Часть 1. Ф и их Г

практ. раб

Решить нереш. на занят. номера с 6.1.1 – 6.1.24.

Домашняя работа — Гневков Артем Евгеньевич, ИВТ 2.1.

6.1.3.

$f(x) = \frac{x^2+4}{x^3+1}$

$\square$ $D(x^2+4) = (-\infty; +\infty)$

$D(x^3+1) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$D\left(\frac{x^2+4}{x^3+1}\right) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ $\blacksquare$

6.1.4 $f(x) = \sin \frac{1}{|x|-2}$

$\square$ $D\left(\frac{1}{|x|-2}\right) = (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$

$D(\sin) = R$

$D(f) = (-\infty; 2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$ $\blacksquare$

6.1.5 $f(x)\ \log_3(-x)$.

D ~~(-x) log~~ $D(\log_3(-x)) = (-\infty; 0)$

~~$D(\log_3(-x))$~~ $D(f) = (-\infty, 0)$ $\blacksquare$

6.1.6. $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 7x + 10}$

$\square$

$D(x^2-7x+10)=(-\infty;+\infty)$ $\qquad x^2-7x+10\geq 0$

$D(\sqrt[4]{x^2-7x+10})=$ $\qquad x=2$ и 5

$(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$

6.1.7 $f(x)=x^2+tg\,x$

D $D(x^2)=(-\infty;+\infty)$ $\qquad D(f)=\{\frac{\pi}{2}+\pi k\}, k\in Z$

$D(tg\,x)=\{\frac{\pi}{2}+\pi k\}$

6.1.8 $f(x)=\sqrt{x-7}+\sqrt{10-x}$

$x-7\geq 0$ $\qquad 10-x\geq 0$ $\qquad D(f)=[7;10]$

$x\geq 7$ $\qquad x\leq 10$

6.1.9.

D $f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{|x^2-2|}}$ $\qquad x>0$

$\sqrt{|x^2-2|}\neq 0$ $\qquad |x^2-2|\geq 0$

$x\in R$

$|x^2-2|\neq 0$

$D(f)=(0;\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};\infty)$

$x\neq\sqrt{2}$

6.1.10

D $f(x)=\sqrt[4]{x+2}+\frac{1}{\sqrt[6]{1-x}}$

$x+2\geq 0$ $\qquad \sqrt[6]{1-x}\neq 0$ $\qquad 1-x\geq 0$

$x\geq -2$ $\qquad x\neq 1$ $\qquad -x\geq -1$

$x\leq 1$

$D(f)\ [-2;1)$

6.1.12

D $f(x)=\arccos(x-2)-\ln(x-2)$

$x-2>0$ $\qquad -1\leq x-2\leq 1$

$x>2$ $\qquad 1\leq x\leq 3$

$D(f)=(2;3]$

6.1.14

D $f(x)=x^2-8x+20$ $\qquad E(f)=?$

$f(x)=x^2-8x+20=(x-4)^2+4$

$(x-4)^2\geq 0$ $\qquad (x-4)^2\geq 4$ $\qquad f(x)=[4;\infty)$

$f \circ g = f(g(x)) = (2x-1)^3$

$g \circ f = g(f(x)) = 2x^3 - 1$

Д/З. 6.1.25 – 6.1.38. Решить переп

Домашняя работа

6.1.15

$f(x) = 3^{x^2}$

$\square \quad 3^{-x^2} = \frac{1}{3^{x^2}} \quad E(3^{x^2}) = [1; \infty)$

$E\left(\frac{1}{3^{x^2}}\right) = [1; 0)$

6.1.16. $f(x) = 2\sin x - 7$

D

$E(\sin x) = [-1; 1]$

$E(2\sin x) = [-2; 2]$

$E(2\sin x - 7) = [-9; -5]$

6.1.17

Д $f(x) = \frac{1}{x} + 4$

$E(x^{-1}) = R \setminus \{0\}$

6.1.18. Д $f(x) = x^3 \cdot 2^x$

1) $f(1) = 2$

2) $f(-3) = -27 \cdot \frac{1}{8}$

3) $f(-\sqrt[3]{5}) = -5 \cdot \frac{1}{8}$

4) $f(-x) = -x^3 \cdot \frac{1}{2^x}$

5) $f(3x) = (3x)^3 \cdot 2^{3x} = 27x^3 \cdot 8^x$

6) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right)^3 \cdot 2^{\frac{1}{x}} = \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^3}$

