Отчёт по лабораторной работе №2

«Интерполяция»

Выполнили:

Адаменко С. С.

Гневнов А. Е.

Суворов Р.М

Отчёт Адаменко С.С.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа.

Математическая модель:

1. Многочлен Лагранжа:

$$\mathrm{L_n(x)} = \sum_{i=0}^{n} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}\, y_i$$

$$\prod_{n+1} = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)$$

$$\mathrm{D_i} = (x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)$$

$$\mathbf{f(x)} \approx \prod_{n+1} \cdot \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{D_i}$$

$$f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(t-i)C_i}$$

$$\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\dots(t-n);$$

$$t = \frac{x-x_0}{h} \qquad \mathbf{h = x_{i+1} - x_i}$$

$$\mathbf{C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!}$$

2. Формула Ньютона:

$$P_n(x)=f(x_0)+\sum_{k=1}^{n} f(x_0;..;x_k)\cdot\prod_{i=0}^{k-1}(x-x_i)$$

$$\varphi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx.$$

$$P_n(x)=y_0+\frac{\Delta y_0}{1!h}(x-x_0)^{(1)}+\frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x-x_0)^{(2)}+\ldots$$

$$\ldots+\frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_0)^{(n)}$$

3. Формула Стирлинга:

$$P_n(x)=y_0+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{u}{(2i-1)!}\left(\prod_{j=1}^{i-1}(u^2-j^2)\right)\frac{\Delta^{2i-1}y_{-(i-1)}+\Delta^{2i-1}y_{-i}}{2}+\frac{u^2}{(2i)!}\cdot\left(\prod_{j=1}^{i-1}(u^2-j^2)\right)\Delta^{2i}y_{-i}\right).$$

Задачи:

1. Многочлен Лагранжа:
   1)

Задача 1.

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана:

1) в неравноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,263.

x	y
0,05	0,050042
0,10	0,100335
0,17	0,171657
0,25	0,255342
0,30	0,309336
0,36	0,376403

2) в равноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,1157.

x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,32660

2)

Задание 2.

Определить значение функции y(x) при x = 0,1157.

Базовые значения следующие:

x	y
0.101	1.26183
0.106	1.27644
0.111	1.29122
0.116	1.30617
0.121	1.32130
0.126	1.32660

Для решения задачи следует использовать следующие формулы:

$$\boldsymbol{f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum\nolimits_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(t-i)C_i}}$$

$$\boldsymbol{\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\ldots(t-n);}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{x - x_0}{h}} \qquad \mathbf{h = x_{i+1} - x_i}$$

$$\mathbf{C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!}$$

Здесь t = (0.1157 – 0/101) / 0.005 = 2.94.

Вычисления располагаем в таблице

i	**x_i**	**y_i**	**t - i**	**C_i**	**(t – i) C_i**	$\boldsymbol{\frac{y_i}{(t-i)C_i}}$

3)

Задание 3. Имеем функцию $y = \sin \pi x$

1. Найти для функции $y=\sin\pi x$ интерполяционный полином Лагранжа, выбрав узлы $x_0=0$, $x_1= 1/6$, $x_2= 1/2$.

1. 2. Найти значения полинома Лагранжа для значений x: $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$

4)

Задание 4. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции $f(x) = x^2$ по узлам

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1.$$

2. Формула Ньютона 1

1)

Задание.

Вычислить значение функции при заданных значениях аргумента, используя интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов.

При вычислениях учитывать только разделённые (конечные) разности первого и второго порядков

Дано:

x	y
0.103	2.01284
0.108	2.03342
0.115	2.06070
0.120	2.07918
0.128	2.10721
0.136	2.13354
0.141	2.14922
0.150	2.17609

Определить значения ф-ции y(x) при следующих значениях аргумента:

1) $X_1 = 0.112$

2) $X_2 = 0.133$

Решение для условия $X_1 = 0.112$

3. Формула Ньютона 2

1)

Задача 1. В таблице 1 приведены значения интеграла вероятностей

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}\,dx.$$

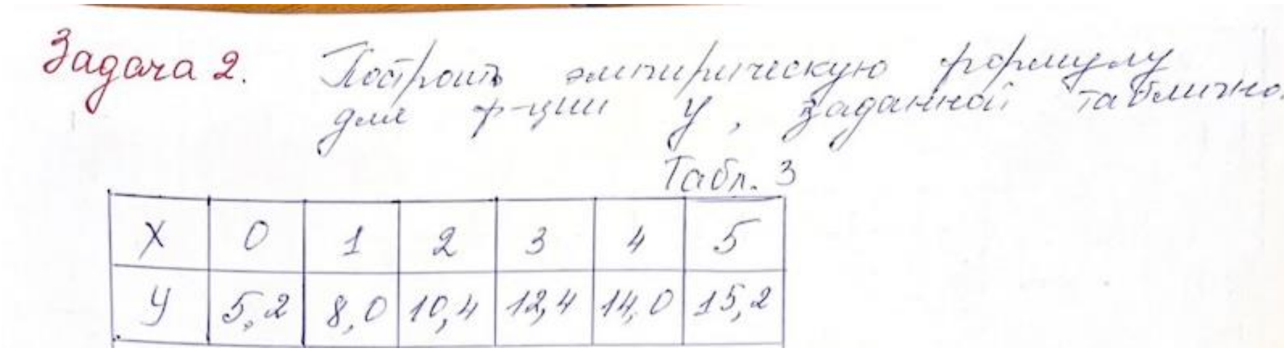
Табл 1.

