İST 250 OLASILIK VE İSTATİSTİK

İÇERİK :

- Deney, Örnek Uzay, Olay
- Olayların Olasılığı
- Bağımsız ve Ayrık Olaylar
- Rasgele Değişken
- Kesikli Rasgele Değişken
- Bir Kesikli Rasgele Değişkenin Olasılık Fonksiyonu
- Beklenen Değer Varyans
- Sürekli Rasgele Değişken
- Bir Sürekli Rasgele Değişkenin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
- Beklenen Değer ve Varyans
- Bazı Özel Kesikli Rasgele Değişkenler (Bernoulli , Binom, Poisson, Geometrik)
- Bazı Özel Sürekli Rasgele Değişkenler (Normal, Standard Normal)
- Örnekleme Teorisi: Merkezi Dağılım ve Eğilim Ölçüleri
- Güven Aralıkları
- Hipotez Testleri
- Regresyon

KAYNAKLAR:

Mühendisler için Olasılık ve İstatistik : Prof.Dr. M.Akif Bakır

Olasılık ve İstatistik: Fikri Akdeniz

Uygulamalı İstatistik: Prof.Dr Aysen Apaydın-Prof.Dr.Cemal Atakan

1.Tanımlar :

1.İstatistiksel Deney: Sonuçlarının kümesi belli olan, ancak hangi sonucun ortaya çıkacağı önceden söylenemeyen bir işleme denir.

1.2.Örnek Uzay: Bir deneyin tüm olabilir sonuçlarının kümesine denir**.** S veya Ω ile gösterilir.

1.3.Olay: Örnek uzayın bir alt kümesine denir. n elemanlı bir küme için,

Olayların sayısı: 2^n

ÖRNEKLER:

1- Deney : Para atışı

Örnek Uzay:

$\Omega = \{T, Y\}$

Tura Yazı

Olaylar :

$A_1 = \{Y\}$, Atış Yazı

$A_2 = \{T\}$, Atış Tura

$A_3 = \{\emptyset\}$

$A_4 = \{Y, T\}$, Yazı ya da Tura

2- Deney : Bir paranın 2 defa atılması

Örnek Uzay

$\Omega = \{TT, TY, YT, YY\}$

$n(\Omega) = 4$ (Eleman sayısı)

Olaylar:

$A = \{TT\}$

$A = \{TY\}$

$A = \{YT\}$

$A = \{YY\}$

$A = \{TT, TY\}$

.

. Olayların sayısı $2^4 = 16$

.

$A = \Omega$

A: İlk atış yazı

$A = \{YT, YY\}$

B: Ikinci atışın tura olması olayı.

$B = \{TT, YT\}$

C: İlk atışın tura ikinci atışın yazı olması olayı.

$C = \{TY\}$

D: En az bir tura gelmesi olayı.

$D = \{TT, TY, YT\}$

3- Deney : Bir paranın 3 defa atılması olayı.

Örnek Uzay:

$\Omega = \{YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, YYY\}$

$n(\Omega) = 8$ (Eleman sayısı)

Olayların sayısı: $2^8 = 64$

A : 1. atışın yazı olması olayı

$$A = \{YYY, YYT, YTY, YTT\}$$

4- Deney : İki paranın aynı anda atılması

Örnek Uzay:

$\Omega = \{TT, TY, YY\}$

$n(\Omega) = 3$ (Eleman sayısı)

TT: İki tane tura

TY: Bir yazı bir tura (YT ya da TY, aynı anlamda)

YY: İki tane yazı

Burada sadece **sayıları** gözlemleyebiliriz.

Olaylar:

$A = \{TT\}$

$A = \{TY\}$

$A = \{YY\}$

$A = \{TT, TY\}$

.

.

.

.

$A = \Omega$

Olaylarin sayısı: $2^3 = 8$

Öğrenci:

5. Deney : Üç paranın aynı anda atılması. Örnek uzayı yazınız ve olayları tanımlayınız.

$\Omega =$……………………

$n(\Omega) =$ ……………………

Olaylar:

Olayların sayısı:

6. Deney : Bir zarın atılması olayı.

Örnek Uzay

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

Olaylar:

$A = \{1\}$

$A = \{2\}$

$A = \{3\}$

.

.

.

