Отчёт по лабораторной работе №2

«Численные методы решения дифференциальных уравнений»

Выполнили:

Адаменко С. С.

Гневнов А. Е.

Суворов Р.М.

Отчёт Адаменко С.С.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Изучить численные методы Эйлера и Рунге-Кутта и предложенные варианты алгоритмов их реализации. Разработать программы решения дифференциальных уравнений, используя актуальный для студента язык программирования. Разработать программы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутта.

Математическая модель:

Контрольный пример 1.
Решить дифференциальное уравнение y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1.
1.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера/ Рунге-Кутта разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 2.

Решить дифференциальное уравнение вида:

$$y'' + \frac{y'}{x} + y = 0$$

на интервале [1; 1,5] с начальными условиями:

y (1) = 0.77
y ' (0) = - 0.44
h = 0.1

Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 3.

Для системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dy} = -2x + 5z \\ \frac{dy}{dt} = \sin(t-1)\,x - y - 3z \\ \frac{dz}{dt} = -x + 2z \end{cases}$$

с начальными условиями x(0) = 2, y(0) = 1, z(0) = 1 составить таблицу значений функций x(t), y(t), z(t) на отрезке [0; 0.3] с шагом h = 0.003. Использовать метод Эйлера.

3.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

3.2 Получить результаты решения системы дифференциальных уравнений методом Эйлера, уменьшив шаг в в 10 раз.

Метод Эйлера:

$$y' = f(x, y)$$

в заданном диапазоне изменения переменной a<=x<=b с начальными условиями y0=y(a) отрезок [a, b] разбивается на n частей с шагом h = (b - a) / n. В пределах этого шага производная заменяется разностным отношением $y' = {}^{\Delta y}/_{\Delta x} = f(x, y)$,

$$\Delta y = h * y' = h * f(x_i, y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + h * f(x_i, y_i)$$

$$x_{i+1} = x_i + h_x$$

Метод Рунге-Кутта:

Этот метод отличается от метода Эйлера тем, что на каждом шаге интегрирования вычисляется так называемая усреднённая производная Fi:

$$y_{i+1} = y_i + F_i$$

или

$$y(x_i + h) = y(x_i) + \Delta y_i$$

$$F_i = (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i})/6\,;$$

$$k_{1i} = hf(x_i, y_i)\,;$$

$$k_{2i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{1i}}/_{2})\,;$$

$$k_{3i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{2i}}/_{2})\,;$$

$$k_{4i} = hf(x_i + h, y_i + k_{3i})\,.$$

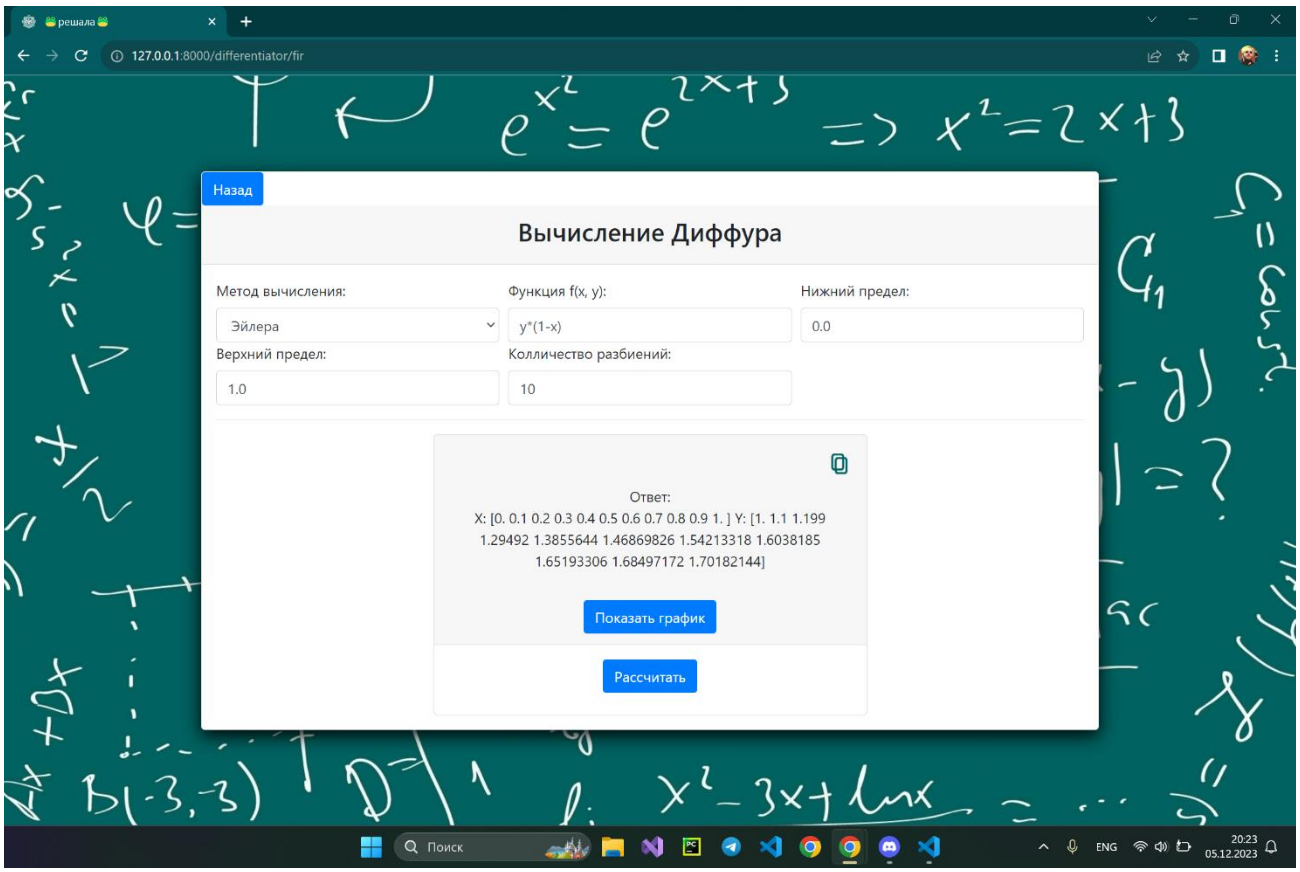
В любом методе $x_i = x_{i-1} + h$ при $a \leq x < b$

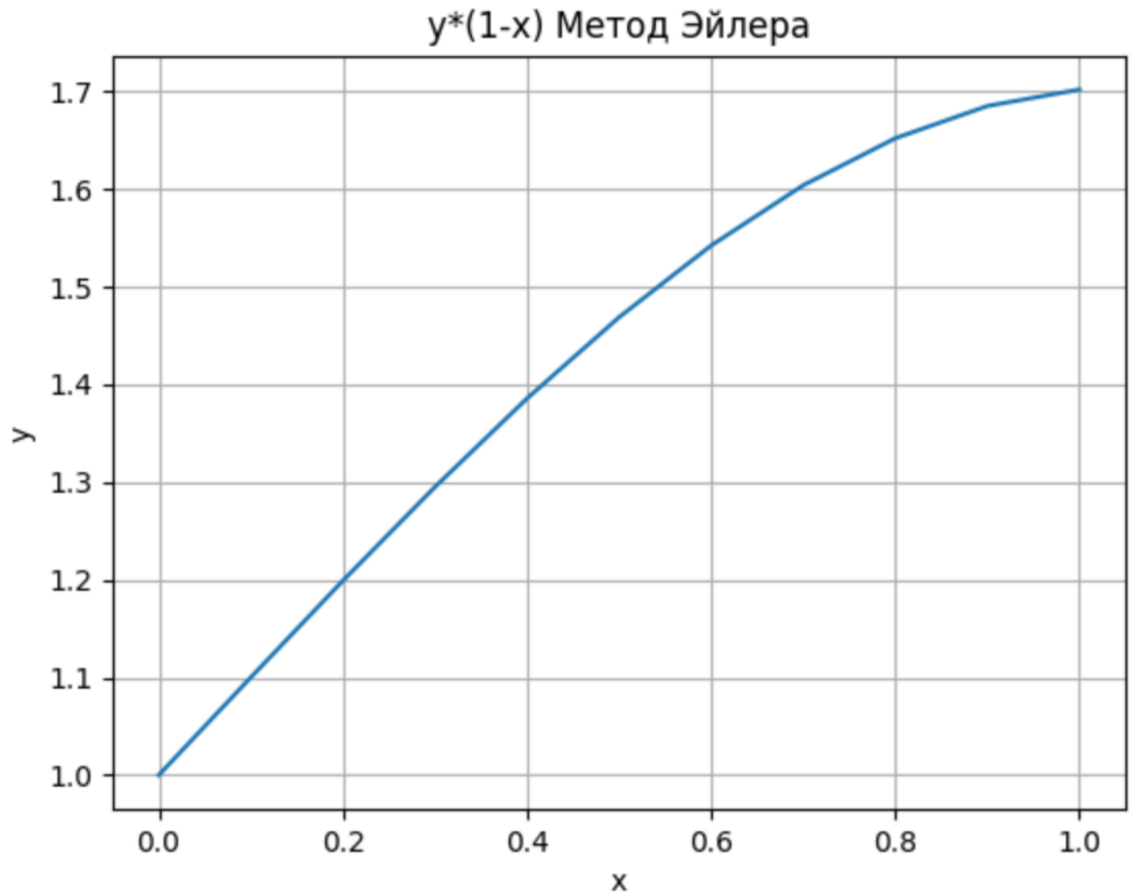
Код программы:

https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

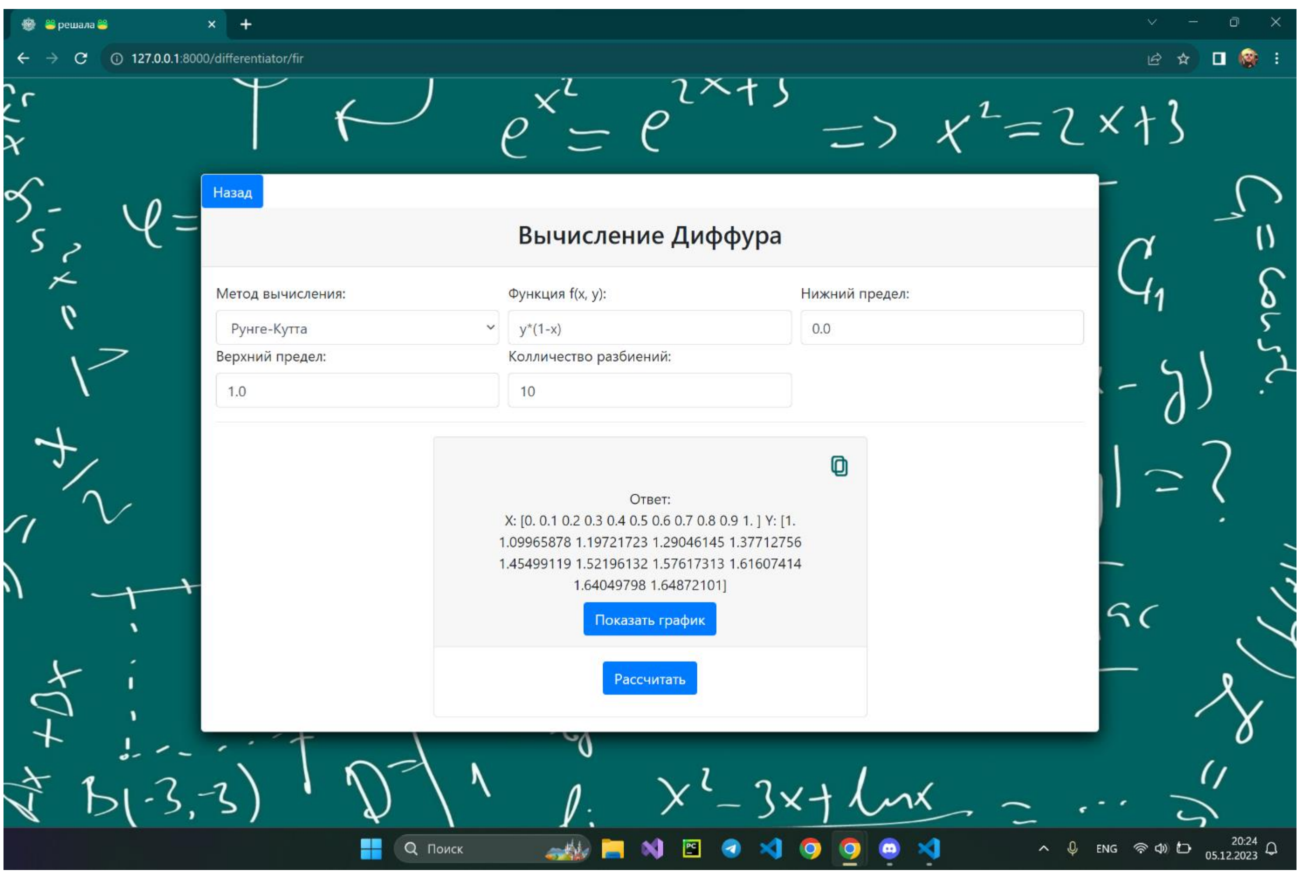
Результат выполнения работы:

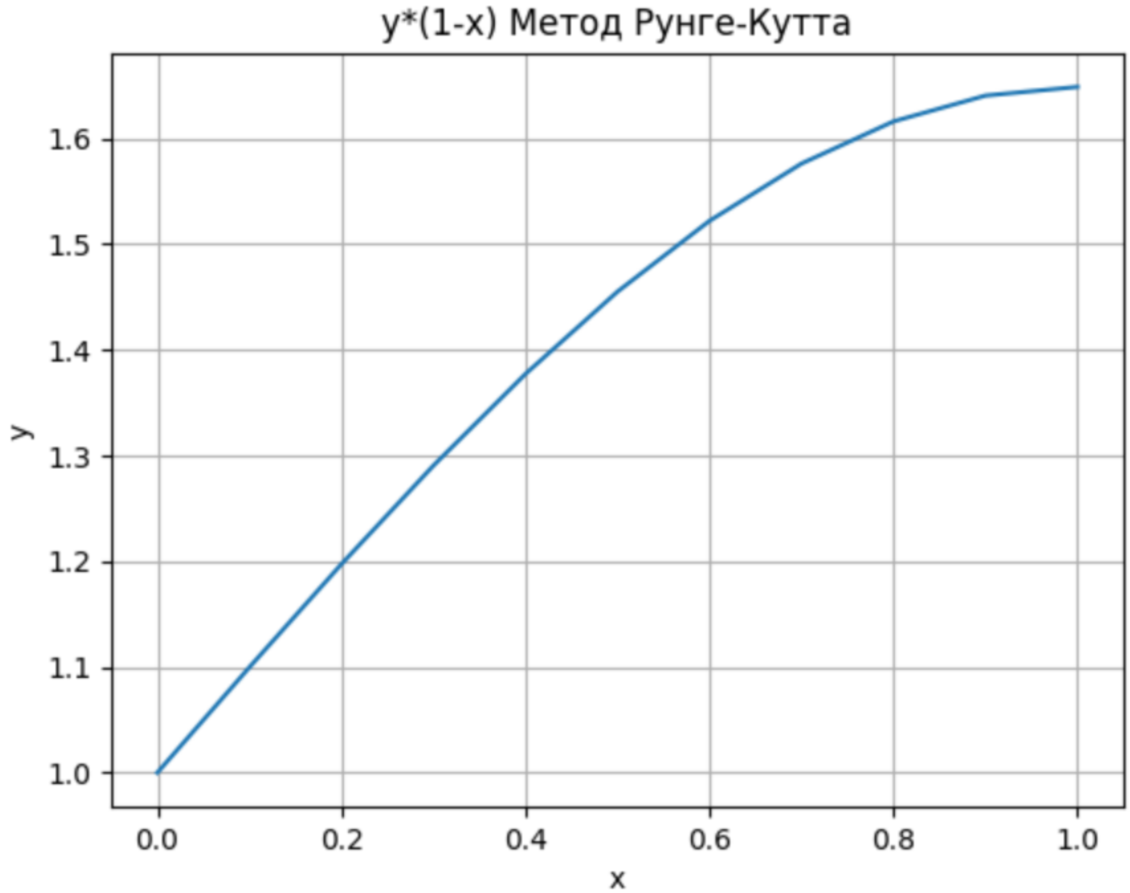




x(i)	y(i)
0	1.
0.1	1.1
0.2	1.199
0.3	1.29492
0.4	1.3855644

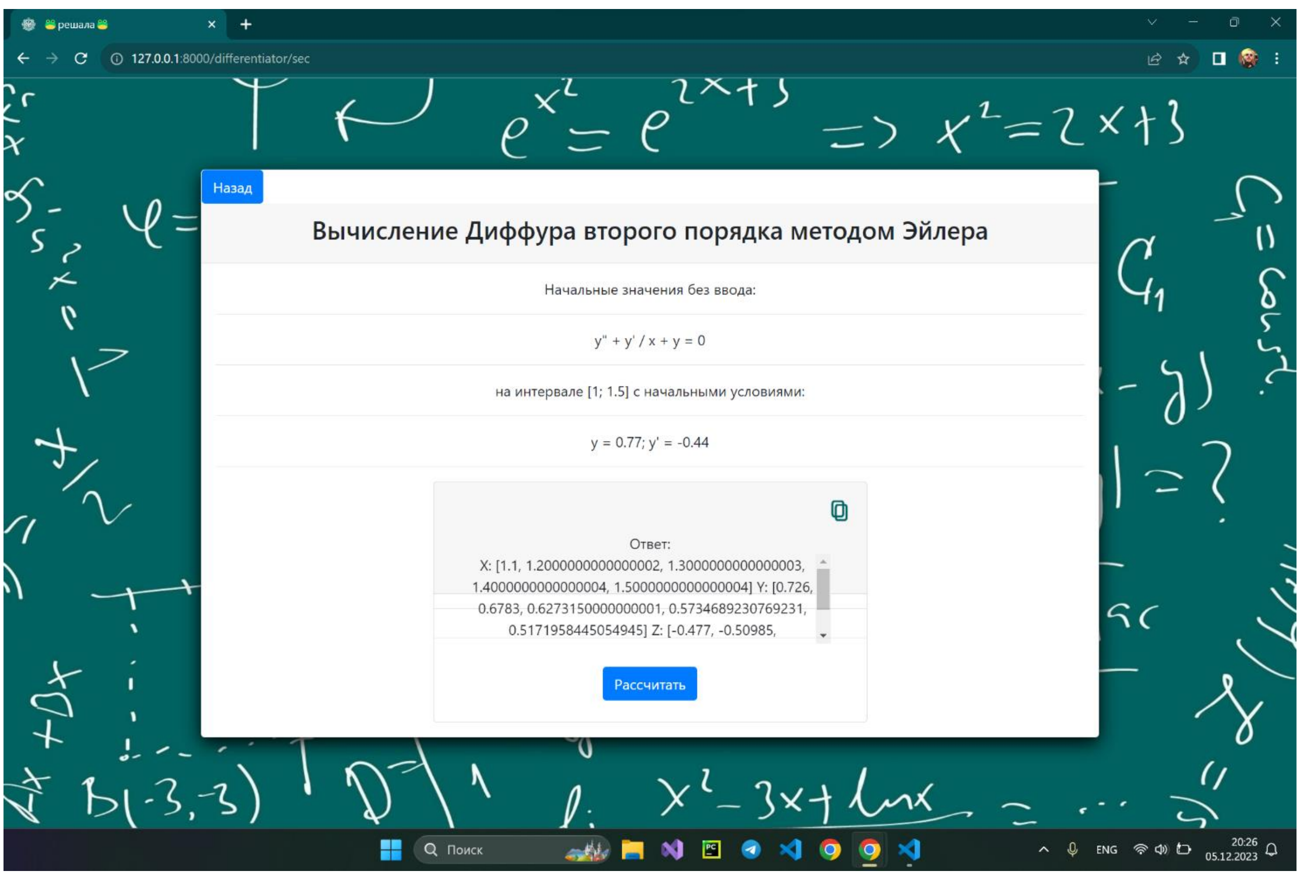
0.5	1.46869826
0.6	1.54213318
0.7	1.6038185
0.8	1.65193306
0.9	1.68497172
1	1.70182144





