Regressão Linear Simples

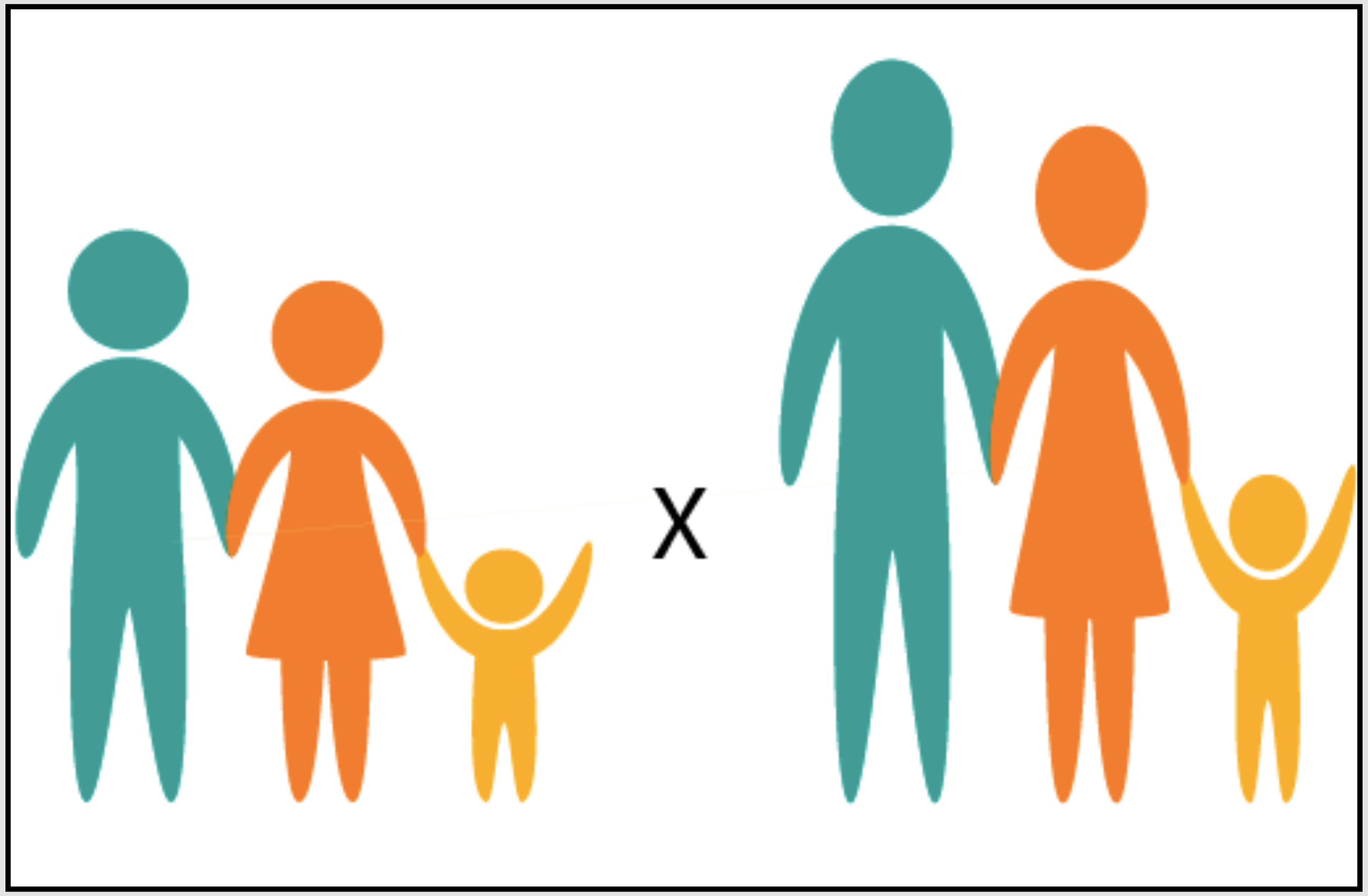
Semana Temática da Biologia (USP) - 2016

Problema

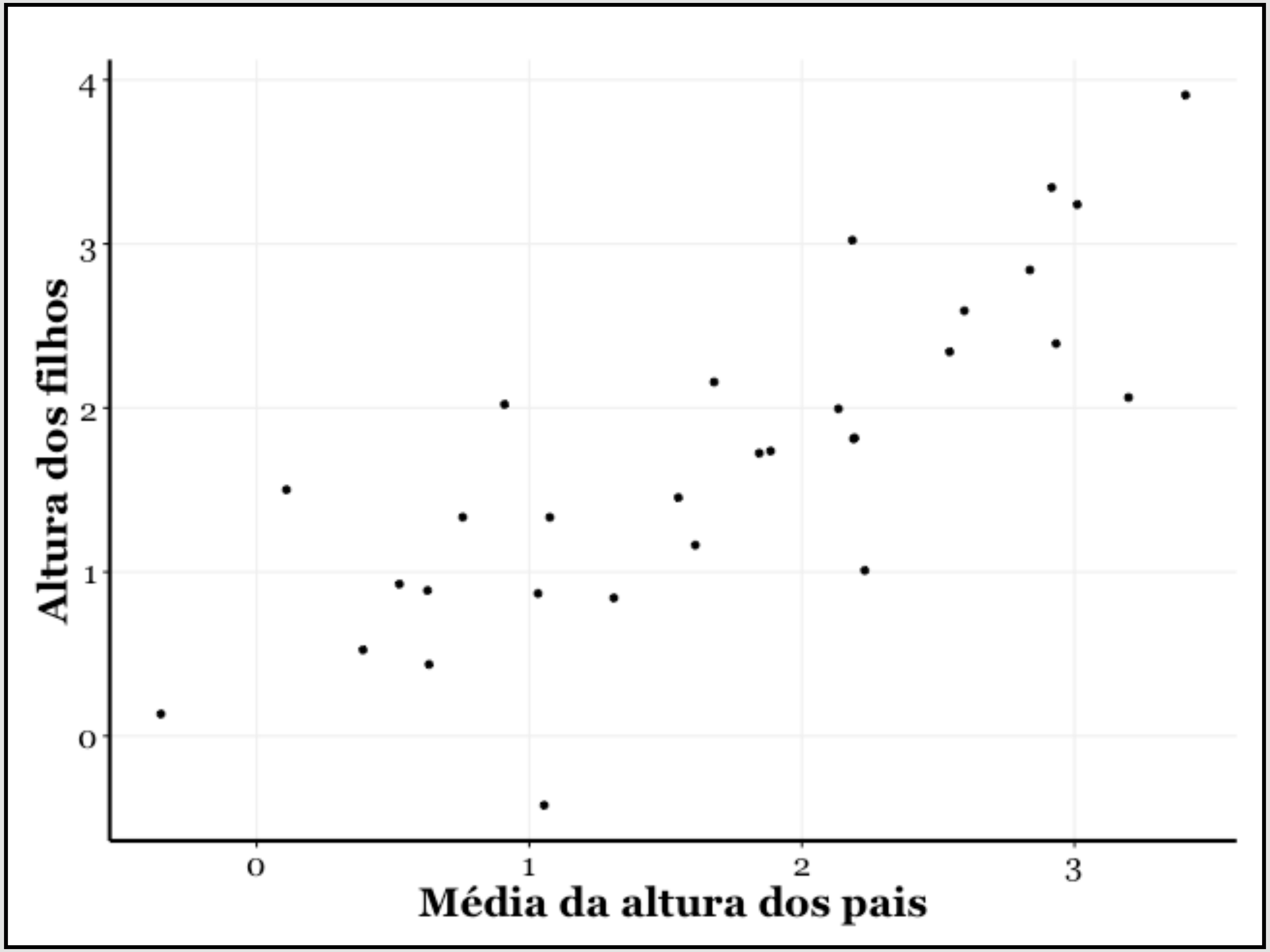
- Existe relação entre a altura dos pais e a altura dos filhos?

Problema

- Existe relação entre a altura dos pais e a altura dos filhos?



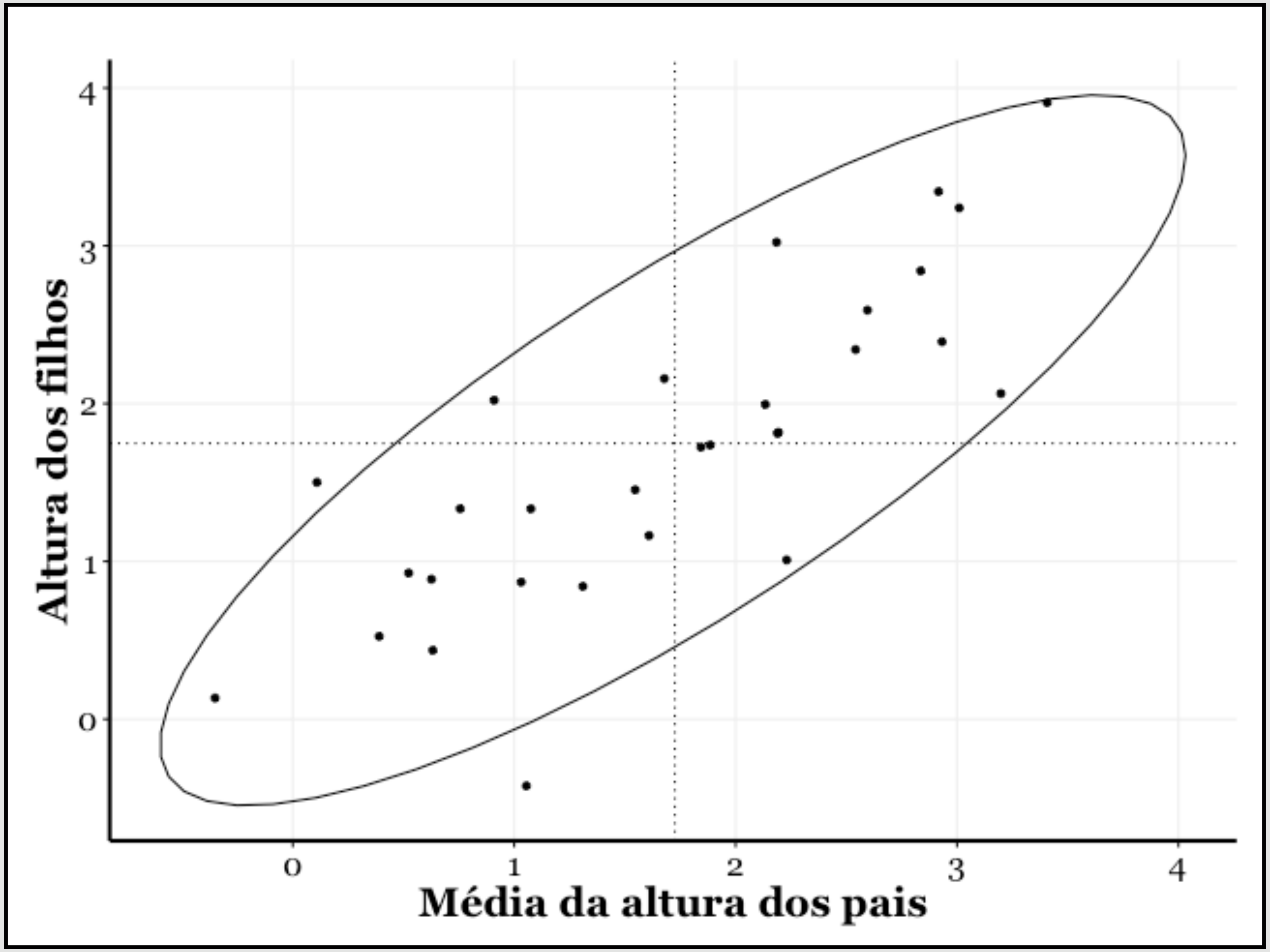
Como visualizar?