7) $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x^3 2^x}$

8) $f(b-2) = (b-2)^3 \cdot 2^{(b-2)} = 2^{b-2} \cdot b^3 - 2^{b-2} \cdot 6b^2 + 2^{b-2} \cdot 12b - 2$

6.1.22

Д $\varphi(t) = \frac{\sqrt{t+5}}{t^2}$

1) $\varphi(-1) = \frac{2}{1} = 2$

2) $\varphi(-5) = 0$

3) $\varphi\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{\sqrt{\frac{25}{4}}}{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4^2}{25_5} = \frac{2}{5} = 0,4$

4) $\varphi(z+3) = \frac{\sqrt{z+8}}{z^2+6z+9}$

6.1.24

Д 1) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

$D(f) = (-\infty, 0) \cup (0; \infty)$ сим.

$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{-\sin x}{-x} = f(x)$ четн.

2) $f(x) = x^5 + 3x^3 - x$

$D(f) = x \in R$ сим.

$f(-x) = -x^5 - 3x^3 + x = -f(x)$ нечет.

3) $f(x) = \sqrt{x}$

$D(f) = x \geq 0$ несим. общ. вида

4) $f(x) = \arcsin x$

$D(f) = x \in [-1; 1]$ сим.

$f(-x) = \arcsin(-x) = -f(x)$ нечёт.

5) $f(x) = \sin x + \cos x$

$D(f) = (-\infty; \infty)$ си

$f(-x) = -\sin x + \cos x \neq -f(x)$ общего вида

6) $f(x) = |x| - 2$

$D(f): x \in R$

$f(-x) = |-x| - 2 = f(x)$ чёт.

6.1.26.

D 1) $f(x) = \cos \frac{x}{4}$

$\cos x: T_0 = 2\pi$

$\cos \frac{x}{4} = \cos(\frac{x}{4} + 2\pi) = \cos(\frac{1}{4}(x + 8\pi)) \Rightarrow T = 8\pi$

3) $f(x) = tg(2x-1)$

$tg\, x: T_0 = \pi$

$tg(2x + \pi) = tg(2(x + \frac{1}{2}\pi)) \Rightarrow T = \frac{1}{2}\pi$

2) $f(x) = |x|$ - функ непериод.

4) $f(x) = \sin \frac{x}{4} \cdot ctg\, x$

$ctg\, x = ctg(x + \pi)$

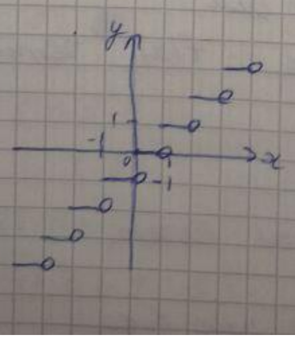
НОК $(\pi; 4\pi) = 4\pi$

5) $f(x) = \sin 3x \cdot \cos 3x$

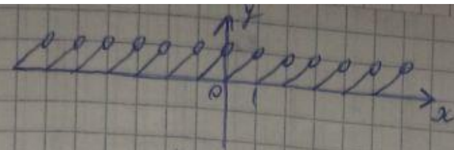
$\sin 3x \cdot \cos 3x = \sin(3(x+\pi)) \cdot \cos(3(x+\pi)) \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$

6.1.27.