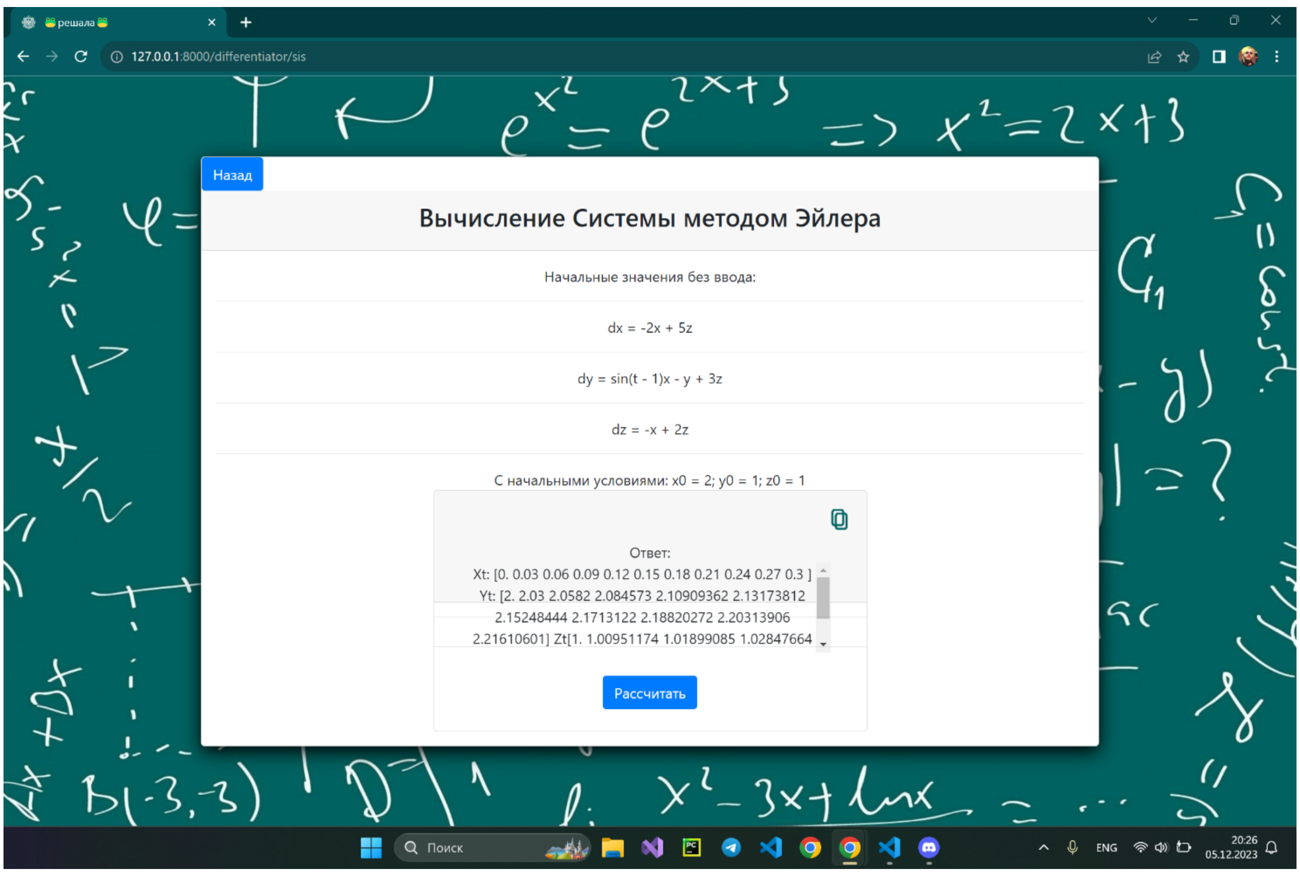
x(i)	y(i)
0	1
0.1	1.09965878
0.2	1.19721723
0.3	1.29046145
0.4	1.37712756
0.5	1.45499119

0.6	1.52196132
0.7	1.57617313
0.8	1.61607414
0.9	1.64049798
1	1.64872101



x(i)	y(i)	z(i)

1.1	0.726	-0.477
1.2	0.6783	-0.50985
1.3	0.627315	-0.5384607692307692
1.4	0.5734689230769231	-0.5627307857142857
1.5	0.5171958445054945	-0.5825622923076923



x(t)	y(t)	z(t)

0	2	1
0.03	2.03	1.00951174
0.06	2.0582	1.01899085
0.09	2.084573	1.02847664
0.12	2.10909362	1.038006
0.15	2.13173812	1.04761308
0.18	2.15248444	1.05732906
0.21	2.1713122	1.06718188
0.24	2.18820272	1.07719601
0.27	2.20313906	1.08739224
0.3	2.21610601	1.09778745

Сравнительный анализ полученных результатов:

Возьмём контрольный пример в виде дифференциального уравнения первого порядка y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1, мы выяснили, что метод Рунге-Кутта более точный для вычисления дифференциальных уравнений.

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численные методы решения дифференциальных уравнений посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для дифференцирования функции первого порядка является метод Рунге-Кутта.

Отчёт Суворов Р.М.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Изучить численные методы Эйлера и Рунге-Кутта и предложенные варианты алгоритмов их реализации. Разработать программы решения дифференциальных уравнений, используя актуальный для студента язык программирования. Разработать программы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутта.

Математическая модель:

Контрольный пример 1.
Решить дифференциальное уравнение y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1.
1.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера/ Рунге-Кутта разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 2.

Решить дифференциальное уравнение вида:

$$y'' + \frac{y'}{x} + y = 0$$

на интервале [1; 1,5] с начальными условиями:

y (1) = 0.77
y ' (0) = - 0.44
h = 0.1

Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 3.

Для системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dy} = -2x + 5z \\ \dfrac{dy}{dt} = \sin(t-1)\,x - y - 3z \\ \dfrac{dz}{dt} = -x + 2z \end{cases}$$

с начальными условиями x(0) = 2, y(0) = 1, z(0) = 1 составить таблицу значений функций x(t), y(t), z(t) на отрезке [0; 0.3] с шагом h = 0.003. Использовать метод Эйлера.

3.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

3.2 Получить результаты решения системы дифференциальных уравнений методом Эйлера, уменьшив шаг в в 10 раз.

Метод Эйлера:

$$y' = f(x, y)$$

в заданном диапазоне изменения переменной a<=x<=b с начальными условиями y0=y(a) отрезок [a, b] разбивается на n частей с шагом h = (b - a) / n. В пределах этого шага производная заменяется разностным отношением $y' = {}^{\Delta y}/_{\Delta x} = f(x, y)$.

$$\Delta y = h * y' = h * f(x_i, y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + h * f(x_i, y_i)$$

$$x_{i+1} = x_i + h_x$$

Метод Рунге-Кутта:

Этот метод отличается от метода Эйлера тем, что на каждом шаге интегрирования вычисляется так называемая усреднённая производная Fi:

