Мухамадиев Владимир

Задание 6

Загрузка и предварительная обработка

```
In[1]:= data1 = Import[NotebookDirectory[] <> "\\bio-yeast.txt", "Data"];
        импорт  директория файла блокнота

In[2]:= el1 = Table[data1[[i, 1]] ⟷ data1[[i, 2]], {i, 1, Length[data1]}];
        таблица значений                            длина

In[3]:= g1 = Graph[el1];
        граф

In[4]:= data2 = Import[NotebookDirectory[] <> "\\ca-netscience.txt", "Data"];
        импорт  директория файла блокнота

In[5]:= el2 = Table[data2[[i, 1]] ⟷ data2[[i, 2]], {i, 1, Length[data2]}];
        таблица значений                            длина

In[6]:= g2 = Graph[el2];
        граф

In[7]:= data3 = Import[NotebookDirectory[] <> "\\proteins.txt", "Data"];
        импорт  директория файла блокнота

In[8]:= el3 = Table[data3[[i, 1]] ⟷ data3[[i, 2]], {i, 1, Length[data3]}];
        таблица значений                            длина

In[9]:= g3 = Graph[el3];
        граф
```

1. Матрица корреляций степеней вершин

Матрица корреляций степеней вершин заданного графа

```
In[10]:= DegreeCorrelationMatrix[graph_] :=
          Module[{el = EdgeList[graph], ec = EdgeCount[graph]}, Divide[Normal[
         программный··· список рёбер     число рёбер     разде··· нормальное выражение
             SparseArray[Normal[Counts[Partition[Flatten[{Table[{VertexDegree[graph, el[[i, 1]]],
            разрежённый··· норма··· встре··· разбиение··· уплостить таблиц·· степень вершины
                       VertexDegree[graph, el[[i, 2]]]}, {i, 1, ec}], Table[{VertexDegree[graph,
                      степень вершины                                 таблиц·· степень вершины
                        el[[i, 2]], VertexDegree[graph, el[[i, 1]]]}, {i, 1, ec}]}], 2]]]]], 2 ec]]
                                    степень вершины
```

Визуализация матрицы корреляций степеней вершин заданного графа

In[11]:=
```
DegreeCorrelationMatrixPlot[graph_, zeros_] :=
 If[zeros == True, MatrixPlot[DegreeCorrelationMatrix[graph],
  DataReversed → {True, False}, PlotLegends → Automatic], MatrixPlot[
  DeleteCases[DeleteCases[DegreeCorrelationMatrix[graph], {0 ..}]ᵀ, {0 ..}]ᵀ,
  DataReversed → {True, False}, FrameTicks → None, PlotLegends → Automatic]]
```
условный о··· | ист··· | визуализация матрицы
обратный порядок··· | ист··· | ложь | легенды графика | автоматичес··· | визуализация матрицы
удалить случ··· | удалить случаи по образцу
обратный порядок··· | ист··· | ложь | деления на о··· | ни о··· | легенды графика | автоматический

Коэффициент ассортативности по заданной матрице корреляций степеней вершин графа

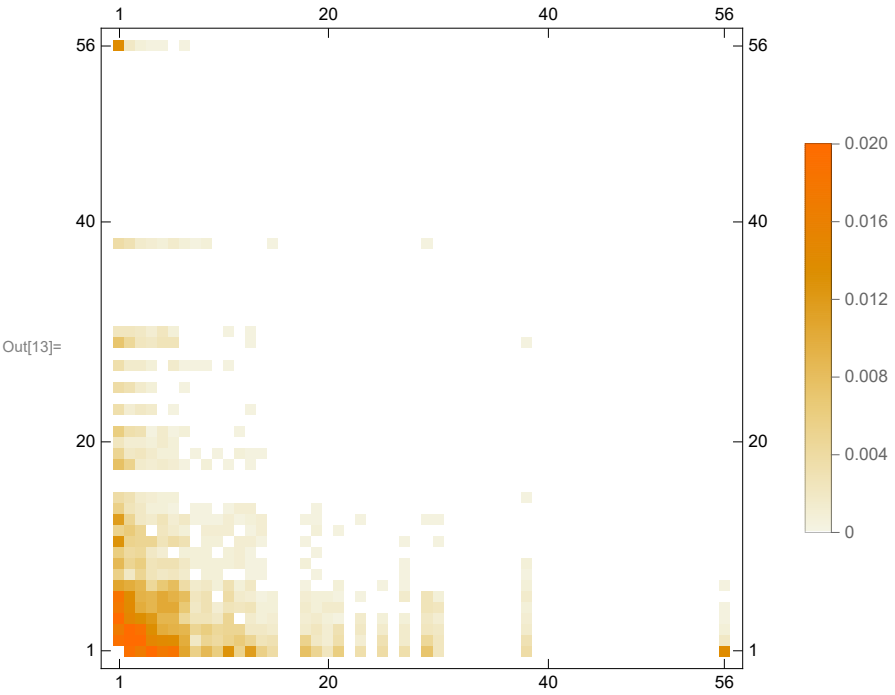
In[12]:=
```
AssortativityCoefficient[mat_] :=
 Module[{n = Length[mat]},
  (Sum[i j (mat[[i, j]] - (Sum[mat[[i, j]], {j, 1, n}]) Sum[mat[[j, i]], {i, 1, n}]), {i, 1, n}, {j, 1, n}])/
   (Sum[i^2 Sum[mat[[i, j]], {j, 1, n}], {i, 1, n}] - (Sum[i Sum[mat[[i, j]], {j, 1, n}], {i, 1, n}])^2)]
```
программны··· | длина