D $y = [x]$



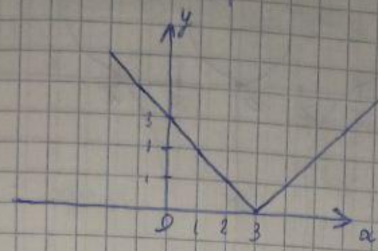
2) $y = \{x\}$



6.1.29

D $y = |x-3|$

3 →



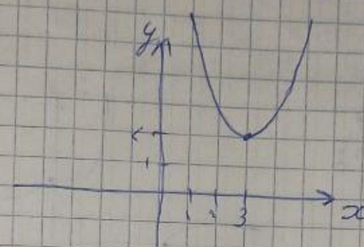
6.1.30

D $y = x^2 - 6x + 11$

$y = x^2$

$y = (x-3)^2$ → 3

$y = (x-3)^2 + 2$ ↑ 2

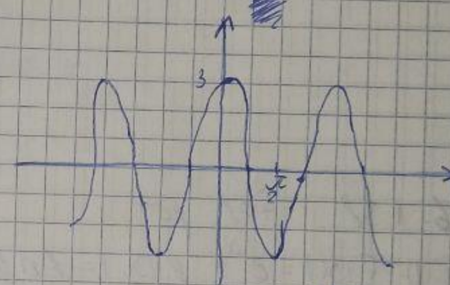


6.1.31 D $y = 3\cos 2x$

$y = \cos 2x$

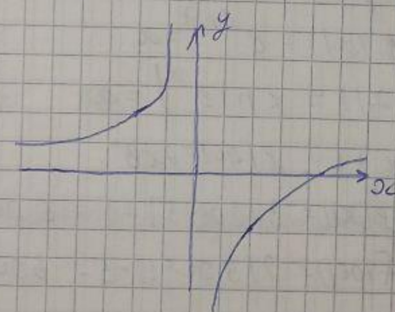
$y = \cos 2x$ →← 2 по Ox

$y = 3\cos 2x$ ↕ 3 по Oy



6.1.32 $y = -\frac{2}{x} + 1$ ↑ 1

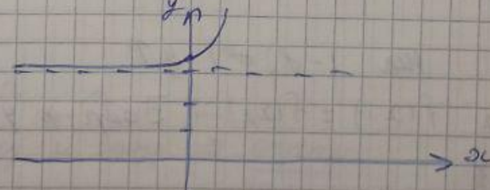
D



6.1.33

D $y = 2^{x-1} + 3$

$y = 2^{x} \cdot \frac{1}{2} + 3$

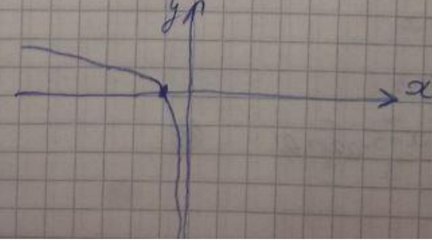


6.1.34

D $y = \log_3 |-x|$

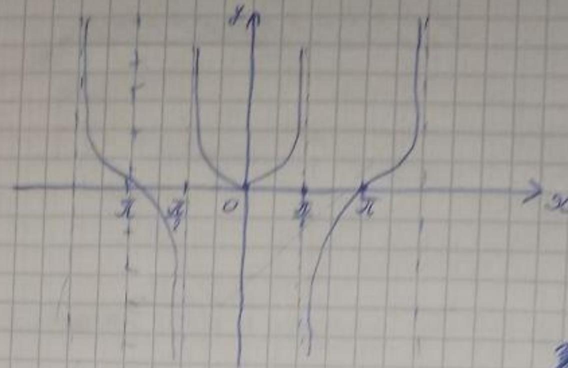
$y = \log_3 x$

$y = \log_3 -x$ ↺



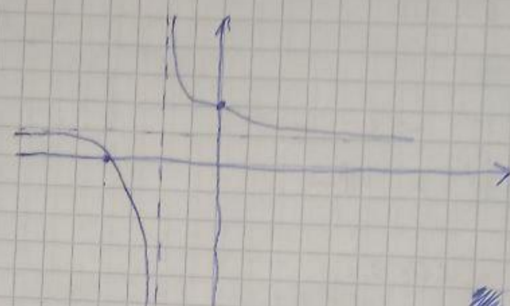
6.1.35

D $y = tg|x|$



6.1.36

D $y = \frac{x+4}{x+2}$ $\leftarrow 4$ / $\leftarrow \uparrow 2$



6.1.38 fog, gof

D 1) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$

$f \circ g = f(g(x)) = e^{\ln x} = x$

$g \circ f(g(f(x)) = \ln(e^x) = x$

2) $f(x) = 3x+1$; $g(x) = 2x-5$

$f \circ g = f(g(x)) = 3(2x-5)+1 = 6x-14$

$g \circ f = g(f(x)) = 2(3x+1)-5 = 6x-3$

6.1.41

D $y = 3x+5$ на $(-\infty; \infty)$ $y \nearrow$

$x_1 \neq x_2$ $f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow \exists$ обр. ф. y'

$x = 3y+5$

$3y+5 = x$

$3y = x-5$

$y^{-1} = \frac{x-5}{3}$ - обр. ф.

6.1.42

□ $y = x^3 - 2$

на $(-\infty; \infty)$ $y \uparrow$ $\Rightarrow \exists$ обр. ф. y^{-1}

$x = y^3 - 2$

$y^3 = x + 2$

$y^{-1} = \sqrt[3]{x+2}$ - обр. ф.

6.1.43 $y = |x|$

