

Exercice 1:

1. On considère les problèmes d'optimisation sous contrainte suivants qu'on résout par la méthode de Lagrange. Lesquels reviennent à résoudre un système d'équation linéaire?

- ☐ $f(x, y) = x^2 y^3$ sous la contrainte $x + y = 5$
☒ $f(x, y) = x^2 + y$ sous la contrainte $x + y = 5$
☒ $f(x, y) = xy$ sous la contrainte $x + y = 5$
☒ $f(x, y) = y - 5xy + 3$ sous la contrainte $x + y = 5$
☐ Aucune des réponses ci-dessus

2. On considère le système linéaire suivant

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_1 - 4x_2 = 6 \end{cases}$$

Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond à la solution?

- ☐ $\mathcal{S} = \{(9/5, 16/5)\}$
☐ $\mathcal{S} = \{(16/10, 9/5)\}$
☐ $\mathcal{S} = \{(9/10, 16/5)\}$
☒ $\mathcal{S} = \{(16/5, 9/10)\}$
☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. On considère le système linéaire suivant

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x_1 - \frac{3}{2}x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - 5x_2 - \frac{1}{4}x_3 = 8 \\ 7x_1 - 26x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Parmi les propositions suivantes, laquelle correspond à la solution ou aux solutions du système?

- ☐ $\mathcal{S} = \{(2, -1, 3/4)\}$
☐ $\mathcal{S} = \{(s, -s, \frac{-48-36s}{19}) \mid s \in \mathbb{R}\}$
☐ $\mathcal{S} = \{(s, \frac{-48-36s_1}{19}, -s) \mid x_1 \in \mathbb{R}\}$
☐ $\mathcal{S} = \{(s_1, s_2, \frac{-48s_1-36s_2}{19}) \mid s_1, s_2 \in \mathbb{R}\}$
☒ Aucune des réponses ci-dessus

4. On considère la matrice suivante

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \end{pmatrix}$$

Quelles sont ses dimensions ?

- ☐ $4 \times n$
- ☒ $n \times 4$
- ☐ 4×4
- ☐ $n \times n$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. On considère la matrice $A = (a_{i,j})_{1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 3}$, où $a_{i,j} = ij - 2j + i^2$, $\forall i \in \{1, 2\}$ et $\forall j \in \{1, 2, 3\}$. Quelles sont les égalités correctes?

- ☒ $a_{1,3} = -2$
- ☐ $a_{2,3} = 3$
- ☒ $a_{2,1} = a_{2,2}$
- ☐ $a_{1,1} = 1$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Déterminer le rang de la matrice suivante

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

- ☐ 1
- ☒ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercice 2:

Déterminer les solutions, s'il y en a, des systèmes linéaires suivantes:

1.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -10 \end{cases}$$

1. Le système admet une unique solution : $(-\frac{1}{9}, -\frac{5}{9}, \frac{11}{9})$.
2. Le système admet une unique solution : $(\frac{11}{2}, 8, \frac{13}{2})$.
3. Le système admet une unique solution : $(1, 2, 3)$.