

Собственные Интегралы

Определение

Собственные интегралы — это интегралы, у которых пределы интегрирования конечны и подынтегральная функция непрерывна на отрезке интегрирования.

Основные формулы

$$\int_a^b f(x)dx$$

Свойства

1. Линейность:

$$\int_a^b [cf(x) + g(x)]dx = c \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

2. Аддитивность:

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

3. Теорема о среднем значении:

Если $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то существует $c \in [a, b]$ такое, что

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b - a)$$

Метод интегрирования по частям

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Метод подстановки

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du, \text{ где } u = g(x)$$

Примеры

Пример 1:

$$\int xe^x dx$$

Решение:

$$\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = e^x(x - 1) + C$$

Пример 2:

$$\int \sin(x) \cos(x) dx$$

Решение:

$$\int \sin(x) \cos(x) dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x) dx = -\frac{1}{4} \cos(2x) + C$$