X	y
1.0	0.8427
1.1	0.8802
1.2	0.9103
1.3	0.9340
1.4	0.9523
1.5	0.9661
1.6	0.9763
1.7	0.9838
1.8	0.9891
1.9	0.9928
2.0	0.9953

Табл. 2

Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0.0375	-0.0074	0.0010
0.0301	-0.0064	0.0010
0.0237	-0.0054	0.0009
0.0183	-0.0045	0.0009
0.0138	-0.0036	0.0009
0.0102	-0.0027	0.0005
0.0075	-0.0022	0.0006
0.0053	-0.0016	0.0004
0.0037	-0.0012	
0.0025		

2)



Задача 2. Построить эмпирическую формулу для ф-ции y, заданной таблично.

Табл. 3

x	0	1	2	3	4	5
y	5,2	8,0	10,4	12,4	14,0	15,2

4. Формула Стирлинга
   1)

Даны значения функции:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	2	5	10	15	20	22	24

Вычислить значение функции в точке 4,3. Используйте полином Стерлинга.

Алгоритм работы:

1. Постройте функцию
2. Определите нулевую точку.
3. Отделите узы для полинома Стерлинга.
4. Постройте таблицу разделенных разностей.
5. Вычислите полином.
6. Вычислите значение функции в заданной точке.
7. Постройте функцию с найденным значением в указанной точке.

Код программы:

https://github.com/webbsalad/---------------------------------------.--------------------

Результаты программы для контрольного примера:

1. Лагранж.

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\1.py"
Approximate value of the function f(x) at x = 0.263 : 0.2692364102817679
Approximate value of the function f(x) at x = 0.1157 : 1.3052395713841944
```

   2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\2.py"
0 | 0.101 | 1.26183 | 2.9400000000000035 | -120 | -352.8000000000004 | -0.0035766156462584994
1 | 0.106 | 1.27644 | 1.9400000000000035 | 24 | 46.56000000000009 | 0.027414948453608198
2 | 0.111 | 1.29122 | 0.9400000000000035 | -12 | -11.280000000000042 | -0.11446985815602795
3 | 0.116 | 1.30617 | -0.0599999999999965 | 12 | -0.719999999999958 | -1.814125000000106
4 | 0.121 | 1.3213 | -1.0599999999999965 | -24 | 25.439999999999916 | 0.05193789308176117
5 | 0.126 | 1.3266 | -2.0599999999999965 | 120 | -247.1999999999996 | -0.005366504854368941

The value of the function y(x) at x = 0.1157 : -1.858185137121392
```

   3)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\3.py"
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.25: 0.6874999999999999
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.3333333333333333: 0.8333333333333333
```

   4)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\4.py"
The value of the interpolation polynomial at a point 0.5 : 0.25
```

2. Ньютон 1

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 1\1.py"
For x = 0.112, y = 2.04922
For x = 0.133, y = 2.12385
```

3. Ньютон 2

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\1.py"
Newton's interpolation polynomial (divided difference form):
-0.0061700000000019*x**10 + 0.0910350000000272*x**9 - 0.600966000000175*x**8 + 2.33733270000066*x**7 - 5.93066226100164*x**6 + 10.
2575434115028*x**5 - 12.2464207499032*x**4 + 9.96611183358258*x**3 - 5.29957913052855*x**2 + 1.70977461968842*x + 0.564730576659142
F(1.43) is approximately equal to: 0.857828063742339
```