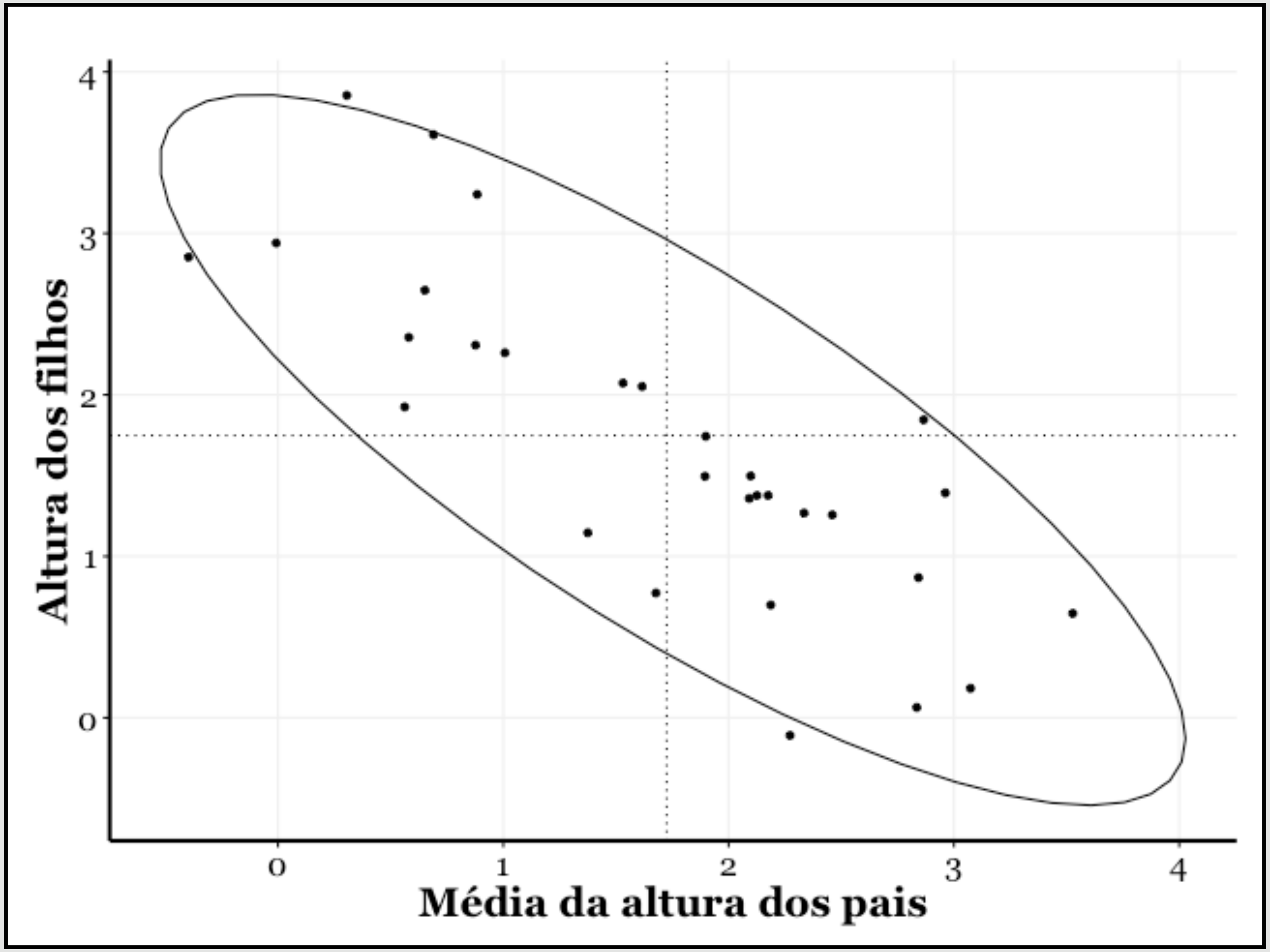
Covariância

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

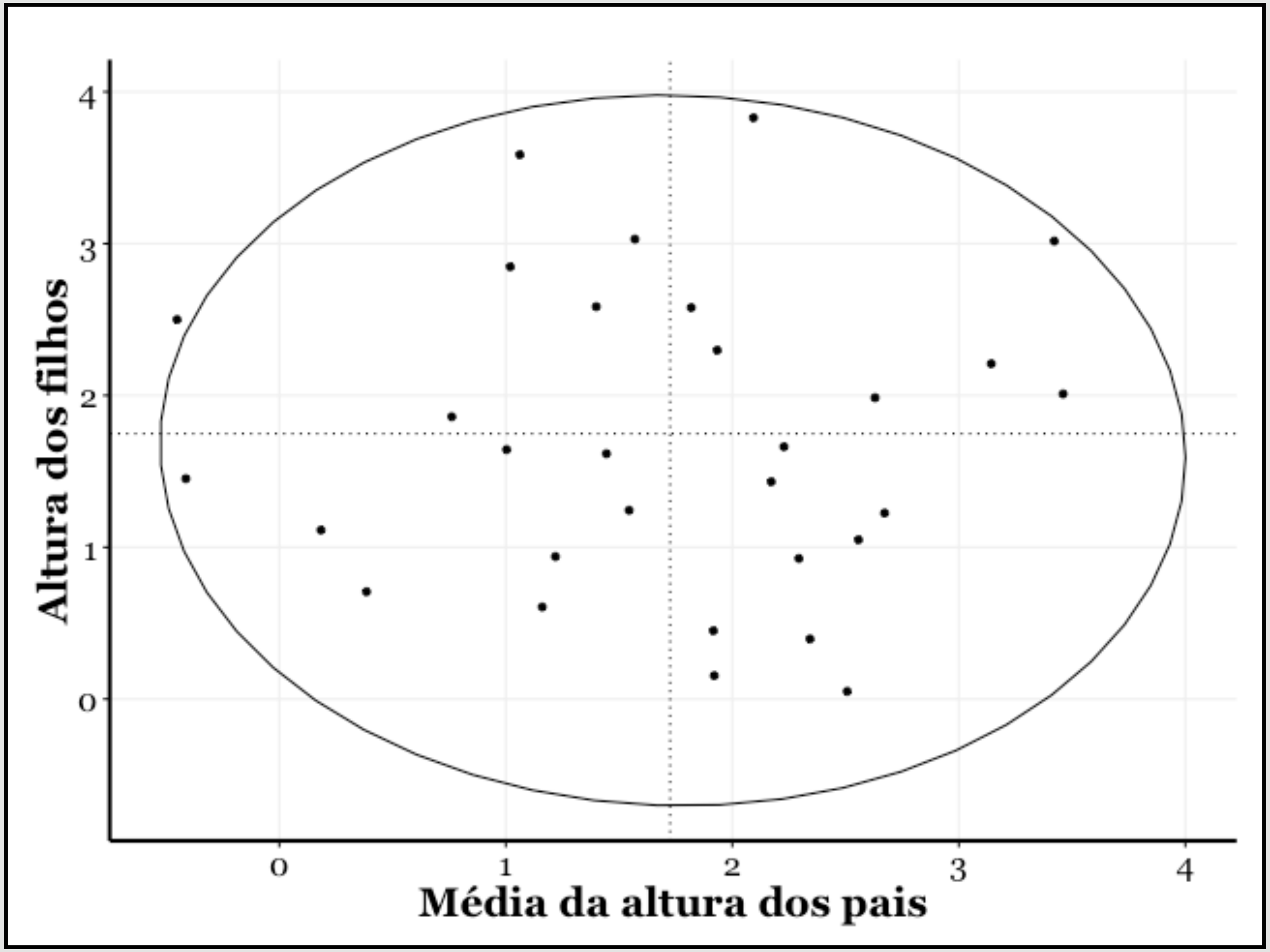
Covariância



Covariância



Covariância



Correlação

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$$\rho = \frac{cov(x,y)}{s_x s_y}$$