Для заданных графов

bio-yeast

In[13]:=
```
DegreeCorrelationMatrixPlot[g1, True]
```
истина

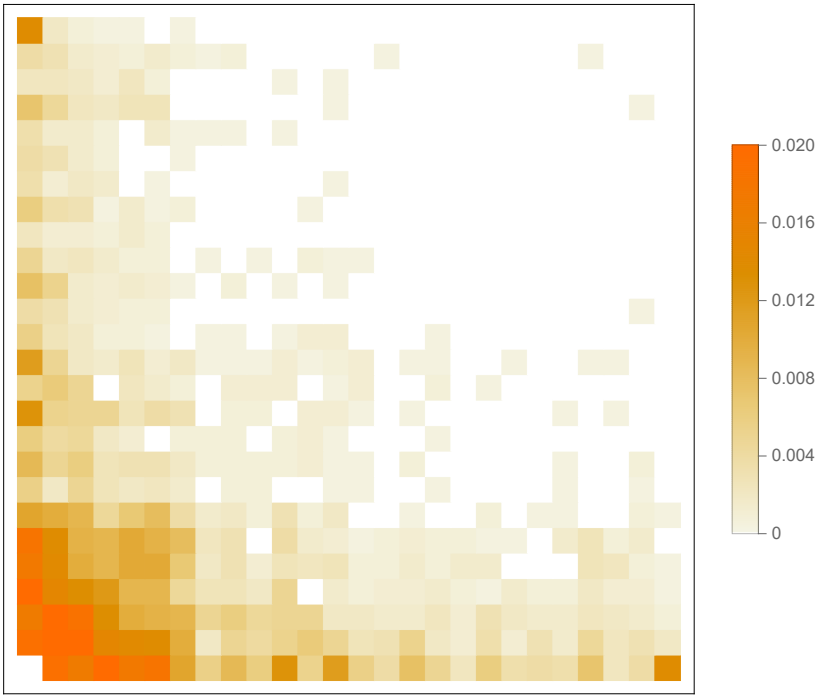
Out[13]=



In[14]:= **DegreeCorrelationMatrixPlot[g1, False]**

ложь

Out[14]=



In[15]:= **N[AssortativityCoefficient[DegreeCorrelationMatrix[g1]]]**

численное приближение

Out[15]= −0.209541

In[16]:= **N[GraphAssortativity[g1]]**

ассортативность графа

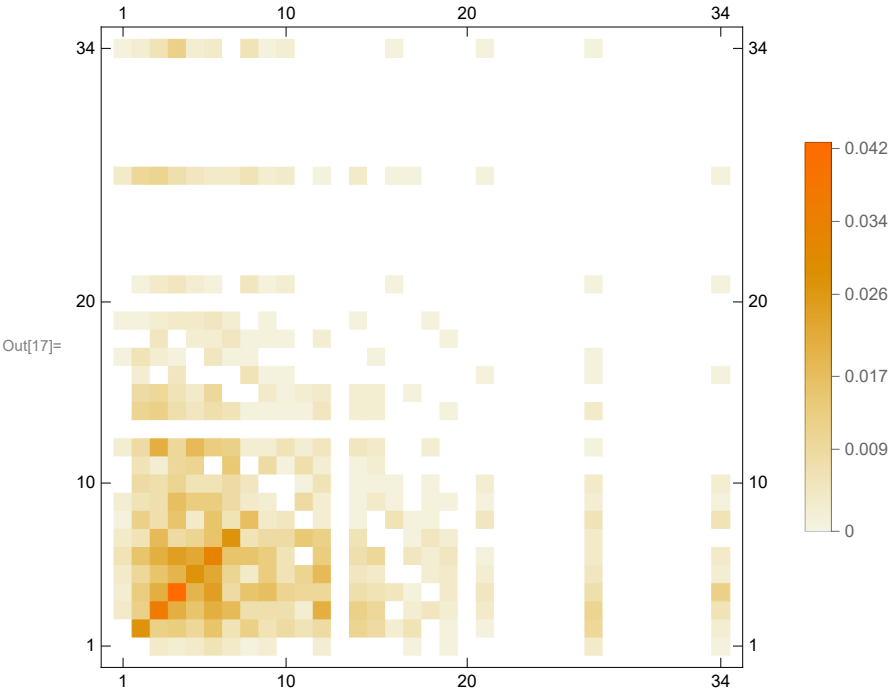
