合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2012～2013 学年第 2 学期 课程代码 1110052B 课程名称 离散数学 学分 2 课程性质:必修 □、选修 □、限修 □ 考试形式:开卷 、闭卷

专业班级（教学班） 2011 信管专业 考试日期 2013 年 4 月 29 日 命题教师 杨爱峰 系（所或教研室）主任审批签名

一、单项选择题（每小题 2 分，合计 40 分）

1、下列命题中，（ ）是复合命题。

A 长江与黄河都流经安徽境内 B 美丽的黄山地处安徽

C 安徽与河南相邻 D 合肥是包公故里

2、下列命题公式为重言式的是（ ）。

A $(p\vee\neg p)\to q$. B $p\to(p\vee q)$ C $q\wedge\neg q$ D $(p\to\neg p)\to\neg q$

3、设 p:天下大雨，q:小王乘公共汽车上班，命题"除非天下大雨，小王才乘公共汽车上班"的符号化形式为（ ）。

A $p\to q$ B $q\to p$ C $p\to\neg q$ D $\neg p\to q$

4、命题"如果时间倒流，那么我们将长生不老。"的否定可表示为（ ）。

A 如果我们长生不老，那么时间将倒流 B 如果时间不倒流，那么我们不会长生不老

C 时间不倒流或者我们将长生不老 D 时间倒流并且我们不会长生不老

5、在论域{2,3}中，（ ）与$\exists x\forall yP(x,y)$等价。

A $(P(2,2)\wedge P(2,3))\vee(P(3,2)\wedge P(3,3))$ B $(P(2,2)\vee P(2,3))\wedge(P(3,2)\vee P(3,3))$

C $P(2,2)\vee P(2,3)\vee P(3,2)\vee P(3,3)$ D $P(2,2)\wedge P(2,3)\wedge P(3,2)\wedge P(3,3)$

6、设 C(x): x 是国家级运动员，G(x): x 是健壮的，则命题"没有一个国家级运动员不是健壮的"可符号化为（ ）。

A $\neg\forall x(C(x)\wedge\neg G(x))$ B $\neg\forall x(C(x)\to\neg G(x))$

C $\neg\exists x(C(x)\to\neg G(x))$ D $\neg\exists x(C(x)\wedge\neg G(x))$

7、设论域为非负整数集，下列谓词公式中，（ ）的真值为真。

A $\forall x\exists y(xy=1)$ B $\forall x\exists y(xy=0)$

C $\exists x\forall y(xy=2)$ D $\forall x\forall y\exists z(x-y=z)$

8、下列蕴涵式中，（ ）不成立。

A $\forall x\exists yP(x,y,6)\Rightarrow\exists yP(6,y,6)$ B $\exists x\exists yP(x,y,6)\Rightarrow\exists yP(6,y,6)$

C $\forall x\exists yP(x,y,6)\Rightarrow\exists yP(x,y,6)$ D $\forall x\exists yP(x,y,6)\Rightarrow\exists z\forall x\exists yP(x,y,z)$

9、谓词公式$\forall xP(x,y)\to(\exists zQ(x,z)\wedge\forall yR(x,y))$中变元 x（ ）。

A 是自由变元但不是约束变元 B 是约束变元但不是自由变元

C 既不是自由变元也不是约束变元 D 既是自由变元又是约束变元

10、设 A=∅，B={∅，{∅}}，则 B－A 是（ ）。

A {{∅}} B {∅} C {∅，{∅}} D ∅

11、下列关系中能构成函数的是（ ）。

A {<x,y>| (x,y∈自然数集)∧(x+y<10)} B {<x,y>| (x,y∈实数集)∧(y=|x|)}

C {<x,y>| (x,y∈实数集)∧(y^2=x)} D {<x,y>| (x,y∈整数集)∧(x≡y mod 3)}

12、设 A={1，2，3}，A 上二元关系 S={<1，1>，<1，2>，<3，2>，<3，3>}，则 S 是

合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2012～2013 学年第 2 学期 课程代码 1110052B 课程名称 离散数学 学分 2 课程性质:必修☐ 选修☐ 限修☐ 考试形式:开卷 、闭卷

