

ASTRONOMI DAN ASTROFISIKA

S. Eka Gautama

Revisi ke-3



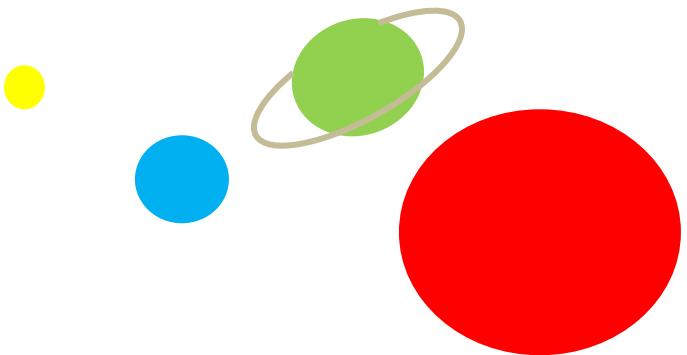
Diktat Astronomi

Penuntun Persiapan Olimpiade Sains Astronomi

- Materi Dasar dan Lanjutan (Astronomi Dasar, Astronomi Posisi, Astrofisika, Kosmologi)
- Materi Penunjang (Relativitas, Fisika Inti)
- Latihan Soal
- Soal dan Pembahasan

SMA Negeri 1 Makassar

2010



ASTRONOMI DAN ASTROFISIKA

Revisi ke-3

**Astronomi dan Astrofisika
Sunkar Eka Gautama
© <http://paradoks77.blogspot.com>
For free**

safelinkbidown.blogspot.com

KATA PENGANTAR EDISI KE-3

Salam bagi pembaca.. Akhirnya buku Astronomi dan Astrofisika revisi ketiga ini selesai juga berkat bantuan dari berbagai pihak. Untuk itu penulis berterima kasih kepada diri sendiri, Coca-Cola, Marlboro, ClassMild, Goooday, Sariwangi, Kasasi, Pak Hasbullah, Lala dan kawan-kawan, teman saya Amsar di Jurusan Fisika, serta rekan-rekan di Seasons.

Pada buku ini beberapa materi ditambahkan maupun direvisi, seperti konsep waktu dan kalender, tata surya, mekanika, alam semesta, teori relativitas, dan lainnya. Penulis juga mengubah konsep pada tata koordinat ekuator, yang mana pada edisi terdahulu berpatokan pada vernal equinox sekarang menggunakan patokan pada autumnal equinox. Perubahan ini lebih karena sistem ini lebih banyak digunakan baik pada buku teks lain maupun pada software-software astronomi. Semua revisi ini berdasarkan pada silabus Olimpiade Sains Nasional, sehingga buku ini diharapkan cukup mumpuni dalam memberikan informasi bagi pelajar yang ingin mengikuti OSN Astronomi.

Turut ditambahkan rangkuman kecil rumus-rumus matematika agar memudahkan pembaca yang daya ingatnya rada payah (maaf, lagi pula saya juga termasuk di dalamnya), latihan soal, dan pembahasan soal (dengan update soal OSN Astronomi 2010).

Akhir paragraf, semoga buku ini dapat berguna bagi pembaca. Dengan segala kerendahan hati, kesalahan baik teknis maupun non-teknis yang terdapat dalam buku ini mohon dimaafkan. Kritik dan saran sangat diharapkan untuk memperbaiki buku ini di kemudian hari. Penulis sangat berharap para pembaca yang menginsyafi kesalahan pada buku ini agar melaporkannya ke email penulis untuk perbaikan ke depannya. Terima kasih dan, sampai jumpa di revisi berikutnya.

Makassar, September 2010

S. Eka Gautama

*Catatan : Dilarang memperbanyak buku ini sebagian. Kalau ingin diperbanyak, perbanyaklah buku ini seutuhnya, agar gunanya tetap utuh. Kritik, bantuan, kritik, saran dan pertanyaan silakan dialamatkan ke:
skaga_01@yahoo.co.id atau <http://paradoks77.blogspot.com>

**Bacaan yang disarankan : Ilmu Pengetahuan Bumi dan Antariksa, Diktat Persiapan Menuju Olimpiade Astronomi (ITB)

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	3
DAFTAR ISI.....	4
1. WAKTU DAN KALENDER.....	7
KONSEP WAKTU.....	7
SATUAN WAKTU.....	7
KALENDER SURYA.....	9
KALENDER BULAN.....	10
ZONA WAKTU.....	11
2. METODE PENGUKURAN DALAM ASTRONOMI.....	13
SISTEM MAGNITUDO.....	13
MAGNITUDO MUTLAK.....	13
IRADIANSI, FLUKS DAN DAYA BINTANG.....	15
MAGNITUDO BIRU.....	16
MAGNITUDO BOLOMETRIK.....	18
TEMPERATUR EFEKTIF.....	19
ADSORBSI CAHAYA BINTANG.....	20
PENGUKURAN JARAK.....	22
ABERASI CAHAYA BINTANG.....	25
ABERASI PARALAKSIS.....	26
3. MEKANIKA DASAR.....	29
VEKTOR.....	29
GERAK PADA BIDANG.....	39
GERAK MELINGKAR.....	45
ANALISIS GERAK PARABOLA DALAM KINEMATIKA.....	49
GRAVITASI.....	51
PERIODE SYNODIS DUA PERTIKEL.....	56
ARAH ROTASI RELATIF.....	60
MOMENTUM LINIER, MOMENTUM SUDUT, IMPULS DAN TORKA.....	62
4. MEKANIKA BENDA LANGIT.....	68
PENGENALAN ELIPS.....	68
PERSAMAAN UMUM ORBIT ELIPS.....	74
REVOLUSI PLANET.....	77
GAYA PASANG SURUT DI BUMI.....	86
DENSITAS PLANET.....	89
KELAJUAN SIRKULAR DAN KELAJUAN LEPAS.....	89
TRANSFER ORBIT.....	91
GERAKAN – GERAKAN PLANET.....	94
KLASIFIKASI DAN KONFIGURASI PLANET.....	97

5. BOLA LANGIT.....	100
BOLA LANGIT.....	100
TATA KOORDINAT HORIZON.....	102
TATA KOORDINAT EKUATOR	103
TATA KOORDINAT EKLIPTIKA	107
BINTANG SIRKUMPOLAR.....	109
SEGITIGA BOLA.....	111
RASI BINTANG.....	112
PENGAMATAN DENGAN TELESKOP.....	114
6. RADIASI BENDA HITAM.....	121
RADIASI KALOR.....	121
HUKUM PERGESERAN WIEN.....	123
TEORI KUANTUM MAX PLANCK.....	123
HUKUM KIRCHOFF TENTANG SPEKTRUM.....	125
7. FISIKA ATOM.....	127
PANJANG GELOMBANG PARTIKEL.....	127
ENERGI ELEKTRON.....	128
JARI-JARI LINTASAN ELEKTRON.....	129
FISIKA INTI.....	130
8. TEORI RELATIVITAS.....	134
KECEPATAN RELATIF.....	134
TRANSFORMASI LORENTZ.....	138
KONTRAKSI LORENTZ.....	139
DILATASI WAKTU.....	141
MASSA DAN ENERGI RELATIVISTIK.....	143
MOMENTUM RELATIVISTIK.....	144
TEORI RELATIVITAS UMUM.....	145
9. PERGESERAN DOPPLER.....	154
EFEK DOPPLER.....	154
PERGESERAN MERAH HUBBLE.....	156
10. TATA SURYA.....	157
TEORI ASAL-USUL TATA SURYA.....	157
MATAHARI.....	158
PLANET DAN SATELITNYA.....	163
ASTEROID.....	170
METEOROID, METEOR DAN METEORIT.....	171
KOMET.....	172
DAERAH TRANS-NEPTUNIAN.....	173

11. BINTANG.....	174
EVOLUSI BINTANG.....	174
ROTASI BINTANG.....	181
TEKANAN RADIASI.....	183
GERAK SEJATI BINTANG.....	184
BINTANG GANDA.....	192
SPEKTRUM ADSORBSI PADA BINTANG.....	199
KLASIFIKASI BINTANG.....	200
KURVA CAHAYA.....	206
12. GALAKSI.....	214
GALAKSI BIMASAKTI.....	214
KLASIFIKASI GALAKSI.....	215
EVOLUSI GALAKSI.....	216
13. ALAM SEMESTA.....	217
PENDAHULUAN.....	217
ASAS KOSMOLOGI.....	218
ALAM SEMESTA YANG MENGEMBANG.....	219
STRUKTUR ALAM SEMESTA.....	220
SOAL LATIHAN AKHIR.....	228
SOAL DAN PEMBAHASAN.....	233
APPENDIX.....	255
DAFTAR PUSTAKA.....	270

1. WAKTU DAN KALENDER

1.1. KONSEP WAKTU

Sebelum kita memulai bab ini lebih jauh, mula-mula kita harus menjawab suatu pertanyaan praktis yakni, apakah yang dimaksud dengan waktu itu? Walaupun kedengarannya mudah, namun ternyata jawabannya sulit juga, namun setidaknya kita tahu waktu tidak hanya memiliki satu makna. Waktu dalam konsep kalender atau penanggalan dapat didefinisikan sebagai selang lamanya dua kejadian berlangsung dibandingkan terhadap satuan-satuan waktu yang telah disepakati secara universal. Zona waktu merupakan selisih suatu bujur mengalami tengah hari dibandingkan dengan bujur Greenwich. Waktu secara mutlak (kosmos) setidaknya dapat kita jabarkan sebagai arus konstan yang ditempuh oleh ruang dalam perubahan atau proses-proses penuaan, dengan demikian, untuk sementara dapat kita katakan waktu kosmos tak dapat berbalik, diperlambat, maupun dipercepat.

Nah, karena konsep waktu dalam kalender itu bergantung terhadap kerangka dan diukur hanya berdasarkan perbandingan terhadap satuan waktu, maka dua selang waktu kosmos yang benar-benar sama dapat terukur berbeda oleh dua pengamat pada kerangka berbeda. Karena yang akan dibahas kali ini adalah waktu kalender dan zona waktu, maka kita tinggalkan dulu pengertian yang satunya.

1.2. SATUAN WAKTU

Satuan waktu merupakan dasar dari penentuan selang waktu. Tentunya agar perhitungan menjadi mudah, satuan-satuan waktu ini didasarkan pada perhitungan peristiwa-peristiwa kosmis yang sering terjadi yakni, rotasi dan revolusi Bumi dan Bulan.

ROTASI BUMI

Kita telah tahu bahwa bergesernya posisi bintang tiap menitnya merupakan akibat dari rotasi Bumi. Jika kita mau mengukur periode dari suatu bintang berada di zenit sampai kembali ke zenit lagi, maka akan didapatkan periodenya sekitar 23 jam 56 menit 4,1 detik atau disebut satu hari bintang (sideral time). Pergerakan semu bintang-bintang ini dari timur ke barat, sehingga berdasarkan arah rotasi relatif yang akan dibahas pada bab 3, maka gerak rotasi Bumi pastilah dari barat ke timur (direct). Namun jika yang kita amati adalah Matahari, maka periode semu harian Matahari bukanlah 23 jam 56 menit 4,1 detik, melainkan 24 jam. Perbedaan ini diakibatkan periode sinodis antara rotasi Bumi dan revolusi Bumi terhadap Matahari yang searah, sehingga periode semu harian Matahari menjadi lebih lambat sekitar 4

menit. Periode ini disebut satu hari Surya Benar. Sebenarnya panjang satu hari Surya Benar ini tidak sama dari hari ke hari akibat orbit Bumi yang elips, sehingga satu hari Surya Benar lebih singkat saat Bumi di perihelium (22 Desember) dibanding saat Bumi di aphelium (21 Juni). Rata-rata panjang hari Surya dalam satu tahun disebut waktu surya rerata. Nah, dari dua macam periode harian ini didapatkan dua definisi hari yakni

$$\begin{aligned} \text{Satu hari bintang (sideral day)} &= 23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 04^{\text{s}},0905 \text{ mean second} \\ \text{Satu hari Surya rerata (mean solar day)} &= 24^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}} \text{ mean second} \end{aligned}$$

Satu mean second didefinisikan sebagai satu hari surya rerata dibagi 3600, sedangkan satu sideral second didefinisikan sebagai satu hari bintang dibagi 3600, sehingga satu sideral second = 0,997269565972 mean second. Perhitungan waktu astronomis menggunakan standar waktu mean second, dan jika satu hari surya rerata dinyatakan dalam sideral second didapatkan

$$\frac{1}{0,997269565972} \times 24^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}} = 24^{\text{h}} 3^{\text{m}} 56^{\text{s}},5554 \text{ sideral second}$$

REVOLUSI BUMI

Bumi bergerak mengelilingi Matahari, sehingga posisi Matahari cenderung tetap dari hari ke hari, sedangkan posisi bintang berubah hampir satu derajat per hari. Kita telah sepakat bahwa periode rotasi Bumi sama dengan satu hari Surya rerata sama dengan 24 sideral hour. Sehingga dengan membandingkan periode revolusi Bumi dengan periode rotasinya, maka satu kali periode gerak tahunan bintang dinamakan satu tahun bintang (sideral year) yang sama dengan 365 hari 6 jam 9 menit 10 detik mean second.

Perhitungan satu tahun dalam kalender tidak mengikuti periode semu tahunan bintang, melainkan periode semu tahunan Matahari, yaitu periode Matahari dari titik Aries kembali ke titik Aries. Pada tata koordinat kita telah mengetahui titik Aries bergerak retrograde akibat presesi orbit Bumi sebesar $50'',2$ per tahun .

$$\frac{1 \text{ tropical year}}{360^\circ - 50'',2} = \frac{1 \text{ sideral year}}{360^\circ}$$

Sehingga satu tahun menurut sistem ini sama dengan 365 hari 5 jam 48 menit 46 detik mean second.

Perhitungan berdasarkan gerak Matahari dari titik Aries ke titik Aries ini disebut tahun tropik yang kemudian dijadikan patokan kalender Surya modern (Syamsiah, Solar calender) Contoh dari kelender Surya adalah kalender Masehi.

1.3. KALENDER SURYA (JULIAN DAN GREGORIAN)

Telah diketahui penentuan kalender Masehi didasarkan pada tahun tropik. Kalender Masehi sebelumnya, yaitu kalender Julian, panjang tahun dihitung 365,25 hari, sehingga panjang hari dalam satu tahun adalah 365 hari dan dalam empat tahun ada tahun dengan jumlah hari 366 (penambahan 1 hari pada bulan Februari), tahun ini disebut tahun kabisat, yang disepakati terjadi tiap tahun yang habis dibagi empat.

Namun, karena siklus tahun tropik tidak tepat 365,25 hari melainkan 365 hari 5 jam 48 menit 46 detik, maka terdapat ketidak cocokan sebesar

$$\begin{array}{rcl}
 1 \text{ tahun Julian} & = & 365 \text{ hari } 6 \text{ jam} \\
 1 \text{ tahun tropik} & = & 365 \text{ hari } 5 \text{ jam } 48 \text{ menit } 46 \text{ detik} \\
 \\
 \hline
 \text{Selisih dalam 1 tahun} & = & 11 \text{ menit } 14 \text{ detik}
 \end{array}$$

Jadi selisih dalam 100 tahun adalah $1.100 \text{ menit } 1.400 \text{ detik}$ atau 18 jam 43 menit dan dalam 128 tahun selisih itu menjadi 23,96 jam atau mendekati 1 hari. Akibat kesalahan satu hari itu, penanggalan menjadi tidak sesuai lagi dengan tanggal takwim.

Usaha perbaikan yang pernah dilakukan ialah sebagai berikut:

1. Pada tahun 625 M Concili di Nicea mengadakan perbaikan 3 hari, angka itu diperoleh berdasarkan perhitungan dari 46 SM sampai 325 M lamanya 371 tahun, yaitu dari $371/128 = 2,8$ atau hampir 3 hari.
2. Pada tahun 1582 M dilakukan perbaikan lagi oleh Paus Gregorius XIII sebanyak 10 hari. Pada tanggal 4 Oktober 1582 diumumkan, bahwa besok bukan tanggal 5, melainkan tanggal 15 Oktober. Sepuluh hari itu berasal dari $(1582 - 325)/128 = 9,8$ hari.

Sejak tahun 1582 berlakulah tarikh baru yaitu tarikh Gregorian. Karena tiap 128 tahun terdapat kelebihan 1 hari, maka tiap 400 tahun terdapat kelebihan sekitar 3 hari. Jadi tiap empat abad harus ada tiga hari yang dihilangkan, dan hari-hari itu adalah tanggal 29 Februari pada tahun abad yang tidak habis dibagi 400. Misalkan tahun abad 1700, 1800, 1900, dan 2000, maka jumlah harinya 366 hanyalah tahun 2000. Tahun 1700, 1800 dan 1900 bukan merupakan tahun kabisat meskipun habis dibagi 4, namun tidak habis dibagi 400. Adapun tahun-tahun yang bukan tahun abad tetap mengikuti ketentuan kalender Julian.

1.4. KALENDER BULAN

Selain penentuan berdasarkan Matahari, kalender dapat pula didasarkan pada pergerakan Bulan. Kalender/tarikh ini dinamakan kalender Bulan (*Lunar calendar*), contohnya kalender Hijriyah, Imlek dan Saka. Jika kalender Surya menghitung satu bulan dengan membagi tahun menjadi dua belas, maka sebaliknya kalender Bulan menentukan panjang tahun dengan menjumlah dua belas bulan (bulan dengan huruf awal kecil = *month*). Jadi kalender Bulan lebih berpatokan pada panjang bulan, tidak seperti kalender Surya yang lebih berpatokan pada panjang tahun.

Satu bulan pada kalender Bulan sama dengan satu bulan sinodis, lamanya 29,5 hari, tepatnya 29 hari 12 jam 44 menit 3 detik. Satu tahun Kamariyah lamanya $12 \times 29,5$ hari = 354 hari. Banyaknya hari dalam satu tahun pada Tarikh Kamariyah berganti-ganti 29 hari dan 30 hari.

Pada Tarikh Kamariyah dilakukan pembulatan panjang tahun biasa, yaitu tidak memperhitungkan waktu di bawah satu jam. Akibatnya dalam sebulan terbuang 44 menit 3 detik dari satu bulan Kamariyah. Jadi dalam setahun akan terbuang 8 jam 48 menit 36 detik atau dalam 30 tahun Kamariyah terbuang waktu 10 hari 22 jam 38 menit atau hampir 11 hari.

Untuk mencocokkan tarikh Kamariyah maka dilakukan penambahan 11 hari selama 30 tahun, sehingga dalam tiga puluh tahun terdapat 11 tahun kabisat yang panjangnya 355 hari. Urutan kesebelas tahun itu ditetapkan sebagai berikut. Pada tahun ke 31 kembali lahi ke 1 dan seterusnya.

1	9	17	25
2*	10*	18*	26*
3	11	19	27
4	12	20	28*
5*	13*	21*	29
6	14	22	30
7*	15	23	
8	16*	24*	

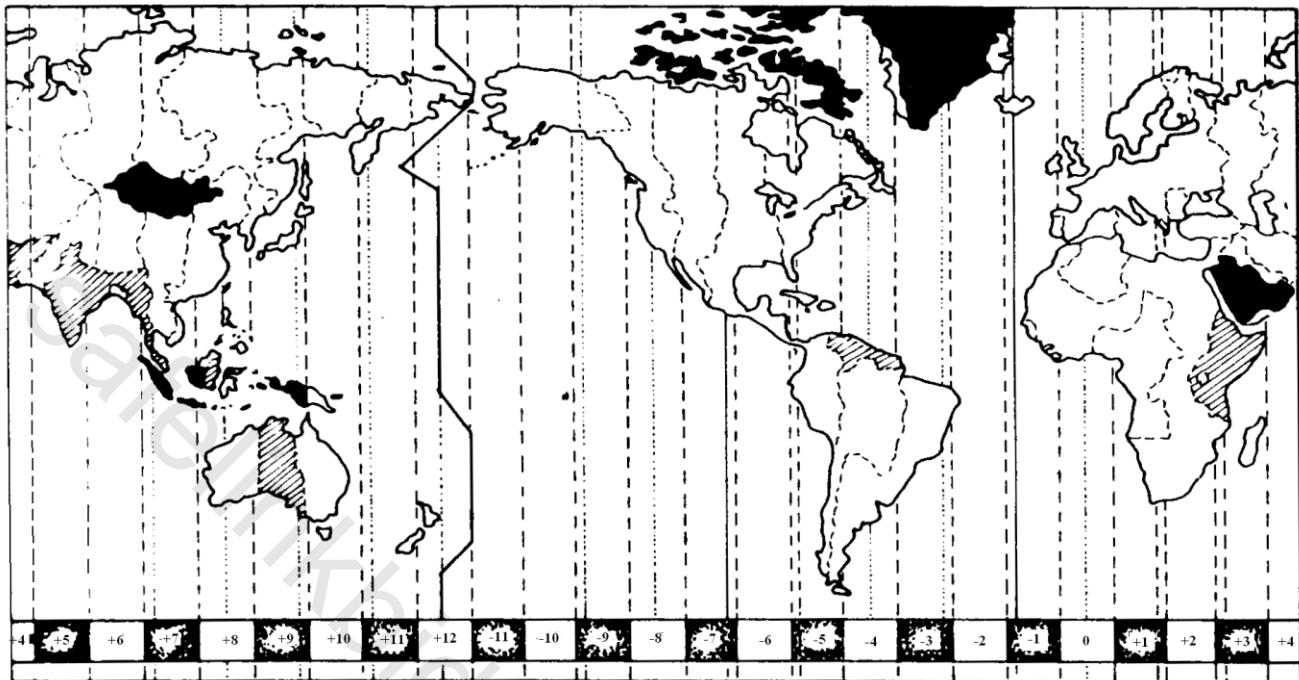
Tabel 2.1 Tahun kabisat (dengan tanda asterisk) dalam kalender Kamariyah.

1.5. ZONA WAKTU

Perputaran Bumi pada porosnya mengakibatkan peristiwa siang dan malam, dan tentunya jika suatu daerah mengalami siang, maka daerah lain mengalami malam. Karena rotasi Bumi adalah 24 jam, maka di Bumi ini terdapat 24 daerah waktu. Standar daerah waktu di Bumi ialah bujur yang melalui kota Greenwich, Inggris, yang ditetapkan sebagai bujur (*longitude*) 0° . Karena keliling Bumi 360° , maka tiap selisih 15° terjadi selisih waktu 1 jam. Perbedaan waktu antara suatu daerah terhadap Greenwich dinyatakan dalam selisihnya dengan *Greenwich Mean Time* atau GMT, misalkan zona waktu Makassar adalah WITA tidak lain adalah GMT+8.

Zona waktu GMT+8 berpatokan pada bujur $8 \times 15 = 120^\circ$ BT. Jadi dari bujur 112,5 BT sampai dengan 127,5 BT merupakan zona waktu GMT+8. Namun rumus ini hanya dapat digunakan secara teori, karena secara hukum, garis-garis waktu dapat saja diblokkan dengan alasan-alasan tertentu, misalkan agar suatu negara memiliki zona waktu sesedikit mungkin.

Meskipun dalam berbagai kebutuhan praktis metode zana waktu seperti ini sudah cukup baik, namun dalam beberapa urusan zona waktu ini tidak teliti. Misalkan kota A pada bujur 112,5 BT , kota B pada bujur 120 BT dan kota C pada bujur 127,5 BT yang keduanya terletak di dekat ekuator, zona waktu keduanya adalah GMT+8. Bagi pengamat di kota B, Matahari terbit tepat pukul 06.00 waktu lokal sedangkan bagi pengamat di kota A Matahari baru akan terbit pukul 06.30 waktu lokal dan kota C Matahari telah terbit setengah jam yang lalu pada pukul 05.30 waktu lokal. Dapat dilihat juga bahwa kota A dan kota C yang sebenarnya memiliki selisih waktu satu jam ternyata memiliki zona waktu yang sama. Karena alasan ini, penentuan waktu shalat harus ditentukan berdasarkan bujurnya agar lebih teliti.



Gambar 1.1 Waktu di Bumi dibagi menjadi 24 zona waktu.
(Sumber: IPBA)

GARIS PENANGGALAN INTERNASIONAL

Garis penanggalan Internasional terletak di bujur 180° atau GMT+12. Walaupun kedengarannya aneh, sebelah barat garis ini merupakan daerah timur dan sebelah timur garis ini merupakan daerah barat (buktikan!) Jadi jika di sebelah barat garis ini bertanggal 26 Januari 1991, maka di sebelah timur garis ini bertanggal 25 Januari 1991. Selang beda tanggal ini diukur dari zona waktu yang mengalami waktu lokal 00.00 ke timur hingga garis tanggal internasional memiliki tanggal yang sama dan satu hari lebih maju dibanding daerah dari garis tanggal internasional ke timur sampai zona waktu yang mengalami waktu lokal 00.00.

Misalkan kota A (GMT+2) saat ini pukul 23.00 dan kota B(GMT+4) saat ini pukul 01.00. Meskipun waktunya hanya berselang dua jam, namun tanggalnya berselang satu hari. Agak berbeda dengan garis tanggal internasional, pada garis tanggal internasional, pada jam berapa saja, misalkan pada daerah GMT+11 saat ini pukul 13.00 tanggal 21 Maret 2010, maka pada daerah GMT-11 mengalami pukul 15.00 bukan pada tanggal 21 Maret, melainkan 20 Maret 2010. Jadi, waktunya berselang 2 jam dan tanggalnya berselang satu hari. Jika Anda berdiri tepat di atas garis penanggalan internasional maka saat itu pukul 14.00 waktu setempat tanggal 20 Maret dan 21 Maret bersamaan. Bingung? (saya juga)

2. METODE PENGUKURAN DALAM ASTRONOMI

2.1. SISTEM MAGNITUDO

Magnitudo adalah tingkat kecemerlangan suatu bintang. Skala magnitudo berbanding terbalik dengan kecemerlangan bintang, artinya makin terang suatu bintang makin kecil skala magnitudonya. Perbandingan magnitudo semu bintang dapat menggunakan rumus-rumus berikut:

$$* \frac{E_1}{E_2} = \sqrt[5]{100^{(m_2 - m_1)}} \quad \text{atau} \quad \frac{E_2}{E_1} = \sqrt[5]{100^{(m_1 - m_2)}} \quad (2.1)$$

$$* m_1 - m_2 = -2,512 \log \frac{E_1}{E_2} \quad (2.2)$$

CONTOH :

1. Jika magnitudo semu bintang B 1.000 kali lebih besar daripada bintang A, tentukanlah beda magnitudo kedua bintang !

Penyelesaian : $m_A - m_B = -2,5 \log (E_A/E_B)$
 $m_A - m_B = -2,5 \log (0,001)$
 $m_A - m_B = -2,5 (-3)$
 $m_A - m_B = 7,5$ magnitudo

TABEL MAGNITUDO SEMU (m)

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,0064	0,16	0,4	1	2,5	6,3	16	40	100	250	630	1600	4000	10^4	25000

2.2. MAGNITUDO MUTLAK

Magnitudo mutlak (M) adalah perbandingan nilai terang bintang yang sesungguhnya. Seperti yang Anda ketahui, jarak antara bintang yang satu dan bintang yang lain dengan Bumi tidaklah sama. Akibatnya, bintang terang sekalipun akan nampak redup bila jaraknya sangat jauh. Oleh karena itu, dibuatlah perhitungan magnitudo mutlak, yaitu tingkat kecerlangan bintang apabila bintang itu diletakkan hingga berjarak 10 parsec dari Bumi.

Perhitungan jarak bintang, magnitudo semu dan magnitudo mutlak (absolut) adalah:

$$\begin{aligned}
 m - M &= -2,5 \log \frac{E_1}{E_2} \\
 m - M &= -2,5 \log \frac{L / 4\pi d^2}{L / 4\pi 10^2} \\
 m - M &= -2,5 \log \left(\frac{10}{d} \right)^2 \\
 m - M &= -2,5 \times 2(1 - \log d) \\
 m - M &= -5 + 5 \log d
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Jadi, magnitudo semu (m) dan magnitudo absolut (M) sebuah bintang dengan jarak (d) dalam parsek dapat dihubungkan oleh persamaan

$$m - M = -5 + 5 \log d \tag{2.4}$$

Jika magnitudo absolut dan magnitudo semunya diketahui, jaraknya dapat dihitung. Kuantitas $m - M$ dikenal sebagai modulus jarak. Adapun hubungan antara magnitudo mutlak dan luminositas (daya) bintang, L dapat diterapkan berdasarkan rumus Pogson

$$M_1 - M_2 = -2,512 \log \frac{L_1}{L_2}$$

CONTOH :

1. Diketahui $m = 10, M = 5$, hitung jaraknya !

$$\begin{aligned}
 \text{Penyelesaian : } m - M &= -5 + 5 \log d & d &= 10^{0,2(10-5+5)} \\
 5 \log d &= m - M + 5 & d &= 10^2 = 100 \text{ pc} \\
 \log d &= \frac{m - M + 5}{5} \\
 d &= 10^{0,2(m-M+5)}
 \end{aligned}$$

2. Diketahui $m = -2$, jarak = 6,3 parsek, tentukan M -nya!

$$\begin{aligned}
 \text{Penyelesaian : } 6,3 &= 10^{0,2(-2-M+5)} & \rightarrow \log 6,3 &\approx 0,8 \\
 0,8 &= 0,2(-2-M+5) \\
 4 &= -2-M+5 \\
 M &= -1
 \end{aligned}$$

Dapat pula menggunakan tabel berikut ini :

$$m - M = 10 - 5 = 5$$

Carilah angka $m-M$ dikolom atas, kemudian jarak tercantum dibawahnya

Tabel Modulus Jarak (m-M) dan jarak (parsek)

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15	20
1,6	2,5	4	6,3	10	16	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	10^4	10^5

3. Magnitudo semu Sirius -1,46 dan magnitude absolutnya +1,42.

Tentukan berapa tahun cahaya jarak Sirius ke Bumi!

Penyelesaian : $d = 10^{0,2(m-M+5)}$

$$d = 10^{0,2(-1,46-1,42+5)}$$

$$= 10^{0,2(2,12)}$$

$$= 10^{0,424}$$

$$= 2,654 \text{ parsec} = 8,64 \text{ tahun cahaya}$$

4. Diketahui $m_{\odot} = -26,73$, $M_{\odot} = 4,74$, tentukan jarak dari Bumi ke Matahari !

Penyelesaian : $d = 10^{0,2(m-M+5)}$

$$= 10^{0,2(-26,73-4,74+5)}$$

$$= 10^{-5,314}$$

$$= 0,00000485 \text{ parsek} \approx 150.000.000 \text{ km} = 1 \text{ AU}$$

2.3. IRADIANSI, FLUKS DAN DAYA BINTANG

Iradiansi atau energi radiasi adalah jumlah energi yang dipancarkan bintang per detik yang melewati satuan luas permukaan

$$E = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (2.5)$$

E = iradiansi ($\text{W m}^{-2} \text{s}^{-1}$)

L = luminositas bintang

d = jarak Bumi – bintang

Fluks adalah jumlah energi yang dipancarkan suatu bintang yang diterima oleh suatu daerah luas. Fluks dari suatu daerah berbentuk lingkaran dinyatakan dalam:

$$F = E \times A = \frac{L}{4\pi d^2} \times 4\pi R^2$$

Dengan R radius daerah yang menerima penerangan. Satuan dari Fluks adalah Watt per detik.

Adapun luminositas bintang (L atau $P[\text{daya}]$), umur bintang(t) dan massa bintang(m) memiliki perbandingan :

$$\frac{m_{\text{bintang}}}{m_{\text{Matahari}}} \approx \left(\frac{t_{\text{bintang}}}{t_{\text{matahari}}} \right)^{-3} \approx \left(\frac{L_{\text{bintang}}}{L_{\text{matahari}}} \right)^3 \quad (2.6)$$

CONTOH :

1. Berapakah terang sebuah bintang dibandingkan dengan terang semula apabila jaraknya dijauhkan 3 kali semula?

Penyelesaian : $E_1 = \frac{L}{4\pi d_1^2}$ (i)

$$E_2 = \frac{L}{4\pi d_2^2} \quad (\text{ii})$$

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh,

$$E_2 = E_1(d_1 / d_2)^2 = E_1(d_1 / 3d_1)^2 = \frac{1}{9} E_1$$

2.4. MAGNITUDO BIRU

Magnitudo Biru (m_B (B) dan M_B) adalah magnitudo suatu bintang dihitung berdasarkan panjang gelombang biru (3500 Å). Rumus Pogson untuk magnitudo biru dan visual adalah

$$m_B = -2,5 \log E_B + C_B \quad (2.7)$$

$$m_V = -2,5 \log E_V + C_V \quad (2.8)$$

C_V dan C_B adalah suatu konstanta yang sedemikian rupa sehingga $m_V = m_B$. Bintang Vega dengan kelas spektrum A0 dipilih sebagai standar, yaitu m_V Vega = m_B Vega.

Kuantitas C_B dan C_V ini dirumuskan sebagai $B-V$ (*indeks warna*), sehingga diperoleh $V = B - (B-V)$. Disebut indeks warna karena nilai $B-V$ ini menunjukkan warna bintang, makin biru bintang (makin panas), makin negatif indeks warnanya begitu pula sebaliknya makin merah bintang (makin dingin) makin positif indeks warnanya.