Out[16]= −0.209541

ca-netscience

In[17]:= **DegreeCorrelationMatrixPlot[g2, True]**

истина

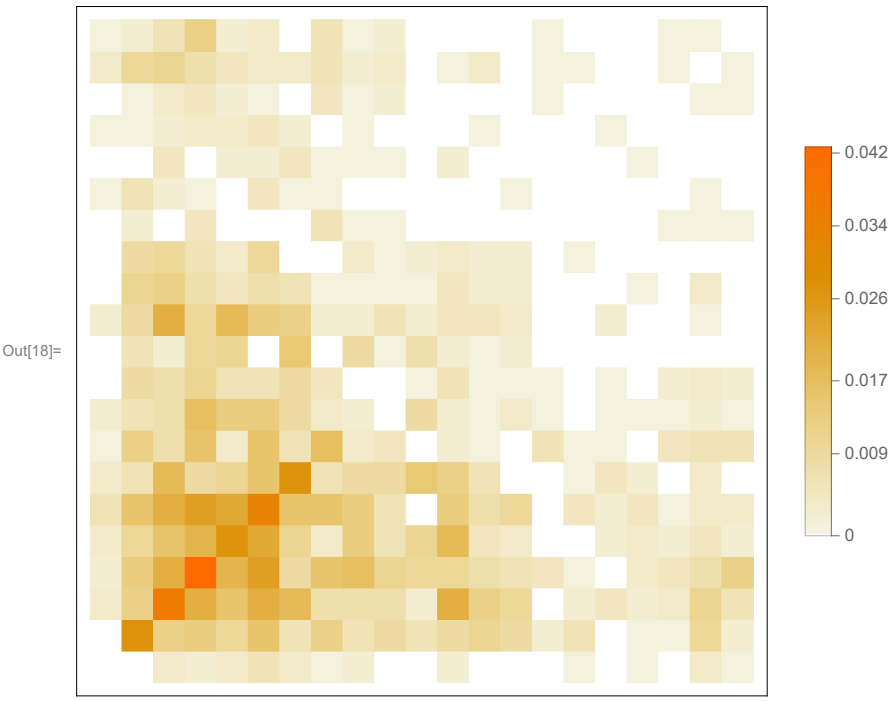
Out[17]=



In[18]:= **DegreeCorrelationMatrixPlot[g2, False]**

ложь

Out[18]=



In[19]:= **N[AssortativityCoefficient[DegreeCorrelationMatrix[g2]]]**

численное приближение

Out[19]= −0.0816778

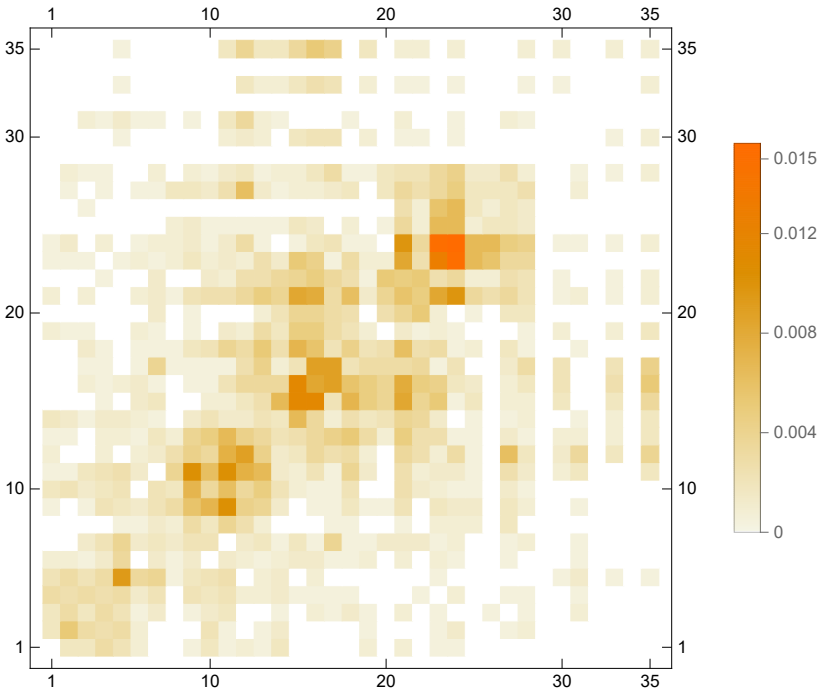
In[20]:=
```
N[GraphAssortativity[g2]]
```
ассортативность графа

