2.1.2.

Домашняя работа. Гневнов А. Е. ИВТ 2.1.

в) $y = C\cdot\sin x$, $y'\operatorname{tg}x - y = 0$

$y' = \frac{y}{\operatorname{tg}x}$ (1)

$y' = (C\cdot\sin x)'_x = C\cos x \Rightarrow$ подставим в 1 $\Rightarrow C\cos x = \frac{C\sin x}{\operatorname{tg}x}$

$C\cos x = \frac{C\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} \Rightarrow C\cos x = C\cos x \Rightarrow$ функ. являет. решением. Д.У.

г) $y = Ce^{-3x}$, $y' + 3y = 0$

$y' = -3y$

$y' = (Ce^{-3x})' = Ce^{-3x}\cdot(-3) = -3Ce^{-3x}$

Подставим:

$-3Ce^{-3x} = -3Ce^{-3x} \Rightarrow$ функ. являет. решением. Д.У.

д) $y - x = Ce^{y}$, $(x-y+1)y' = 1$

$y' = (Ce^{y}+x)' = Ce^{y}y' + 1$

$x - y = -Ce^{y}$

$y' - Ce^{y} = 1$

$y' = \frac{1}{1-Ce^{y}}$

Подставим y' и $(x-y)$ в Д.У.:

$(-Ce^{y}+1)\cdot\frac{1}{1-Ce^{y}} = 1$

$\frac{1-Ce^{y}}{1-Ce^{y}} = 1$

$1 = 1 \Rightarrow$ функ. являет. решением Д.У.

е) $y = Ce^{x^3}$ $dy - 3x^2y\,dx = 0$

$dy = (Ce^{x^3})'_x dx \Rightarrow dy = Ce^{x^3}\cdot 3x^2\,dx$

$dy \Rightarrow Dy$, $y \Rightarrow Dy$:

$3Ce^{x^3}\cdot x^2dx - 3x^2\cdot Ce^{x^3}dx = 0$

$0 = 0 \Rightarrow$ функция является решением Д.У.

2.1.3.

а) $y = \frac{1}{3(x+1)}$, $y' = 3y^2$

$y' = \left(\frac{1}{3(x+1)}\right)'_x = \left(\frac{-1}{9(x+1)^2} \cdot 3 \cdot 1\right) = \left(-\frac{1}{3(x+1)^2}\right) - \frac{1}{3(x+1)^2} = \frac{3 \cdot 1}{3^2 \cdot (x+1)^2} \Rightarrow -\frac{1}{3(x+1)^2} \neq \frac{1}{3(x+1)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ функ. не являет. решением Д.У

б) $v = \frac{c}{b}(1 - e^{-\frac{bt}{a}})$, $a\frac{du}{dt} + bv - c = 0$

1) $v' = \left(\frac{c}{b}(1 - e^{-\frac{bt}{a}})\right)'_t = \frac{c}{b}\left(0 - \left(e^{-\frac{bt}{a}} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right)\right)\right) = \frac{ce^{-\frac{bt}{a}}}{a}$

2) $v' = \frac{dv}{dt}$; $v' \Rightarrow DY$, $u \Rightarrow DY$

3) $a \cdot \frac{c \cdot e^{-\frac{bt}{a}}}{a} + b\frac{c}{b}(1 - e^{-\frac{bt}{a}}) - c = c \cdot e^{-\frac{bt}{a}} + c - ce^{-\frac{bt}{a}} - c = 0$

$0 = 0 \Rightarrow$ функц. явл. решением Д.У.

в) $y = 3 - e^{-x^2}$, $xy' + 2y = e^{-2x^2}$

$y' = \frac{e^{-x^2} - 2y}{x}$

$y' = (3 - e^{-x^2})'_x = 0 - e^{-x^2} \cdot (-2)x = 2xe^{-x^2}$

$y' \Rightarrow DY$, $y \Rightarrow DY$:

$2xe^{-x^2} \neq \frac{e^{-x^2} - 2 \cdot (3 - e^{-x^2})}{x}$

$2xe^{-x^2} \neq \frac{-6 + 3e^{-x^2}}{x} \Rightarrow$ функ. не явл. решением Д.У.

г) $x^2 + t^2 - 2t = C$, $x\frac{dx}{dt} + t = 1$

$t(t-2) = C - x^2$

1) $x^2 = C - t^2 + 2t$

2) $2xx' = -2t + 2$

$xx' = 1 - t$ ①

$xx' + t = 1 \Rightarrow xx' = 1 - t$

Подставим 1 в Д.У.

$1 - t = 1 - t \Rightarrow$ функ. явл. решением Д.У.