

Задание 1.1.8

Виды матриц:

Квадратная матрица - матрица, у которой количество строк равно количеству столбцов (размера $n \times n$), число n называется порядком матрицы.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix} - \text{квадратная матрица размера } 3 \times 3$$

Квадратные матрицы часто используются для представления простых линейных отображений — таких, как деформация или поворот. Например, если R — квадратная матрица, представляющая вращение (матрица поворота) и v — вектор-столбец, определяющий положение точки в пространстве, произведение Rv даёт другой вектор, который определяет положение точки после вращения. Также часто используется в физике, химии, экономике, психологии и др. дисциплинах.

Нулевая матрица - матрица, все элементы которой равны нулю, т.е. $a_{ij} = 0$, $\forall i, j$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \text{нулевая матрица}$$

Нулевые матрицы являются, так или иначе, следствием того обстоятельства, что нулевая матрица является аддитивным нейтральным элементом (в просторечии: нулём) линейного пространства матриц своего размера, а значит она (и только она) принадлежит любому линейному подпространству. Ну заодно и нулём алгебры матриц, если матрица квадратная. Используется в математике, физике, программировании и др. дисциплинах

Вектор-строка - матрица, состоящая из одной строки.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -5 \end{bmatrix} - \text{вектор-строка}$$

Людвик Зильберштейн использовал векторы-строки для пространственно-временных событий; он применил матрицы преобразования Лоренца справа в своей Теории относительности в 1914 г. В 1963 г., когда Макгроу-Хилл опубликовало Дифференциальная геометрия от Генрих Гуттенхаймер из Университет Миннесоты, он использовал соглашение о векторах-строках.

Дж. В. П. Хиршфельд использовал правое умножение векторов-строк на матрицы в своем описании проекций на Геометрия Галуа PG. Если транспонировать вектор-строку, то получится вектор-столбец. Умножение матриц включает действие умножения каждого вектора-строки одной матрицы на каждый вектор-столбец другой матрицы. Используются в физике, математике и др. дисциплинах

Вектор-столбец - матрица, состоящая из одного столбца.

$$\begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ - вектор-столбец}$$

Умножение матриц включает действие умножения каждого вектора-строки одной матрицы на каждый вектор-столбец другой матрицы. Если транспонировать вектор-столбец, то получится вектор-строка. Используются в физике, математике и др. дисциплинах

Диагональная матрица - квадратная матрица, все элементы которой, стоящие вне главной диагонали, равны нулю.

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \text{ - диагональные элементы произвольные}$$

В квантовой механике и квантовой химии при вычислениях диагонализация матриц является одной из наиболее используемых процедур.

Диагонализацию можно использовать для эффективного вычисления степеней матрицы A, если матрица диагонализируема.

Единичная матрица - диагональная матрица, диагональные элементы которой равны 1. Обычно обозначается E.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ - диагональные элементы равны 1}$$

Когда матрицы $(n \times n)$ используются для представления линейных преобразований из n-мерного векторного пространства в само себя,

единичная матрица I_n представляет единичную функцию для любого базиса, который использовался в этом представлении. Используется в квантовой механике

Верхнетреугольная матрица - матрица, все элементы которой ниже главной диагонали равны нулю.

$$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Треугольные матрицы используются в первую очередь при решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Нижнетреугольная матрица - матрица, все элементы которой выше главной диагонали равны нулю.

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Треугольные матрицы используются в первую очередь при решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Ступенчатой матрицей - матрица, удовлетворяющая следующим условиям:

1. если матрица содержит нулевую строку, то все строки, расположенные под нею, также нулевые;
2. если первый ненулевой элемент некоторой строки расположен в столбце с номером i , и следующая строка не нулевая, то первый ненулевой элемент следующей строки должен находиться в столбце с номером большим, чем i .

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Любую ненулевую матрицу конечным числом элементарных преобразований и преобразований вычеркивания нулевой строки можно привести к матрице ступенчатого вида. Используется в Математике, в программировании и пр. дисциплинах