Université de Genève
Mathématiques I
Mucyo Karemera

GSI
Printemps 2021
Série 9

Exercise 1:

1. Sachant que $(0,0)$ est un point critique de $f(x,y) = x^3 + y^3$, le calcul du discriminant $D(0,0)$ est-il concluant pour déterminer sa nature (i.e., min, max ou point-selle)?

   ☐ oui

   ☐ non

2. On considère la fonction $f(x,y) = \ln(1 + x^2y^2)$. Combien y a-t-il de points critiques?

   ☐ 0

   ☐ 2

   ☐ 4

   ☐ une infinité

   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'expression du Lagrangien de la fonction $f(x,y) = (x+1)^2 + y^2$ sous la contrainte $x^2 + 4y^2 = 16$?

   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (\lambda - 1)x^2 + (1 + 4\lambda)y^2 + 2x - 16\lambda + 1$

   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (1 - \lambda)x^2 + (1 - 4\lambda)y^2 + 2x + 16\lambda + 1$

   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (\lambda - 1)x^2 + (4\lambda - 1)y^2 + 2x - 16\lambda + 1$

   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = -\lambda(x^2 + 4y^2 - 16) + y^2 + x^2 + 2x + 1$

   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

4. On considère la fonction $f(x,y) = x^2y^3$ sous la contrainte $x + y = 5$. Combien y a-t-il de points critiques?

   ☐ 1

   ☐ 2

   ☐ 3

   ☐ 4

   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. La fonction $f(x,y) = x^2 - 3y^2$ sous la contrainte $x + 2y = 1$ possède

   ☐ un minimum sous contrainte

   ☐ un maximum sous contrainte

   ☐ un minimum sous contrainte et un maximum sous contrainte

   ☐ un minimum sous contrainte et deux maximum sous contrainte

   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Quels sont les points critiques de $f(x,y) = 81x^2 + y^2$ sous la contrainte $4x^2 + y^2 = 9$

   ☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$; $(-3, 0)$; $(3, 0)$,

   ☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$; $(0, -3)$; $(0, 3)$,

- ☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$,
- ☐ $(-3, 0)$; $(3, 0)$,
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercise 2:

Déterminer les points critiques sous contraintes les fonctions données aux questions 3 et 4 du qcm. Quelles est leur nature?