Out[20]= −0.0816778

proteins

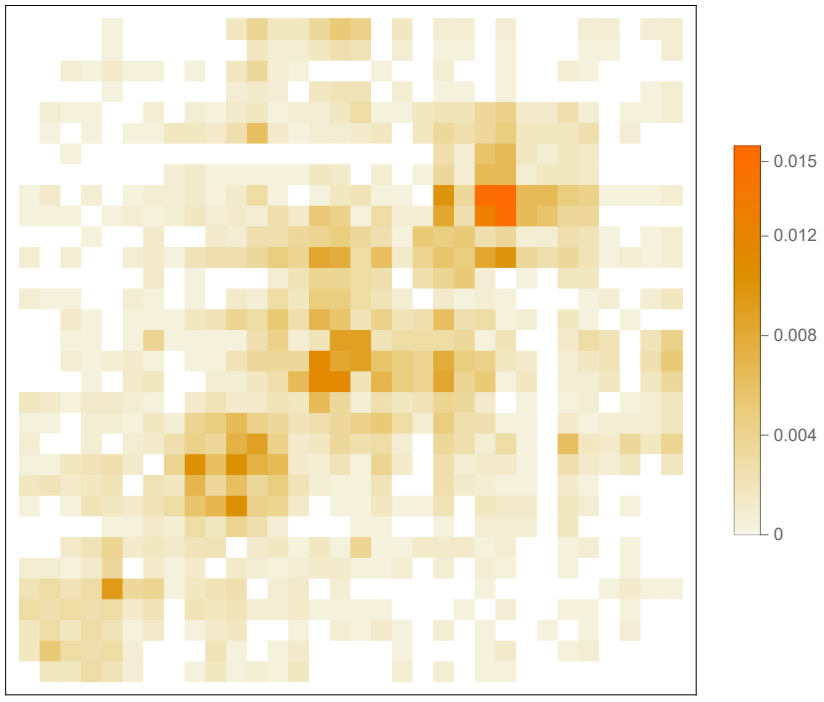
In[21]:=
```
DegreeCorrelationMatrixPlot[g3, True]
```
истина

Out[21]=



In[22]:=
```
DegreeCorrelationMatrixPlot[g3, False]
```
ложь

Out[22]=



In[23]:=
```
N[AssortativityCoefficient[DegreeCorrelationMatrix[g3]]]
```
численное приближение

Out[23]=
```
0.396777
```

In[24]:=
```
N[GraphAssortativity[g3]]
```
.. ассортативность графа

Out[24]=
```
0.396777
```

2. Функция корреляции степеней

Аппроксимация в двойном логарифмическом масштабе функции средней степени соседа по степеням по заданному графу

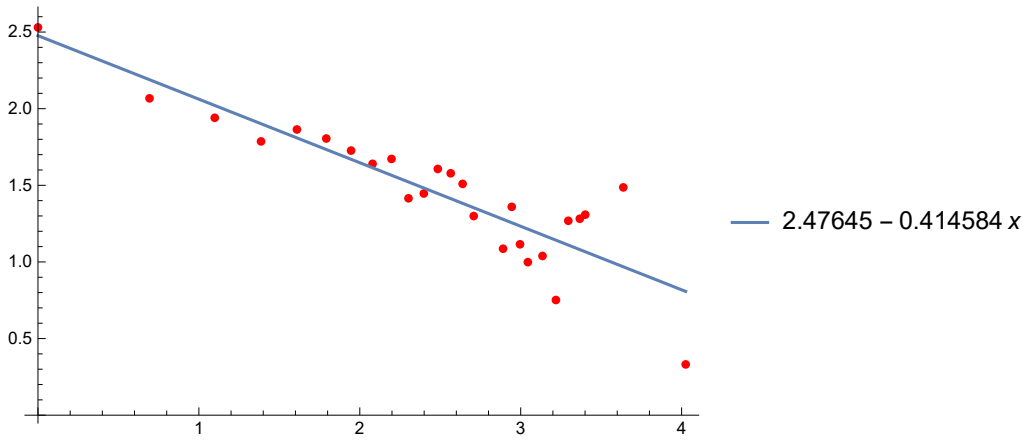
In[25]:=
```
MDCLA[graph_] := Module[{data = Log[DeleteCases[{Range[Max[VertexDegree[graph]]],
                                                 MeanDegreeConnectivity[graph][[2 ;; -1]]}^T, {_, 0}]]}, Show[
  ListPlot[data, PlotStyle → Red], Plot[Evaluate[Normal[LinearModelFit[data, x, x]]],
   {x, 0, Max[data]}, PlotLegends → "AllExpressions"]]]
```
программный м··· на··· удалить случаи·· диап··· ма··· степень вершины
средняя связность по степеням показать
диаграмма разб··· стиль графика кра··· гр··· вычислить норма··· модель линейной регрессии
максимум легенды графика