专业班级（教学班）2011 信管专业 考试日期 2013 年 4 月 29 日 命题教师 杨爱峰 系（所或教研室）主任审批签名______________

（ ）

A 自反关系 B 传递关系 C 对称关系 D 反自反关系

13、设 A={a,b,c,d}，A 上的等价关系 $R=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle,\langle c,d\rangle,\langle d,c\rangle\}\cup I_A$，则对应于 R 的 A 的划分是（ ）

A {{a}, {b, c},{d}} B {{a, b},{c}, {d}} C {{a},{b},{c},{d}} D {{a, b},{c,d}}

14、设 A={1,2,3,4,5,6}，下列关系中（ ）不是 A 上的相容关系。

A $\{\langle 1,2\rangle,\langle 1,3\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 3,2\rangle\}\cup I_A$

B $\{\langle 2,5\rangle,\langle 2,6\rangle,\langle 4,2\rangle,\langle 4,6\rangle,\langle 6,2\rangle,\langle 6,4\rangle\}\cup I_A$

C $\{\langle 1,3\rangle,\langle 1,5\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 3,5\rangle,\langle 5,1\rangle,\langle 5,3\rangle\}\cup I_A$

D $\{\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,5\rangle,\langle 5,4\rangle,\langle 5,6\rangle,\langle 6,5\rangle\}\cup I_A$

15、设 R 为实数集，关系 $h=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=2x\}$，关系 $g=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=3x\}$，复合关系 $h^{-1}\circ g^{-1}$ 的值为（ ）。

A $\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=6x\}$ B $\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=5x\}$

C $\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=\frac{x}{6}\}$ D $\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in R,\ y=4x\}$

16、设 A={1,2,3,4,5}，双射 $f=\{\langle 1,5\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,2\rangle\}$，则 f^{2013} 的值为（ ）。

A $\{\langle 1,3\rangle,\langle 2,5\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,1\rangle\}$ B $\{\langle 1,5\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,2\rangle\}$

C $\{\langle 1,5\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,2\rangle\}$ D $\{\langle 1,3\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,2\rangle$

17、设 R 为实数集，定义* 运算如下：a*b=|a+b+ab|，则 * 运算满足（ ）。

A 结合律 B 幂等律 C 有幺元 D 交换律

18、下列运算中，（ ）运算关于整数集不构成半群。

A a * b=max(a,b) B a * b=b

C a * b=2ab D a * b=|a−b|

19、设群 $\langle N_6,+_6\rangle$，（ ）不是其子群。

A {0,2,4} B {0,1,5} C {0,3} D {0,1,2,3,4,5}

20、设 $\langle\{a, b, c\}, *\rangle$ 为代数系统，*运算如下：则零元为（ ）。

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	c

A a B b C c D 没有

二、（10 分）如果我离散数学考试没通过，那么我很伤心。如果我很伤心，我要么哭泣，要么不想说话。而我现在笑容满面，并且很想找人聊天。因此说明我的离散数学考试通过了。

要求：（1）翻译上述命题；

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。 2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。

合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2012～2013 学年第 2 学期 课程代码 1110052B 课程名称 离散数学 学分 2 课程性质：必修 □ 选修 □、限修 □ 考试形式：开卷 、闭卷

专业班级（教学班）2011 信管专业 考试日期 2013 年 4 月 29 日 命题教师 杨爱峰 系（所或教研室）主任审批签名

（2）用命题逻辑理论证明上述结论成立。

三、（10 分）已知命题公式$(P\vee Q)\to R$。

要求：（1）用等值演算方法求上述命题公式的主合取范式和主析取范式；

（2）用真值表方法求上述命题公式的主合取范式和主析取范式。

四、（10 分）设集合 A={a，b，c，d}上的关系 R={<a，b>，<b，a>，<b，c>，<c，d>}。

要求：（1）写出 R 的关系矩阵；

（2）画出 R 的关系图；

（3）求出 R 的自反闭包 r(R)、对称闭包 s(R)、传递闭包 t(R)。

五、（20 分）设 S={1，2，3，4，6，8，12}，"≤"为 S 上整除关系。

要求：（1）写出偏序的定义；

（2）写出盖住关系 cov(S)；

（3）画出偏序集<S,≤>的哈斯图；

（4）写出偏序集<S,≤>的极小元、最小元、极大元、最大元；

（5）写出 B={2, 4, 6}的最大元、最小元、上界、下界、上确界、下确界。

六、（10 分）设 R 为实数集，+为普通加法，•为普通乘法，<R，*>是一个代数系统，*是 R 上的一个二元运算，使得 $\forall x,y\in R$，都有 x*y=x+y+x•y。

要求：（1）证明<R，*>是独异点；

（2）写出群的定义，<R，*>是否是群？为什么？

离散习题+14年真题

一、填空题

1 设集合 A,B，其中 A＝{1,2,3}, B= {1,2}，则 A - B＝__________________；　　$\rho(A)-\rho(B)$＝

__________________．

2. 设有限集合 A, |A| = n, 则 $|\rho(A\times A)|$ = __________________.