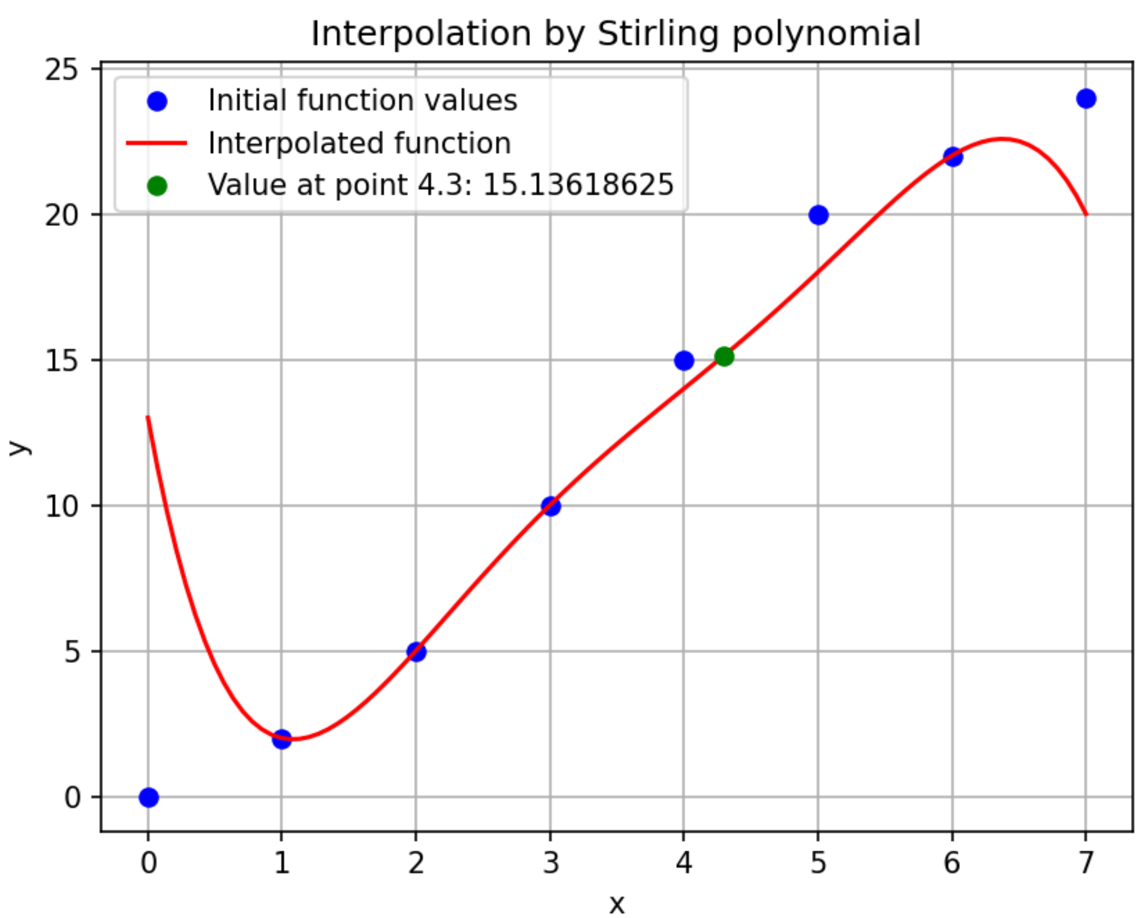
2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\2.py"
Newton's interpolation formula (divided difference form):
-8.88178419700125e-16*x**5 + 9.76996261670138e-15*x**4 - 3.73034936274053e-14*x**3 - 0.399999999999943*x**2 + 3.19999999999997*x + 5.2
```

4. Стирлинг

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\стирлинг\1.py"
Function value at point 4.3: 15.13618625
```



Вывод:

Нам успешно удалось реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа. Ответы, полученные нами, сходятся с ответами прорешанных задач в предоставленных нам файлах.

Отчёт Гневнов А.Е.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа.

Математическая модель:

4. Многочлен Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}\, y_i$$

$$\prod_{n+1} = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)$$

$$D_i = (x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)$$

$$\mathbf{f(x)} \approx \prod_{n+1} \cdot \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{D_i}$$

$$f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(t-i)C_i}$$

$$\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\dots(t-n);$$

$$t = \frac{x-x_0}{h} \qquad\qquad h = x_{i+1} - x_i$$

$$C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!$$

5. Формула Ньютона:

$$P_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} f(x_0; \dots; x_k) \cdot \prod_{i=0}^{k-1} (x - x_i)$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x-x_0)^{(1)} + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x-x_0)^{(2)} + \dots$$

$$\dots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_0)^{(n)}$$

6. Формула Стирлинга:

$$P_n(x) = y_0 + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{u}{(2i-1)!} \left(\prod_{j=1}^{i-1} (u^2 - j^2) \right) \frac{\Delta^{2i-1} y_{-(i-1)} + \Delta^{2i-1} y_{-i}}{2} + \frac{u^2}{(2i)!} \left(\prod_{j=1}^{i-1} (u^2 - j^2) \right) \Delta^{2i} y_{-i} \right).$$

Задачи:

5. Многочлен Лагранжа:
   1)

Задача 1.

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана:

1) в неравноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,263.

x	**y**
0,05	0,050042
0,10	0,100335
0,17	0,171657
0,25	0,255342
0,30	0,309336
0,36	0,376403

2) в равноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,1157.

x	**y**
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,32660

2)

Задание 2.