$$y_{i+1} = y_i + F_i$$

или

$$y(x_i + h) = y(x_i) + \Delta y_i$$

$$F_i = (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i})/6\,;$$

$$k_{1i} = hf(x_i, y_i)\,;$$

$$k_{2i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{1i}}/_{2})\,;$$

$$k_{3i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{2i}}/_{2})\,;$$

$$k_{4i} = hf(x_i + h, y_i + k_{3i})\,.$$

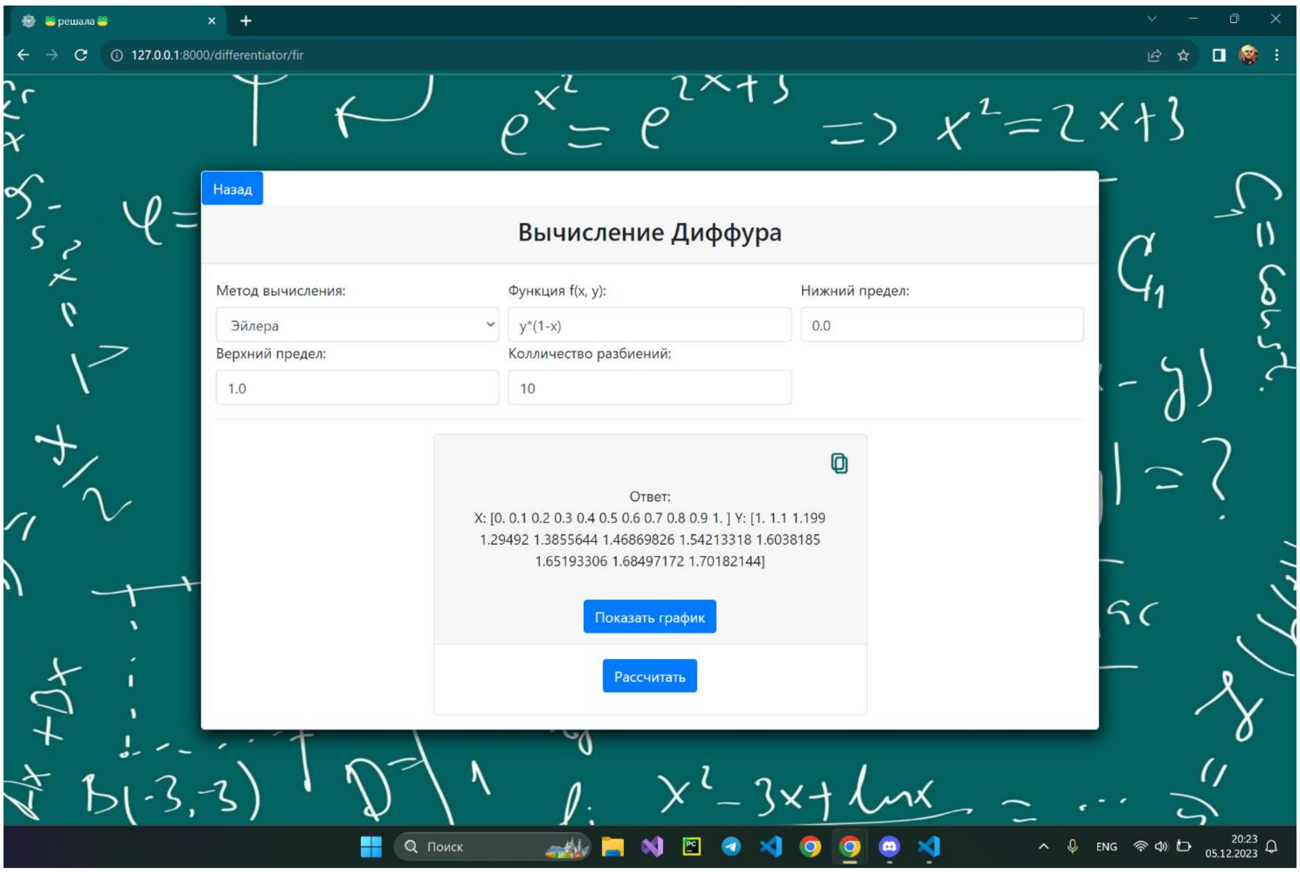
В любом методе $x_i = x_{i-1} + h$ при $a \le x < b$

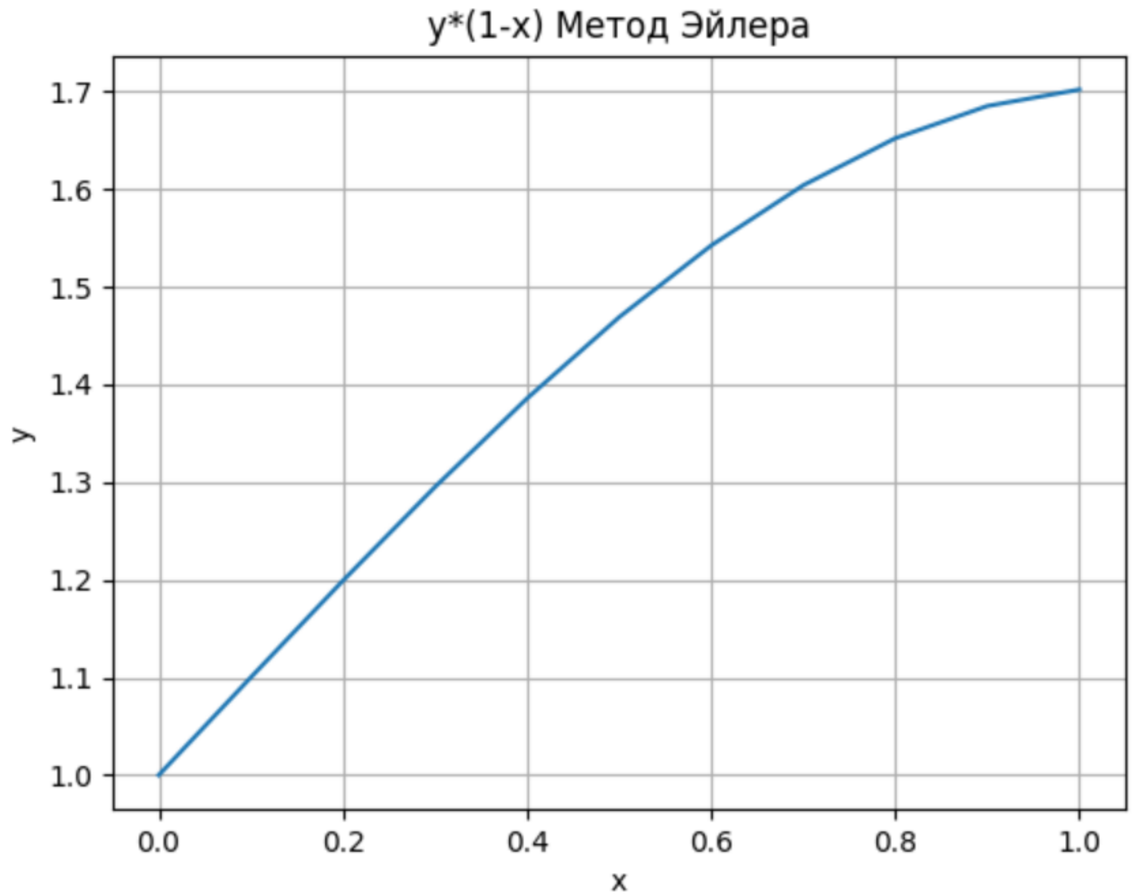
Код программы:

https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

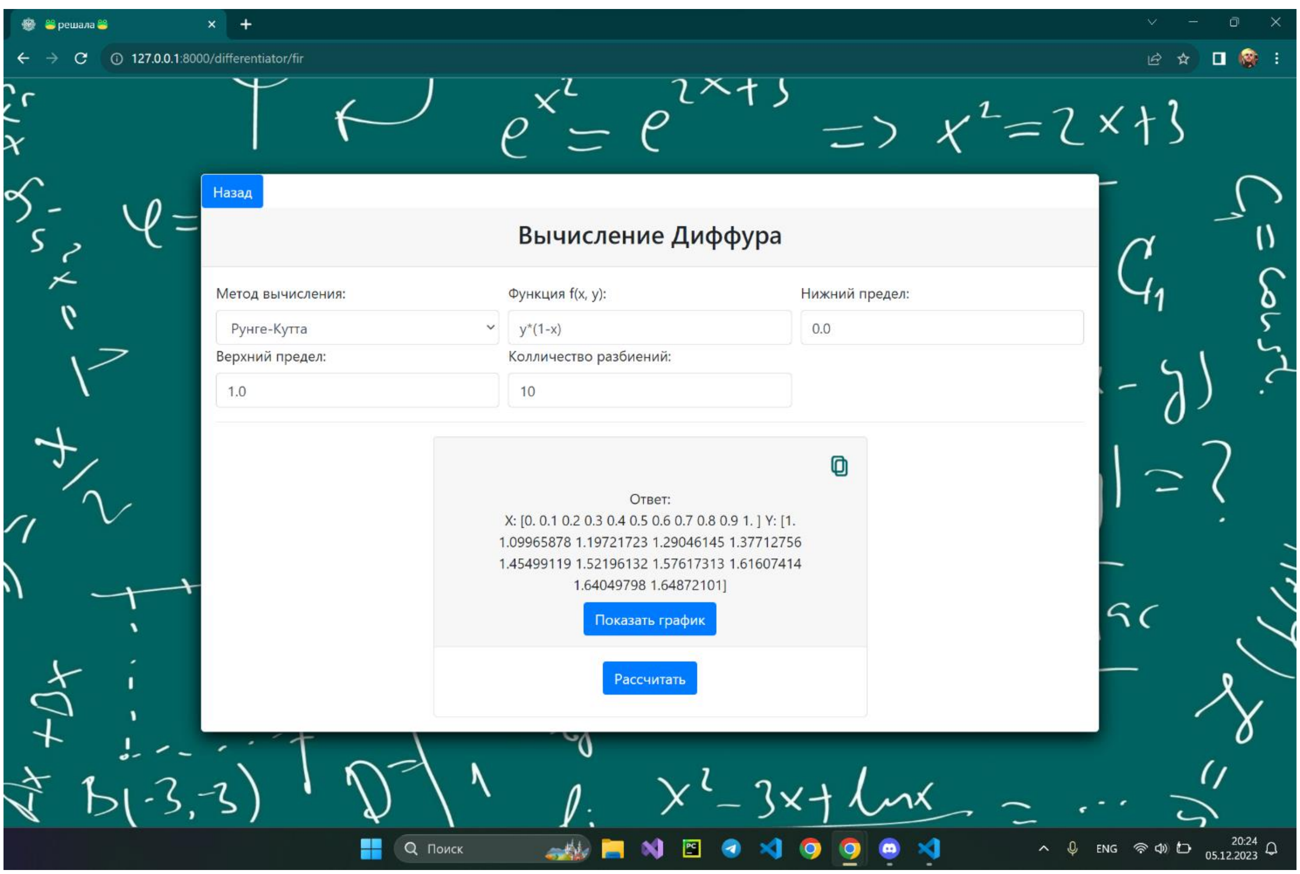
Результат выполнения работы:

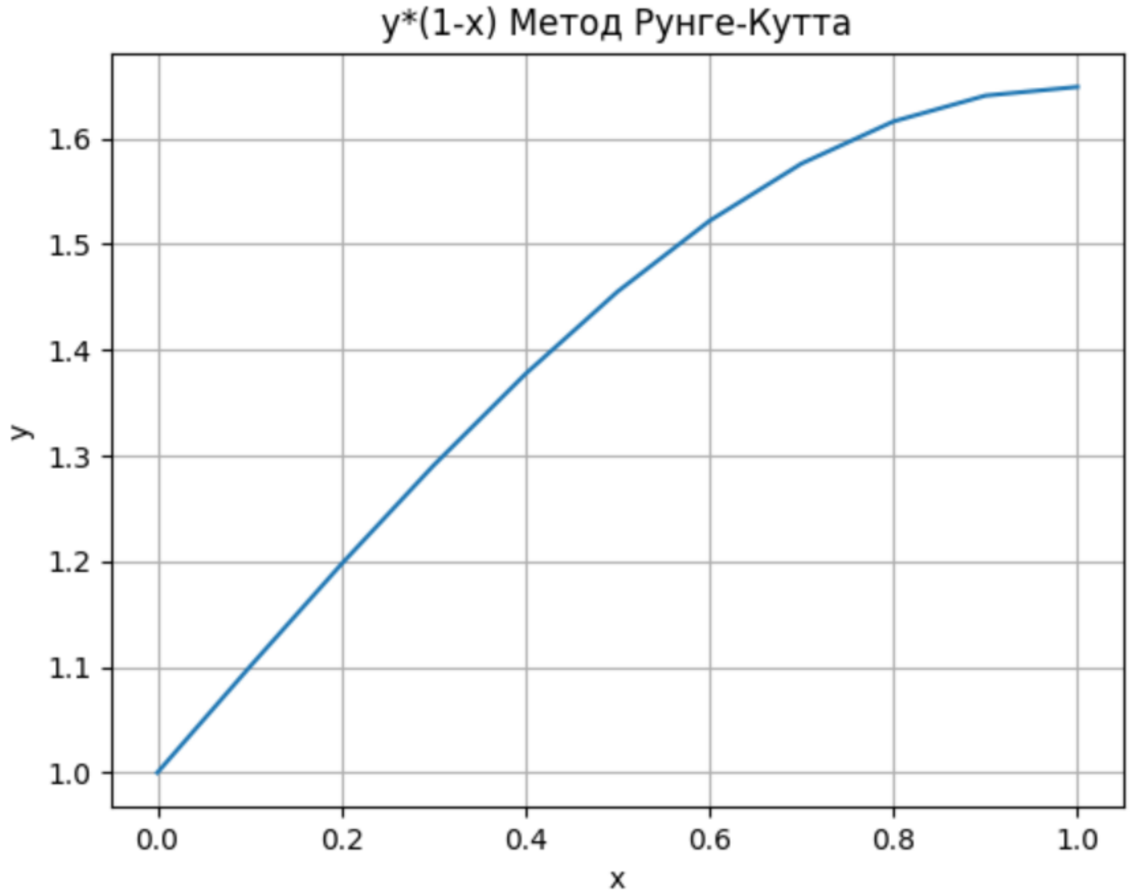




x(i)	y(i)
0	1.
0.1	1.1
0.2	1.199
0.3	1.29492
0.4	1.3855644

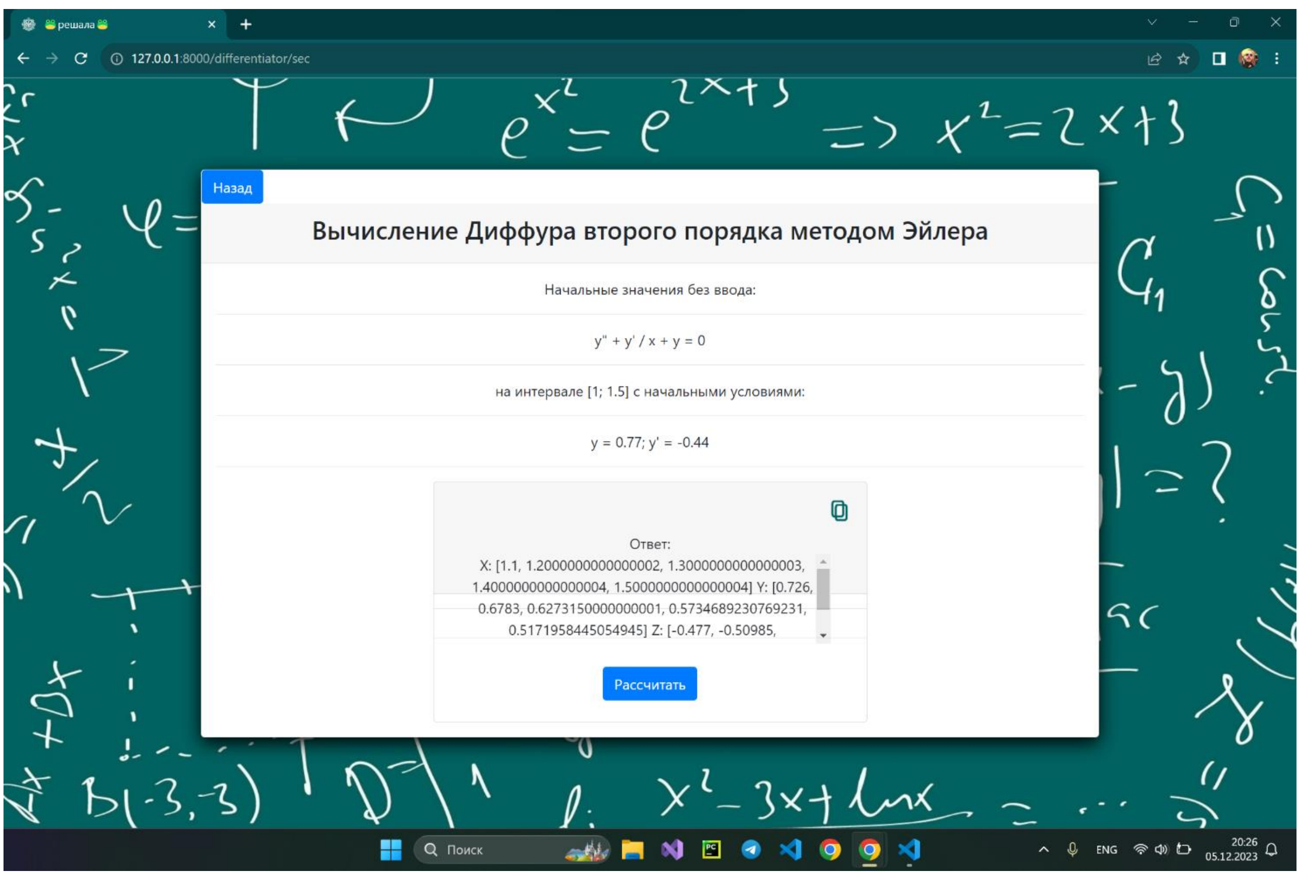
0.5	1.46869826
0.6	1.54213318
0.7	1.6038185
0.8	1.65193306
0.9	1.68497172
1	1.70182144





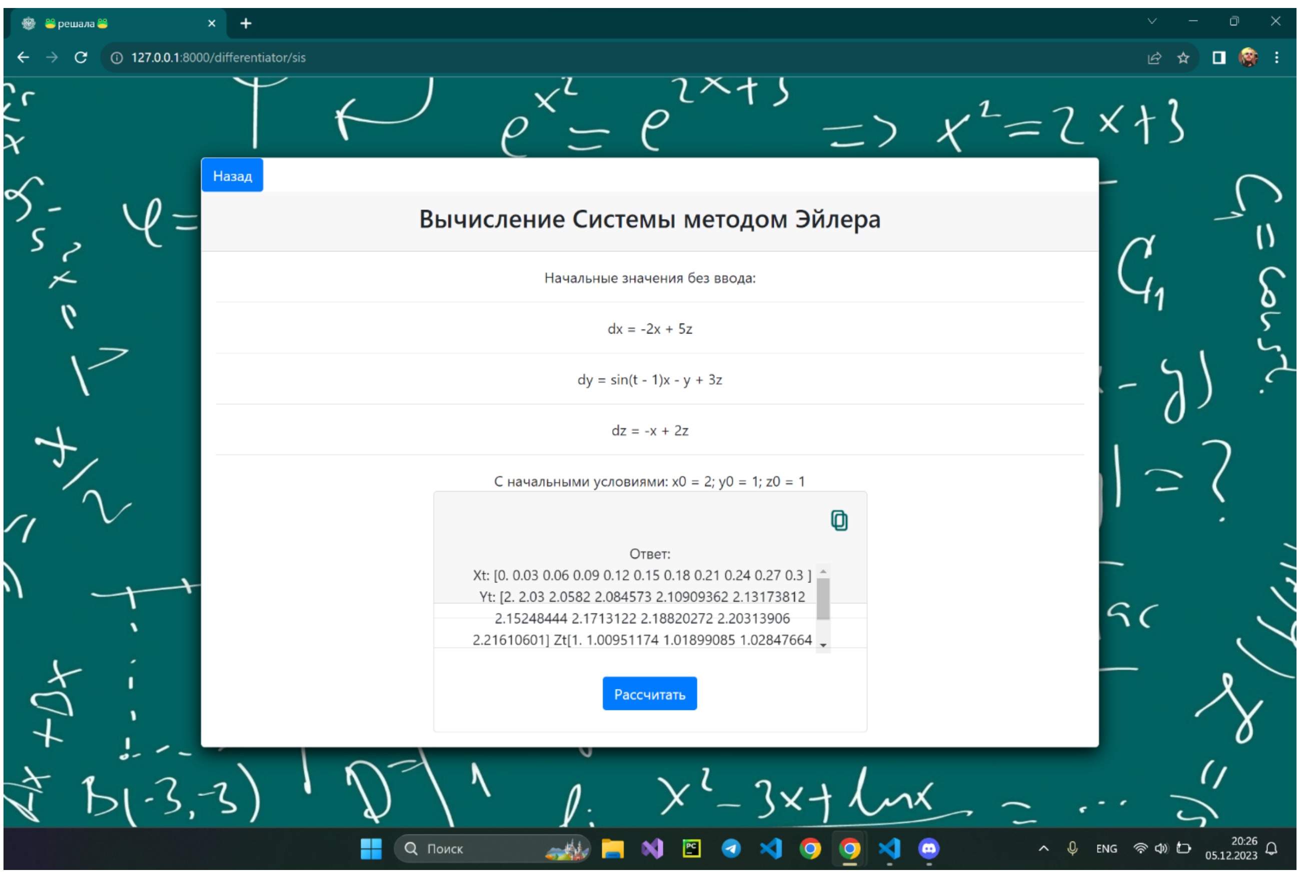
x(i)	y(i)
0	1
0.1	1.09965878
0.2	1.19721723
0.3	1.29046145
0.4	1.37712756
0.5	1.45499119