Selain magintudo biru dikenal pula magnitudo lain. Dalam sistem *UBV* dari Johnson dan Morgan dikenal 3 macam magnitudo menurut kepekaan panjang gelombangnya (panjang gelombang efektif), yaitu magnitudo ungu (U) pada $\lambda_U = 3,50 \times 10^{-7}$ m, magnitudo biru (B) pada $\lambda_B = 4,35 \times 10^{-7}$ m dan magnitudo visual (V) pada $\lambda_V = 5,55 \times 10^{-7}$ m. Jadi indeks warna pada $U - B$ dan $B - V$ dapat dihitung dengan membandingkan energi radiasi pada masing-masing panjang gelombang. Perbandingan ini dapat dicari dengan fungsi Planck, dan memberikan hasil:

$$B - V = 0,60 + 12,5 \log \frac{\lambda_B}{\lambda_V} + 2,5 \log \frac{\exp(x_B) - 1}{\exp(x_V) - 1} \quad (2.9)$$

$$U - B = -0,10 + 12,5 \log \frac{\lambda_U}{\lambda_B} + 2,5 \log \frac{\exp(x_U) - 1}{\exp(x_B) - 1} \quad (2.10)$$

Dengan nilai x untuk tiap panjang gelombang memenuhi:

$$x = \frac{hc}{\lambda kT} \quad (2.11)$$

Dengan h tetapan Planck, c cepat rambat cahaya dalam vakum, k tetapan Boltzmann, λ adalah panjang gelombang (misal untuk x_B gunakan λ_B) dan T adalah temperatur efektif bintang. Rumus aproksimasi indeks warna dan temperatur yaitu:

$$B - V = -0,71 + \frac{7090}{T} \quad (2.11)$$

2.5. MAGNITUDO BOLOMETRIK

Magnitudo bolometrik adalah magnitudo rata-rata bintang diukur dari seluruh panjang gelombang. Rumus Pogson untuk magnitudo bolometrik adalah :

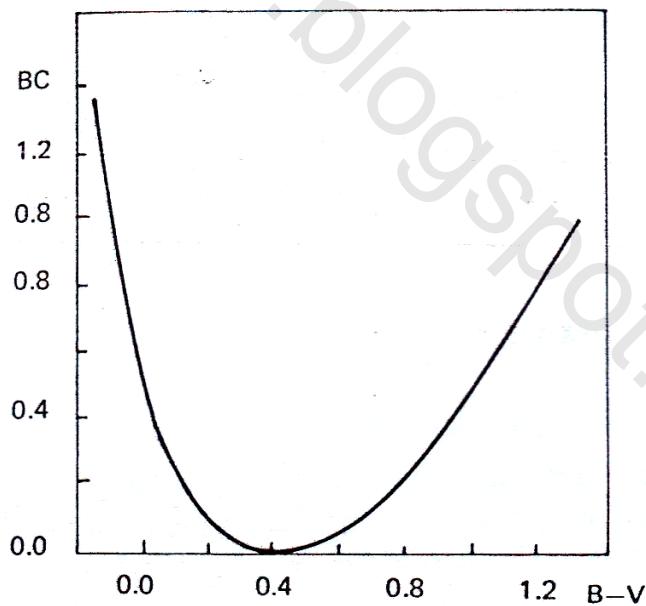
$$m_{bol} = -2,5 \log E_{bol} + C_{bol} \quad (2.12)$$

$$m_{bol} - Mbol = -5 + 5 \log d \quad (2.13)$$

Koreksi antara magnitudo visual dan magnitudo bolometric dituliskan:
 $m_V - m_{bol} = BC$. Nilai BC ini disebut *Bolometric Correction*, dengan demikian $m_{bol} = m_V - BC$.

Untuk bintang yang sangat panas, sebagian besar energinya dipancarkan pada daerah ultraviolet, sedangkan untuk bintang yang sangat dingin, sebagian besar energinya dipancarkan pada daerah inframerah (hanya sebagian kecil saja pada daerah visual). Untuk bintang-bintang seperti ini, harga BC – nya bernilai besar, sedangkan untuk bintang-bintang yang temperaturnya sedang, yang mana sebagian besar radiasinya pada daerah visual) harga BC – nya kecil, seperti pada Matahari ($\pm 5300\text{\AA}$).

Hubungan antara BC dan $B-V$ untuk deret utama dapat digambarkan dalam grafik berikut:



Gambar 2.1 Grafik antara koreksi bolometrik dan indeks warna.

Tabel indeks warna bintang menurut temperatur efektifnya adalah:

spektrum	B – V	T _{eff} (K)	log T _{eff}	BC
Deret utama (kelas V)				
O5	-0,32	(54 000)	(4,732)	(4,76)
B0	-0,30	29 200	4,465	2,85
B5	-0,16	15 200	4,182	1,33
A0	0,00	9 600	3,982	0,21
A5	0,14	8 310	3,920	0,02
F0	0,31	7 350	3,866	0,01
F5	0,43	6 700	3,826	0,04
G0	0,59	6 050	3,782	0,06
G2 (Matahari)	0,63	5 770	3,761	0,07
G5	0,66	5 660	3,753	0,09
K0	0,82	5 240	3,719	0,19
K5	1,15	4 400	3,643	0,62
M0	1,41	3 750	3,574	1,17
M5	1,61	3 200	3,510	2,60
Raksasa (kelas III)				
G5	0,92	5 010	3,700	0,27
K0	1,04	4 720	3,674	0,37
K5	1,54	3 780	3,578	1,15
M0	1,55	3 660	3,564	1,24
M5	1,55	2 950	3,470	3,30
Maharaksasa (kelas I)				
B0	-0,27	21 000	4,32	2,36
A0	0,01	9 400	3,97	0,45
F0	0,19	7 500	3,88	-0,07
G0	0,70	5 800	3,76	0,03
G5	1,01	5 100	3,71	0,20
K0	1,12	4 900	3,69	0,29
K5	1,62	3 750	3,57	1,17
M5	1,62	2 950	3,47	3,30

Tabel 2.1 Hubungan antara indeks warna dan temperature efektif bintang.

2.6. TEMPERATUR EFEKTIF

Temperatur efektif merupakan temperatur permukaan suatu bintang.. Temperatur efektif dapat dicari dengan menggunakan rumus :

$$\log T_{ef} = 2,726 - 0,5 \log \delta - 0,1 m_{bol} \quad (2.14)$$

Dimana T_{ef} adalah temperatur efektif bintang (K), δ adalah diameter sudut bintang ("), atau dapat pula dinyatakan dengan radius sudut (α) dengan memakai hubungan

$$\alpha = \frac{R}{d} \quad \text{dan} \quad \alpha = \frac{1}{2} \delta \quad (2.15)$$

Dengan R adalah jari-jari bintang dan d adalah jarak bintang.

2.7. ADSORBSI CAHAYA BINTANG

ADSORBSI OLEH ATMOSFER BUMI

Sebelum cahaya bintang tertangkap oleh pengamat, cahaya tersebut akan melewati atmosfer Bumi terlebih dahulu. Partikel gas dalam atmosfer akan menyerap cahaya tadi sehingga cahaya yang sampai pada pengamat di Bumi akan berkurang dan bintang akan nampak lebih redup. Dengan begitu, dengan metode terdahulu kita tidak dapat mengukur magnitudo bintang-bintang maupun benda langit lainnya dengan teliti.

Perbedaan sudut menyebabkan perbedaan ketebalan atmosfer yang berada pada garis lurus antara mata dengan bintang, sehingga besarnya penyerapan dapat diukur dengan perbandingan terang suatu bintang yang sama (bintang standar) yang diukur dari jarak zenit (sudut) yang berbeda. Dengan begitu, terang sebenarnya bintang-bintang lain (bintang program) dapat ditentukan.

$$\tau_0 = \frac{m_{s1} - m_{s2}}{1,086(\sec\zeta_{s1} - \sec\zeta_{s2})} \quad (2.16)$$

$$m_p - m_{p0} = 1,086 \tau_0 \sec\zeta_p \quad (2.17)$$

dimana m_{s1} adalah magnitudo bintang standar saat barada pada ζ_{s1} , m_{s2} adalah magnitudo bintang standar saat barada pada ζ_{s2} , ζ_p adalah jarak zenith bintang program, m_p adalah magnitudo bintang program setelah adsorbsi dan m_0 adalah magnitudo bintang program sebelum adsorbsi.

ADSORBSI OLEH MATERI ANTAR BINTANG (MAB)

Ruang antar bintang tidaklah kosong, tetapi berisikan materi antar bintang. Materi antar bintang dapat dikategorikan menjadi dua, yaitu debu antar bintang dan gas antar bintang. Debu antar bintang dapat berbentuk kumpulan besar yang disebut *nebula gelap* seperti *horsehead nebulae*. Nebula gelap mengakibatkan terhalangnya cahaya bintang, terutama pada panjang gelombang pendek (biru-ungu) yang lebih mudah dihamburkan. Akibatnya cahaya bintang tampak menjadi lebih merah dari aslinya akibat penyerapan cahaya biru ini. Kejadian ini disebut *efek pemerah*.

Gas antar bintang tersusun atas kebanyakan Hidrogen dan sedikit Helium. Gas antar bintang dapat terlokalisasi dan menjadi cukup rapat hingga kerapatan 10^5 atom per cm^3 (normalnya 1 atom per cm^3). Lokalisasi gas antar bintang ini disebut nebula, dan merupakan dapur pembentukan bintang. Bintang-bintang muda dalam kawasan nebula ini mengalami efek penyerapan oleh gas dalam nebula. Radiasi bintang dapat mengionisasi atom hidrogen dalam nebula sehingga nebula menjadi berpendar, contohnya nebula orion.

Cahaya bintang yang diserap oleh MAB ini mengakibatkan perhitungan magnitudo harus dikoreksi. Koreksi untuk penyerapan ini diberi simbol A_V , yakni pengurangan magnitudo tiap parsec. Sebelumnya kita telah mengenal indeks warna $(B - V)$, yaitu selisih antara magnitudo biru dan magnitudo visual. Selisih itu sebenarnya diperoleh dari pengamatan di Bumi (setelah penyerapan) adapun nilai $B - V$ ini sebelum penyerapan $(B - V)_0$ disebut warna intrinsic. Adapun perbandingan (selisih) antara $(B - V)$ dan $(B - V)_0$ disebut ekses warna ($E(B-V)$ atau E_{BV})

Besarnya koefisien adsorbsi MAB (R) umumnya adalah 3,2. Besarnya intensitas cahaya yang terabsorbsi juga tergantung dari intensitas asli bintang itu, sehingga :

$$A_V = R E_{BV} \quad (2.18)$$

Selisih antara magnitudo semu visual (m_V atau V) sesudah dan sebelum penyerapan adalah

$$V - V_0 = A_V \quad (2.19)$$

dengan V_0 adalah magnitudo sebelum penyerapan dan V adalah magnitudo sesudah penyerapan. Adapun magnitudo semu biru sebelum penyerapan (B_0) adalah

$$B_0 = V_0 + (B - V)_0 \quad (2.20)$$

Sedangkan untuk magnitudo mutlak sebelum pemerahan dapat dihitung dengan cara biasa, hanya saja V atau B diganti dengan V_0 atau B_0 .

Dan untuk penghitungan sistem magnitudo ungu dapat dihitung dengan:

$$\frac{E(U - B)}{E(B - V)} = 0,72 \quad (2.21)$$

2.8. PENGUKURAN JARAK

Metode penentuan jarak dalam astronomi umumnya dinyatakan dalam meter, kilometer, *Astronomical Unit* (Satuan Astronomi), *light year* (tahun cahaya) dan *parsec* (parsek). Adapun dalam astrofisika, jarak sering dinyatakan dalam sistem *cgs*, yaitu sentimeter.

Satu Satuan Astronomi (AU atau SA) adalah radius orbit rata-rata Bumi. Satu AU bernilai $1,495\ 978\ 92 \cdot 10^{11}$ meter, atau sering dilafalkan 150 juta kilometer. Satu tahun cahaya didefinisikan sebagai jarak yang ditempuh cahaya dalam ruang hampa selama setahun. Karena kecepatan cahaya dalam vakum sama dengan $2,997\ 924\ 58 \cdot 10^8$ m s⁻¹, berarti jarak yang ditempuh cahaya selama satu detik adalah 299 792 458 meter. Sehingga didapatkan panjang satu tahun cahaya sekitar $9,461 \cdot 10^{15}$ meter.

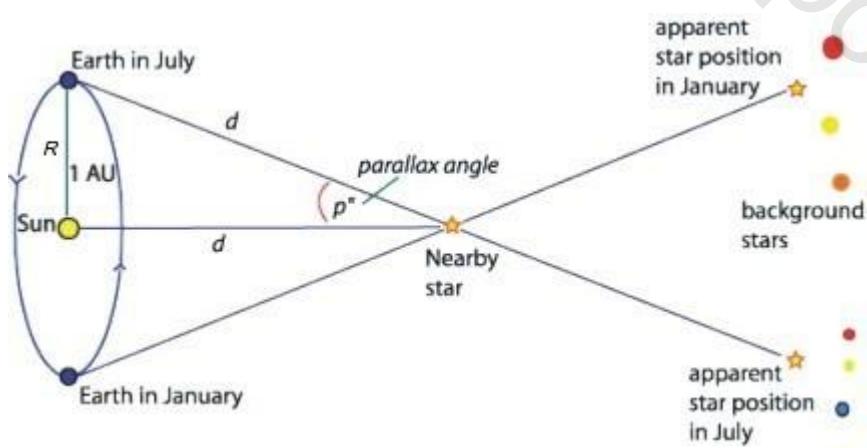
PARALAKS BINTANG

Dalam perhitungan jarak bintang dekat, sering digunakan metode paralaks, yaitu pengamatan pergeseran posisi bintang terhadap bintang latar bila dilakukan dengan membandingkan posisi bintang pada bulan Januari dan Juli (atau bulan-bulan lainnya yang berselang setengah tahun). Dengan mengetahui nilai R adalah 149 600 000 km, maka jaraknya dapat dihitung. Adapun definisi satu parsec adalah jarak bintang yang memiliki paralaks satu detik busur. Karena satu detik busur = 1/3600 derajat, maka 1 parsec adalah:

$$d = \frac{R}{\tan p}$$

$$d = \frac{1 \text{ AU}}{\tan(1/3600)^\circ}$$

$$d = 206\ 264,81 \text{ AU}$$



Gambar 2.2 Paralaks bintang dekat.

Untuk penghitungan jarak bintang dengan berbagai sudut paralaks dapat dicari dengan

$$d = \frac{1 \text{ AU}}{\tan(p/3600)}$$

$$d = \frac{\frac{1}{206265} \text{ pc}}{\tan(p/3600)}$$

Karena $p \ll 3600$ maka berlaku penyederhanaan $\tan \frac{p}{3600} \approx p \times \tan \frac{1}{3600}$

$$d = \frac{1 \text{ pc}}{206265} \times \frac{1}{p} \times \frac{1}{\tan(1/3600)}$$

$$d = \frac{1}{p} \text{ pc}$$

Jadi, 1" bintang berjarak 1 parsek atau 206 265 AU atau 3,26 tahun cahaya
Jarak dan besarnya paralaks sebuah bintang dapat dihubungkan dengan

$$1 \text{ parsek} = 3,26 \text{ tahun cahaya} = 206265 \text{ AU} \quad (2.22)$$

$$d(\text{pc}) = \frac{1}{p(")} \quad (2.23)$$

$$p(") = \frac{1}{d(\text{pc})} \quad (2.24)$$

$$d(\text{ly}) = \frac{3,26}{p} \quad (2.25)$$

$$d(\text{AU}) = \frac{206265}{p} \quad (2.26)$$

Untuk pengamat di planet lain, paralaks dapat dihitung dengan menggunakan
hubungan : $p = \frac{r}{d}$ (2.27)

Dimana r adalah jarak planet dari Matahari (AU)

PARALAKS GEOSENTRIK

Jika dalam paralaks bintang posisi diamati berdasarkan perubahan kedudukan akibat revolusi Bumi, maka dalam paralaks geosentrik posisi benda langit diukur berdasarkan perubahan posisi pengamat di permukaan Bumi, yang dalam hal ini berada pada bujur berselisih 180° . Misalkan untuk Matahari, paralaks geosentriknya adalah

$$\frac{R_B}{d} = \tan p$$

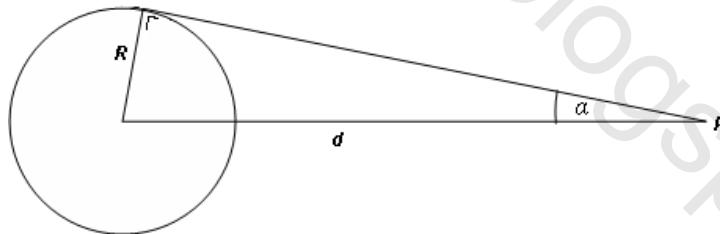
Karena $p \ll$ maka dapat dilakukan pendekatan $\tan p = p/57,296$ atau dalam detik busur $\tan p = p/206265$. Berdasarkan pengamatan paralaks Surya sebesar $8'',794148$ dan dengan mensubstitusikan nilai R_B

$$d = \frac{206265 R_B}{p}$$

Didapatkan jarak Matahari $d = 23\,455 R_B$

RADIUS SUDUT DAN DIAMETER SUDUT

Untuk objek dekat dan bukan titik, radius objek dapat dihitung dengan metode trigonometri.



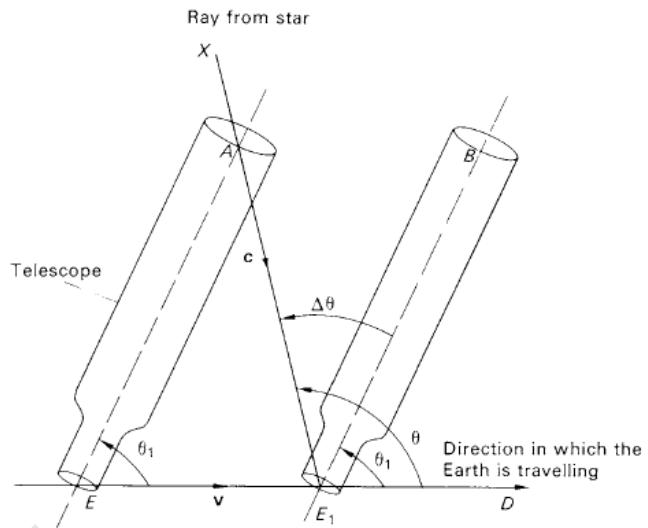
Gambar 2.3 Radius sudut dan radius linear.

Jika jarak objek diketahui dan sudut α dapat diukur, maka radius linier objek, R dapat dihitung yakni:

$$\frac{R}{d} = \sin \alpha \quad (2.28)$$

Atau menggunakan diameter sudut, yakni δ yang besarnya tentu saja 2α , maka diameter linier, D dapat diukur.

$$\frac{D}{d} = \sin \delta \quad (2.29)$$



Gambar 11.7 Efek gerak Bumi terhadap arah datang cahaya.
(A E Roy and D Clarke)

2.9. ABERASI CAHAYA BINTANG

Dalam pengamatan, posisi bintang di langit ternyata berubah-ubah dan tidak tepat bersesuaian dengan posisinya. Cahaya bintang yang sampai pada pengamat dapat dianggap terbelokkan, akibat gerak Bumi mengelilingi Matahari. Secara metematis, hal ini dapat diterangkan dengan vektor, namun sebenarnya banyak kejadian sehari-hari yang mirip yang dapat membantu menjelaskan peristiwa ini. Jika kita berada di dalam mobil yang diam saat hujan, akan nampak butir hujan yang jatuh tegak lurus (jika angin tidak bertiup) ke atap mobil, namun jika mobil begerak kencang nampaklah jika butir-butir hujan terlihat menghantam langsung kaca depan mobil dan dari jendela di samping Anda butir hujan terlihat jelas menempuh arah miring (sudut) yang berlawanan gerak mobil Anda.

Demikian pula yang terjadi pada observatorium-observatorium di Bumi. Kecepatan Bumi mengelilingi Matahari diberikan oleh

$$v = \frac{2\pi a}{T} = \frac{2\pi(1,496 \times 10^8)}{(365,25 \times 24 \times 60 \times 60)} = 29,78 \text{ km s}^{-1}$$

Sedangkan kecepatan rotasi Bumi jauh lebih kecil dan lokal dibanding kecepatan orbitnya. Suatu bintang dengan altitude sebenarnya θ akan teramati jika teleskop diarahkan pada altitude θ' dengan hubungan

$$\frac{\sin \theta'}{c} = \frac{\sin(\theta - \theta')}{v}$$

$$\sin(\theta - \theta') = \frac{v}{c} \sin \theta'$$

Mengingat $\theta - \theta' = \Delta\theta$ sangat kecil ($v/c \approx 1/10000$) sehingga $\Delta\theta$ dalam detik busur dapat dituliskan menjadi

$$\Delta\theta = 206265 \frac{v}{c} \sin \theta$$

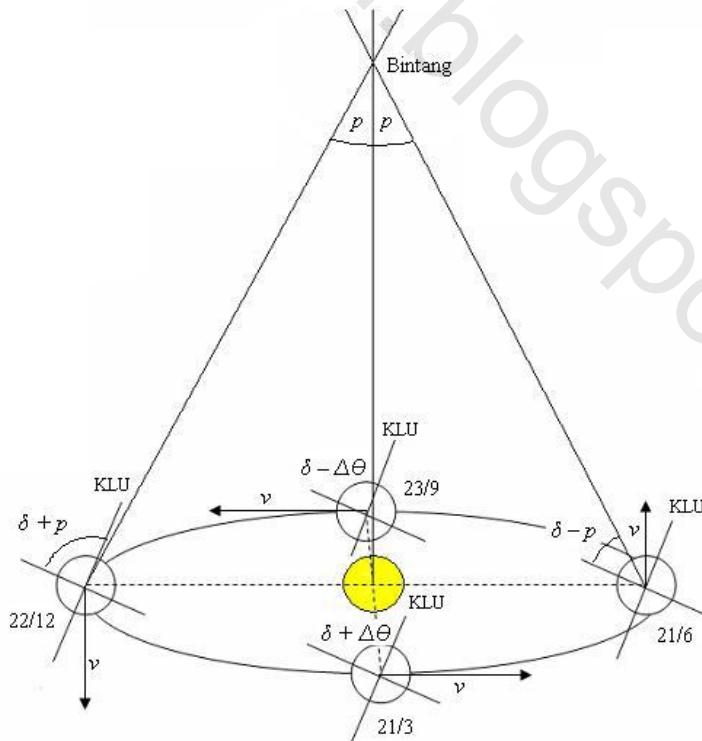
Atau

$$\Delta\theta = \kappa \sin \theta$$

Nilai κ disebut konstanta aberasi, dengan mensubstitusikan nilai $v/c = 29,78/299800$ didapatkan nilai $\kappa = 20'',496$.

2.10. ABERASI PARALAKSIS

Dalam bagian tentang aberasi cahaya bintang telah disebutkan bahwa cahaya dapat ‘dibelokkan’ akibat gerak revolusi Bumi. Aberasi ini berpengaruh dalam pengamatan paralaks. Misalkan pengukuran deklinasi bintang saat 21 Juni dan 22 Desember didapatkan perbedaan deklinasi sebesar $\Delta\delta = 2p$, dan secara teori pada 21 Maret dan 23 September bintang tepat berada di deklinasinya. Sebenarnya akibat vektor kecepatan Bumi dalam arah meridian langit menyebabkan posisi bintang tidak benar sesuai dengan deklinasinya, melainkan berselisih sebesar $\Delta\theta$,



Gambar 11.7 Posisi bintang teramati dari Bumi akibat pengaruh paralaks dan aberasi.

CONTOH :

1. Sebuah bintang berjarak 3,3 parsek, tentukan paralaks bintang tersebut!

Penyelesaian : $p = \frac{1}{3,3} = 0,33''$

2. Bintang Proxima Centauri berjarak 4,2 tahun cahaya dari Bumi. Tentukan paralaksnya!

Penyelesaian : $p = \frac{3,26}{4,2} \approx 0,774''$

3. Jarak bintang P adalah 20 ly dari Bumi. Berapakah paralaksnya jika diamati dari Uranus?

Penyelesaian :

Karena jarak bintang sangat besar, maka jarak bintang-Bumi \approx jarak bintang-Uranus.

$$p = \frac{(3,26)(19,6)}{20} = 3,195''$$

SOAL LATIHAN 1

1. Diketahui $m_{\odot} = -26,7$ dan $M_{\odot} = 4,8$, tentukanlah jarak Bumi-Matahari!
2. Sebuah bintang dengan $M = 0,58$ dan jarak 7,52 parsek. Berapakah magnitudo semu bintang tersebut?
3. Sebuah bintang memiliki magnitudo semu 1,23 dan koreksi bolometriknya 0,30. Jika diameter sudut bintang 0,02 detik busur dan radius bintang 20,2 kali radius matahari, tentukan:
 - temperatur efektif bintang.
 - paralaks bintang tersebut
4. Bintang A dengan magnitudo mutlak 4,23 dan jarak 15 pc dan bintang B dengan magnitudo mutlak 3,38 berjarak 35 pc. Bintang manakah yang tampak lebih terang dan berapa perbandingannya?
5. Antares, bintang paling terang di rasi Scorpio memiliki magnitudo visual $m_V = 1,06$ dan jarak 185,2 pc. Deneb, bintang paling terang di rasi Cygnus memiliki magnitudo visual $m_V = 1,25$ dan jarak 990,1 pc. Tentukanlah:
 - Bintang yang tampak lebih terang di langit.
 - Bintang yang dayanya lebih besar.
6. Diketahui bintang Arcturus dengan $m = -0,04$ dan $d = 10,7$ pc. Berapakah luminositas Arcturus? ($L_{\odot} = 3,86 \times 10^{26}$ W, $M_{\odot} = 4,74$)
7. Sebuah galaksi diamati memiliki magnitudo visual $m_V = 21$. Magnitudo ini berasosiasi dengan energi dari 10^{11} bintang yang ada di dalamnya (terdiri dari 3 jenis). Perkirakan/hitung jarak galaksi tersebut. Untuk itu gunakan asumsi sebagai berikut :

Jenis bintang	M_V	Jumlah (%)
a	1	20
b	4	50
c	6	30
8. Alpha Centauri merupakan bintang ganda dengan komponen masing-masing α Cen A, $M_V = 4,38$ dan α Cen B, $M_V = 5,71$. Jika paralaksnya $0'',7474$, tentukanlah magnitudo Alpha Centauri tampak dari Bumi!
9. Suatu bintang diamati pada awal Januari memiliki deklinasi $\delta = +26^\circ 01' 19'',19$ dan ketika diamati pada awal Juli deklinasinya adalah $\delta = +26^\circ 01' 19'',22$. Tentukanlah jarak bintang tersebut!
10. Suatu bintang dengan luminositas $L = 2L_{\odot}$ dan radius $R = 3R_{\odot}$. Tentukanlah temperatur efektif bintang tersebut.

3. MEKANIKA DASAR

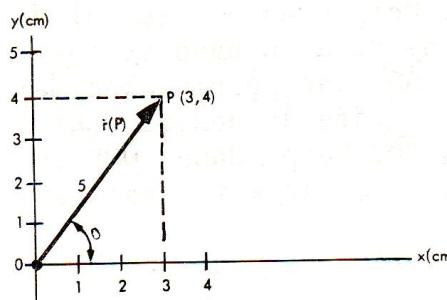
3.1. VEKTOR

Beberapa besaran fisis tertentu di samping memiliki besar juga memiliki arah. Untuk menyatakan besaran fisis tersebut, di samping menyatakan harganya, kita juga harus menyatakan arahnya. Besaran fisis seperti ini dinamakan besaran-besaran vektor. Secara umum, besaran vektor adalah besaran yang mempunyai besar dan arah. Sebagai contoh, kecepatan gerak suatu benda adalah suatu vektor, karena disamping harus menyatakan berapa besar kecepatan, kita harus menyatakan arah geraknya. Suatu besaran vektor biasanya dilambangkan dengan huruf tebal (*bold*) atau tanda panah di atasnya, semisal \mathbf{v} atau \vec{v} .

Berbagai besaran fisis tidak mempunyai arah, misalnya suhu dan volum. Besaran seperti ini disebut besaran skalar.

VEKTOR POSISI

Misalkan kita ingin menyatakan letak atau posisi sebuah titik dalam suatu bidang datar. Untuk itu kita perlu memilih suatu titik acuan, terhadap mana kita mengukur jarak. Selanjutnya kita perlu suatu sistem salib sumbu, misalnya sumbu X dan sumbu Y . Titik asal O dari sumbu X dan Y kita pasang pada titik acuan kita. Sistem sumbu ini perlu untuk menyatakan arah.



Gambar 3.1 Vektor posisi \vec{r} .

Dengan menggunakan sistem, sumbu ini dapatlah kita tentukan koordinat titik P , misalkan $(3,4)$. Jarak OP haruslah sama dengan 5 cm. Posisi titik P terhadap titik O juga dapat kita nyatakan dengan vektor posisi yang kita tarik dari O sampai P . Vektor posisi ini kita tuliskan sebagai $\vec{r}(P)$.

Vektor posisi suatu titik sekarang kita tuliskan sebagai \vec{r} .

Pangkal vektor posisi \vec{r} haruslah selalu pada titik asal 0. Vektor posisi \vec{r} ini ditentukan oleh jarak titik asal 0, dan sudut antara vektor posisi dengan sumbu X.

VEKTOR SATUAN DAN BESAR VEKTOR

Harga besaran suatu vektor sembarang \vec{a} disebut *besar* vektor tersebut, dan kita nyatakan sebagai $|\vec{a}|$.

Agar lebih sederhana, besar suatu vektor \vec{a} kita tuliskan sebagai a , tanpa anak panah. Jadi $a = |\vec{a}| = \text{besar vektor } \vec{a}$. Bila suatu vektor \vec{a} kita bagi dengan besarnya, yaitu a , kita akan dapatkan sebuah vektor dengan panjang satu, yaitu satu satuan besaran fisis yang dinyatakan vektor oleh tersebut. Vektor ini kita sebut *vektor satuan* untuk arah \vec{a} . Vektor satuan untuk \vec{a} kita tuliskan sebagai \hat{a} .

$$\text{Jadi, } \hat{a} = \frac{\vec{a}}{a} \quad (3.1.a)$$

Jelas bahwa besar vektor satuan sudah diketahui, yaitu sama dengan satu, vektor satuan digunakan untuk menyatakan arah saja. Bila kita gunakan sistem koordinat tegak, yang juga disebut koordinat kartesian, arah sumbu X+ dinyatakan dengan vektor satuan \hat{i} , arah sumbu Y+ dinyatakan dengan vektor satuan \hat{j} , dan arah sumbu Z+ dengan vektor satuan \hat{k} .

Sebuah vektor satuan dengan besar b berarah sumbu X+ dapat ditulis sebagai $\vec{b} = ib$. Jelas bahwa besar vektor ini adalah

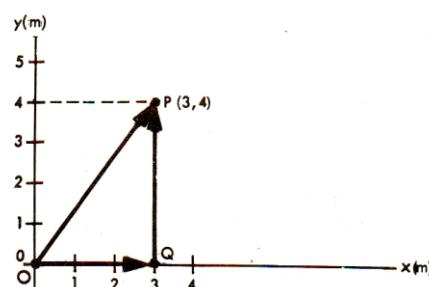
$$|\vec{b}| = |\hat{i}b| = |\hat{i}|b = (1)b = b \quad (3.1.b)$$

Besar vektor adalah panjang sebuah vektor, dan dilambangkan dengan kurung mutlak, misal besar vektor A adalah $|A|$. Dengan menggunakan dalil Pythagoras panjang vektor untuk tiga dimensi yaitu

$$|A| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.2)$$

Bentuk ini dapat diperluas untuk vektor dimensi- n (R^n).

JUMLAH VEKTOR



Gambar 3.2 Vektor $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QP}$.

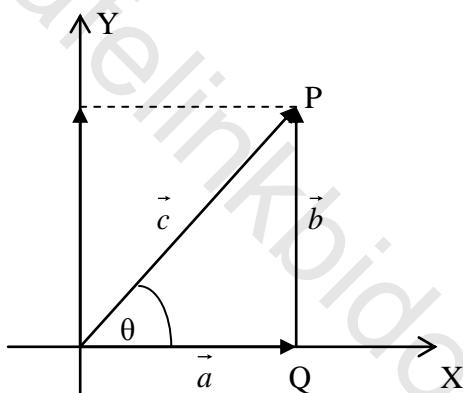
Marilah kita tinjau kembali vektor posisi suatu titik P. Koordinat titik P yaitu (3,4) juga dapat kita capai sebagai berikut. Dari titik asal O, kita berpindah sepanjang sumbu X+ hingga sampai di Q. Selanjutnya dari Q kita berpindah ke arah sumbu Y+ sejauh 4 m. Perpindahan dari O ke Q dapat kita nyatakan dengan vektor perpindahan $O\vec{Q}$, dan perpindahan dari Q ke P kita nyatakan dengan vektor perpindahan \vec{QP} . Perpindahan OQP secara

matematis dapat kita nyatakan sebagai jumlah vektor perpindahan \vec{OQ} dengan vektor perpindahan \vec{QP} . Karena hasil perpindahan OQP sama dengan vektor perpindahan \vec{OP} , ini dapat dituliskan

$$\vec{OP} = \vec{OQ} + \vec{QP}$$

Sekarang mari kita tuliskan $\vec{OP} = \vec{c}$, $\vec{OQ} = \vec{a}$, dan $\vec{QP} = \vec{b}$.

