人工智能实践: Tensorflow笔记

曹健

北京大学

软件与微电子学院

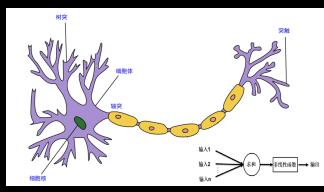
本讲目标:学会神经网络计算过程,使用基于TF2原生代码搭建你的第一个的神经网络训练模型

- 当今人工智能主流方向——连接主义
- •前向传播
- •损失函数(初体会)
- •梯度下降(初体会)
- •学习率(初体会)
- 反向传播更新参数
- •Tensorflow 2 常用函数

人工智能: 让机器具备人的思维和意识。

人工智能三学派:

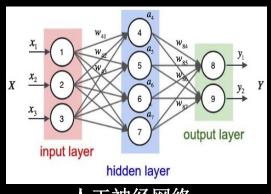
- ✓ 行为主义:基于控制论,构建感知-动作控制系统。 (控制论,如平衡、行走、避障等自适应控制系统)
- ✓ 符号主义:基于算数逻辑表达式,求解问题时先把问题描述为 表达式,再求解表达式。(可用公式描述、实现理性思维,如专家系统)
- ✓ 连接主义: 仿生学,模仿神经元连接关系。(仿脑神经元连接, 实现感性思维,如神经网络)



单个神经元

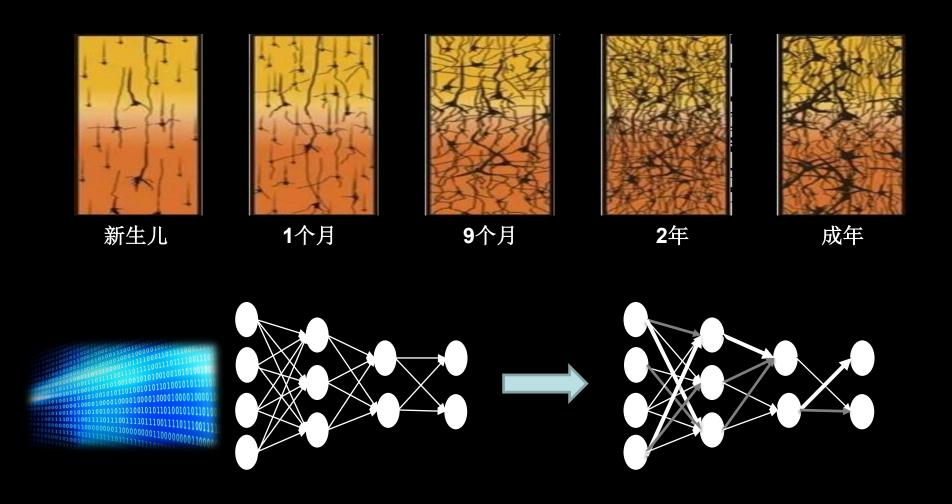


神经元连接成网络

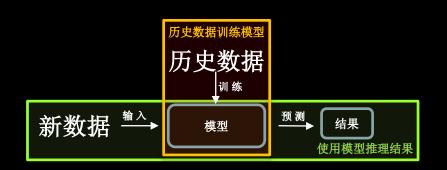


人工神经网络

理解: 基于连结主义的神经网络设计过程



用计算机仿出神经网络连接关系,让计算机具备感性思维。



✓ 准备数据: 采集大量"特征/标签"数据

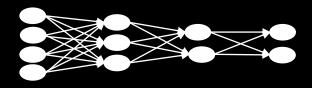
✓ 搭建网络: 搭建神经网络结构

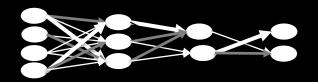
✓ 优化参数: 训练网络获取最佳参数(反传)



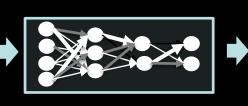
Cat

(特征, 标签)





✓ 应用网络:将网络保存为模型,输入新数据, 输出分类或预测结果(前传)



5

给鸢尾花分类(Iris)



0狗尾草鸢尾

1杂色鸢尾





这是哪类鸢尾花?