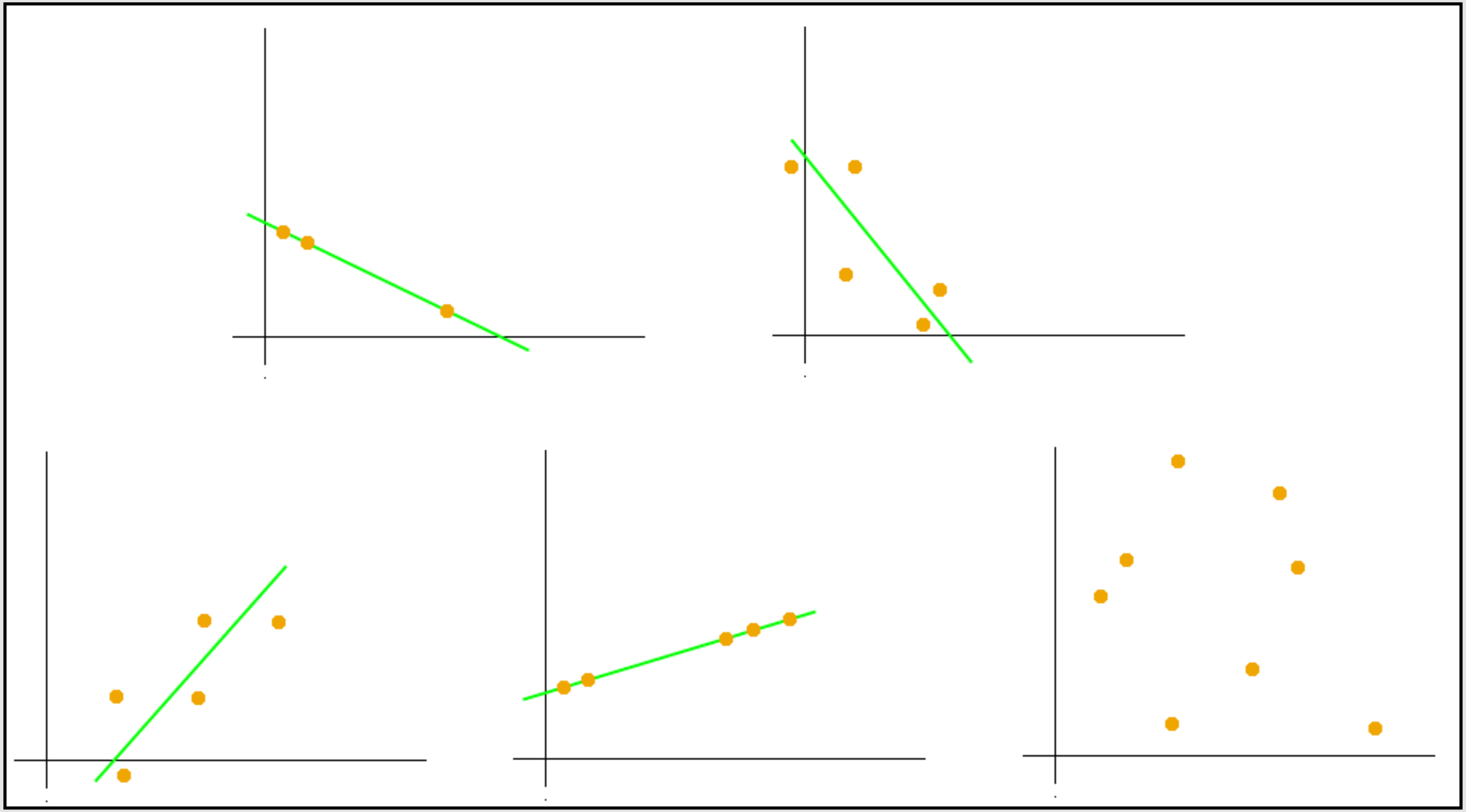
Correlação

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

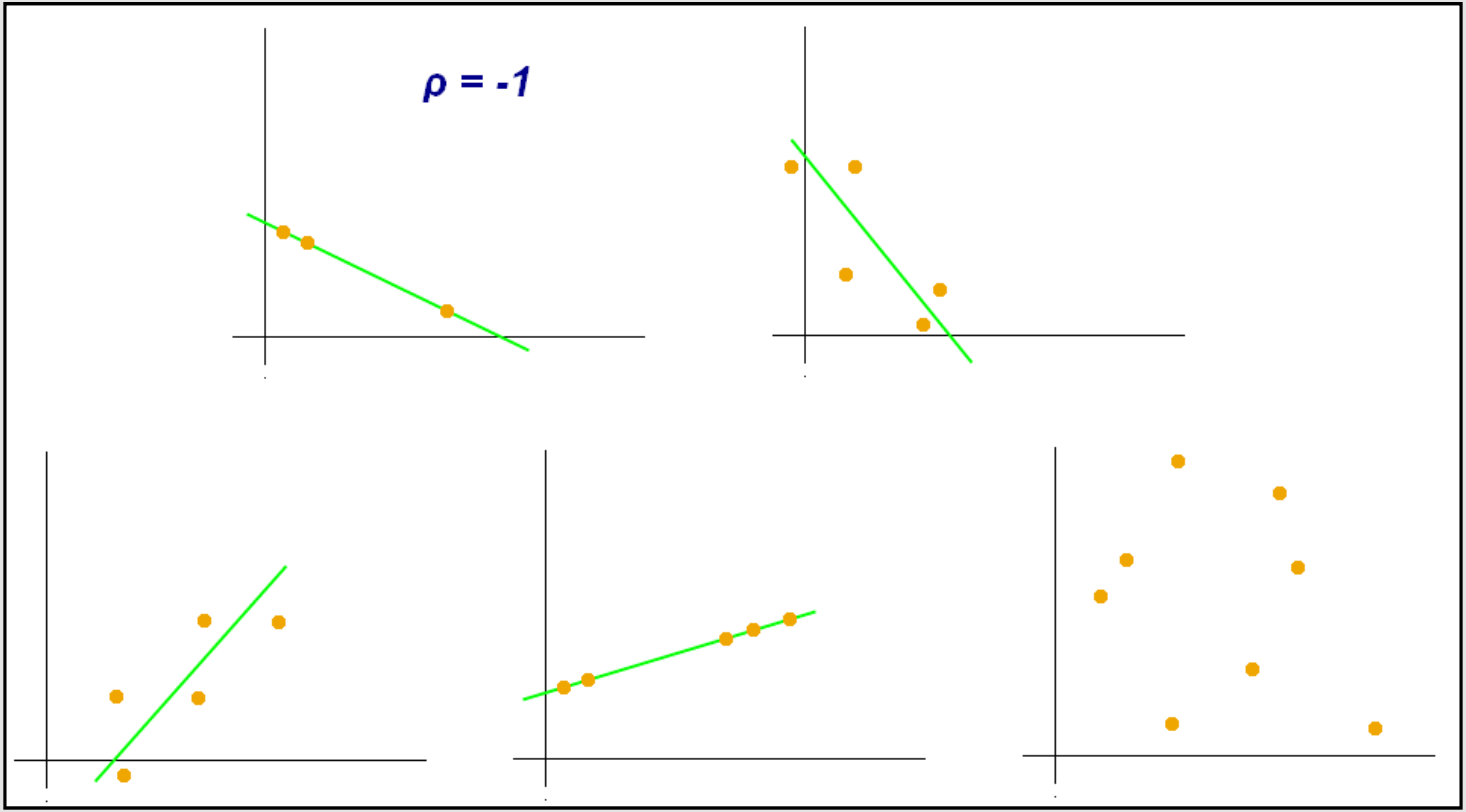
$$\rho = \frac{cov(x,y)}{s_x s_y}$$

O que o coeficiente de correlação nos informa?