Определить значение функции y(x) при x = 0,1157.

Базовые значения следующие:

x	y
0.101	1.26183
0.106	1.27644
0.111	1.29122
0.116	1.30617
0.121	1.32130
0.126	1.32660

Для решения задачи следует использовать следующие формулы:

$$\boldsymbol{f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t)\sum_{i=0}^{n}\frac{y_i}{(t-i)C_i}}$$

$$\boldsymbol{\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\ldots(t-n);}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{x-x_0}{h}} \qquad \mathbf{h = x_{i+1} - x_i}$$

$$\mathbf{C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!}$$

Здесь t = (0.1157 – 0/101) / 0.005 = 2.94.

Вычисления располагаем в таблице

i	**x_i**	**y_i**	**t - i**	**C_i**	**(t – i) C_i**	$\boldsymbol{\frac{y_i}{(t-i)C_i}}$

3)

Задание 3. Имеем функцию $y = \sin \pi x$

1. Найти для функции $y=\sin\pi x$ интерполяционный полином Лагранжа, выбрав узлы $x_0=0$, $x_1= 1/6$, $x_2= 1/2$.

1. 2. Найти значения полинома Лагранжа для значений x: $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$

4)

Задание 4. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции $f(x) = x^2$ по узлам

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1.$$

6. Формула Ньютона 1

1)

Задание.

Вычислить значение функции при заданных значениях аргумента, используя интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов.

При вычислениях учитывать только разделённые (конечные) разности первого и второго порядков

Дано:

X	y
0.103	2.01284
0.108	2.03342
0.115	2.06070
0.120	2.07918
0.128	2.10721
0.136	2.13354
0.141	2.14922
0.150	2.17609

Определить значения ф-ции y(x) при следующих значениях аргумента:

1) $X_1 = 0.112$

2) $X_2 = 0.133$

Решение для условия $X_1 = 0.112$

7. Формула Ньютона 2

1)

Задача 1. В таблице 1 приведены значения интеграла вероятностей

$$\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

Табл 1.

X	y
1.0	0.8427
1.1	0.8802
1.2	0.9103
1.3	0.9340
1.4	0.9523
1.5	0.9661
1.6	0.9763
1.7	0.9838
1.8	0.9891
1.9	0.9928
2.0	0.9953

Табл. 2

Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0.0375	-0.0074	0.0010
0.0301	-0.0064	0.0010
0.0237	-0.0054	0.0009
0.0183	-0.0045	0.0009
0.0138	-0.0036	0.0009
0.0102	-0.0027	0.0005
0.0075	-0.0022	0.0006
0.0053	-0.0016	0.0004
0.0037	-0.0012	
0.0025		

2)

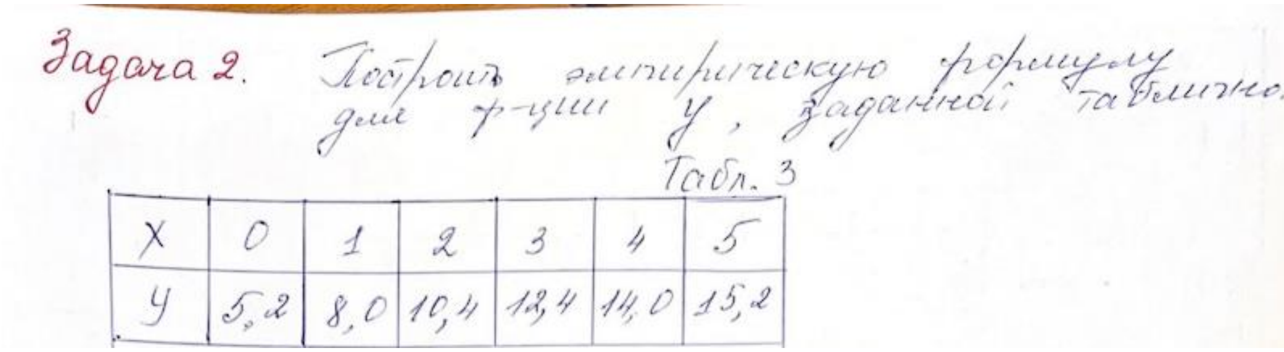

Задача 2. Построить эмпирическую формулу для ф-ции y, заданной таблично.

Табл. 3

x	0	1	2	3	4	5
y	5,2	8,0	10,4	12,4	14,0	15,2

8. Формула Стирлинга

   1)

Даны значения функции:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	2	5	10	15	20	22	24

Вычислить значение функции в точке 4,3. Используйте полином Стерлинга.