Vektor \vec{a} dan \vec{b} dapat dilukiskan seperti pada gambar berikut:



Gambar 3.2.1 vektor bagian

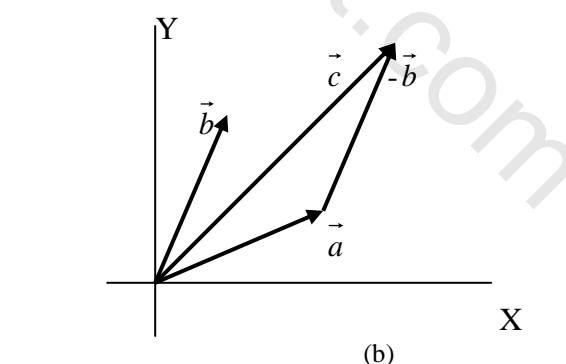
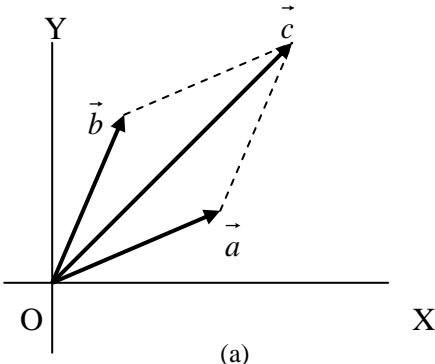
Jumlah vektor $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ mempunyai panjang dan arah diagonal segi empat yang terbentuk oleh vektor \vec{a} dan \vec{b} .

Dari gambar di atas dapat kita ketahui juga bahwa \vec{a} merupakan proyeksi \vec{c} pada sumbu X dan \vec{b} merupakan proyeksi \vec{c} pada sumbu Y maka:

$$\vec{a} = \vec{c} \cos \theta \quad (3.3.1)$$

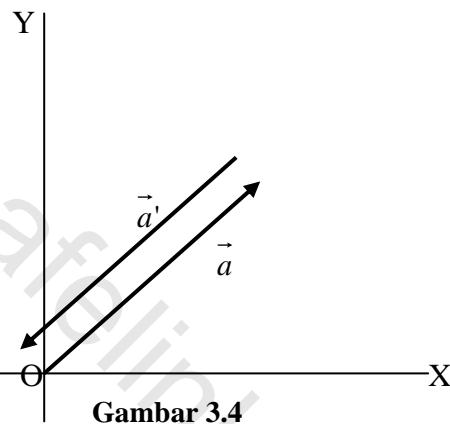
$$\vec{b} = \vec{c} \sin \theta \quad (3.3.2)$$

Dapat ditunjukkan bahwa pernyataan di atas berlaku lebih umum lagi, yaitu untuk vektor \vec{a} dan \vec{b} yang berarah sembarang. Ini ditunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 3.3 (a) vektor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ sebagai diagonal parallelogram yang dibentuk dari \vec{a} dan \vec{b} .
 (b) vektor $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ dibentuk dengan menyambungkan vektor \vec{b} pada ujung vektor \vec{a} .

Misalkan kita jumlahkan dua vektor \vec{a} dan \vec{a}' dan kita peroleh vektor posisi titik acuan 0, kita dapat tuliskan $\vec{a} + \vec{a}' = 0$. Ini ditunjukkan pada gambar berikut:



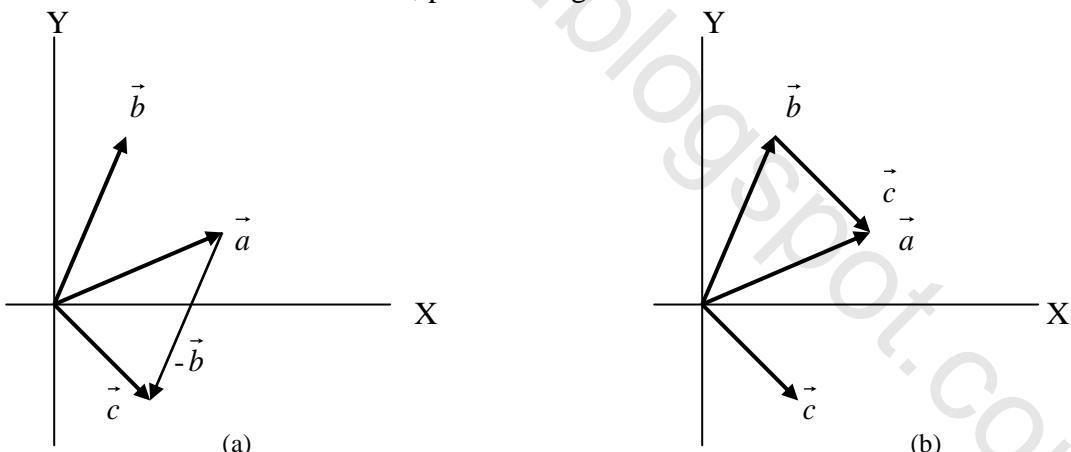
Dari persamaan di atas nyata bahwa
 $\vec{a}' = -\vec{a}$

Vektor \vec{a}' mempunyai besar sama dengan Vektor \vec{a} , akan tetapi arahnya berlawanan dengan arah vektor \vec{a} (180°)
Vektor \vec{a}' disebut *vektor lawan* dari vektor \vec{a} .

SELISIH VEKTOR

Misalkan kita mempunyai dua vektor \vec{a} dan \vec{b} . Bagaimana kita dapat memperoleh selisih vektor $\vec{a} - \vec{b}$? Misalkan selisih vektor di atas kita nyatakan sebagai \vec{c} , jadi $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

Untuk menentukan ini, perhatikan gambar B-6.



Gambar 3.5

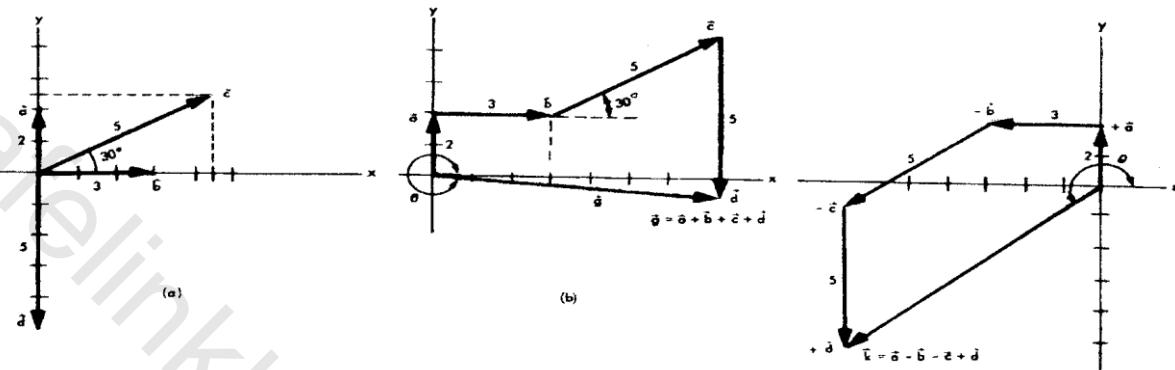
$$(a) \vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

(b) vektor $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ tak lain adalah vektor yang ditarik dari ujung \vec{b} ke \vec{a} .

Dari gambar B-6 tampak bahwa vektor $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ tak lain adalah vektor yang ditarik dari ujung \vec{b} ke arah ujung \vec{a} . Bila perlu pangkal vektor \vec{c} dapat dipindahkan ke titik O

JUMLAH BEBERAPA VEKTOR

Misalkan kita mempunyai empat buah vektor yaitu \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , dan \vec{d} , seperti pada gambar B-7a.



Gambar 3.6

- (A) Vektor \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , dan \vec{d} .
- (B) Vektor $\vec{g} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$
- (C) Vektor $\vec{k} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c} + \vec{d}$

menyambung ujung vektor \vec{a} dengan pangkal vektor \vec{b} , menyambungkan ujung vektor \vec{b} dengan pangkal vektor \vec{c} , dan seterusnya. Vektor \vec{g} dapat diperoleh dengan menarik dari titik asal O ke ujung vektor terakhir (vektor \vec{d}). Besar vektor \vec{g} dapat diperoleh dengan mengukur panjang vektor \vec{g} , dan arahnya dapat ditentukan dengan mengukur sudut θ .

Dengan cara yang sama kita juga dapat menentukan vektor $\vec{k} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c} + \vec{d}$ seperti pada Gb. B-7c.

Catatan:

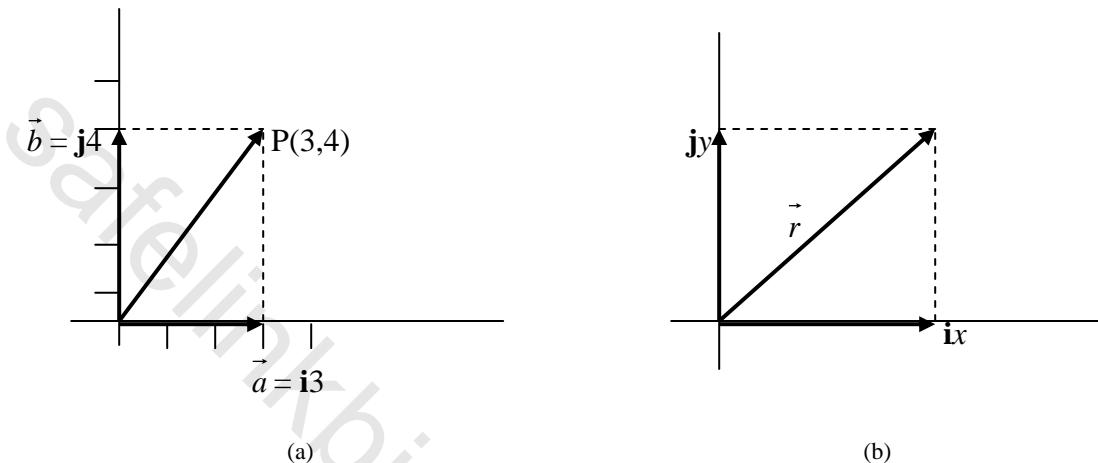
Untuk penjumlahan vektor, pangkal vektor penjumlahan diletakkan pada ujung vektor yang dijumlah, sedangkan untuk pengurangan vektor (selisih), vektor pengurang dibalik arahnya (sama dengan ujung vektor pengurang diletakkan pada ujung vektor yang dikurangi).

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$$

VEKTOR DALAM KOORDINAT KARTESIAN

Setelah tahu vektor satuan dan jumlah vektor, kita dapat membahas bagaimana menyatakan vektor dalam koordinat kartesian. Perhatikan gambar Gb. B-8.



Gambar 3.7 (a) vektor posisi untuk titik $P(3,4)$ dapat ditulis sebagai $\vec{r} = \vec{i}3 + \vec{j}4$
(b) vektor posisi titik sembarang dapat ditulis sebagai $\vec{r} = \vec{ix} + \vec{jy}$

Pada gambar di atas, tampak bahwa vektor posisi titik P , yaitu $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$. Akan tetapi arah vektor \vec{a} adalah pada arah sumbu $X+$ (tidak memiliki vektor \vec{jy}), sehingga $\vec{a} = \vec{i}3$ dan $\vec{b} = \vec{j}4$.

Vektor posisi titik P menjadi

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{a} + \vec{b} \\ \vec{r} &= \vec{i}3 + \vec{j}4\end{aligned}$$

Secara umum, vektor posisi dengan koordinat (x,y) dapat ditulis sebagai

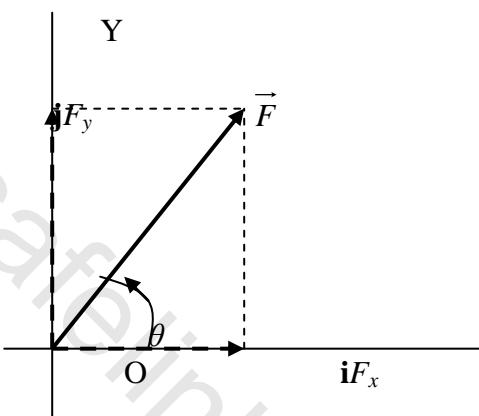
$$\vec{r} = \vec{ix} + \vec{jy} \quad (3.4)$$

Pada persamaan di atas x adalah panjang proyeksi \vec{r} pada sumbu X dan disebut komponen \vec{r} pada sumbu X, begitu juga y adalah komponen \vec{r} pada sumbu Y.

Lebih umum lagi, tiap vektor \vec{F} dapat ditulis sebagai:

$$\vec{F} = \vec{ix}F_x + \vec{jy}F_y \quad (3.5)$$

Dengan F_x komponen x vektor \vec{F} , dan F_y komponen y vektor \vec{F} . Ini ditunjukkan pada gambar berikut. Dari gambar tampak bahwa besar vektor \vec{F} adalah



Gambar 3.8 Vektor \vec{F} .

Perhatikan vektor \vec{F} !

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Arah vektor \vec{F} , yaitu sudut θ , dapat dihitung dari

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Sebagai contoh, misalkan vektor

$$X \quad \vec{F} = i3 + j4$$

Komponen x vektor \vec{F} , $F_x = 3$

Komponen y vektor \vec{F} , $F_y = 4$

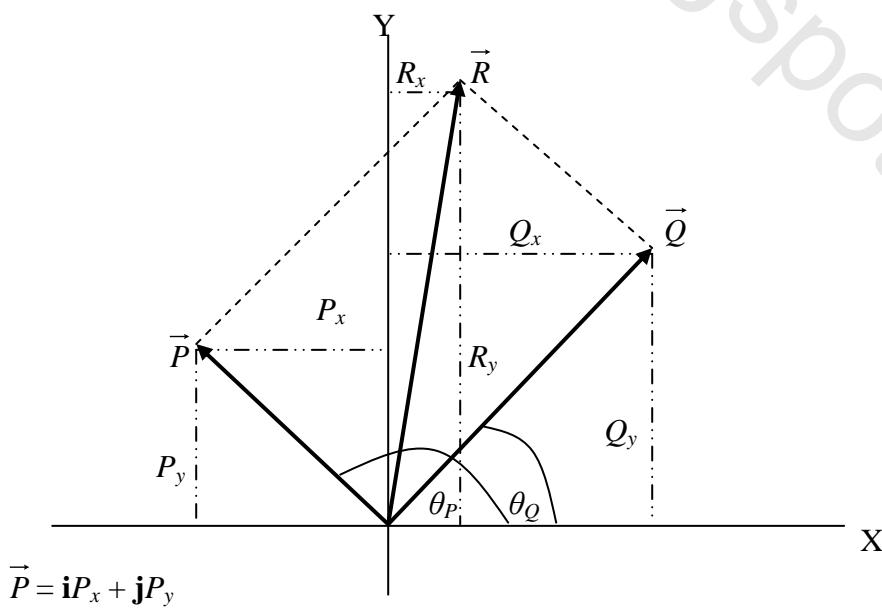
$$\text{Besar vektor } \vec{F} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Arah vektor \vec{F} membuat sudut $\theta = \tan^{-1} \frac{3}{4} = 36,87^\circ$ dari sumbu X+.

PENJUMLAHAN VEKTOR DALAM KOORDINAT KARTESIAN

Untuk vektor \vec{P} dan \vec{Q} yang tidak sejajar sumbu X maupun sumbu Y, dapat dijumlahkan dengan menentukan terlebih dahulu komponen vektornya (komponen i_x dan komponen j_y) masing-masing. Perhatikan gambar berikut.

Misal untuk $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$, dengan besar dan arah \vec{P} dan \vec{Q} diketahui, maka \vec{R} :



$$\vec{P} = iP_x + jP_y$$

$$\vec{Q} = iQ_x + jQ_y$$

Gambar 3.9 Vektor resultan.

Dimana :

$$\begin{aligned} P_x &= P \cos \theta_P \\ P_y &= P \sin \theta_P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_x &= Q \cos \theta_Q \\ Q_y &= Q \sin \theta_Q \end{aligned}$$

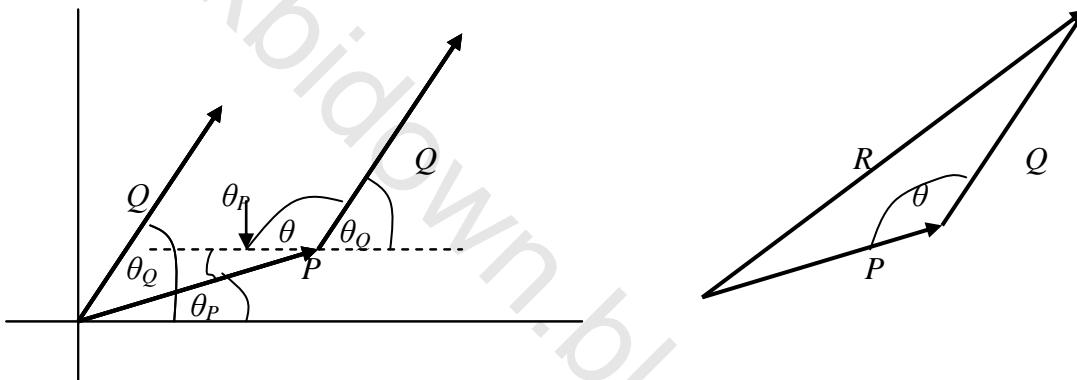
karena $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$, maka \vec{R} :

$$R_x = \sqrt{P_x^2 + Q_x^2} \quad (3.6)$$

$$R_y = \sqrt{P_y^2 + Q_y^2} \quad (3.7)$$

$$\text{sehingga } R = \mathbf{i} \sqrt{P_x^2 + Q_x^2} + \mathbf{j} \sqrt{P_y^2 + Q_y^2} \quad (3.8)$$

Untuk sistem dua vektor, resultan gaya dapat dihitung dengan rumus trigonometri. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.10 Vektor \vec{R} .

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos \theta \quad (3.9)$$

$$\text{Dengan } \theta = 180 + \theta_P - \theta_Q$$

VEKTOR DALAM KOORDINAT POLAR

Pada Gambar 3.8 kita juga dapat vektor \vec{F} dengan menuliskan besar vektor \vec{F} , yaitu F , dan arah vektor, yaitu sudut θ .

$$\vec{F} = F \angle \theta. \quad (3.10)$$

pernyataan seperti ini disebut *deskripsi polar* untuk vektor \vec{F} .

Cara menyatakan vektor sebagai

$$\vec{F} = \mathbf{i} F_x + \mathbf{j} F_y \quad (3.11)$$

disebut *deskripsi Kartesius*.

Hubungan antara kedua deskripsi ini adalah sebagai berikut

$$F_x = F \cos \theta \text{ dan } F_y = F \sin \theta. \quad (3.12)$$

PERKALIAN VEKTOR

Perkalian vektor ada tiga jenis, yaitu perkalian vektor dengan skalar, perkalian titik (*dot product*), dan perkalian silang (*cross product*). Kedua yang disebut belakangan merupakan perkalian vektor dengan vektor. Sebelumnya kita tuliskan vektor (misal

vektor \mathbf{A}) dalam bentuk matriks satu kolom, $\mathbf{A} = a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}} + c\hat{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

Misalkan vektor $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ dan suatu skalar k , maka:

$$\mathbf{A} \cdot k = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} k = \begin{pmatrix} a \cdot k \\ b \cdot k \\ c \cdot k \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Misalkan lagi terdapat vektor $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$ dan $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$, maka perkalian titik didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = |\mathbf{A} \parallel \mathbf{B}| \cos \theta \quad (3.14)$$

Dengan θ merupakan sudut antara vektor \mathbf{A} dan \mathbf{B} . Hasil dari perkalian titik merupakan skalar. Adapun nilainya adalah:

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = (a_1 \quad b_1 \quad c_1) \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = (a_1 \cdot a_2) + (b_1 \cdot b_2) + (c_1 \cdot c_2) \quad (3.15)$$

Perkalian silang (cross product) didefinisikan sebagai

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = |\mathbf{A} \parallel \mathbf{B}| \sin \theta \quad (3.16)$$

Dengan θ merupakan sudut antara vektor \mathbf{A} dan \mathbf{B} . Hasil dari perkalian silang merupakan vektor. Adapun nilainya dapat dicari dengan metode Sarrus dalam matriks yaitu:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = (b_1.c_2 - b_2.c_1)\hat{\mathbf{i}} + (c_1.a_2 - c_2.a_1)\hat{\mathbf{j}} + (a_1.b_2 - a_2.b_1)\hat{\mathbf{k}} \quad (3.17)$$

Adapun sudut yang diapit oleh dua vektor dapat kita cari dengan persamaan 3.13, yaitu:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}}{|\mathbf{A}||\mathbf{B}|} \quad (3.18)$$

Contoh:

Diketahui vektor $\mathbf{A} = 2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ dan $\mathbf{B} = 3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$, tentukanlah:

- $A \bullet B$
- $A \times B$
- Sudut yang diapit kedua vektor (θ)

Penyelesaian:

$$|A| = \sqrt{21}$$

$$|B| = \sqrt{29}$$

$$A \bullet B = (2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}) \bullet (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}) = 6 + 16 + 2 = 24$$

$$\begin{aligned} A \times B &= (2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}) \times (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}) \\ &= (4.2 - 4.1)\hat{\mathbf{i}} + (1.3 - 2.2)\hat{\mathbf{j}} + (3.4 - 4.4)\hat{\mathbf{k}} = (4\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - 4\hat{\mathbf{k}}) \end{aligned}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}}{|\mathbf{A}||\mathbf{B}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{24}{\sqrt{21}\sqrt{29}} = 13,46^\circ$$

3.2. GERAK PADA BIDANG

GERAK LURUS

Gerak lurus dapat kita bagi menjadi gerak lurus beraturan (GLB) dan gerak lurus berubah beraturan. Dalam gerak lurus beraturan berarti kecepatan dalam suatu lintasan lurus partikel tetap, sehingga pada sembarang selang waktu yang dipilih, ds/dt bernilai konstan.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (3.19)$$

Gerak lurus berubah beraturan adalah gerak partikel pada lintasan lurus dengan perubahan kecepatan yang teratur terhadap waktu, sehingga ds/dt pada selang waktu yang berbeda juga berbeda. Perubahan kecepatan terhadap waktu disebut dengan percepatan. Jadi definisi dari percepatan adalah:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (3.20)$$

Sehingga perubahan kecepatan dalam selang waktu $t = dt$ ialah:

$$dv = at \quad (3.21)$$

Fungsi perubahan kecepatan ini memenuhi deret aritmatika yang dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} v_t &= v_0 + dv \\ v_t &= v_0 + at \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\sum_{t=0}^t v_t = (V_0) + (v_0 + a) + (v_0 + 2a) + (v_0 + 3a) + \dots + (v_0 + at)$$

Persamaan 3.20 dan 3.22 merupakan persamaan mendasar dalam GLBB, karena semua persamaan lain diturunkan dari persamaan ini. Dengan menggunakan sifat deret aritmatika maka kecepatan rerata sama dengan suku tengah dari barisan di atas dari selang $dt = 0$ hingga $dt = t$. akhirnya kita dapatkan

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} \quad (3.23)$$

Karena gerak beraturan, maka percepatan tetap. Dari persamaan-persamaan di atas dapat kita turunkan persamaan baru yaitu:

$$\begin{aligned}
 s &= \bar{v} t \\
 s &= \frac{v_0 + v_t}{2} t \\
 s &= \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t \\
 s &= v_0 t + \frac{1}{2} at^2
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Dari persamaan ini kita turunkan lagi untuk mencari v_t dengan variabel s , yaitu:

$$\begin{aligned}
 v_t &= v_0 + at \\
 v_t^2 &= v_0^2 + 2v_0 at + a^2 t^2 \\
 v_t^2 &= v_0^2 + 2a \left(v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \right)
 \end{aligned}$$

Mengingat persamaan 3.24 didapatkan

$$v_t^2 = v_0^2 + 2as \tag{3.25}$$

Demikian persamaan-persamaan dalam GLBB tadi dapat kita rangkumkan menjadi:

$$\begin{aligned}
 \Delta s &= \bar{v} t \quad \text{dengan } \bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} \\
 \Delta s &= v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \text{atau} \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\
 v_t &= v_0 + at \\
 v_t^2 &= v_0^2 + 2a(s - s_0)
 \end{aligned}$$

GERAK VERTIKAL

Pada dasarnya gerak vertikal juga merupakan gerak lurus, hanya kekhususannya ialah percepatan pada gerak vertikal merupakan percepatan gravitasi. Misalkan sebuah benda dilepas dari suatu ketinggian, maka benda itu akan jatuh ke Bumi dengan arah selalu menuju ke pusat Bumi. Gerak ini disebut gerak jatuh bebas. Gerak benda yang jatuh bebas adalah gerak lurus berubah beraturan (GLBB) dengan percepatan sebesar g .

Bila suatu benda dilepaskan dari ketinggian h dan friksi udara diabaikan, maka waktu yang dibutuhkan benda itu untuk sampai ke tanah :

$$v = \frac{dh}{dt}; \text{ sedangkan } v = at, \text{ sehingga}$$

$$dh = at dt$$

$$h = \frac{1}{2} at^2$$

Dengan mengambil $dh = h$ didapatkan

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (3.26)$$

KECEPATAN RATA-RATA, KECEPATAN SESAAT DAN PERCEPATAN SESAAT DALAM GLB, GLBB DAN GLBTB

Dalam GLBB, terdapat perubahan kecepatan (percepatan) yang teratur, dalam artian perubahan kecepatan per satuan waktu konstan, ($a = \text{konstan}$), sedangkan dalam GLB tidak terdapat perubahan kecepatan sehingga $a = 0$. Jika digambarkan dalam koordinat kartesian dengan sumbu X mewakili waktu dan sumbu Y mewakili jarak, kurva perubahan waktu terhadap jarak mewakili kecepatan, yang nilainya sama dengan gradien (kemiringan) garis.

$$v = m = \frac{y(s)}{x(t)} \quad (3.27)$$

Pada GLBB, fungsi jarak dan waktu memberikan hasil berupa kurva, dengan kecepatan dalam suatu nilai waktu dapat dicari dengan fungsi turunan.

Jika kita menggambar kembali koordinat kartesian dengan mengganti sumbu Y mewakili kecepatan, maka dalam GLB gradien garisnya = 0, mengingat percepatan adalah kecepatan/waktu (y/x) jelas pula bahwa gradien garis merupakan percepatan benda. Berbeda dengan GLBB, gradien garis tidak nol, sehingga percepatan juga tidak nol sehingga dapat dinyatakan dalam

$$a = m = \frac{y(v)}{x(t)} \quad (3.28)$$

Dalam GLBB, kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai kecepatan konstan yang sebanding dengan kecepatan berubah dalam menempuh jarak yang sama dengan waktu yang sama. Jadi, kita membandingkan suatu gerak dipercepat dengan gerak konstan yang setara, sehingga dapat kita tuliskan dalam bentuk:

$$\bar{v} = \frac{\sum s}{\sum t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots + v_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} \quad (3.29)$$

Misal seekor lalat (sebut namanya Lala) bergerak dengan kecepatan 1 m/s selama 3 detik dan setelah itu bergerak dengan kecepatan 2 m/s selama 2 detik dengan lintasan yang tidak berubah. Kita dapatkan selama lima detik itu Lala telah berpindah 7 meter. Ternyata ada lalat lain (sebut namanya Lulu) bergerak dengan kecepatan $7/5$ m/s juga selama 5 detik, maka jarak yang ditempuhnya selama 5 detik itu juga 7 meter. Jadi pergerakan mereka setara, dalam waktu 5 detik Lala dan Lulu sama-sama menempuh jarak 7 meter, ini artinya kecepatan berubah Lala sebanding dengan kecepatan konstan Lulu, dengan kata lain kecepatan rata-rata Lala = $7/5$ m/s.

Dalam GLBB tentunya kecepatan selalu berubah tiap detik, bahkan tiap mili detik atau lebih kecil lagi. Jadi tiap $t = n$, benda yang bergerak itu memiliki kecepatan yang berbeda. Dengan mengingat definisi kecepatan $v = ds/dt$, maka dalam persamaan diferensial (ingat definisi turunan adalah fungsi x dalam rentang

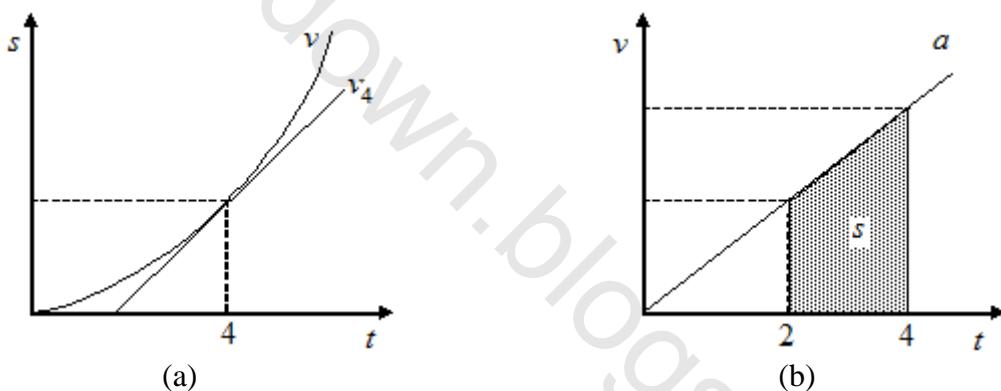
yang sangat kecil, $\Delta x \rightarrow 0$) terdapat hubungan yang digunakan untuk kecepatan sesaat

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (3.30)$$

Sekali lagi kita perhatikan bahwa $a = dv/dt$, maka percepatan sesaat dirumuskan dengan:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (3.31)$$

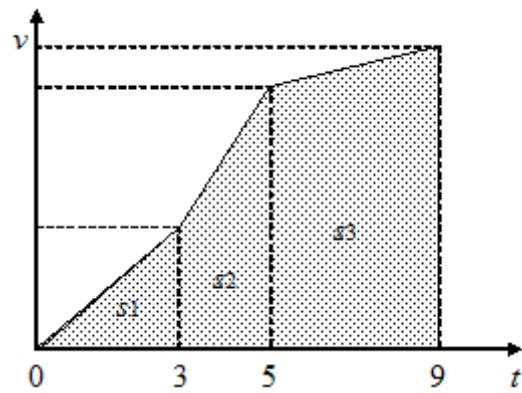
Misal posisi partikel dinyatakan dalam fungsi $s(t) = 4t^2 + 2t + 6$, maka kecepatan partikel dinyatakan dalam $v(t) = 8t + 2$, sehingga saat $t = 2$, $v(2) = 8(2) + 2 = 18 \text{ ms}^{-1}$ dan percepatan $a = 8 \text{ ms}^{-2}$.



Gambar 3.11 (a) kecepatan sesaat pada $t = 4$ (v_4) merupakan turunan dari kurva kecepatan v . (b) jarak yang ditempuh oleh benda yang bergerak dipercepat dalam selang $t = 2$ hingga $t = 4$ sama dengan luas daerah dibawah kurva (yang diraster) yang memenuhi integral tertutup

$$\int_2^4 v(t) dt .$$

Kebanyakan gerak yang berlangsung dalam kehidupan sehari-hari kita bukanlah gerak berubah beraturan, seperti gerak Lala tadi. Mobil bergerak dipercepat dari keadaan diam, kemudian saat kecepatan sudah cukup tinggi kecepatan menjadi konstan dan ketika lampu lalu lintas berwarna merah mobil harus direm, diperlambat sampai berhenti. Bagaimana kita menyelesaikan model gerak semacam ini? Tentu saja kita dapat menganalisisnya dengan membagi-baginya tiap satuan waktu, dimana kecepatan berubah tidak beraturan. Perhatikan gambar di belakang. Misalkan pergerakan Lili (temannya Lala dan Lulu) kita gambarkan dalam grafik, Jarak yang ditempuh Lili merupakan luas daerah yang diraster, sehingga dapat kita hitung dengan membaginya menjadi tiga bagian.

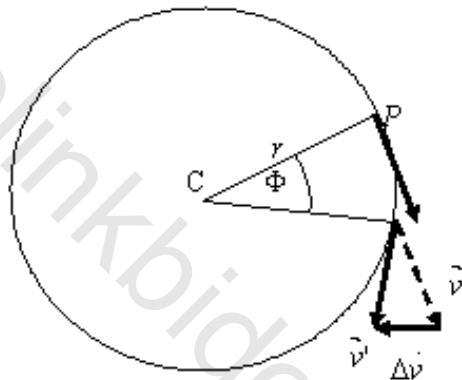


Gambar 3.12 Jarak yang ditempuh Lili merupakan luas daerah yang dibatasi kurva. Luas daerah ini dapat dicari dengan metode integral atau metode polygon, dengan membagi luasan menjadi tiga bagian.