3. 设集合 A = {a, b}, B = {1, 2}, 则从 A 到 B 的所有映射是__________________,

其中双射的是__________________.

4. 已知命题公式 $G=\neg(P\to Q)\wedge R$，则 G 的主析取范式是__________________

____

5.设G是完全二叉树，G有7个点，其中4个叶点，则G的总度数为________，分枝点数为__________.

6 设 A、B 为两个集合，A= {1,2,4}, B = {3,4}, 则从 A∩B＝__________________；　A∪B＝

__________________A−B＝

7. 设 R 是集合 A 上的等价关系，则 R 所具有的关系的三个特性是__________________,

__________________, __________________

8. 设命题公式 $G=\neg(P\to(Q\wedge R))$，则使公式 G 为真的解释有__________________,

__________________, __________________.

9. 设集合 A＝{1,2,3,4}, A 上的关系 R_1＝{(1,4),(2,3),(3,2)}, R_1＝{(2,1),(3,2),(4,3)}，则　　$R_1\bullet R_2$＝

__________________, $R_2\bullet R_1$＝__________________,　　R_1^2

＝__________________.

10. 设有限集 A, B，|A| = m, |B| = n, 则 $|\rho(A\times B)|$＝__________________.

11 设 A,B,R 是三个集合，其中 R 是实数集，A = {x | -1≤x≤1, x∈R}, B = {x | 0≤x < 2, x∈R},则 A-B =

__________________, B-A＝__________________,

A∩B＝ __________________, .

13. 设集合 A＝{2, 3, 4, 5, 6}，R 是 A 上的整除，则 R 以集合形式(列举法)记为__________

__________________.

14. 设一阶逻辑公式 $G=\forall xP(x)\to\exists xQ(x)$，则 G 的前束范式是__________________.

15.设 G 是具有 8 个顶点的树，则 G 中增加__________条边才能把 G 变成完全图。

16. 设谓词的定义域为{a, b},将表达式$\forall xR(x)\to\exists xS(x)$中量词消除，写成与之对应的命题公式是

__________________.

17. 设集合 A＝{1, 2, 3, 4}，A 上的二元关系 R＝{(1,1),(1,2),(2,3)}, S＝{(1,3),(2,3),(3,2)}。则 R·S＝

__________________,

$R^2=$____.

二、选择题

1 设集合 A={2,{a},3,4}，B = {{a},3,4,1}，E 为全集，则下列命题正确的是(　　)。

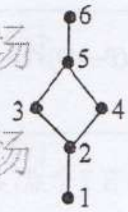
(A){2}∈A　(B){a}⊆A　(C)∅⊆{{a}}⊆B⊆E　(D){{a},1,3,4}⊂B.

2 设集合 A={1,2,3},A 上的关系 R={(1,1),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)}，则 R 不具备(　　).

(A)自反性　(B)传递性　(C)对称性　(D)反对称性

3 设半序集(A,≤)关系≤的哈斯图如下所示，若 A 的子集 B = {2,3,4,5},则元素 6 为 B 的(　　)。

(A)下界　(B)上界　(C)最小上界　(D)以上答案都不对



4 下列语句中，(　　)是命题。

(A)请把门关上　(B)地球外的星球上也有人

(C)x + 5 > 6　(D)下午有会吗？

5 设 I 是如下一个解释：D={a,b},

P(a,a)	P(a,b)	P(b,a)	P(b,b)
1	0	1	0

则在解释 I 下取真值为 1 的公式是(　　).

(A)∃x∀yP(x,y)　(B)∀x∀yP(x,y)　(C)∀xP(x,x)　(D)∀x∃yP(x,y).

6. 若供选择答案中的数值表示一个简单图中各个顶点的度，能画出图的是(　　).

