

Отчёт по лабораторной работе №1

«Решение систем линейных алгебраических уравнений»

Выполнили:

Адаменко С. С.

Гневнов А. Е.

Отчёт Адаменко С.С.

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; используемые сторонние библиотеки: Numpy; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Ознакомиться с теорией вопроса (представлена в материалах папок: Теория_1_Классический_метод; Теория_2_Метод оптимального исключения; Теория_3_Гаусса-Жордана).

Математическая модель:

1. Классический метод:

В сокращенной форме, полученной, тригонометрической системы уравнений, имеет вид:

$$x_i + \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j = \tilde{a}_{i(n+1)} \quad i = 1 \div n$$

На этом этапе известности 1-ый этап работы алгоритма метода Гаусса.

На втором этапе метода обратной постановки определяются корни системы уравнений по виду:

$$x_n = \frac{\tilde{a}_{n(n+1)}}{\tilde{a}_{nn}};$$

$$x_i = \tilde{a}_{i(n+1)} - \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j,$$

где значения индекса $i = (n-1) \div 1$ уменьшаются в обратном порядке.

2. Метод оптимального исключения:

В рекуррентном виде весь алгоритм можно записать в виде:

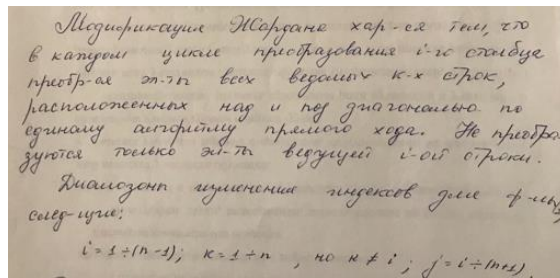
$$\tilde{a}_{ki} = \frac{a_{ki}}{a_{ii}};$$

$$\tilde{a}_{kj} = a_{kj} - \tilde{a}_{ki} a_{ij},$$

где $i = 1 \div (n-1),$
 $k = (i+1) \div n,$
 $j = i \div (n+1).$

При $j=i$ поддиагональные элементы матрицы будут равны нулю.

3. Метод Гаусса-Жордана:



Код программы:

```
import numpy as np
```

```
from tabulate import tabulate
```

```
def gaussian_elimination(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
        matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
        # Приведение к верхнетреугольному виду
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            ratio = matrix[j][i] / matrix[i][i]
```

```
            for k in range(i, num_cols):
```

```
                matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```

```
return matrix
```

```
def back_substitution(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    solution = np.zeros(num_rows)
```

```
    for i in range(num_rows - 1, -1, -1):
```

```
        solution[i] = matrix[i][num_cols - 1] / matrix[i][i]
```

```
        for j in range(i - 1, -1, -1):
```

```
            matrix[j][num_cols - 1] -= matrix[j][i] * solution[i]
```

```
    return solution
```

```
def gauss_jordan(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
# Приведение к единичной матрице
```

```
pivot = matrix[i][i]
```

```
for j in range(i, num_cols):
```

```
    matrix[i][j] /= pivot
```

```
# Обновление остальных строк
```

```
for j in range(num_rows):
```

```
    if j != i:
```

```
        ratio = matrix[j][i]
```

```
        for k in range(i, num_cols):
```

```
            matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```

```
return matrix
```

```
def gauss_elimination(coeff_matrix, const_vector):
```

```
    n = len(coeff_matrix)
```

```
    # Создаем расширенную матрицу
```

```
    augmented_matrix = np.column_stack((coeff_matrix, const_vector))
```

```
    # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
    for i in range(n):
```

```
        max_row = i
```

```
        for k in range(i + 1, n):
```

```
            if abs(augmented_matrix[k, i]) > abs(augmented_matrix[max_row, i]):
```

```
                max_row = k
```

```
            augmented_matrix[[i, max_row]] = augmented_matrix[[max_row, i]]
```

```
    # Прямой ход
```

```
    for j in range(i + 1, n):
```

```

        ratio = augmented_matrix[j,i] / augmented_matrix[i, i]
        augmented_matrix[j, i:] -= ratio * augmented_matrix[i, i:]
# Обратный ход
x = np.zeros(n)
for i in range(n - 1, -1, -1):
    x[i] = augmented_matrix[i, -1] / augmented_matrix[i, i]
    for j in range(i - 1, -1, -1):
        augmented_matrix[j, -1] -= augmented_matrix[j, i] * x[i]
return x

# Ввод исходных данных
matrix = []
n = int(input("Введите размерность матрицы: "))
print("Введите элементы матрицы:")
for i in range(n):
    row = list(map(float, input().split()))
    matrix.append(row)

print("Исходная матрица:")
print(tabulate(matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Прямой ход метода Гаусса
reduced_matrix = gaussian_elimination(matrix)
print("Матрица после прямого хода:")
print(tabulate(reduced_matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Обратный ход метода Гаусса
solution = back_substitution(reduced_matrix)
print("Решение СЛУ:")