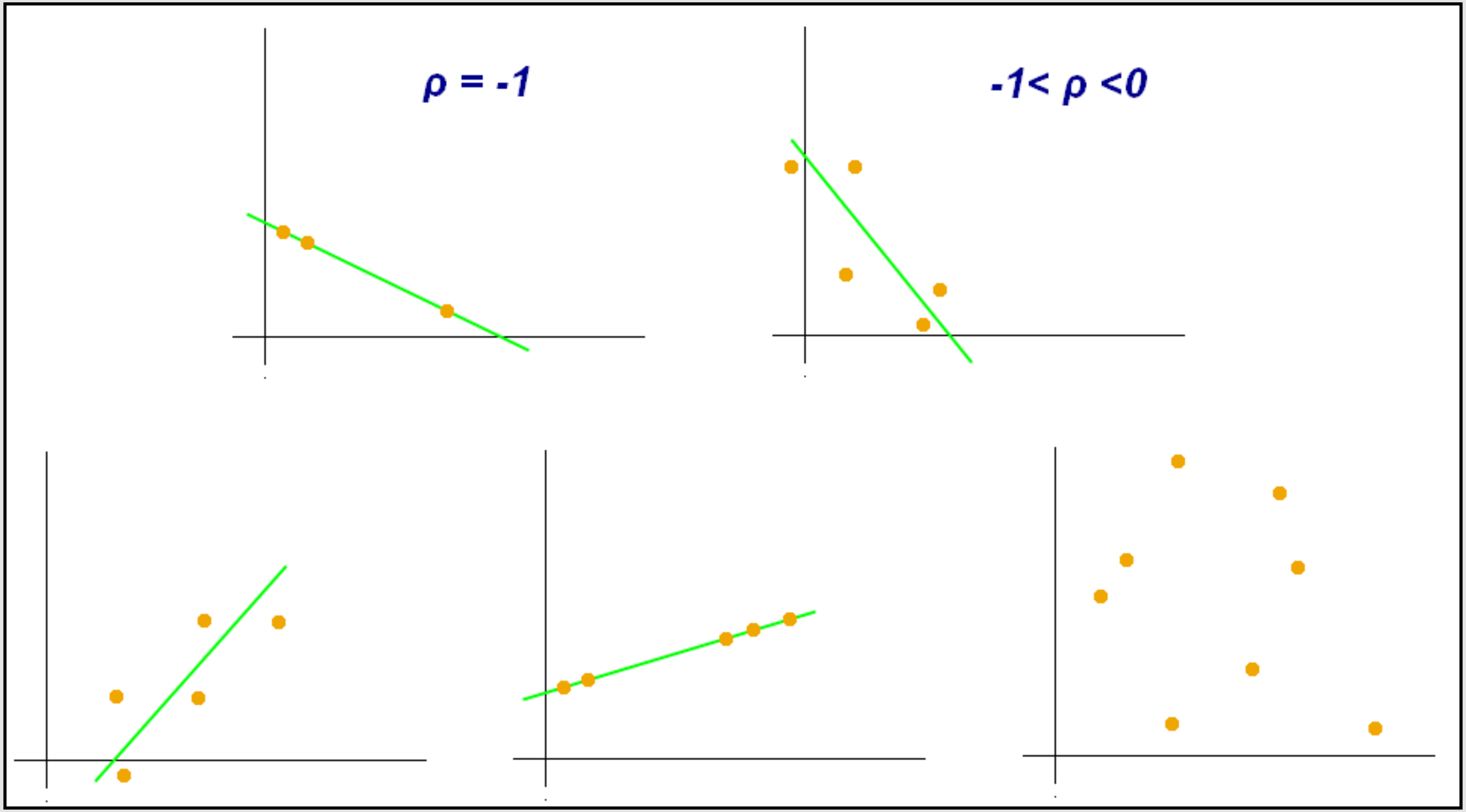
Correlação



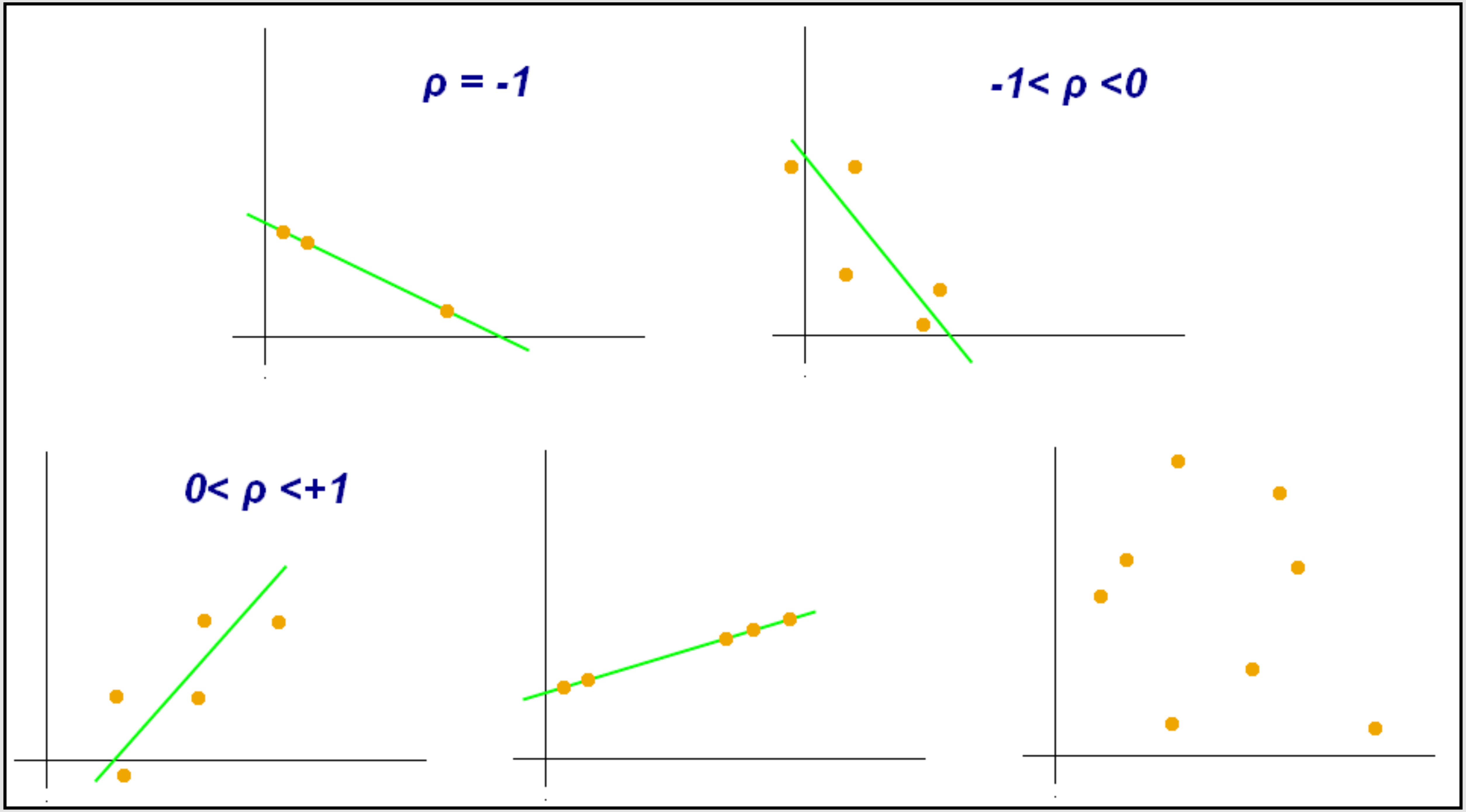
Correlação



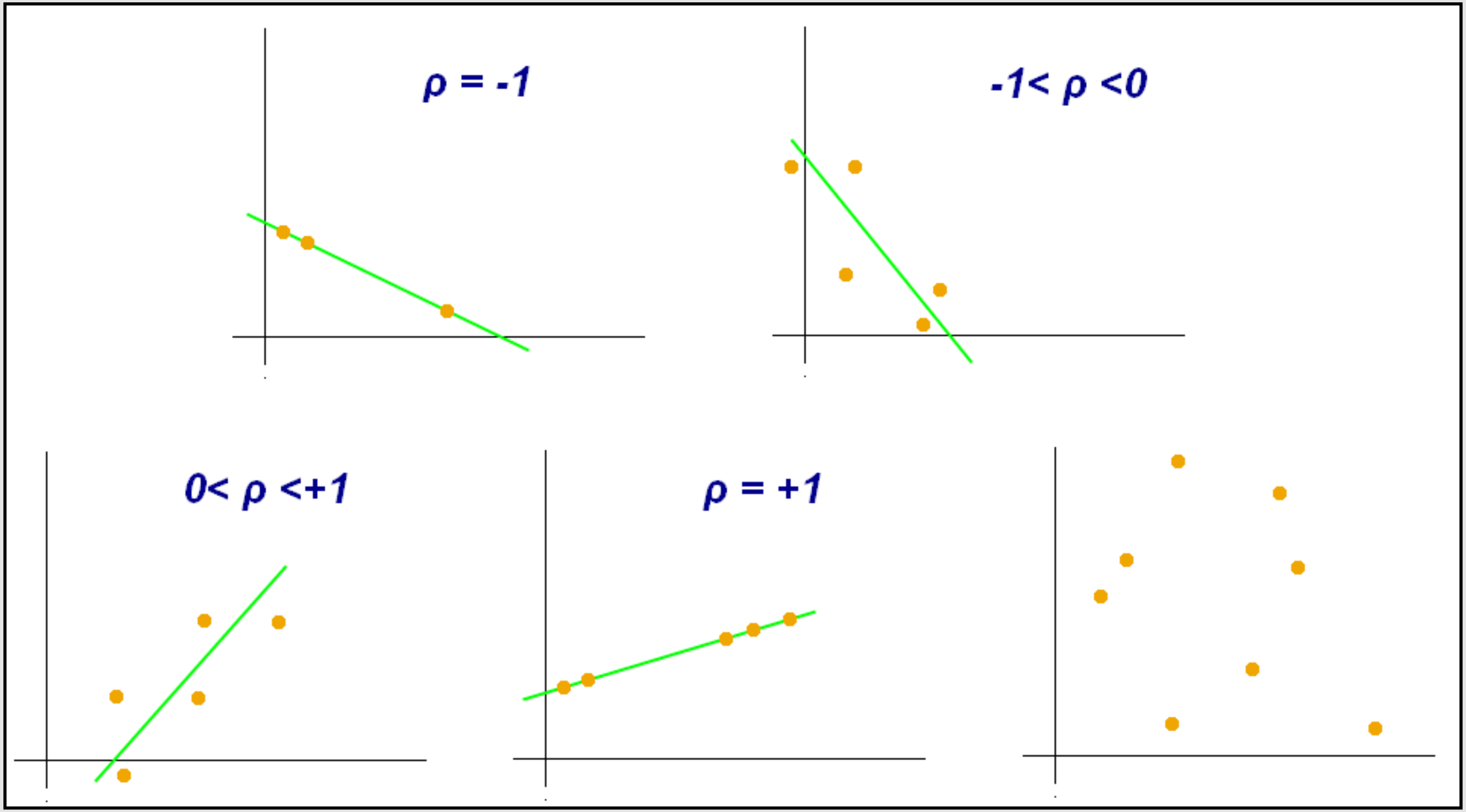
Correlação



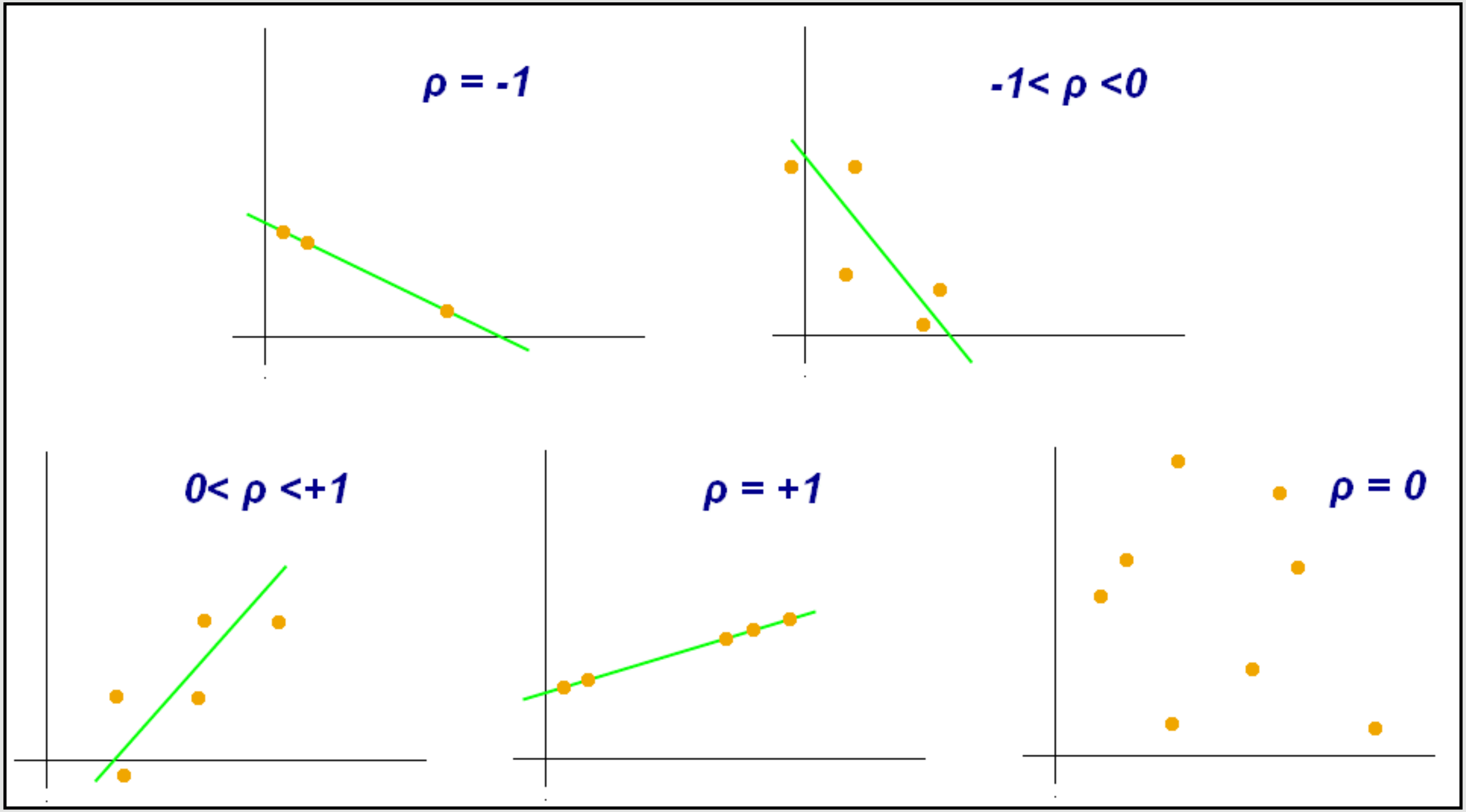
Correlação



Correlação

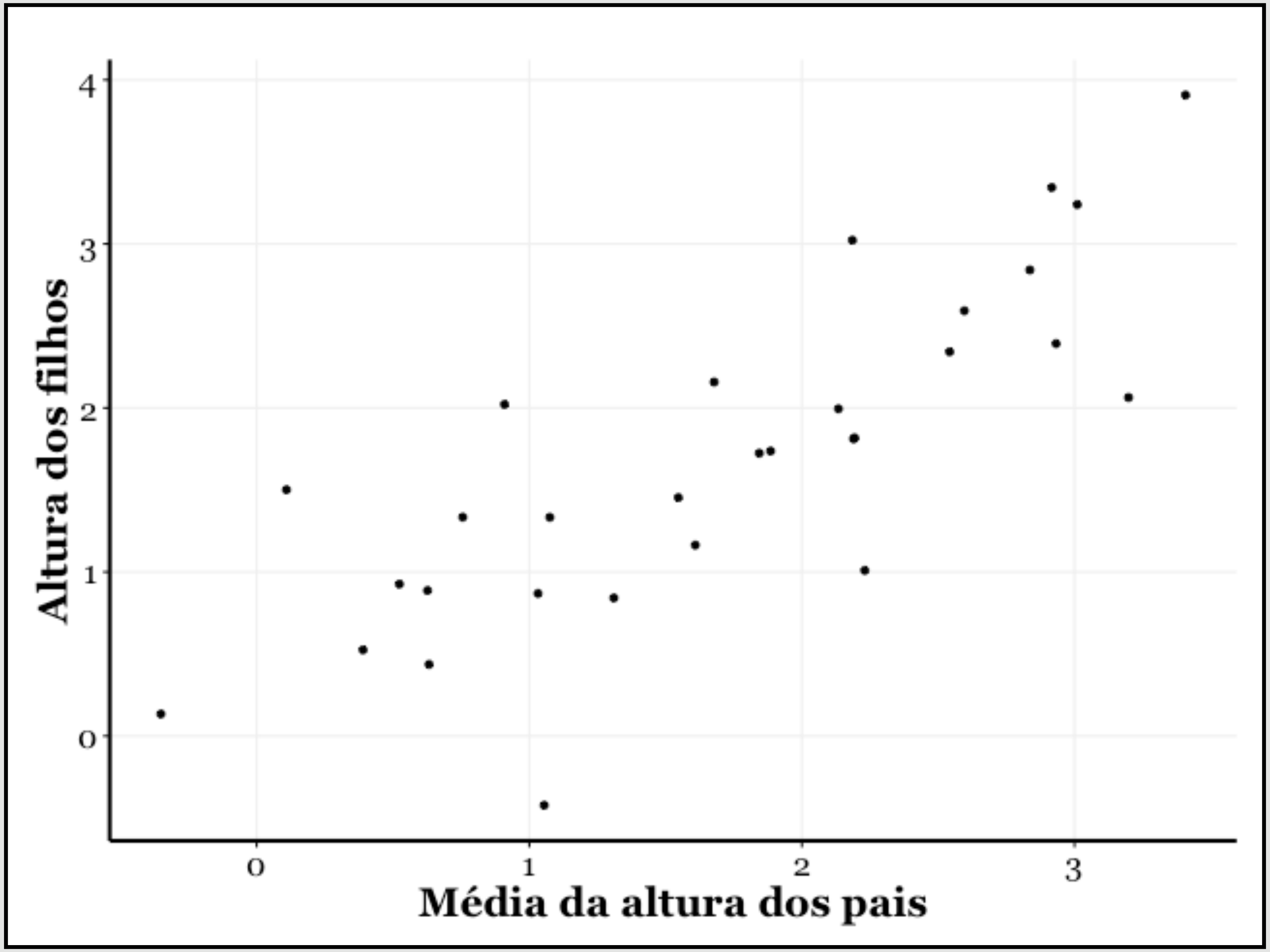


Correlação



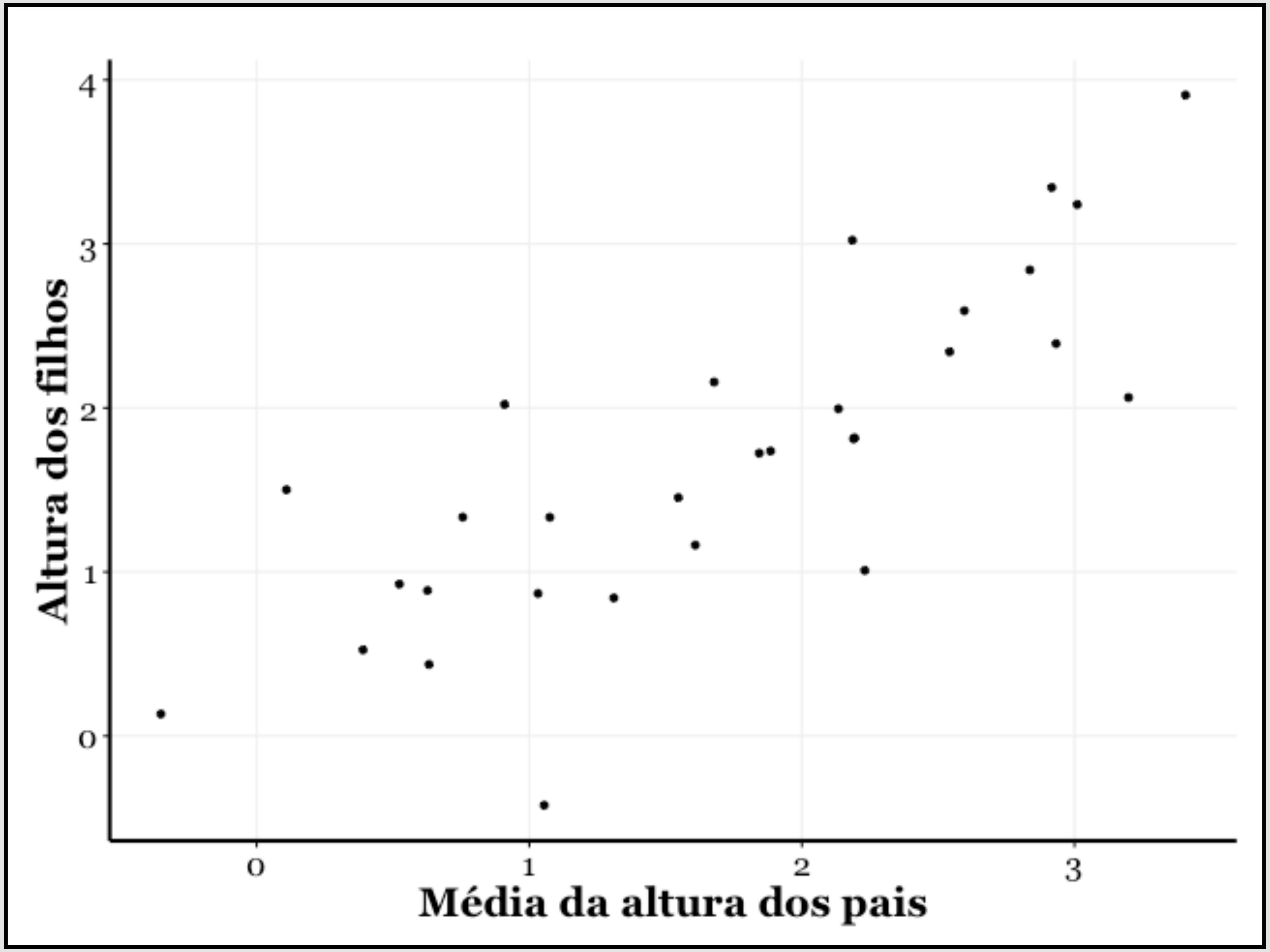
Regressão Linear

$$\text{Altura do filho} = \text{Altura média dos pais}$$



Regressão Linear

$$\text{Altura do filho} = \text{Altura média dos pais}$$



Regressão Linear

Regressão Linear

- Explica como duas variáveis se relacionam por meio de uma função matemática

Regressão Linear

- Explica como duas variáveis se relacionam por meio de uma função matemática

$$y = \alpha + \beta x$$

Regressão Linear

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Regressão Linear

- Modelo estatístico:

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

- Modelo da regressão linear:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Regressão Linear

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Intercepto

Regressão Linear

- Modelo estatístico:

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

- Modelo da regressão linear:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Intercepto

