

Contoh 1: Tentukan nilai-nilai singular matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - (A^T A)x) = 0 \quad \begin{vmatrix} \lambda - 2 & -1 \\ -1 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (\lambda - 2)(\lambda - 2) - 1 = 0$$

Persamaan karakteristik: $\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0 \rightarrow (\lambda - 3)(\lambda - 1) = 0$

Nilai-nilai eigen dari $A^T A$ adalah $\lambda_1 = 3$ dan $\lambda_2 = 1$

Jadi, nilai-nilai singular matriks A (dalam urutan dari besar ke kecil) adalah:

$$\sigma_1 = \sqrt{3} \text{ dan } \sigma_2 = \sqrt{1}$$