(A)(1,2,2,3,4,5)　(B)(1,2,3,4,5,5)　(C)(1,1,1,2,3)　(D)(2,3,3,4,5,6).

7. 设 G、H 是一阶逻辑公式，P 是一个谓词，G＝∃xP(x), H＝∀xP(x),则一阶逻辑公式 G→H 是(　　).

(A)恒真的　(B)恒假的　(C)可满足的　(D)前束范式.

8 设命题公式 G＝¬(P→Q)，H＝P→(Q→¬P)，则 G 与 H 的关系是(　　)。

(A)G⇒H　(B)H⇒G　(C)G＝H　(D)以上都不是.

9 设 A, B 为集合，当(　　)时 A－B＝B.

(A)A＝B　(B)A⊆B　(C)B⊆A　(D)A＝B＝∅.

10 设集合 A = {1,2,3,4}, A 上的关系 R＝{(1,1),(2,3),(2,4),(3,4)}，则 R 具有(　　)。

(A)自反性　(B)传递性　(C)对称性　(D)以上答案都不对

11 下列关于集合的表示中正确的为(　　)。

(A){a}∈{a,b,c}　(B){a}⊆{a,b,c}　(C)∅∈{a,b,c}　(D){a,b}∈{a,b,c}

12 命题∀xG(x)取真值 1 的充分必要条件是(　　).

(A) 对任意 x，G(x)都取真值 1.　(B)有一个 x_0，使 $G(x_0)$取真值 1.

(C)有某些 x，使 $G(x_0)$取真值 1.　(D)以上答案都不对.

13. 设 G 是连通平面图，有 5 个顶点，6 个面，则 G 的边数是(　　).

(A) 9 条　(B) 5 条　(C) 6 条　(D) 11 条.

14. 设 G 是 5 个顶点的完全图，则从 G 中删去(　　)条边可以得到树.

(A)6　(B)5　(C)10　(D)4.

15. 设图 G 的相邻矩阵为 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，则 G 的顶点数与边数分别为(　　).

(A)4, 5　(B)5, 6　(C)4, 10　(D)5, 8.

三、计算证明题

1.设集合 A＝{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12}，R 为整除关系。

(1) 画出半序集(A,R)的哈斯图；

(2) 写出 A 的子集 B = {3,6,9,12}的上界，下界，最小上界，最大下界；

(3) 写出 A 的最大元，最小元，极大元，极小元。

2. 设集合 A＝{1, 2, 3, 4}，A 上的关系 R＝{(x,y) | x, y∈A 且 x ≥ y}，求
   (1) 画出 R 的关系图；
   (2) 写出 R 的关系矩阵.

3. 设 R 是实数集合，σ,τ,φ是 R 上的三个映射，σ(x) = x+3, τ(x) = 2x, φ(x) ＝ x/4,试求复合映射σ•τ，σ•σ, σ•φ, φ•τ，σ•φ•τ.

4. 设 I 是如下一个解释：D = {2, 3},

a	b	$f(2)$	$f(3)$	$P(2,2)$	$P(2,3)$	$P(3,2)$	$P(3,3)$
3	2	3	2	0	0	1	1

试求 (1) $P(a,f(a))\wedge P(b,f(b))$;

(2) $\forall x\exists y\, P(y,x)$.

5. 设集合 A＝{1, 2, 4, 6, 8, 12}，R 为 A 上整除关系。
   (1) 画出半序集(A,R)的哈斯图；
   (2) 写出 A 的最大元，最小元，极大元，极小元；
   (3) 写出 A 的子集 B = {4, 6, 8, 12}的上界，下界，最小上界，最大下界.

6. 设命题公式 G = ¬(P→Q)∨(Q∧(¬P→R))，求 G 的主析取范式。

7. (9 分)设一阶逻辑公式：$G=(\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\rightarrow\forall xR(x)$，把 G 化成前束范式.

9. 设 R 是集合 A = {a, b, c, d}. R 是 A 上的二元关系, R = {(a,b), (b,a), (b,c), (c,d)},

   (1) 求出 r(R), s(R), t(R)；

   (2) 画出 r(R), s(R), t(R)的关系图.

11. 通过求主析取范式判断下列命题公式是否等价：
   (1) G = (P∧Q)∨(¬P∧Q∧R)
   (2) H = (P∨(Q∧R))∧(Q∨(¬P∧R))

13. 设 R 和 S 是集合 $A=\{a, b, c, d\}$上的关系，其中 $R=\{(a,a),(a,c),(b,c),(c,d)\}$， $S=\{(a,b),(b,c),(b,d),(d,d)\}$.