人们通过经验总结出了规律:通过测量花的花萼长、花萼宽、花瓣长、花瓣宽,可以得出鸢尾花的类别。

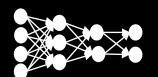
(如:花萼长>花萼宽 且 花瓣长/花瓣宽>2 则为 1杂色鸢尾)

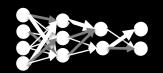
if语句 case语句 —— 专家系统 把专家的经验告知计算机,计算机执行逻辑判别(理性计算),给出分类。

神经网络: 采集大量(花萼长、花萼宽、花瓣长、花瓣宽,对应的类别)数据对构成数据集输入特征 标签 (需人工标定)

把数据集喂入搭建好的神经网络结构, 网络优化参数得到模型, 模型读入新输入特征, 输出识别结果。

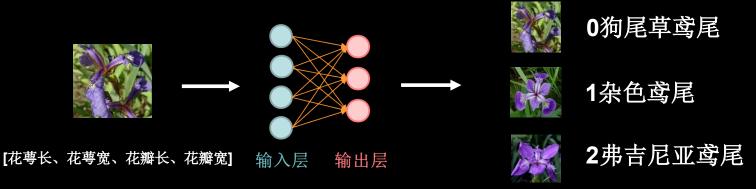


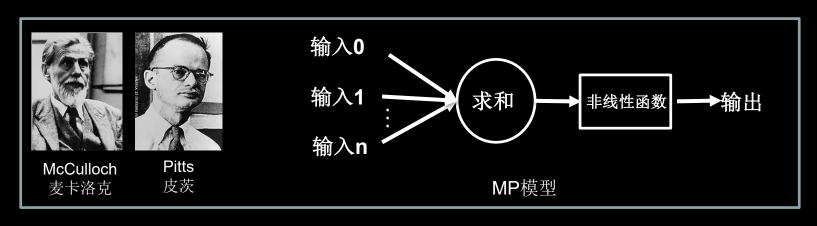


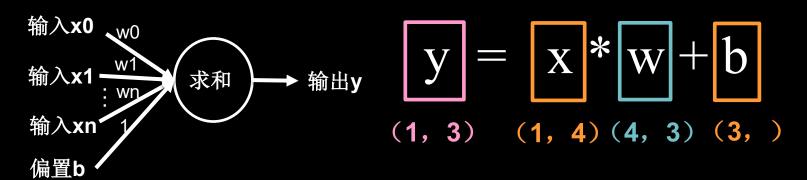




1杂色鸢尾

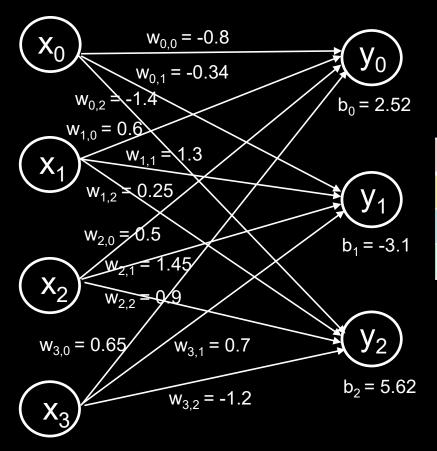






7

用神经网络实现鸢尾花分类: 搭建网络



搭建网络时随机初始化了所有参数 w和b:

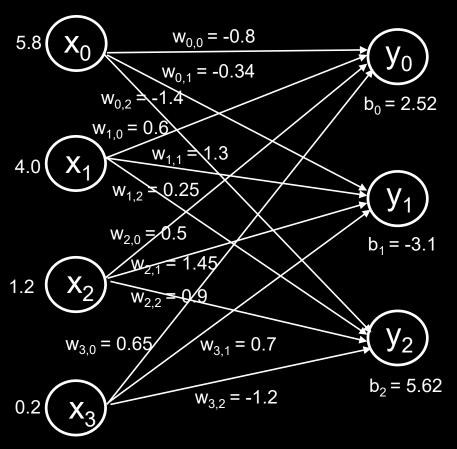
-0.8	-0.34	-1.4	
0.6 1.3		0.25	
0.5	1.45	0.9	
0.65	0.7	-1.2	