```

```
print(solution)
```

```
# Реализация метода Гаусса-Жордана
```

```
gauss_jordan_matrix = gauss_jordan(matrix)
```

```
print("Результат метода Гаусса-Жордана:")
```

```
print(tabulate(gauss_jordan_matrix, tablefmt="fancy_grid"))
```

```
# Пример использования
```

```
A = np.array(matrix, dtype = float)
```

```
B = np.array([23,32,33,31])
```

```
x = gauss_elimination(A, B)
```

```
print("Решение", x)
```

Результаты программы для контрольного примера:

<i>A</i>	<i>B</i>
5 7 6 5	23
7 10 8 7	32
6 8 10 9	33
5 7 9 10	31

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23

7 10 8 7 32

6 8 10 9 33

5 7 9 10 31

Исходная матрица:

5	7	6	5	23
7	10	8	7	32
6	8	10	9	33
5	7	9	10	31

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32
0	-0.571429	3.14286	3	5.57143
0	0	2.5	4.25	6.75
0	0	0	0.1	0.1

Решение СЛУ:

[1. 1. 1. 1.]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.62857
0	1	0	0	2.4
0	0	1	0	-0.7
0	0	0	1	1

Решение $[1. \ 1. \ 1. \ 1.]$

и для значений элементов столбца свободных членов на

1) 0,1

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.1

7 10 8 7 32.1

6 8 10 9 33.1

5 7 9 10 31.1

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.1
7	10	8	7	32.1
6	8	10	9	33.1
5	7	9	10	31.1

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.1
0	-0.571429	3.14286	3	5.58571
0	0	2.5	4.25	6.775
0	0	0	0.1	0.13

Решение СЛУ:

[3. -0.2 0.5 1.3]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	7.62571
0	1	0	0	-2.78
0	0	1	0	-1.71
0	0	0	1	1.3

Решение [3. -0.2 0.5 1.3]

2) 0,001

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.001

7 10 8 7 32.001

6 8 10 9 33.001

5 7 9 10 31.001

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.001
7	10	8	7	32.001
6	8	10	9	33.001
5	7	9	10	31.001

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.001
0	-0.571429	3.14286	3	5.57157
0	0	2.5	4.25	6.75025
0	0	0	0.1	0.1003

Решение СЛУ:

[1.02 0.988 0.995 1.003]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.52603
0	1	0	0	2.3482
0	0	1	0	-0.7101
0	0	0	1	1.003

Решение [1.02 0.988 0.995 1.003]

3) 0,01

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.01

7 10 8 7 32.01

6 8 10 9 33.01

5 7 9 10 31.01

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.01
7	10	8	7	32.01
6	8	10	9	33.01
5	7	9	10	31.01

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.01
0	-0.571429	3.14286	3	5.57286
0	0	2.5	4.25	6.7525
0	0	0	0.1	0.103

Решение СЛУ:

[1.2 0.88 0.95 1.03]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-1.60314
0	1	0	0	1.882
0	0	1	0	-0.801
0	0	0	1	1.03

Решение [1.2 0.88 0.95 1.03]

Вывод:

Прямой ход метода Гаусса хорошо справляется с системой во всех трех случаях. Обратный ход метода Гаусса показывает, что при элементах 23 и 0,1 система становится не доопределённой что неудивительно, так как в этих случаях есть свободные переменные. Метод Гаусса-Жордана дает матрицу с единичными значениями на диагонали во всех случаях, но значения свободных членов могут быть с погрешностью из-за использования чисел с плавающей точкой

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; используемые сторонние библиотеки: Numpy; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Ознакомиться с теорией вопроса (представлена в материалах папок: Теория_1_Классический_метод; Теория_2_Метод оптимального исключения; Теория_3_Гаусса-Жордана).