Алгоритм работы:

1. Постройте функцию
2. Определите нулевую точку.
3. Отделите узы для полинома Стерлинга.
4. Постройте таблицу разделенных разностей.
5. Вычислите полином.
6. Вычислите значение функции в заданной точке.
7. Постройте функцию с найденным значением в указанной точке.

Код программы:

https://github.com/webbsalad/--.---------------------

Результаты программы для контрольного примера:

5. Лагранж.

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\1.py"
Approximate value of the function f(x) at x = 0.263 : 0.2692364102817679
Approximate value of the function f(x) at x = 0.1157 : 1.3052395713841944
```

   2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\2.py"
0 | 0.101 | 1.26183 | 2.9400000000000035 | -120 | -352.8000000000004 | -0.0035766156462584994
1 | 0.106 | 1.27644 | 1.9400000000000035 | 24 | 46.56000000000009 | 0.027414948453608198
2 | 0.111 | 1.29122 | 0.9400000000000035 | -12 | -11.280000000000042 | -0.11446985815602795
3 | 0.116 | 1.30617 | -0.0599999999999965 | 12 | -0.719999999999958 | -1.814125000000106
4 | 0.121 | 1.3213 | -1.0599999999999965 | -24 | 25.439999999999916 | 0.05193789308176117
5 | 0.126 | 1.3266 | -2.0599999999999965 | 120 | -247.1999999999996 | -0.005366504854368941

The value of the function y(x) at x = 0.1157 : -1.858185137121392
```

   3)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\3.py"
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.25: 0.6874999999999999
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.3333333333333333: 0.8333333333333333
```

   4)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\4.py"
The value of the interpolation polynomial at a point 0.5 : 0.25
```

6. Ньютон 1

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 1\1.py"
For x = 0.112, y = 2.04922
For x = 0.133, y = 2.12385
```

7. Ньютон 2

   1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\1.py"
Newton's interpolation polynomial (divided difference form):
-0.0061700000000019*x**10 + 0.0910350000000272*x**9 - 0.600966000000175*x**8 + 2.33733270000066*x**7 - 5.93066226100164*x**6 + 10.
2575434115028*x**5 - 12.2464207499032*x**4 + 9.96611183358258*x**3 - 5.29957913052855*x**2 + 1.70977461968842*x + 0.564730576659142
F(1.43) is approximately equal to: 0.857828063742339
```

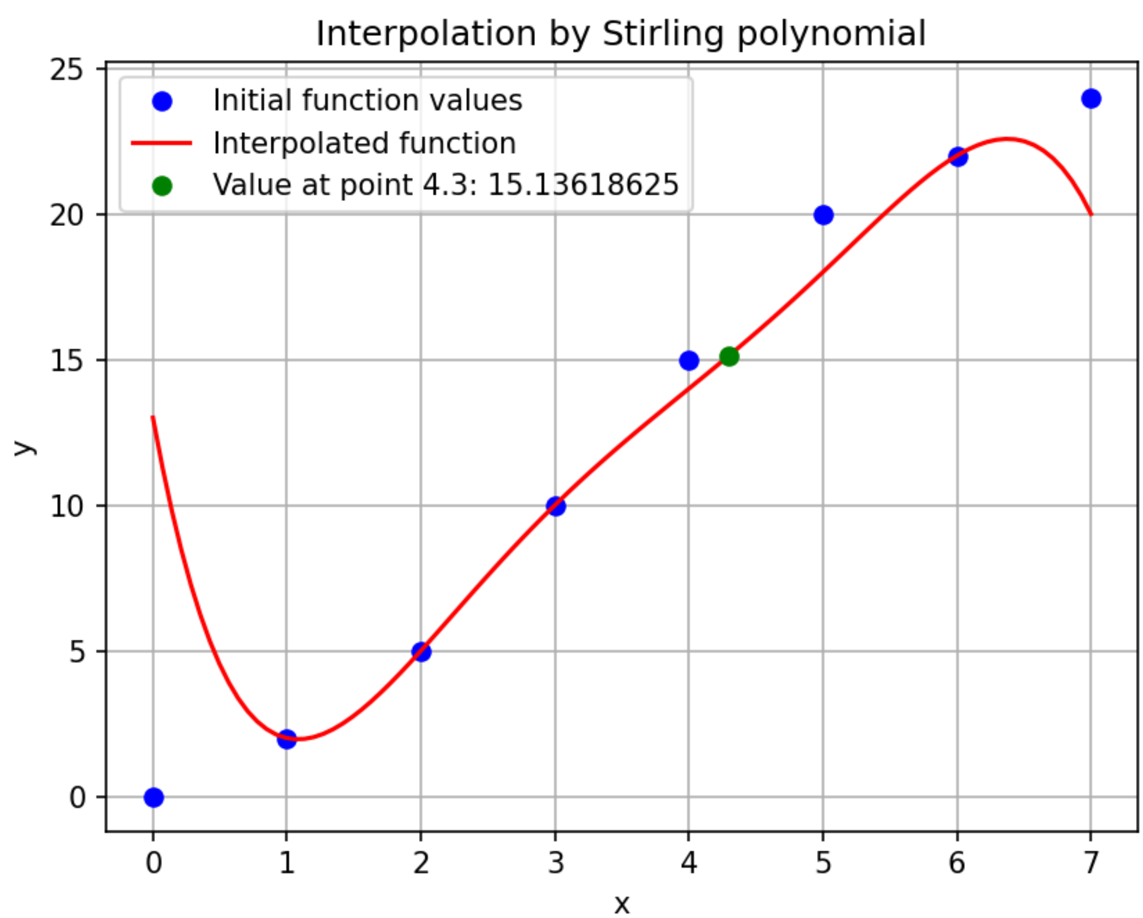
2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\2.py"
Newton's interpolation formula (divided difference form):
-8.88178419700125e-16*x**5 + 9.76996261670138e-15*x**4 - 3.73034936274053e-14*x**3 - 0.399999999999943*x**2 + 3.19999999999997*x + 5.2
```

8. Стирлинг

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\стирлинг\1.py"
Function value at point 4.3: 15.13618625
```