Для заданных графов

bio-yeast

In[26]:=
```
MDCLA[g1]
```

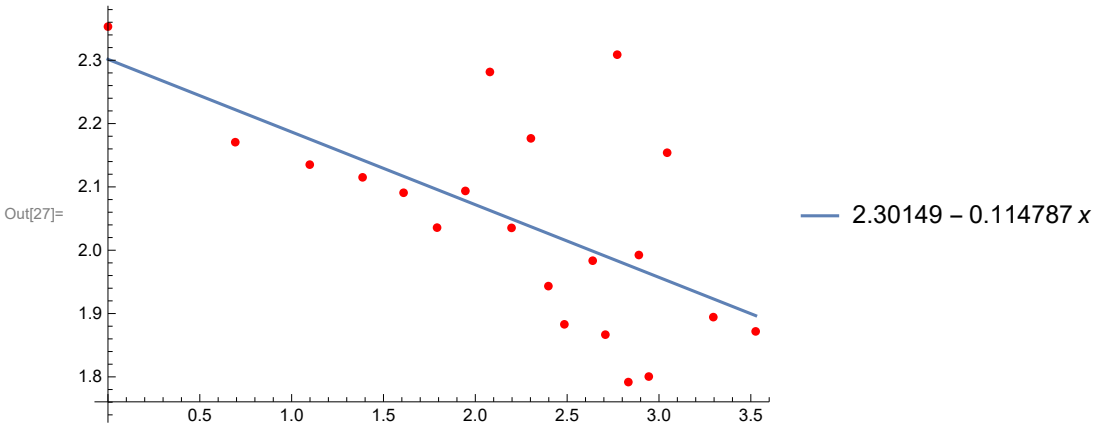
Out[26]=



ca-netscience

In[27]:=
```
MDCLA[g2]
```

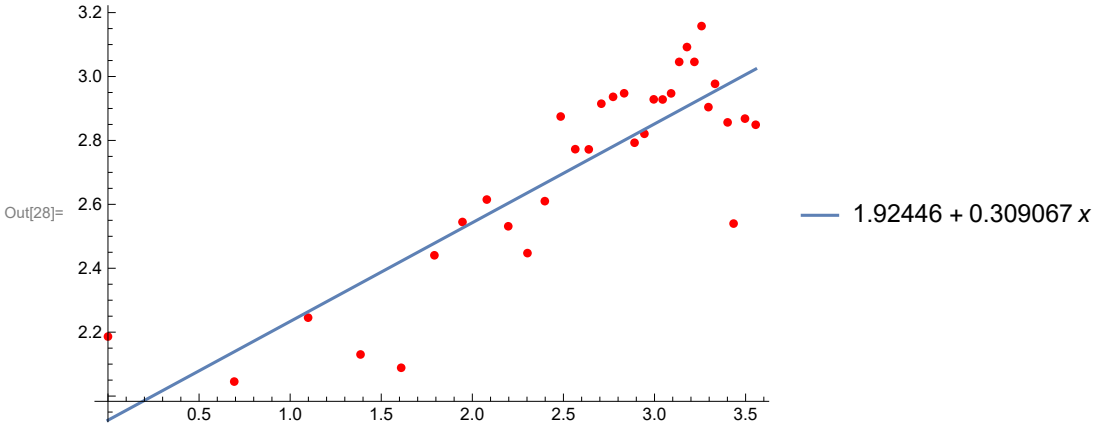
Out[27]=



proteins

In[28]:=
```
MDCLA[g3]
```

Out[28]=



3. Алгоритм Xalvi-Brunet & Sokolov

Функция которая приводит список ребер к виду, где в каждом ребре $v_1 \rightarrowtail v_2, v_1 \leq v_2$

In[29]:=
```
EdgeSort[edgelist_] := Module[{out = edgelist},
                       программный модуль
  Do[If[edgelist[[i, 1]] > edgelist[[i, 2]], out[[i]] = edgelist[[i, 2]] ⇀ edgelist[[i, 1]]],
  ··· условный оператор
   {i, 1, Length[edgelist]}];
         длина
  out]
```

Рандомизация графа которая не создает новых петель и мультиребер и приводит к ассортативному/дисассортативному виду

In[30]:=
```
GraphRandomizationByAssortativity[g_, n_, assortativity_] :=
 Module[{el = EdgeSort[EdgeList[g]], eltemp = {}, vltemp = {}, temp = {{}, {}}, v = {},
                программный модуль          список рёбер
   vd = {}, k = 0}, Do[temp[[1]] = RandomChoice[el](*Выбираем первое ребро/петлю*);
                      оператор цикла случайный выбор
   eltemp = DeleteCases[el, temp[[1]]](*Создаем временную выборку из ребер/петель
                удалить случаи по образцу
    и удалаем из нее все мультиребра/мультипетли для выбранного ребра/петли*);
   If[temp[[1, 1]] == temp[[1, 2]], (*Алгоритм выбрал петлю*)
   условный оператор
    eltemp = DeleteCases[eltemp, v_ ⟼ v_](*удаляем из временной выбрки все петли*);
                удалить случаи по образцу
    vltemp = Flatten[{Cases[eltemp, temp[[1, 1]] ⟼ _], Cases[eltemp, _ ⟼ temp[[1, 1]]]}];
                уплостить  случаи по образцу                случаи по образцу
    vltemp = DeleteDuplicates[Flatten[{vltemp[[All, 1]], vltemp[[All, 2]]}]]
                удалить дубликаты  уплостить  всё  всё
    (*Список вершин с которыми граничит выбранная петля*);
    Do[eltemp = DeleteCases[eltemp, vltemp[[j]] ⟼ _];
    оператор ци…  удалить случаи по образцу
     eltemp = DeleteCases[eltemp, _ ⟼ vltemp[[j]], {j, 1, Length[vltemp]}](*Удаляем из
                 удалить случаи по образцу                  длина
     временной выборки все ребра/петли, вершины которых связаны с данной петлей*);
    If[eltemp == {}, i++;
    условный оператор
     Goto[end](*Алгоритм выбрал петлю которую нельзя изменить,
     перейти
     так как до любой вершины из нее можно добраться в два шага. Переходим в
      конец цикла и считаем что на этом шаге ничего не поменялось*), temp[[2]] =
      RandomChoice[eltemp](*Выбираем второе ребро*)], (*Алгоритм выбрал ребро*)
      случайный выбор
    vltemp = Flatten[{Cases[eltemp, temp[[1, 1]] ⟼ _], Cases[eltemp, _ ⟼ temp[[1, 1]]],
                уплостить  случаи по образцу                случаи по образцу
       Cases[eltemp, temp[[1, 2]] ⟼ _], Cases[eltemp, _ ⟼ temp[[1, 2]]]}];
       случаи по образцу                 случаи по образцу
    vltemp = DeleteDuplicates[Flatten[{vltemp[[All, 1]], vltemp[[All, 2]]}]]
                удалить дубликаты  уплостить  всё  всё
    (*Список вершин с которыми граничит выбранное ребро*);
    Do[eltemp = DeleteCases[eltemp, vltemp[[j]] ⟼ _];
    оператор ци…  удалить случаи по образцу
     eltemp = DeleteCases[eltemp, _ ⟼ vltemp[[j]], {j, 1, Length[vltemp]}](*Удаляем из
                 удалить случаи по образцу                  длина
     временной выборки все ребра/петли, вершины которых связаны с данным ребром*);
    If[eltemp == {}, i++;
    условный оператор
     Goto[end](*Алгоритм выбрал ребро которое нельзя изменить,
     перейти
     так как до любой вершины из него можно добраться в два шага. Переходим
      в конец цикла и считаем что на этом шаге ничего не поменялось*),
     temp[[2]] = RandomChoice[eltemp](*Выбираем второе ребро/петлю*)]];
                 случайный выбор
   v = {temp[[1, 1]], temp[[1, 2]], temp[[2, 1]], temp[[2, 2]]}(*Вершины выбранных ребер*);
   vd = {VertexDegree[g, temp[[1, 1]]], VertexDegree[g, temp[[1, 2]]], VertexDegree[g,
        степень вершины          степень вершины          степень вершины
```