Математическая модель:

1. Классический метод:

В сокращенной форме получаем систему уравнений вида (1):

$$x_i + \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j = \tilde{a}_{i(n+1)} \quad i = 1, \dots, n$$

На этом этапе достигаются 1-ый этап решения системы методом Гаусса.

На втором этапе метода обратной подстановки определяются значения неизвестных x_j по формулам:

$$x_n = \frac{\tilde{a}_{n(n+1)}}{\tilde{a}_{nn}};$$
$$x_i = \tilde{a}_{i(n+1)} - \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j,$$

где значения индекса i уменьшаются в обратном порядке $i = (n-1) \div 1$.

2. Метод оптимального исключения:

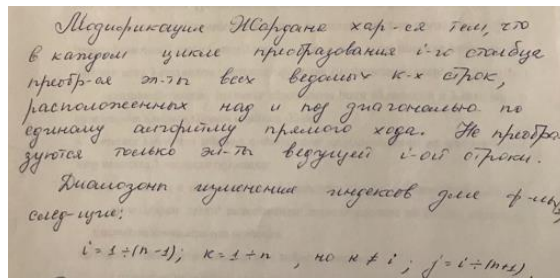
В рекуррентном виде все алгоритмы можно записать в виде:

$$\tilde{a}_{ki} = \frac{a_{ki}}{a_{ii}};$$
$$\tilde{a}_{kj} = a_{kj} - \tilde{a}_{ki} a_{ij},$$

где $i = 1 \div (n-1),$
 $k = (i+1) \div n,$
 $j = i \div (n+1).$

При $j=i$ поддиагональные элементы матрицы будут равны нулю.

3. Метод Гаусса-Жордана:



Код программы:

```
import numpy as np
```

```
from tabulate import tabulate
```

```
def gaussian_elimination(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
        matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
        # Приведение к верхнетреугольному виду
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            ratio = matrix[j][i] / matrix[i][i]
```

```
            for k in range(i, num_cols):
```

```
                matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```



```
return matrix
```

```
def back_substitution(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    solution = np.zeros(num_rows)
```

```
    for i in range(num_rows - 1, -1, -1):
```

```
        solution[i] = matrix[i][num_cols - 1] / matrix[i][i]
```

```
        for j in range(i - 1, -1, -1):
```

```
            matrix[j][num_cols - 1] -= matrix[j][i] * solution[i]
```

```
    return solution
```

```
def gauss_jordan(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
# Приведение к единичной матрице
```

```
pivot = matrix[i][i]
```

```
for j in range(i, num_cols):
```

```
    matrix[i][j] /= pivot
```

```
# Обновление остальных строк
```

```
for j in range(num_rows):
```

```
    if j != i:
```

```
        ratio = matrix[j][i]
```

```
        for k in range(i, num_cols):
```

```
            matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```

```
return matrix
```

```
def gauss_elimination(coeff_matrix, const_vector):
```

```
    n = len(coeff_matrix)
```

```
    # Создаем расширенную матрицу
```

```
    augmented_matrix = np.column_stack((coeff_matrix, const_vector))
```

```
    # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
    for i in range(n):
```

```
        max_row = i
```

```
        for k in range(i + 1, n):
```

```
            if abs(augmented_matrix[k, i]) > abs(augmented_matrix[max_row, i]):
```

```
                max_row = k
```

```
            augmented_matrix[[i, max_row]] = augmented_matrix[[max_row, i]]
```

```
    # Прямой ход
```

```
    for j in range(i + 1, n):
```

```

        ratio = augmented_matrix[j,i] / augmented_matrix[i, i]
        augmented_matrix[j, i:] -= ratio * augmented_matrix[i, i:]
# Обратный ход
x = np.zeros(n)
for i in range(n - 1, -1, -1):
    x[i] = augmented_matrix[i, -1] / augmented_matrix[i, i]
    for j in range(i - 1, -1, -1):
        augmented_matrix[j, -1] -= augmented_matrix[j, i] * x[i]
return x

# Ввод исходных данных
matrix = []
n = int(input("Введите размерность матрицы: "))
print("Введите элементы матрицы:")
for i in range(n):
    row = list(map(float, input().split()))
    matrix.append(row)

print("Исходная матрица:")
print(tabulate(matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Прямой ход метода Гаусса
reduced_matrix = gaussian_elimination(matrix)
print("Матрица после прямого хода:")
print(tabulate(reduced_matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Обратный ход метода Гаусса
solution = back_substitution(reduced_matrix)
print("Решение СЛУ:")