Gerak berubah tidak beraturan tadi memiliki perubahan yang terputus-putus, yang perubahannya kita nyatakan dalam selang. Jika perubahannya kontinu biasa dituliskan dalam persamaan posisi orde 3 atau lebih.

3.3. GERAK MELINGKAR

Suatu partikel yang bergerak pada suatu lingkaran dengan laju tetap mempunyai percepatan. Meskipun laju, yaitu besar vektor kecepatan sesaat, adalah tetap, akan tetapi vektor kecepatan berubah arah terus menerus, sehingga gerak lingkar beraturan, yaitu dengan laju tetap, adalah suatu gerak dipercepat. Jika laju suatu gerak partikel adalah v , kita ingin menentukan berapa percepatan a untuk gerak lingkar beraturan ini. Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 3.13 kecepatan linier \vec{v} dan \vec{v}' .

Sebuah partikel melakukan gerak lingkar. Pada saat t partikel berada pada titik P dan vektor kecepatan dinyatakan oleh \vec{v} . Beberapa saat kemudian, pada saat $t + \Delta t$, partikel sudah berada pada titik P' , dimana vektor kecepatan dinyatakan oleh \vec{v}' . Perhatikan arah vektor kecepatan pada setiap saat adalah sepanjang garis singgung lingkaran pada arah gerak partikel. karena laju adalah tetap (gerak lingkar beraturan),

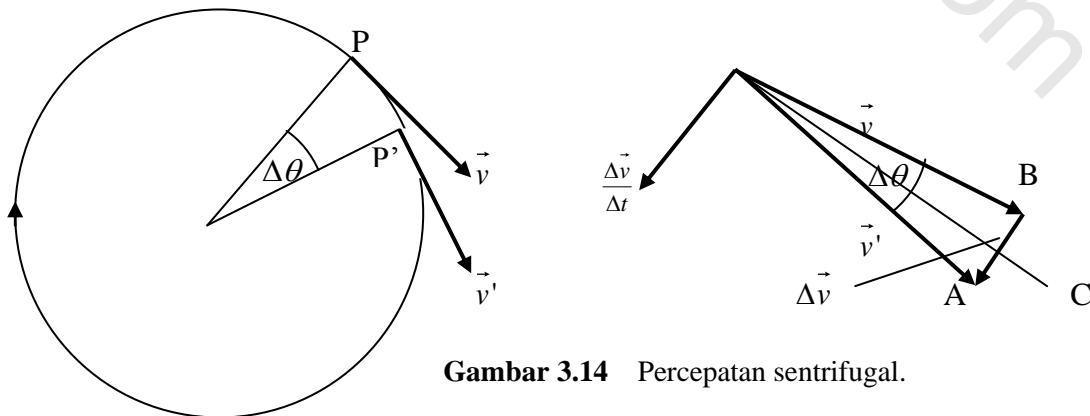
perubahan vektor kecepatan dinyatakan oleh $\vec{\Delta v} = \vec{v}' - \vec{v}$, sehingga percepatan rata-rata dalam selang waktu Δt diberikan oleh

$$\bar{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t} \quad (3.32)$$

dan arah percepatan rata-rata adalah sama dengan arah $\vec{\Delta v}$, karena pembaginya, yaitu Δt , adalah suatu skalar.

Untuk menghitung percepatan sesaat, selang waktu Δt kita buat sangat kecil, yaitu $\Delta t \rightarrow 0$; artinya titik P' pada gambar di atas kita buat mendekati titik P . Pada gambar di bawah ditunjukkan apa yang terjadi jika P' dibuat mendekati titik P ,

artinya Δt diperkecil. tampak bahwa $\vec{\Delta v}$ juga menjadi kecil, akan tetapi $\bar{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$ tetap besar, dan arahnya adalah sama dengan arah $\vec{\Delta v}$.



Gambar 3.14 Percepatan sentrifugal.

Besar vektor $\vec{\Delta v}$, yaitu $|\vec{\Delta v}|$, dapat dihitung dari segitiga PAB,

$$|\vec{\Delta v}| = 2v \sin \frac{\Delta\theta}{2} \quad (3.33)$$

Jika Δt dibuat sangat kecil, maka sudut $\Delta\theta$ juga menjadi sangat kecil, sehingga kita dapat mempergunakan hubungan $\sin \frac{\Delta\theta}{2} \approx \frac{\Delta\theta}{2}$.

Dan persamaan di atas dapat ditulis sebagai :

$$\vec{\Delta v} = 2v \sin \frac{\Delta\theta}{2} = v\Delta\theta \quad (3.34)$$

Disini sudut $\Delta\theta$ dalam satuan radial.

Busur PP' mempunyai panjang Δs , dengan

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

$$\text{atau } \Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad (3.35)$$

Untuk $\Delta\theta$ yang sangat kecil kita selalu dapat tuliskan

$$\Delta s = v \Delta\theta$$

Dari persamaan tadi kita peroleh untuk $\Delta\theta \rightarrow 0$

$$|\vec{v}| = \frac{v\Delta s}{r} = \frac{v(v\Delta\theta)}{r} = \frac{v^2}{r}\Delta\theta \quad (3.36)$$

Akibatnya besar percepatan sesaat \vec{a} yang kita tuliskan sebagai a , diberikan oleh :

$$a = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta\theta \rightarrow 0}} \frac{|\vec{\Delta v}|}{\Delta t} = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta\theta \rightarrow 0}} \frac{v^2}{r} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \quad (3.37)$$

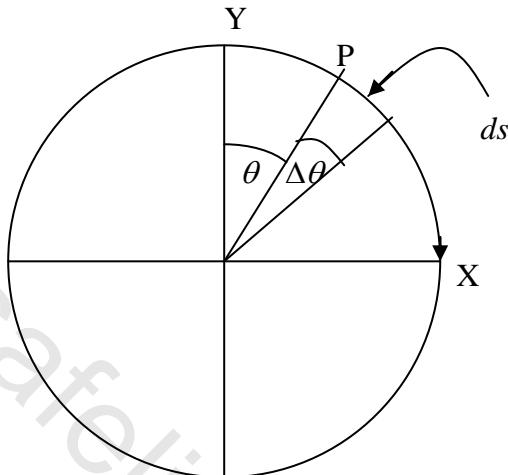
Arah vektor percepatan sesaat diberikan oleh $\vec{\Delta v}$. Jika $\Delta\theta$ dibuat sangat kecil maka arah $\vec{\Delta v}$ akan tegak lurus arah garis singgung lingkaran pada titik P. Jadi arah percepatan menuju pusat atau arah *sentripetal*, sehingga pada gerak melingkar beraturan disebut *percepatan sentripetal*.

Jadi kesimpulan kita adalah untuk gerak melingkar beraturan (GMB) dengan laju v , vektor percepatan sesaat diberikan oleh :

$$\vec{a}_s = -\frac{v^2}{r} \hat{a}_r \quad (3.38)$$

dengan \hat{a}_r adalah vektor satuan pada arah radial keluar atau menjauhi pusat. Tanda negatif pada persamaan di atas menunjukkan bahwa percepatan sentripetal \vec{a}_s mempunyai arah menuju pusat lingkaran.

Dalam gerak lingkar jarak partikel pada suatu saat terhadap pusat lingkaran adalah tetap dan sama dengan jejari lingkaran. Akibatnya posisi benda terhadap titik pusat lingkaran cukup dinyatakan oleh sudut θ , seperti ditunjukkan pada gambar di bawah berikut. Panjang busur ds dapat dinyatakan



Gambar 3.15

sebagai $ds = r d\theta$ sehingga

$$\Delta\theta v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$\frac{d\theta}{dt}$ adalah kecepatan sudut, yang

dinyatakan oleh satuan ω . Satuan dari kecepatan sudut adalah radian/detik. Jadi persamaan tadi dapat ditulis sebagai :

$$v = r\omega$$

Waktu yang diperlukan dalam GMB untuk menempuh satu putaran disebut *periode* putaran, dan dinyatakan dengan T .

Besaran lain yang sering digunakan dalam GMB adalah berapa kali partikel mengelilingi lingkaran dalam satuan waktu, atau berapa revolusi yang dilakukan partikel per satuan waktu. Besaran ini disebut *frekuensi*, yang dinyatakan dengan f . Satuan frekuensi adalah Hertz (*cycle per second [cps]*).

Seringkali frekuensi dinyatakan dalam rpm, yaitu *revolution per minute*. Jelas bahwa frekuensi dapat diperoleh dari periode, taitu dari $f = \frac{1}{T}$. Jika misalnya ada lima putaran per detik, maka berarti waktu yang diperlukan untuk melakukan satu putaran adalah 1/5 detik.

Hubungan lain antara ω dan T . Dalam waktu satu periode, partikel melakukan satu putaran berarti menempuh sudut $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$. Karena kecepatan sudut ω adalah tetap, maka $\omega = \frac{2\pi}{T}$ atau $\omega = 2\pi f$. Akhirnya kita dapat menyatakan percepatan sentripetal \vec{a}_s sebagai :

$$\vec{a}_s = -\frac{v^2}{r} \vec{a}_r = -\omega^2 r \vec{a}_r \quad (3.39)$$

RUMUS DASAR GERAK MELINGKAR

- * Periode dan frekuensi

Periode adalah selang waktu yang diperlukan oleh suatu partikel untuk menempuh satu putaran penuh.

Frekuensi adalah banyaknya putaran yang dilakukan dalam satu sekon

$$f = \frac{1}{T} \quad f \quad = \text{frekuensi (Hz)}$$

$$T \quad = \text{periode (sekon)}$$

- * Kelajuan linier

Kelajuan linier (v) adalah hasil bagi panjang lintasan linier yang ditempuh dengan selang waktu tempuhnya.

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{dengan } R \text{ jari-jari lintasan} \quad (3.40)$$

- * Kecepatan sudut (ω)

Kecepatan sudut adalah hasil bagi sudut pusat yang ditempuh dengan selang waktu tempuhnya.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.41)$$

- * Percepatan sudut (α)

Percepatan sudut adalah perubahan kecepatan sudut tiap selang waktu.

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{a}{R} \quad (3.42)$$

- * Percepatan sentripetal

Perubahan arah vektor kecepatan pada gerak melingkar akan menimbulkan suatu percepatan yang arahnya selalu menuju pusat lingkaran, yang disebut dengan percepatan sentripetal.

$$a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (3.43)$$

- * Fungsi kecepatan sudut sesaat dan percepatan sudut sesaat dapat diturunkan dari fungsi posisi, yaitu

$$\omega = \theta \frac{d}{dt} \quad (3.44)$$

$$\alpha = \omega \frac{d}{dt} \quad (3.45)$$

3.3. ANALISIS GERAK PARABOLA DALAM KINEMATIKA

Di buku-buku fisika banyak terdapat rumus-rumus praktis dalam menyelesaikan persoalan gerak, namun makin banyak rumus yang dihapalkan, makin banyak pula yang dilupakan, oleh karena itu baiknya kita menghafal formula dasar saja dan memahami definisinya sehingga kita dapat menurunkan persamaan-persamaan lainnya.

Misalkan untuk gerak parabola. Suatu bola dengan kecepatan awal v_0 dan arah θ dari sumbu X. Dapat kita peroleh kelajuan pada sumbu X-nya adalah $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ dan kelajuan pada sumbu Y-nya adalah $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ (persamaan 3.3.1 dan 3.3.2). Pada sumbu Y (vertikal) terdapat percepatan (perlambatan) sebesar g , sedangkan pada sumbu X tidak ada. Pada ketinggian maksimum tentunya $v_{0y} = 0$, sehingga dapat kita gunakan persamaan

$$v_y'^2 = v_{0y}^2 + 2gh_{\max} \quad (3.46)$$

Dengan h_{\max} ketinggian maksimum dan $v_y' = 0$, sehingga didapatkan

$$h_{\max} = -\frac{v_{0y}^2}{2g} = -\frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad (3.47)$$

Untuk mencari waktu yang diperlukan dari titik 0 hingga tinggi maksimum kita gunakan rumus

$$h = v_{y1}' t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.48)$$

Menggunakan sifat simetri parabola dengan mengabaikan hambatan udara (sebelah kiri tinggi maksimum sama dengan sebelah kanan tinggi maksimum) kita ambil v_{y1}' kecepatan saat tinggi maksimum = 0, sehingga menghilangkan suku pertama ruas kanan, namun ingat karena kita membalik peninjauan maka g menjadi positif, sehingga menjadi:

$$t^2 = \frac{2h_{\max}}{|g|}$$

Waktu di atas hanyalah waktu dari keadaan 0 ke titik tertinggi atau dari titik tertinggi sampai keadaan akhir, sehingga waktu total, t_{tot} :

$$t_{tot} = 2t = \sqrt{\frac{8h_{\max}}{|g|}} \quad (3.49)$$

Akhirnya kita peroleh jarak terjauh

$$s_{\max} = v_{0x} t_{tot}$$

$$s_{\max} = v_0 \cos\theta \sqrt{\frac{8v_0^2 \sin 2\theta}{2|g|^2}} = \frac{v_0^2 2\sin\theta\cos\theta}{|g|}$$

Mengingat $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$, maka:

$$s_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{|g|} \quad (3.50)$$

Cara lainnya:

Kita hitung kecepatan terhadap sumbu Y rata-rata, yaitu:

$$\bar{v}_y = \frac{v_{0y} + v_y'}{2} = \frac{v_{0y}}{2}$$

Sehingga $t = \frac{h}{\bar{v}_y} = \frac{2h}{v_{0y}}$, t ini juga hanya waktu dari ketinggian maksimum

hingga ke tanah, sehingga

$$t_{tot} = 2t = \frac{4h}{v_{0y}}$$

Akhirnya kita dapatkan kembali hasil akhir yang sama.

$$s_{\max} = v_{0x} t_{tot}$$

$$s_{\max} = \frac{v_{0x} 4h}{v_{0y}} = \frac{v_0 \cos\theta}{v_0 \sin\theta} \frac{4v_0^2 \sin^2 \theta}{2(-g)} = \frac{v_0^2 2\sin\theta\cos\theta}{|g|}$$

Jadi, banyak jalan untuk menyelesaikan suatu problem.

3.4. GRAVITASI

PERCEPATAN GRAVITASI

Secara umum, benda tertarik ke Bumi (atau sembarang benda) dipengaruhi oleh massa. Massa ini adalah massa total sistem dua benda. Gerak ini bukanlah akibat suatu sentuhan, melainkan tanpa sentuhan, yang kita sebut dengan medan. Medan gravitasi dinyatakan dengan:

$$\phi = \frac{GM}{r} \quad (3.51)$$

Percepatan benda jatuh ini merupakan intensitas dari medan gravitasi, yang mana makin jauh jarak makin kecil pula intensitas gravitasinya. Percepatan ini dinamakan percepatan gravitasi, dan karena arahnya selalu tarik menarik maka:

$$g = -\frac{GM}{r^2} \quad (3.52.a)$$

Pada sistem dua benda, percepatan jatuhnya dapat dihitung dengan rumus

$$g = -\frac{G(M+m)}{(R+h)^2} \quad (3.52.b)$$

dengan G adalah konstanta gravitasi umum, M adalah massa benda 1, m adalah massa benda 2, r adalah jari-jari benda 1 dan h adalah jarak dari permukaan benda 1 dan pusat benda 2. Untuk sistem Bumi-benda, massa benda sangat kecil jika dibanding dengan massa Bumi, sehingga rumusnya dapat disederhanakan menjadi :

$$g = -\frac{GM}{r^2}, \quad \text{dengan } r = R + h.$$

R adalah jari-jari rata-rata Bumi

$$R = \sqrt[3]{R_{maks}^2 \times R_{min}} \quad (3.53)$$

dimana R_{maks} adalah jari-jari di katulistiwa dan R_{min} adalah jari-jari di kutub.

percepatan gravitasi di permukaan Bumi adalah

$$g_{Bumi} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})}{(6,4 \times 10^6)^2}$$

$$g_{Bumi} = -9,8 \text{ ms}^{-2}$$

Percepatan untuk benda pada ketinggian tertentu dari permukaan Bumi adalah

$$\frac{g_B}{g_B} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \quad (3.54)$$

dengan g_B adalah percepatan gravitasi Bumi pada ketinggian h dari permukaan Bumi, g_B adalah percepatan gravitasi Bumi di permukaan ($-9,8 \text{ ms}^{-2}$).

Dapat juga dicari dengan metode diferensial dimana $g = \frac{GM}{r^2}$, sehingga:

$$dg = -\frac{2GM}{r^3} dr$$

$$dg = \frac{-2g}{r} dr$$

Dan didapatkan:

$$\frac{dg}{g} = -2 \frac{dr}{r} \quad (3.55)$$

Misal pada ketinggian 50 km, maka g akan berubah sebesar

$$\frac{dg}{g} = -2 \frac{dr}{r} = \frac{-2 \times 50}{6371} \times 100\% = -1,57\%$$

GAYA GRAVITASI

Rumus umum untuk gaya adalah

$$F = m \times a \quad (3.56)$$

Sehingga rumus untuk gaya gravitasi oleh sebuah benda dapat dituliskan sebagai berikut :

$$F = m \times g$$

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \quad (3.57)$$

Untuk M adalah massa benda yang paling dominan menghasilkan percepatan dan m adalah massa benda yang bergerak akibat percepatan gravitasi.

Gaya Sentripetal

Karena adanya percepatan sentripetal, setiap partikel yang bergerak melingkar akan mengalami suatu gaya sentripetal yang arahnya juga selalu menuju ke pusat lingkaran.

$$\begin{aligned} F_{sp} &= m \times a_{sp} \\ &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \tag{3.58}$$

ENERGI GRAVITASI

Gaya gravitasi yang timbul akibat percepatan gravitasi pastilah terjadi karena adanya energi. Energi yang muncul dari medan gravitasi disebut energi gravitasi. Dengan menggunakan formulasi

$$E = \int F dr$$

Didapatkan besarnya energi gravitasi:

$$\begin{aligned} E_g &= \int -\frac{GMm}{r^2} dr \\ E_g &= \frac{GMm}{r} \end{aligned} \tag{3.59}$$

Adapun energi potensial gravitasi dirumuskan

$$V = \frac{GM^2}{r} \tag{3.60}$$

PUSAT MASSA DAN TITIK LAGRANGE

1. Pusat massa adalah titik pusat gabungan massa dari dua buah benda yang saling mengorbit. Titik inilah yang sebenarnya dikelilingi oleh benda-benda tersebut. Jika benda 1 dan 2 saling mengorbit, letak pusat massa bila :

jarak pusat massa – benda 1 = r_1

jarak pusat massa – benda 2 = r_2

$$R_1 + R_2 = R$$

karena $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_2}{r_1}$, maka $\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_2}{r - r_2}$

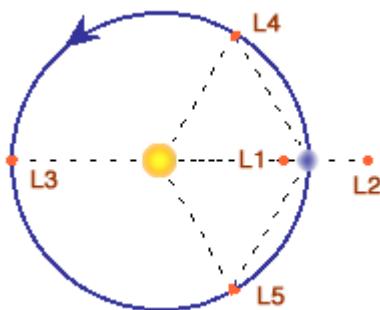
$$\frac{M_1}{M_2} = -1 + \frac{r}{r - r_2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} + 1 = \frac{r}{r - r_2} \quad (3.61)$$

$$r_2 = r - \frac{r}{\frac{M_1}{M_2} + 1}$$

$$\text{Karena } r_2 = r - r_1 \text{ maka } r_1 = \frac{r}{\frac{M_1}{M_2} + 1} \quad (3.62)$$

2. Titik Lagrange adalah titik dimana terjadi keseimbangan gaya gravitasi dari benda 1 dan benda 2, sehingga total gravitasinya adalah 0. Titik kesetimbangan ini dalam *three-body problem* terletak pada lima titik, yaitu.



Gambar 3.16 Posisi kelima titik Lagrange dalam *three-body problems*.

Jadi titik lagrange 4 dan 5 terletak pada lintasan orbit yang merupakan puncak segiiga sama sisi, sedangkan Lagrangian-1 (L_1) dan L_2 dapat dicari dengan kesamaan resultan.

jarak Lagrange 1 – benda 1 = r_1 .

jarak Lagrange 1 – benda 2 = r_2 .

$$\text{maka } \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \quad (3.63)$$

(benda 1 lebih masif dari benda 2)

Pada L_1 :

$$r_1 + r_2 = r \quad (3.64)$$

dengan mensubstitusikan nilai $r_2 = r - r_1$ didapatkan

$$\frac{r_1}{r - r_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$r_1 = r - \frac{r}{\sqrt{\frac{M_1}{M_2}} + 1} \quad (3.65)$$

Pada L_2 :

$$r_1 - r_2 = r \quad (3.66)$$

dengan mensubstitusikan nilai $r_2 = r_1 - r$ didapatkan

$$\frac{r_1}{r_1 - r} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$r_1 = \frac{r}{\sqrt{\frac{M_1}{M_2}} - 1} - r \quad (3.67)$$

Pada L_3 :

$$r_1 = 1/2 \ r_2 = r$$

Pada L_4 dan L_5 :

$$r_1 = r_2 = r$$

CONTOH

- Diketahui massa Bumi 81 kali massa Bulan. Maka jarak titik L_1 dan L_2 dari Bumi jika jarak Bumi – Bulan = r adalah....

Penyelesaian:

$$g = \frac{GM}{r^2}, \text{ maka } r = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

$$\frac{r_{BL}}{r_B} = \sqrt{\frac{M_{BL}}{M_B}} \rightarrow \frac{r_{BL}}{r_B} = \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \Rightarrow r_{BL} : r_B = 1 : 9$$

Titik L_1 : $r_B = \frac{9}{9+1} = 0,9 r$ (silahkan buktikan dengan substitusi $r_B = r - r_{BL}$)

Titik L_2 : $r_B = \frac{9}{9-1} = \frac{9}{8} r$ (silahkan buktikan dengan substitusi $r_B = r + r_{BL}$)

Jadi jarak L_1 0,9 kali jarak Bumi – Bulan, sedangkan jarak L_2 9/8 kali jarak Bumi – Bulan dihitung dari Bumi.

3.5 PERIODE SYNODIS DUA PARTIKEL

Periode adalah waktu yang diperlukan suatu benda untuk menyelesaikan satu lintasan atau putaran. Dalam astronomi, periode revolusi adalah waktu yang diperlukan suatu benda langit untuk menyelesaikan satu kali putaran mengelilingi orbitnya, dari satu titik kembali ke titik tadi. Periode sejati seperti ini dinamakan periode sideris (T atau P).

Selain itu dikenal juga periode synodis. Periode synodis adalah waktu yang diperlukan oleh dua atau lebih benda yang berevolusi untuk menempuh satu kedudukan segaris dengan pengamat. Di sini hanya akan dibahas rumus periode synodis untuk dua benda.

Rumus umum periode synodis untuk dua partikel yang berotasi adalah

$$S = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B} \quad (3.68)$$

Adapun periode sinodis dapat dicari melalui periode siderisnya

$$S = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B}$$

$$S = \frac{2\pi}{\frac{v_A}{r_A} - \frac{v_B}{r_B}}$$

$$S = \frac{2\pi r_A r_B}{(r_B v_A - r_A v_B)}$$

$$S = \frac{\frac{(2\pi)^2 r_A r_B}{v_A v_B}}{2\pi(r_B v_A - r_A v_B)}$$

$$S = \frac{\frac{2\pi r_B}{v_B} \times \frac{2\pi r_A}{v_A}}{\frac{2\pi r_B}{v_B} - \frac{2\pi r_A}{v_A}}$$

$$S = \frac{T_B \times T_A}{T_B - T_A} \quad (3.69)$$

rumus ini dapat dibalik menjadi :

$$\begin{aligned}
 \frac{T_B \times T_A}{T_B - T_A} &= S & \frac{T_B \times T_A}{T_B - T_A} &= S \\
 T_B \left(\frac{T_A}{T_B - T_A} \right) &= S & T_A \left(\frac{T_B}{T_B - T_A} \right) &= S \\
 T_B \left(-1 + \frac{T_B}{T_B - T_A} \right) &= S & T_A \left(1 + \frac{T_A}{T_B - T_A} \right) &= S \\
 -T_B + \frac{T_B^2}{T_B - T_A} &= S & T_A + \frac{T_A^2}{T_B - T_A} &= S \\
 \frac{T_B^2}{T_B - T_A} &= S + T_B & \frac{T_A^2}{T_B - T_A} &= S - T_A \\
 T_B - T_A &= \frac{T_B^2}{S + T_B} & T_B - T_A &= \frac{T_A^2}{S - T_A} \\
 T_A &= -\frac{T_B^2}{S + T_B} + T_B & T_B &= \frac{T_A^2}{S - T_A} + T_A \\
 T_A &= -\frac{T_B^2}{S + T_B} + \frac{T_B(T_B + S)}{S + T_B} & T_B &= \frac{T_A^2}{S - T_A} + \frac{T_A(S - T_A)}{S - T_A} \\
 T_A &= \frac{-T_B^2 + T_B^2 + T_B \times S}{T_B + S} & T_B &= \frac{T_A^2 - T_A^2 + T_A \times S}{T_A - S} \\
 T_A &= \frac{T_B \times S}{T_B + S} & T_B &= \frac{T_A \times S}{T_A - S} \tag{3.70}
 \end{aligned}$$

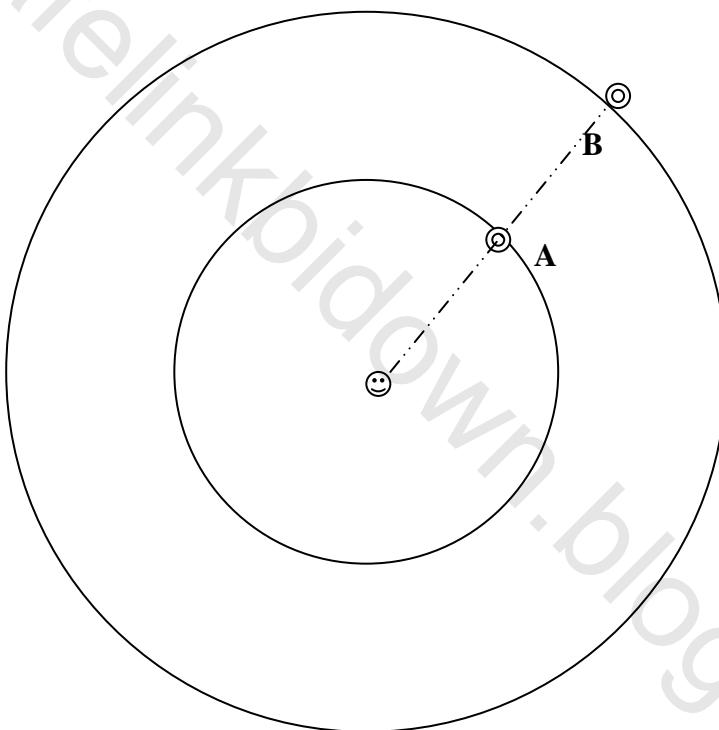
Untuk partikel yang bergerak searah, T_A bernilai positif, sedangkan untuk partikel yang bergerak berlawanan arah, T_A bernilai negatif.

Dengan : S = periode synodis partikel A dan B
 T_B = periode sideris (sebenarnya) partikel B
 T_A = periode sideris (sebenarnya) partikel A
 $(T_B > T_A)$

Dan kecepatan orbit dapat dicari dengan rumus $v = \frac{2\pi R}{T}$.

CONTOH

- Partikel A dan partikel B sama-sama mengorbit pusat. Diketahui periode orbit A = 10 jam dan periode orbit B = 24 jam. Jika pada $t = 0$ jam posisi A dan B membentuk satu garis lurus dengan pusat, berapa jam lagi minimal yang dibutuhkan agar kedua partikel yang mengorbit itu kembali membentuk satu garis lurus terhadap pusat jika:
 - A dan B berotasi searah;
 - A dan B berotasi berlawanan arah.



Penyelesaian :

$$\begin{array}{ll} \text{Diketahui} & T_B = 24 \text{ jam} \\ & T_A = 10 \text{ jam} \\ & S = \dots? \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } S &= \frac{T_B \times T_A}{T_B - T_A} \\ S &= \frac{24 \times 10}{24 - 10} \\ &= 17,143 \text{ jam} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } S &= \frac{T_B \times T_A}{T_B - T_A} \\ S &= \frac{24 \times (-10)}{24 - (-10)} \\ &= -7,059 \text{ jam} \end{aligned}$$

2. Diketahui periode sideris Bulan adalah $27\frac{1}{3}$ hari. Jika diamati dari pengamat di Bumi, maka tentukanlah periode synodis Bulan dan Matahari! (periode revolusi Bumi adalah 365,25 hari)

Penyelesaian :

$$T_{Bulan} = 27\frac{1}{3} \text{ hari.}$$

$$S = \dots?$$

$T_{Matahari}$ harus kita tentukan dulu. Bumi berevolusi dengan periode 365,25 hari, ini berarti secara semu Matahari relatif mengelilingi Bumi selama 365,25 hari. Dengan demikian $T_{Matahari} = 365,25$ hari. Karena arah revolusi Bumi searah dengan revolusi Bulan, maka :

$$S = \frac{T_M \times T_{BL}}{T_M - T_{BL}}$$

$$S = \frac{365,25 \times 27\frac{1}{3}}{365,25 - 27\frac{1}{3}} \\ = 29,544 \text{ hari}$$

Hasil ini sesuai dengan lamanya satu bulan dalam Tarikh Bulan (29-30 hari).

3. Periode partikel x mengelilingi inti lamanya 12 jam. Partikel y mengelilingi inti yang sama dengan partikel x dan saling berkonjungsi bawah setiap 8 jam. Jika kedua partikel bergerak berlawanan arah dan periode orbit partikel y lebih kecil, tentukanlah periode orbit partikel y!

Penyelesaian:

Periode partikel y lebih cepat daripada partikel x ($T_x > T_y$).

Jadi diketahui : $T_B = T_x = 12$ jam

$$S = -8 \text{ jam (arah putaran berlawanan)}$$

$$T_A = T_y = \dots?$$

Rumus yang kita gunakan adalah

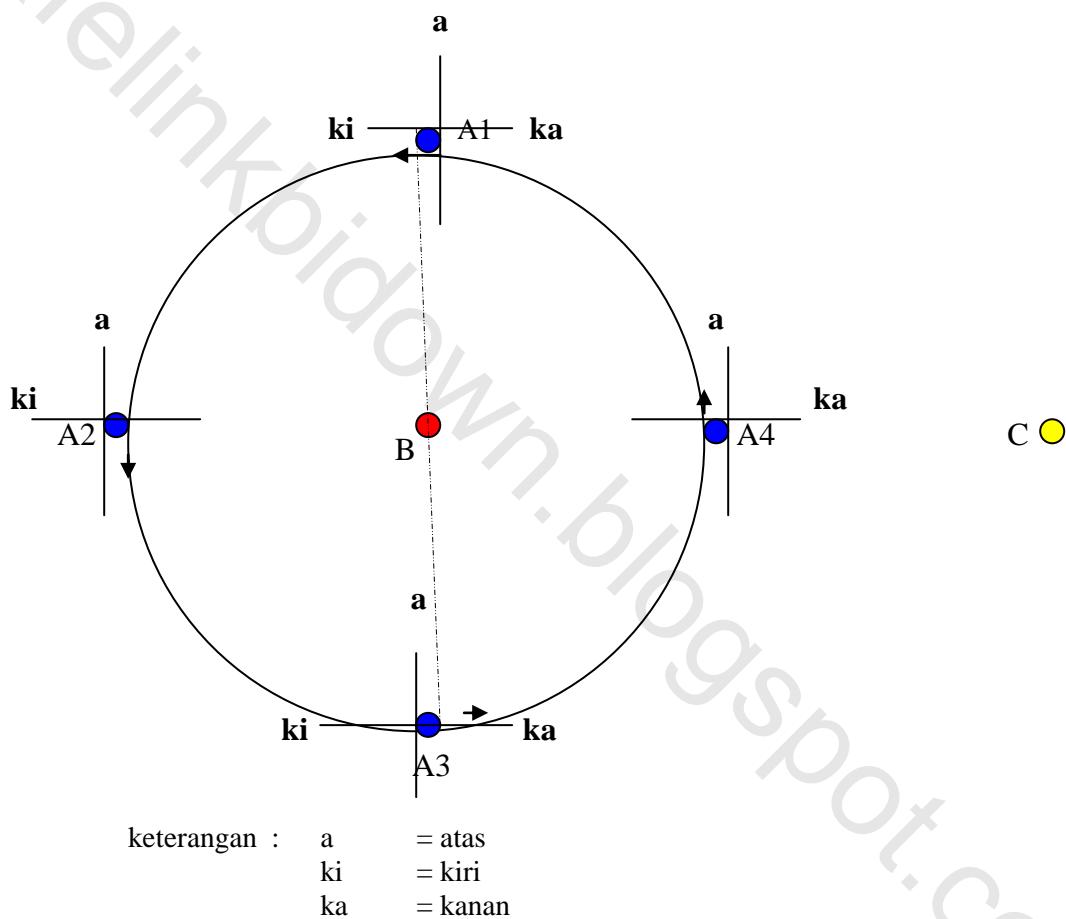
$$T_A = \frac{T_B \times T_s}{T_B + T_s}$$

$$T_A = \frac{12 \times (-8)}{12 + (-8)}$$

$$T_A = -24 \text{ jam}$$

3.6 ARAH ROTASI RELATIF

Jika benda A mengitari benda B (benda B tetap diam) berlawanan arah jarum jam, maka dilihat dari benda A, benda B-lah yang mengitari benda A juga berlawanan arah jarum jam. Dan jika benda C berkedudukan tetap, maka dipandang dari benda A benda C-lah yang bergerak mengitari A searah jarum jam jika A sedang berkonjungsi dan berlawanan arah jarum jam jika A sedang beroposisi dengan C. Sedangkan benda C (diam) diamati dari benda B (diam) akan tetap nampak diam.



