

4.  $\det A = \sum_{a_1, a_2, \dots, a_n} (-1)^{N(a_1, a_2, \dots, a_n)} a_{1a_1} \cdot a_{2a_2} \cdot \dots \cdot a_{na_n}$  определитель

реш. 1. Вычисление определителя второго порядка

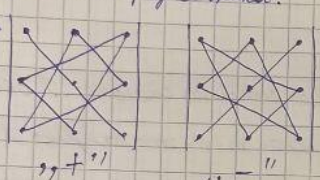
Чтобы определить определитель матрицы второго порядка, надо произведение элементов главной диагонали отнять произведение элементов побочной диагонали.

6.  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

это

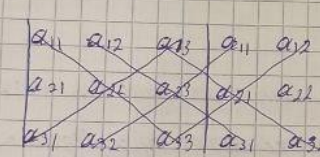
7. 2. Вычисление определителя третьего порядка.

реш. 2.1. Правило треугольника.

8.   $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} +$

9.  $+ a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}$

реш. 2.2.

10.   $= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$   
 $- a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11} - a_{33} \cdot a_{21} \cdot a_{12}$

реш.

3. Разложение определителя по строке или столбцу.

$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix} \begin{vmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = a_{11} \cdot A_{11} - a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} =$   
 $= 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$   
 $= -3 + 12 - 9 = 0$

Свойства определителей.

1. Определитель транспонированной матрицы равен определителю исходной матрицы.  
 $\det A^T = \det A$

2. Умножение всех элементов строки или столбца определителя на некоторое число  $\lambda$  равно умножению определителя на это число.

\* Такое свойство позволяет в частности, выносить общий множитель элементов строки или столбца за знак определителя.

3. Если в определителе переставить местами любые две строки или столбца, то определитель изменяет свой знак на противоположный.



4. Если матрица содержит нулевую строку (столбец), то определитель этой матрицы равен нулю.

5. Если две строки (столбца) матрицы равны между собой, то определитель этой матрицы равен нулю.

6. Если две строки (столбца) матрицы пропорциональны друг другу, то определитель этой матрицы равен нулю.

7. Определитель матрицы треугольного вида равен произведению элементов, стоящих на главной диагонали.

8. Если все элементы  $n$ -ой строки (столбца) определителя представлены в виде суммы  $a_{nj} + b_{nj}$ , то определитель можно представить в виде суммы соответствующих определителей.

9. Определитель не изменится, если к элементам любой его строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же число.

10. Пусть  $A$  и  $B$  — квадратные матрицы одного и того же порядка. Тогда определитель произведения матриц равен произведению определителей:  $\det(AB) = \det A \cdot \det B$ .