Вывод:

Нам успешно удалось реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа. Ответы, полученные нами, сходятся с ответами прорешанных задач в предоставленных нам файлах.

Отчёт Суворов Р.М.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа.

Математическая модель:

7. Многочлен Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)}\, y_i$$

$$\prod_{n+1} = (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \ldots (x - x_n)$$

$$D_i = (x_i - x_0)(x_i - x_1) \ldots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \ldots (x_i - x_n)$$

$$\mathbf{f(x)} \approx \prod_{n+1} \cdot \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{D_i}$$

$$f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(t-i)C_i}$$

$$\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\ldots(t-n);$$

$$t = \frac{x-x_0}{h} \qquad\qquad h = x_{i+1} - x_i$$

$$C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!$$

8. Формула Ньютона:

$$P_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} f(x_0; ..; x_k) \cdot \prod_{i=0}^{k-1} (x - x_i)$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x-x_0)^{(1)} + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x-x_0)^{(2)} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_0)^{(n)}$$

9. Формула Стирлинга:

$$P_n(x) = y_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{u}{(2i-1)!}\left(\prod_{j=1}^{i-1}(u^2-j^2)\right)\frac{\Delta^{2i-1}y_{-(i-1)} + \Delta^{2i-1}y_{-i}}{2} + \frac{u^2}{(2i)!}\left(\prod_{j=1}^{i-1}(u^2-j^2)\right)\Delta^{2i}y_{-i}\right).$$

Задачи:

9. Многочлен Лагранжа:
   1)

Задача 1.

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана:

1) в неравноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,263.

x	**y**
0,05	0,050042
0,10	0,100335
0,17	0,171657
0,25	0,255342
0,30	0,309336
0,36	0,376403

2) в равноотстоящих узлах таблицы.

Вычислить значение функции f(x) = y(x) при x = 0,1157.

x	**y**
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,32660

2)

Задание 2.

Определить значение функции y(x) при x = 0,1157.

Базовые значения следующие:

x	y
0.101	1.26183
0.106	1.27644
0.111	1.29122
0.116	1.30617
0.121	1.32130
0.126	1.32660

Для решения задачи следует использовать следующие формулы:

$$\boldsymbol{f(x) = y(x) \approx \prod_{n+1}(t) \sum_{i=0}^{n} \frac{y_i}{(t-i)C_i}}$$

$$\boldsymbol{\prod_{n+1}(t) = t(t-1)\ldots(t-n);}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{x-x_0}{h}} \qquad \mathbf{h = x_{i+1} - x_i}$$

$$\mathbf{C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!}$$

Здесь t = (0.1157 – 0/101) / 0.005 = 2.94.

Вычисления располагаем в таблице

i	**x_i**	**y_i**	**t - i**	**C_i**	**(t – i) C_i**	$\frac{y_i}{(t-i)C_i}$

3)

Задание 3. Имеем функцию $y = \sin \pi x$

1. Найти для функции $y=\sin\pi x$ интерполяционный полином Лагранжа, выбрав узлы $x_0=0$, $x_1= 1/6$, $x_2= 1/2$.

1. 2. Найти значения полинома Лагранжа для значений x: $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$

4)

Задание 4. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции $f(x) = x^2$ по узлам

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1.$$

10. Формула Ньютона 1

1)

Задание.

Вычислить значение функции при заданных значениях аргумента, используя интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов.