2.52 -3.1 5.62

随机初始化w

随机初始化b

用神经网络实现鸢尾花分类: 喂入数据



搭建网络时随机初始化了所有参数 w和b:

-0.8	-0.34	-1.4		
0.6	1.3	0.25		
0.5	1.45	0.9		
0.65	0.7	-1.2		

|--|

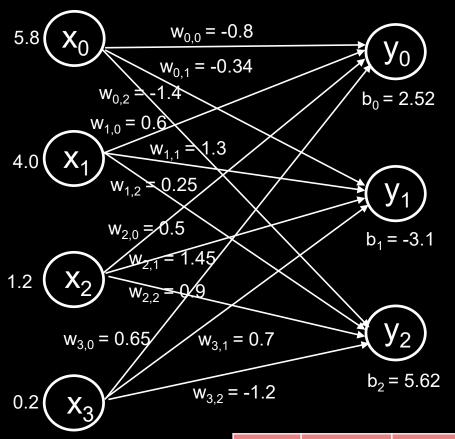
随机初始化w

随机初始化b

标签: 0狗尾草鸢尾

用神经网络实现鸢尾花分类: 前向传播

源码: p38 forward.py



搭建网络时随机初始化了所有参数 w和b:

-0.8	-0.34	-1.4		
0.6	1.3	0.25		
0.5	1.45	0.9		
0.65 0.7		-1.2		

2.52 -3.1 5.62

随机初始化w

随机初始化b

$$y = x * w + b :$$

-0.8 -0.34 -1.4 0.6 1.3 0.25 0.5 1.45 0.9 0.65 0.7 -1.2

2.52 -3.1 5.62 =

鸢尾鸢尾鸢尾得分得分得分1.012.01-0.66

1类

0类

输入特征x

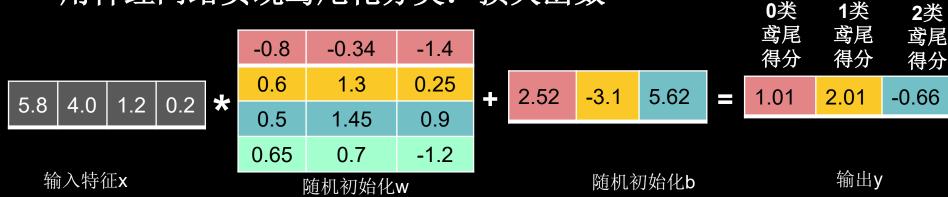
随机初始化w

随机初始化b

输出y

2类

用神经网络实现鸢尾花分类: 损失函数



标签: 0狗尾草鸢尾

为什么0类鸢尾的得分不是最高?

损失函数(loss function): 预测值(y)与标准答案(y_)的差距。

损失函数可以定量判断W、b的优劣,当损失函数输出最小时,参数W、b会出现最优值。

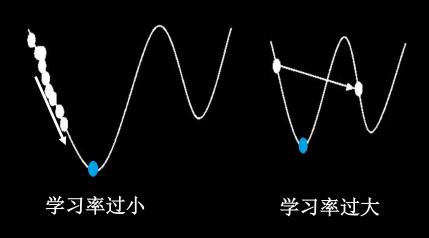
均方误差:
$$MSE(y, y_{-}) = \frac{\sum_{k=0}^{n} (y-y_{-})^{2}}{n}$$

用神经网络实现鸢尾花分类:梯度下降

目的:想找到一组参数w和b,使得损失函数最小。

梯度: 函数对各参数求偏导后的向量。 函数梯度下降方向是函数减小方向。

梯度下降法:沿损失函数梯度下降的方向,寻找损失函数的最小值,得到最优参数的方法。



$$w_{t+1} = w_t - lr * \frac{\partial loss}{\partial w_t}$$
 $b_{t+1} = b - lr * \frac{\partial loss}{\partial b_t}$

$$w_{t+1} * x + b_{t+1} \rightarrow y$$

学习率(learning rate, lr): 当学习率设置的过小时,收敛过程将变得十分缓慢。而当学习率设置的过大时,梯度可能会在最小值附近来回震荡,甚至可能无法收敛。

