

Лабораторная работа N5: Решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности методом конечных разностей

Решите начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности методом конечных разностей

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x, 0) = \sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t \geq 0.$$

Решите задачу численно тремя методами: явная схема, неявная схема и метода Крэнка-Николсона с параметром $\theta = 0$ (явная схема), $\theta = 1$ (неявная схема), $\theta = 1/2$, для разных соотношений между шагами по переменным x и t . Постройте точное решение и сравните его с численными расчетами. Проанализируйте стабильность трех методов.