Отчёт по лабораторной работе №1

«Численное интегрирование»

Выполнили:

Адаменко С. С.

Гневнов А. Е.

Суворов Р.М.

Отчёт Адаменко С.С.

Тема: Численное интегрирование.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Вычислить определенный интеграл, используя различные численные методы и алгоритмы их реализации. Провести сравнительный анализ полученных результатов. Сделать вывод.

Математическая модель:

Метод левых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод правых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=1}^{n} f_i = h(f_1 + f_2 + \ldots + f_n).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод трапеции:

$$\int_a^b f(x)\,dx = h\left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i\right) + E_n(f),$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод парабол (Симпсона):

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{N/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{N/2} f(x_{2j-1}) + f(x_N)\right]$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод левых частей с переменным шагом:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h, R:

$$h(i) = x(i+1) - x(i)$$

$$|R| \le \frac{b-a^2}{2n}\text{М, где М} = max(f'(x)),\ \ a \le x \le b$$

Метод левых частей с двойным пересчётом:

Для первого раза:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Для двойного пересчёта:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1} f_i = \frac{h}{2}(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

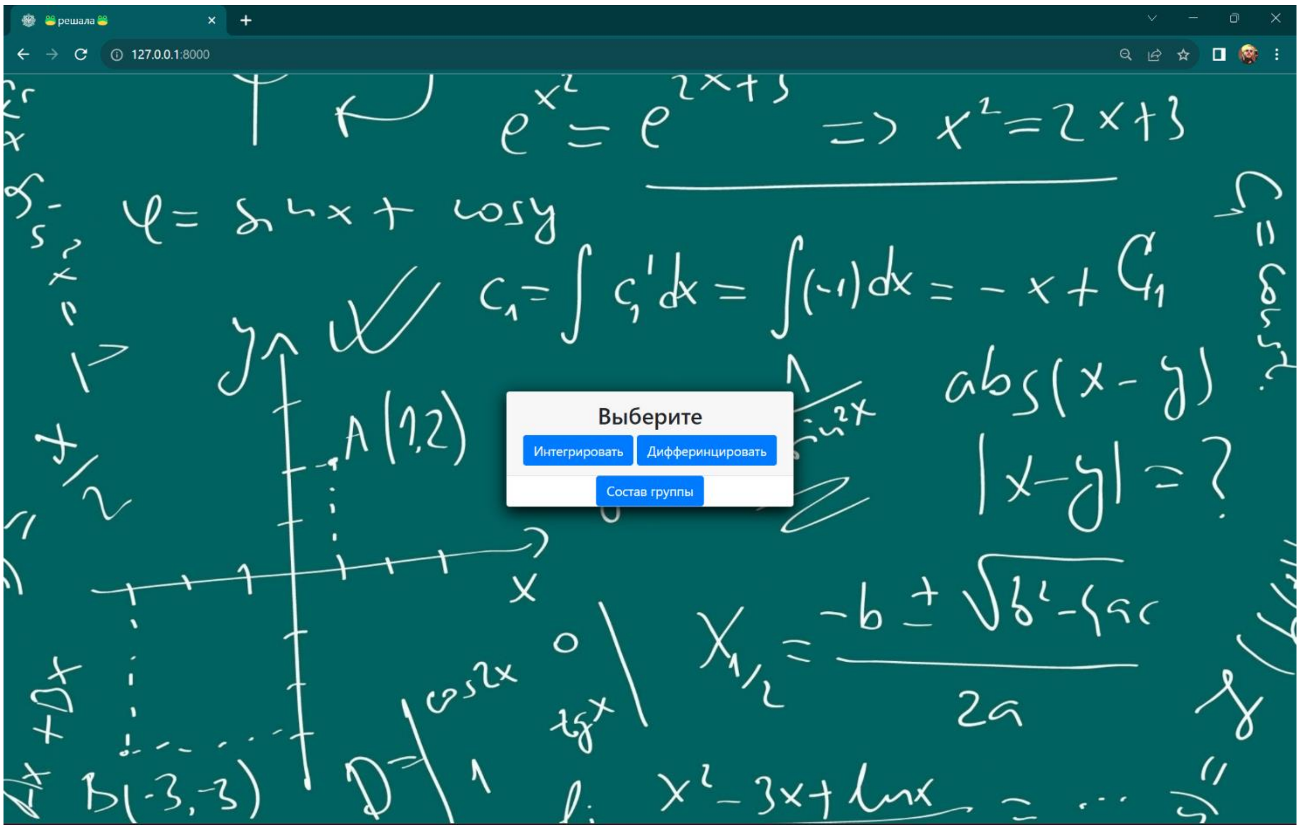
$$h = \frac{b-a}{2n},$$

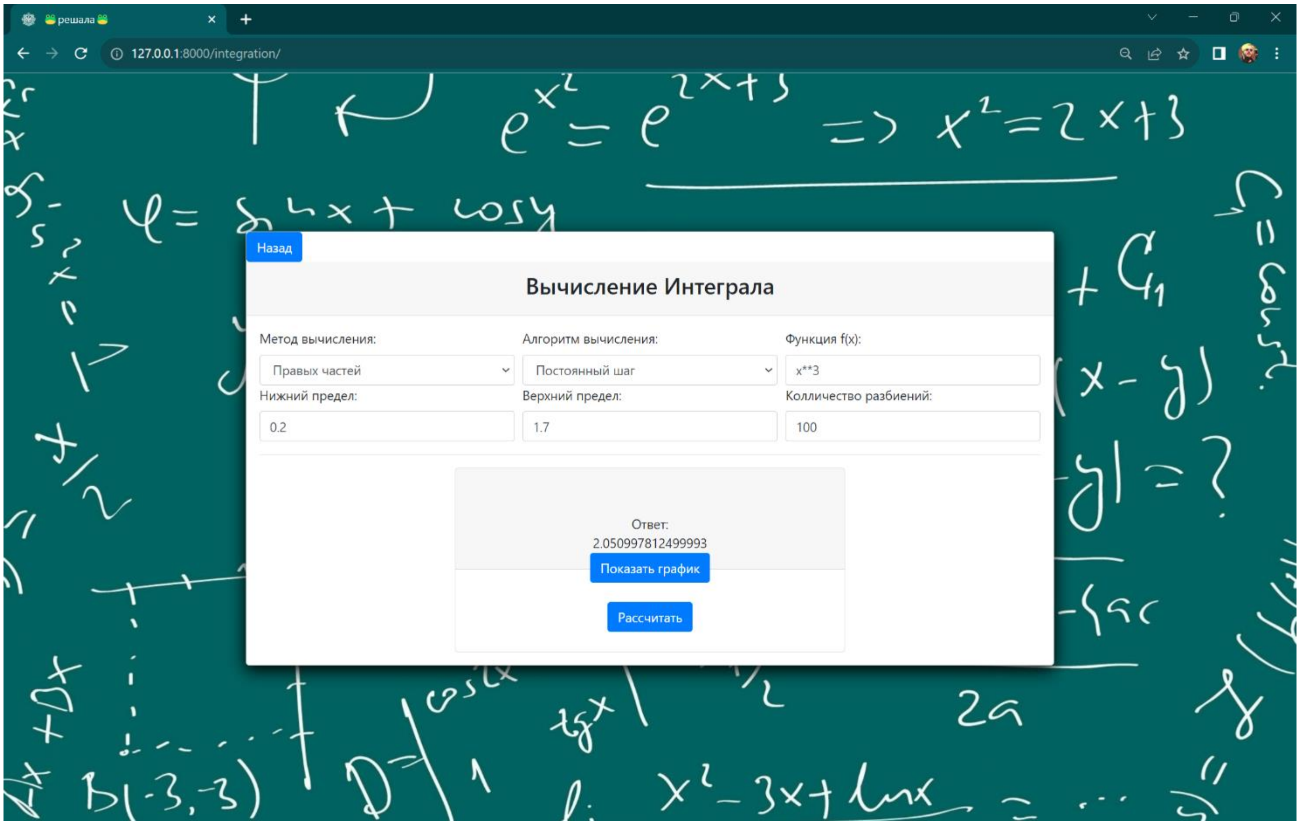
Код программы:

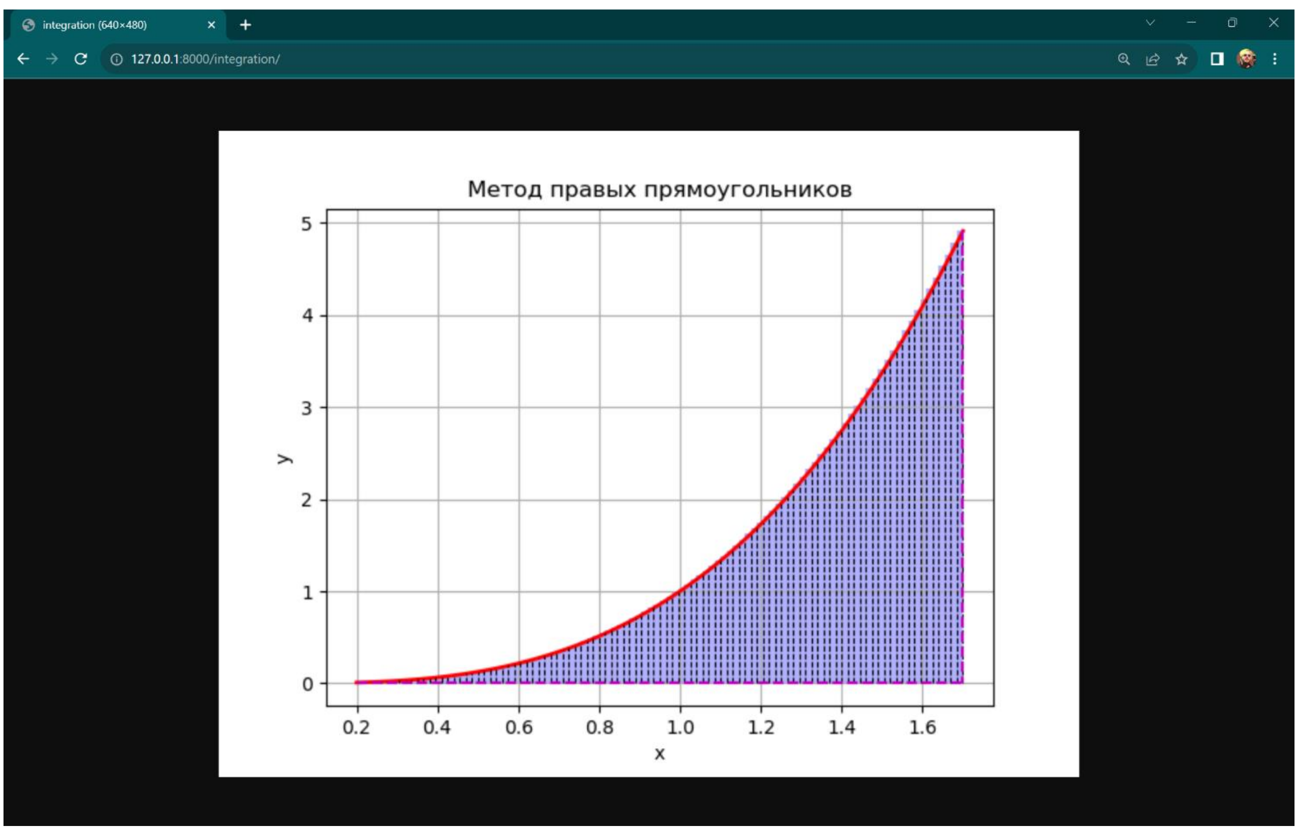
https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

Результат выполнения работы:

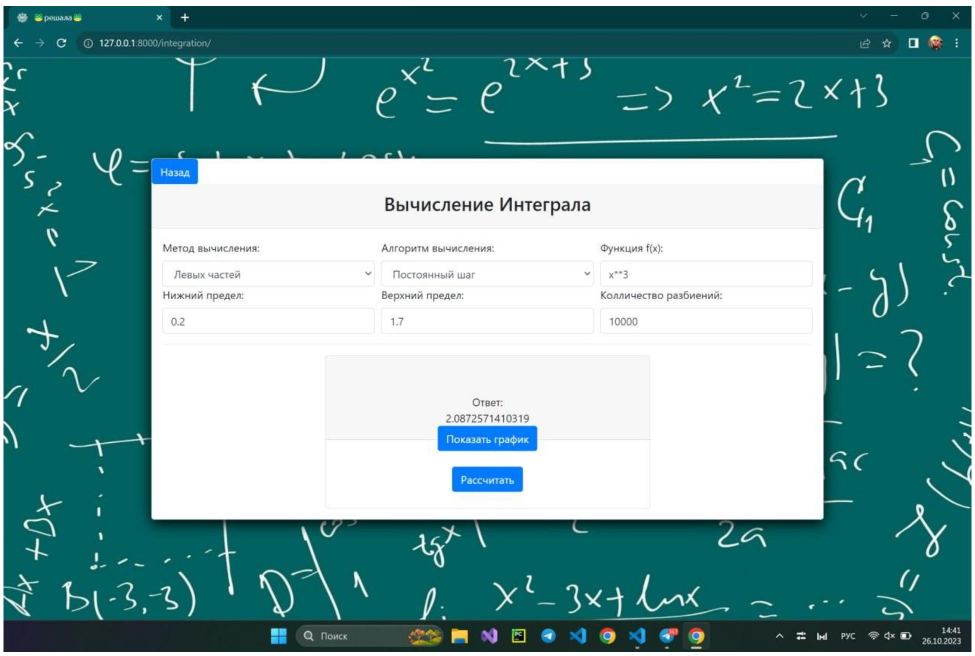


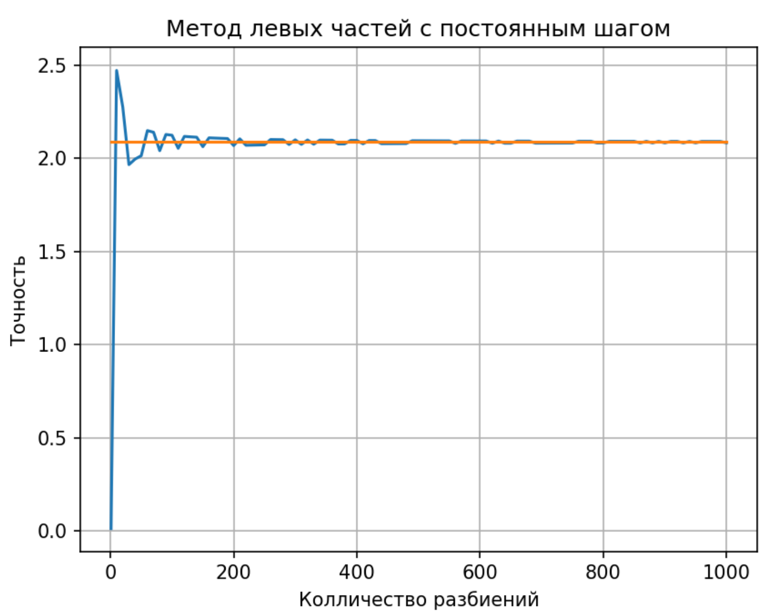




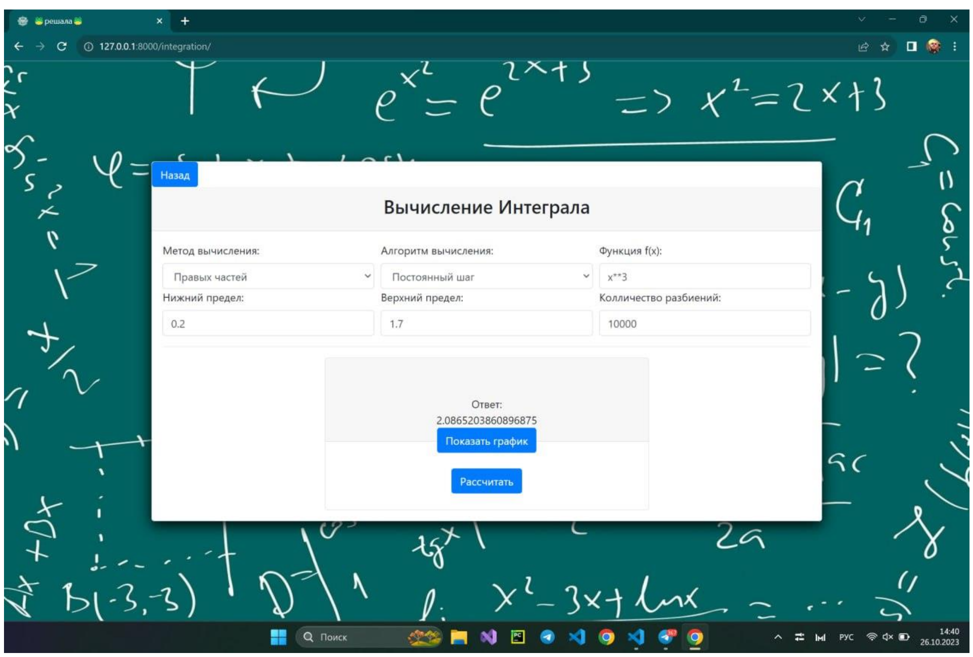
Сравнительный анализ полученных результатов:

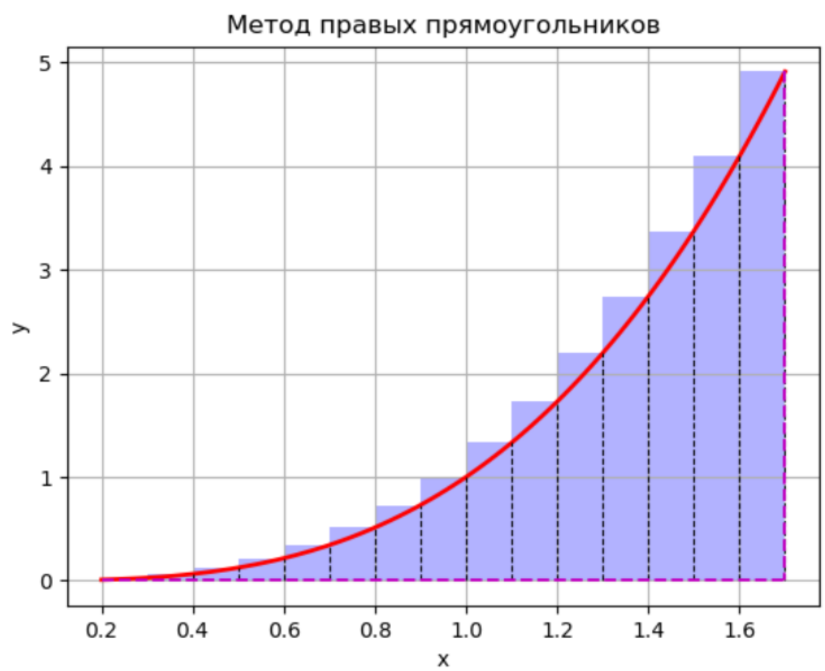
Возьмём контрольный пример в виде интеграла $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx$(при расчёте кратного интеграла использовался $\int_0^1 \int_{0.2}^{1.7} x^3 dx\, dy$), используя формулу Ньютона-Лейбница решаем его: $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_{0.2}^{1.7} = \frac{1.7^4}{4} - \frac{0.2^4}{4} = \frac{16701}{8000} = 2.087625$. Мы сравнили результаты, точность каждого метода к числу разбиений и получили, что метод трапеций и левых частей с переменным шагом выходят самыми точными по сравнению с другими для решения интегралов с кубической функцией. Данные расчётом были занесены в таблицу №1.



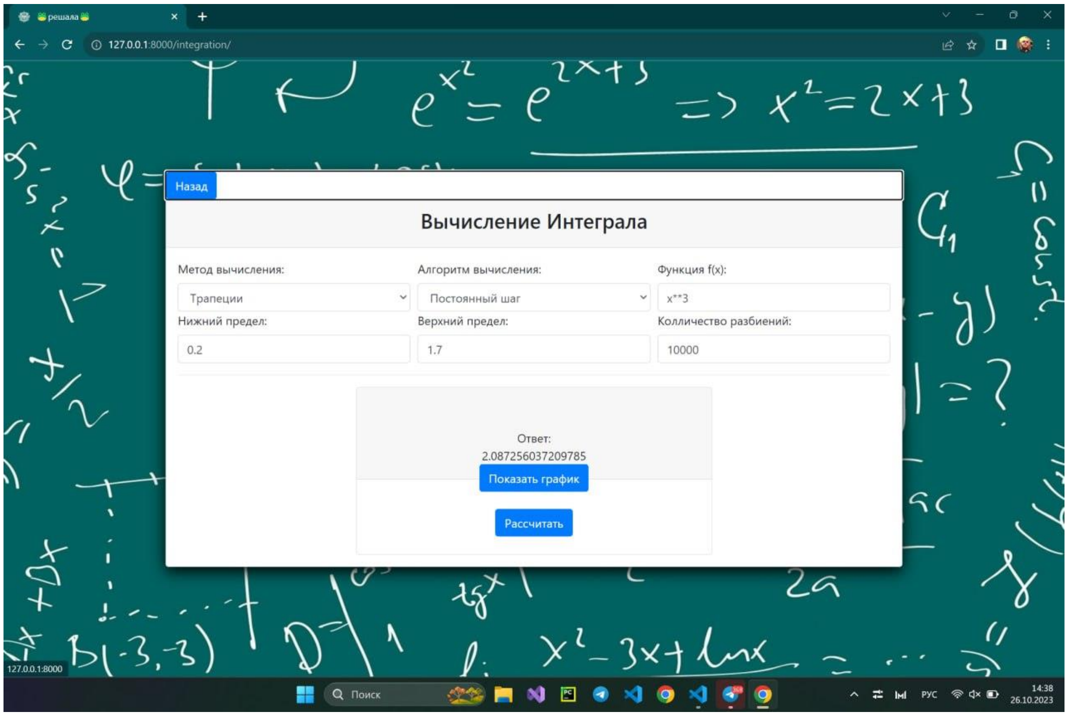


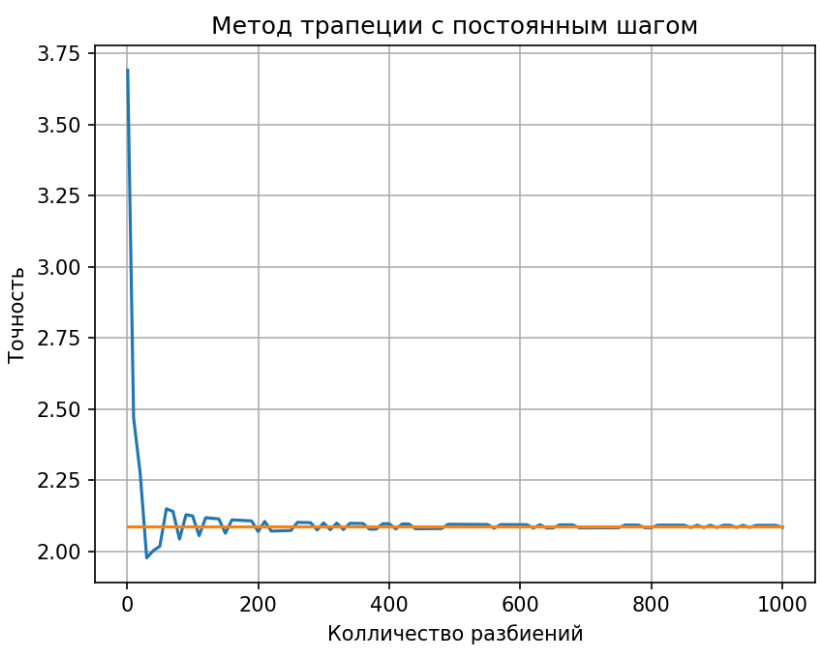
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

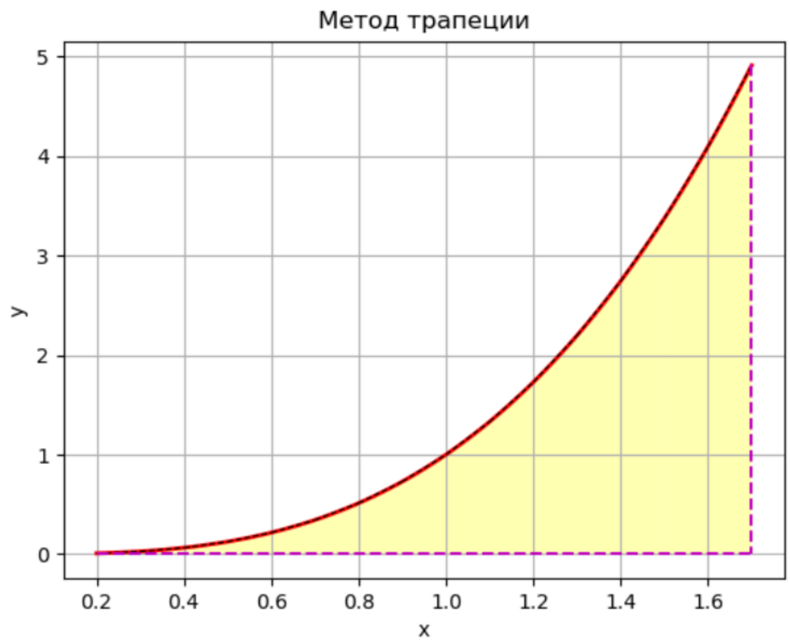




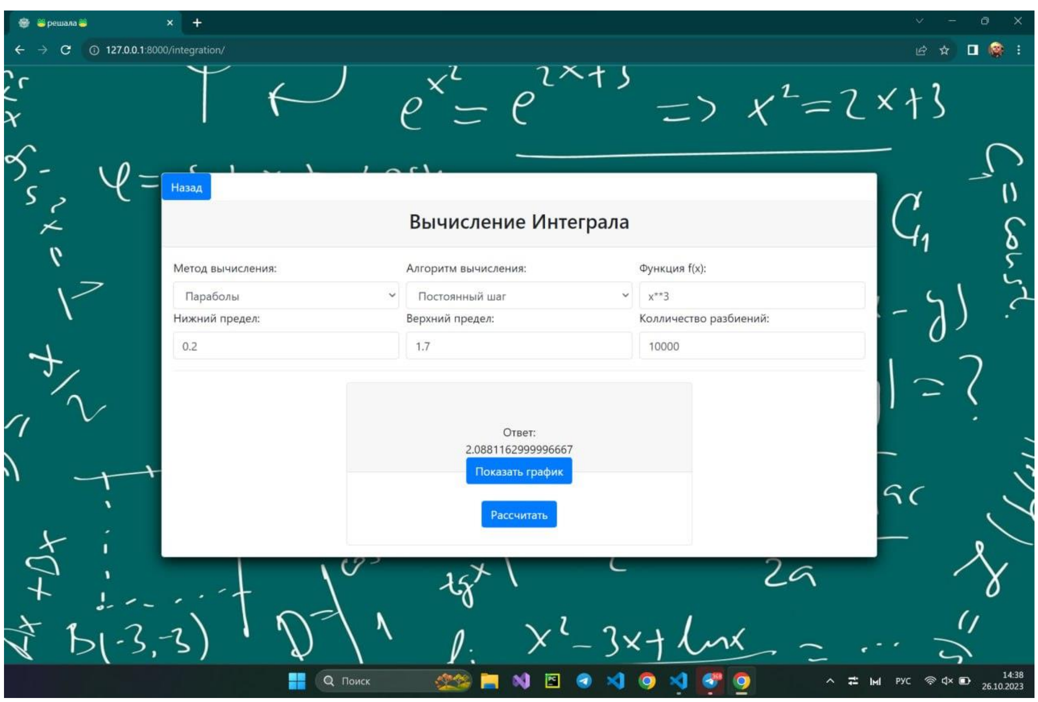
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

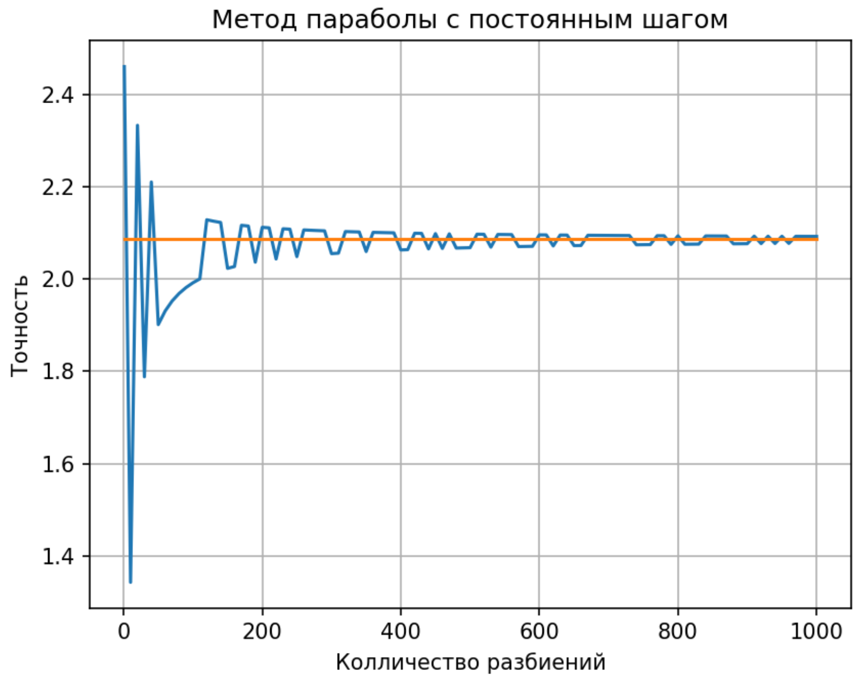

127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Трапеции
Алгоритм вычисления:
Постоянный шаг
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.087256037209785
Показать график
Рассчитать

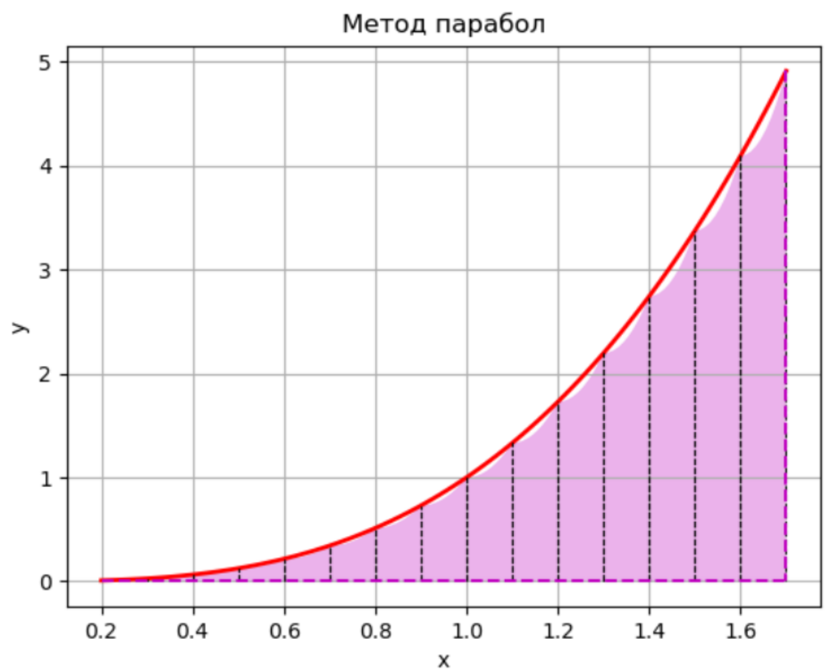

Метод трапеции с постоянным шагом
Точность
3.75
3.50
3.25
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
0
200
400
600
800
1000
Колличество разбиений



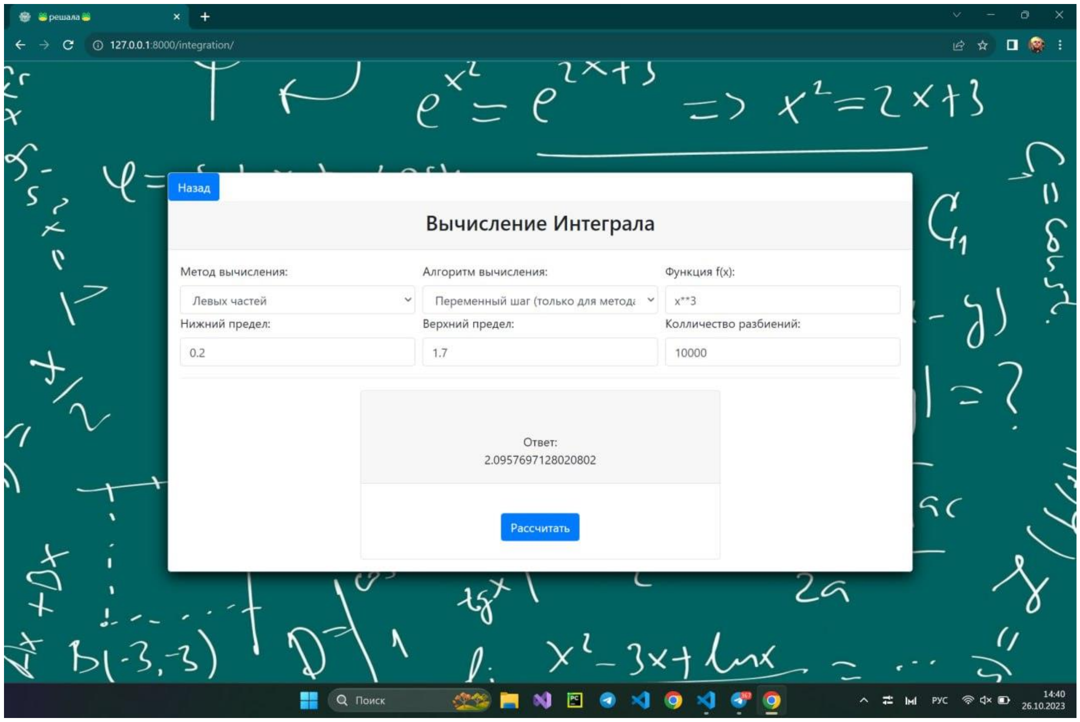
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями



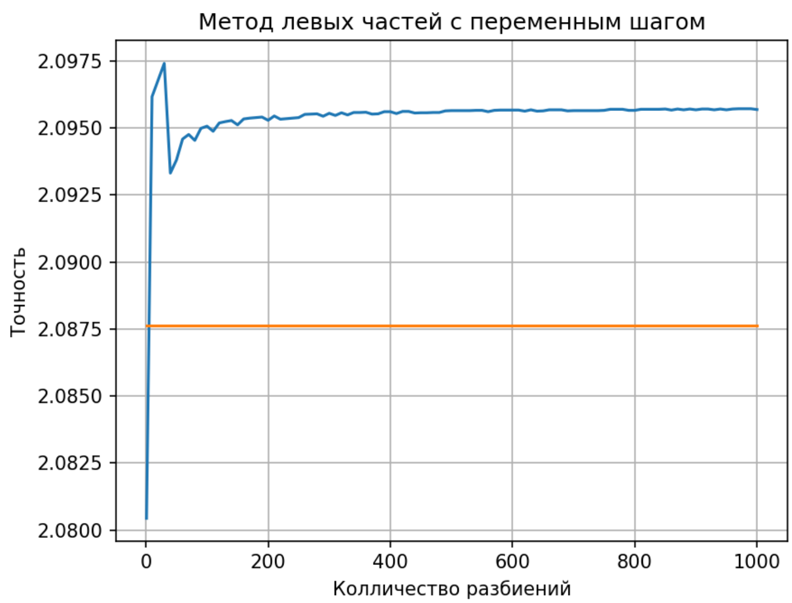




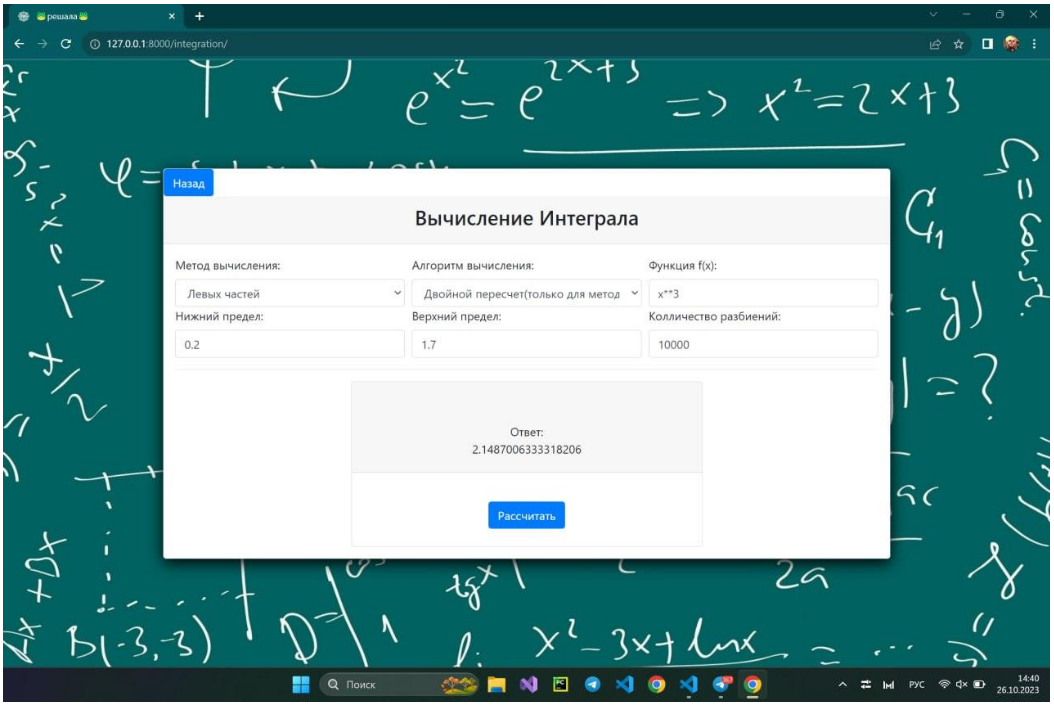
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

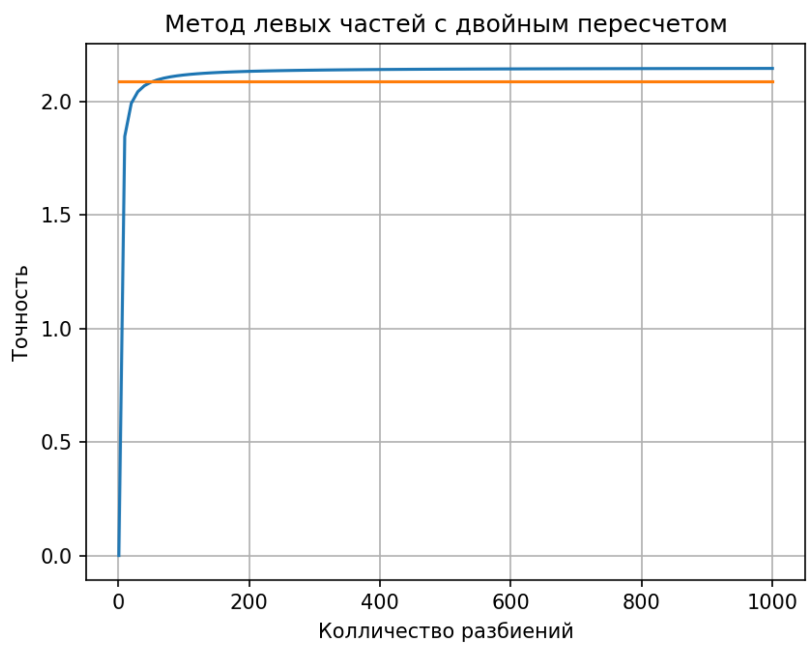


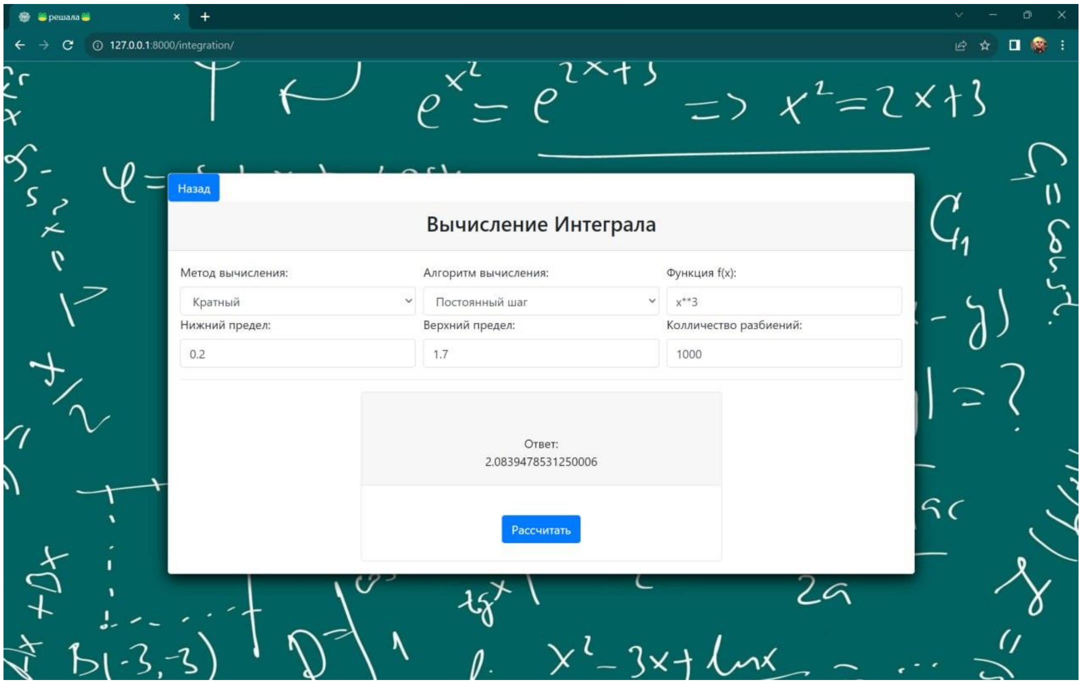
решала
127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Переменный шаг (только для метода
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.0957697128020802
Рассчитать



Метод левых частей с переменным шагом
Точность
Колличество разбиений
2.0975
2.0950
2.0925
2.0900
2.0875
2.0850
2.0825
2.0800
0
200
400
600
800
1000


решала
127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Двойной пересчет(только для метод
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.1487006333318206
Рассчитать


Метод левых частей с двойным пересчетом
Точность
Колличество разбиений
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0
200
400
600
800
1000



Также мы сравнили время в секундах для разных алгоритмов интегрирования для метода прямоугольников левых частей. В результате самым быстрым алгоритмом оказался с постоянном шагом.

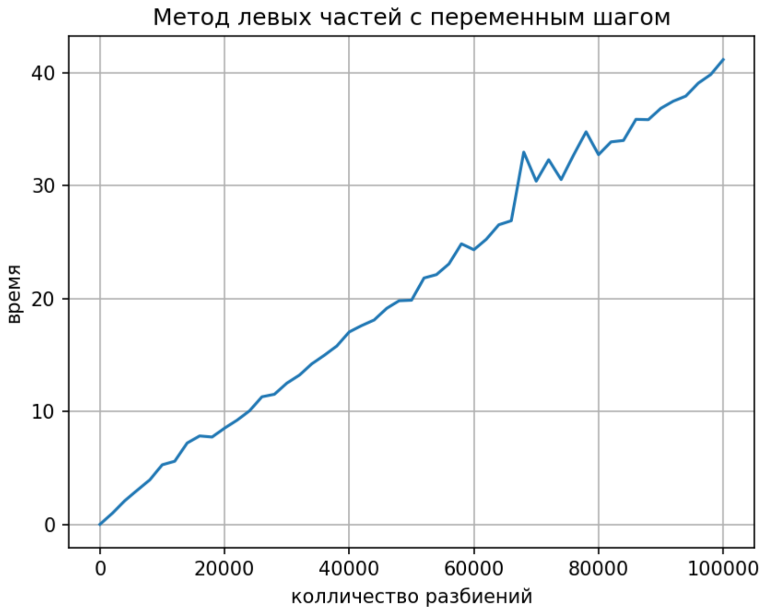


Таблица №1

Метод	Количество разбиений.	Результат
Левые части с постоянным шагом	10000	2.087257

Правые части с постоянным шагом	10000	2.086520
Трапеции с постоянным шагом	10000	2.087256
Параболы с постоянным шагом	10000	2.088116
Левые части с переменным шагом	10000	2.095769
Левые части с двойным пересчётом	10000	2.148700
Кратный интеграл	1000	2.083947

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численное интегрирование разными методами и алгоритмами посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для интегрирования кубической функции является метод трапеций, а самым быстрым алгоритмом является с постоянным шагом.

Отчёт Гневнова А.Е.

Тема: Численное интегрирование.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Вычислить определенный интеграл, используя различные численные методы и алгоритмы их реализации. Провести сравнительный анализ полученных результатов. Сделать вывод.

Математическая модель:

Метод левых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод правых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=1}^{n} f_i = h(f_1 + f_2 + \ldots + f_n).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод трапеции:

$$\int_a^b f(x)\,dx = h\left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i\right) + E_n(f),$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод парабол (Симпсона):

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{N/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{N/2} f(x_{2j-1}) + f(x_N)\right]$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод левых частей с переменным шагом:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h, R:

$$h(i) = x(i+1) - x(i)$$

$$|R| \le \frac{b-a^2}{2n}\text{M, где M} = max\big(f'(x)\big),\ \ a \le x \le b$$

Метод левых частей с двойным пересчётом:

Для первого раза:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Для двойного пересчёта:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1} f_i = \frac{h}{2}(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

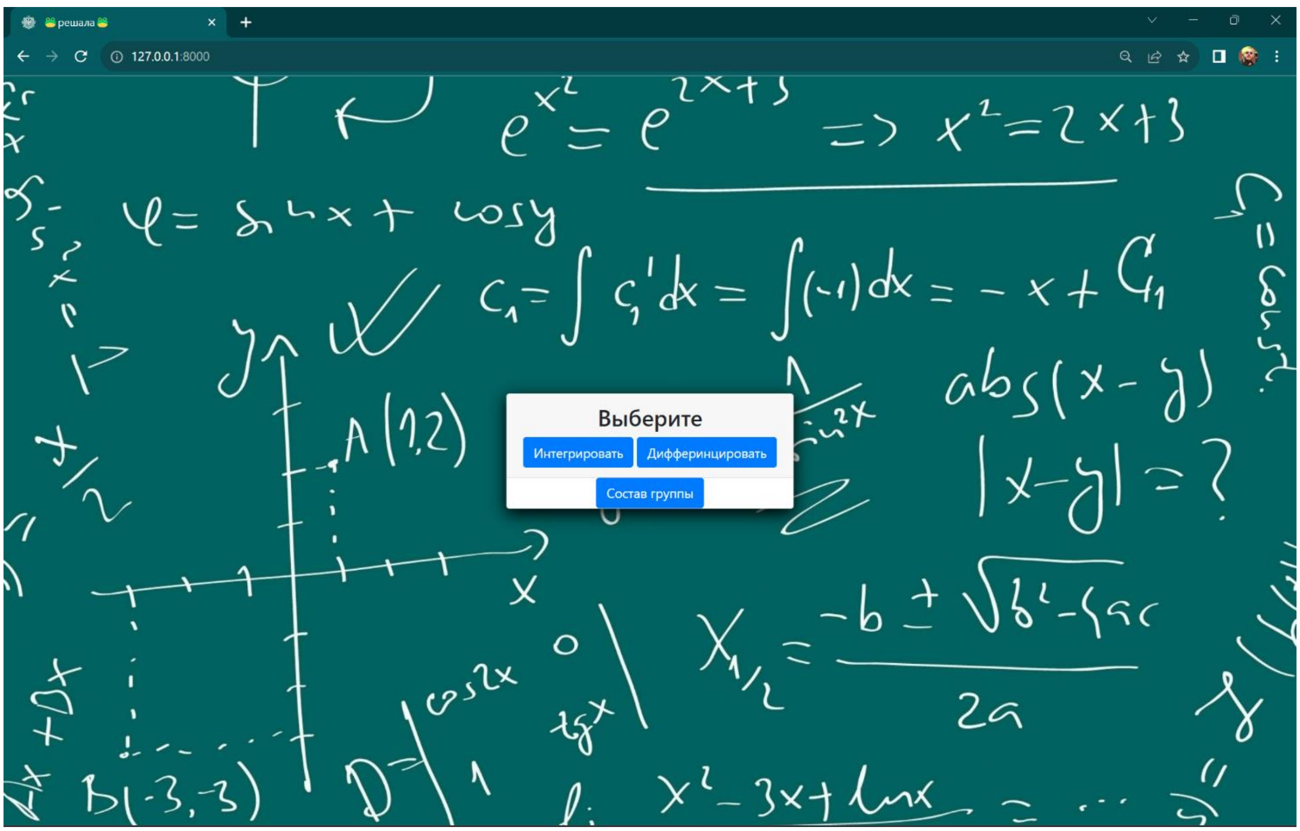
$$h = \frac{b-a}{2n},$$

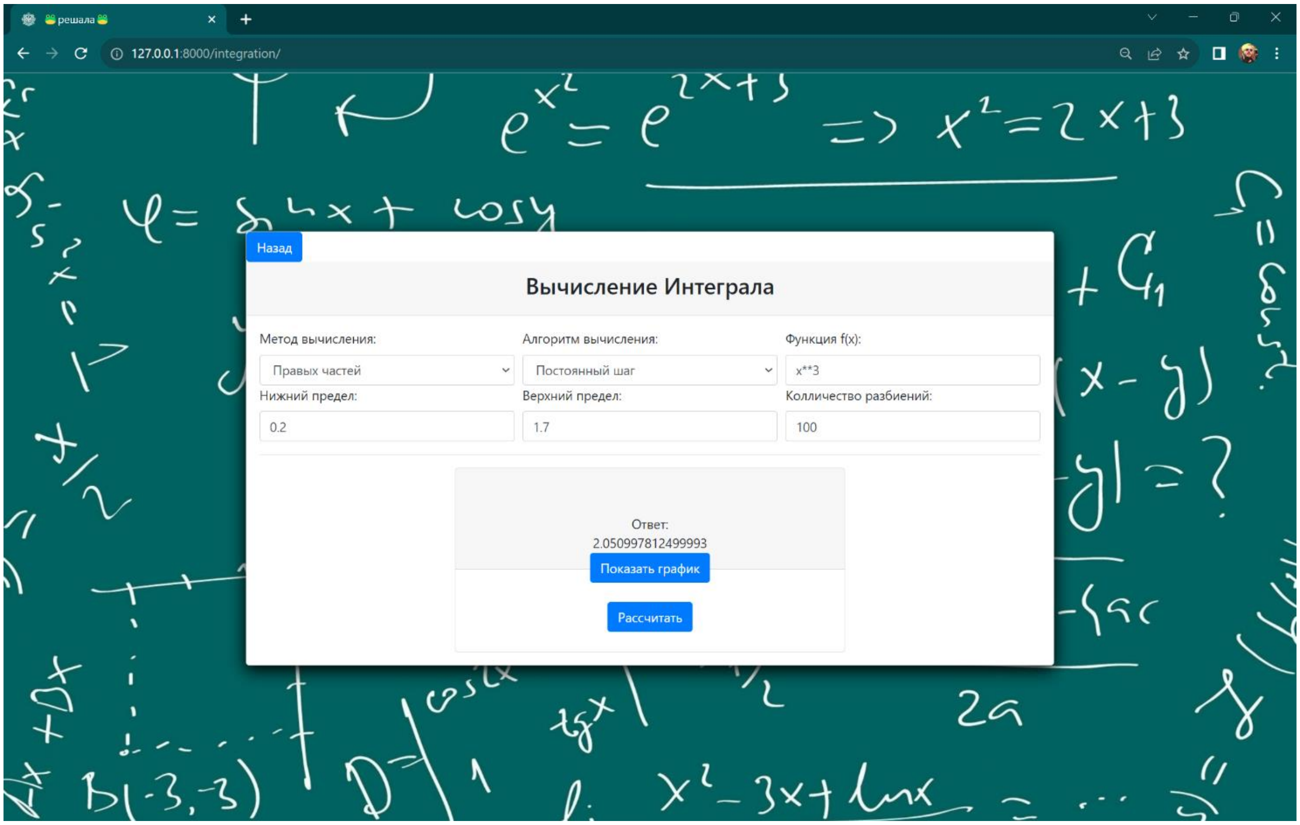
Код программы:

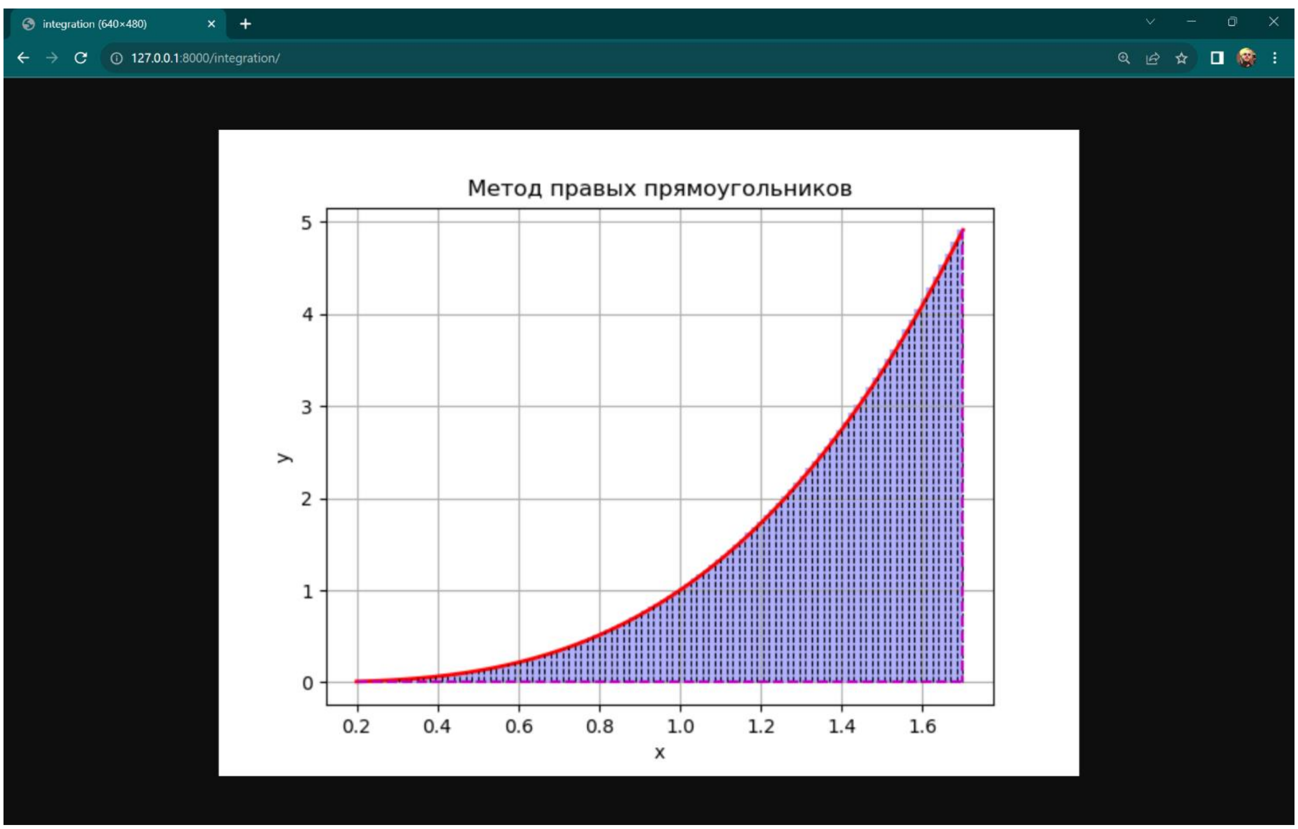
https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

Результат выполнения работы:

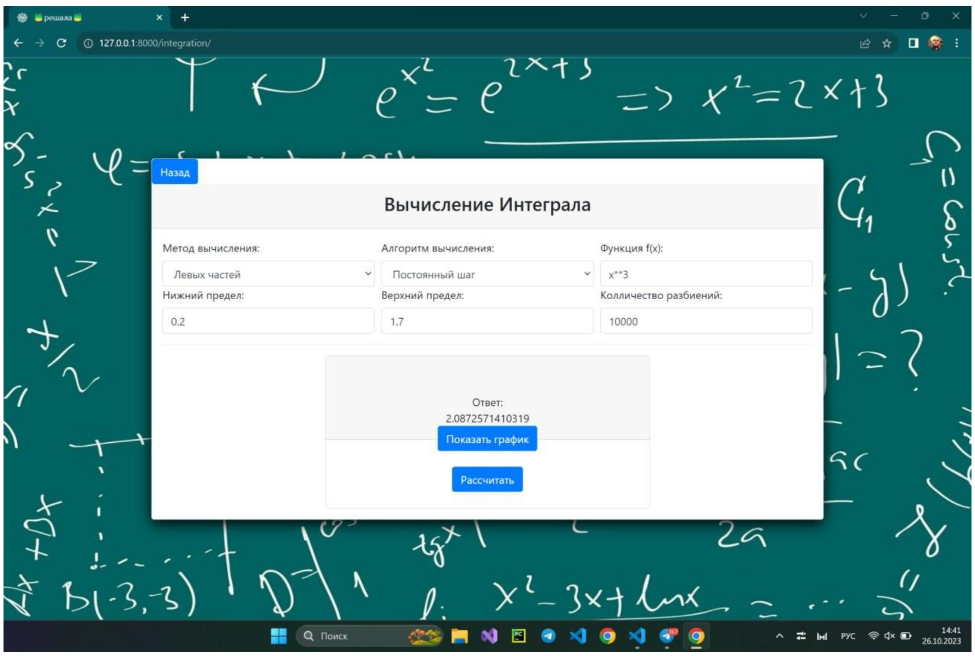


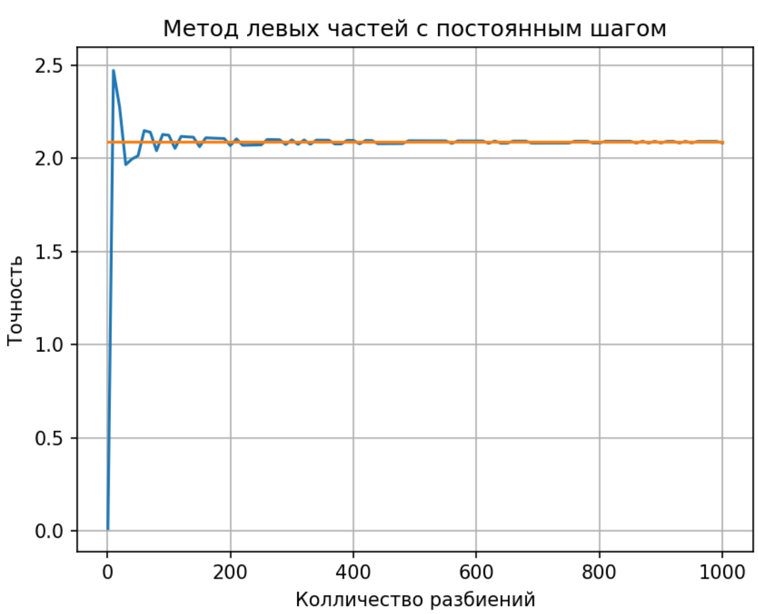




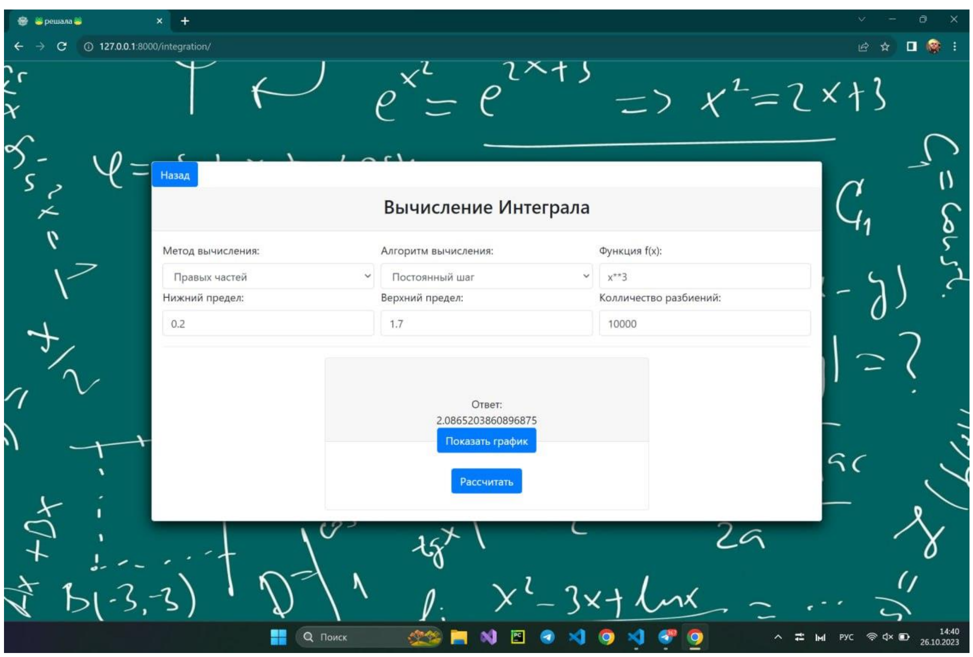
Сравнительный анализ полученных результатов:

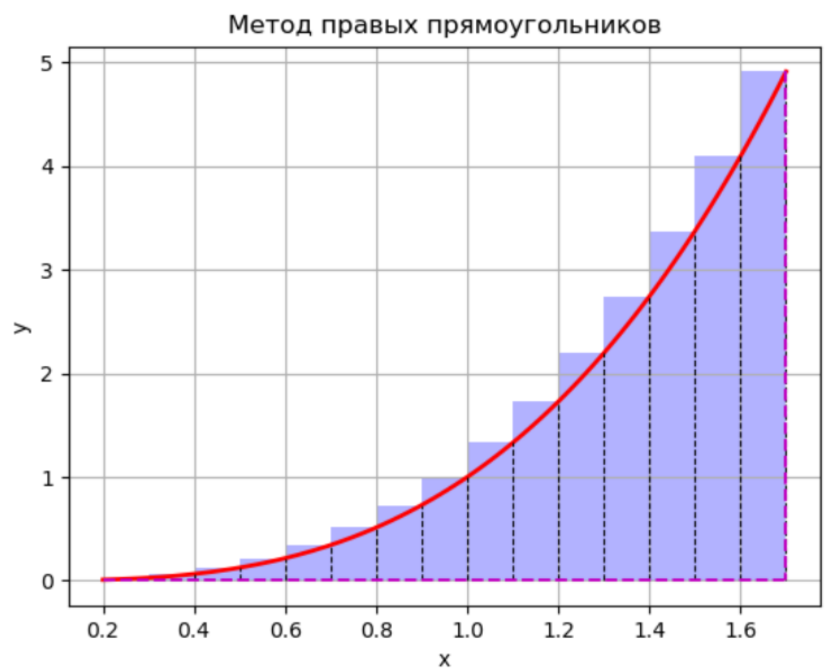
Возьмём контрольный пример в виде интеграла $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx$(при расчёте кратного интеграла использовался $\int_0^1 \int_{0.2}^{1.7} x^3 dx\, dy$), используя формулу Ньютона-Лейбница решаем его: $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_{0.2}^{1.7} = \frac{1.7^4}{4} - \frac{0.2^4}{4} = \frac{16701}{8000} = 2.087625$. Мы сравнили результаты, точность каждого метода к числу разбиений и получили, что метод трапеций и левых частей с переменным шагом выходят самыми точными по сравнению с другими для решения интегралов с кубической функцией. Данные расчётом были занесены в таблицу №1.