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

Olaylarin sayısı: $2^6 = 64$

7. Deney : Bir zarın 2 defa atılması olayı.

Örnek Uzay

$\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$

$n(\Omega) = 36$

Olaylarin sayısı: 2^{36}

Öğrenci:

Deney : İki zarın aynı anda atılması olayı.

$\Omega =$……………………

$n(\Omega) =$ ……………………

Olaylar

Olayların sayısı ……………..

Küme -Olay Operatörleri:

1. A olayının tümleyeni: Ω nın elemanı olup A nın elemanı olmayan elemanların kümesi. A^C ile gösterilir.

2. A kesişim B: Hem A hem de B kümesinde yer alan elemanların kümesi: $A \cap B$.

3. A birleşim B: A veya B kümesinde yer alan elemanların kümesi: $A \cup B$.

4. Eğer $A \cap B=\emptyset$; iki olay **ayrıktır.**

Örnekler:

Deney : Bir paranın 3 defa atılması olayı.

$$\Omega = \{YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, TTT\}$$

A: İlk atışın yazı olması olayı

$A = \{YYY, YYT, YTY, YTT\}$

$A^c = \{TYY, TYT, TTY, TTT\}$

B: 3. atış tura

$B = \{YYT, YTT, TYT, TTT\}$

$A \cap B$: İlk atış yazı, sonuncu tura.

$A \cap B=\{YYT, YTT\} \rightarrow \boldsymbol{A, B}$ **ayrık değildir.**

$A \cup B$: İlk atış yazı veya sonuncu tura.

$A \cup B$=$\{YYY, YYT, YTY, YTT, TYT, TTT\}$

Bir Olayın Olasılığı:

Bir A olayının olasılığı

P(A)= $\frac{n}{N}$

dır.Burada;

n : A kümesinin eleman sayısı.

N : Ω örnek uzayın elaman sayısı.

Olasılık Aksiyomları:

Herhangi bir A olayı için;

1. $0 \leq P(A) \leq 1$.

2. $P(\Omega) = 1$

3. A olayının tümleyeni (A^c) olayının olasılığı;

$P(A^c) = 1 - P(A)$

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5. A ve B ayrık olaylar ise;

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(Çünkü; $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$)

Bağımsız Olaylar: Herhangi bir A, B $(A, B \neq \emptyset)$ olayları için; Eğer

$P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

olarak yazılabiliyorsa,

İki olay birbirinden bağımsızdır denir.

Not: $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ ve ayrık olaylar ise bağımsız olamazlar.

<u>Örnekler:</u>

1. Deney : Bir paranın 2 defa atılması.

<u>Örnek Uzay:</u>

$\Omega = \{TT, TY, YT, YY\}\ \ N = 4$

A: 1.atış tura

$A = \{TT, TY\},\ n = 2$

$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{2}{4}$

B: 2.atış yazı

$B = \{TY, YY\}$

$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{2}{4}$

$A \cap B$=$\{TY\}$

$P(A \cap B) = \frac{n}{N} = \frac{1}{4}$

$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ ayrık değildir.

$A \cap B \neq \emptyset$;

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}$

$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ birbirlerinden bağımsızdır.

2.Deney: Bir paranın 3 defa atılması

Örnek Uzay:

$\Omega = \{YYY, YYT, YTY, YTT, TYY, TYT, TTY, YYY\}$

<u>Öğrenci:</u>

A: En fazla iki sefer yazı gelmesi

$A =$

$P(A)$=

B: En fazla iki sefer tura gelmesi.

$B =$

$P(B)$=

Bağımsız olaylar mıdır?

Öğrenci:

3. Deney: Üç paranın aynı anda atılması.

Bazı olaylar tanımlayıp olasılıklarını hesaplayınız.

4. Deney: Bir zarın iki defa atılmas

Örnek Uzay:

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), \ldots, (6,6)\}$$

A: Üste gelen noktaların toplamının yedi olması.

$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\ \}\ n = 6$

$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

B: Üste gelen noktaların toplamının tek sayı olması.

$B = \{(1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), .. (6,5)\ \}$

$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

5. Deney: İki zarın aynı anda atılması

A: Yüzeydeki noktaların toplamının yedi olması.

$A =$

$P(A) =$

B: Yüzeydeki noktaların toplamının tek sayı olması.

$B =$

$P(B) =$

Bazı olaylar tanımlayıp olasılıklarını hesaplayınız.