```

```
print(solution)
```

```
# Реализация метода Гаусса-Жордана
```

```
gauss_jordan_matrix = gauss_jordan(matrix)
```

```
print("Результат метода Гаусса-Жордана:")
```

```
print(tabulate(gauss_jordan_matrix, tablefmt="fancy_grid"))
```

```
# Пример использования
```

```
A = np.array(matrix, dtype = float)
```

```
B = np.array([23,32,33,31])
```

```
x = gauss_elimination(A, B)
```

```
print("Решение", x)
```

Результаты программы для контрольного примера:

<i>A</i>	<i>B</i>
5 7 6 5	23
7 10 8 7	32
6 8 10 9	33
5 7 9 10	31

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23

7 10 8 7 32

6 8 10 9 33

5 7 9 10 31

Исходная матрица:

5	7	6	5	23
7	10	8	7	32
6	8	10	9	33
5	7	9	10	31

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32
0	-0.571429	3.14286	3	5.57143
0	0	2.5	4.25	6.75
0	0	0	0.1	0.1

Решение СЛУ:

[1. 1. 1. 1.]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.62857
0	1	0	0	2.4
0	0	1	0	-0.7
0	0	0	1	1

Решение $[1. \ 1. \ 1. \ 1.]$

и для значений элементов столбца свободных членов на

1) 0,1

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.1

7 10 8 7 32.1

6 8 10 9 33.1

5 7 9 10 31.1

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.1
7	10	8	7	32.1
6	8	10	9	33.1
5	7	9	10	31.1

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.1
0	-0.571429	3.14286	3	5.58571
0	0	2.5	4.25	6.775
0	0	0	0.1	0.13

Решение СЛУ:

[3. -0.2 0.5 1.3]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	7.62571
0	1	0	0	-2.78
0	0	1	0	-1.71
0	0	0	1	1.3

Решение [3. -0.2 0.5 1.3]

2) 0,001

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.001

7 10 8 7 32.001

6 8 10 9 33.001

5 7 9 10 31.001

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.001
7	10	8	7	32.001
6	8	10	9	33.001
5	7	9	10	31.001

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.001
0	-0.571429	3.14286	3	5.57157
0	0	2.5	4.25	6.75025
0	0	0	0.1	0.1003

Решение СЛУ:

[1.02 0.988 0.995 1.003]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.52603
0	1	0	0	2.3482
0	0	1	0	-0.7101
0	0	0	1	1.003

Решение [1.02 0.988 0.995 1.003]

3) 0,01

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.01

7 10 8 7 32.01

6 8 10 9 33.01

5 7 9 10 31.01

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.01
7	10	8	7	32.01
6	8	10	9	33.01
5	7	9	10	31.01

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.01
0	-0.571429	3.14286	3	5.57286
0	0	2.5	4.25	6.7525
0	0	0	0.1	0.103

Решение СЛУ:

[1.2 0.88 0.95 1.03]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-1.60314
0	1	0	0	1.882
0	0	1	0	-0.801
0	0	0	1	1.03

Решение [1.2 0.88 0.95 1.03]

Вывод:

Прямой ход метода Гаусса хорошо справляется с системой во всех трех случаях. Обратный ход метода Гаусса показывает, что при элементах 23 и 0,1 система становится не доопределённой что неудивительно, так как в этих случаях есть свободные переменные. Метод Гаусса-Жордана дает матрицу с единичными значениями на диагонали во всех случаях, но значения свободных членов могут быть с погрешностью из-за использования чисел с плавающей точкой

Отчёт Суворов Р.М

Используемое оборудование: ПК, языки программирования: Python; используемые сторонние библиотеки: Numpy; среда разработки Visual Studio Code.

Постановка задачи: Ознакомиться с теорией вопроса (представлена в материалах папок: Теория_1_Классический_метод; Теория_2_Метод оптимального исключения; Теория_3_Гаусса-Жордана).

Математическая модель:

1. Классический метод:

В сокращенной форме получаем систему уравнений вида (1):

$$x_i + \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j = \tilde{a}_{i(n+1)} \quad i = 1, \dots, n$$

На этом этапе достигаются 1-ый этап работы алгоритма метода Гаусса.