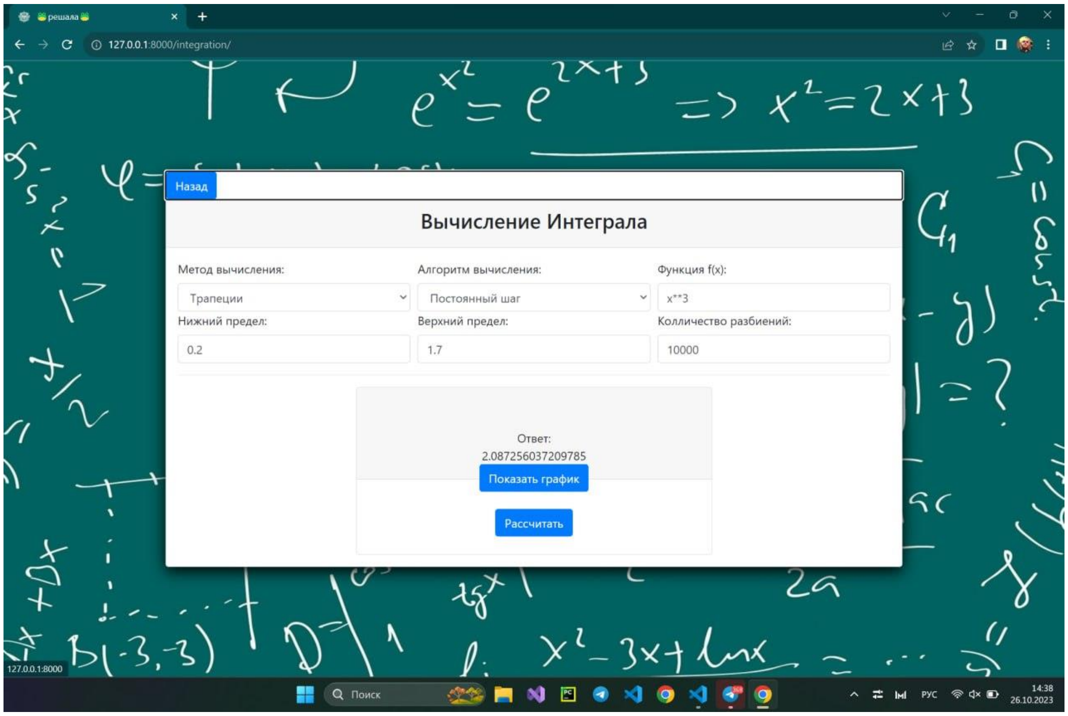


Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

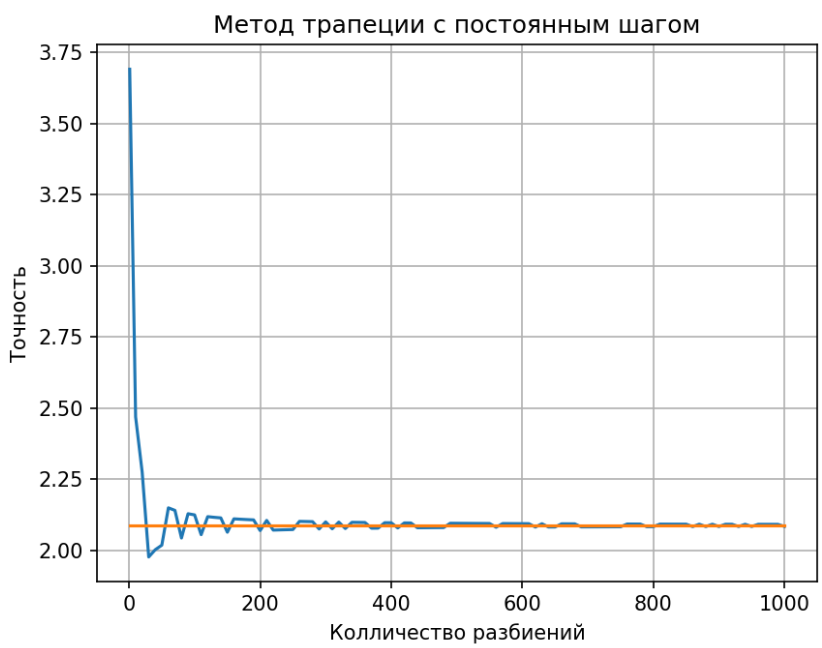




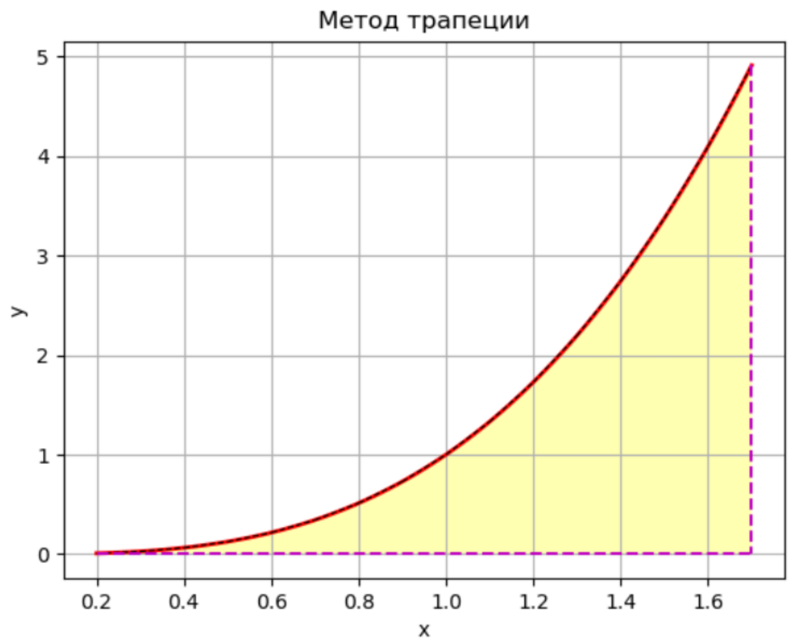
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями



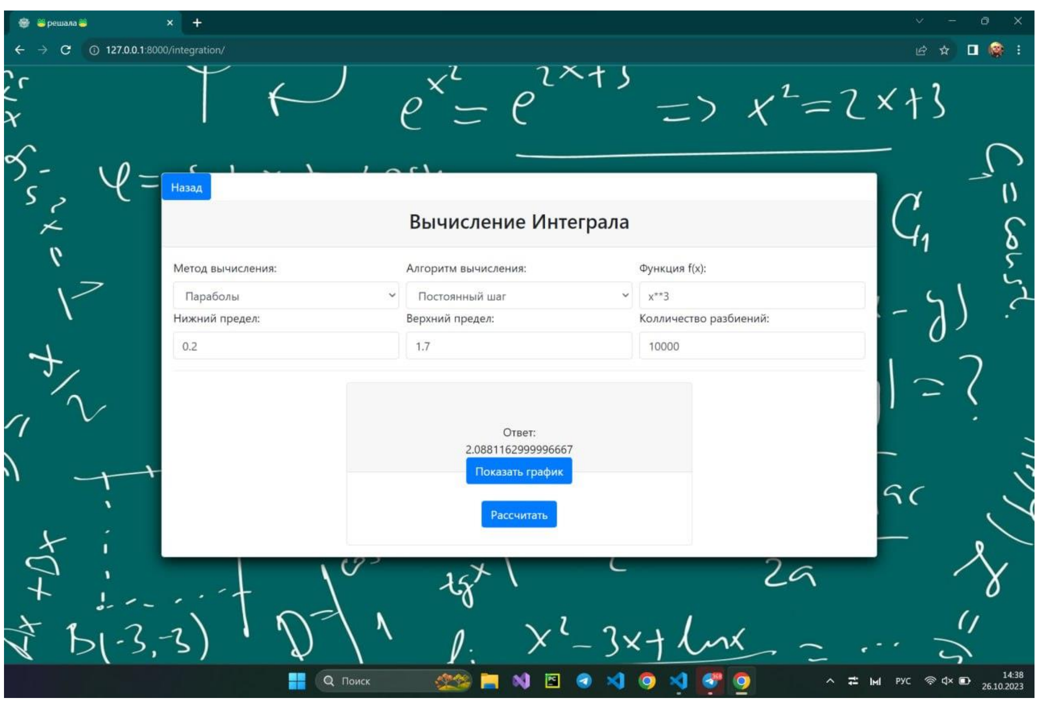
решала
127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Трапеции
Алгоритм вычисления:
Постоянный шаг
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.087256037209785
Показать график
Рассчитать

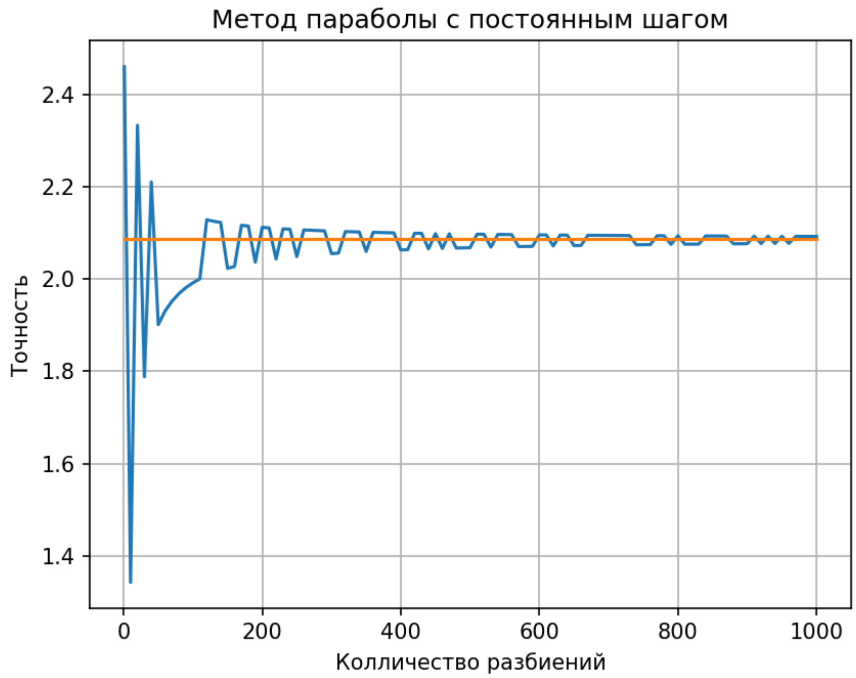


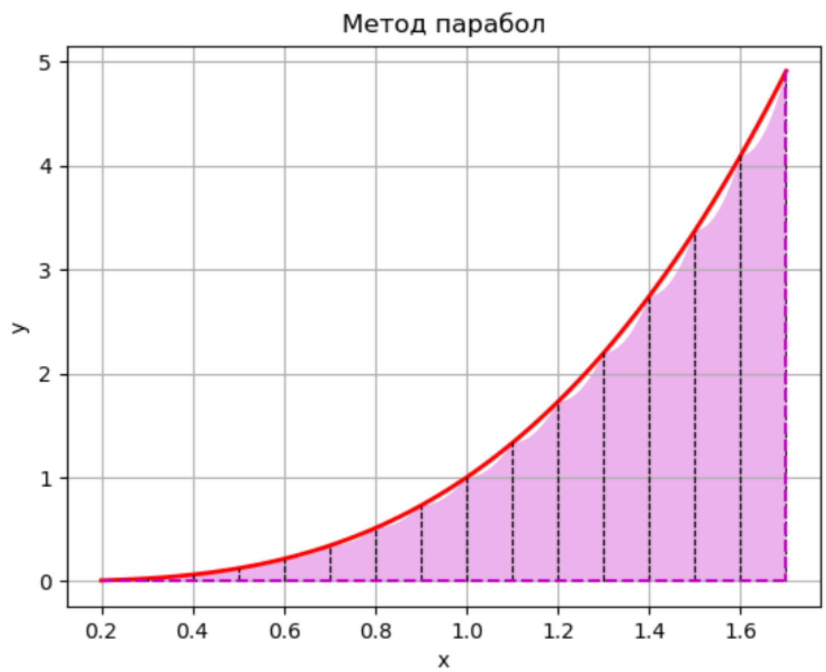
Метод трапеции с постоянным шагом
Точность
Колличество разбиений
3.75
3.50
3.25
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
0
200
400
600
800
1000



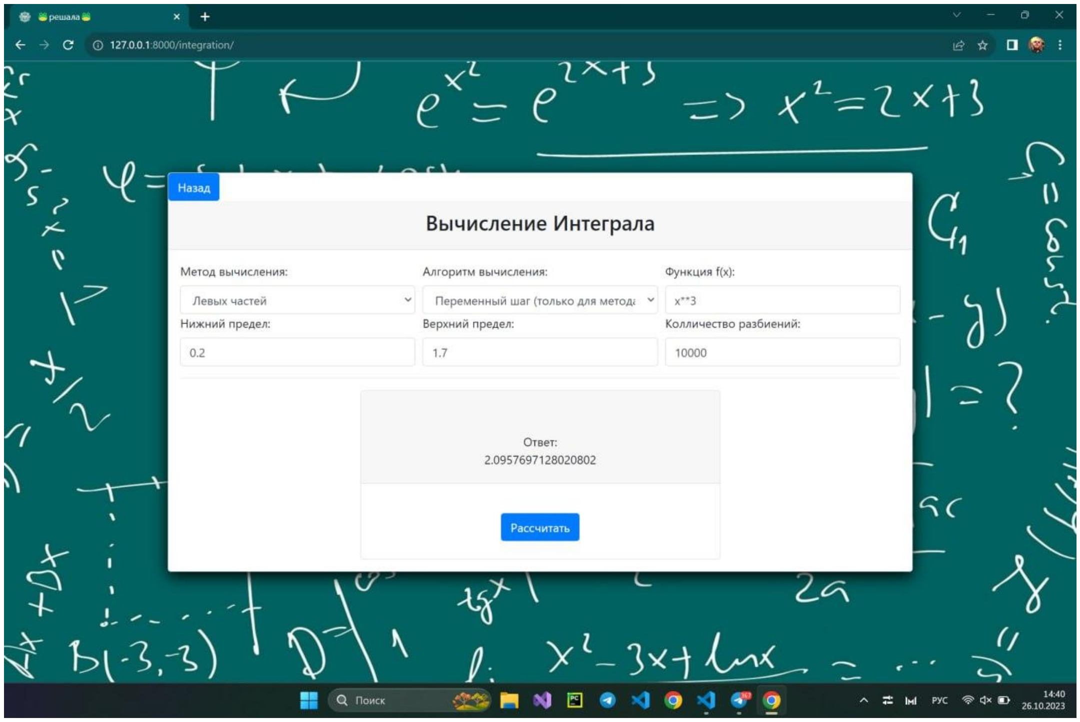
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

