

Лабораторная работа N4: Решение краевой задачи для уравнения Пуассона

Решить краевую задачу для уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad u|_{\partial\Omega} = \phi, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \quad (1)$$

используя метод конечных разностей, где область Ω есть прямоугольник со сторонами $x \in [0, a]$ и $y \in [0, b]$. Используя следующие граничные условия

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) &= 0, & \phi(x, b) &= \sin(x)/\sin(a), & x &\in [0, a], \\ \phi(0, y) &= 0, & \phi(a, y) &= \sinh(y)/\sinh(b), & y &\in [0, b], \end{aligned} \quad (2)$$

решите задачу с помощью итерационного метода и методом сведения задачи к системе линейных алгебраических уравнений для $f(x, y) = xy$ и в случае $f(x, y) = 0$. Сравните оба результата. Получите точное решение в случае $f(x, y) = 0$ и сравните его с полученными численными результатами.