用神经网络实现鸢尾花分类: 反向传播

$$w_{t+1} = w_t - lr * \frac{\partial loss}{\partial w_t}$$

✓ 反向传播: 从后向前,逐层求损失函数对每层神经元参数的偏导数,迭代更新所有参数。

$$\frac{\partial loss}{\partial w} = 2w + 2$$

参数w初始化为5,学习率为0.2则

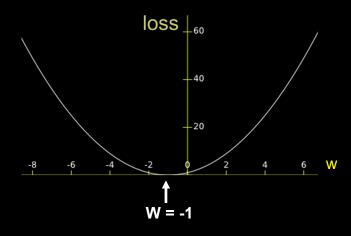
1次 参数w: 5 5 - 0.2 * (2 * 5 + 2) = 2.6

2次 参数w: 2.6 2.6 - 0.2 * (2 * 2.6 + 2) = 1.16

3次 参数w: 1.16 1.16 - 0.2 * (2 * 1.16 + 2) = 0.296

4次 参数w: 0.296

.....



TensorFlow 2





2019年 3 月 Tensorflow 2.0 测试版发布

2019年10月 Tensorflow 2.0 正式版发布

2020年 1 月 Tensorflow 2.1 发布

√ 张量(Tensor):多维数组(列表) 阶:张量的维数

维数	阶	名字	例子
0-D	0	标量 scalar	s=1 2 3
1-D	1	向量 vector	v=[1, 2, 3]
2-D	2	矩阵 matrix	m <u>=[[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]]</u>
n-D	n	张量 tensor	t=[[[
			n个

张量可以表示0阶到n阶数组(列表)

数据类型

```
✓ tf.int, tf.float .....
   tf.int 32, tf.float 32, tf.float 64

√ tf.bool

   tf.constant([True, False])

√ tf.string

   tf.constant("Hello, world!")
```

```
✓创建一个张量
tf.constant(张量内容,dtype=数据类型(可选))
```

```
import tensorflow as tf
a=tf.constant([1,5],dtype=tf.int64)
print(a)
print(a.dtype)
print(a.shape)
```

```
运行结果:
<tf.Tensor([1,5], shape=(2,), dtype=int64)
<dtype: 'int64'>
(2,)
```

```
✓将numpy的数据类型转换为Tensor数据类型
tf. convert_to_tensor(数据名,dtype=数据类型(可选))
```

```
import tensorflow as tf
import numpy as np
a = np.arange(0, 5)
b = tf.convert_to_tensor( a, dtype=tf.int64 )
print(a)
print(b)
```

```
运行结果:
[0 1 2 3 4]
tf.Tensor([0 1 2 3 4], shape=( 5 , ), dtype=int64)
```

- ✓创建全为0的张量 tf. zeros(维度)
- ✓ 创建全为1的张量 tf. ones(维度)
- ✓创建全为指定值的张量 tf. fill(维度,指定值)

```
a = tf.zeros([2, 3])
b = tf.ones(4)
c = tf.fill([2, 2], 9)
print(a)
print(b)
print(c)
```

```
与P15页做区分。
维度 阶 看括号数 名字
0-D 0 没有 标量
1-D 1 [] 向量
2-D 2 [[]] 矩阵
··· 维度:

一维 直接写个数 一个数表是待创建的张量
是一维的,即创建一个向量
量据 用 [行,列] 量
多维 用 [n,m,j,k......] 行,列]表示待创建的张量是二维的,即创建一个
```

```
运行结果:
```

tf.Tensor([[0. 0. 0.] [0. 0. 0.]], shape=(2, 3), dtype=float32)
tf.Tensor([1. 1. 1. 1.], shape=(4,), dtype=float32)
tf.Tensor([[9 9] [9 9]], shape=(2, 2), dtype=int32)

✓生成正态分布的随机数,默认均值为0,标准差为1 tf. random.normal (维度,mean=均值,stddev=标准差)

✓生成截断式正态分布的随机数 tf. random.truncated_normal (维度,mean=均值,stddev=标准差)