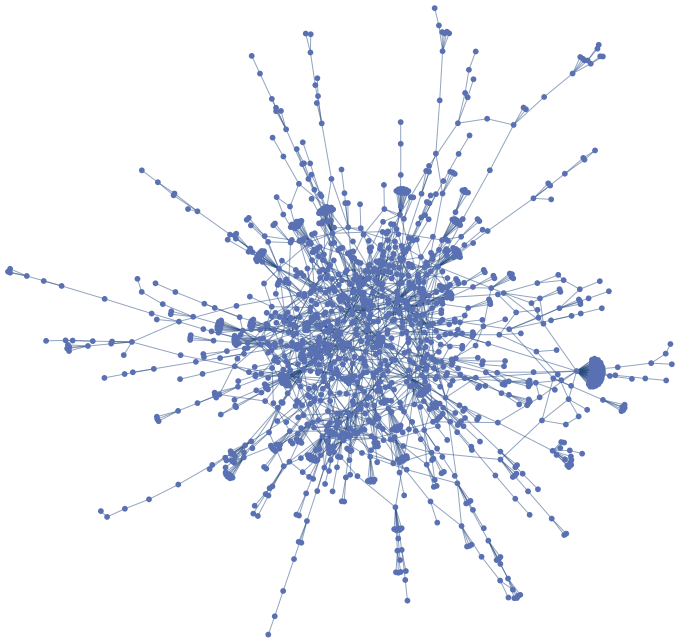
```
степень вершины  степень вершины  степень вершины
  temp[[2, 1]], VertexDegree[g, temp[[2, 2]]](*Степени вершин выбранных ребер*);
                степень вершины
If[Length[DeleteDuplicates[vd]] == 1, Goto[end](*Все степени вершин у выбранных
… длина  удалить дубликаты  перейти
  ребер совпали, при переключении ассортативность не изменится. Переходим
  в конец цикла и считаем что на этом шаге ничего не поменялось*)];
k = 1;
While[(el[[k]] === temp[[1]]) == False, k++];
цикл–пока  ложь
el = Delete[el, k];
     удалить элемент
k = 1;
While[(el[[k]] === temp[[2]]) == False, k++];
цикл–пока  ложь
el = Delete[el, k](*Удаляем из списка ребер выбранные*);
     удалить элемент
If[assortativity == True,
условный оператор  истина
 temp = ReverseSortBy[{{EdgeSort[{v[[1]] ⟷ v[[2]], v[[3]] ⟷ v[[4]]}],
        сортировка в обратном порядке по критерию
       Correlation[{vd[[1]], vd[[2]], vd[[3]], vd[[4]]}, {vd[[2]], vd[[1]], vd[[4]], vd[[3]]}]},
       коэффициент корреляции
      {EdgeSort[{v[[1]] ⟷ v[[3]], v[[2]] ⟷ v[[4]]}], Correlation[{vd[[1]], vd[[3]], vd[[2]], vd[[
                                                    коэффициент корреляции
          4]]}, {vd[[3]], vd[[1]], vd[[4]], vd[[2]]}]}, {EdgeSort[{v[[1]] ⟷ v[[4]], v[[2]] ⟷ v[[3]]}],
       Correlation[{vd[[1]], vd[[4]], vd[[2]], vd[[3]]}, {vd[[4]], vd[[1]], vd[[3]], vd[[2]]}]}},
       коэффициент корреляции
    Last][[1, 1]](*Выбор переключения дающий наибольшую ассортативность*),
    последний
 temp = SortBy[{{EdgeSort[{v[[1]] ⟷ v[[2]], v[[3]] ⟷ v[[4]]}], Correlation[
        сортировать по                                  коэффициент корреляции
        {vd[[1]], vd[[2]], vd[[3]], vd[[4]]}, {vd[[2]], vd[[1]], vd[[4]], vd[[3]]}]}, {EdgeSort[
        {v[[1]] ⟷ v[[3]], v[[2]] ⟷ v[[4]]}], Correlation[{vd[[1]], vd[[3]], vd[[2]], vd[[4]]}, {vd[[3]],
                                                    коэффициент корреляции
         vd[[1]], vd[[4]], vd[[2]]}]}, {EdgeSort[{v[[1]] ⟷ v[[4]], v[[2]] ⟷ v[[3]]}], Correlation[
                                                                  коэффициент корре
        {vd[[1]], vd[[4]], vd[[2]], vd[[3]]}, {vd[[4]], vd[[1]], vd[[3]], vd[[2]]}]}}, Last][[1, 1]]
                                                                  последний
   (*Выбор переключения дающий наибольшую дисассортативность*)];
 AppendTo[el, temp[[1]]];
 добавить в конец к
 AppendTo[el, temp[[2]]](*Добавляем новые ребра*);
 добавить в конец к
 Label[end], {i, 1, n}];
 отметка
Graph[el]]
граф
```