Gambar 3.17 Gerak relatif.

Perhatikan posisi A saat di A1. A berputar berlawanan arah jarum jam, maka tampak menurut B, A berputar berlawanan arah jarum jam. Pada saat A berputar ke A2, menurut pengamat di A, B bergerak dari bawah menuju ke kanan (lihat gambar), kemudian saat A di A3, B nampak bergerak dari kanan ke atas. Dengan demikian, arah rotasi semu B menurut A berlawanan arah jarum jam. (searah dengan arah putaran A mengelilingi B)

(bawah – kanan – atas – kiri)

Kemudian perhatikan titik C. Pada saat A di A3 (saat ini A sedang mulai berkonjungsi), menurut pengamat di A, C nampak di kanan atas. Saat A di A4, C nampak di kanan dan ketika A kembali ke A1, C nampak bergerak ke kanan bawah. Dengan demikian C nampak bergerak searah jarum jam (berlawanan revolusi A terhadap B).

(kanan atas – kanan – kanan bawah)

Ketika A di A1 dan mulai lagi menuju A2, (A mulai beroposisi), di A1, C nampak berada di kanan bawah menurut pengamat di A. Kemudian ketika A bergerak lagi ke A2, C nampak bergerak ke kanan dan ketika A di A3, C nampak di kanan atas. Dengan demikian C nampak berputar berlawanan arah jarum jam (searah revolusi A terhadap B).

(kanan bawah – kanan – kanan atas)

Sekarang mari kita menganggap kita sedang berdiri di permukaan Bumi sebagai A, pusat Bumi sebagai B, dan Matahari diibaratkan sebagai C. Karena periode rotasi Bumi (perputaran A terhadap B) jauh lebih cepat daripada periode revolusinya (putaran B terhadap C), maka dapat dianggap Bumi tidak mengelilingi matahari dalam waktu satu hari.

Telah kita ketahui arah rotasi Bumi adalah direct (berlawanan arah jarum jam, dari barat ke timur). Siang hari selalu terjadi saat kita menghadap Matahari (konjungsi). Akibatnya, Matahari nampak bergerak berlawanan dengan rotasi Bumi sehingga nampak terbit di Timur tenggelam di Barat.

Sebaliknya dengan Bulan, karena Bulan memang sejatinya mengelilingi Bumi, dengan arah rotasi direct (dari barat ke timur), maka arah pergerakan Bulan dilihat dari Bumi tetap dari barat ke timur.

Catatan:

Untuk mengetahui arah rotasi (direct ataupun retrograde) selalu dilihat dari arah atas (utara).

3.5. MOMENTUM LINIER, MOMENTUM SUDUT, IMPULS DAN TORKA

MOMENTUM LINIER

Momentum linier dari suatu partikel didefinisikan sebagai hasil kali antara massa dan kecepatan partikel tersebut. Momentum linier (biasa disebut momentum saja) umumnya dinyatakan dengan simbol p , yang dinyatakan dengan:

$$p = \vec{m}\vec{v} \quad (3.71)$$

Perubahan momentum terhadap perubahan waktu merupakan gaya, yakni

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (3.72)$$

Dengan ΣF gaya total yang bekerja pada benda, Δp adalah perubahan momentum dan Δt adalah perubahan waktu. Dari persamaan 3.55 kita dapatkan jika $\Sigma F = 0$, maka momentum konstan. Ini disebut hukum kekekalan momentum: “Momentum total dari suatu sistem terisolir ($\Sigma F = 0$) adalah konstan”.

Salah satu aplikasi menarik dari hukum kekekalan momentum adalah saat proses tumbukan. Berdasarkan hukum kekekalan momentum, dapat kita tuliskan untuk keadaan dua partikel yang bermassa m_1 dan m_2 dengan kecepatannya masing-masing saling bertumbukan.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad (3.73)$$

Untuk tumbukan lenting sempurna dengan $m_1 = m_2$,

$$\begin{aligned} m_1 v_1 - m_1 v'_1 &= m_2 v'_2 - m_2 v_2 \\ v_1 - v'_1 &= v'_2 - v_2 \end{aligned}$$

Jadi pada kasus tumbukan lenting dua benda bermassa sama, mereka akan saling bertukar kecepatan ($v'_2 = v_1$ dan $v'_1 = v_2$). Pada sistem dengan massa yang berbeda, kecepatan setelah tumbukan dapat dicari dengan:

$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_2 \quad (3.74)$$

$$v'_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_2 \quad (3.75)$$

Sekarang, bagaimana jika tumbukannya tidak lenting sempurna? (Saya perjelas agar tidak ambigu, tidak-lenting sempurna, bukan tidak lenting-sempurna) Misalkan suatu balok kayu bermassa m_1 diletakkan di permukaan yang licin (tidak ada gesekan), kemudian peluru bermassa m_2 ditembakkan dengan kecepatan v_2 ke balok ke arah kanan. Tentunya peluru akan menancap di balok, bergabung, dan sama-sama bergerak ke kanan dengan kecepatan sebut v' . Dengan hukum kekekalan momentum didapatkan:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad (3.76)$$

Patut diingat momentum adalah besaran vektor, sehingga jika berpatokan pada arah v_1 , bila v_2 searah maka nilainya (+) dan jika berlawanan nilainya (-), atau bergantung pada sumbu koordinat.

IMPULS

Secara sederhana impuls dapat didefinisikan sebagai perubahan momentum. Mengingat persamaan 3.72, dapat kita tuliskan

$$F\Delta t = \Delta p \quad (3.77)$$

Kuantitas ruas kiri persamaan 3.77, yakni perkalian antara gaya F dengan interval waktu Δt , disebut impuls.

MOMENTUM SUDUT DAN MOMEN GAYA (TORKA)

Momentum sudut suatu sistem diberikan dalam persamaan:

$$L = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{v} \cdot \vec{r} \quad (3.78)$$

Jika total gaya = 0, berlaku pula hukum kekekalan momentum sudut, yaitu momentum sudut pada suatu sistem terisolir adalah konstan. Jika massa sistem juga konstan didapatkan perbandingan:

$$v \propto \frac{1}{r}$$

Jadi semakin besar radius semakin lamban juga kecepatan rotasinya.

Kemudian kita turunkan hubungan penting antara torka dan momentum sudut. Telah diketahui untuk sebuah partikel berlaku $F = ma = dp/dt = mv \frac{d}{dt}$. Bila kedua ruas dikalikan dengan r didapatkan:

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p})$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (3.79)$$

Selanjutnya persamaan 3.79 menjadi

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (3.80)$$

Torka atau momen gaya ini analog dengan gaya pada gerak translasi. Pada gerak rotasi juga berlaku:

$$\tau = I\alpha \quad (3.81)$$

Dengan I momen inersia (analog dengan massa) dan α percepatan sudut ($d\omega/dt$). Momen inersia suatu benda dapat dicari dengan persamaan diferensial

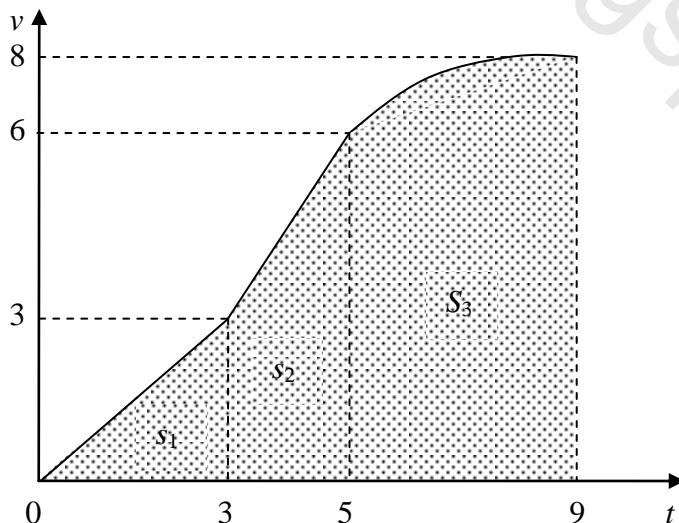
$$I = \int r^2 dm \quad (3.82)$$

Adapun energi kinetik untuk benda berotasi dinyatakan dengan:

$$E_{k(rot)} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3.83)$$

LATIHAN

1. Jika seseorang memukul pipi kanan saya dengan gaya 5 N, dan seorang lain memukul pipi kiri saya dengan gaya yang sama secara bersamaan, maka resultannya sama dengan nol. Jikalau demikian, mengapa kepala saya sakit seperti dipukul dengan gaya 10 N?
2. Seekor semut berjalan ke selatan sejauh 120 cm, kemudian belok ke tenggara dan, eh... setelah 80 cm ternyata terdapat lubang vertikal sedalam 60 cm. tentukanlah perpindahan dan arah semut sekarang dari titik awal.
3. Vektor $\mathbf{P} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ dan $\mathbf{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, tentukanlah:
 - $\mathbf{P} \bullet \mathbf{Q}$;
 - $\mathbf{P} \times \mathbf{Q}$;
 - Sudut yang diapit vektor \mathbf{P} dan \mathbf{Q} .
4. Kelajuan suatu partikel dinyatakan dalam $v(t) = 6t^2 + 2t + 8$. Jika saat $t = 2$ s posisi partikel $s = 60$ m, tentukan posisi partikel saat $t = 5$ s!
5. Sebuah mobil dikendarai dari kota A menuju kota B dengan kecepatan 60 km/jam dan kembali dari kota B ke kota A dengan kelajuan 40 km/jam. Jika mobil dianggap tidak berhenti, tentukanlah kelajuan rata-rata mobil itu.
6. Lala terbang dari toples kue ke toples biskuit dengan kelajuan 0,3 m/s, lalu segera kembali lagi ke toples kue. Jika kelajuan rata-rata Lala dari total penerbangan itu 0,6 m/s, berapakah kelajuan Lala dari toples biskuit ke toples kue?
7. Perhatikan grafik yang menyatakan pergerakan Lulu berikut!



Dengan t dalam detik dan v dalam meter per detik. Jika fungsi kecepatan Lulu dari $t = 5$ detik hingga $t = 9$ detik adalah $v(t) = -\frac{t^2}{8} + \frac{9t}{4} - \frac{17}{8}$, hitunglah total jarak yang ditempuh Lulu.

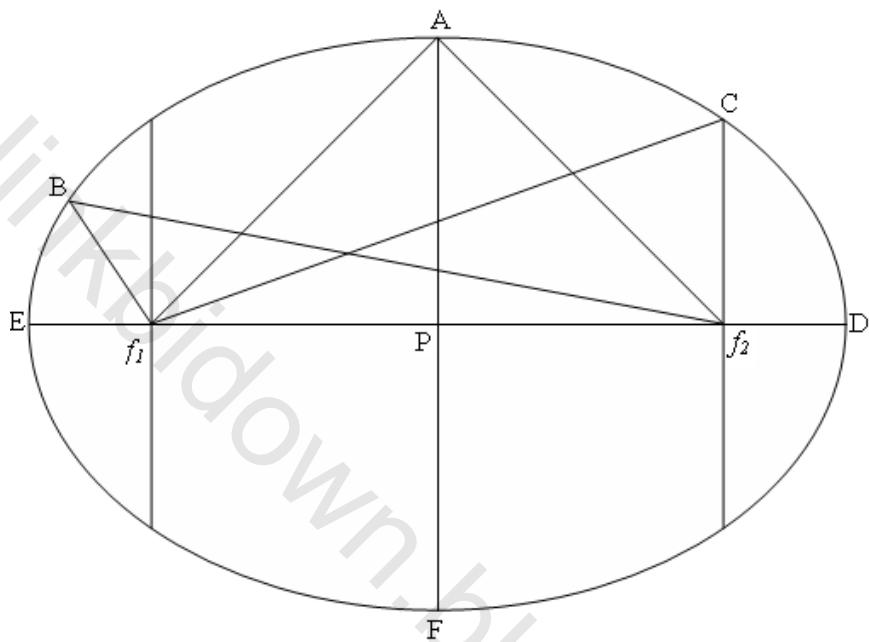
8. Kecepatan sebuah mobil bergerak ke arah timur mengalami perlambatan dari 45 km/jam menjadi 35 km/jam dalam jarak 300 m.
- Berapakah besar dan arah perlambatan mobil.
 - Berapa waktu yang ditempuh mobil tersebut dalam selang jarak 300 m itu.
 - Jika diasumsikan mobil tersebut secara kontinu mengalami perlambatan, hitunglah waktu dan jarak yang ditempuh oleh mobil tersebut sampai berhenti.
9. Sebuah bandul digantung dengan tali yang tiba-tiba putus. Pada saat $t = 2\text{ s}$ bandul telah menempuh setengah jalur ($h/2$). Tentukan kecepatan sesaat untuk $t = 2\text{ s}$ dan waktu yang diperlukan hingga bandul menyentuh tanah!
10. Hitunglah periode oposisi Bumi dan Mars!
11. Dengan menggunakan data pada daftar konstanta, tentukan jarak dan letak titik pusat massa gabungan, L_1 , L_2 , L_3 , L_4 dan L_5 sistem Matahari – Bumi (hitung jaraknya dari Matahari)!
12. Diketahui percepatan gravitasi di permukaan planet Mars sebesar $3,7\text{ ms}^{-2}$. Jika diketahui diameter planet Mars 6794 km , berapakah percepatan gravitasi yang dialami sebuah wahana yang berada 34 km dari permukaan Mars?
13. Dengan menganggap orbit Venus dan Bumi sebidang, tentukanlah periode transit Venus!
14. Andi melempar koin vertikal ke atas dengan kelajuan awal 6 m/s dari ketinggian 1 m di atas permukaan tanah. Jika hambatan udara diabaikan, hitunglah ketinggian maksimum koin itu dari permukaan tanah!
15. Sebuah pesawat tempur, sepertinya milik AURI, terbang pada ketinggian 1960 m dengan kecepatan 100 m/s . Pesawat tersebut menjatuhkan bom untuk menghancurkan kapal perang musuh, yang berada pada jarak 2 km di depan pesawat diukur dari permukaan Bumi. Tentukan dan jelaskan apakah bom itu tepat mengenai sasaran atau tidak! ($g = 9,8\text{ m s}^{-2}$)
16. Sebuah mobil dengan massa 1000 kg melaju dengan kecepatan 20 m/s , kemudian mesinnya tiba-tiba mati. Jika gaya gesekan oleh permukaan jalan terhadap waktu diberikan dalam persamaan $F(t) = (100\text{ N/s}^2)t^2$. Berapakah kecepatan mobil saat $t = 5\text{ s}$?
17. Buktikan bahwa periode synodis dapat dinyatakan dengan persamaan
- $$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} !$$

18. Sebuah bola golf dipukul dengan kecepatan awal v_0 , dan ternyata jarak terjauh yang ditempuh bola sama dengan ketinggian maksimumnya. Seandainya koefisien gesek udara diabaikan, tentukan sudut elevasi dari vektor kecepatan bola!
19. Sebuah balok bermassa m_1 digantung dengan seutas tali dengan panjang l , sehingga balok berada h meter dari permukaan tanah. Sebuah peluru tajam ditembakkan horizontal dari sebuah pistol berteknologi angin dengan percepatan a , dan tertanam pada balok sehingga balok berputar ke atas. Seandainya panjang lintasan peluru dari pistol hingga balok = x dan massa peluru m_2 , tentukan tinggi maksimum yang dicapai balok dari permukaan tanah (sebut h').
20. Periode rotasi Matahari pada ekuatornya sekitar 25 hari. Seandainya nanti Matahari menjadi bintang neutron yang jejarinya 10000 km, tentukanlah periode rotasi Matahari saat itu.
21. Dengan penurunan rumus, buktikan bahwa jarak terjauh pada gerak parabola dapat dicapai jika sudut elevasinya 45° !
22. Kasasi membuat roket air dan melesatkannya ke udara. Jika kecepatan awalnya 10 ms^{-1} dan sudut elevasinya 60° , tentukanlah ketinggian maksimum dan jarak terjauhnya (ambil $g = -9,8 \text{ ms}^{-2}$)!
23. Saya membayangkan sebuah planet dengan massa dan radius dan bentuk yang sama dengan Bumi. Sesosok makhluk di planet itu berkendara dari kutub menuju ekuatornya, dan semakin mendekati ekuator beratnya mulai berkurang hingga pada ekuator ia terlempar ke angkasa. Mekanisme apakah yang mungkin menyebabkan keadaan itu terjadi? Jelaskan dengan rinci!
24. Seorang makhluk asing mengaku sebagai alien. Saat tengah diwawancara salah satu stasiun TV swasta internasional, makhluk asing itu mengatakan bahwa planet asalnya memiliki massa jenis yang sama dengan bumi, tetapi jejarinya tiga kali jejarinya Bumi. Tentukanlah percepatan gravitasi di permukaan planet itu!
25. Saat saya mendorong pintu dengan jari saya maka pintu akan bergerak ke depan, mengapa peluru yang bergerak lebih cepat justru akan membuat lubang di pintu, alih-alih mendorong pintu ke depan? (Adegan berbahaya, jangan meniru ini di mana saja!)

4. MEKANIKA BENDA LANGIT

4.1. PENGENALAN ELIPS

Elips adalah bangun datar yang mempunyai dua titik fokus (dengan jarak kedua titik fokus adalah tetap) yang mana jumlah jarak setiap titik yang terletak pada keliling elips terhadap kedua fokusnya adalah sama.



Gambar 4.1 Elips.

Perhatikan elips di atas.

Panjang $f_1-A-f_2 = f_1-B-f_2 = f_1-C-f_2 = f_1-D-f_2 = DE = l$

Demikian seterusnya, hal ini berlaku pada setiap titik yang terletak pada garis keliling.

Besaran-besaran dalam elips adalah:

- apfokus (Q) (f_1-D atau f_2-E)
- perifokus (q) (f_1-E atau f_2-D)
- eksentrisitas (e) (kepepetan elips, yaitu jarak fokus per sumbu semi mayor)
- elipstisitas (E) (kepepetan elips, yaitu sumbu minor per sumbu mayor)
- sumbu mayor (l) (DE)
- sumbu semi mayor (a) (PE atau PD)
- sumbu minor (AF)
- sumbu semi minor (b) (PA atau PF)
- radius sejajar sumbu minor (f_2-C)
- jarak fokus (c) (f_1-P atau f_2-P)
- parameter kerucut (p) ($C-f_2$)

RUMUS UMUM KOMPONEN ORBIT

1) sumbu semi mayor (a)

Sumbu semi mayor adalah setengah sumbu mayor (sumbu panjang), dan dapat dianggap jarak rata-rata sebuah titik yang mengelilingi elips.

$$a = \frac{Q+q}{2} \quad (4.1)$$

2) sumbu semi minor (b)

Sumbu semi minor adalah setengah dari sumbu pendek.

$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow$ perhatikan gambar segitiga di halaman belakang.

$$b^2 = \left(\frac{Q+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{Q-q}{2}\right)^2$$

$$b^2 = \frac{1}{4}(Q^2 + 2Qq + q^2) - \frac{1}{4}(Q^2 - 2Qq + q^2)$$

$$b^2 = Qq$$

$$b = \sqrt{Qq} \quad (4.2)$$

3) apfokus (Q)

Apfokus adalah jarak terjauh dari fokus ke suatu titik pada elips.

$$Q = l - q$$

$$Q = 2c + q$$

$$Q = a + c \quad (4.3)$$

4) perifokus (q)

Perifokus adalah jarak terdekat dari fokus ke suatu titik pada elips.

$$q = l - r_a$$

$$q = a - c \quad (4.4)$$

5) panjang fokus/jarak fokus (c)

Jarak fokus adalah jarak fokus dari pusat elips. Perhatikan gambar elips di depan, perhatikan bahwa panjang P-f₂ (c) sama dengan setengah dari E-f₂ dikurangi D-f₂.

$$c = \frac{Q-q}{2} \quad (4.5)$$

Atau $c = e a$

6) eksentrisitas (e)

Eksentrisitas adalah perbandingan nilai panjang fokus dan sumbu semi mayor.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{(Q-q)/2}{(Q+q)/2} = \frac{Q-q}{Q+q} \quad (4.6)$$

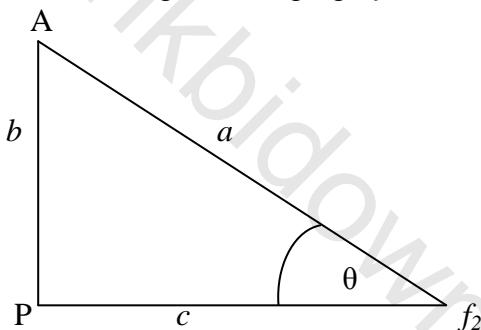
7) elipstisitas (E)

Elipstisitas adalah parameter yang sama dengan eksentrisitas, yaitu menunjukkan nilai kepeatan suatu elips. Nilai elipstisitas sendiri adalah perbandingan panjang sumbu semi minor dan panjang sumbu semi mayor.

$$E = \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{Qq}}{Q+q} \quad (4.7)$$

Elipstisitas sangat berguna untuk menentukan nilai eksentrisitas dengan cepat, sehingga Anda dapat menurunkan rumus-rumus lainnya, misal apfokus dan perifokus. Anda akan sangat mudah membayangkan elips dengan elipstisitas 0,333, yaitu panjangnya tiga kali lebarnya. Tetapi bagaimana anda membayangkan elips dengan eksentrisitas 0,943?

Perhatikan gambar segitiga f_2 -P-A berikut



Telah diketahui panjang f_1 -A- $f_2 = l$. Perhatikan pula panjang f_1 -A = A- f_2 . Dengan demikian panjang :

$$A-f_2 = \frac{1}{2}l = a$$

$$AP = b$$

$$P-f_2 = c$$

Perhatikan bahwa :

$$e = \frac{c}{a} = \cos \theta \quad \text{sedangkan} \quad E = \frac{b}{a} = \sin \theta$$

$$\text{Maka : } e = \cos^{-1} E \quad (4.8.a)$$

$$E = \sin^{-1} e \quad (4.8.b)$$

$$\text{atau } E^2 = 1 - e^2 \quad (4.9)$$

Sehingga didapatkan hubungan

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 - e^2$$

$$b = a(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

8) radius orbit

Karena bentuk lintasan orbit benda langit adalah elips, berarti jarak benda langit itu ke fokusnya berubah-ubah tergantung dari sudut orbitnya. Radius orbit ini dapat dicari dengan rumus

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta-\omega)} \quad (4.11)$$

Nilai $a(1-e^2)$ ini disebut parameter kerucut (p), sedangkan nilai $\theta - \omega$ disebut anomali benar (v).

Besar sudut θ adalah besar sudut dari benda langit ke bidang langit berlawanan jarum jam, sedangkan sudut ω (bujur perifokus) diukur dari perifokus ke bidang langit tersebut berlawanan arah jarum jam. Sehingga anomali benar (v) adalah besar sudut antara perifokus dan benda langit. Misalnya jika matahari berada di f_2 dan Bumi berada di C, maka anomali benarnya (v) adalah 270° .

Nilai e dan p menentukan bentuk dan jenis irisan kerucut. Eksentrisitas menunjukkan jenis irisan kerucut, yaitu dengan ketentuan berikut:

- 1) Jika $e=0$, maka $r_a = r_p$ sehingga orbit berbentuk lingkaran.
- 2) Jika e berada diantara 0 dan 1 ($0 < e < 1$) maka $r_p > p$ dan $r_a > 0$ sehingga orbit membentuk elips.
- 3) Jika $e=1$, maka $r_p = \frac{p}{2}$ dan $r_a \rightarrow \infty$. Bentuk lintasan ini dikenal sebagai parabola.
- 4) Jika $e > 1$ maka $r_p < p$ dan $r_a < 0$ (fokus terletak di belakang bukaan orbit), lintasan seperti ini disebut hiperbola.

Parameter kerucut bernilai $p = a(1-e^2)$, (4.12)

dengan $p = \frac{h^2}{\mu}$, dimana $\mu = GM$ dan h adalah konstanta kecepatan luas $h = vp$.

$$\text{Adapun } r_a = \frac{p}{1+e} \text{ dan } r_p = \frac{p}{1-e}$$

Fungsi dari total energi sistem persamaannya :

$$e = \sqrt{1 + \frac{2Eh^2}{\mu^2 m_2}} \quad (4.13)$$

sehingga :

- 1) Energi total sistem $E = 0$, maka $e = 1$ (orbit parabola)
- 2) Energi total sistem $E < 0$, maka $e < 1$ (orbit elips)
- 3) Energi total sistem $E > 0$, maka $e > 1$ (orbit hiperbola)

Hubungan antara sudut orbit (θ atau v) dapat dirumuskan sebagai:

$$\frac{1}{2} r^2 d\theta = \frac{1}{2} c dt \quad (4.14)$$

Ruas kiri adalah luas segitiga yang disapu vektor radius (vektor yang menghubungkan kedua benda) dalam waktu dt . Untuk suatu selang waktu yang tetap, ruas kanan berharga tetap pula. Ini adalah Hukum Kepler kedua yang menyatakan bahwa luas daerah yang disapu vektor radius dalam selang waktu yang sama akan sama pula. Akibat hukum ini benda yang berada dekat perifokus akan bergerak cepat, sedangkan di sekitar afokus kecepatannya rendah. Integrasi persamaan 4.14 untuk t dari 0 hingga P , dengan P sebagai kala edar orbit (selang waktu benda menempuh sekali keliling orbit), maka

$$A = \frac{1}{2} c P \quad (4.15)$$

dimana $c = vp$
dengan A sebagai luas elips

$$A = \pi a b$$

karena $b = a(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}$, maka

$$A = \pi a^2 (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

Jadi,

$$cP = 2\pi a^2 (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.17)$$

Karena $c^2 = p\mu$, sedangkan $\mu = G(M + m)$, maka

$$\begin{aligned} (a(1 - e^2) G(M + m))^{\frac{1}{2}} P &= 2\pi a^2 (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \\ a(1 - e^2) G(M + m) &= \frac{4\pi^2 a^4 (1 - e^2)}{P^2} \\ \frac{a^3}{P^2} &= \frac{G(M + m)}{4\pi^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Telah diketahui bahwa dalam selang waktu yang sama, vektor radius akan menempuh luas yang sama, maka dapat ditentukan luas daerah yang disapu oleh vektor radius dalam selang waktu t adalah

$$L_j = \frac{t}{P} A \quad (4.19)$$

dengan L_j adalah luas sapuan vektor radius, A adalah luas elips (orbit) dan P adalah periode. Sedangkan waktu tempuh dalam dua kedudukan (dari v_1 ke v_2) dapat ditentukan, karena $t = \frac{\theta}{\omega}$ dan $v^2 = \frac{GM}{r}$, maka

$$\omega^2 = \frac{GM}{r^3} \quad (4.20)$$

dimana radius dalam sudut orbit rata rata $(\bar{r}_v) = \frac{r_{v1} + r_{v2}}{2}$, maka

$$t = \frac{\theta(\bar{r}_v)^{\frac{3}{2}}}{(GM)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.21)$$

Dimana $\theta = \left(\frac{v_2 - v_1}{2} \right)$ dalam radian, (\bar{r}_v) dalam meter, M (massa pusat) dalam kg dan t dalam detik.

Adapun luas daerah yang disapu tiap satuan waktu sesuai dengan Hukum Keppler II yaitu :

$$A' = \frac{t}{P} A$$

4.2. PERSAMAAN UMUM ORBIT ELIPS

Persamaan umum orbit elips ini digunakan untuk menyatakan struktur dan dinamika sebuah orbit polar agar dapat dengan mudah digambarkan. Pada materi ini hanya akan dibahas persamaan umum orbit tunggal, yaitu orbit elips yang pusatnya terletak di titik (0,0) dan sumbu mayor berimpit dengan sumbu X. Tentunya Anda masih ingat persamaan kuadrat lingkaran yaitu $y^2 = r^2 - x^2$, persamaan elips memiliki bentuk yang lebih umum (lingkaran adalah elips dengan eksentrisitas = 0).

I) bentuk umum

Bentuk persamaan umum orbit elips horizontal adalah

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4.22.a)$$

Sedangkan untuk elips vertikal

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (4.22.b)$$

Jika kita hanya menggunakan elips horizontal, persamaan dapat ditulis menjadi lebih sederhana menjadi

$$\begin{aligned}\frac{y^2}{b^2} &= 1 - \frac{x^2}{a^2} \\ y^2 &= b^2 - \frac{b^2 x^2}{a^2}\end{aligned}$$

Didapatkan

$$y^2 = b^2 - E^2 x^2 \quad (4.23)$$

dengan b adalah panjang sumbu semi minor dan E adalah elipstisitas.

Untuk orbit yang berpusat di titik $P(a,b)$ dapat dituliskan

$$(y - b)^2 = b^2 - E^2 (x - a)^2$$

2) komponen orbit

- Panjang sumbu semi mayor = $a = \frac{b}{E}$ atau dapat juga dicari dari nilai x pembuat nol (x_0). Jika elips tidak berpusat di titik (0,0) maka panjang sumbu semi mayor adalah $\frac{x_{01} - x_{02}}{2}$.
- Panjang sumbu semi minor sudah jelas merupakan $\sqrt{b^2}$.
- Panjang fokus = $c = \sqrt{\frac{b^2}{E_2} - b^2}$.
- Titik fokus, dituliskan dalam koordinat (x, y) . Jika elips horizontal yang berpusat di titik (a, b) maka titik fokusnya $(a \pm c, b)$ atau jika elips vertikal $(a, b \pm c)$.
- Apfokus, perifokus dan eksentrisitas dapat dicari dari rumus umum komponen orbit yang telah disajikan sebelumnya.

CONTOH:

1. Diketahui sebuah orbit asteroid skaga-247 yang mengelilingi Matahari memenuhi persamaan $y^2 = 16 - \frac{1}{2}x^2$, dengan x, y dalam satuan AU. Tentukanlah:
 - panjang sumbu semi mayor (a)
 - panjang sumbu semi minor (b)
 - jarak fokus (c)
 - aphelium dan perihelium (Q dan q)
 - eksentrisitas orbit (e)
 - jarak asteroid dari Matahari jika berada pada $v = 210^\circ$
 - periode orbit
 - luas daerah yang disapu dalam selang 1 tahun

Penyelesaian:

Kita tentukan terlebih dahulu komponennya, yaitu $b = \sqrt{16} = 4$ dan $E^2 = \frac{1}{2}$.

$$\text{a. } a = \frac{b}{E} = \frac{4}{\sqrt{0,5}} = 5,657 \text{ AU}$$

a dapat pula dicari dari x_0 , silahkan Anda coba.

$$\text{b. } b = \sqrt{16} = 4 \text{ AU}$$

$$\text{c. } c = \sqrt{\frac{b^2}{E^2} - b^2} = \sqrt{\frac{16}{0,5} - 16} = 4 \text{ AU}$$

d. $Q = a + c$
 $Q = 5,657 + 4 = 9,657 \text{ AU}$
 $q = a - c$
 $q = 5,657 - 4 = 1,657 \text{ AU}$

e. $E = \sqrt{E^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707$
 $e^2 = 1 - 0,707^2$
 $e = 0,707 \quad (\text{perhatikan bahwa } \sin 45^\circ = \cos 45^\circ)$

f. $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\nu}$
 $r = \frac{5,657(1-0,707^2)}{1+0,707\cos(210^\circ)}$
 $r = 7,2974 \text{ AU}$

g. karena pusat massa adalah Matahari, maka
 $P^2 = a^3$

$$P = 5,657^{\frac{3}{2}}$$

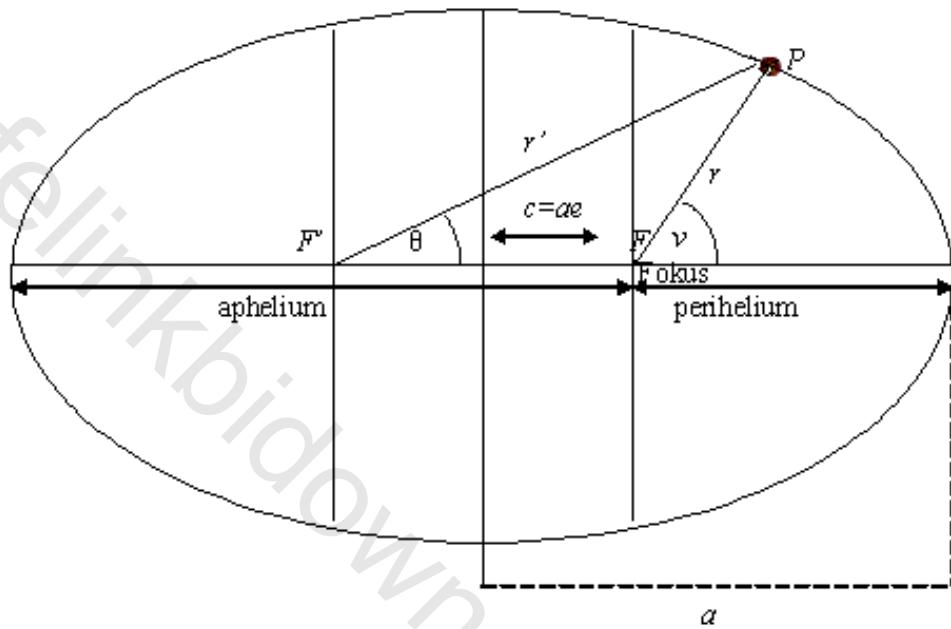
$$P = 13,455 \text{ tahun}$$

h. $A = \pi a^2 (1-e^2)^{\frac{1}{2}}$
 $A = \pi (5,657)^2 (1-0,707^2)^{\frac{1}{2}}$
 $A = 70,08 \text{ AU}^2$
 sehingga :
 $L_j = \frac{t}{P} A$
 $L_j = \frac{1}{13,455} \times 70,08$
 $L_j = 5,2085 \text{ AU}^2$

4.3. REVOLUSI PLANET

HUKUM I KEPPLER

Hukum I Kepler menyatakan bahwa planet-planet beredar dalam lintasan berbentuk ellips dengan Matahari berada pada salah satu titik fokusnya.