在tf.truncated_normal中如果随机生成数据的取值在(μ -2 σ , μ +2 σ)之外则重新进行生成,保证了生成值在均值附近。

μ: 均值, **σ**: 标准差

标准差计算公式
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

```
d = tf.random.normal ([2, 2], mean=0.5, stddev=1)
print(d)
e = tf.random.truncated_normal ([2, 2], mean=0.5, stddev=1)
print(e)
```

✓生成均匀分布随机数 [minval, maxval)

tf. random. uniform(维度,minval=最小值,maxval=最大值)

f = tf.random.uniform([2, 2], minval=0, maxval=1) print(f)

```
运行结果:
tf.Tensor(
[[0.28219545 0.15581512]
[0.77972126 0.47817433]], shape=(2, 2), dtype=float32)
```

源码: p22_random.uniform.py

- ✓强制tensor转换为该数据类型
- tf.cast (张量名,dtype=数据类型)
- ✓计算张量维度上元素的最小值
- tf.reduce_min (张量名)
- ✓计算张量维度上元素的最大值
- tf.reduce_max (张量名)

```
x1 = tf.constant ([1., 2., 3.],
dtype=tf.float64)
print(x1)
```

x2 = tf.cast (**x1**, tf.int32) print(**x2**)

print (tf.reduce_min(x2),
tf.reduce_max(x2))

运行结果:

- tf.Tensor([1. 2. 3.], shape=(3,), dtype=float64)
- tf.Tensor([1 2 3], shape=(3,), dtype=int32)
- tf.Tensor(1, shape=(), dtype=int32)
- tf.Tensor(3, shape=(), dtype=intt32)

源码: p23_cast_reduce_minmax.py

理解axis

在一个二维张量或数组中,可以通过调整 axis 等于0或1 控制执行维度。
✓ axis=0代表跨行(经度, down), 而axis=1代表跨列(纬度, across)

✓如果不指定axis,则所有元素参与计算。

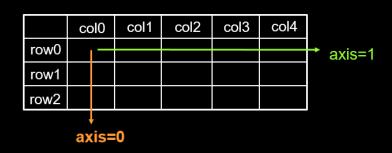
	CC	ol0	col1	col2	col3	col4	
row0							→ axis=1
row1							
row2							
	,						
axis=0							

✓ 计算张量沿着指定维度的平均值

tf.reduce_mean (张量名,axis=操作轴)

✓ 计算张量沿着指定维度的和

tf.reduce_sum (张量名,axis=操作轴)



```
      x=tf.constant([[1,2,3], [2,2,3]])
      运行结果:

      tf.Tensor([[1 2 3], shape=(2,3), dtype=int32)

      print(tf.reduce_mean(x))
      tf.Tensor(2, shape=(), dtype=int32)

      print(tf.reduce_sum(x, axis=1))
      tf.Tensor([6 7], shape=(2,), dtype=int32)
```

常用函数 tf.Variable

✓ tf.Variable () 将变量标记为"可训练",被标记的变量会在反向传播中记录梯度信息。神经网络训练中,常用该函数标记待训练参数。

tf.Variable(初始值)

w = tf.Variable(tf.random.normal([2, 2], mean=0, stddev=1))

常用函数 TensorFlow中的数学运算

- ✓ 对应元素的四则运算: tf.add, tf.subtract, tf.multiply, tf.divide
- ✓平方、次方与开方: tf.square, tf.pow, tf.sqrt
- ✓ 矩阵乘: tf.matmul

常用函数 对应元素的四则运算

- ✓ 实现两个张量的对应元素相加 tf.add (张量1,张量2)
- ✓ 实现两个张量的对应元素相减 tf.subtract (张量1,张量2)
- ✓ 实现两个张量的对应元素相乘 tf.multiply (张量1,张量2)
- ✓ 实现两个张量的对应元素相除 tf.divide (张量1,张量2)