   (1) 试写出 R 和 S 的关系矩阵；

   (2) 计算 $R\bullet S, R\cup S, R^{-1}, S^{-1}\bullet R^{-1}$.

四、证明题

1. 利用形式演绎法证明：$\{P\rightarrow Q, R\rightarrow S, P\vee R\}$蕴涵 $Q\vee S$。

2. 设 A,B 为任意集合，证明：(A-B)-C = A-(B∪C).

3. (本题 10 分)利用形式演绎法证明：{¬A∨B, ¬C→¬B, C→D}蕴涵 A→D。

4. (本题 10 分)A, B 为两个任意集合，求证：

   A－(A∩B) = (A∪B)－B .

参考答案

一、填空题

1. {3}; {{3},{1,3},{2,3},{1,2,3}}.

2. 2^{n^2}.

3. α_1= {(*a*,1), (*b*,1)}, α_2= {(*a*,2), (*b*,2)}, α_3= {(*a*,1), (*b*,2)}, α_4= {(*a*,2), (*b*,1)}; α_3, α_4.

4. (P∧¬Q∧R).

5. 12, 3.

6. {4}, {1, 2, 3, 4}, {1, 2}.

7. 自反性；对称性；传递性.

8. (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0).

9. {(1,3),(2,2),(3,1)}; {(2,4),(3,3),(4,2)}; {(2,2),(3,3)}.

10. $2^{m\times n}$.

11. {x | -1≤x < 0, x∈R}; {x | 1 < x < 2, x∈R}; {x | 0≤x≤1, x∈R}.

12. 12; 6.

13. {(2, 2),(2, 4),(2, 6),(3, 3),(3, 6),(4, 4),(5, 5),(6, 6)}.

14. ∃x(¬P(x)∨Q(x)).

15. 21.

16. (R(a)∧R(b))→(S(a)∨S(b)).

17. {(1, 3),(2, 2)}; {(1, 1),(1, 2),(1, 3)}.

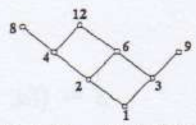
二、选择题

5.	C.	2.	D.	3.	B.	4.	B.	5.	D.
6.	C.	7.	C.	8.	A.	9.	D.	10.	B.
11.	B.	12.	C.	13.	A.	14.	A.	15.	D

三、计算证明题

1.

(1)

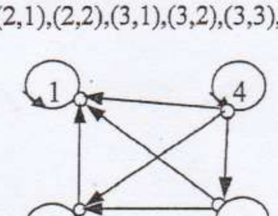


(2) B 无上界，也无最小上界。下界 1, 3；最大下界是 3.

(3) A 无最大元，最小元是 1，极大元8, 12, 90±；极小元是 1.

2. R = {(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)}.

(1)



(2) $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. (1)$\sigma\bullet\tau=\sigma(\tau(x))=\tau(x)+3=2x+3=2x+3$.

(2)$\sigma\bullet\sigma=\sigma(\sigma(x))=\sigma(x)+3=(x+3)+3=x+6$,

(3)$\sigma\bullet\varphi=\sigma(\varphi(x))=\varphi(x)+3=x/4+3$,

(4)$\varphi\bullet\tau=\varphi(\tau(x))=\tau(x)/4=2x/4=x/2$,

(5)$\sigma\bullet\varphi\bullet\tau=\sigma\bullet(\varphi\bullet\tau)=\varphi\bullet\tau+3=2x/4+3=x/2+3$.

4. (1) $P(a,f(a))\wedge P(b,f(b))=P(3,f(3))\wedge P(2,f(2))$

$=P(3,2)\wedge P(2,3)$

$=1\wedge 0$

$=0$.

(2) $\forall x\exists y\, P(y,x)=\forall x\,(P(2,x)\vee P(3,x))$

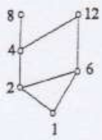
$=(P(2,2)\vee P(3,2))\wedge(P(2,3)\vee P(3,3))$

$=(0\vee 1)\wedge(0\vee 1)$

$=1\wedge 1$

$=1$.

5. (1)



(2) 无最大元，最小元 1，极大元 8, 12; 极小元是 1.