Regressão Linear

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Inclinação da reta

Regressão Linear

- Modelo estatístico:

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

- Modelo da regressão linear:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Inclinação da reta

Regressão Linear

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Erro

Regressão Linear

- Modelo estatístico:

$$\text{Observação} = \text{parte previsível} + \text{erro aleatório}$$

- Modelo da regressão linear:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Erro

Regressão Linear

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Regressão Linear

- Significado dos parâmetros:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

- Intercepto:

- Inclinação:

- Erro:

Regressão Linear

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Regressão Linear

- Significado dos parâmetros:

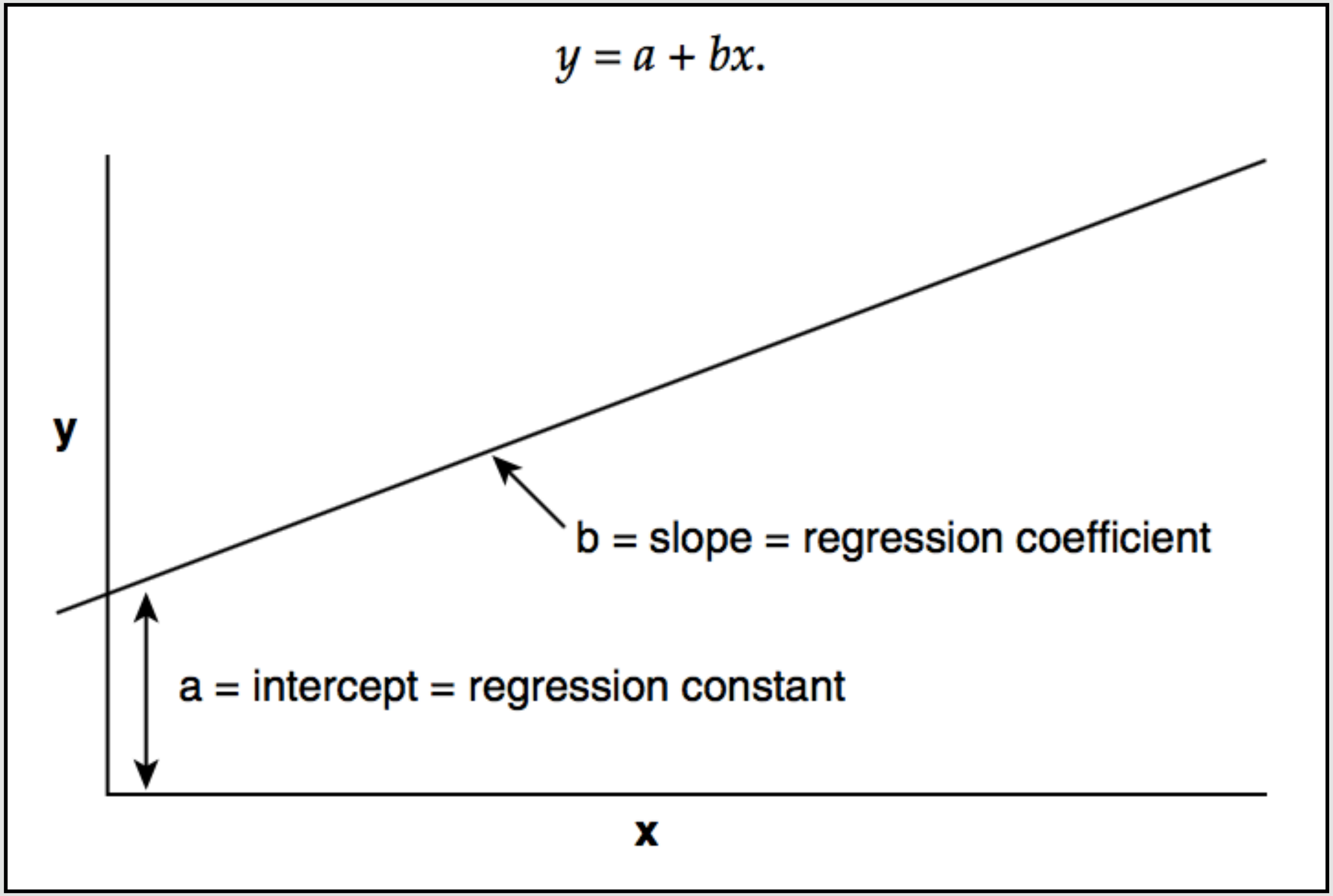
$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

- Intercepto: valor médio de Y quando X = 0

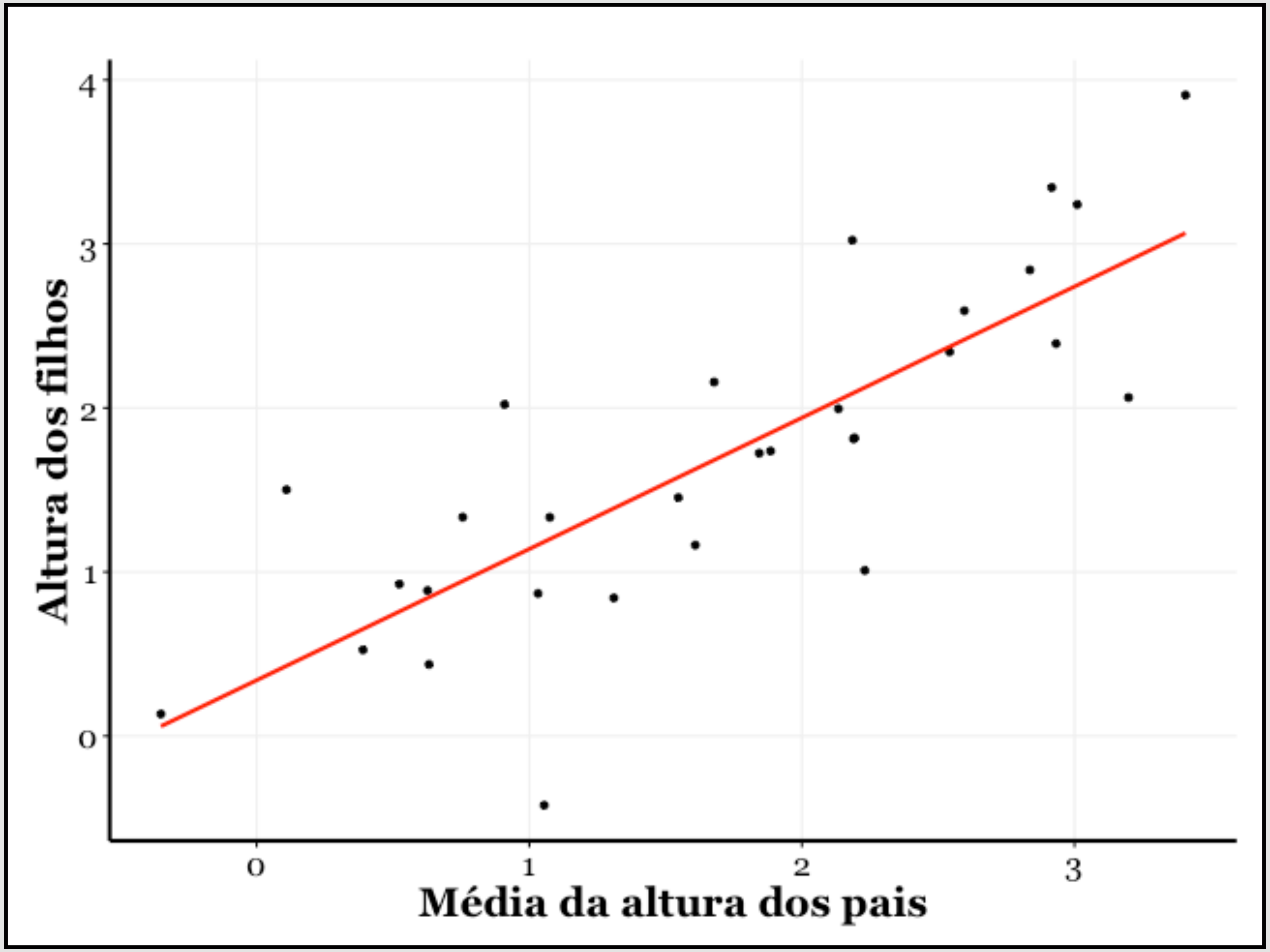
- Inclinação: inclinação da reta. Para cada incremento de 1 unidade em X temos um incremento de B em Y.