只有维度相同的张量才可以做四则运算

常用函数 对应元素的四则运算

```
a = tf.ones([1, 3])
b = tf.fill([1, 3], 3.)
                             运行结果:
                            tf.Tensor([[1. 1. 1.]], shape=(1, 3), dtype=float32)
print(a)
print(b)
                            tf.Tensor([[3. 3. 3.]], shape=(1, 3), dtype=float32
                            tf.Tensor([[4. 4. 4.]], shape=(1, 3), dtype=float32)
print(tf.add(a,b))
print(tf.subtract(a,b))
                            tf.Tensor([[-2. -2. -2.]], shape=(1, 3), dtype=float32)
print(tf.multiply(a,b))
                            tf.Tensor([[3. 3. 3.]], shape=(1, 3), dtype=float32)
                            tf.Tensor([[3. 3. 3.]], shape=(1, 3), dtype=float32)
print(tf.divide(b,a))
```

常用函数平方、次方与开方

```
✓计算某个张量的平方
tf.square (张量名)
✓计算某个张量的n次方
tf.pow (张量名,n次方数)
✓计算某个张量的开方
tf.sqrt (张量名)
```

```
a = tf.fill([1, 2], 3.)

运行结果:
tf.Tensor([[3. 3.]], shape=(1, 2),
dtype=float32)

tf.Tensor([[27. 27.]], shape=(1, 2),
dtype=float32)

print(tf.square(a))

tf.Tensor([[9. 9.]], shape=(1, 2),
dtype=float32)

print(tf.sqrt(a))

tf.Tensor([[1.7320508 1.7320508]],
shape=(1, 2), dtype=float32)
```

常用函数 矩阵乘 tf.matmul

[6. 6. 6.]], shape=(3, 3), dtype=float32)

```
✓实现两个矩阵的相乘
tf.matmul(矩阵1,矩阵2)
a = tf.ones([3, 2])
b = tf.fill([2, 3], 3.)
print(tf.matmul(a, b))
运行结果:
tf.Tensor(
[[6. 6. 6.]
[6. 6. 6.]
```

常用函数 tf.data.Dataset.from_tensor_slices

✓切分传入张量的第一维度,生成输入特征/标签对,构建数据集 data = tf.data.Dataset.from_tensor_slices((输入特征,标签))

(Numpy和Tensor格式都可用该语句读入数据)

```
features = tf.constant([12,23,10,17])
labels = tf.constant([0, 1, 1, 0])
dataset = tf.data.Dataset.from_tensor_slices((features, labels))
print(dataset)
for element in dataset:
    print(element)
```

```
运行结果:
<TensorSliceDataset shapes: ((),()), types: (tf.int32, tf.int32))> (特征,标签)配对
(<tf.Tensor: id=9, shape=(), dtype=int32, numpy=12>, <tf.Tensor: id=10, shape=(), dtype=int32, numpy=0>)
(<tf.Tensor: id=11, shape=(), dtype=int32, numpy=23>, <tf.Tensor: id=12, shape=(), dtype=int32, numpy=1>)
(<tf.Tensor: id=13, shape=(), dtype=int32, numpy=10>, <tf.Tensor: id=14, shape=(), dtype=int32, numpy=1>)
(<tf.Tensor: id=15, shape=(), dtype=int32, numpy=17>, <tf.Tensor: id=16, shape=(), dtype=int32, numpy=0>)
```

源码: p33 from tensor slices.py

常用函数 tf.GradientTape

✓with结构记录计算过程,gradient求出张量的梯度

```
with tf.GradientTape() as tape:
若干个计算过程
grad=tape.gradient(函数,对谁求导)
```

```
with tf.GradientTape() as tape:  w = tf.Variable(tf.constant(3.0)) \\ loss = tf.pow(w,2) \\ grad = tape.gradient(loss,w)   \frac{\partial w^2}{\partial w} = 2w = 2*3.0 = 6.0 \\ print(grad)
```

运行结果: tf.Tensor(6.0, shape=(), dtype=float32)

常用函数 enumerate

✓ enumerate是python的内建函数,它可遍历每个元素(如列表、元组或字符串),组合为:索引元素,常在for循环中使用。

enumerate(列表名)

```
seq = ['one', 'two', 'three']
for i, element in enumerate(seq):
    print(i, element)
```

运行结果:

- 0 one
- 1 two
- 2 three

常用函数 tf.one_hot

✓ 独热编码(one-hot encoding): 在分类问题中,常用独热码做标签,标记类别: 1表示是, 0表示非。

(0狗尾草鸢尾 1杂色鸢尾 2弗吉尼亚鸢尾)

标 签: 1

独热码: (0. 1. 0.)