□ Ф-ция $\downarrow$ на $(-\infty; 0]$ | $\Rightarrow$ не сущ. обр. ф-ция

$\uparrow$ на $(0; +\infty)$

6.1.44

□ $y = \dfrac{x-2}{x}$

на $(-\infty; \infty)$ функ-ция $\uparrow$ $\Rightarrow \exists$ обр. ф-ция y^{-1}

$x = \dfrac{y-2}{y}$

$\cancel{y = x = \frac{y-2}{y}}$

$\cancel{x} = y - 2 - xy = 0$

$y(1 - x) = 2$

$y = \dfrac{2}{1-x}$ - обр. ф.

6.1.45

□ $f(x) = C$ - ф-ция не убывает и не возрастает

6.1.46

□ $f(x) = \sin^2 x$

$f'(x) = 2 \sin x \cos x$

Ф-ция огр. сверху и снизу $\Rightarrow$ огран.

6.1.47

□ $f(x) = \mathrm{arc\,tg}\, x$

Ф-ция огр. сверху и снизу

$f(x) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$ огран.

6.1.48

□ $f(x)$ $f(x) = -x^2 + 2x$

Функция огран, т.к. наим знач. достигается при $f(1)$ и $f(-1)$ ■

6.1.49

□ $f(x) = \frac{x+2}{x+5}$, ф-ция ↑ на $(-\infty; +\infty)$ => монотонная

ограничена, т.к. $x \neq 5$ ■

6.1.54

□ 1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

$4x^2 - 9y^2 = 36$

$9y^2 = 4x^2 - 36$

$y = \sqrt{\frac{4x^2}{9}} = 2$ (■)

2) $x + |y| = 1$

$|y| = 1 - x$

$|y^2| = 1 - x$

$y^2 = 1 - x$

$y = 1 - x$

3) $e^y - \sin y = x^2$

$\frac{y}{e} - \sin y = x^2 \quad \cdot e$

$y - e\sin y = e \cdot x^2$ $\varnothing$

6.1.55

□ $y + \cos y - x = 0$

$A(1;0)$: $0 + \cos 0 - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

$0 = 0$

$B(0;0)$: $0 + \cos 0 - 0 = 0$

$1 = 0$ $\varnothing$

$C(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$: $\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

$0 = 0$

$D(\pi - 1; \pi)$: $\pi + \cos\pi - \pi + 1 = 0$

$-1 + 1 = 0$