(3) B 无上界，无最小上界。下界 1, 2; 最大下界 2.

6. $G=\neg(P\to Q)\vee(Q\wedge(\neg P\to R))$

$=\neg(\neg P\vee Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$=(P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge(P\vee R))$

$=(P\wedge\neg Q)\vee(Q\wedge P)\vee(Q\wedge R)$

$=(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=m_3\vee m_4\vee m_5\vee m_6\vee m_7=\Sigma(3,4,5,6,7)$.

7. $G=(\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\to\forall xR(x)$

$=\neg(\forall xP(x)\vee\exists yQ(y))\vee\forall xR(x)$

$=(\neg\forall xP(x)\wedge\neg\exists yQ(y))\vee\forall xR(x)$

$=(\exists x\neg P(x)\wedge\forall y\neg Q(y))\vee\forall zR(z)$

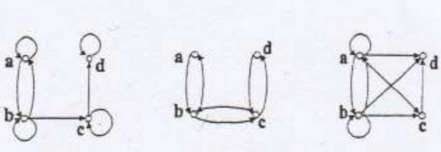
$=\exists x\forall y\forall z((\neg P(x)\wedge\neg Q(y))\vee R(z))$

9. (1) $r(R)=R\cup I_A=\{(a,b),(b,a),(b,c),(c,d),(a,a),(b,b),(c,c),(d,d)\}$,

$s(R)=R\cup R^{-1}=\{(a,b),(b,a),(b,c),(c,b)\ (c,d),(d,c)\}$,

$t(R)=R\cup R^2\cup R^3\cup R^4=\{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,a),(b,b),(b,c),(b,d),(c,d)\}$;

(2)关系图:



r(R) s(R) t(R)

11. $G=(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=m_6\vee m_7\vee m_3$

$=\sum(3,6,7)$

$H=(P\vee(Q\wedge R))\wedge(Q\vee(\neg P\wedge R))$

$=(P\wedge Q)\vee(Q\wedge R))\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)$

$=(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$

$=m_6\vee m_3\vee m_7$

$=\sum(3,6,7)$

G,H 的主析取范式相同，所以 G=H.

13. (1) $M_R=\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$ $M_S=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$

(2) $R\cdot S=\{(a,b),(c,d)\}$,

$R\cup S=\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(d,d)\}$,

$R^{-1}=\{(a,a),(c,a),(c,b),(d,c)\}$,

$S^{-1}\cdot R^{-1}=\{(b,a),(d,c)\}$.

四 证明题

1. 证明：$\{P\to Q, R\to S, P\vee R\}$蕴涵 $Q\vee S$

(1)	$P\vee R$	P
(2)	$\neg R\to P$	Q(1)
(3)	$P\to Q$	P
(4)	$\neg R\to Q$	Q(2)(3)
(5)	$\neg Q\to R$	Q(4)
(6)	$R\to S$	P
(7)	$\neg Q\to S$	Q(5)(6)
(8)	$Q\vee S$	Q(7)

2. 证明：$(A-B)-C=(A\cap\sim B)\cap\sim C$

$=A\cap(\sim B\cap\sim C)$

$=A\cap\sim(B\cup C)$

$=A-(B\cup C)$

3. 证明：$\{\neg A\vee B,\ \neg C\to\neg B,\ C\to D\}$蕴涵 $A\to D$

(1)	A	D(附加)
(2)	$\neg A\vee B$	P
(3)	B	Q(1)(2)
(4)	$\neg C\to\neg B$	P
(5)	$B\to C$	Q(4)
(6)	C	Q(3)(5)
(7)	$C\to D$	P
(8)	D	Q(6)(7)
(9)	$A\to D$	D(1)(8)

所以 $\{\neg A\vee B,\ \neg C\to\neg B,\ C\to D\}$蕴涵 $A\to D$.

4. 证明：$A-(A\cap B)$

$=A\cap\sim(A\cap B)$

$=A\cap(\sim A\cup\sim B)$

$=(A\cap\sim A)\cup(A\cap\sim B)$

$=\varnothing\cup(A\cap\sim B)$

$=(A\cap\sim B)$

$=A-B$

而 $(A\cup B)-B$

$=(A\cup B)\cap\sim B$

$=(A\cap\sim B)\cup(B\cap\sim B)$

$=(A\cap\sim B)\cup\varnothing$

$=A-B$

所以：$A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$.