Gambar 4.2 Diagram orbit elips.

dengan $r' + r = 2a$

$$\text{jarak sumbu semi mayor} = a = \frac{Q+q}{2} \quad (4.25)$$

$$\text{aphelium-perihelium} = c = \frac{Q-q}{2} \quad (4.26)$$

Untuk orbit berbentuk ellips, nilai eksentrisitasnya (e) adalah:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{Q-q}{Q+q} \quad (4.27)$$

Untuk penurunan rumus lebih lanjut dalam Hukum I Keppler dan periode sinodis, sebaiknya Anda memahami pengubahan bentuk-bentuk suku berikut ini:

1. $\begin{aligned}\frac{y}{x+y} &= \frac{x+y-x}{x+y} \\ &= 1 - \frac{x}{x+y}\end{aligned}$	5. $\begin{aligned}\frac{x+y}{x-y} &= \frac{x+x-x+y}{x-y} \\ &= \frac{-x+y+2x}{x-y} \\ &= \frac{-(x-y)+2x}{x-y} \\ &= -1 + \frac{2x}{x-y}\end{aligned}$
2. $\begin{aligned}\frac{x}{x+y} &= \frac{x+y-y}{x+y} \\ &= 1 - \frac{y}{x+y}\end{aligned}$	6. $\begin{aligned}\frac{x+y}{x-y} &= \frac{x-y+y+y}{x-y} \\ &= \frac{x-y+2y}{x-y} \\ &= \frac{(x-y)+2y}{x-y} \\ &= 1 + \frac{2y}{x-y}\end{aligned}$
3. $\begin{aligned}\frac{y}{x-y} &= \frac{x+y-x}{x-y} \\ &= -1 + \frac{x}{x-y}\end{aligned}$	7. $\begin{aligned}\frac{x-y}{x+y} &= \frac{x+x-x-y}{x+y} \\ &= \frac{-x-y+2x}{x+y} \\ &= \frac{-(x+y)+2x}{x+y} \\ &= -1 + \frac{2x}{x+y}\end{aligned}$
4. $\begin{aligned}\frac{x}{x-y} &= \frac{x+y-y}{x-y} \\ &= 1 + \frac{y}{x-y}\end{aligned}$	8. $\begin{aligned}\frac{x-y}{x+y} &= \frac{x+y-y-y}{x+y} \\ &= \frac{x+y-2y}{x+y} \\ &= 1 - \frac{2y}{x+y}\end{aligned}$

(4.28)

Karena $a = \frac{Q+q}{2}$, maka :

$$\begin{aligned} e &= \frac{Q-q}{Q+q} \\ e &= -1 + \frac{2Q}{Q+q} \quad (4.29) \\ e &= -1 + \left(Q \times \frac{2}{Q+q} \right) \\ e+1 &= \frac{Q}{a} \\ r_a &= a(1+e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e &= \frac{Q-q}{Q+q} \\ e &= 1 - \frac{2q}{Q+q} \quad (4.30) \\ e &= 1 - \left(q \times \frac{2}{Q+q} \right) \\ e-1 &= -\frac{q}{a} \\ r_p &= a(1-e) \end{aligned}$$

Jadi, jika diketahui eksentrisitas :

$$\text{aphelium} = a+c \text{ maka : aphelium} = a(1+e) \quad (4.31)$$

$$\text{perihelium} = a-c \text{ maka : perihelium} = a(1-e) \quad (4.32)$$

Berdasarkan gambar, dapat kita peroleh bahwa jarak planet dari bintang berubah tergantung sudutnya. Jarak planet dari bintangnya dapat ditentukan dengan rumus cosinus.

Dari definisi elips dan gambar 4.1 kita peroleh

$$r' + r = 2a \quad (4.33)$$

$$r'^2 = (2a - r)^2 = 4a^2 - 4ar + r^2 \quad (4.34)$$

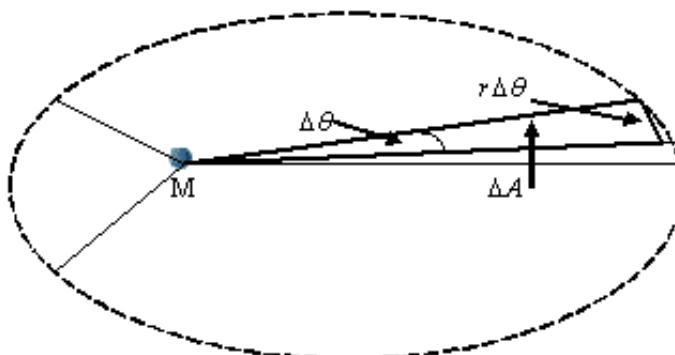
Dengan menggunakan rumus kosinus pada segitiga $F'PF$, diperoleh

$$r'^2 = r^2 + (2ae)^2 - 4aer\cos(180 - v) \quad (4.35)$$

Mengingat $r'^2 = 4a^2 - 4ar + r^2$ dan $\cos(180 - v) = -\cos v$, maka

$$\begin{aligned} 4a^2 - 4ar + r^2 &= r^2 + (2ae)^2 + 4aer\cos v \\ 4a^2 - 4ar &= 4a^2e^2 + 4aer\cos v \\ 4a^2 - 4a^2e^2 &= 4ar + 4aer\cos v \\ 4a(a - ae^2) &= 4ar(1 + e\cos v) \\ (a - ae^2) &= r(1 + e\cos v) \\ r &= \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e\cos v)} \quad (4.36) \end{aligned}$$

HUKUM II KEPPLER



Gambar 4.3 Luas sapuan vektor radius terhadap waktu

Gambar di atas melukiskan Hukum II Kepler. Hukum II Kepler ini dapat juga diartikan bahwa benda yang mengorbit akan bergerak lebih cepat pada saat posisinya lebih dekat dengan pusat orbit. Sebenarnya hukum luas ini identik dengan hukum kekekalan momentum sudut, dimana $L = mvr$. Anggap ΔA adalah luas yang disapu oleh garis penghubung pusat orbit dengan benda yang mengorbit selama selang waktu Δt . Secara pendekatan luas ini adalah sama dengan luas segitiga dengan alas $r\Delta\theta$. Dengan membagi luas segitiga ini dengan Δt kita akan memperoleh laju sapuan.

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{(\Delta r\theta)r}{\Delta t} \quad (4.37)$$

Dengan mengambil limit $\Delta t \rightarrow 0$, kita peroleh

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega \quad (4.38)$$

Dengan menggunakan rumus momentum sudut $L = mvr = m\omega^2 r$ kita akan peroleh

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{L}{2m} \quad (4.39)$$

Karena pada lintasan planet ini momentum sudut kekal (tidak ada torka bekerja) maka $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ juga konstan yang berarti bahwa dalam kurun waktu yang sama garis penghubung benda yang mengorbit dengan pusat orbit akan menyapu luasan yang sama.

Hukum Keppler II merumuskan

$$r^2 \omega = h \quad (4.40)$$

Dengan h adalah konstanta kecepatan luas. Nilai h untuk tiap sistem (orbit) akan tetap, yang nilainya:

$$h = \frac{A}{T} \quad (4.41)$$

Dari persamaan 4.40 didapatkan

$$v = \frac{h}{r} \quad (4.42)$$

Kecepatan saat di perihelium dan aphelium adalah

$$v_p = \frac{h}{a(1-e)}, \text{ dan}$$

$$v_a = \frac{h}{a(1+e)}$$

Sehingga:

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{1+e}{1-e} \quad (4.43)$$

Persamaan energi dinyatakan dengan
 $E_k + E_p = C$

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{\mu}{r} = C \quad (4.44)$$

Sehingga pada perihelium

$$\frac{1}{2} v_p^2 - \frac{\mu}{a(1-e)} = C \quad (4.45)$$

dan pada aphelium

$$\frac{1}{2} v_a^2 - \frac{\mu}{a(1+e)} = C \quad (4.46)$$

Berdasarkan persamaan-persamaan di atas didapatkan

$$v_p^2 = \frac{\mu}{a} \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \quad (4.47)$$

$$v_a^2 = \frac{\mu}{a} \left(\frac{1-e}{1+e} \right) \quad (4.48)$$

Dengan demikian kecepatan sirkular suatu massa dengan jarak r pada orbit elips dapat dirumuskan

$$v_r^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (4.49)$$

Bila persamaan 4.49 dikalikan dengan $\frac{1}{2} m$, maka kembali didapatkan persamaan energi

$$\frac{1}{2} m v_r^2 = \frac{GMm}{2} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\frac{1}{2} m v_r^2 - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2a}$$

$$E_k + E_p = \text{konstan}$$

HUKUM III KEPPLER

Untuk pembuktian hukum ke-3 ini yang termudah adalah menganggap lintasan planet berupa lingkaran. Pada lintasan lingkaran ini benda mengalami gaya sentripetal sebesar $F = -GMm/r^2$, di mana M adalah massa pusat benda di orbit (Matahari), m adalah massa benda yang mengorbit (planet) dan r merupakan jarak kedua benda tersebut.

Kita telah ketahui rumus untuk percepatan gravitasi pada sebuah benda (planet maupun bintang) memenuhi persamaan gravitasi Newton dimana $a = \frac{F}{m}$, maka :

$$a = g = \frac{GMm}{r^2} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} F = ma &= m \frac{v^2}{r} &= m \frac{\omega^2 r^2}{r} \\ &= m\omega^2 r \\ &= m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r \\ &= \frac{4\pi^2 r m}{T^2} \end{aligned} \quad (4.51)$$

atau :

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{4\pi^2 r m}{T^2} \quad \text{dan diperoleh rumus} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \quad (4.52)$$

Sehingga didapatkan perbandingan : $\frac{r^3}{T^2} = k$; dimana k adalah suatu konstanta.

Pada sistem Matahari dan benda-benda yang mengitarinya dapat digunakan rumus :

$$r^3 = T^2$$

dengan r dalam AU dan T dalam tahun. Sedangkan untuk sistem ekstrasolar dengan bintang bermassa M kali massa Matahari memiliki hubungan :

$$MT^2 = r^3 \quad (4.53)$$

KECEPATAN ORBIT

Radius orbit, misalnya dalam sistem Bumi dan satelitnya dapat dicari dengan rumus:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \quad \text{Dengan } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

$$\frac{4\pi^2}{\omega^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \quad \text{dimana} \quad g = \frac{GM}{R^2} \Leftrightarrow gR^2 = GM$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{r^3}{gR^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{gR^2}{\omega^2}} \quad (4.54)$$

Dimana	r	= jarak Bumi-satelit (planet-satelit)
	ω	= kecepatan sudut satelit
	R	= radius Bumi
	g	= percepatan gravitasi Bumi di permukaan
	T	= periode orbit satelit

Atau dengan menggunakan persamaan 4.49

Rumus kecepatan gerak sebuah benda dalam lintasan elips dengan setengah sumbu panjang a , dan pada jarak R dari M adalah

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (4.55)$$

Dengan penyederhanaan untuk orbit hampir bulat menjadi

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Leftrightarrow \left(\frac{2\pi r}{v} \right)^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Leftrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{r}{GM}$$

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\text{Atau} \quad v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \quad (4.56)$$

CONTOH

- Suatu satelit mengorbit Bumi dengan jarak $4,2 \times 10^4$ km. Tentukan kecepatan linier dan periode satelit!

Penyelesaian :Diketahui $r = 4,2 \times 10^7$ m , massa Bumi = 6×10^{24} kg

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{r}} & T &= \frac{2\pi r}{v} \\ &= \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})}{(4,2 \times 10^7)}} & &= \frac{2\pi(4,2 \times 10^7)}{3.086,84} \\ &= \sqrt{9,53 \times 10^6} & &= 85.489,95 \text{ s} \\ &= 3.086,84 \text{ m/s} & &= 23,747 \text{ jam} \end{aligned}$$

- Jika diketahui periode revolusi Bumi 365,25 dan jarak Bumi-Matahari 1 SA. Tentukan massa Matahari!

Penyelesaian:

$$GM = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 (1,496 \times 10^{11})^3}{(365,25 \times 24 \times 60 \times 60)^2 (6,67 \times 10^{-11})}$$

$$M = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

- Diketahui jarak Bumi-Bulan $3,844 \cdot 10^8$ m , periode sideris bulan $2,3605 \cdot 10^6$ sekon, dan massa Bumi $5,976 \cdot 10^{24}$ kg. Perkirakanlah massa Bulan berdasarkan data yang telah diberikan!

Penyelesaian:

$$(M + m) = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$M + m = \frac{4\pi^2 (3,844 \cdot 10^8)^3}{(6,67 \cdot 10^{-11})(2,3605 \cdot 10^6)^2}$$

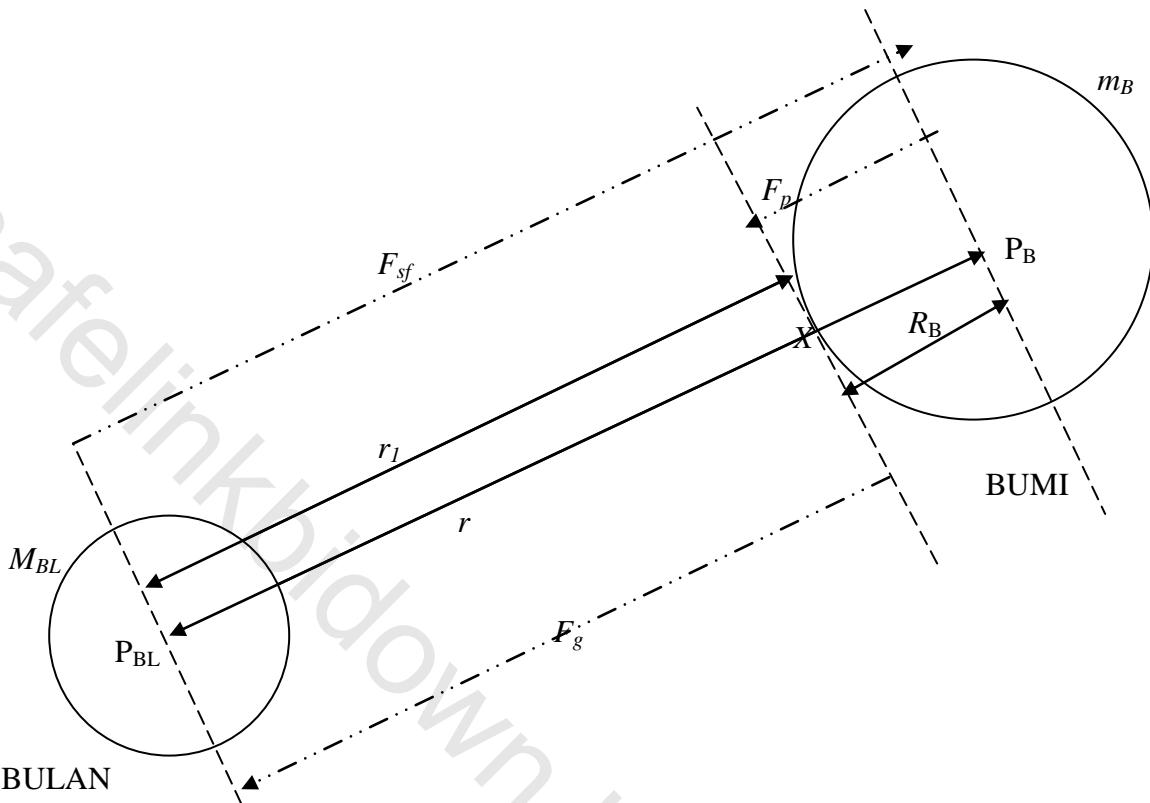
$$M + m = 6,035 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m = 6,035 \cdot 10^{24} \text{ kg} - 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m \approx 5,9 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

Massa Bulan menurut perhitungan modern adalah sebesar $7,349 \cdot 10^{22}$ kg. Perbedaan ini terjadi karena pada kenyataannya interaksi Bumi-Bulan juga dipengaruhi oleh Matahari.

4.4. GAYA PASANG-SURUT DI BUMI



Gambar 5.4 Diagram gaya pasang.

M_{BL} = massa Bulan

—→ = garis gaya

m_B = massa Bumi

r = jarak Bulan-Bumi

R_B = jari-jari Bumi

r_1 = $r - R_B$

Perhatikan gambar diatas

Dalam sistem, terdapat dua gaya yang bekerja, yaitu gaya sentrifugal (F_{sf}) dan gaya gravitasi (F_g). Bulan bergerak mengelilingi Bumi dengan jarak r . Dapat dianggap Bumi secara semu bergerak mengelilingi Bulan. Maka gaya pasang yang didapatkan oleh suatu tempat di permukaan Bumi (misalnya di X) adalah selisih dari F_{sf} dan F_g . Karena pusat massa dianggap adalah P_{BL} (pusat Bulan), gaya sentrifugal yang bekerja pada X adalah $F_{sf} = ma$.

Sedangkan gaya gravitasi Bulan yang sampai pada X adalah $F_g = \frac{GM_{BL}m_B}{(r - R_B)^2}$.

Besar gaya pasang (F_p) adalah

$$F_p = F_g - F_{sf} \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{GM_{BL}m_B}{(r - R_B)^2} - \frac{GM_{BL}m_B}{(r)^2} \\
 &= \frac{GM_{BL}m_B(r)^2 - GM_{BL}m_B(r - R_B)^2}{R^2(r - R_B)^2} \\
 &= \frac{GM_{BL}m_B((r)^2 - (r - R_B)^2)}{r^2(r - R_B)^2} \\
 &= GM_{BL}m_B \left(\frac{1}{(r - R_B)^2} - \frac{1}{(r)^2} \right) \\
 &= \frac{GM_{BL}m_B}{r^2} \left(\frac{r^2}{(r - R_B)^2} - 1 \right) \\
 &= \frac{GM_{BL}m_B}{r^2} \left(\left(\frac{r}{r - R_B} \right)^2 - 1 \right) \quad (4.58)
 \end{aligned}$$

Jadi gaya pasang yang dirasakan di titik X adalah sebesar:

$$F = \frac{2GMm_BR_B}{r^3} \quad (4.59)$$

Dengan M , r , dan R_B masing-masing adalah massa Bulan (Matahari), jarak Bumi-Bulan (Bumi-Matahari), dan jejari Bumi.

CONTOH:

1. Tentukanlah gaya pasang maksimum yang dirasakan oleh sebuah lokasi di permukaan Bumi serta perbandingan gaya pasang akibat Matahari dibandingkan gaya pasang akibat Bulan! (diketahui massa Bulan $7,349 \cdot 10^{22}$ kg, massa Matahari $1,99 \cdot 10^{30}$ kg, massa Bumi $5,976 \cdot 10^{24}$ kg)

Penyelesaian:

Gaya pasang maksimum adalah pada saat Matahari-Bumi-Bulan berada pada satu garis lurus, dengan demikian $F = F_{BL} + F_M$.

- Gaya interaksi Bumi-Bulan

$$F_{BL} = \frac{2GM_{BL}m_B R_B}{r_{BL}^3}$$

$$F_{BL} = \frac{2(6,67 \cdot 10^{-11})(7,349 \cdot 10^{22})(5,976 \cdot 10^{24})(6,4 \cdot 10^6)}{(3,844 \cdot 10^8)^3}$$

$$F_{BL} = 6,622 \cdot 10^{18} \text{ N}$$

- Gaya interaksi Bumi Matahari

$$F_M = \frac{2GM_M m_B R_B}{r_M^3}$$

$$F_M = \frac{2(6,67 \cdot 10^{-11})(1,99 \cdot 10^{30})(5,976 \cdot 10^{24})(6,4 \cdot 10^6)}{(1,496 \cdot 10^{11})^3}$$

$$F_M = 3,0325 \cdot 10^{18} \text{ N}$$

$$F = F_{BL} + F_M = 6,622 \cdot 10^{18} + 3,0325 \cdot 10^{18} = 9,2545 \cdot 10^{18} \text{ N}$$

$$\text{Perbandingan } F_M \text{ dan } F_{BL} = \frac{3,0325 \cdot 10^{18}}{6,622 \cdot 10^{18}} = 0,458$$

Jadi gaya pasang akibat Matahari hanya sekitar setengah kali gaya pasang akibat Bulan.

4.5. DENSITAS PLANET

Densitas (rapat massa) suatu planet dapat dinyatakan dengan rumus :

$$\mu = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} \Rightarrow GM = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{T^2} \quad (4.60)$$

Massa planet, M , berkaitan dengan massa jenis, ρ , dan volum planet ($V = \frac{4}{3}\pi R^3$)

$$\begin{aligned} M &= \rho V ; \quad = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 \\ G\left(\rho \frac{4}{3}\pi R^3\right) &= \frac{4\pi^2(R+h)^3}{T^2} \\ \rho &= \frac{4\pi^2(R+h)^3 3}{GT^2 4\pi R^3} \\ \rho &= \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{R+h}{R}\right)^3 \\ \rho &= \frac{3\pi}{GT^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3 \end{aligned} \quad (4.61)$$

dengan h adalah ketinggian satelit dari permukaan, T adalah periode orbit satelit dan R adalah jari-jari planet. Dengan demikian rapat massa suatu planet dapat dihitung berdasarkan satelitnya.

4.6. KELAJUAN SIRKULAR DAN KELAJUAN LEPAS

Kelajuan sirkular adalah kelajuan yang dimiliki benda yang sedang mengorbit. Rumus kelajuan sirkular adalah

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{gr} \quad (4.62)$$

Kelajuan sirkular untuk benda –benda di Bumi yaitu :

$$\begin{aligned} v_c &= \sqrt{gr} \\ v_c &= \sqrt{(9,8 \text{ ms}^{-2})(6,4 \times 10^6 \text{ m})} \\ v_c &= 8 \times 10^3 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

Kelajuan lepas adalah kelajuan minimum yang diperlukan suatu benda untuk melepaskan diri dari pengaruh gravitasi benda lain (misalnya Bumi), yang memenuhi persamaan

$$\begin{aligned} E_k &= E_g \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{GMm}{r} \\ v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2gr} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Kelajuan lepas benda di permukaan Bumi adalah

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{2} v_c \\ v_e &= \sqrt{2} \times 8 \times 10^3 \\ v_e &= 11.313,71 \text{ m/s} \\ v_e &= 11,314 \text{ km/s} \end{aligned}$$

Jadi, agar bisa lepas dari pengaruh gravitasi Bumi, suatu benda harus memiliki kecepatan 11,314 km/s.

SATELIT GEOSTASIONER

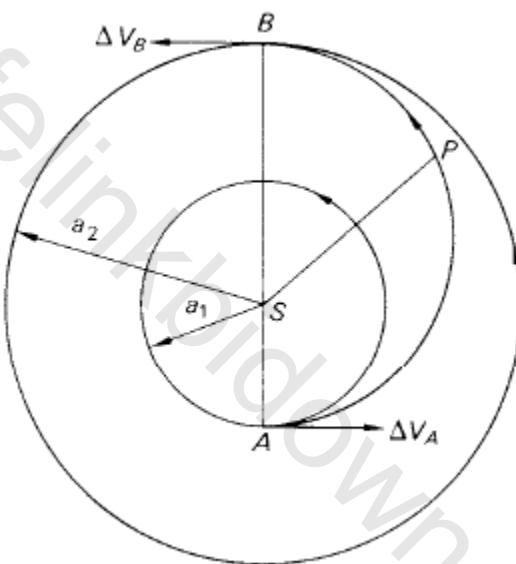
Satelit geosinkron adalah satelit yang kedudukannya terhadap suatu titik di permukaan Bumi relatif tetap sedangkan satelit geostasioner adalah satelit geosinkron yang mengorbit sepanjang ekuator Bumi. Ini terjadi karena periode orbit satelit sama dengan periode rotasi Bumi, yaitu $23^{\text{h}} 56^{\text{m}}$. Agar dapat menjadi satelit geostasioner, satelit harus diletakkan pada jarak:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \left(\frac{a^3}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \\ 2\pi \left(\frac{a^3}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} &= 8,616 \times 10^4 \text{ s} \end{aligned}$$

Nilai μ untuk Bumi adalah $3,983 \times 10^{14} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}$, sehingga didapatkan
 $a \approx 4,22 \times 10^7 \text{ m}$

4.7. TRANSFER ORBIT

Untuk mengamati suatu objek langit di Tata Surya sering dibutuhkan pengamatan dalam jarak dekat. Untuk itu berbagai kendaraan luar angkasa diluncurkan ke Bulan maupun berbagai planet untuk melakukan penelitian jarak dekat. Untuk itu diperlukan suatu penransferan kendaraan luar angkasa itu dari Bumi ke planet tujuan. Transfer Hohmann adalah transfer dari dua orbit yang saling sejajar (*co-planar*) dengan tempo setengah periode.



Gambar 4.5 Transfer Hohmann.

Misal suatu satelit P yang ditransfer dari orbitnya dari planet A menuju planet B , yang merupakan planet dari bintang S . Sehingga untuk transfer Hohmann APB, orbit P berlaku:

$$AB = 2a = a_A + a_B \quad (4.64)$$

$$a = \frac{a_A + a_B}{2} \quad (4.65)$$

Dengan a adalah sumbu semi-major satelit, a_A sumbu semimajor planet A dan a_B sumbu semi-major planet B . Adapun pada orbit satelit P diketahui

- perihelium: $SA = a_A = a(1 - e)$ (4.66)

- aphelium: $SB = a_B = a(1 + e)$ (4.67)

sehingga

$$e = \frac{a_B - a_A}{a_B + a_A} \quad (4.68)$$

Periode satelit dapat dicari dengan rumus Keppler III

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{\mu} \quad (4.69)$$

Sehingga waktu transfer τ yang merupakan $\frac{1}{2} T$ adalah

$$\tau = \frac{T}{2} = \pi \left(\frac{a^3}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.70)$$

Dengan menggunakan persamaan 4.65

$$\tau = \pi \left(\frac{(a_A + a_B)^3}{8GM} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.71)$$

Jika menggunakan satuan tahun untuk waktu, AU untuk jarak dan massa Matahari untuk massa, maka nilai GM untuk Matahari adalah $4\pi^2$, sehingga:

$$\tau = \left(\frac{(a_A + a_B)^3}{32} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.72)$$

Adapun tambahan kecepatan dari Δv_A ke Δv_B . Untuk Δv_A perhatikan bahwa perubahan kecepatan terjadi dari kecepatan sirkuler planet A ke kecepatan sirkuler satelit P di periheliumnya.

$$\Delta V_A = V_P - V_{cA} \quad (4.73)$$

Dari persamaan 4.47 dan 4.56

$$\begin{aligned} \Delta V_A &= \left[\frac{\mu}{a} \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \right]^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\mu}{a_A} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \Delta V_A &= \left(\frac{\mu}{a_A} \right)^{\frac{1}{2}} \left[(1+e)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.74)$$

Dengan persamaan 4.68 didapatkan:

$$\Delta V_A = \left(\frac{\mu}{a_A} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{2a_B}{a_A + a_B} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (4.75)$$

Dengan cara yang sama didapatkan $\Delta V_B = V_{cB} - V_A$, sehingga

$$\Delta V_B = \left(\frac{\mu}{a_A} \right)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(\frac{2a_A}{a_A + a_B} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.76)$$

Jadi untuk transfer Hohmann dari Bumi ke planet lain berlaku

- perihelium $= a_{Bumi}$
- aphelium $= a_{planet}$

sehingga

$$e = \frac{a_{planet} - a_{Bumi}}{a_{planet} + a_{Bumi}} \quad (4.77)$$

Adapun kecepatan sebagai fungsi eksentrisitas dirumuskan:

$$\frac{V^2}{V_{cA}^2} = \left(\frac{1+e}{2} \right) \quad (4.78)$$

$$\text{Atau } V = \sqrt{\frac{1+e}{2}} V_{cA} \quad (4.79)$$

Sedangkan kecepatan lepas untuk Bumi (V_{cBumi}) pada persamaan 4.63 adalah 11,3 km/detik

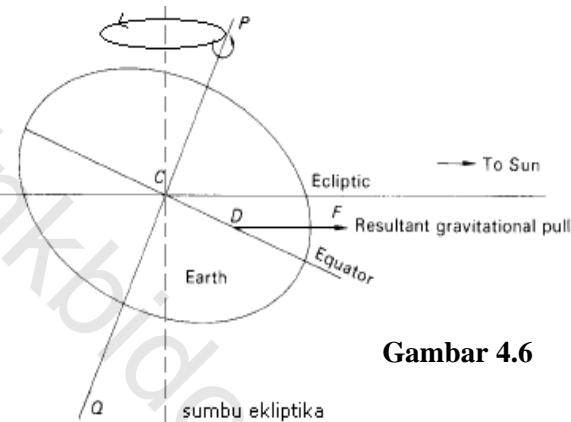
planet	Waktu transfer τ (tahun)	Waktu tunggu minimum t_w (tahun)	Total misi $t_M = 2\tau + t_w$ (tahun)	Eksentrisitas orbit transfer e
Merkurius	0,289	0,183	0,76	0,44
Venus	0,400	1,278	2,08	0,16
Mars	0,709	1,242	2,66	0,21
Jupiter	2,731	0,588	6,05	0,68
Saturnus	6,048	0,936	13,03	0,81
Uranus	16,040	0,932	33,01	0,91
Neptunus	30,620	0,766	62,01	0,94
Pluto	45,470	0,061	91,00	0,95

Tabel 4.1 waktu transfer dan eksentrisitas orbit transfer.

4.8. GERAKAN PLANET

Gerakan-gerakan planet yaitu:

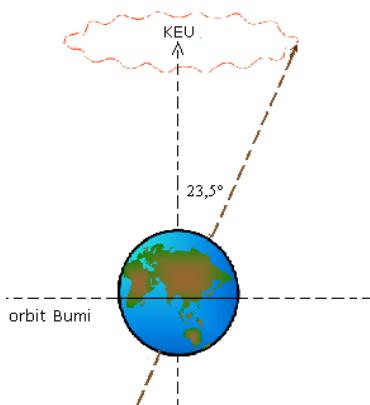
1. Rotasi
Rotasi adalah gerakan benda langit berputar pada porosnya sendiri.
2. Revolusi
Revolusi adalah gerakan benda langit berputar mengelilingi massa yang lebih besar yang mempengaruhinya.
3. Presesi



Gambar 4.6 Presesi sumbu Bumi..

Peristiwa perubahan kedudukan sumbu suatu planet. Sumbu rotasi Bumi bergerak mengelilingi kutub ekliptika dengan inklinasi sekitar $23,5^\circ$. Peristiwa ini terjadi akibat pengaruh gravitasi Matahari pada bumi yang tidak berbentuk sferis, sehingga Bumi melakukan presesi agar porosnya tidak ‘tergelincir’ jatuh. Periode presesi Bumi adalah 25759 tahun. Arah putaran presesi ini sama dengan arah rotasi Bumi, yaitu direct. Karena gerak semu tahunan benda langit (termasuk titik Aries) dari timur ke barat (retrograde), maka periode titik Aries kembali ke titik Aries kurang dari 360° .

4.



Nutasi

Peristiwa perubahan kedudukan sumbu Bumi akibat gravitasi Bulan, periode nutasi sekitar $18\frac{2}{3}$ tahun. Nutasi mengakibatkan sumbu rotasi Bumi bergerak bergelombang. Amplitudo gelombang ini sekitar $9'',2$.

Gambar 4.7 Presesi dan nutasi.

5. Regresi (presesi orbit)

Peristiwa perubahan arah bidang orbit, yaitu berputarnya kedudukan titik perihelium.