0.6	1.52196132
0.7	1.57617313
0.8	1.61607414
0.9	1.64049798
1	1.64872101



x(i)	y(i)	z(i)

1.1	0.726	-0.477
1.2	0.6783	-0.50985
1.3	0.627315	-0.5384607692307692
1.4	0.5734689230769231	-0.5627307857142857
1.5	0.5171958445054945	-0.5825622923076923



x(t)	y(t)	z(t)

0	2	1
0.03	2.03	1.00951174
0.06	2.0582	1.01899085
0.09	2.084573	1.02847664
0.12	2.10909362	1.038006
0.15	2.13173812	1.04761308
0.18	2.15248444	1.05732906
0.21	2.1713122	1.06718188
0.24	2.18820272	1.07719601
0.27	2.20313906	1.08739224
0.3	2.21610601	1.09778745

Сравнительный анализ полученных результатов:

Возьмём контрольный пример в виде дифференциального уравнения первого порядка y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1, мы выяснили, что метод Рунге-Кутта более точный для вычисления дифференциальных уравнений.

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численные методы решения дифференциальных уравнений посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для дифференцирования функции первого порядка является метод Рунге-Кутта.

Отчёт Гневнов А.Е.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python, HTML, CSS, SQL, JavaScript; используемые сторонние библиотеки: Django, Matpotlib, Numpy, SQLlite3; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Изучить численные методы Эйлера и Рунге-Кутта и предложенные варианты алгоритмов их реализации. Разработать программы решения дифференциальных уравнений, используя актуальный для студента язык программирования. Разработать программы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутта.

Математическая модель:

Контрольный пример 1.
Решить дифференциальное уравнение y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1.
1.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера/ Рунге-Кутта разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 2.

Решить дифференциальное уравнение вида:

$$y'' + \frac{y'}{x} + y = 0$$

на интервале [1; 1,5] с начальными условиями:

y (1) = 0.77
y ' (0) = - 0.44
h = 0.1

Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

Контрольный пример 3.

Для системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dy} = -2x + 5z \\ \dfrac{dy}{dt} = \sin(t-1)\,x - y - 3z \\ \dfrac{dz}{dt} = -x + 2z \end{cases}$$

с начальными условиями x(0) = 2, y(0) = 1, z(0) = 1 составить таблицу значений функций x(t), y(t), z(t) на отрезке [0; 0.3] с шагом h = 0.003. Использовать метод Эйлера.

3.1 Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера, разбив отрезок на 10 частей.

3.2 Получить результаты решения системы дифференциальных уравнений методом Эйлера, уменьшив шаг в в 10 раз.

Метод Эйлера:

$$y' = f(x, y)$$

в заданном диапазоне изменения переменной a<=x<=b с начальными условиями y0=y(a) отрезок [a, b] разбивается на n частей с шагом h = (b - a) / n. В пределах этого шага производная заменяется разностным отношением $y' = {}^{\Delta y}/_{\Delta x} = f(x, y)$.

$$\Delta y = h * y' = h * f(x_i, y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + h * f(x_i, y_i)$$

$$x_{i+1} = x_i + h_x$$

Метод Рунге-Кутта:

Этот метод отличается от метода Эйлера тем, что на каждом шаге интегрирования вычисляется так называемая усреднённая производная Fi:

$$y_{i+1} = y_i + F_i$$

или

$$y(x_i + h) = y(x_i) + \Delta y_i$$

$$F_i = (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i})/6\,;$$

$$k_{1i} = hf(x_i, y_i)\,;$$

$$k_{2i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{1i}}/_{2})\,;$$

$$k_{3i} = hf(x_i + {}^{h}/_{2}, y_i + {}^{k_{2i}}/_{2})\,;$$

$$k_{4i} = hf(x_i + h, y_i + k_{3i})\,.$$

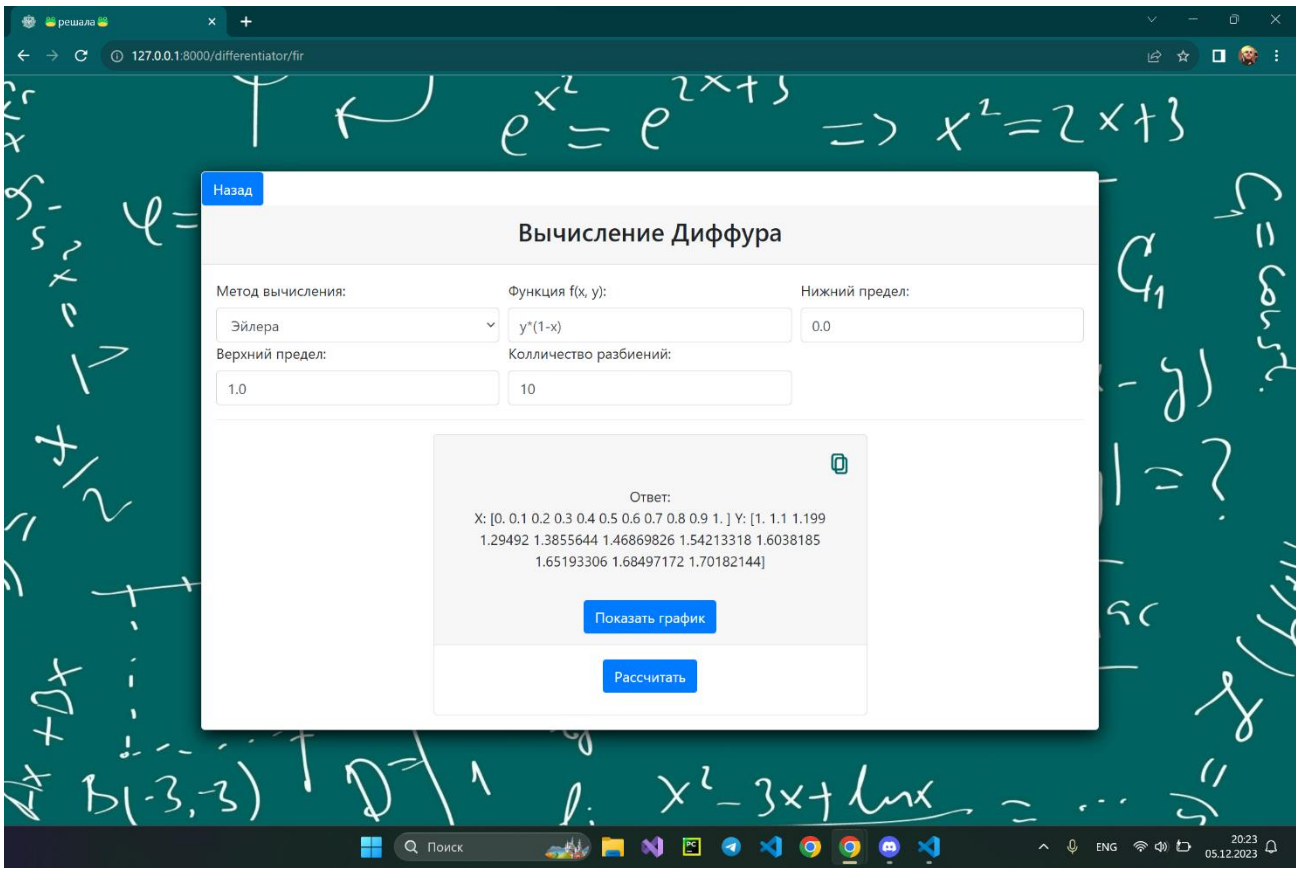
В любом методе $x_i = x_{i-1} + h$ при $a \le x < b$