- Erro: erro aleatório

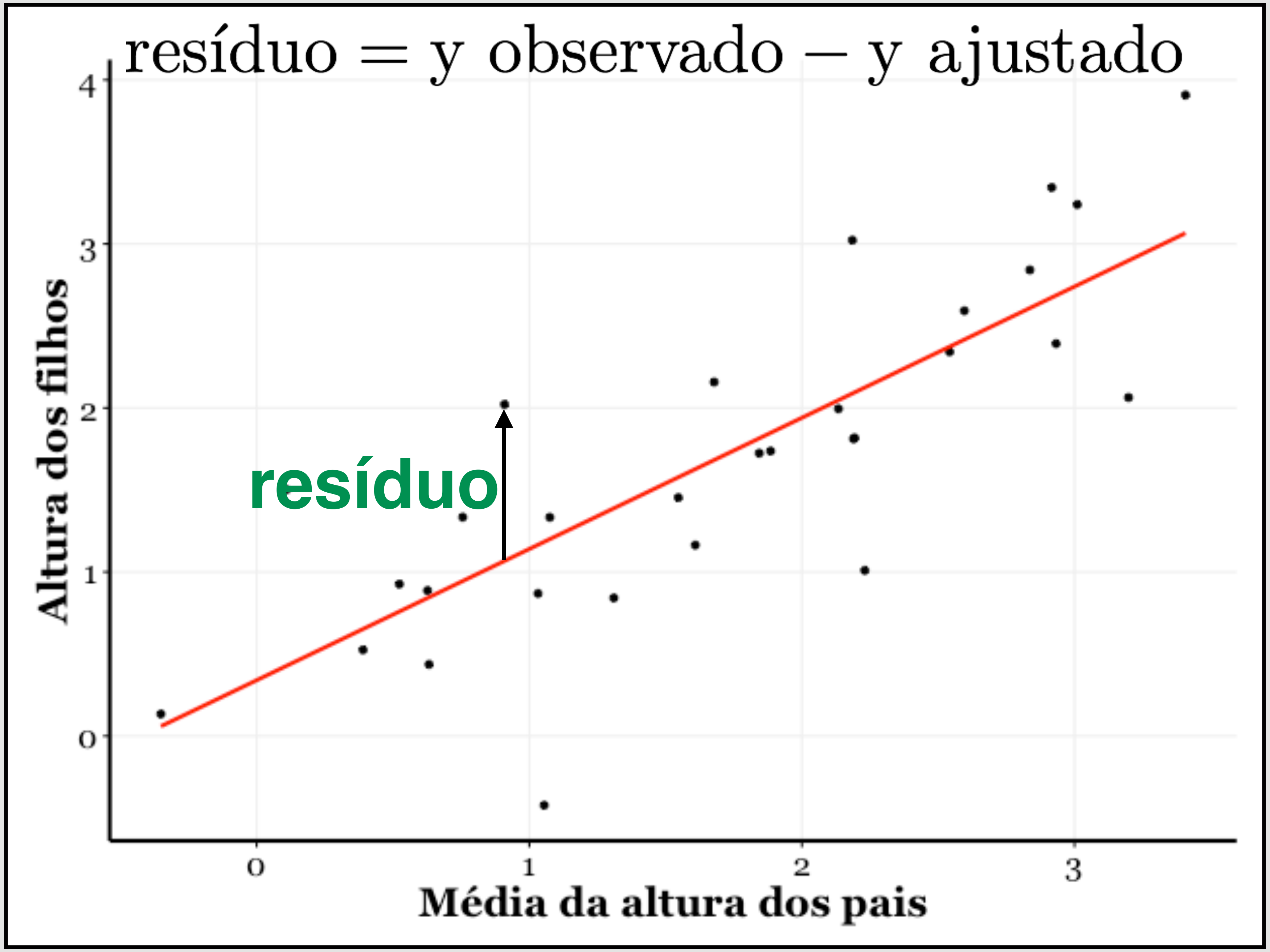
Regressão Linear



Regressão Linear



Regressão Linear



Regressão Linear

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

Regressão Linear

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

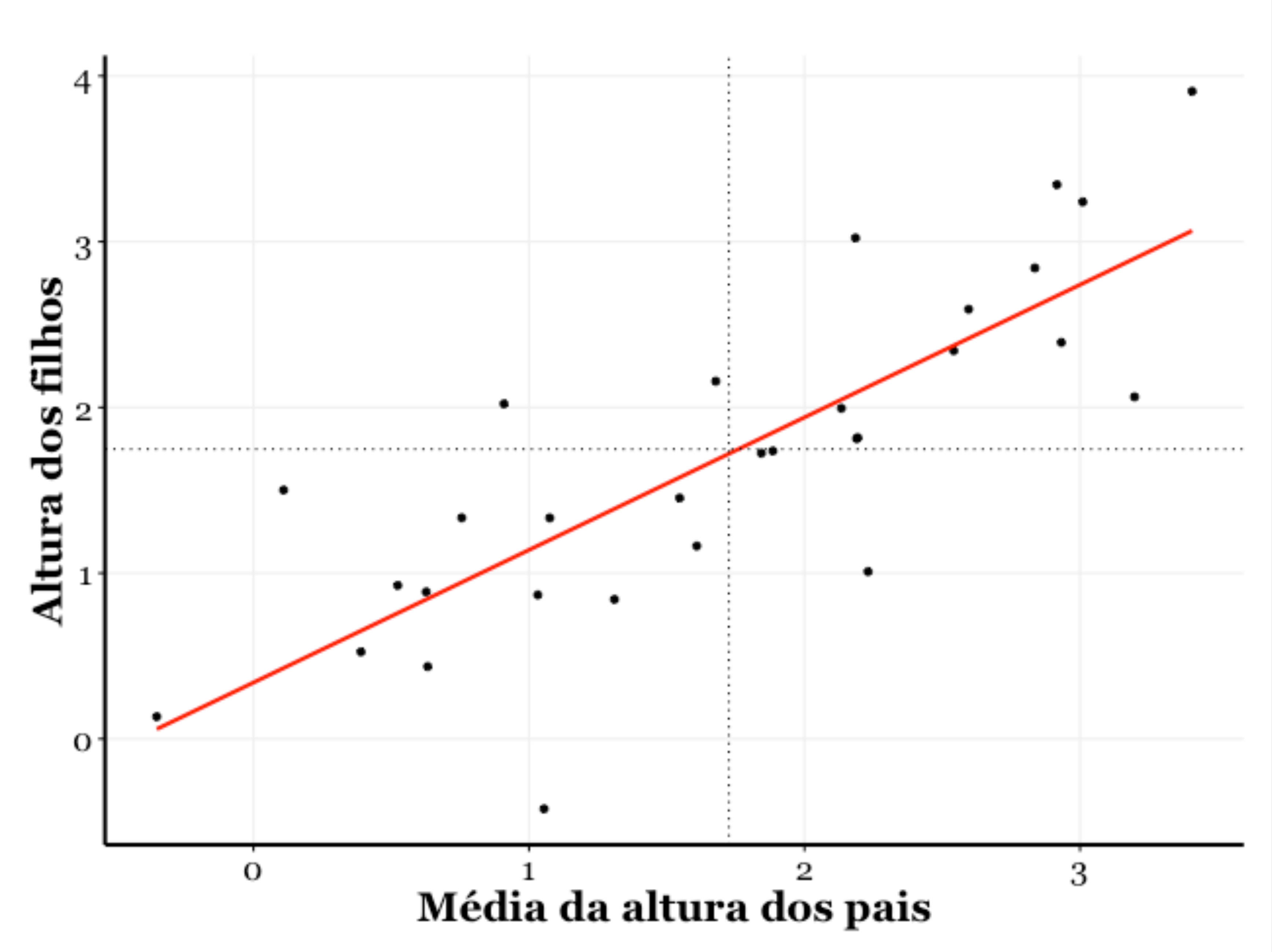
- O que precisamos estimar?

Regressão Linear

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

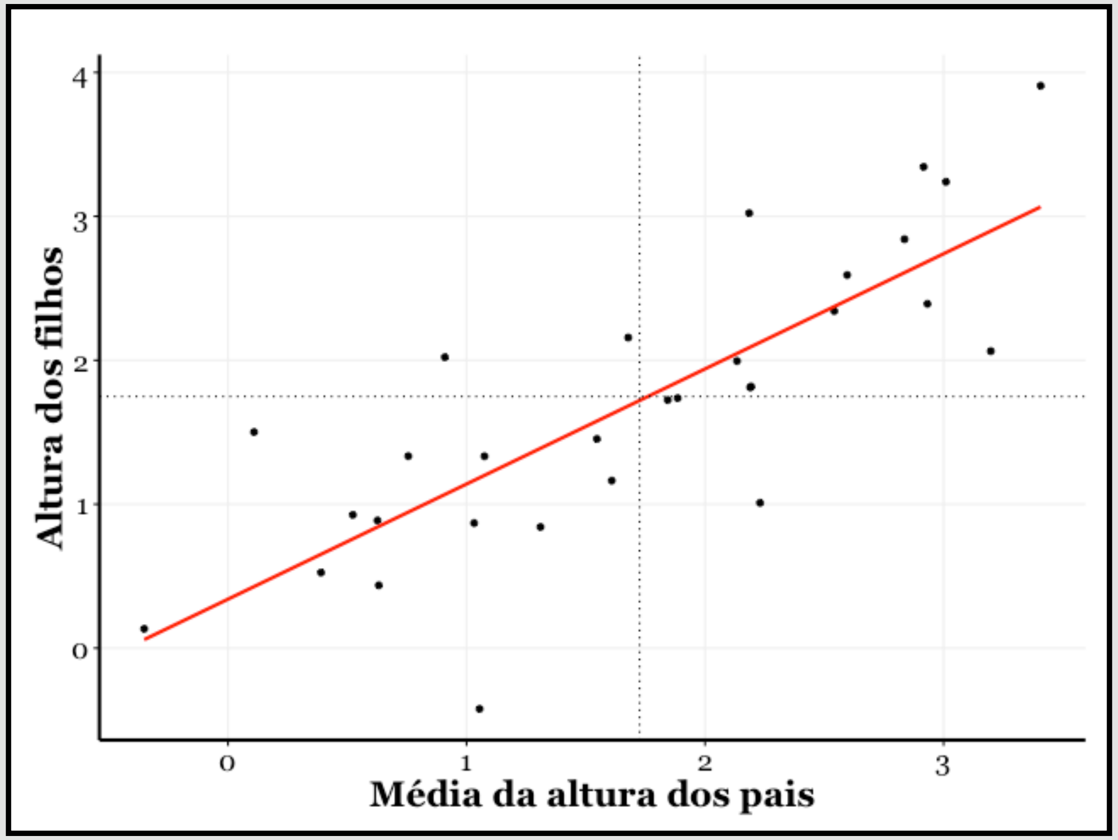
$$\beta = \frac{cov(x, y)}{s_x^2} \qquad \bar{y} = \alpha + \beta \bar{x}$$

Regressão Linear



$$\bar{y} = \alpha + \beta \bar{x}$$

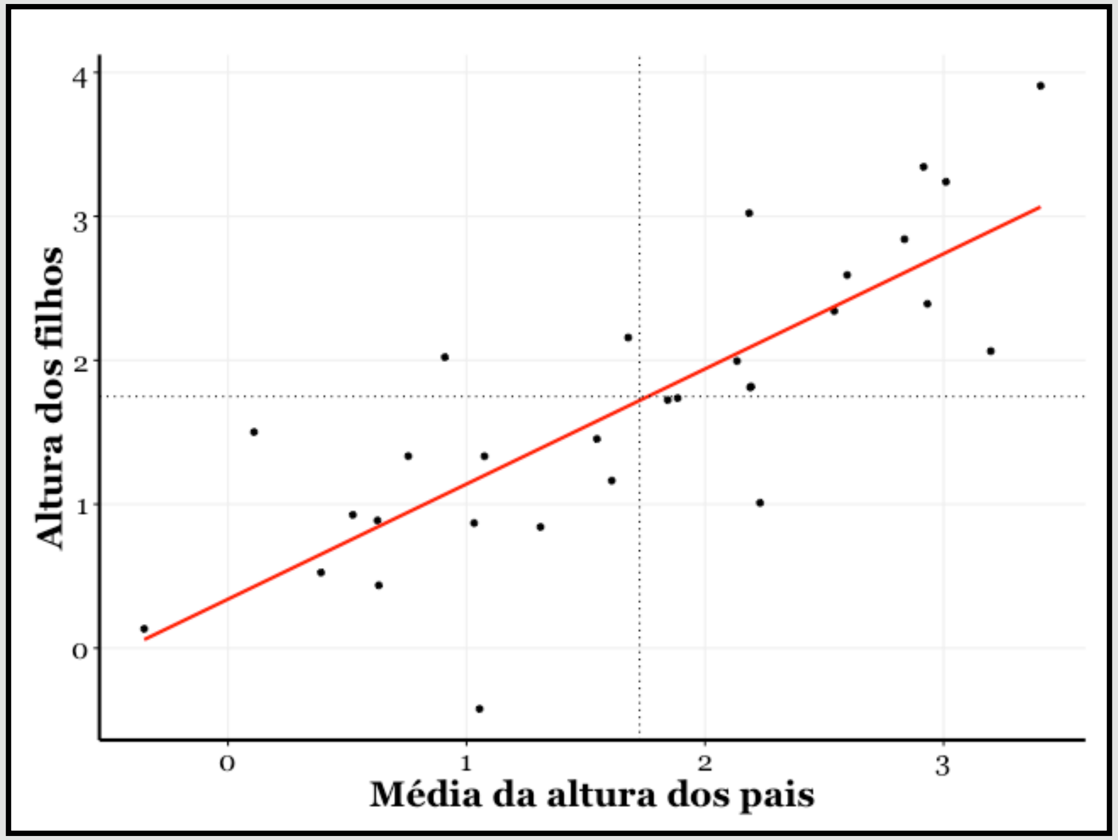
ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

