

```
\widehat{m_t} = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}
\widehat{V_t} = \frac{V_t}{1 - \beta_2^t}
```

```
delta w, delta b = 0, 0
global step = 0
#adam
m w = beta1 * m w + (1 - beta1) * grads[0]
m b = beta1 * m b + (1 - beta1) * grads[1]
v w = beta2 * v w + (1 - beta2) * tf.square(grads[0])
v b = beta2 * v b + (1 - beta2) * tf.square(grads[1])
m w correction = m w / (1 - tf.pow(beta1, int(global step)))
m b correction = m b / (1 - tf.pow(beta1, int(global step)))
v w correction = v w / (1 - tf.pow(beta2, int(global step)))
v b correction = v b / (1 - tf.pow(beta2, int(global step)))
w1.assign sub(lr * m w correction / tf.sqrt(v w correction))
bl.assign sub(lr * m b correction / tf.sqrt(v b correction))
```

源码: p40\_adam.py