常用函数 tf.one_hot

✓ tf.one_hot()函数将待转换数据,转换为one-hot形式的数据输出。

tf.one_hot (待转换数据, depth=几分类)

```
classes = 3
labels = tf.constant([1,0,2]) # 输入的元素值最小为0,最大为2
output = tf.one_hot( labels, depth=classes )
print(output)

运行结果:
[[0. 1. 0.]
[1. 0. 0.]
[0. 0. 1.]], shape=(3, 3), dtype=float32)
```

源码: p37_one_hot.py

tf.nn.softmax

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{1.01} & \frac{\mathrm{e}^{y_0}}{\mathrm{e}^{y_0} + \mathrm{e}^{y_1} + \mathrm{e}^{y_2}} = \frac{2.75}{10.73} = 0.256 \\ \frac{\mathrm{e}^{y_i}}{\Sigma_{j=0}^n \mathrm{e}^{y_i}} & \frac{\mathrm{e}^{y_1}}{\mathrm{e}^{y_0} + \mathrm{e}^{y_1} + \mathrm{e}^{y_2}} = \frac{7.46}{10.73} = 0.695 \\ -\mathbf{0.66} & \frac{\mathrm{e}^{y_2}}{\mathrm{e}^{y_0} + \mathrm{e}^{y_1} + \mathrm{e}^{y_2}} = \frac{0.52}{10.73} = 0.048 \end{bmatrix}$$

$$e^{y_0} = e^{1.01} = 2.75$$
 $e^{y_1} = e^{2.01} = 7.46$
 $e^{y_2} = e^{-0.66} = 0.52$
 $e^{y_0} + e^{y_1} + e^{y_2} = 10.73$

0类

1类

Softmax(y_i) =
$$\frac{e^{y_i}}{\Sigma_{j=0}^n e^{y_i}}$$
 tf.nn.softmax(x) 使输出符合概率分布

常用函数 tf.nn.softmax

✓ 当n分类的n个输出 (y₀, y₁, y_{n-1})通过softmax()函数, 便符合概率分布了。

$$\forall x \ P(X=x) \in [0,1] \ \coprod \ \sum_{x} P(X=x) = 1$$

```
y = tf.constant ([1.01, 2.01, -0.66])
y_pro = tf.nn.softmax(y)
print("After softmax, y_pro is:", y_pro)
```

输出结果:

After softmax, y_pro is: tf.Tensor([0.25598174 0.69583046 0.0481878], shape=(3,), dtype=float32)

源码:p39_softmax.py

常用函数 assign_sub

- ✓ 赋值操作,更新参数的值并返回。
- ✓ 调用assign_sub前, 先用 tf.Variable 定义变量 w 为可训练(可自更新)。

w.assign_sub (w要自减的内容)

```
w = tf.Variable(4)
w.assign_sub(1)
print(w)
```

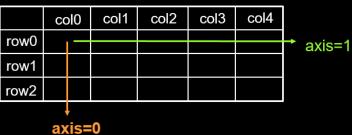
运行结果:

<tf.Variable 'Variable:0' shape=() dtype=int32, numpy=3>

源码: p40_assign_sub.py

tf.argmax

✓ 返回张量沿指定维度最大值的索引 tf.argmax (张量名,axis=操作轴)



```
import numpy as np
test = np.array([[1, 2, 3], [2, 3, 4], [5, 4, 3], [8, 7, 2]])
print(test)
print(tf.argmax (test, axis=0)) # 返回每一列(经度)最大值的索引
print(tf.argmax (test, axis=1)) # 返回每一行(纬度)最大值的索引
```

```
运行结果:
[[1 2 3]
[2 3 4]
[5 4 3]
[8 7 2]]

tf.Tensor([3 3 1], shape=(3,), dtype=int64)
tf.Tensor([2 2 0 0], shape=(4,), dtype=int64)
```

源码: p41_argmax.py

鸢尾花数据集(Iris)