При вычислениях учитывать только разделённые (конечные) разности первого и второго порядков

Дано:

X	y
0.103	2.01284
0.108	2.03342
0.115	2.06070
0.120	2.07918
0.128	2.10721
0.136	2.13354
0.141	2.14922
0.150	2.17609

Определить значения ф-ции y(x) при следующих значениях аргумента:

1) $X_1 = 0.112$

2) $X_2 = 0.133$

Решение для условия $X_1 = 0.112$

11.Формула Ньютона 2

1)

Задача 1. В таблице 1 приведены значения интеграла вероятностей

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx .$$

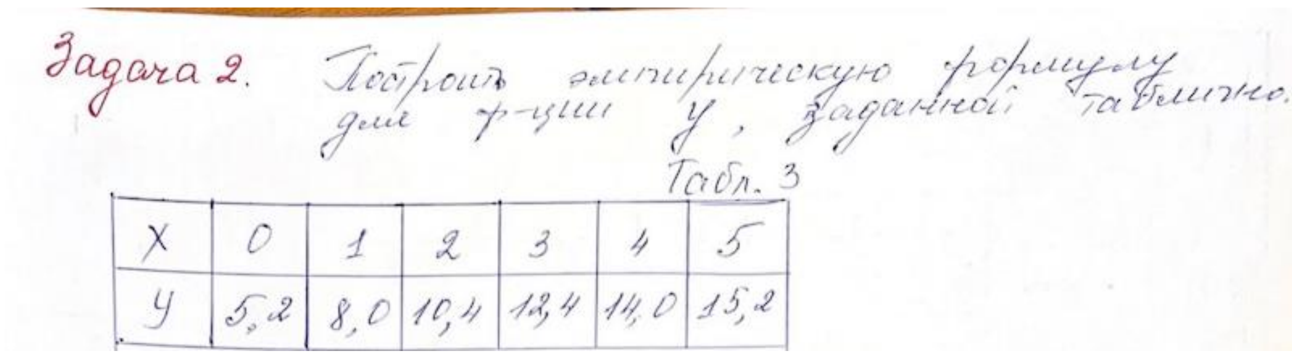
Табл 1.

X	y
1,0	0.8427
1.1	0.8802
1.2	0.9103
1.3	0.9340
1.4	0.9523
1.5	0.9661
1.6	0.9763
1.7	0.9838
1.8	0.9891
1.9	0.9928
2.0	0.9953

Табл. 2

Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0.0375	-0.0074	0.0010
0.0301	-0.0064	0.0010
0.0237	-0.0054	0.0009
0.0183	-0.0045	0.0009
0.0138	-0.0036	0.0009
0.0102	-0.0027	0.0005
0.0075	-0.0022	0.0006
0.0053	-0.0016	0.0004
0.0037	-0.0012	
0.0025		

2)



Задача 2. Построить эмпирическую формулу для ф-ции y, заданной таблично.

Табл. 3

x	0	1	2	3	4	5
y	5,2	8,0	10,4	12,4	14,0	15,2

12. Формула Стирлинга

1)

Даны значения функции:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	2	5	10	15	20	22	24

Вычислить значение функции в точке 4,3. Используйте полином Стерлинга.

Алгоритм работы:

1. Постройте функцию
2. Определите нулевую точку.
3. Отделите узы для полинома Стерлинга.
4. Постройте таблицу разделенных разностей.
5. Вычислите полином.
6. Вычислите значение функции в заданной точке.
7. Постройте функцию с найденным значением в указанной точке.

Код программы:

https://github.com/webbsalad/---------------------------------------.--------------------

Результаты программы для контрольного примера:

9. Лагранж.

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\1.py"
Approximate value of the function f(x) at x = 0.263 : 0.2692364102817679
Approximate value of the function f(x) at x = 0.1157 : 1.3052395713841944
```

2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\2.py"
0 | 0.101 | 1.26183 | 2.9400000000000035 | -120 | -352.8000000000004 | -0.0035766156462584994
1 | 0.106 | 1.27644 | 1.9400000000000035 | 24 | 46.56000000000009 | 0.027414948453608198
2 | 0.111 | 1.29122 | 0.9400000000000035 | -12 | -11.280000000000042 | -0.11446985815602795
3 | 0.116 | 1.30617 | -0.0599999999999965 | 12 | -0.719999999999958 | -1.814125000000106
4 | 0.121 | 1.3213 | -1.0599999999999965 | -24 | 25.439999999999916 | 0.05193789308176117
5 | 0.126 | 1.3266 | -2.0599999999999965 | 120 | -247.1999999999996 | -0.005366504854368941

The value of the function y(x) at x = 0.1157 : -1.858185137121392
```

3)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\3.py"
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.25: 0.6874999999999999
The value of the Lagrange interpolation polynomial for x=0.3333333333333333: 0.8333333333333333
```

4)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\лагранж\4.py"
The value of the interpolation polynomial at a point 0.5 : 0.25
```