На втором этапе метода обратной подстановки определяются значения неизвестных x_i по формулам:

$$x_n = \frac{\tilde{a}_{n(n+1)}}{\tilde{a}_{nn}};$$
$$x_i = \tilde{a}_{i(n+1)} - \sum_{j=i+1}^n \tilde{a}_{ij} x_j,$$

где значения индекса i уменьшаются в обратном порядке $i = (n-1) \div 1$.

2. Метод оптимального исключения:

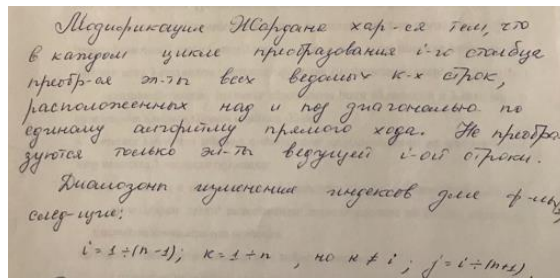
В рекуррентном виде все алгоритмы можно записать в виде:

$$\tilde{a}_{ki} = \frac{a_{ki}}{a_{ii}};$$
$$\tilde{a}_{kj} = a_{kj} - \tilde{a}_{ki} a_{ij},$$

где $i = 1 \div (n-1),$
 $k = (i+1) \div n,$
 $j = i+1 \div n.$

При $j=i$ поддиагональные элементы матрицы будут равны нулю.

3. Метод Гаусса-Жордана:



Код программы:

```
import numpy as np
```

```
from tabulate import tabulate
```

```
def gaussian_elimination(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
        matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
        # Приведение к верхнетреугольному виду
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            ratio = matrix[j][i] / matrix[i][i]
```

```
            for k in range(i, num_cols):
```

```
                matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```

```
return matrix
```

```
def back_substitution(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    solution = np.zeros(num_rows)
```

```
    for i in range(num_rows - 1, -1, -1):
```

```
        solution[i] = matrix[i][num_cols - 1] / matrix[i][i]
```

```
        for j in range(i - 1, -1, -1):
```

```
            matrix[j][num_cols - 1] -= matrix[j][i] * solution[i]
```

```
    return solution
```

```
def gauss_jordan(matrix):
```

```
    num_rows = len(matrix)
```

```
    num_cols = len(matrix[0])
```

```
    for i in range(num_rows):
```

```
        # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
        max_row = i
```

```
        for j in range(i + 1, num_rows):
```

```
            if abs(matrix[j][i]) > abs(matrix[max_row][i]):
```

```
                max_row = j
```

```
        # Перестановка строк
```

```
matrix[i], matrix[max_row] = matrix[max_row], matrix[i]
```

```
# Приведение к единичной матрице
```

```
pivot = matrix[i][i]
```

```
for j in range(i, num_cols):
```

```
    matrix[i][j] /= pivot
```

```
# Обновление остальных строк
```

```
for j in range(num_rows):
```

```
    if j != i:
```

```
        ratio = matrix[j][i]
```

```
        for k in range(i, num_cols):
```

```
            matrix[j][k] -= ratio * matrix[i][k]
```

```
return matrix
```

```
def gauss_elimination(coeff_matrix, const_vector):
```

```
    n = len(coeff_matrix)
```

```
    # Создаем расширенную матрицу
```

```
    augmented_matrix = np.column_stack((coeff_matrix, const_vector))
```

```
    # Поиск максимального элемента в столбце
```

```
    for i in range(n):
```

```
        max_row = i
```

```
        for k in range(i + 1, n):
```

```
            if abs(augmented_matrix[k, i]) > abs(augmented_matrix[max_row, i]):
```

```
                max_row = k
```

```
            augmented_matrix[[i, max_row]] = augmented_matrix[[max_row, i]]
```

```
    # Прямой ход
```

```
    for j in range(i + 1, n):
```

```

        ratio = augmented_matrix[j,i] / augmented_matrix[i, i]
        augmented_matrix[j, i:] -= ratio * augmented_matrix[i, i:]
# Обратный ход
x = np.zeros(n)
for i in range(n - 1, -1, -1):
    x[i] = augmented_matrix[i, -1] / augmented_matrix[i, i]
    for j in range(i - 1, -1, -1):
        augmented_matrix[j, -1] -= augmented_matrix[j, i] * x[i]
return x