Data fisis planet-planet

planet	a (10^6 km)	P (hari)	Wala rotasi (jam)	e	m (10^{23} kg)	ρ (g/cm 3)	R (10^6 m)	albed o	Penyusun planet	Susunan atmosfer	Suhu permukaan (K)	Ellipititas planet
	AU											
Matahari	-	-	-	$\pm 720^*$	-	$1,99 \cdot 10^7$	1,41	69,5	-	H, He	5 800	?
Merkurius	57,91	0,387	87,96	1407,6	0,206	3,30	5,43	2,440	0,06	Fe, O ₂ , Si	He	90 – 700
Venus	108,2	0,723	224,7	-5332**	0,007	48,69	5,24	6,0518	0,76	Fe, O ₂ , Si	CO ₂	750
Bumi	149,6	1,000	365,25	23,934	0,017	59,72	5,52	6,3781	0,4	Fe, O ₂ , Si, Mg	N ₂ , O ₂	252 – 313
Mars	227,94	1,524	686,98	24,6	0,093	6,4219	3,93	3,397	0,16	Si, Fe, O ₂	CO ₂	140 – 300
Jupiter	778,33	5,203	4 333	9,84	0,048	18 990	1,33	71,492	0,51	H, He	NH ₃ , CH ₄	100 – 200
Saturnus	1 429,4	9,555	10 759	10,2	0,052	5 680	0,71	60,268	0,5	H, He	CH ₄ , NH ₃	90 – 120
Uranus	2 871	19,218	30 685	-17,24**	0,045	8683	1,27	25,559	0,66	H ₂ O, H ₂ , Si	H ₂ , He, CH ₄	50 – 80
Neptunus	4 504	30,060	60 188	15,9	0,007	1 0247	1,70	24,766	0,62	H ₂ O, Fe, Si	H ₂ , NH ₃ , CH ₄	60 – 80
Pluto	5 913,52	39,53	90 700	153,4	0,255	0,127	2?	1,137	0,5	CH ₄ , H ₂ O	CH ₄ , C ₂ H ₆ , CO	38 – 63
Bulan	0,384	0,00256	27,32	655,7	0,054	0,7349	3,34	1,7375	0,12	Si	-	120 – 380
		7		9								0,000

Tabel 4.2 Data fisis planet-planet.

keterangan :

a = panjang sumbu semi mayor

albedo = persentase energi Matahari yang direfleksikan $\left(\frac{E_{pantul}}{E_{terima}} \right)$

* = rotasi rata-rata Matahari, karena Matahari berbentuk gas, lama rotasi di tiap lintang berbeda.

** = arah rotasi retrograde (searah jarum jam) pada Bulan, nilai a , P dan e , diukur menurut Bumi.

Sedangkan posisi orbit planet diberikan dalam tabel 5.3

Nama	inklinasi ekuator ε ($^{\circ}$)	pemepatan	inklinasi orbit i ($^{\circ}$)	eksentrисitas e
Merkurius	0,0	0	7,00	0,206
Venus	177,3	0	3,39	0,0068
Bumi	23,44	0,003353	0,00	0,0167
Mars	25,19	0,005786	1,85	0,093
Jupiter	3,12	0,06481	1,31	0,048
Saturnus	26,73	0,10762	2,49	0,054
Uranus	97,9	0,030	0,77	0,046
Neptunus	26,6	0,2259	1,77	0,010
Pluto	118	?	17,44	0,246

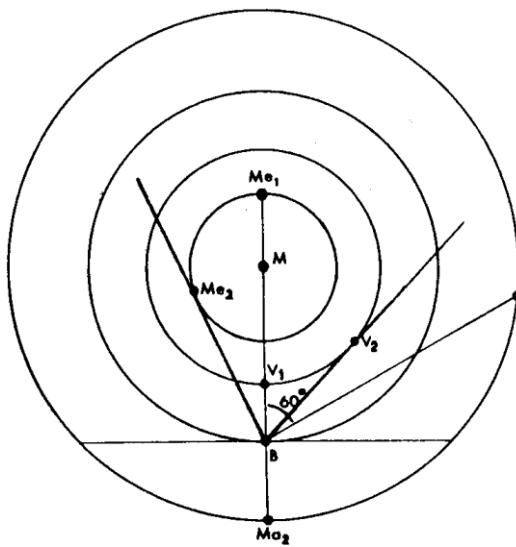
Tabel 4.3 tabel data orbit planet-planet.

4.9. KLASIFIKASI DAN KONFIGURASI PLANET

Planet dapat dibagi berdasarkan tiga kategori, yaitu:

1. Menurut kedudukannya terhadap Bumi, yaitu planet **inferior** yang mengorbit di sebelah dalam orbit Bumi dan planet **superior** yang mengorbit di sebelah luar orbit Bumi.
2. Menurut kedudukannya terhadap sabuk asteroid, yaitu **planet dalam (inner planet)** yang mengorbit di sebelah dalam sabuk asteroid dan **planet luar (outer planet)** yang mengorbit di sebelah luar sabuk asteroid.
3. Menurut komposisi dasarnya, yaitu **planet jovian** yang tersusun dari gas dan berukuran raksasa (major) seperti Jupiter, Saturnus, Uranus, dan Neptunus, dan **planet kebumian (terrestrial)** yang tersusun dari mineral padat seperti Merkurius, Venus, Bumi, dan Mars.

Konfigurasi planet merupakan posisi/fase planet dilahat dari Bumi terhadap Matahari. Fase planet diukur berdasarkan **sudut elongasi**, yaitu sudut yang dibentuk antara garis hubung Bumi – planet dengan garis hubung Bumi – Matahari. Sudut elongasi dapat diukur sebesar 0° – 360° dari garis hubung Bumi – Matahari, namun lebih sering diukur 0° – 180° disertai arahnya, barat atau timur. Posisi planet saat membentuk sudut 180° disebut oposisi, yakni posisi planet berseberangan dengan letak Matahari, sedangkan posisi planet saat membentuk sudut 0° disebut konjungsi. Planet dalam tentunya tidak dapat beroposisi, namun dapat berkonjungsi pada dua posisi, yaitu saat berada di belakang Matahari, disebut konjungsi atas, maupun saat berada diantara Bumi dan Matahari, disebut konjungsi bawah.



Gambar 4.8 Konfigurasi planet.

Gambar 4.8

Konfigurasi beberapa planet dilihat dari Bumi:

- V_1 = Venus sedang konjungsi bawah
 - Me_1 = Merkurius sedang konjungsi atas
 - V_2 = Venus sedang elongasi barat 48° yang merupakan elongasi terbesar Venus.
 - Me_2 = Merkurius sedang elongasi timur 28° yang merupakan elongasi terbesar Merkurius.
 - Ma_1 = Mars sedang elongasi barat 60° .
 - Ma_2 = Mars sedang oposisi (elongasi 180°).
- (Sumber : IPBA)

Sudut elongasi maksimal untuk planet dalam dapat dihitung dengan metode trigonometri, dengan jarak Bumi – Matahari sebagai sisi miring dan planet – Matahari sebagai sisi hadapan, sehingga sudut elongasi, θ dapat ditentukan.

SOAL LATIHAN 2

1. Dengan menggunakan hukum Titius-Bode, tentukanlah jarak Saturnus-Matahari (dalam satuan km)!
2. Sebuah elips dengan fokus $(0, \pm 3,5)$ berpusat di $(0,0)$ dan memiliki sumbu semi-major 8 satuan. Tentukan apakah elips ini termasuk elips vertikal atau horizontal serta tuliskan persamaan elips tersebut!
3. Dua buah lingkaran dengan persamaan $x^2 + y^2 = 4$ dan $x^2 + y^2 = 7$. Tentukanlah:
 - a. Persamaan garis singgung lingkaran pertama yang melalui titik $(7,0)$;
 - b. persamaan garis yang melalui titik $(4,120^\circ)$ dan titik $(7,0)$;
 - c. sudut slope garis singgung terhadap sumbu X.
 Serta jelaskan analoginya dengan sudut elongasi.
4. Jika diketahui Bumi melintasi sabuk meteoroid sehingga terjadi hujan meteor. Berapakah ketebalan sabuk meteoroid tersebut jika hujan meteor berlangsung selama 3,5 hari.
5. Diketahui sebuah satelit beredar dengan jarak orbit empat kali jari-jari Bumi berada tepat diatas kepala seorang pengamat di kota A. Di kota B, satelit itu terlihat dengan sudut elevasi 80° . Tentukan jarak dari kota A ke kota B.
6. Sistem dua benda dengan massa M_\odot dan M_J yang dipisahkan oleh jarak r akan bergerak mengitari pusat massanya. Jika diketahui jarak rata-rata Matahari-Jupiter adalah 778 juta km, massa Matahari $M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg, dan massa Jupiter $M_J = 1,90 \cdot 10^{27}$ kg, Tentukanlah di mana pusat massa sistem Matahari-Jupiter!
7. Suatu satelit mengorbit Bumi dengan jarak $9,8 \cdot 10^4$ km dari pusat Bumi. Berapakah kecepatan sudut dan periode satelit tersebut mengelilingi Bumi.
8. Sebuah asteroid melintas dekat Bumi dengan arah tangensial pada ketinggian 600km dan radiusnya 0,5 km. Jika kelajuan asteroid tersebut 11000 km/s , apakah asteroid itu akan menghantam Bumi?
9. Suatu planet dengan sumbu semi-major 0,387 AU dan eksentrisitasnya 0,206. Tentukan perbandingan fluks Matahari saat planet berada di aphelium dan perihelium.
10. Berapakah kecepatan linier Bulan mengelilingi Bumi jika diketahui jarak Bumi-Bulan = 60 kali jari-jari Bumi.
11. Jika diketahui periode Jupiter sama dengan 12 tahun Bumi, bagaimanakah perbandingan antara percepatan gravitasi Matahari pada Jupiter dengan percepatan gravitasi Matahari pada Bumi?

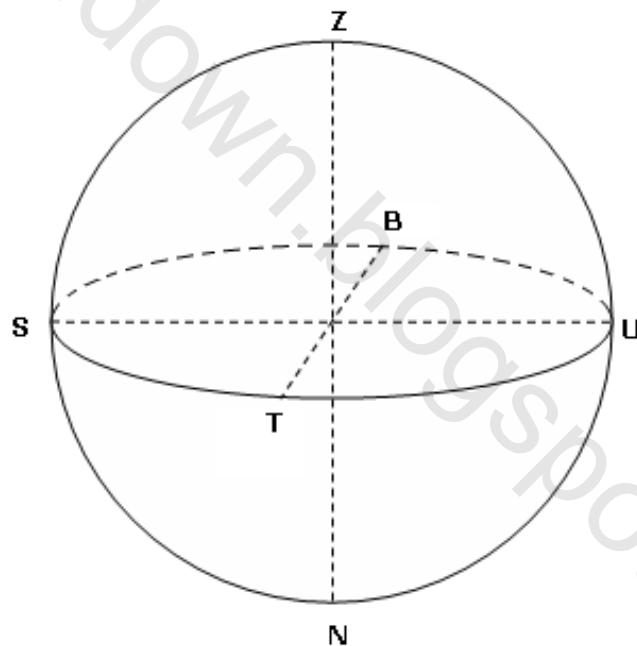
12. Berapakah kecepatan linier Bumi mengelilingi Matahari?
 13. Suatu satelit dengan orbit berjarak 10 000km mengorbit Bumi. Pada pukul 06.00 WITA, satelit tersebut tepat berada di atas Monumen Mandala. Pada pukul berapakah paling cepat satelit itu akan kembali berada di atas Monumen Mandala?
 14. Diketahui jarak Venus ke Matahari adalah 0,723 AU. Berapakah sudut elongasi maksimum Venus? Berapa pula jarak Venus dari Bumi saat itu?
 15. Venus tentunya akan tampak paling terang saat fase....
 16. Jelaskan perbedaan antara barycenter (pusat massa) dan Lagrange-1!
 17. Jika massa Matahari yang ‘hilang’ akibat pancaran radiasinya sekitar 4,5 juta ton setiap detiknya, berapakah laju perubahan periode revolusi Bumi tiap abadnya?
 - a. hitung laju perubahan periode revolusi Bumi.
 - b. hitung perubahan eksentrisitas Bumi.
 18. Jelaskan mengapa lebih banyak meteor yang dapat kita saksikan lewat tengah malam dibandingkan saat sebelum tengah malam.
 19. Jika diameter Bumi di kutub 12 714 km dan diamater di katulistiwa 12 757 km, hitunglah perbandingan berat seseorang yang berdiri di katulistiwa dan di titik kutub! (Periode rotasi Bumi 24 jam dan $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-2} \text{ m}^2$)
 20. Angin matahari yang isotropik (sama ke segala arah) menyebabkan laju kehilangan massa matahari $3 \times 10^{-14} M_{\text{Matahari}}$ setiap tahunnya
 - a. Berapa massa yang di’tangkap’ setiap hari oleh Bumi ketika mengelilingi matahari?
 - b. Berapa persen pertambahan berat badan kita setiap hari akibat pertambahan massa bumi yang disebabkan oleh angin matahari ini?
- (OSN Astronomi 2009)**

5. BOLA LANGIT

5.1. BOLA LANGIT

Jika kita sering memperhatikan langit malam, akan nampak bahwa bintang-bintang memiliki kedudukan yang tetap di langit, dan bergeser secara teratur dari hari kehari. Agar dapat dengan mudah menentukan lokasi bintang, diperlukan suatu sistem koordinat dalam pemetaan bintang-bintang tersebut, sistem koordinat itu disebut dengan tata koordinat bola langit. Dikenal empat macam tata koordinat dalam astronomi, yaitu tata koordinat horizon, ekuator, ekliptika dan galaktik, namun yang akan dibahas di sini hanya tiga dari yang disebut pertama.

Sebelum kita melukis posisi bintang pada sistem koordinat, ada baiknya kita mengenal terlebih dahulu tentang bola langit. Bola langit adalah suatu bola imajiner dimana seluruh bidang langit terproyeksi pada permukaannya, yang mana pusat dari bola langit tersebut adalah pengamat (Bumi). Agar lebih paham, perhatikan gambar 5.1.

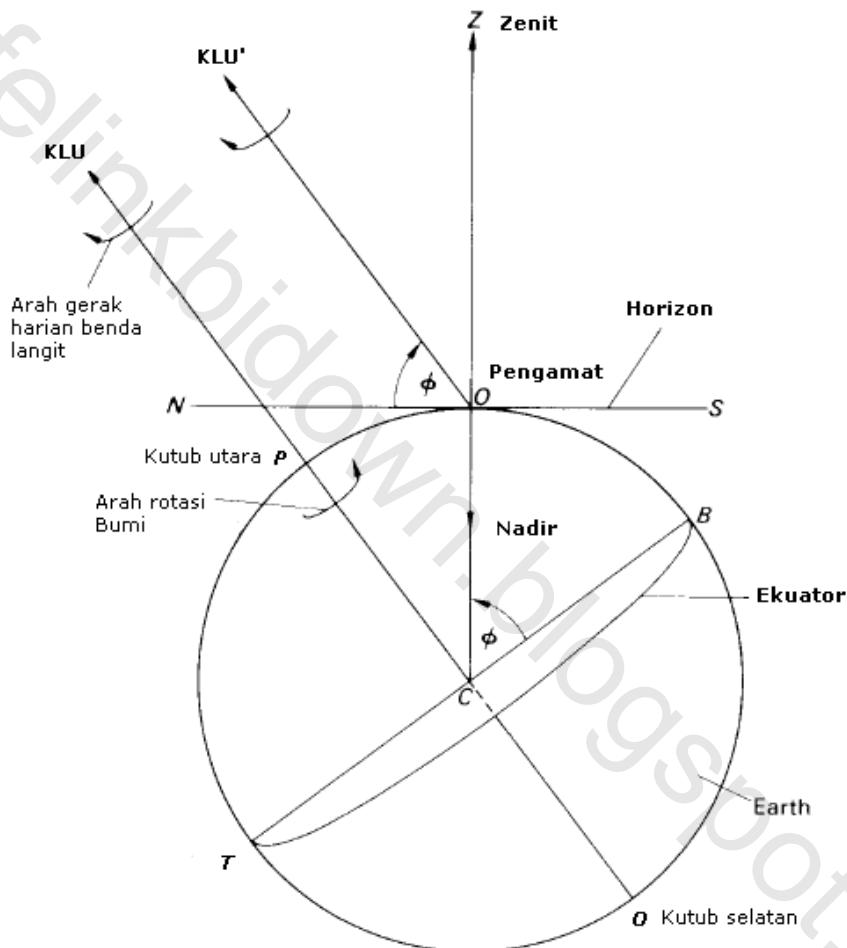


Gambar 5.1 Bola langit.

1. S, B, U, T adalah arah mata angin menurut pengamat. Untuk menggambar bola langit, biasanya ada ketentuan tentang letak titik Utara dan Selatan, namun di buku ini digunakan titik Selatan di kiri.
2. Z adalah titik Zenit, yaitu titik yang berada tepat di atas kepala pengamat, sebaliknya titik N (Nadir) adalah titik yang berada tepat di bawah kaki pengamat.
3. Lingkaran besar SBUT adalah horizon pengamat.
4. Lingkaran besar SZUN adalah meridian pengamat (meridian langit).

Lingkaran besar adalah lingkaran pada permukaan bola yang berpusat pada pusat bola (misal SBUT dan SZUN), sedangkan lingkaran kecil adalah lingkaran pada permukaan bola yang tidak berpusat di pusat bola (misal PQRS pada gambar 5.3).

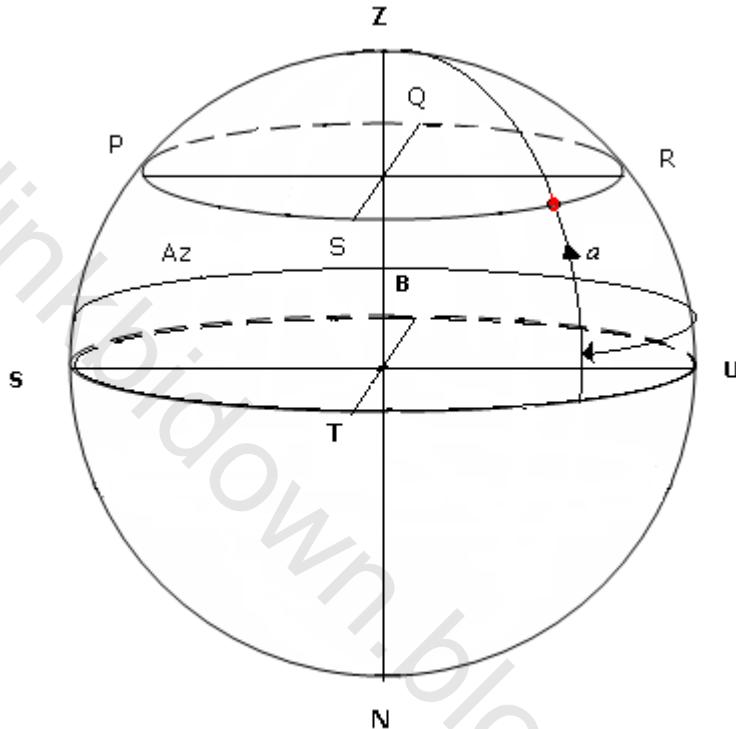
Kedudukan sebenarnya dari pengamat adalah sebagai berikut:



Gambar 5.2 Posisi pengamat pada lintang ϕ .

5.2. TATA KOORDINAT HORIZON

Pada tata koordinat horizon, letak bintang ditentukan hanya berdasarkan pandangan pengamat saja. Tata koordinat horizon tidak dapat menggambarkan lintasan peredaran semu bintang, dan letak bintang selalu berubah sejalan dengan waktu. Namun, tata koordinat horizon penting dalam hal pengukuran adsorbsi cahaya bintang.



Gambar 5.3 Koordinat horizon bintang pada $(220^\circ, 45^\circ)$

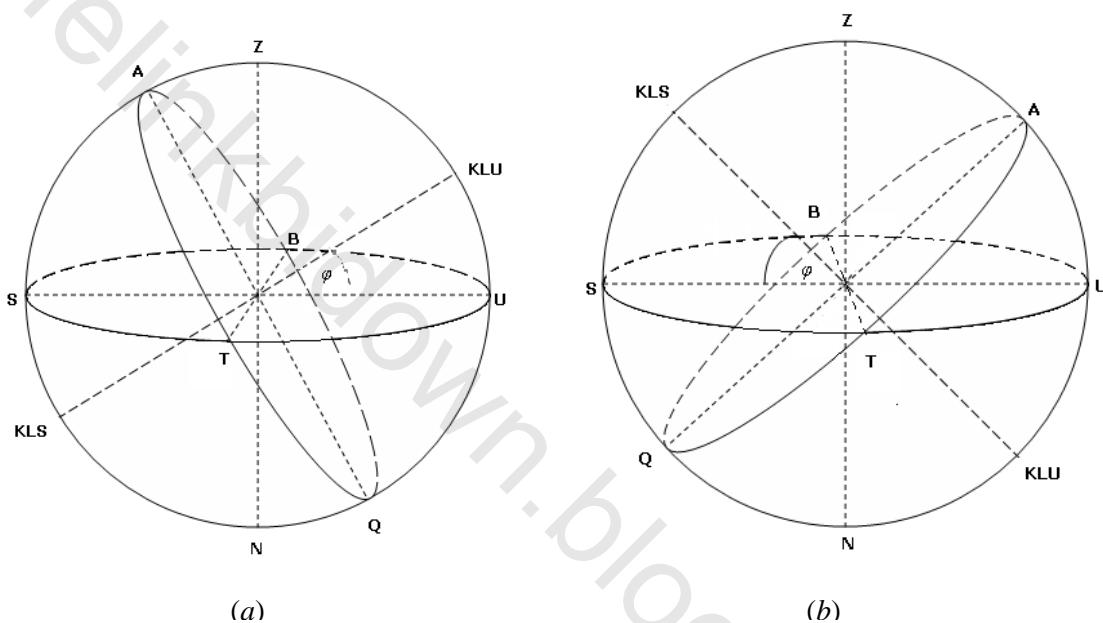
Ordinat-ordinat dalam tata koordinat horizon adalah:

1. Bujur suatu bintang dinyatakan dengan azimut (Az). Azimut umumnya diukur dari selatan ke arah barat sampai pada proyeksi bintang itu di horizon, seperti pada gambar azimut bintang adalah 220° . Namun ada pula azimut yang diukur dari Utara ke arah timur, oleh karena itu sebaiknya Anda menuliskan keterangan tentang ketentuan mana yang Anda gunakan.
2. Lintang suatu bintang dinyatakan dengan tinggi bintang (a), yang diukur dari proyeksi bintang di horizon ke arah bintang itu menuju ke zenit. Tinggi bintang diukur $0^\circ - 90^\circ$ jika arahnya ke atas (menuju zenit) dan $0^\circ - -90^\circ$ jika arahnya ke bawah.

Letak bintang dinyatakan dalam (Az, a) . Setelah menentukan letak bintang, lukislah lingkaran almukantaratnya, yaitu lingkaran kecil yang dilalui bintang yang sejajar dengan horizon (lingkaran PQRS).

5.3. TATA KOORDINAT EKUATOR

Tata koordinat ekuator merupakan sistem koordinat yang paling penting dalam astronomi. Letak bintang-bintang, nebula, galaksi dan lainnya umumnya dinyatakan dalam tata koordinat ekuator. Pada tata koordinat ekuator, lintasan bintang di langit dapat ditentukan dengan tepat karena faktor lintang geografis pengamat (ϕ) diperhitungkan, sehingga lintasan edar bintang-bintang di langit (ekuator Bumi) dapat dikoreksi terhadap pengamat. Sebelum menentukan letak bintang pada tata koordinat ekuator, sebaiknya kita mempelajari terlebih dahulu sikap bola langit, yaitu posisi bola langit menurut pengamat pada lintang tertentu.



Gambar 5.4 Sikap bola langit pada $\phi = 30^\circ$ LU (a) dan $\phi = 45^\circ$ LS (b)

Sudut antara kutub Bumi (poros rotasi Bumi) dan horizon disebut tinggi kutub (φ). Jika diperhatikan lebih lanjut, ternyata nilai $\varphi = \phi$, dengan φ diukur dari Selatan ke KLS jika pengamat berada di lintang selatan dan φ diukur dari Utara ke KLU jika pengamat berada di lintang utara. Jadi untuk pengamat pada $\phi = 90^\circ$ LU lingkaran ekliptika akan berimpit dengan lingkaran horizon, dan kutub lintang utara berimpit dengan zenit, sedangkan pada $\phi = 90^\circ$ LS lingkaran ekliptika akan berimpit dengan lingkaran horizon, dan kutub lintang selatan berimpit dengan zenit

Ordinat-ordinat dalam tata koordinat ekuator adalah:

1. Bujur suatu bintang dinyatakan dengan sudut jam atau *Hour Angle (HA)*. Sudut jam menunjukkan letak suatu bintang dari titik kulminasinya, yang diukur dengan satuan jam (ingat, $1^h = 15^\circ$). Sudut jam diukur dari titik kulminasi atas bintang (A) ke arah barat (positif, yang berarti bintang telah lewat kulminasi sekian jam) ataupun ke arah timur (negatif, yang berarti tinggal sekian jam lagi bintang akan berkulminasi). Dapat juga diukur dari $0^\circ - 360^\circ$ dari titik A ke arah barat.

2. Lintang suatu bintang dinyatakan dengan deklinasi (δ), yang diukur dari proyeksi bintang di ekuator ke arah bintang itu menuju ke kutub Bumi. Tinggi bintang diukur $0^\circ - 90^\circ$ jika arahnya menuju KLU dan $0^\circ - -90^\circ$ jika arahnya menuju KLS.

Dapat kita lihat bahwa deklinasi suatu bintang nyaris tidak berubah dalam kurun waktu yang panjang, walaupun variasi dalam skala kecil tetap terjadi akibat presesi orbit Bumi. Namun sudut jam suatu bintang tentunya berubah tiap jam akibat rotasi Bumi dan tiap hari akibat revolusi Bumi. Oleh karena itu, ditentukanlah suatu ordinat baku yang bersifat tetap yang menunjukkan bujur suatu bintang pada tanggal 21 Maret pukul 12.00, yaitu ketika titik Aries γ tepat berkulminasi atas pada pukul 12.00 waktu lokal (*vernal equinox*). Ordinat inilah yang disebut asensiorekta (*ascencio recta*) atau kenaikan lurus, yang umumnya dinyatakan dalam jam. Faktor gerak semu harian bintang dikoreksi terhadap waktu lokal (t) dan faktor gerak semu tahunan bintang dikoreksi terhadap *Local Siderial Time* (*LST*) atau waktu bintang, yaitu letak titik Aries pada hari itu. Karena sudut jam titik Aries pada 21 Maret pukul 12.00 adalah 00^h , maka pada pukul 00.00 waktu lokal HA-nya = 12^h , inilah yang menjadi patokan. Jadi pada tanggal 21 Maret *LST*-nya adalah pukul 12^h , dan kembali ke pukul 12^h pada 21 Maret berikutnya sehingga pada tanggal 21 Juni, 23 September dan 22 Desember *LST*-nya berturut-turut adalah 18^h , 00^h , dan 06^h . Jadi *LST* dapat dicari dengan rumus :

$$LST = \frac{date - 23\text{September}}{365} \times 24 \text{ jam} \quad (5.1)$$

Adapun hubungan *LST*, HA_{00} dan asensiorekta (α)

$$LST = \alpha + HA_{00} \quad (5.2)$$

Tidak seperti γ yang berkulminasi atas pada *LST* 00^h , Matahari justru berkulminasi atas pada pukul 12.00 waktu lokal, sehingga perhitungan *HA* tadi adalah *HA* pada waktu lokal pukul 00.00. Jadi, bujur suatu bintang sebenarnya di langit pada suatu waktu tertentu adalah *HA*, sedangkan bujur bakunya adalah α . *LST* diukur dari titik A ke arah barat, sedangkan asensiorekta diukur berlawanan arah gerak semu harian, yaitu dari barat ke timur jika dilihat dari atas horizon. Nilai *HA* adalah

$$HA_{00+t} = HA_{00} + t \quad (5.3)$$

Dengan t adalah waktu lokal. Misal jika $HA_{00} = +3^h$, maka sudut jam bintang pada pukul 03.00 adalah $+6^h$ (sedang terbenam). Ingat, saat kulminasi atas maka *HA* = 00^h .

Definisi Baku

$$LST = \alpha + HA_{00},$$

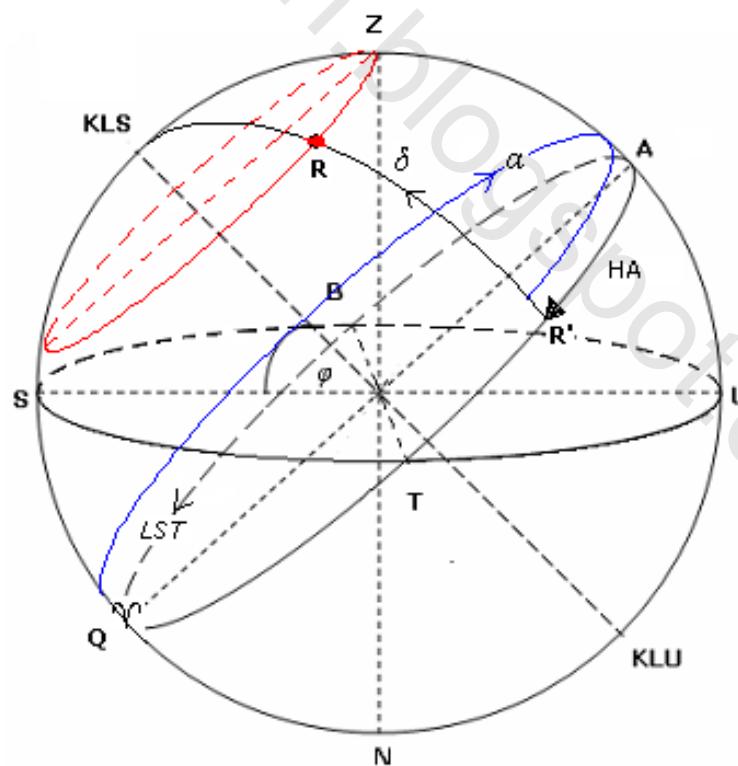
dengan LST adalah sudut jam titik Aries pada pukul 00.00 waktu lokal, sehingga pada 23 September LST -nya adalah 00^{h} , dan HA_{00} adalah sudut jam bintang pada pukul 00.00 waktu lokal. Jadi sudut jam (HA) bintang pada sembarang waktu dihitung dengan:

$$LST + t = \alpha + HA_t$$

Nilai $LST + t$ ini disebut **sideral hour**. Contoh pada gambar 13.3. Pada tanggal 21 Maret, LST -nya adalah 12^{h} . Jadi letak bintang **R** dengan koordinat (α, δ) sebesar $(16^{\text{h}}, -50^{\circ})$ akan nampak di titik **R** pada pukul 00.00 waktu lokal. Perhatikan bahwa LST diukur dari titik **A** kearah barat sampai pada titik Aries γ . Tampak bintang **R** berada pada bujur $(HA_{00}) -60^{\circ}$ atau -4 jam. Jadi, bintang **R** akan berkulminasi atas di titik **Ka** pada pukul 04.00 dan terbenam di horizon pada pukul 10.00. Asensiorekta diukur dari titik Aries berlawanan pengukuran LST sampai pada proyeksi bintang di ekuator. Jadi telah jelas bahwa.

$$HA = LST - \alpha$$

$$\text{Dengan } -x^{\text{h}} = 24^{\text{h}} - x^{\text{h}}$$



Gambar 5.5 Letak bintang pada $(-4^{\text{h}}, -50^{\circ})$ pada $LST 12^{\text{h}}$ pukul 00.00 diamati dari $\phi = 40^{\circ}\text{LS}$

Lingkaran kecil **KaKb** merupakan lintasan gerak bintang, yang sifatnya nyaris tetap. Untuk bintang R, yang diamati dari $\phi = 40^\circ$ LS akan lebih sering berada di atas horizon daripada di bawah horizon. Pembahasan lebih lanjut pada bagian bintang sirkumpolar.

Tinggi bintang atau altitude, yaitu sudut kedudukan suatu bintang dari horizon dapat dicari dengan aturan cosinus segitiga bola. Tinggi bintang, a , yaitu

$$a = 90^\circ - \zeta \quad (5.4)$$

Dimana jarak zenit (ζ) dirumuskan dengan

$$\cos \zeta = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \phi) \cos HA \quad (5.5)$$

CONTOH:

1. Pada tanggal 22 Desember 2010 Tukiyem ingin mengamati bintang Rigel. Diketahui koordinat Rigel $RA/DE = 5^{\text{h}}15^{\text{m}}3^{\text{s}}$ / $-8^\circ11'23''$. Jika Tukiyem melakukan pengamatan pada lintang 5° LS, tentukanlah:
 - a) Sudut jam Rigel pada pukul 21.30 waktu setempat dan apakah Rigel tampak atau tidak.
 - b) Tinggi bintangnya.

Penyelesaian:

- a) Pada tanggal 22 Desember $LST = 06^{\text{h}}$, dan $\alpha = RA = 5^{\text{h}}15^{\text{m}}3^{\text{s}}$ sehingga

$$LST + t = \alpha + HA_t$$

$$HA_t = 06^{\text{h}} + 21^{\text{h}}30^{\text{m}} - 5^{\text{h}}15^{\text{m}}3^{\text{s}}$$

$$HA_t = 22^{\text{h}}14^{\text{m}}57^{\text{s}} = -1^{\text{h}}45^{\text{m}}3^{\text{s}}$$

Atau $HA_t = -1^{\text{h}}45^{\text{m}}3^{\text{s}}$, sehingga Rigel akan nampak (ingat bintang akan nampak jika $-6^{\text{h}} < HA < 6^{\text{h}}$).

