

Exercise 1:

1. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation de la tangente $t_{x_0}(x)$ de la fonction $f(x) = (1+x)^{-1}$ au point $x_0 = 0$?
 - ☐ $-x$
 - ☐ $1+x$
 - ☐ $1-x$
 - ☐ $x-1$
 - ☐ Aucune des réponses ci-dessus
2. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation de la tangente $t_{x_0}(x)$ de la fonction $f(x) = (1+x)^5$ au point $x_0 = -2$?
 - ☐ $-2x$
 - ☐ $5x+9$
 - ☐ $5x-11$
 - ☐ $5x-9$
 - ☐ Aucune des réponses ci-dessus
3. On considère la fonction $f(x) = \sqrt{1+x}$. Quelle valeur approximative de $f(3.1)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{x_0}(3.1)$ au point $x_0 = 3$?
 - ☐ 2.125
 - ☐ 2.0125
 - ☐ 2.025
 - ☐ 2.25
 - ☐ Aucune des réponses ci-dessus
4. On considère la fonction $f(x) = \sqrt{6x-8}$. Quelle valeur approximative de $f(1.9)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{x_0}(1.9)$ au point $x_0 = 2$?
 - ☐ 1.975
 - ☐ 1.844
 - ☐ 1.75
 - ☐ 1.85
 - ☐ Aucune des réponses ci-dessus
5. Quel est le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $f(x) = e^{3x}$ au voisinage de $x_0 = 0$?
 - ☐ $1+6x+\frac{3x^2}{2}$
 - ☐ $1+3x+\frac{9x^2}{2}$
 - ☐ $1+3x+9x^2$
 - ☐ $1+3x+\frac{9}{2}x^2$
 - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Quel est le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $f(x) = e^{x+1}$ au voisinage de $x_0 = -1$?

- ☐ $1 + (x - 1) + \frac{1}{2}(x - 1)^2$
- ☐ $1 + (x + 1) + \frac{1}{2}(x + 1)^2$
- ☐ $1 + (1 - x) + \frac{1}{2}(1 - x)^2$
- ☐ $1 + (x + 1) + \frac{x^2 + 2x + 1}{2}$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

7. En utilisant la différentielle, approximer la variation de la fonction $f(x) = \ln(x)$ lorsque x varie entre 1 et 1.1 (poser $x_0 = 1$).

- ☐ $\frac{1}{10}$
- ☐ 0.001
- ☐ $\ln(0.1)$
- ☐ 0.1
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

8. En utilisant la différentielle, approximer la variation de la fonction $f(x) = x^{20}$ lorsque x varie entre 1 et 1.01 (poser $x_0 = 1$).

- ☐ 0.02
- ☐ 0.002
- ☐ 2
- ☐ 0.2
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

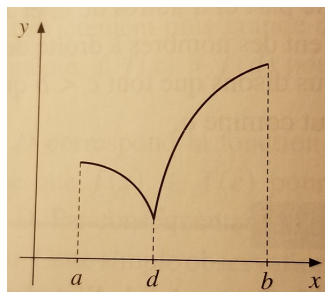
9. On considère la fonction $f(x) = \sqrt[3]{x}$ et l'approximation linéaire $t_{x_0}(x)$ en un point x_0 . Quelle valeur de x_0 donne la meilleure approximation $t_{x_0}(400)$ de $f(400)$?

- ☐ $x_0 = 7^3$
- ☐ $x_0 = 8^3$
- ☐ $x_0 = 9^3$
- ☐ $x_0 = 10^3$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

10. Quel argument garantit que la fonction $f(x) = |x^2 + x - 2|$ définie sur $[-3, 3]$ atteint son minimum?

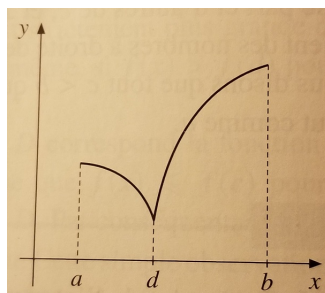
- ☐ cette fonction possède un point critique dans l'intervalle $[-3, 3]$,
- ☐ cette fonction est continue et définie sur un compact,
- ☐ ça paraît assez clair, non?
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

11. Le minimum du graphe suivant est-il un point critique ?



- ☐ Oui
☐ Non

12. En supposant que le graphe ci-dessous correspond à une fonction définie uniquement sur l'intervalle $]a, b[$. Peut-on conclure que cette fonction atteint son maximum?



- ☐ Oui
☐ Non

13. On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 1$. Combien de points critiques possède-t-elle ?

- ☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 4
☐ Aucune des réponses ci-dessus

14. Les points critiques de $f(x) = 2x^3 - 24x + 5$ définis sur $] -5, 5[$ sont

- ☐ -2, 0 et 2
☐ 1, 2 et 3
☐ -2 et 2
☐ -5 et 5

☐ Aucune des réponses ci-dessus

15. On considère la fonction $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ définie sur $[-5, 5]$. Cochez ce qui est vrai:

☐ -1 est minimum local

☐ 5 est un maximum global

☐ 1 est un maximum local

☐ -5 est un minimum global

☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercice 2:

Calculer le développement de Taylor à l'ordre 4 au voisinage de $x_0 = 0$ des fonctions suivantes:

1. $f(x) = 6x^3 + 2x - 4$

2. $f(x) = \frac{1}{1+x}$

Exercice 3:

Les fonctions suivantes admettent-elles des extrema locaux ? Si oui, quels sont-ils ? Lesquels sont des extrema globaux ?

1. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

2. $g(x) = x^2 - 2x - 3$ définie sur l'intervalle $[-2, 3]$.

3. $h(x) = |x^2 - 1|$ définie sur l'intervalle $[-2, 2]$.

4. $k(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 20x + 2$ définie sur \mathbb{R}_+ .