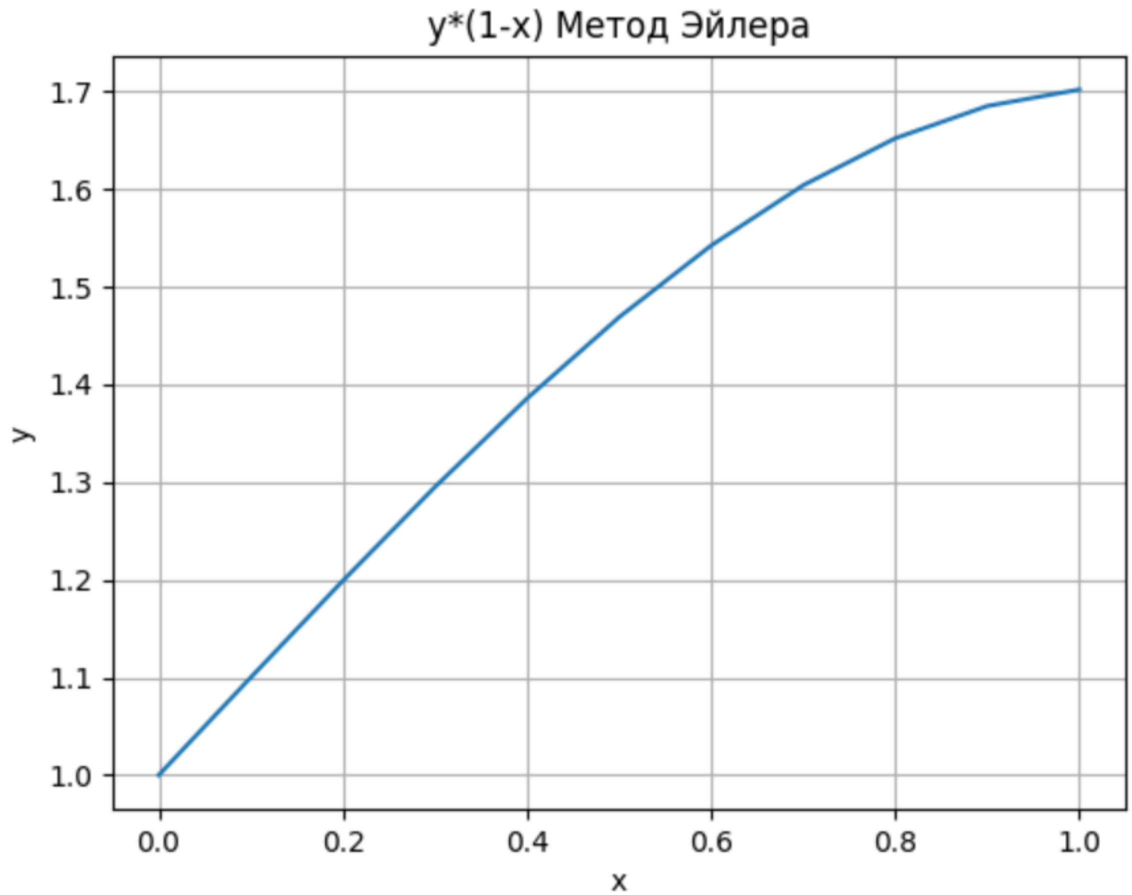
Код программы:

https://github.com/webbsalad/Computational_Mathematics_LW1

Для открытия веб-приложения, необходимо скачать файлы, в терминале зайди в директорию, выполнить команду «python manage.py run server».

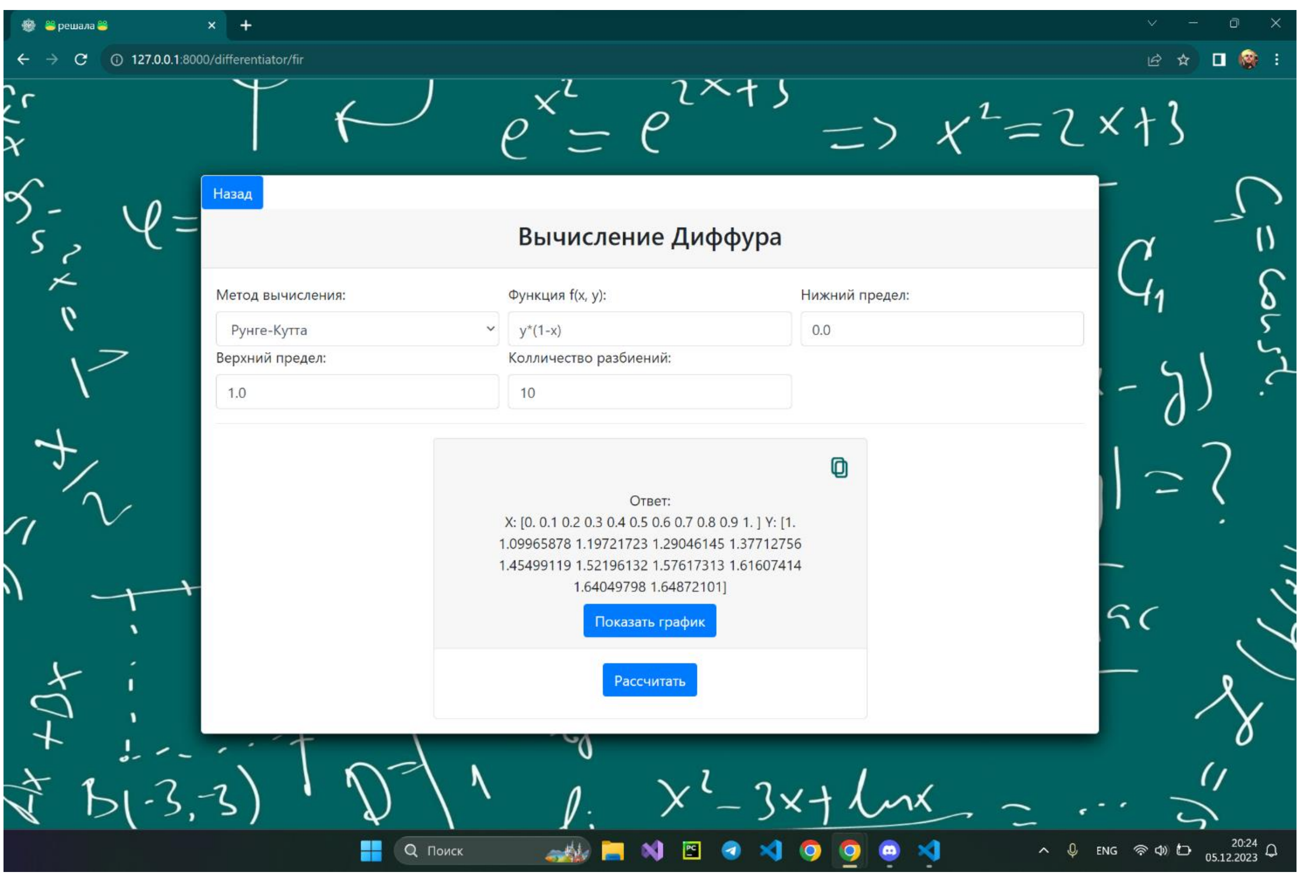
Результат выполнения работы:

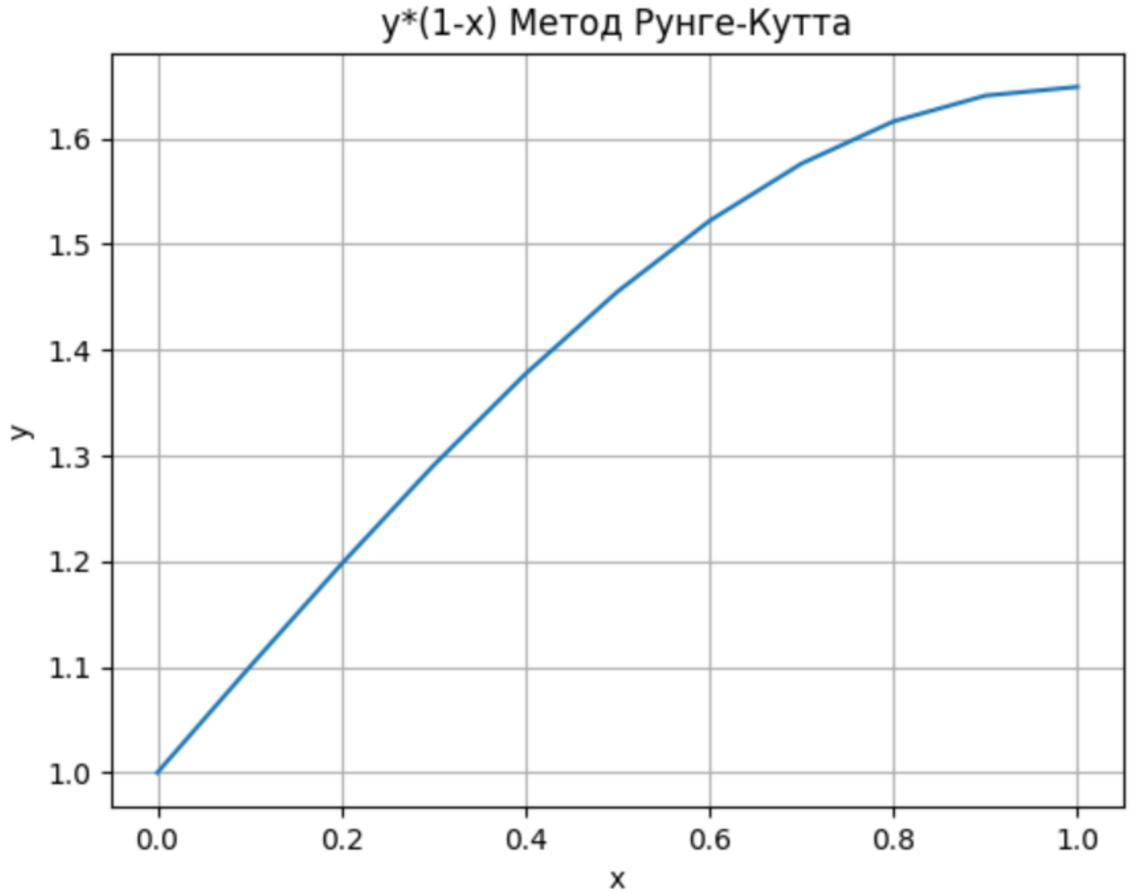




x(i)	y(i)
0	1.
0.1	1.1
0.2	1.199
0.3	1.29492
0.4	1.3855644

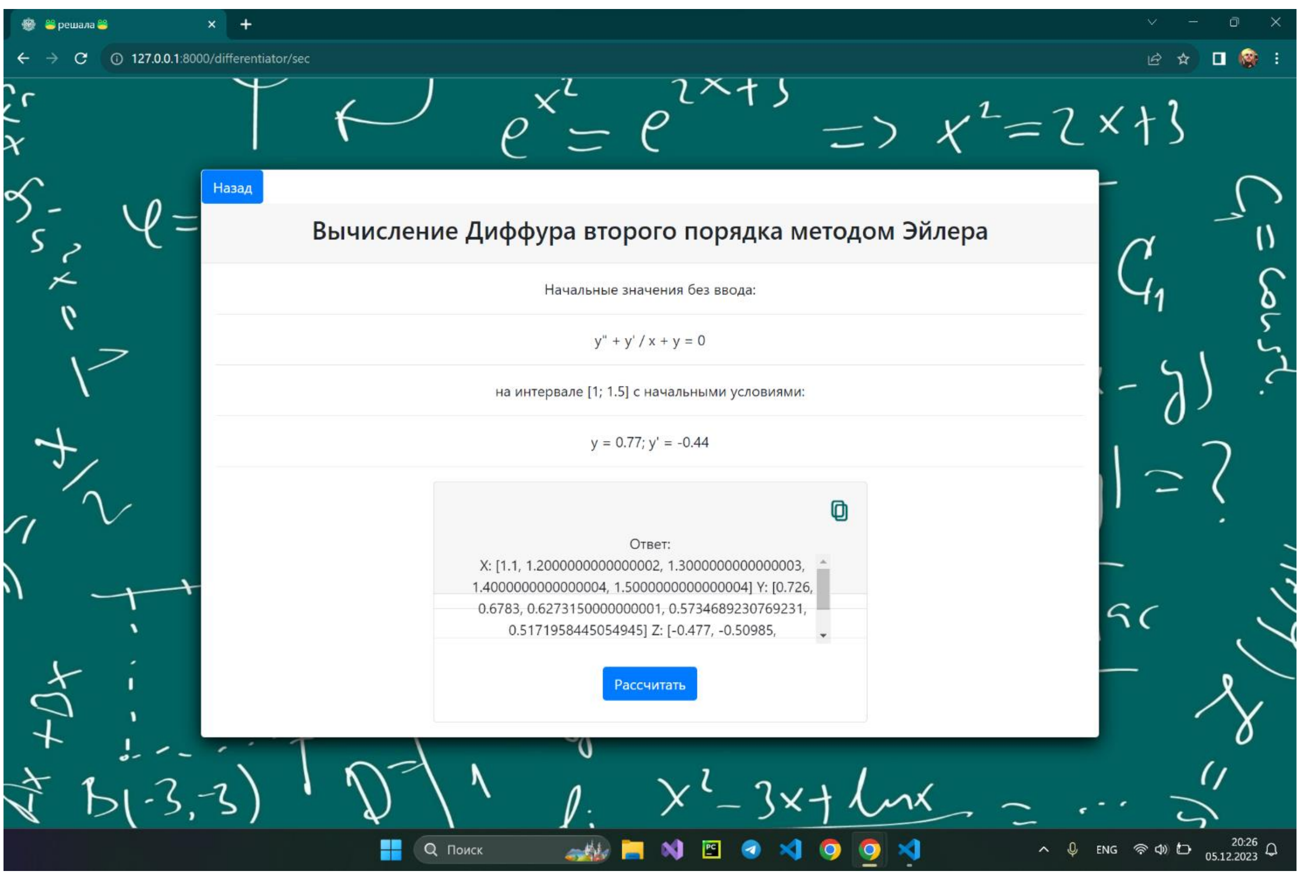
0.5	1.46869826
0.6	1.54213318
0.7	1.6038185
0.8	1.65193306
0.9	1.68497172
1	1.70182144





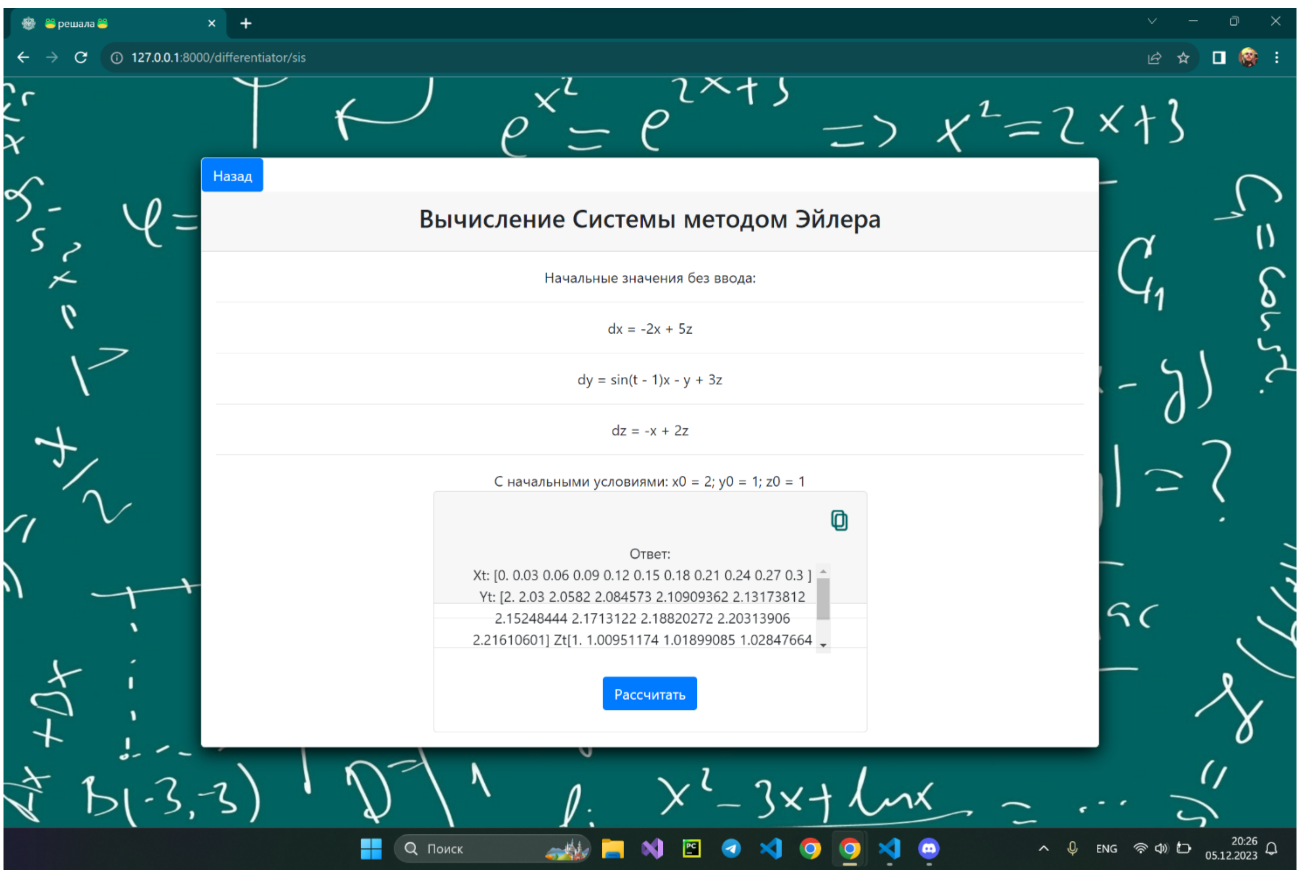
x(i)	y(i)
0	1
0.1	1.09965878
0.2	1.19721723
0.3	1.29046145
0.4	1.37712756
0.5	1.45499119

0.6	1.52196132
0.7	1.57617313
0.8	1.61607414
0.9	1.64049798
1	1.64872101



x(t)	y(t)	z(t)

1.1	0.726	-0.477
1.2	0.6783	-0.50985
1.3	0.627315	-0.5384607692307692
1.4	0.5734689230769231	-0.5627307857142857
1.5	0.5171958445054945	-0.5825622923076923



x(i)	y(i)	z(i)

0	2	1
0.03	2.03	1.00951174
0.06	2.0582	1.01899085
0.09	2.084573	1.02847664
0.12	2.10909362	1.038006
0.15	2.13173812	1.04761308
0.18	2.15248444	1.05732906
0.21	2.1713122	1.06718188
0.24	2.18820272	1.07719601
0.27	2.20313906	1.08739224
0.3	2.21610601	1.09778745

Сравнительный анализ полученных результатов:

Возьмём контрольный пример в виде дифференциального уравнения первого порядка y’ = y*(1 - x) на отрезке [0; 1] с начальными условиями x0= 0, y0= 1, мы выяснили, что метод Рунге-Кутта более точный для вычисления дифференциальных уравнений.

Вывод:

Нам удалось, верно, реализовать численные методы решения дифференциальных уравнений посредством веб-приложения. В ходе работы получилось выяснить, что самым точным методом для дифференцирования функции первого порядка является метод Рунге-Кутта.