10. Ньютон 1

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 1\1.py"
For x = 0.112, y = 2.04922
For x = 0.133, y = 2.12385
```

11. Ньютон 2

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\1.py"
Newton's interpolation polynomial (divided difference form):
-0.00617000000000019*x**10 + 0.0910350000000272*x**9 - 0.600966000000175*x**8 + 2.33733270000066*x**7 - 5.93066226100164*x**6 + 10.
2575434115028*x**5 - 12.2464207499032*x**4 + 9.96611183358258*x**3 - 5.29957913052855*x**2 + 1.70977461968842*x + 0.564730576659142
F(1.43) is approximately equal to: 0.857828063742339
```

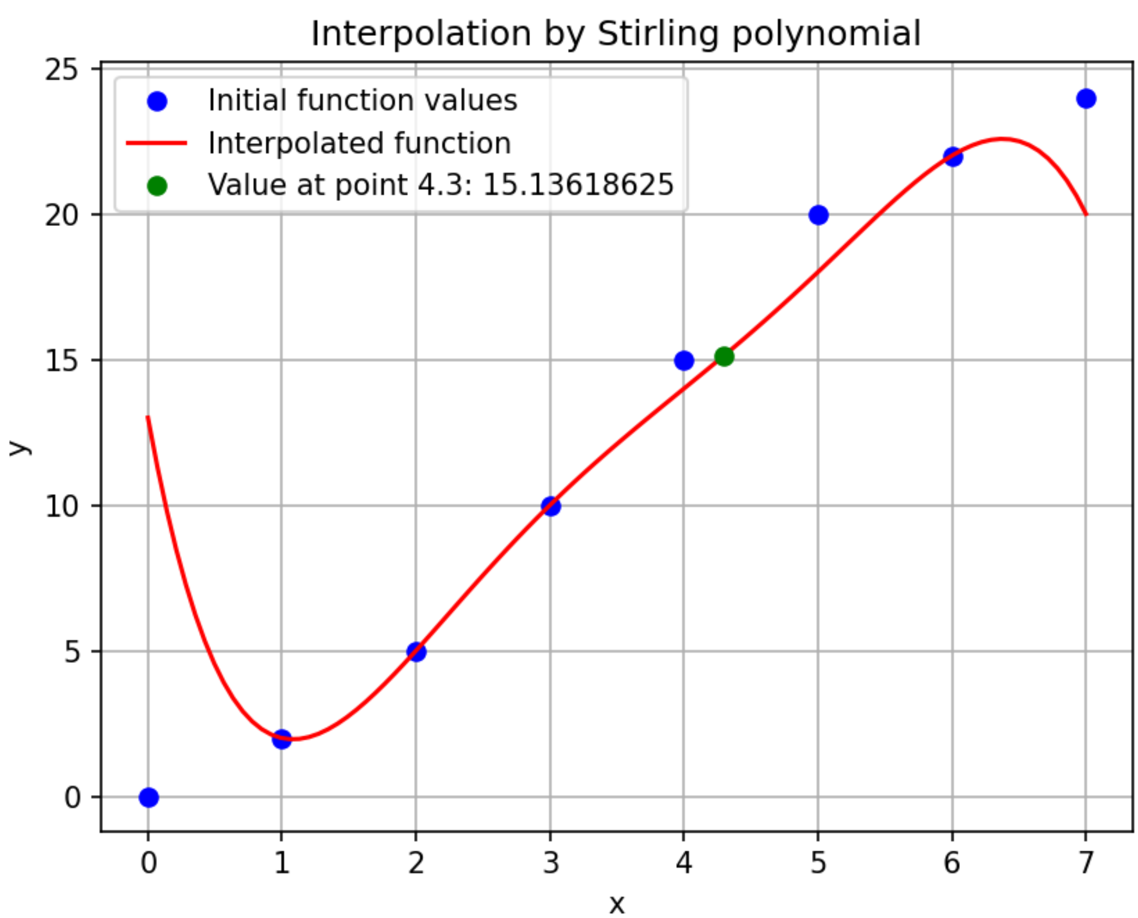
2)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\ньютон 2\2.py"
Newton's interpolation formula (divided difference form):
-8.88178419700125e-16*x**5 + 9.76996261670138e-15*x**4 - 3.73034936274053e-14*x**3 - 0.399999999999943*x**2 + 3.19999999999997*x + 5.2
```

12.Стирлинг

1)

```
[Running] python -u "d:\docker-test\ткм\интерполяция\стирлинг\1.py"
Function value at point 4.3: 15.13618625
```



Вывод:

Нам успешно удалось реализовать решение задач интерполяционными формулами Ньютона, Стирлинга и многочленом Лагранжа. Ответы, полученные нами, сходятся с ответами прорешанных задач в предоставленных нам файлах.