Exercise 1:
Cochez la(les) bonne(s) réponse(s):

1. L'ensemble des nombres entiers plus petit ou égal à 2 peut s'écrire
   - ☐ $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq 2\}$
   - ☐ $\{y \in \mathbb{Z} | x \leq 2\}$
   - ☐ $\{y \in \mathbb{Z} | y \leq 2\}$
   - ☐ $\{x \leq 2\}$
2. On sait que $\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z},\, q \in \mathbb{Z}, \text{ tel que } q \neq 0 \right\}$. A-t-on aussi:
   - ☐ $\mathbb{Q} = \left\{ y = \frac{a}{b} \middle| a \in \mathbb{Z},\, b \in \mathbb{Z}, \text{ tel que } b \neq 0 \right\}$
   - ☐ $\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z},\, q \in \mathbb{N}, \text{ tel que } q \neq 0 \right\}$
   - ☐ $\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z},\, q \in \mathbb{Z}^* \right\}$
   - ☐ $\mathbb{Q} = \left\{ x = \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbb{Z},\, q \in \mathbb{R}, \text{ tel que } q \neq 0 \right\}$
3. Comment peut-on traduire, pas nécessairement littéralement, que : $\pi \notin \mathbb{Q}$
   - ☐ $\forall x, y \in \mathbb{Z},\, \pi \neq \frac{x}{y}$.
   - ☐ $\forall x, y \in \mathbb{Z},\, \pi \neq \frac{y}{x}$.
   - ☐ $\forall x, y \in \mathbb{Z},\, y\pi \neq x$.
4. Quelle(s) phrase(s) transcrivent (i.e. traduisent littéralement) :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, xy = yx.$$

   - ☐ Pour tout x et pour tout y, le produit xy égal le produit yx.
   - ☐ il existe x appartenant à $\mathbb{R}$ et pour tout y appartenant à $\mathbb{R}$, le produit xy égal le produit yx.
   - ☐ Pour tout y appartenant à $\mathbb{R}$ et pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, le produit xy égal le produit yx.
   - ☐ Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ et pour tout y appartenant à $\mathbb{R}$, le produit xy égal le produit yx.
5. Quelle(s) phrase(s) transcrivent (i.e. traduisent littéralement) :

$$\exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z} \text{ tel que } 0.246 = \frac{x}{y}.$$

   - ☐ Il existe deux entiers naturel x et y tel que 0.246 égale $\frac{x}{y}$.

- ☐ Il existe un entier naturel x et un entier relatif y tel que 0.246 égale $\frac{x}{y}$.
- ☐ Il existe un entier relatif x et un entier relatif y tel que 0.246 égale $\frac{x}{y}$.
- ☐ Il n'existe qu'un seul entier naturel x et un seul entier relatif y tel que 0.246 égale $\frac{x}{y}$.

6. ☐ $\{1\}$ est un nombre,
   - ☐ $\{1\}$ est un ensemble,
   - ☐ $\{1\}$ est un nombre et ensemble,
   - ☐ $\{1\}$ n'est rien de tout ça.

7. Supposons que $x = \frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Q}$ et $b \in \mathbb{Q}^*$. Peut-on conclure que $x \in \mathbb{Q}$?
   - ☐ Vrai
   - ☐ Faux

8. Supposons que $x = \frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Q}$ et $b \in \mathbb{R}^*$. Peut-on conclure que $x \notin \mathbb{Q}$?
   - ☐ Vrai
   - ☐ Faux

9. Supposons que $x \in \mathbb{Q}$. Peut-on conclure que $\sqrt{x} \in \mathbb{R}$?
   - ☐ Vrai
   - ☐ Faux

10. Supposons que $x \in \mathbb{Q}$. Peut-on conclure que $x^2 \in \mathbb{R}$?
    - ☐ Vrai
    - ☐ Faux

11. $\mathbb{R} = \left\{ x = \dfrac{p}{q} \,\middle|\, p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{R},\ \text{tel que } q \neq 0 \right\}$?
    - ☐ Vrai
    - ☐ Faux

12. $0 = \left\{ x = \dfrac{p}{q} \,\middle|\, p = 0,\ q \in \mathbb{R},\ \text{tel que } q \neq 0 \right\}$?
    - ☐ Vrai
    - ☐ Faux

13. $\{0\} = \left\{ x = \dfrac{p}{q} \,\middle|\, p = 0,\ q \in \mathbb{R},\ \text{tel que } q \neq 0 \right\}$?
    - ☐ Vrai
    - ☐ Faux

14. Supposons que $r = 2y + 1$ avec $y \in \mathbb{N}$. Peut-on conclure que r est un entier impair?
    - ☐ Vrai

☐ Faux

15. Supposons que $r = 2y + 1$ avec $x \in \mathbb{N}$. Peut-on conclure que y est un entier?

    ☐ Vrai

    ☐ Faux

16. Supposons que $r^2 = 2y^2$ avec $r \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$. Peut-on conclure que r est un entier pair?

    ☐ Vrai

    ☐ Faux

17. Supposons que $r^2 = 2y^2$ avec $r \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$. Peut-on conclure que y est un entier pair?

    ☐ Vrai

    ☐ Faux

Exercise 2:
Supposons qu'il existe un nombre $S \in \mathbb{R}$ tel que

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + ...$$

Montrer que $S = \frac{1}{2}$.

Indication: Que vaut $1 - S$?

Exercise 3:
Démontrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.