# Ввод исходных данных
matrix = []
n = int(input("Введите размерность матрицы: "))
print("Введите элементы матрицы:")
for i in range(n):
    row = list(map(float, input().split()))
    matrix.append(row)

print("Исходная матрица:")
print(tabulate(matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Прямой ход метода Гаусса
reduced_matrix = gaussian_elimination(matrix)
print("Матрица после прямого хода:")
print(tabulate(reduced_matrix, tablefmt="fancy_grid"))

# Обратный ход метода Гаусса
solution = back_substitution(reduced_matrix)
print("Решение СЛУ:")

```



```
print(solution)
```

```
# Реализация метода Гаусса-Жордана
```

```
gauss_jordan_matrix = gauss_jordan(matrix)
```

```
print("Результат метода Гаусса-Жордана:")
```

```
print(tabulate(gauss_jordan_matrix, tablefmt="fancy_grid"))
```

```
# Пример использования
```

```
A = np.array(matrix, dtype = float)
```

```
B = np.array([23,32,33,31])
```

```
x = gauss_elimination(A, B)
```

```
print("Решение", x)
```

Результаты программы для контрольного примера:

<i>A</i>	<i>B</i>
5 7 6 5	23
7 10 8 7	32
6 8 10 9	33
5 7 9 10	31

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23

7 10 8 7 32

6 8 10 9 33

5 7 9 10 31

Исходная матрица:

5	7	6	5	23
7	10	8	7	32
6	8	10	9	33
5	7	9	10	31

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32
0	-0.571429	3.14286	3	5.57143
0	0	2.5	4.25	6.75
0	0	0	0.1	0.1

Решение СЛУ:

[1. 1. 1. 1.]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.62857
0	1	0	0	2.4
0	0	1	0	-0.7
0	0	0	1	1

Решение $[1. \ 1. \ 1. \ 1.]$

и для значений элементов столбца свободных членов на

1) 0,1

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.1

7 10 8 7 32.1

6 8 10 9 33.1

5 7 9 10 31.1

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.1
7	10	8	7	32.1
6	8	10	9	33.1
5	7	9	10	31.1

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.1
0	-0.571429	3.14286	3	5.58571
0	0	2.5	4.25	6.775
0	0	0	0.1	0.13

Решение СЛУ:

[3. -0.2 0.5 1.3]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	7.62571
0	1	0	0	-2.78
0	0	1	0	-1.71
0	0	0	1	1.3

Решение [3. -0.2 0.5 1.3]

2) 0,001

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.001

7 10 8 7 32.001

6 8 10 9 33.001

5 7 9 10 31.001

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.001
7	10	8	7	32.001
6	8	10	9	33.001
5	7	9	10	31.001

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.001
0	-0.571429	3.14286	3	5.57157
0	0	2.5	4.25	6.75025
0	0	0	0.1	0.1003

Решение СЛУ:

[1.02 0.988 0.995 1.003]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-2.52603
0	1	0	0	2.3482
0	0	1	0	-0.7101
0	0	0	1	1.003

Решение [1.02 0.988 0.995 1.003]

3) 0,01

Введите размерность матрицы: 4

Введите элементы матрицы:

5 7 6 5 23.01

7 10 8 7 32.01

6 8 10 9 33.01

5 7 9 10 31.01

Исходная матрица:

5	7	6	5	23.01
7	10	8	7	32.01
6	8	10	9	33.01
5	7	9	10	31.01

Матрица после прямого хода:

7	10	8	7	32.01
0	-0.571429	3.14286	3	5.57286
0	0	2.5	4.25	6.7525
0	0	0	0.1	0.103

Решение СЛУ:

[1.2 0.88 0.95 1.03]

Результат метода Гаусса-Жордана:

1	0	0	0	-1.60314
0	1	0	0	1.882
0	0	1	0	-0.801
0	0	0	1	1.03

Решение [1.2 0.88 0.95 1.03]

Вывод:

Прямой ход метода Гаусса хорошо справляется с системой во всех трех случаях. Обратный ход метода Гаусса показывает, что при элементах 23 и 0,1 система становится не доопределённой что неудивительно, так как в этих случаях есть свободные переменные. Метод Гаусса-Жордана дает матрицу с единичными значениями на диагонали во всех случаях, но значения свободных членов могут быть с погрешностью из-за использования чисел с плавающей точкой