Université de Genève	GSI
Mathématiques I	Printemps 2021
Mucyo Karemera	**Série 5**

Exercise 1:

1. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation de la tangente $t_{x_0}(x)$ de la fonction $f(x) = (1+x)^{-1}$ au point $x_0 = 0$?
   - ☐ $-x$
   - ☐ $1+x$
   - ☐ $1-x$
   - ☐ $x-1$
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

2. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation de la tangente $t_{x_0}(x)$ de la fonction $f(x) = (1+x)^5$ au point $x_0 = -2$?
   - ☐ $-2x$
   - ☐ $5x+9$
   - ☐ $5x-11$
   - ☐ $5x-9$
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. On considère la fonction $f(x) = \sqrt{1+x}$. Quelle valeur approximative de $f(3.1)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{x_0}(3.1)$ au point $x_0 = 3$?
   - ☐ 2.125
   - ☐ 2.0125
   - ☐ 2.025
   - ☐ 2.25
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

4. On considère la fonction $f(x) = \sqrt{6x-8}$. Quelle valeur approximative de $f(1.9)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{x_0}(1.9)$ au point $x_0 = 2$?
   - ☐ 1.975
   - ☐ 1.844
   - ☐ 1.75
   - ☐ 1.85
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. Quel est le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $f(x) = e^{3x}$ au voisinage de $x_0 = 0$?
   - ☐ $1 + 6x + \frac{3x^2}{2}$
   - ☐ $1 + 3x + \frac{9x^2}{2}$
   - ☐ $1 + 3x + 9x^2$
   - ☐ $1 + 3x + \frac{9}{2}x^2$
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Quel est le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $f(x) = e^{x+1}$ au voisinage de $x_0 = -1$?

   ☐ $1 + (x-1) + \frac{1}{2}(x-1)^2$
   ☐ $1 + (x+1) + \frac{1}{2}(x+1)^2$
   ☐ $1 + (1-x) + \frac{1}{2}(1-x)^2$
   ☐ $1 + (x+1) + \dfrac{x^2+2x+1}{2}$
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

7. En utilisant la différentielle, approximer la variation de la fonction $f(x) = \ln(x)$ lorsque x varie entre 1 et 1.1 (poser $x_0 = 1$).

   ☐ $\dfrac{1}{10}$
   ☐ 0.001
   ☐ $\ln(0.1)$
   ☐ 0.1
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

8. En utilisant la différentielle, approximer la variation de la fonction $f(x) = x^{20}$ lorsque x varie entre 1 et 1.01 (poser $x_0 = 1$).

   ☐ 0.02
   ☐ 0.002
   ☐ 2
   ☐ 0.2
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

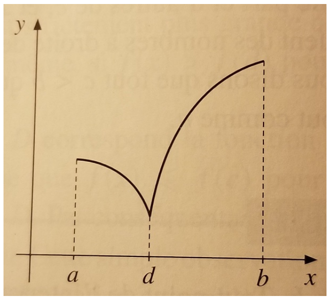
9. On considère la fonction $f(x) = \sqrt[3]{x}$ et l'approximation linéaire $t_{x_0}(x)$ en un point x_0. Quelle valeur de x_0 donne la meilleure approximation $t_{x_0}(400)$ de $f(400)$?

   ☐ $x_0 = 7^3$
   ☐ $x_0 = 8^3$
   ☐ $x_0 = 9^3$
   ☐ $x_0 = 10^3$
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

10. Quel argument garantit que la fonction $f(x) = |x^2 + x - 2|$ définie sur $[-3, 3]$ atteint son minimum?

    ☐ cette fonction possède un point critique dans l'intervalle $[-3, 3]$,
    ☐ cette fonction est continue et définie sur un compact,
    ☐ ça paraît assez clair, non?
    ☐ Aucune des réponses ci-dessus

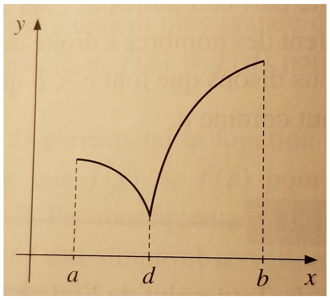
11. Le minimum du graphe suivant est-il un point critique ?



☐ Oui

☐ Non

12. En supposant que le graphe ci-dessous correspond à une fonction définie uniquement sur l'intervalle $]\, a, b\, [$. Peut-on conclure que cette fonction atteint son maximum?



☐ Oui

☐ Non

13. On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 1$. Combien de points critiques possède-t-elle ?

☐ 0

☐ 1

☐ 2

☐ 4

☐ Aucune des réponses ci-dessus

14. Les points critiques de $f(x) = 2x^3 - 24x + 5$ définis sur $]-5, 5\,[$ sont

☐ -2, 0 et 2

☐ 1, 2 et 3

☐ -2 et 2

☐ -5 et 5

☐ Aucune des réponses ci-dessus

15. Les extrema (globaux et locaux) de $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ définis sur $[-5, 5]$ sont

   ☐ -1, -5 et 5
   ☐ 1, -5 et 5
   ☐ 1, 2 et 3
   ☐ -2, -5 et 5
   ☐ -5 et 5
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercise 2:

Calculer le développement de Taylor à l'ordre 4 au voisinage de $x_0 = 0$ pour les fonctions suivantes:

1. $f(x) = 6x^3 + 2x - 4$
2. $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$

Exercise 3:

Les fonctions suivantes admettent-elles des extrema locaux ? Si oui, quels sont-ils ? Lesquels sont des extrema globaux ?

1. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
2. $g(x) = x^2 - 2x - 3$ définie sur l'intervalle $[-2, 3]$.
3. $h(x) = |x^2 - 1|$ définie sur l'intervalle $[-2, 2]$.
4. $k(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 20x + 2$ définie sur $\mathbb{R}_+$.