

1.1.53. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$f(x) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + E = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

1.1.54. $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -18 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$

$f(x) = 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 & -18 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -54 \\ 0 & 48 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -60 \\ 0 & 61 \end{pmatrix}$

1.1.55. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3$, $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

$A^3 = A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ 15 & -5 \end{pmatrix}$

$A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

$f(x) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ 15 & -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -20 \\ 30 & -4 \end{pmatrix}$

1.1.56. $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & -3+(-6)+0 & 0+(-3)+0 \\ 0+0+3 & 0+4+(-3) & 0+2+2 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 9+0+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -9 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -9 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 9 & -21 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 & -9 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 9 & -21 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -9 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 9 & -9 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \\ 0 & -12 & -3 \end{pmatrix}$$

11.59. $f(x) = x^3 - x^2 + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & 0+0+0 & 1+0+2 \\ 3+0+0 & 0+1+0 & 3+0+0 \\ 0+0+2 & 0+0+0 & 0+0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & 0+0+0 & 1+0+6 \\ 3+0+0 & 0+1+0 & 3+0+6 \\ 2+0+0 & 0+0+0 & 2+0+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 6 & 1 & 9 \\ 2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 6 & 1 & 9 \\ 2 & 0 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

11.60. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 2$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0-8 & -6+10-4 & 8+3+12 \\ 0+0+2 & 0+25+1 & 0+5-3 \\ -4+0-6 & 6-5-3 & -8+1+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 0 & 23 \\ 2 & 26 & 2 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 23 \\ 4 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -13 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8+0-46 & 12+0-23 & -16+0+69 \\ 8+0+16 & -12+130-8 & 20-26-24 \\ -20+10-9 & 30-10-2 & -40+2+26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -54 & -11 & 53 \\ 24 & 126 & -30 \\ -29 & -12 & -12 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = \begin{vmatrix} -108 & -22 & 106 \\ 48 & 252 & -60 \\ -48 & -36 & -64 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 23 \\ 4 & 26 & -8 \\ -10 & -2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -100 & -13 & 95 \\ 44 & 239 & -5 \\ -32 & -32 & -59 \end{vmatrix}$$

1.1.61. $A = [1, 2, 3]$ $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

D

$$A \cdot B^T = [4 + 10 + 18] = [32]$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 18 \end{pmatrix} \quad - \text{не квадратный}$$

1.1.62. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

D

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -5+4 & 3-2 \\ -15+10 & 9-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

- не квадратный

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -5+9 & -10+15 \\ -15+3 & 4-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -12 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1.1.63. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

□

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 0+12 & -4-9 \\ 0+0 & -8+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -13 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} \quad \text{не комму.}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 0-8 & 0+0 \\ -8+12 & 12+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$

$$1.1.64. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

□

$$AB = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+2+0 & 0-5+0 \\ -6-6-20 & 3-4+10 & 0+10-35 \\ -8+6-28 & 4+4+14 & 0-10-49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -32 & 9 & -25 \\ -30 & 22 & -59 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+2+0 & 0+5+0 \\ -6-6-20 & 3-4-10 & 0-10+35 \\ -8+6-28 & 4+4+14 & 0+10-49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 8 & -11 & -25 \\ -30 & 22 & -59 \end{pmatrix}$$

не комму.

$$1.1.65. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

□

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta d \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} ad & 0 & 0 & 0 \\ 0 & bb & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cr & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ds \end{pmatrix} \quad \text{— каллиграфический}$$

1.1.68. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 14 - 55 + 18 & -12 + 21 - 9 & 217 - 9 \\ 21 - 45 + 24 & -18 + 27 + 4 & 3 + 9 - 12 \\ 7 - 25 + 18 & -6 + 15 - 9 & 1 + 5 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 14 - 18 + 1 & 49 - 54 + 5 & 21 - 24 + 3 \\ -10 + 9 + 1 & -35 + 27 + 5 & -15 + 12 + 3 \\ 12 - 9 - 3 & 42 - 27 - 15 & 18 - 12 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

то же самое.

1.1.69. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

1.1.70. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$