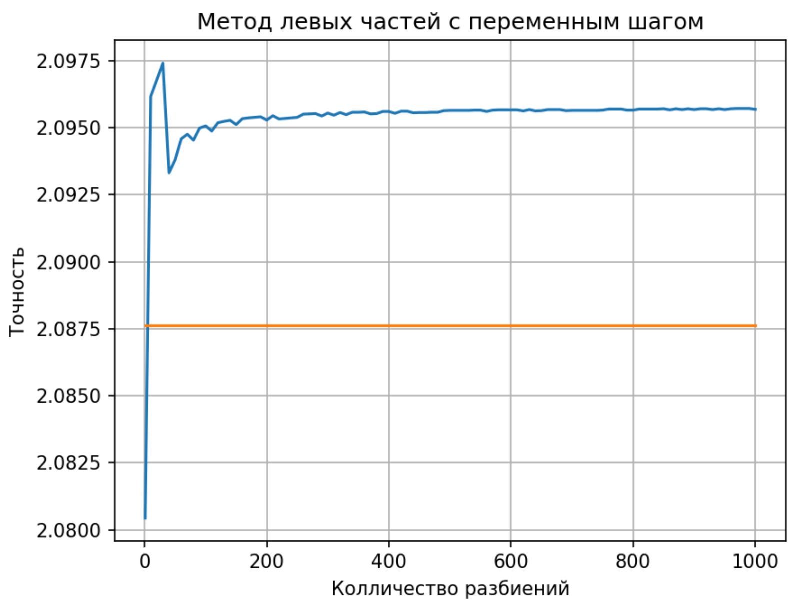


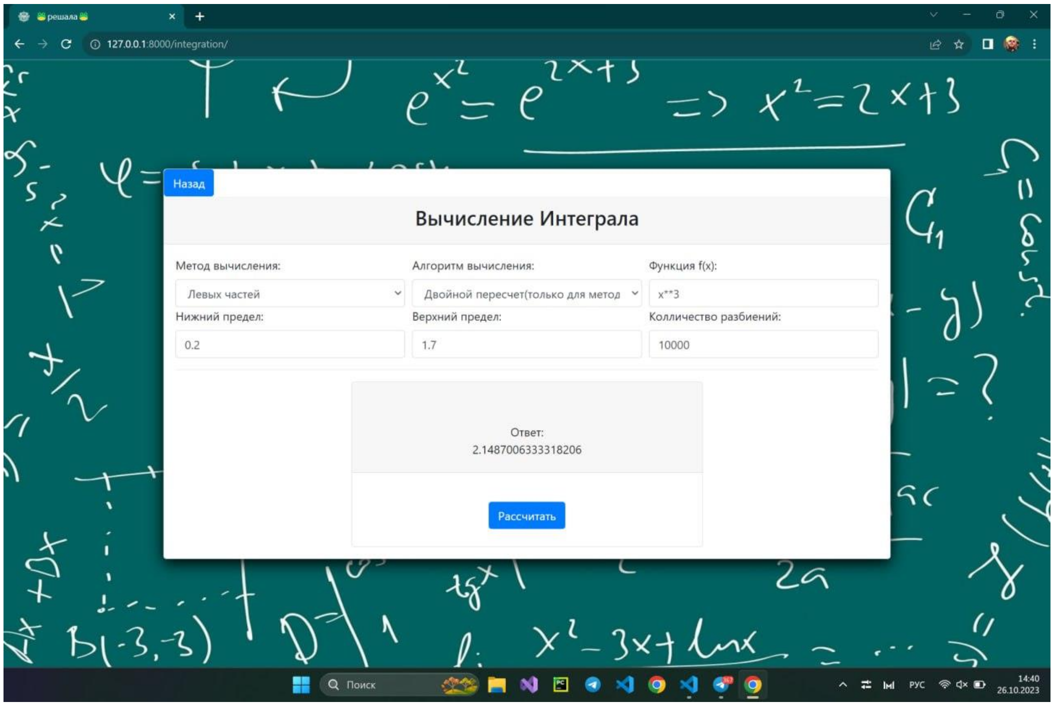


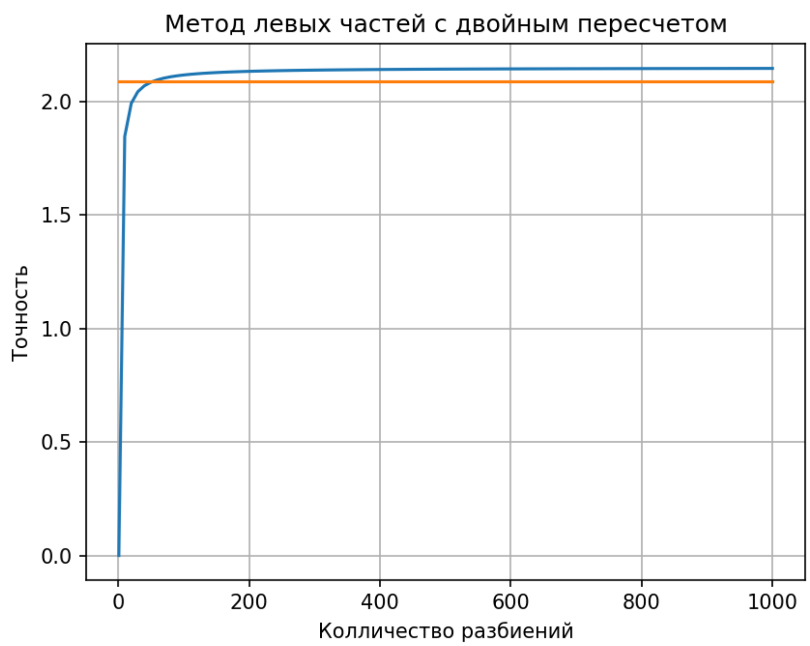


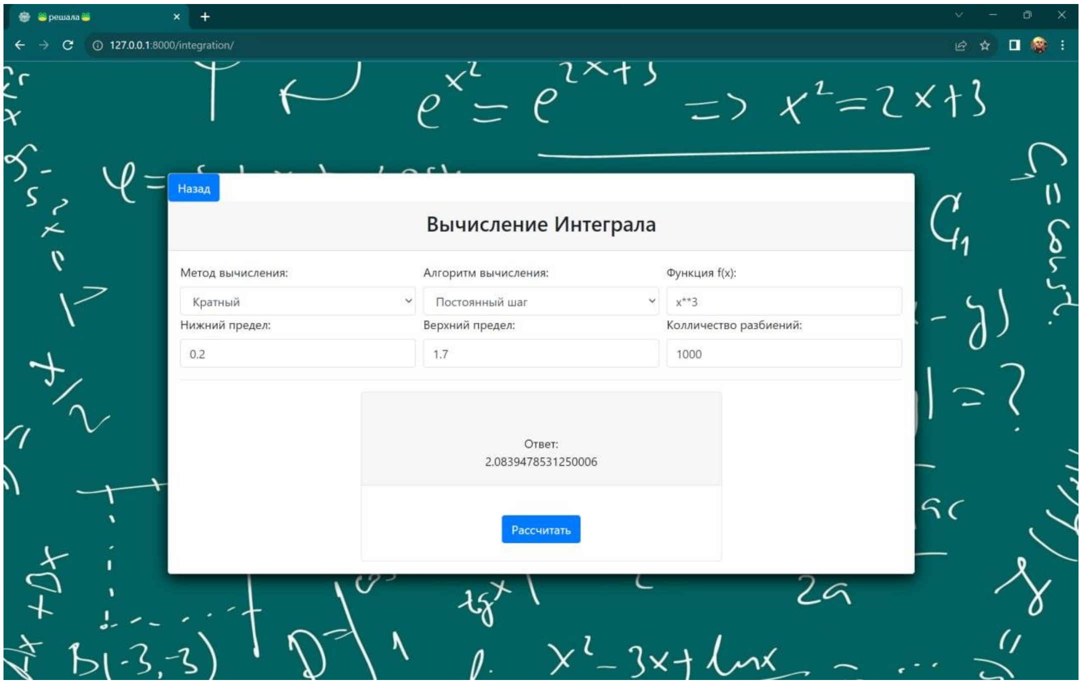
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями


127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Переменный шаг (только для метода
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.0957697128020802
Рассчитать


Метод левых частей с переменным шагом
Точность
Колличество разбиений
2.0975
2.0950
2.0925
2.0900
2.0875
2.0850
2.0825
2.0800
0
200
400
600
800
1000


Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Двойной пересчет(только для метод
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.1487006333318206
Рассчитать


Метод левых частей с двойным пересчетом
Точность
Колличество разбиений
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0
200
400
600
800
1000



Также мы сравнили время в секундах для разных алгоритмов интегрирования для метода прямоугольников левых частей. В результате самым быстрым алгоритмом оказался с постоянном шагом.

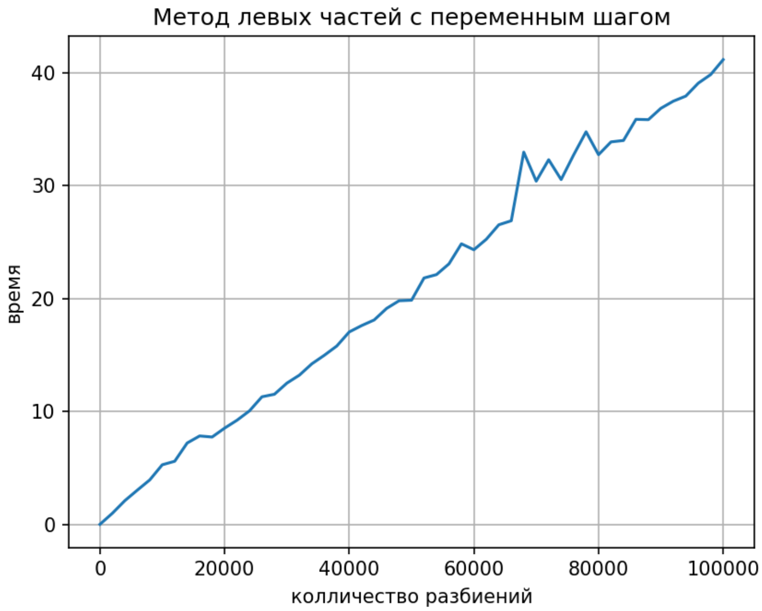


Таблица №1

Метод	Количество разбиений.	Результат
Левые части с постоянным шагом	10000	2.087257

Правые части с постоянным шагом	10000	2.086520
Трапеции с постоянным шагом	10000	2.087256
Параболы с постоянным шагом	10000	2.088116
Левые части с переменным шагом	10000	2.095769
Левые части с двойным пересчётом	10000	2.148700
Кратный интеграл	1000	2.083947

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численное интегрирование разными методами и алгоритмами посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для интегрирования кубической функции является метод трапеций, а самым быстрым алгоритмом является с постоянным шагом.

Отчёт Суворова Р.М.

Тема: Численное интегрирование.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Вычислить определенный интеграл, используя различные численные методы и алгоритмы их реализации. Провести сравнительный анализ полученных результатов. Сделать вывод.

Математическая модель:

Метод левых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод правых прямоугольников:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=1}^{n} f_i = h(f_1 + f_2 + \ldots + f_n).$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод трапеции:

$$\int_a^b f(x)\,dx = h\left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i\right) + E_n(f),$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод парабол (Симпсона):

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{N/2-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{N/2} f(x_{2j-1}) + f(x_N)\right]$$

Где h:

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Метод левых частей с переменным шагом:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

Где h, R:

$$h(i) = x(i+1) - x(i)$$

$$|R| \leq \frac{b-a^2}{2n}\text{M, где M} = max\big(f'(x)\big),\ \ a \leq x \leq b$$

Метод левых частей с двойным пересчётом:

Для первого раза:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n-1} f_i = h(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

$$h = \frac{b-a}{n},$$

Для двойного пересчёта:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1} f_i = \frac{h}{2}(f_0 + f_1 + \ldots + f_{n-1}).$$

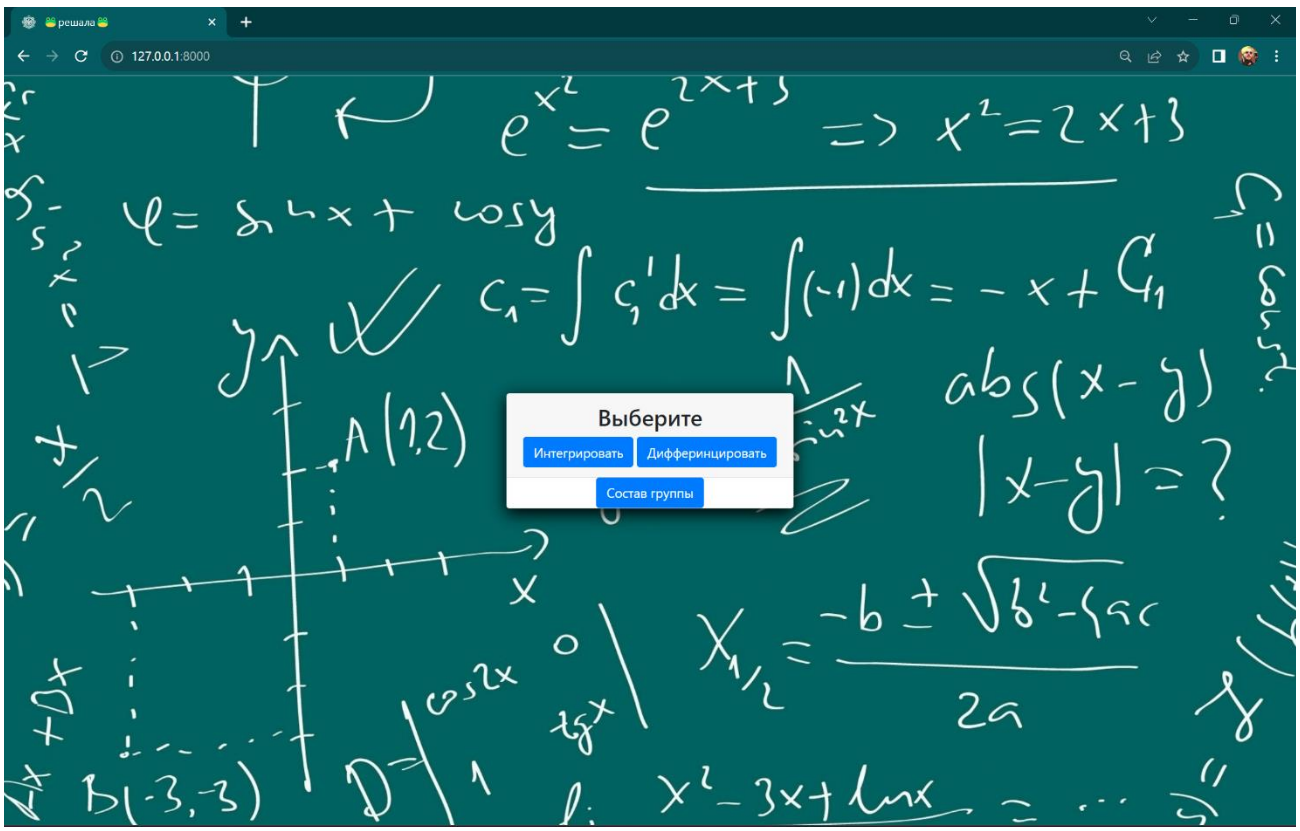
$$h = \frac{b-a}{2n},$$

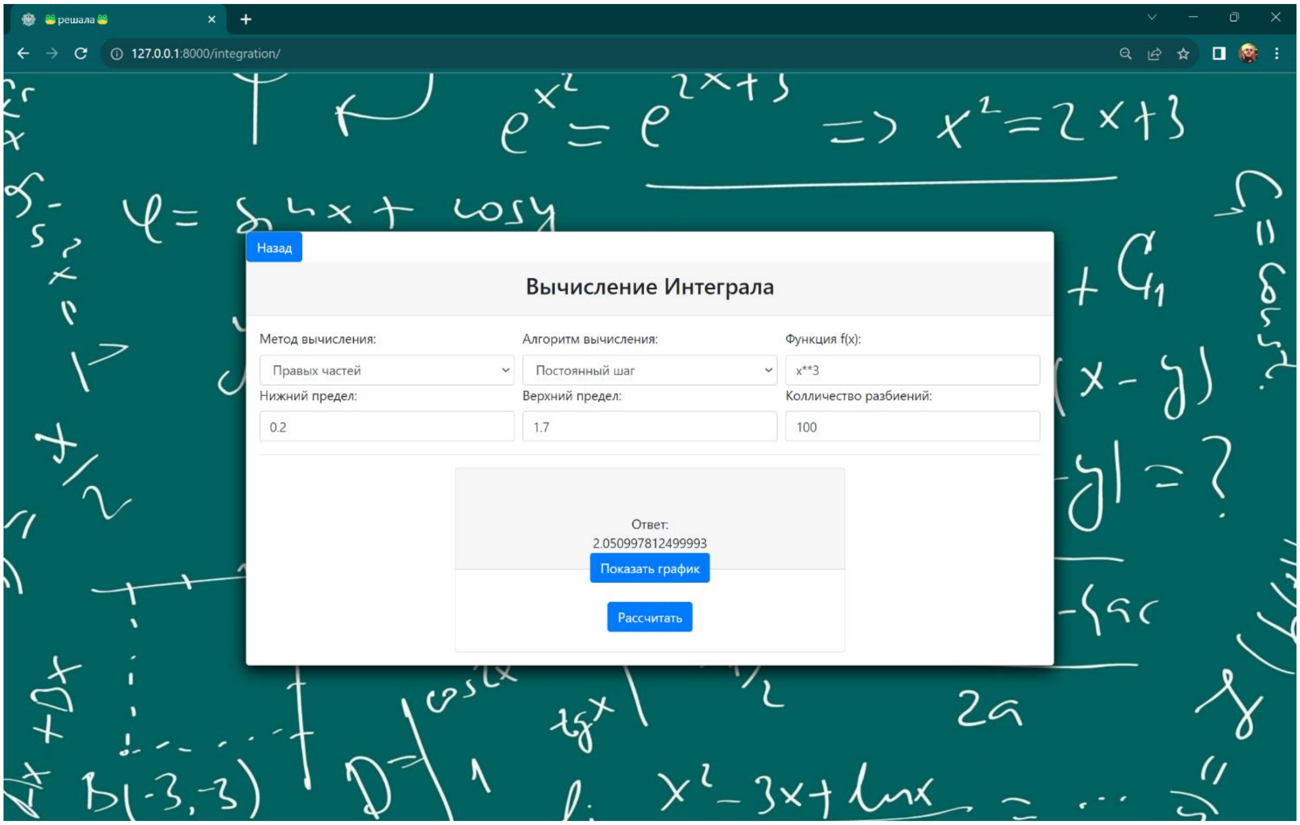
Код программы:

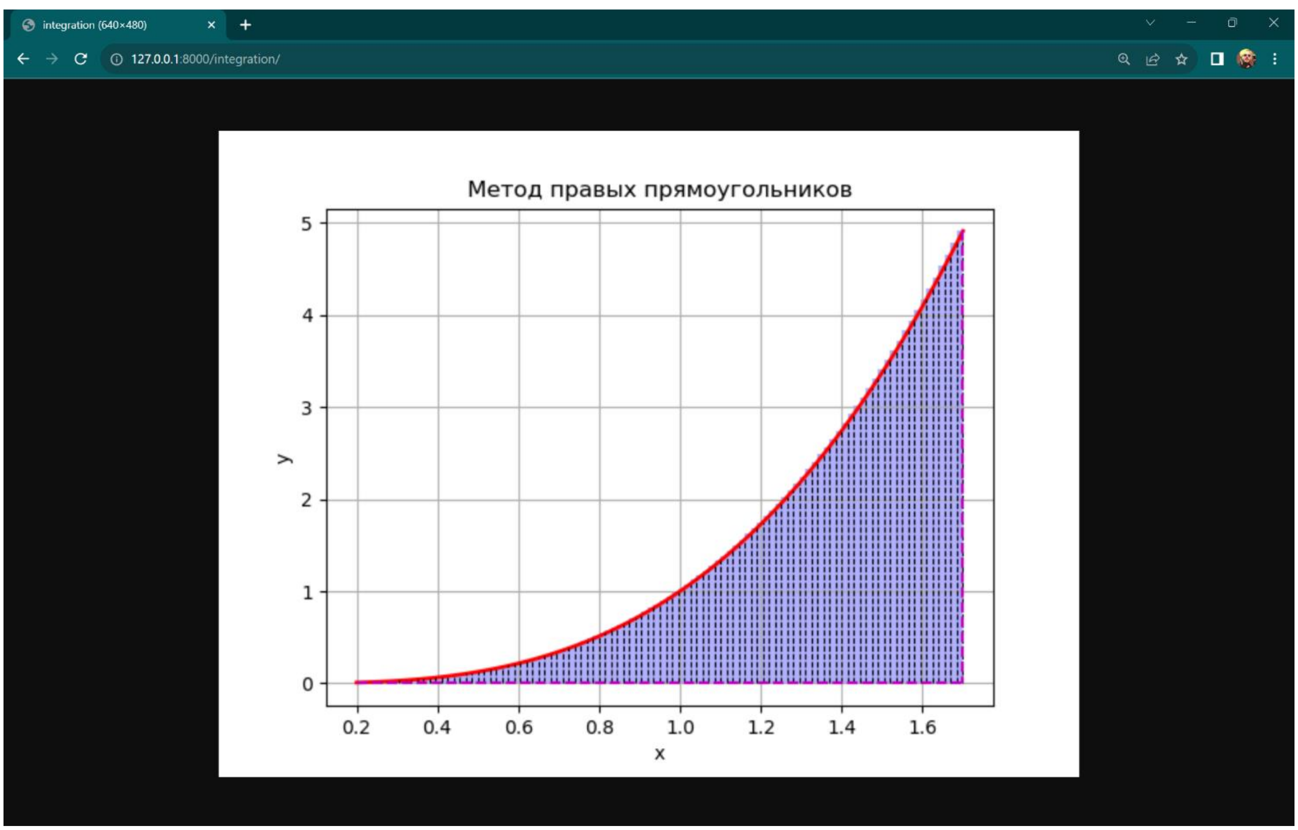
https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

Результат выполнения работы:

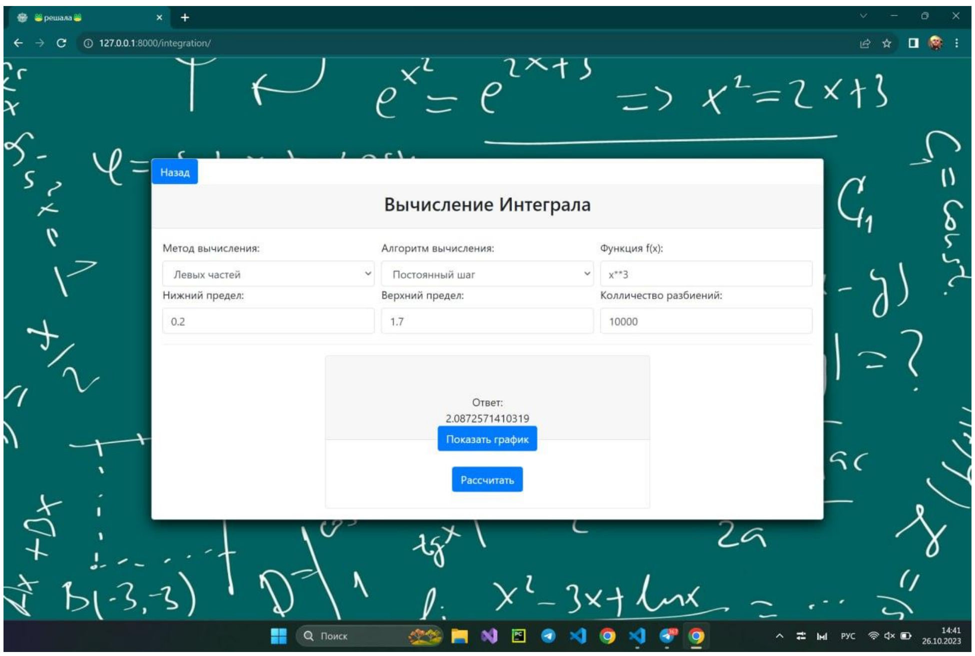


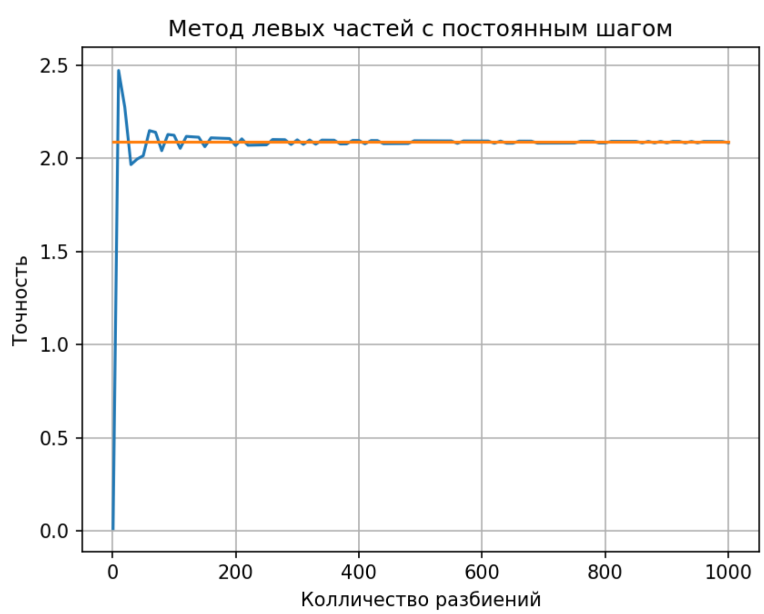




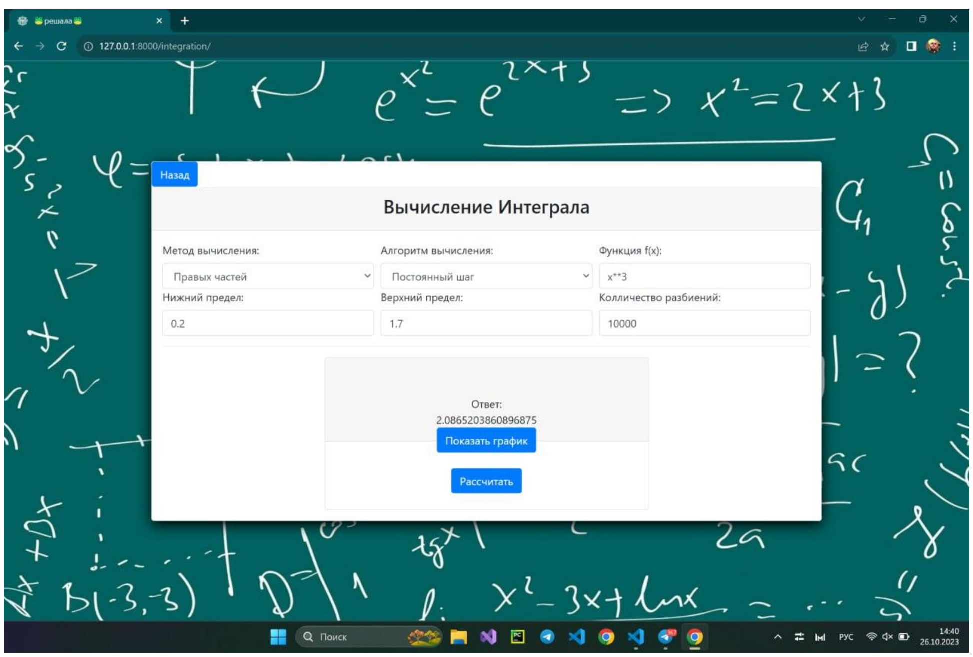
Сравнительный анализ полученных результатов:

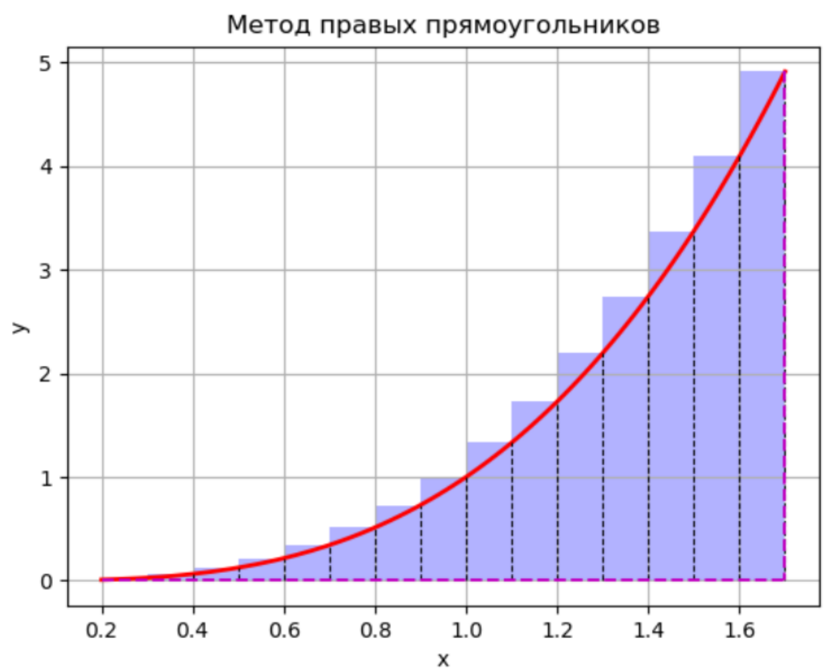
Возьмём контрольный пример в виде интеграла $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx$(при расчёте кратного интеграла использовался $\int_0^1 \int_{0.2}^{1.7} x^3 dx\, dy$), используя формулу Ньютона-Лейбница решаем его: $\int_{0.2}^{1.7} x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_{0.2}^{1.7} = \frac{1.7^4}{4} - \frac{0.2^4}{4} = \frac{16701}{8000} = 2.087625$. Мы сравнили результаты, точность каждого метода к числу разбиений и получили, что метод трапеций и левых частей с переменным шагом выходят самыми точными по сравнению с другими для решения интегралов с кубической функцией. Данные расчётом были занесены в таблицу №1.



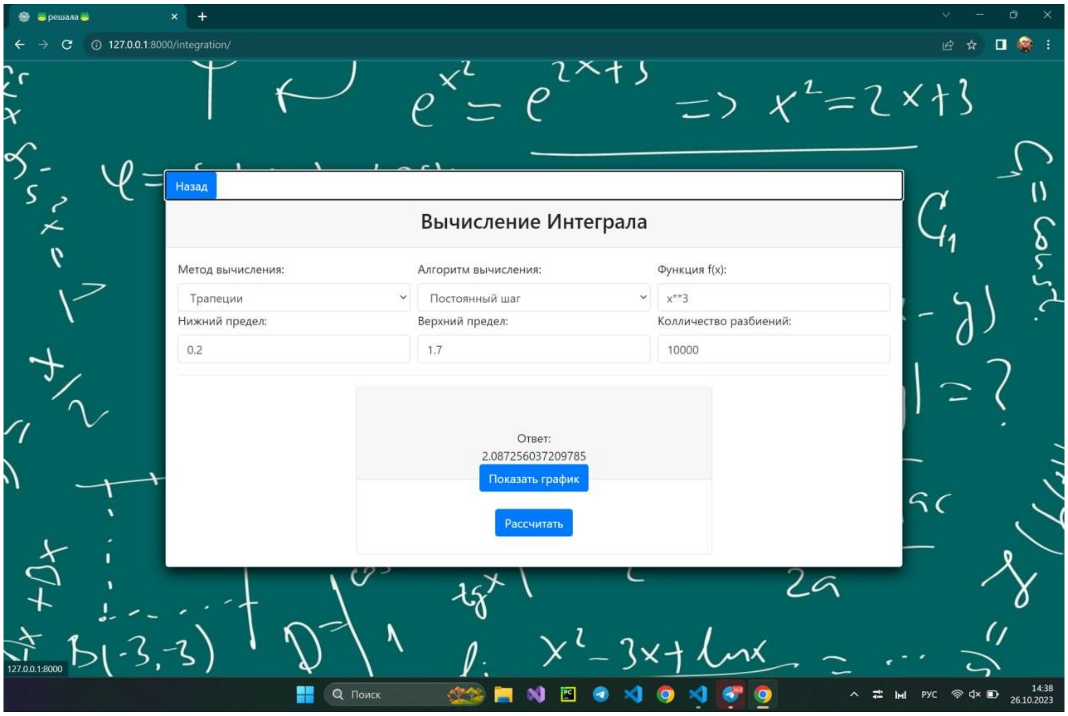


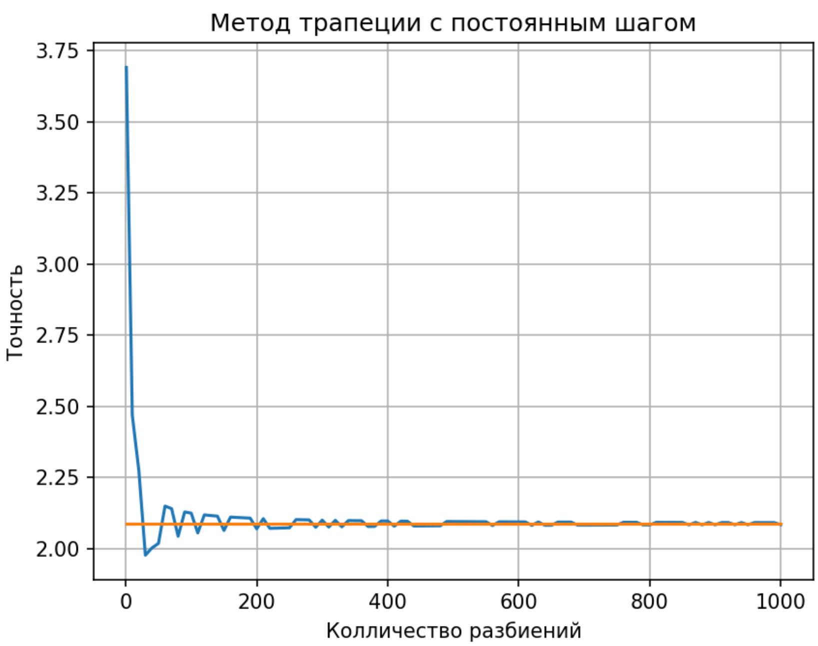
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

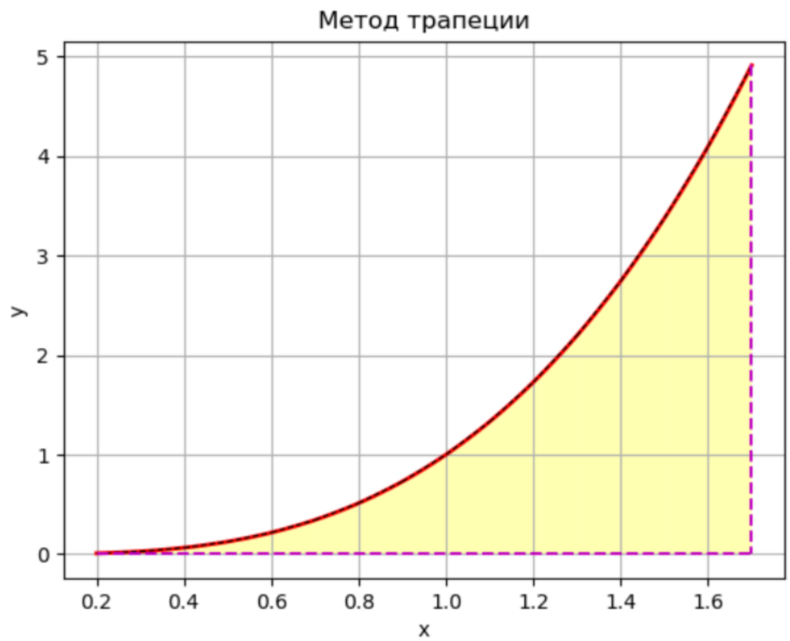




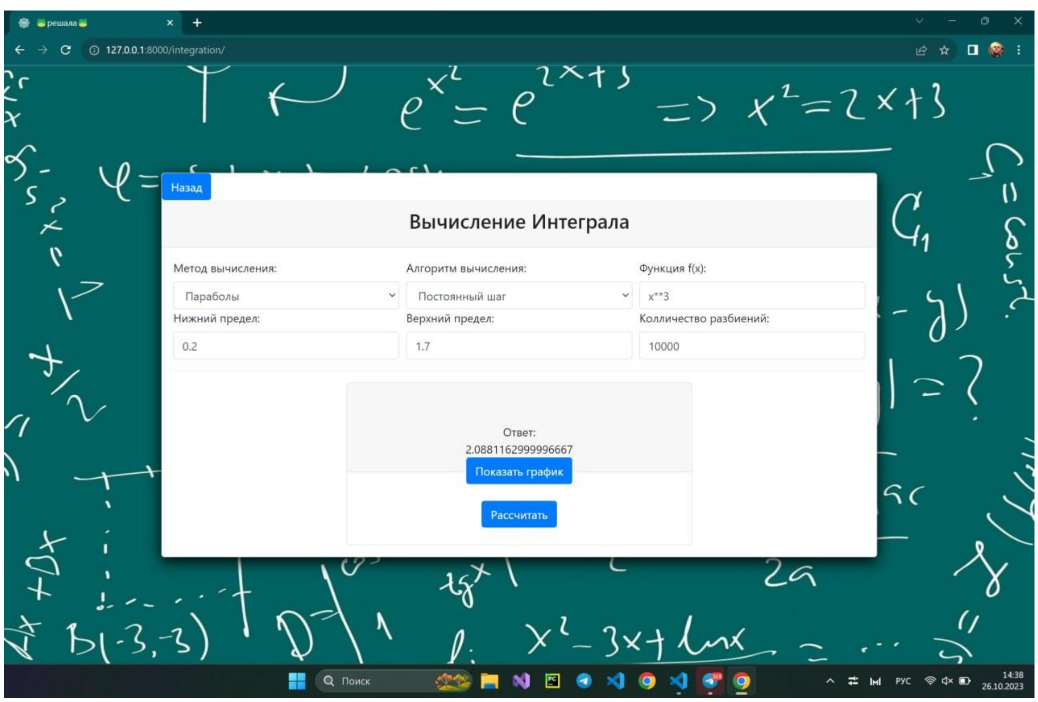
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