Работа алгоритма рандомизации на примере графа bio-yeast

Изначальный граф

In[31]:=
```
g1
```

Out[31]=



In[32]:=
```
N[GraphAssortativity[g1]]
```
N — численное значение; GraphAssortativity — ассортативность графа

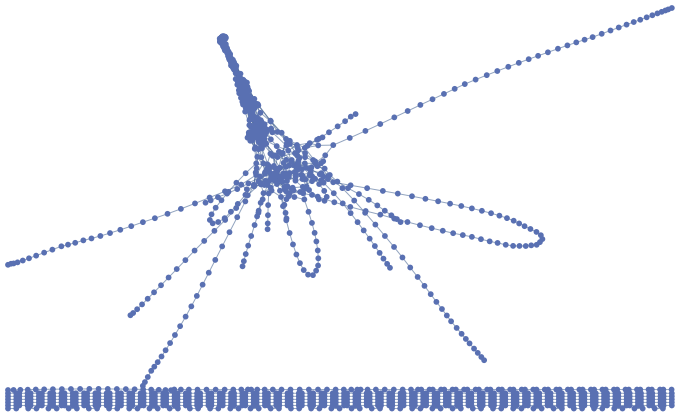
Out[32]=
```
-0.209541
```

Граф после ассортативной рандомизации

In[33]:=
```
g1a = Import[NotebookDirectory[] <> "//g1a.m"]
```
Import — импорт; NotebookDirectory — директория файла блокнота

```
(*g1a=GraphRandomizationByAssortativity[g1,100000,True]*)
```
True — истина

Out[33]=



In[34]:=
```
N[GraphAssortativity[g1a]]
```
N — численное значение; GraphAssortativity — ассортативность графа

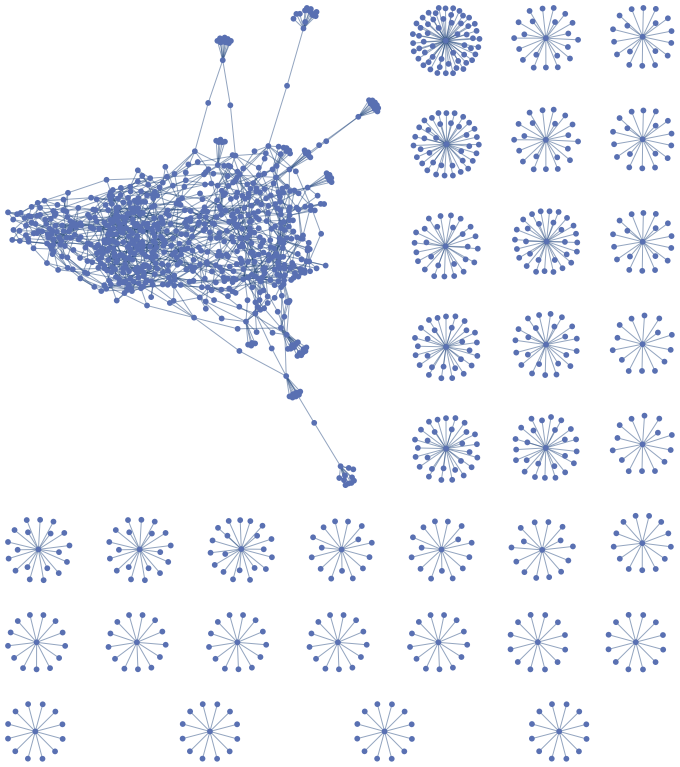
Out[34]=
```
0.570559
```

Граф после дисассортативной рандомизации

In[35]:=
```
g1d = Import[NotebookDirectory[] <> "//g1d.m"]
```
импорт | директория файла блокнота

```
(*g1d=GraphRandomizationByAssortativity[g1,100000,False]*)
```
ложь