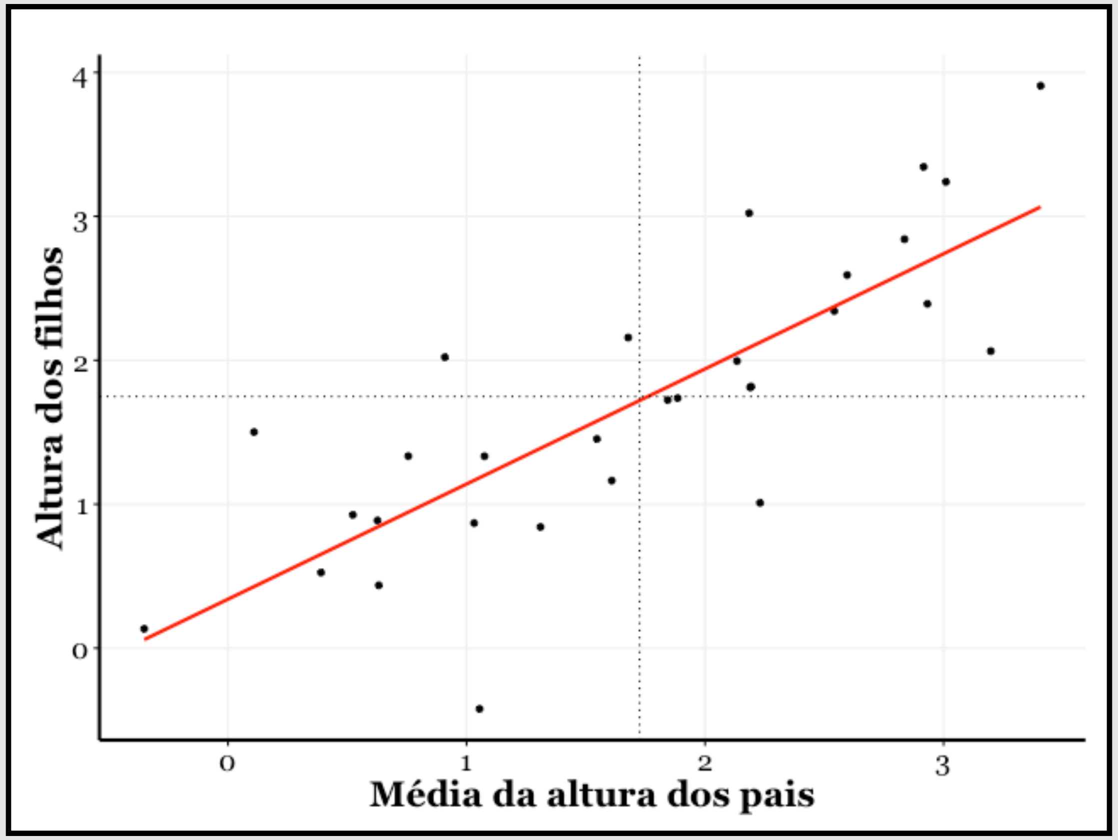
ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

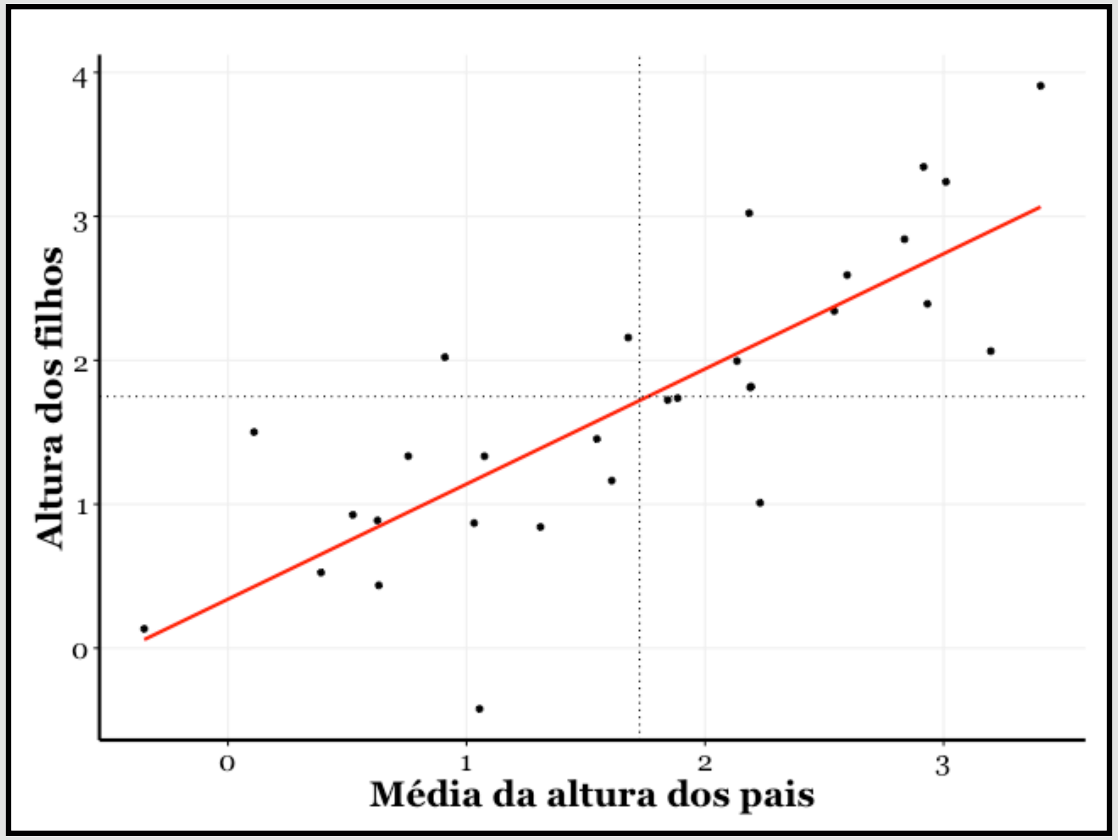
ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

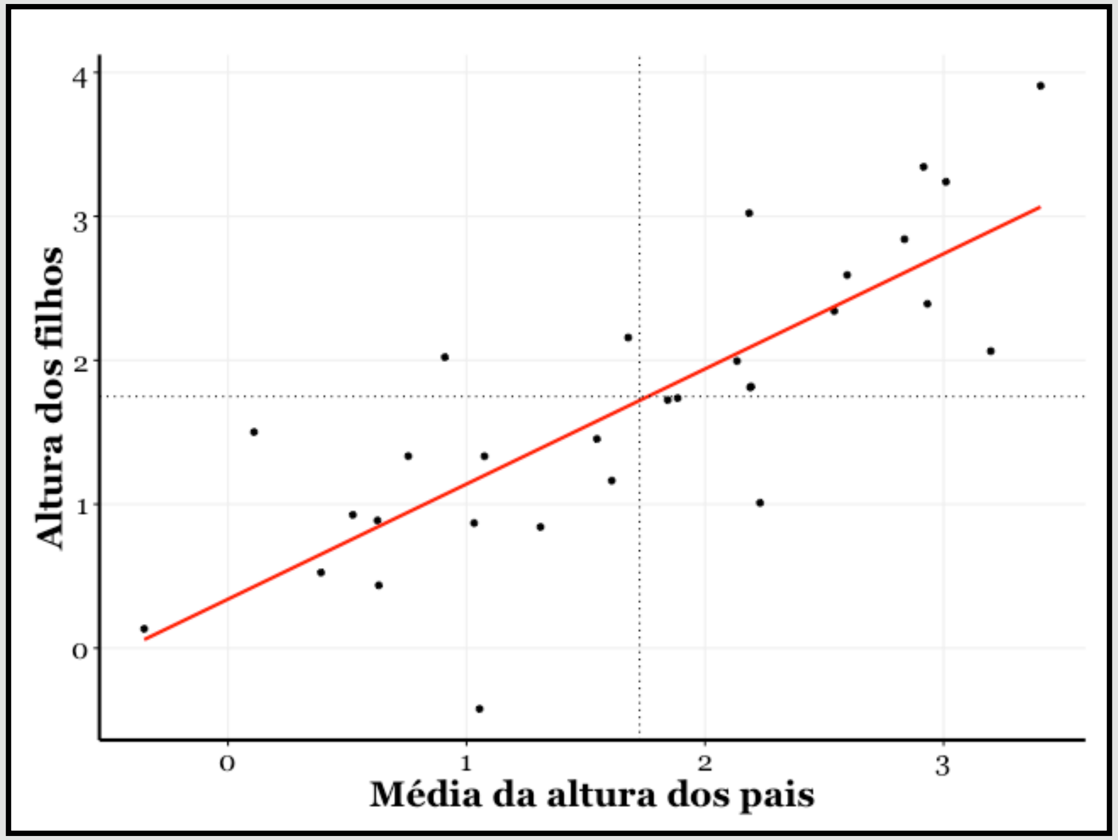
ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

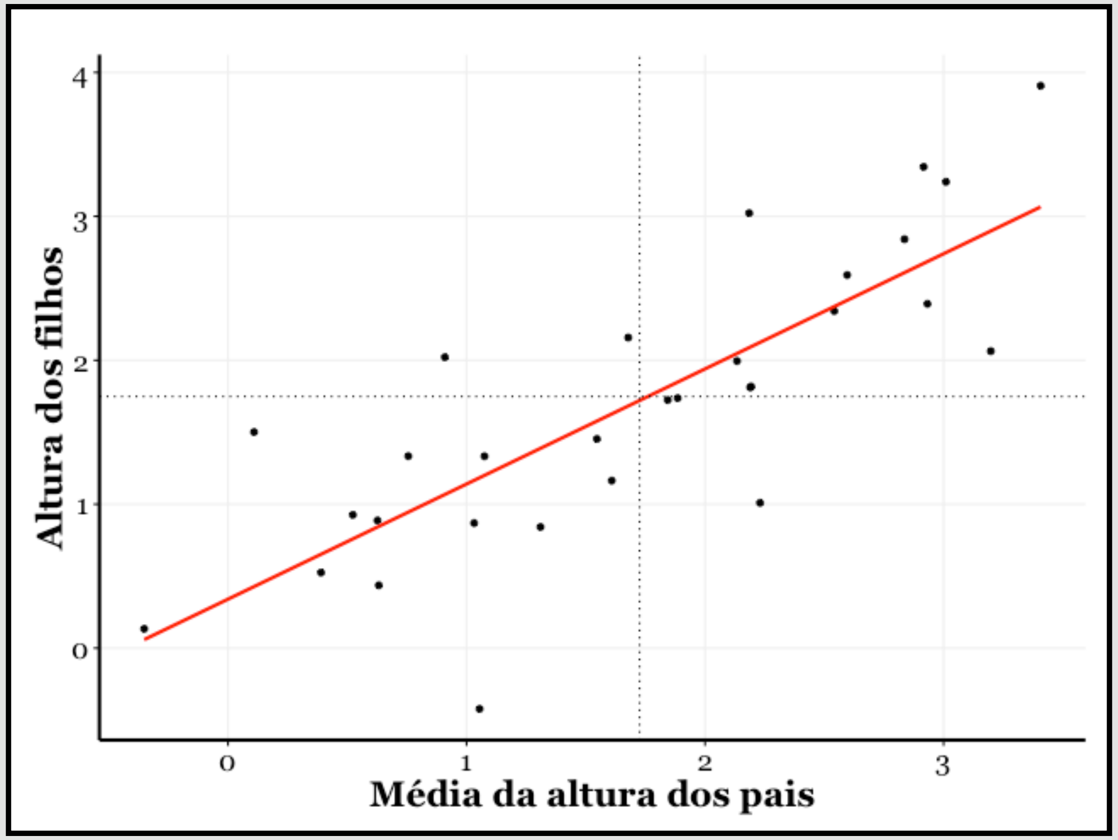
ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