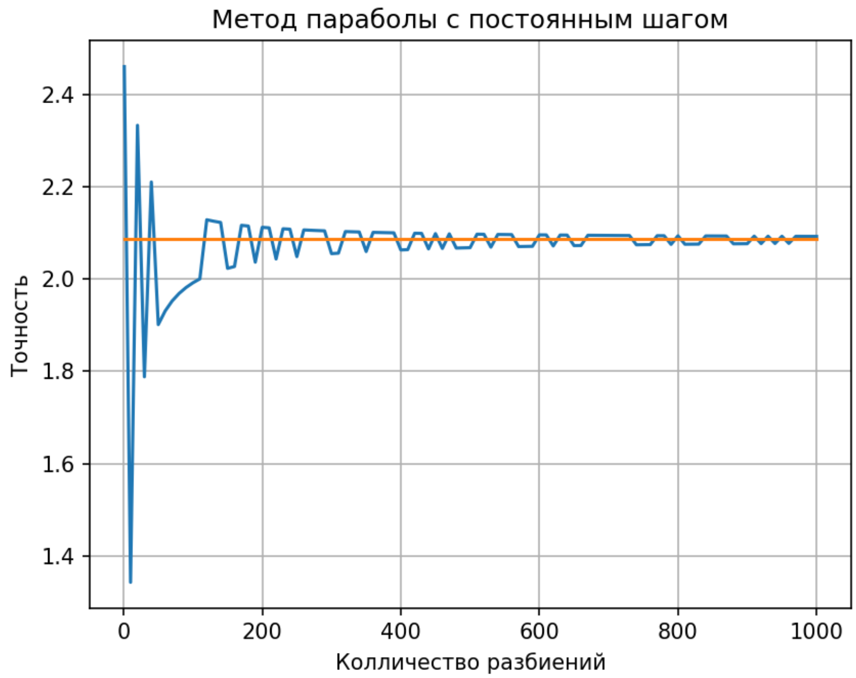

решала
127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Трапеции
Алгоритм вычисления:
Постоянный шаг
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.087256037209785
Показать график
Рассчитать

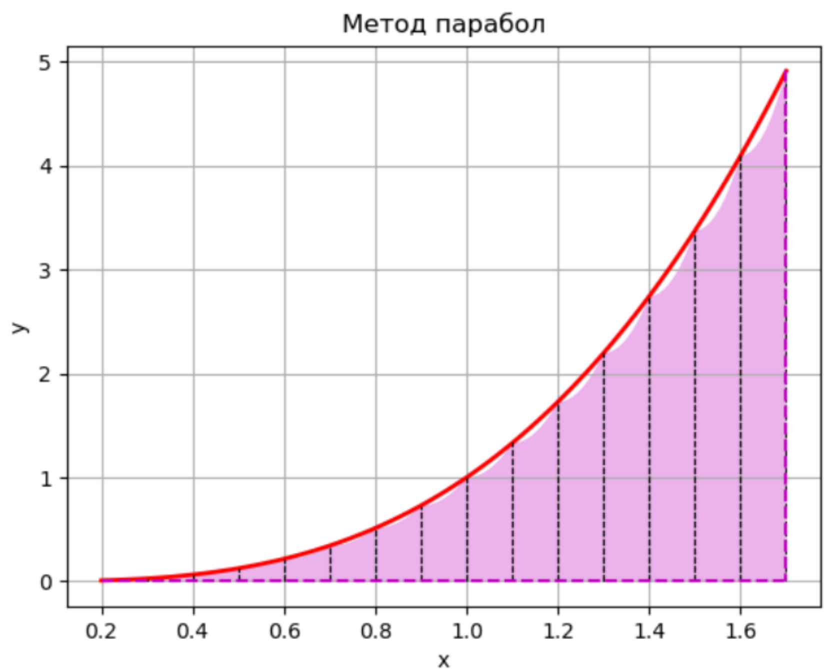

Метод трапеции с постоянным шагом
Точность
3.75
3.50
3.25
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
0
200
400
600
800
1000
Колличество разбиений



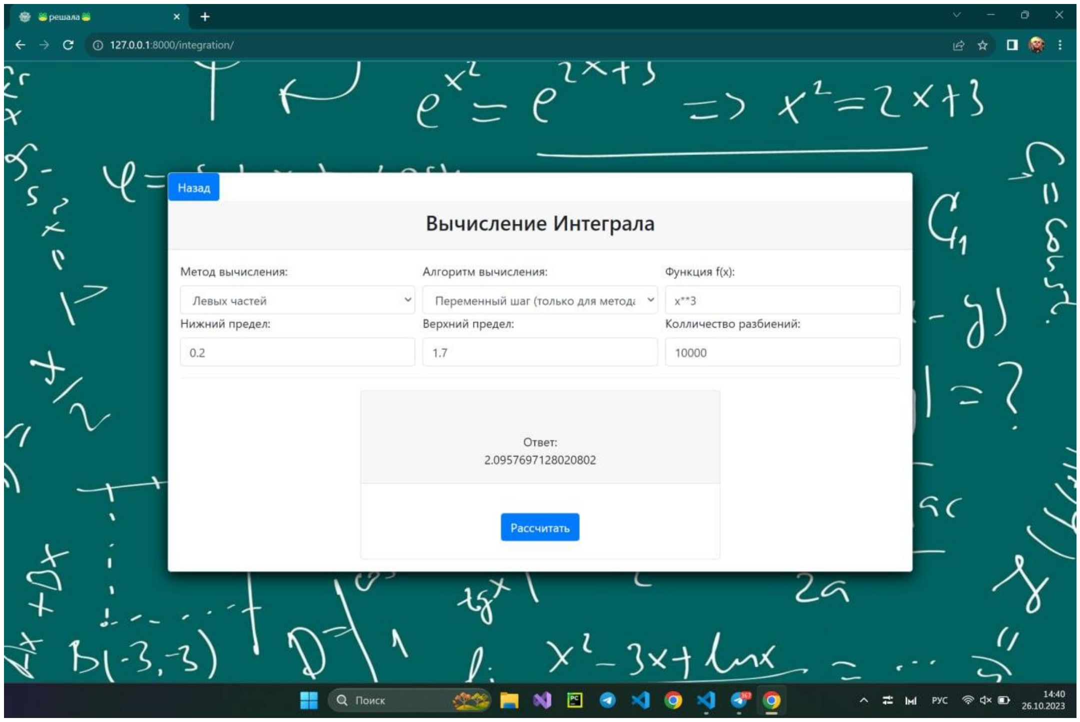
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями

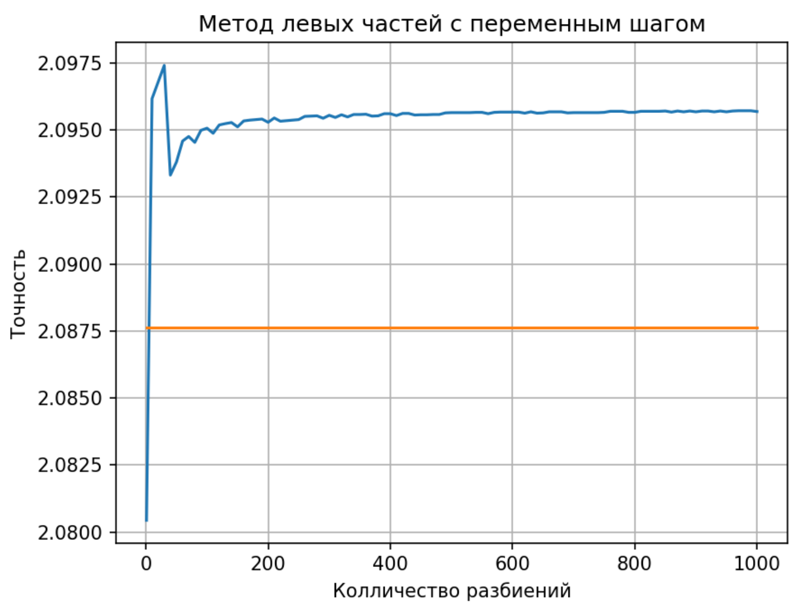


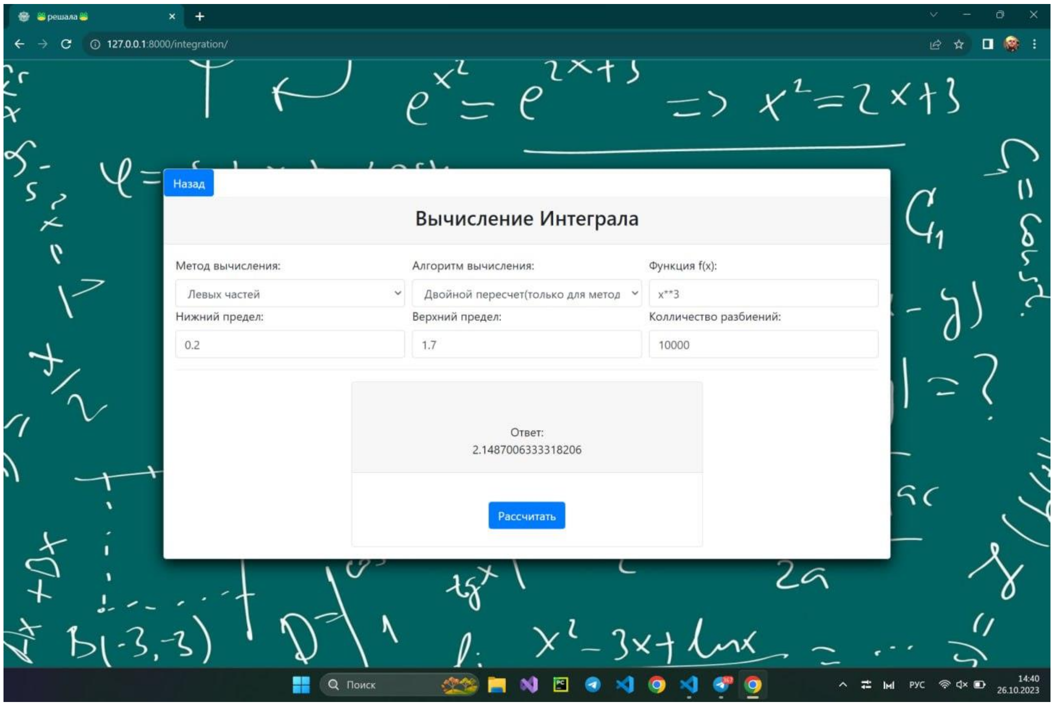


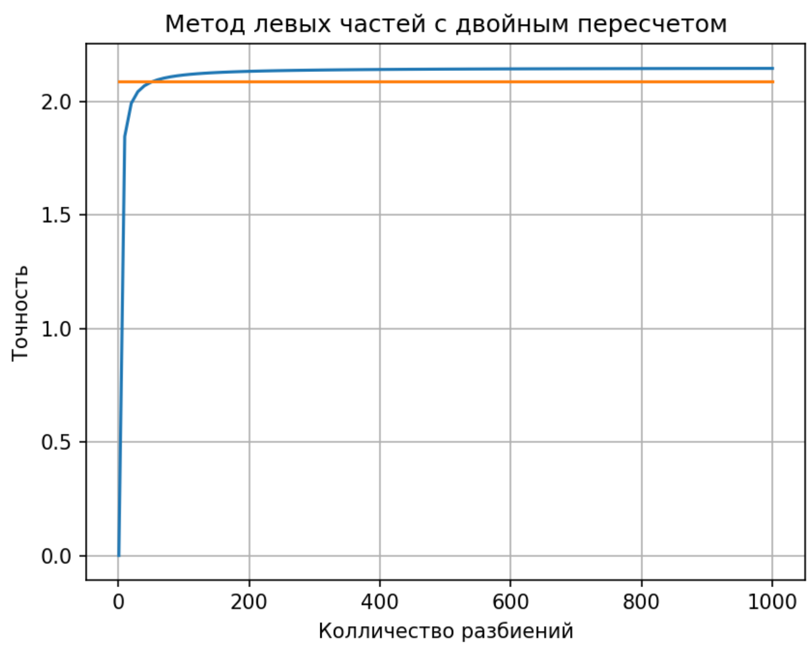


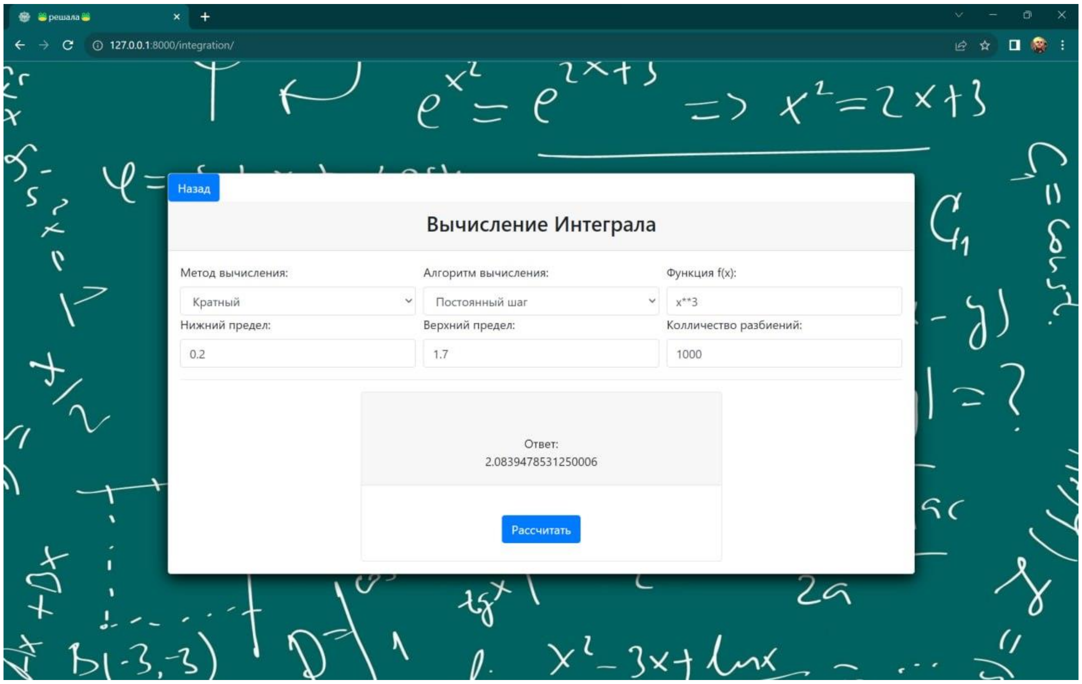
Визаульный пример интегрирования с 20 разбиениями


решала
127.0.0.1:8000/integration/
Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Переменный шаг (только для метода
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.0957697128020802
Рассчитать
Поиск
РУС
14:40
26.10.2023


Метод левых частей с переменным шагом
Точность
Колличество разбиений
2.0975
2.0950
2.0925
2.0900
2.0875
2.0850
2.0825
2.0800
0
200
400
600
800
1000


Назад
Вычисление Интеграла
Метод вычисления:
Левых частей
Алгоритм вычисления:
Двойной пересчет(только для метод
Функция f(x):
x**3
Нижний предел:
0.2
Верхний предел:
1.7
Колличество разбиений:
10000
Ответ:
2.1487006333318206
Рассчитать


Метод левых частей с двойным пересчетом
Точность
Колличество разбиений
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0
200
400
600
800
1000



Также мы сравнили время в секундах для разных алгоритмов интегрирования для метода прямоугольников левых частей. В результате самым быстрым алгоритмом оказался с постоянном шагом.

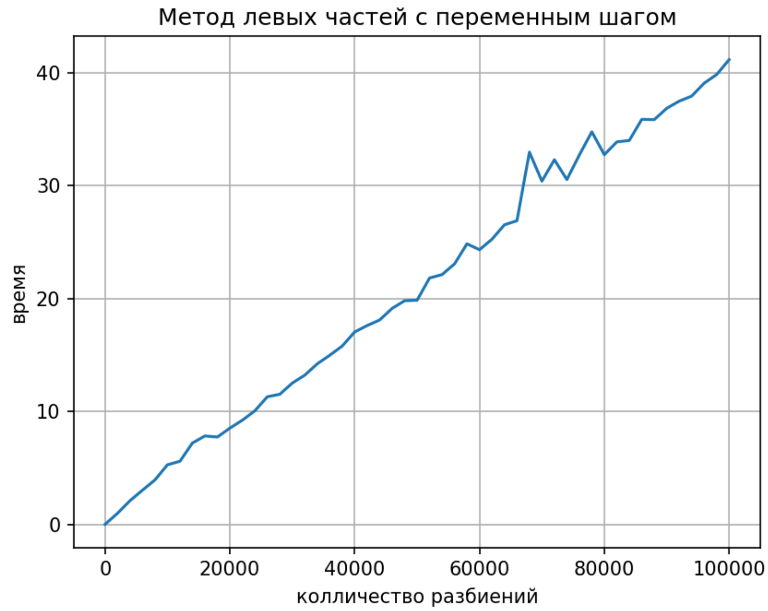


Таблица №1

Метод	Количество разбиений.	Результат
Левые части с постоянным шагом	10000	2.087257

Правые части с постоянным шагом	10000	2.086520
Трапеции с постоянным шагом	10000	2.087256
Параболы с постоянным шагом	10000	2.088116
Левые части с переменным шагом	10000	2.095769
Левые части с двойным пересчётом	10000	2.148700
Кратный интеграл	1000	2.083947

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численное интегрирование разными методами и алгоритмами посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для интегрирования кубической функции является метод трапеций, а самым быстрым алгоритмом является с постоянным шагом.