✓数据集介绍

共有数据150组,每组包括花萼长、花萼宽、花瓣长、花瓣宽4个输入特征。同时给出了,这一组特征对应的鸢尾花类别。类别包括Setosa Iris(狗尾草鸢尾),Versicolour Iris(杂色鸢尾),Virginica Iris(弗吉尼亚鸢尾)三类,分别用数字0,1,2表示。



0狗尾草鸢尾



1杂色鸢尾



2弗吉尼亚鸢尾

鸢尾花数据集(Iris)

从sklearn包 datasets 读入数据集,语法为:

from sklearn.datasets import load_iris

x_data = datasets.load_iris().data 返回iris数据集所有输入特征

y_data = datasets.load_iris().target 返回iris数据集所有标签

✓ 准备数据

- 数据集读入
- 数据集乱序
- 生成训练集和测试集(即 x_train / y_train)
- 配成 (输入特征,标签) 对,每次读入一小撮(batch)

✓ 搭建网络

• 定义神经网路中所有可训练参数

✓参数优化

• 嵌套循环迭代,with结构更新参数,显示当前loss

✓ 测试效果

- · 计算当前参数前向传播后的准确率,显示当前acc
- ✓ acc / loss可视化

✓ 数据集读入

```
从sklearn包datasets 读入数据集:
from sklearn.datasets import datasets
x_data = datasets.load_iris().data 返回iris数据集所有输入特征
y_data = datasets.load_iris().target 返回iris数据集所有标签
```

✓ 数据集乱序

```
np.random.seed(116) # 使用相同的seed,使输入特征/标签一一对应np.random.shuffle(x_data) np.random.seed(116) np.random.shuffle(y_data) tf.random.set_seed(116)
```

✓ 数据集分出永不相见的训练集和测试集

```
x_train = x_data[:-30]
y_train = y_data[:-30]
x_test = x_data[-30:]
y_test = y_data[-30:]
```

✓ 配成[输入特征,标签]对,每次喂入一小撮(batch)

```
train_db = tf.data.Dataset.from_tensor_slices((x_train, y_train)).batch(32) test_db = tf.data.Dataset.from_tensor_slices((x_test, y_test)).batch(32)
```

✓ 定义神经网路中所有可训练参数

```
w1 = tf.Variable(tf.random.truncated_normal([ 4, 3 ], stddev=0.1, seed=1))
b1 = tf.Variable(tf.random.truncated_normal([ 3 ], stddev=0.1, seed=1))
```



✓ 嵌套循环迭代,with结构更新参数,显示当前loss

```
for epoch in range(epoch): #数据集级别迭代
  for step, (x_train, y_train) in enumerate(train_db): #batch级别迭代
    with tf.GradientTape() as tape: # 记录梯度信息
       前向传播过程计算y
       计算总loss
    grads = tape.gradient(loss, [ w1, b1 ])
    w1.assign_sub(lr * grads[0]) #参数自更新
    b1.assign_sub(lr * grads[1])
  print("Epoch {}, loss: {}".format(epoch, loss_all/4))
```

✓ 计算当前参数前向传播后的准确率,显示当前acc
for x_test, y_test in test_db:
 y = tf.matmul(h, w) + b # y为预测结果
 y = tf.nn.softmax(y) # y符合概率分布
 pred = tf.argmax(y, axis=1) # 返回y中最大值的索引,即预测的分类
 pred = tf.cast(pred, dtype=y_test.dtype) #调整数据类型与标签一致
 correct = tf.cast(tf.equal(pred, y_test), dtype=tf.int32)
 correct = tf.reduce_sum (correct) # 将每个batch的correct数加起来
 total_correct += int (correct) # 将所有batch中的correct数加起来
 total_number += x_test.shape [0]

acc = total_correct / total_number
print("test_acc:", acc)

✓ acc / loss可视化

```
plt.title('Acc Curve') # 图片标题
plt.xlabel('Epoch') # x轴名称
plt.ylabel('Acc') # y轴名称
plt.plot(test_acc, label="$Accuracy$") # 逐点画出test_acc值并连线
plt.legend()
plt.show()
```