ANOVA da Regressão

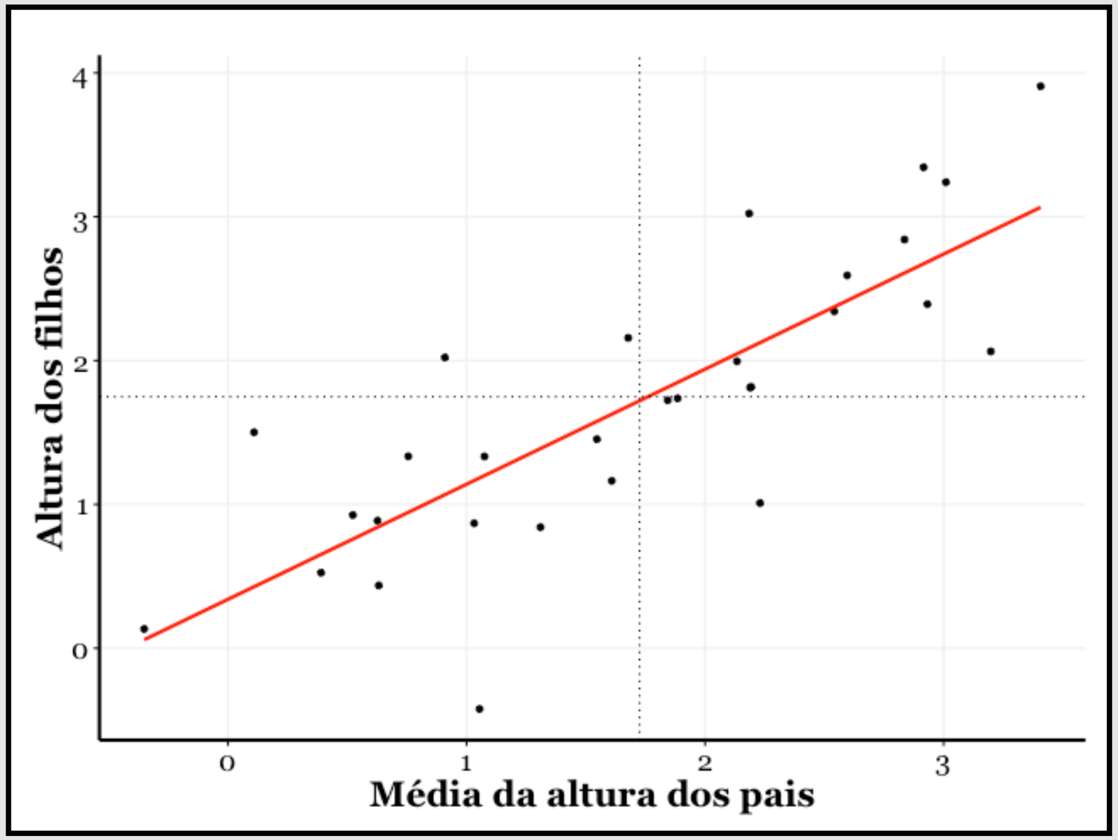


Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

- Conclusão?

ANOVA da Regressão



Fonte de variação	g.l.	Soma dos Quadrados	F	P-valor
Regressão	1	18.56	49.78	<0,001
Resíduo	28	10.44		

$R^2 = 0.64$

- Conclusão?

- Na ANOVA, testa-se a hipótese nula de que a inclinação da reta é igual a zero

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

- O que essa medida nos informa?

Avaliando o modelo

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot}$$

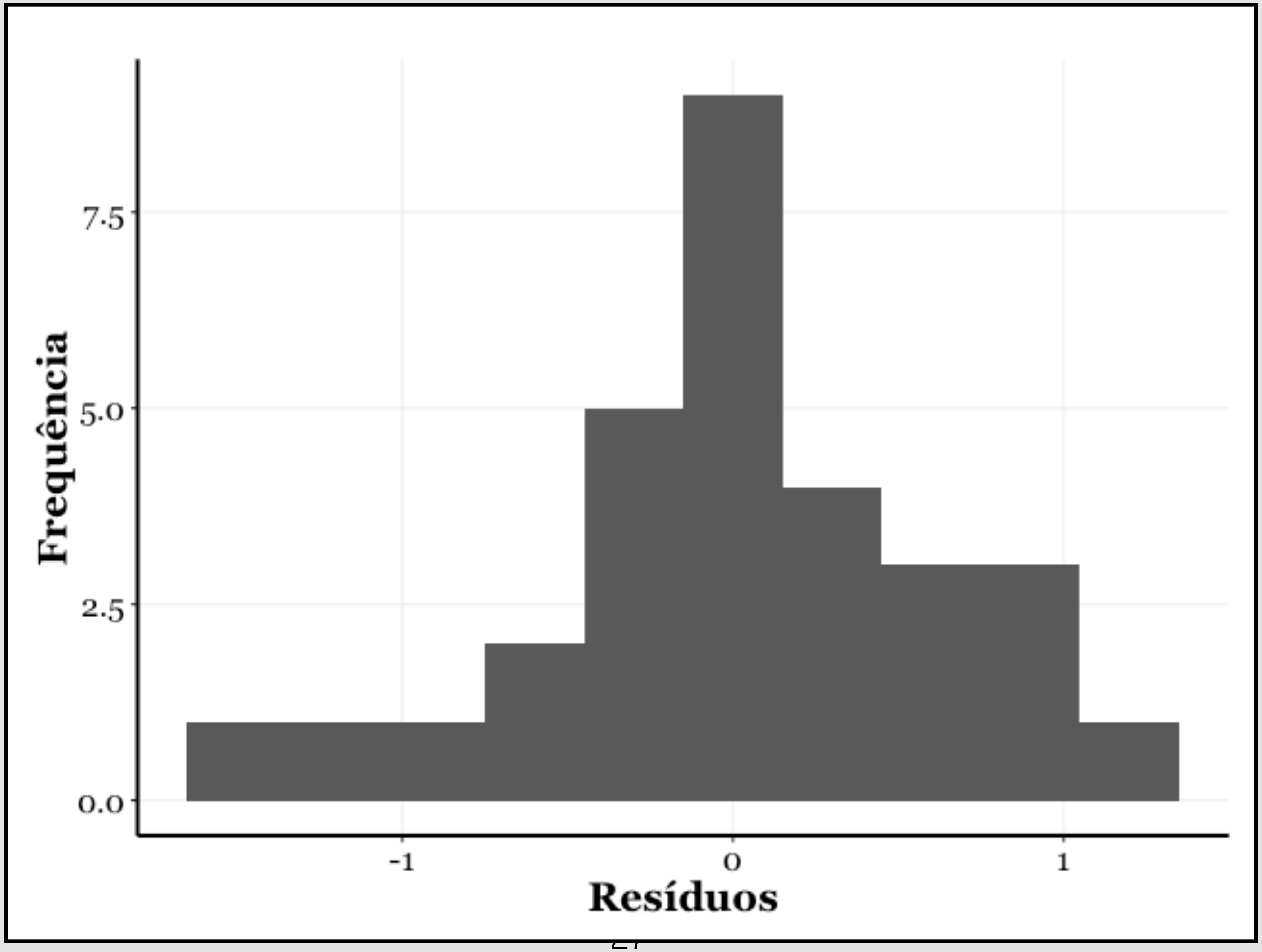
- O que essa medida nos informa?
- Quanto menor o coeficiente de explicação, menor é o grau de explicação do modelo (*i.e.*, o modelo não é adequado)

Premissas

- Independência
- Normalidade
- Homogeneidade
- X é fixo

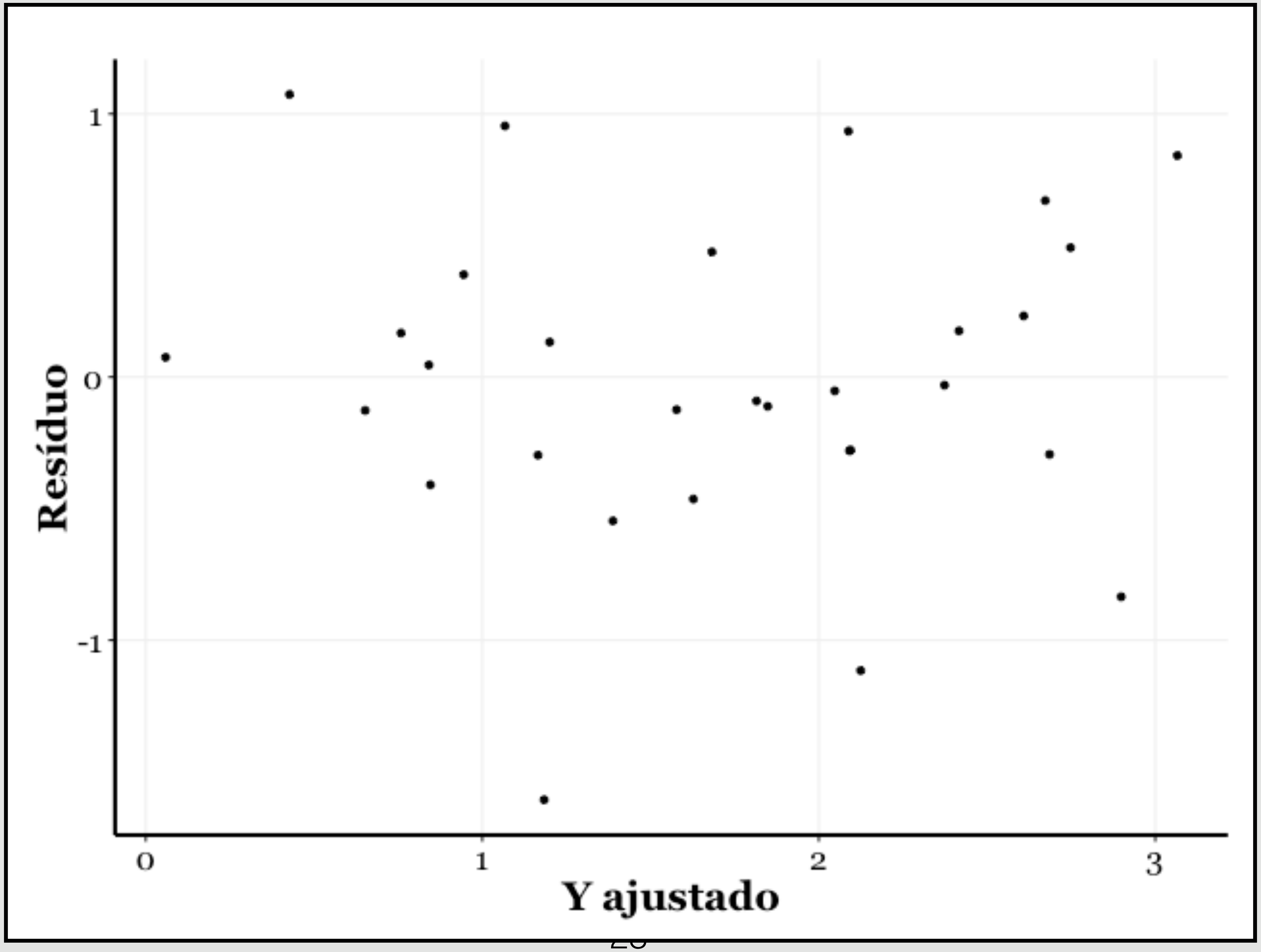
Premissas

- Normalidade



Premissas

- Homogeneidade



Premissas

- Homogeneidade