Out[35]=



In[36]:=
```
N[GraphAssortativity[g1d]]
```
·· | ассортативность графа

Out[36]=
```
-0.386286
```

Генерация случайного графа Эрдеша-Реньи по заданному числу вершин и вероятности появления ребра

In[37]:=
```
ErdősRenyiGraph[n_, p_] :=
 Graph[Flatten[Table[RandomChoice[{p, 1 - p} → {i ⟷ j, {}}], {i, 1, n - 1}, {j, i + 1, n}]]]
```
граф | уплостить | табл··· | случайный выбор

Работа алгоритма рандомизации на примере случайного графа

Изначальный граф

In[38]:= `rg = ErdősRenyiGraph[100, 1/40]`

Out[38]=

In[39]:= `N[GraphAssortativity[rg]]`

·· ассортативность графа

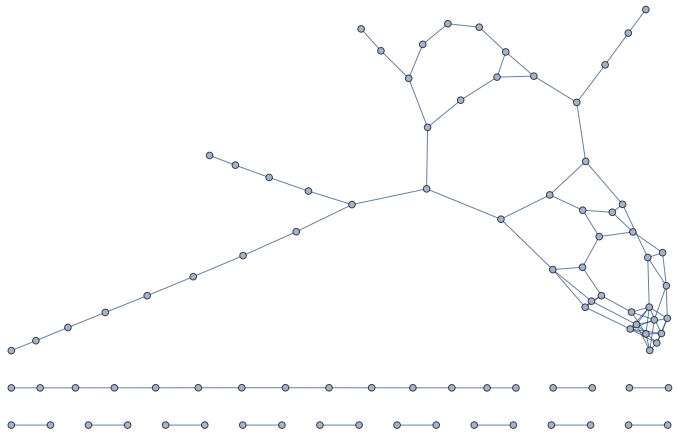
Out[39]= `0.00103293`

Граф после ассортативной рандомизации

In[40]:= `rga = GraphRandomizationByAssortativity[rg, 1000, True]`

истина

Out[40]=



In[41]:= `N[GraphAssortativity[rga]]`

·· ассортативность графа

Out[41]= `0.846967`

Граф после дисассортативной рандомизации

In[42]:=
```
rgd = GraphRandomizationByAssortativity[rg, 1000, False]
```
ложь

Out[42]=

In[43]:=
```
N[GraphAssortativity[rgd]]
```
.. ассортативность графа

Out[43]=
```
-0.866155
```

Специальная функция. Создает заданное количество графов Эрдеша-Реньи с заданными параметрами. С каждым графом производится ассортативная и дисассортативная рандомизация с заданным числом шагов. На выходе три числа: средний размер главной компоненты у дисассортативных, исходных и ассортативных графов.

In[44]:=
```
SF[n_, p_, na_, nr_] :=
 Module[{gp = Table[ErdősRenyiGraph[n, p], {i, 1, na}], ga = {}, gd = {}, out = {}},
  ga = Table[GraphRandomizationByAssortativity[gp[[i]], nr, True], {i, 1, na}];
  gd = Table[GraphRandomizationByAssortativity[gp[[i]], nr, False], {i, 1, na}];
  out = {Mean[Table[VertexCount[ConnectedGraphComponents[gd[[i]]][[1]]], {i, 1, na}]],
    Mean[Table[VertexCount[ConnectedGraphComponents[gp[[i]]][[1]]], {i, 1, na}]],
    Mean[Table[VertexCount[ConnectedGraphComponents[ga[[i]]][[1]]], {i, 1, na}]]};
  out]
```
программный··· таблица значений
таблица значений
истина
таблица значений
ложь
сре··· табл··· число вершин связные граф-компоненты
сре··· табл··· число вершин связные граф-компоненты
сре··· табл··· число вершин связные граф-компоненты

In[45]:=
```
sim1000 = Import[NotebookDirectory[] <> "//sim1000.m"];
          импорт  директория файла блокнота
(*sim1000=Table[SF[1000,l,100,1000],{l,10^-4,5 10^-3,10^-4}];*)
          таблица значений
```

In[46]:=
```
ListLinePlot[{{Range[10^-4, 5 × 10^-3, 10^-4], sim1000[[All, 1]]}^T,
 линейный график…  диапазон                    всё
  {Range[10^-4, 5 × 10^-3, 10^-4], sim1000[[All, 2]]}^T,
   диапазон                       всё
  {Range[10^-4, 5 × 10^-3, 10^-4], sim1000[[All, 3]]}^T},
   диапазон                       всё
 AxesLabel → {"Вероятность\nдобавления\nребра", "Размер главной\nкомпоненты"},
  обозначения на осях
 ImageSize → Large, PlotLegends →
  размер изоб…  круп…  легенды графика
   Placed[{"Размер главной компоненты после дисассортативной рандомизации",
    расположен
     "Размер главной компоненты до рандомизации",
     "Размер главной компоненты после ассортативной рандомизации"}, Below]]
                                                                    снизу
```

Out[46]=