- b) $\phi = 5^\circ$ LS = -5° , $\delta = DE = -8^\circ11'23''$, dan $HA_t = -1^{\text{h}}45^{\text{m}}3^{\text{s}} = -26^\circ,26$

$$\cos \zeta = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \phi) \cos HA$$

$$\cos \zeta = \cos(90^\circ + 8^\circ,19) \cos(90^\circ + 5^\circ) + \sin(90^\circ + 8^\circ,19) \sin(90^\circ + 5^\circ) \cos(-26^\circ,26)$$

$$\cos \zeta = 0.8967$$

$$\zeta = 26^\circ,27$$

$$a = 90^\circ - \zeta = 63^\circ,73$$

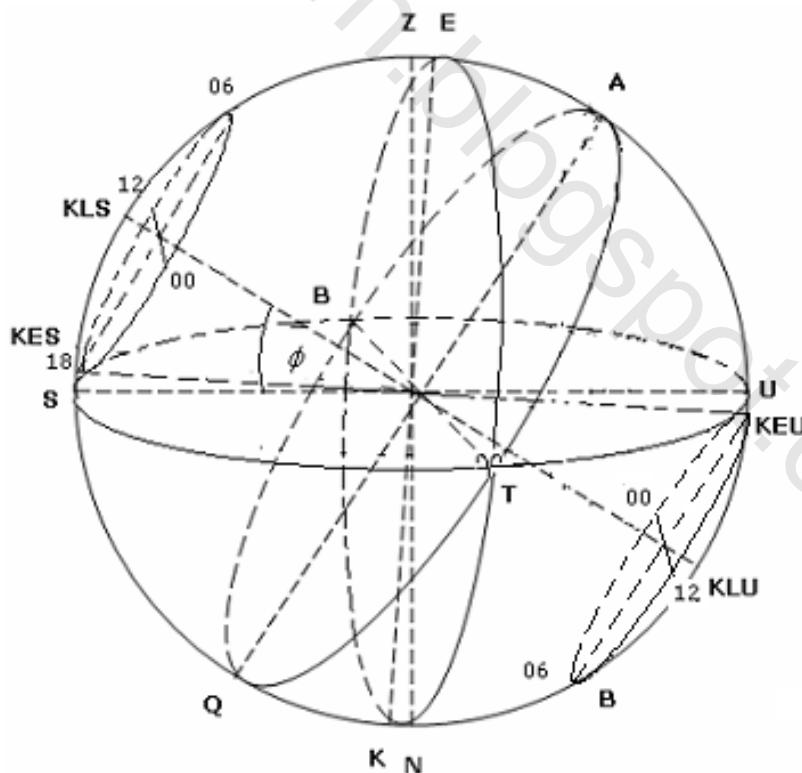
5.4. TATA KOORDINAT EKLIPTIKA

Pada tata koordinat ekliptika, lingkaran ekliptika turut diperhitungkan dan merupakan lintang 0° . Ekliptika, seperti halnya yang kita tahu merupakan bidang edar Bumi mengelilingi Matahari. Ternyata bidang edar planet-planet lainnya hampir sebidang juga dengan ekliptika. Oleh karena itu, tata koordinat ekliptika sangat cocok untuk menggambarkan letak Matahari dan planet-planet.

Beberapa ketentuan dalam menggambar ekliptika adalah sebagai berikut:

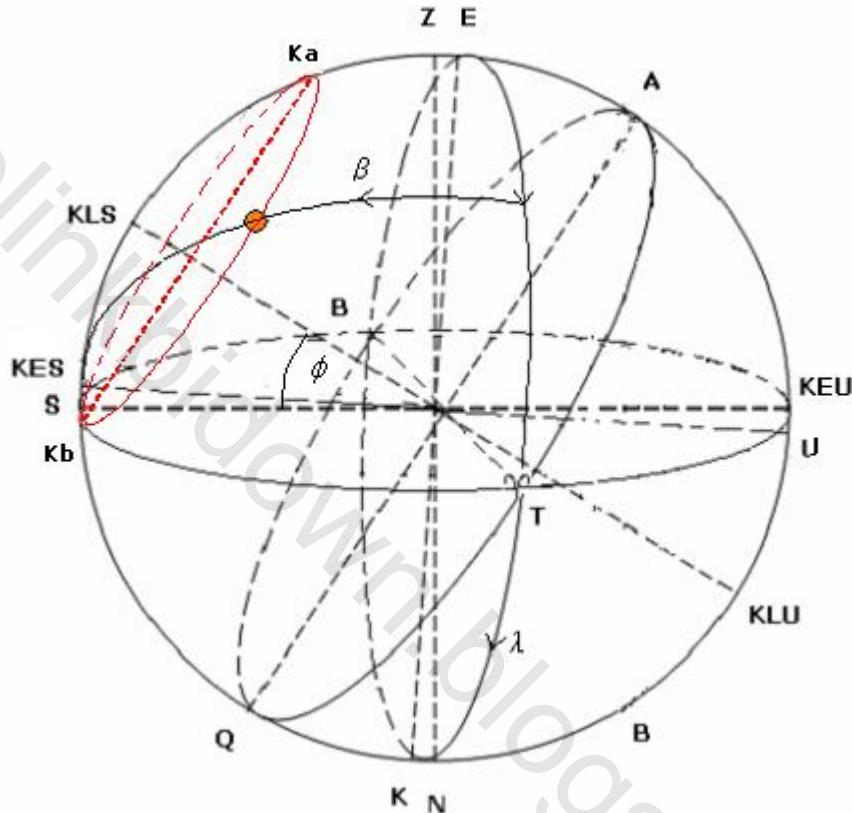
1. Ekliptika merupakan lingkaran besar pada bola langit yang berpotongan dengan lingkaran ekuator langit.
2. Sudut antara ekliptika dengan ekuator besarnya $23^\circ,5$.
3. Titik potong antara lingkaran ekuator langit dan lingkaran ekliptika merupakan titik *vernal equinox* (titik Aries γ) dan *autumnal equinox*.
4. Tegak lurus terhadap bidang ekliptika adalah Kutub Ekliptika Utara (**KEU**) dan Kutub Ekliptika Selatan (**KES**).
5. Titik γ selalu bergerak pada bidang ekuator searah peredaran semu harian akibat pergerakan bidang ekliptika terhadap ekuator. Pada $LST = 00^h$, γ berada di titik **A**.

Jadi, tidak seperti ekuator, kedudukan ekliptika berubah-ubah dengan deklinasi maksimal $+23^\circ,5$ dan minimal $-23^\circ,5$.



Gambar 5.6 Pergeseran titik Aries akibat rotasi ekliptika terhadap ekuator, tampak posisi ekliptika pada $LST = 18^h$.

Ingat bahwa perhitungan *HA* selalu dimulai pada waktu lokal 12.00. Pada waktu lokal pukul 12.00 posisi Matahari berada di titik kulminasi atasnya di titik **E** (pada tengah hari Matahari tepat berada di atas kepala, bukan?). Tampak pada gambar, pada *LST* 18^h (*winter solstice*) ekliptika berada 23°,5 di selatan ekuator, pada *LST* 06^h (*summer solstice*), ekliptika berada 23°,5 di utara ekuator, sedangkan pada *LST* 00^h γ di titik **A** dan pada *LST* 12^h γ berimpit dengan Matahari saat waktu lokal 00.00 di **Q**.



Gambar 5.7 Bintang dengan posisi (300°,45°) diamati dari $\phi = 30^\circ$ LS pada *LST* 18^h.

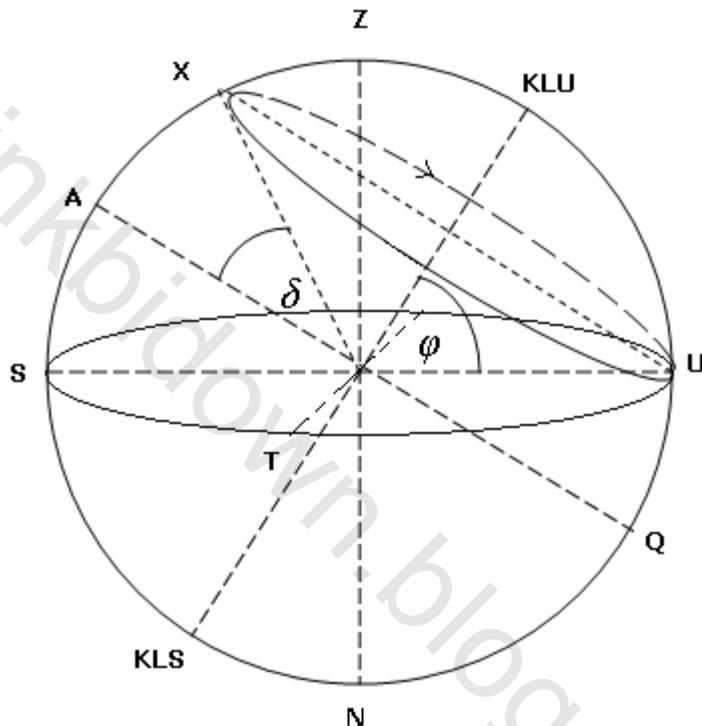
Ordinat-ordinat dalam tata koordinat ekliptika adalah:

1. Bujur suatu bintang dinyatakan dengan bujur astronomis (λ), diukur dari titik Aries berlawanan arah peredaran semu harian (negatif, lihat gambar) sampai pada proyeksi bintang pada ekliptika, besarnya dari 0° sampai 360°.
2. Lintang suatu bintang dinyatakan dengan lintang astronomis (β), yang diukur dari proyeksi bintang di ekliptika ke arah bintang itu menuju ke kutub ekliptika. Tinggi bintang diukur 0° – 90° jika arahnya menuju **KEU** dan 0° – -90° jika arahnya menuju **KES**.

Posisi suatu benda langit dinyatakan dengan (λ, β) . Lintasan peredaran semu harian benda langit dilukis sejajar ekuator melalui benda langit tersebut, dengan kulminasi atas **Ka** dan kulminasi bawah **Kb**.

5.5. BINTANG SIRKUMPOLAR

Seperti pada gambar 5.5, bintang R, yang diamati dari $\phi = 40^\circ$ LS selalu berada di atas horizon dan tak pernah di bawah horizon. Apa bila deklinasi bintang bertambah sampai nilai minimal tertentu, bintang akan berputar mengitari poros Bumi tanpa pernah terbenam dan terbit. Bintang-bintang seperti ini dinamakan bintang sirkumpolar. Nilai minimal δ untuk harga ϕ tertentu dapat dicari. Perhatikan gambar 10.6.



Gambar 5.8 Bintang sirkumpolar dengan deklinasi δ diaamati dari lintang ϕ

Telah diketahui bahwa tinggi kutub sebanding dengan lintang pengamat, sehingga nilai $\varphi = \phi$. Karena bintang selalu beredar semu mengelilingi poros Bumi maka sudut **U-O-KLU** akan sama dengan sudut **KLU-O-X**, dengan **O** adalah pusat bola. Perhatikan pula sudut **KLU-O-A** besarnya 90° , sehingga didapat hubungan:

$$(A-O-X) + (X-O-KLU) = (A-O-KLU)$$

$$\delta + \phi = 90^\circ \quad (5.6)$$

Jadi nilai minimal deklinasinya adalah $\delta = 90^\circ - \phi$ atau dapat dinyatakan dengan $\delta > 90^\circ - \phi$ untuk lintang utara dan $\delta < -90^\circ - \phi$ untuk lintang selatan.

Adapun bintang yang tampak oleh pengamat pada lintang $\phi = +x$ dan yang tak tampak pada pengamat di lintang $\phi = -x$ adalah

$$(-90^\circ + x) < \delta < (90^\circ + x) \quad (4.7)$$

Dan bintang yang tampak oleh pengamat pada $\phi = -x$ dan yang tak tampak oleh pengamat pada $\phi = +x$ adalah

$$(-90^\circ - x) < \delta < (90^\circ - x) \quad (5.8)$$

Lama sebuah bintang berada di atas horizon dapat diketahui dengan menghitung sudut jam (HA) bintang tersebut di atas horizon (kita sebut H). Lama sebuah bintang di atas horizon sama dengan dua kali nilai H -nya (untuk H nilai positif dan negatif). Besarnya nilai H untuk belahan utara Bumi adalah

$$\cos H = -\tan \delta \tan \phi \quad (5.9)$$

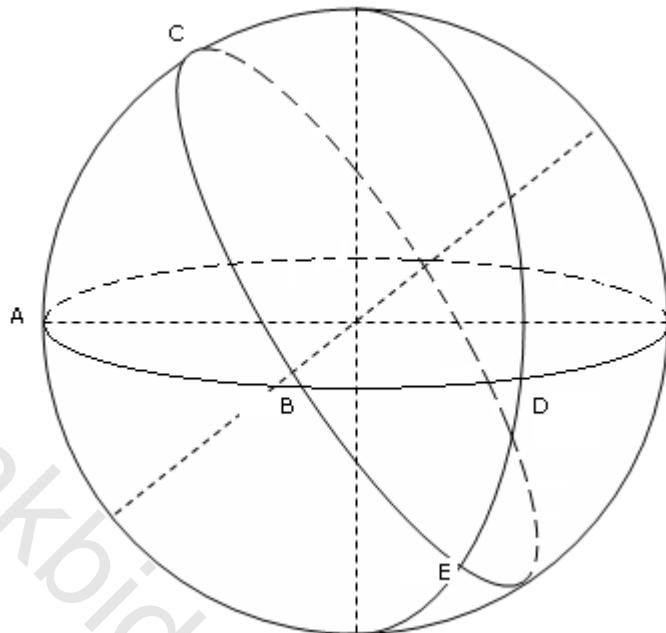
Sedangkan untuk belahan selatan Bumi adalah

$$\cos H = +\tan \delta \tan \phi \quad (5.10)$$

Lamanya bintang tampak dapat dihitung dengan rumus $t = 2H$, dengan mengingat $1^h = 15^\circ$.

Pada Matahari, siang terpanjang (malam terpanjang) dan siang terpendek (malam terpendek) juga dapat dihitung dengan formula yang sama, dimana siang terpanjang saat deklinasi Matahari $\delta = +23^\circ 27'$ dan siang terpendek saat deklinasi Matahari $\delta = -23^\circ 27'$.

5.6. SEGITIGA BOLA



Gambar 5.9 Kedudukan titik pada permukaan bola.

Trigonometri bola membahas tentang hubungan antara sudut-sudut dan sisi-sisi sebuah bola. Sebuah segitiga bola adalah segitiga di permukaan bola yang sisinya merupakan bagian dari lingkaran besar (lingkaran yang sepasang dengan bola). Contohnya segitiga ABC dan segitiga BDE.

Beberapa sifat segitiga bola yang dapat bermanfaat dalam melakukan analisis:

1. Jumlah ketiga sudut tidak harus 180° .
2. Jarak sudut (panjang busur) antara sebuah lingkaran besar dan kutubnya adalah 90° .
3. Panjang salah satu busur segitiga bola yang menghadap sudut yang berada di kutubnya adalah sama dengan besar busur tersebut.

Pada segitiga bola berlaku rumus-rumus cosinus

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (5.11)$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \quad (5.12)$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \quad (5.13)$$

Dan rumus sinus:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (5.14)$$

Rumus-rumus segitiga bola itu tidak berlaku apabila ada sisi yang bukan merupakan bagian dari lingkaran besar.

5.7. RASI BINTANG

Rasi bintang atau konstelasi adalah kumpulan bintang-bintang yang dihubungkan menjadi suatu pola rekaan pada bidang langit. Jadi, bintang-bintang dalam satu rasi mungkin agak ‘berdekatan’ menurut bidang pandang, tetapi dalam garis pandang, sangat mungkin salah satu bintangnya lebih dekat ke Bumi dari pada ke bintang-bintang lainnya. Pola-pola suatu rasi dibuat hanya berdasarkan imajinasi penemunya, dan umumnya diberi nama binatang atau tokoh-tokoh dalam mitologi Yunani dan Romawi.

Zodiak adalah dua belas rasi yang terletak di sepanjang ekliptika, yaitu Aquarius, Pisces, Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, dan Capricorn. Zodiak melakukan gerak semu tahunan akibat revolusi Bumi, oleh sebab itu, kulminasi zodiak berganti tiap-tiap bulannya. Yang dimaksud kulminasi pada rasi ini adalah kulminasi tahunan suatu rasi, yaitu waktu suatu rasi berada segaris dengan Matahari. Rasi Aries yang dijadikan standar waktu bintang, akan berkulminasi pada tanggal 21 Maret. Jadi, pada tanggal 21 Maret Matahari akan berada rasi Aries.

Berikut ini adalah 88 rasi bintang yang ada:

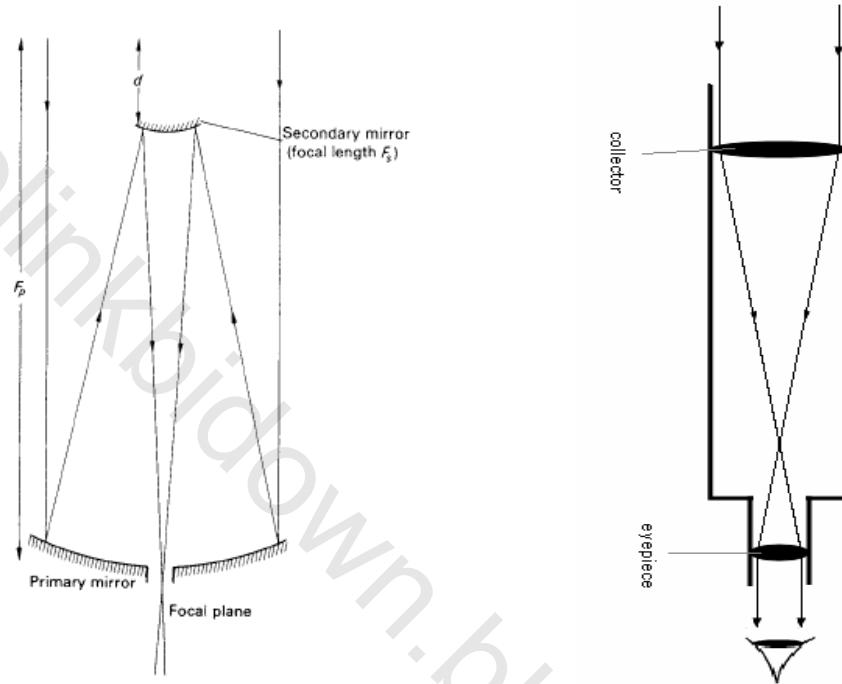
nama	nama genitif	singkatan	arti
Andromeda	Andromedae	And	puteri Ethiopia
Antlia	Antliae	Ant	pompa air
Apus	Apodis	Aps	burung surga
Aquarius	Aquarii	Aqr	pembawa air
Aquila	Aquilae	Aql	garuda
Ara	Arae	Ara	altar
Aries	Arietis	Arie	biri-biri jantan
Auriga	Aurigae	Aur	pengemudi kereta perang
Boötes	Boötis	Boo	penggembala
Caelum	Caeli	Cae	alat pemahat
Camelopardus	Camelopardis	Cam	jerapah
Cancer	Cancri	CnC	kepiting
Canis Venatici	Canum Venaticorum	CVn	anjing-anjing pemburu
Canis Major	Canis Majoris	CMa	anjing besar
Canis Minor	Canis Minoris	CMi	anjing kecil
Capricornus	Capricorni	Cap	kambing laut
Carina	Carinae	Car	lunas kapal Argonauts
Cassiopeia	Cassiopeiae	Cas	ratu Ethiopia
Centaurus	Centauri	Cen	centaur
Cepheus	Cephei	Cep	raja Ethiopia
Cetus	Ceti	Cet	paus
Charmeleon	Charmeleontis	Cha	bunglon
Circinus	Circini	Cir	kompas
Columba	Columbae	Col	merpati
Coma Berenices	Comae Berenices	Com	rambut Berenice
Corona Australis	Coronae Australis	CrA	mahkota selatan
Corona Borealis	Coronae Borealis	CrB	mahkota utara
Corvus	Corvi	CrV	burung gagak
Crater	Crateris	Crt	cangkir
Crux	Crucis	Cru	salib selatan
Cygnus	Cyggni	Cyg	angsa
Delphinus	Delphini	Del	lumba-lumba
Dorado	Doradus	Dor	ikan todak

Draco	Draconis	Dra	naga
Equuleus	Equulei	Equ	kuda kecil
Eridanus	Eridani	Eri	sungai
Fornax	Fornacis	For	tungku
Gemini	Geminorum	Gem	kembar
Grus	Gruis	Gru	burung bangau
Hercules	Herculis	Her	Hercules, anak Zeus
Horologium	Horologii	Hor	jam
Hydra	Hydrae	Hya	naga laut
Hydrus	Hydri	Hyi	ular air
Indus	Indi	Ind	Indian
Lacerta	Lacertae	Lac	kadal
Leo	Leonis	Leo	singa
Leo Minor	Leonis Minoris	LMi	singa kecil
Lepus	Leporis	Lep	kelinci
Libra	Librae	Lib	timbangan neraca
Lupus	Lupi	Lup	serigala
Lynx	Lyncis	Lyn	sejenis kucing liar
Lyra	Lyrae	Lyr	harpa
Mensa	Mensae	Men	meja
Microscopium	Microscopii	Mic	mikroskop
Monoceros	Monocerotis	Mon	kuda bertanduk satu
Musca	Muscae	Mus	lalat
Norma	Normae	Nor	timbangan datar
Octans	Octantis	Oct	oktan
Ophiuchus	Ophiuchi	Oph	tangan naga
Orion	Orionis	Ori	pemburu
Pavo	Pavonis	Pav	merak
Pegasus	Pegasi	Peg	kuda bersayap
Perseus	Persei	Per	perseus
Phoenix	Phoenicis	Phe	burung finiks
Pictor	Pictoris	Pic	kuda-kuda
Pisces	Piscium	Psc	ikan
Piscis Austrinus	Piscis Austrini	psA	ikan selatan
Puppis	Puppis	Pup	buritan kapal Argonauts
Pyxis	Pyxidis	Pyx	kompas di kapal Argonauts
Reticulum	Reticuli	Ret	jaring
Sagitta	Sagittae	Sge	anak panah
Sagittarius	Sagittarii	Sgr	pemanah
Scorpius	Scorpii	Sco	kalajengking
Sculptor	Sculptoris	Scl	alat ahli pahat
Scutum	Scuti	Sct	perisai
Serpens	Serpentis	Ser	ular naga
Sextans	Sextantis	Sex	sekstan
Taurus	Tauri	Tau	lembu jantan
Telescopium	Telescopii	Tel	teleskop
Triangulum	Trianguli	Tri	segitiga
Triangulum Australis	Trianguli Australis	TrA	segitiga selatan
Tucana	Tucanae	Tuc	burung rangkong
Ursa Major	Ursae Majoris	UMa	beruang besar
Ursa Minor	Ursae Minoris	UMi	beruang kecil
Vela	Velorum	Vel	layar kapal Argonauts
Virgo	Virginis	Vir	gadis
Volans	Volantis	Vol	ikan terbang
Vulpecula	Vulpeculae	Vul	rubah

Tabel 5.1 Nama-nama rasi bintang.

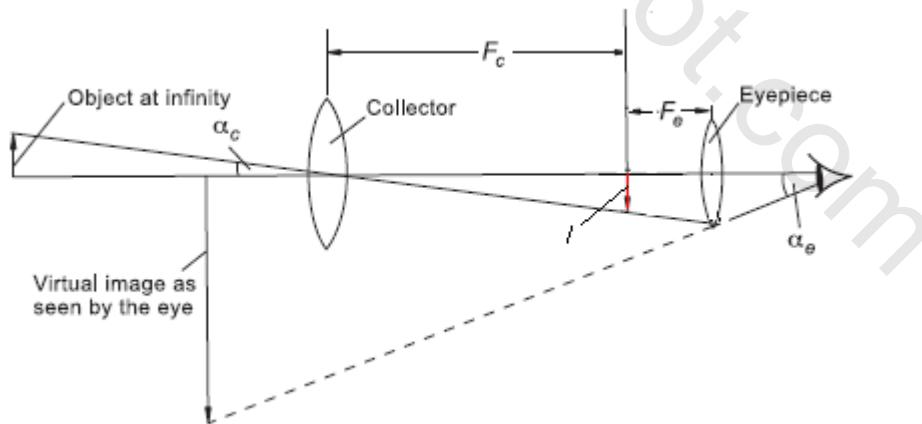
5.8. PENGAMATAN DENGAN TELESKOP

Dalam mengamati bintang, biasanya perlu menggunakan alat bantu seperti teleskop. Teleskop umumnya dibedakan berdasarkan jenis objektifnya, yaitu teleskop refraktor (objektif terbuat dari lensa) dan reflektor (objektif terbuat dari cermin).



Gambar 5.10 Reflektor (kiri) dan refraktor (kanan).

Pada teleskop refraktor, *collector* (objektif) dan *eyepiece* (okuler) terbuat dari lensa. Skema sebuah refraktor dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 5.11 Skema sebuah refraktor.

Pada Gambar 5.11, benda akan membentuk sudut α , dan membentuk bayangan l tepat di fokusnya. Bila sudut α kecil (sebagai contoh, besar sudut Bulan hanya $0,5^\circ$) maka:

$$\alpha = l/f \quad (5.15)$$

l adalah besar bayangan dan f panjang fokus kolektor, sudut α dinyatakan dalam radian. Dari persamaan 5.15 dapat ditentukan panjang bayangan yang besar sudutnya 1° adalah

$$l = 0,01745f \quad (5.16)$$

Sebagai contoh, panjang fokus refraktor Zeiss di Lembang 1100 cm, maka benda yang besar sudutnya 1° bila dipotret melalui teropong tersebut akan mempunyai besar bayangan $l = 19,2$ cm. Bayangan pada teleskop bersifat nyata dan terbalik.

Kecerahan bayangan bergantung pada diameter kolektor (D). Makin lebar kolektor makin cerah bayangannya. Kecerahan bayangan juga berbanding terbalik dengan fokus kolektor, dengan begitu kecerahan bayangan (B) dapat dituliskan

$$B = \text{tetapan} \times (f/D)^{-2} \quad (5.17)$$

Besar (f/D) disebut juga angkabanding- f .

Daya pisah minimum teleskop adalah

$$\alpha_{\min} = 2,52 \times 10^5 \frac{\lambda}{D} \quad (5.18)$$

Dengan λ = panjang gelombang cahaya, D = diameter kolektor dan α dinyatakan dalam detik busur. Jadi, makin kecil α makin kuat daya pisah teleskop. Untuk daerah visual, panjang gelombang efektif cahaya adalah 5550\AA , sehingga daya pisah teleskop dapat dinyatakan kembali dengan

$$\alpha_{\min} = \frac{14,1}{D} \quad (5.19)$$

Dengan α_{\min} dalam detik busur dan D dalam cm.

Jika kita mengamati objek yang membentang seperti kabut antar bintang, planet ataupun Bulan dengan teleskop, tampak objek itu diperbesar. Perbesaran bayangan pada teleskop dirumuskan dengan

$$M = \frac{\alpha_e}{\alpha_c} = \frac{f_c}{f_e} \quad (5.20)$$

Jadi jika diameter sudut bulan sebesar $0,5^\circ$ diamati dengan teleskop dengan pembesaran $M = 10$, maka diameter sudut bulan akan tampak $5,0^\circ$.

Adapun panjang teleskop dirumuskan dengan

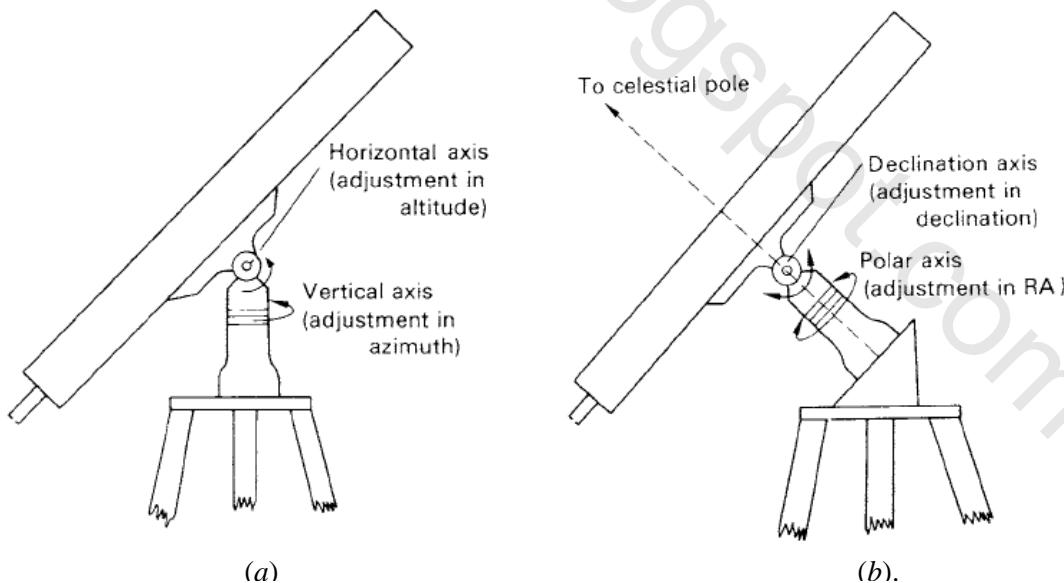
$$d = f_c + f_e \quad (5.21)$$

Biasanya telekop memiliki 3 sampai 4 buah *eyepiece*, sehingga perbesaran teleskop dapat dipilih sesuai dengan keperluan.

Dalam mencari letak bintang di langit, teleskop dilengkapi oleh mounting, yaitu sumbu gerak teleskop. Kita hanya akan membahas secara singkat mounting teleskop yang biasa dipakai oleh masyarakat awam atau astronom amatir yang mudah diperoleh di pasaran (setelah membayar tentunya). Teleskop yang beredar di pasaran umumnya menggunakan sistem mounting altitude-azimuth (alt-azimuth) atau sistem ekuatorial. Dalam menggunakan mounting alt-azimuth, terdapat sumbu azimuth (bujur) yang sumbunya tegak lurus horizon (ke arah zenit) dan sumbu altitude (lintang) yang sumbunya tegak lurus sumbu azimuth.

Adapun pada mounting ekuatorial, sistemnya mirip dengan sistem alt-azimuth, namun sumbu bujurnya (*HA*) bukan ke arah zenit, melainkan sejajar sumbu rotasi Bumi (bagi pengamat di lintang selatan sumbunya mengarah ke kutub selatan, dan sebaliknya). Pada pengamat di Makassar misalnya, poros sudut jam teleskop (φ) mengarah sekitar $5^{\circ}7'$ ke arah zenit dari titik Selatan. Sumbu sudut jam (*HA*) ini diukur dalam satuan jam, dari 00.00 sampai 24.00. Terdapat dua skala, untuk pengamat di lintang selatan umumnya menggunakan skala bagian bawah. Ada pun untuk lintangnya menggunakan poros deklinasi, yang biasanya diukur dalam satuan derajat. Untuk itu, dalam menggunakan mounting ekuatorial pada teleskop, Anda perlu menguasai tata koordinat ekuator terlebih dahulu.

Agar lebih paham, silahkan perhatikan gambar berikut:



Gambar 5.12 Mounting system alt-azimuth (a) dan ekuatorial (b).

Sumber: Astronomy Principles and Practice, A E Roy and D Clarke.

Untuk menggunakan teleskop dengan mounting ekuatorial, poros kutub bagi pengamat di selatan diarahkan tepat ke selatan, dengan tinggi kutub sebesar lintang geografis pengamat. Pastikan teleskop berdiri di atas permukaan yang keras dan rata. Pilihlah *eyepiece* (okuler) yang sesuai dengan kebutuhan, jika yang diamati adalah Bulan atau Matahari keseluruhan, gunakan *eyepiece* dengan fokus yang besar, jika ingin mengamati planet ataupun bintang, gunakan *eyepiece* berfokus kecil. Cari posisi benda langit yang ingin diamati dengan menggerakkan kedua poros (pastikan klem dalam keadaan terbuka). Agar lebih mudah, bidiklah sasaran dengan menggunakan *finder*, namun sebelumnya *finder* harus dikalibrasi terlebih dahulu, yaitu dengan mengamati sebuah objek dengan menggunakan teleskop utama dan *finder*. Pastikan objek yang tampak pada *crosshair* pada *finder* tepat tampak pada teleskop utama (kalibrasilah *finder* dengan menggunakan objek yang jauh).

Setelah objek ditemukan, amatilah dengan teleskop utama. Jika objek sudah tampak, atur fokusnya hingga objek tampak jelas. Gerak semu harian mengakibatkan objek akan bergerak ke arah barat, untuk itu cukup gerakkan tuas sudut jam sedikit ke arah kiri, atau aktifkan penggerak jam jika teleskop dilengkapi dengan penggerak jam.

CONTOH:

1. Saya (siapa saya, tidaklah penting) memiliki sebuah refraktor. Pada tabung refraktor tertera tulisan $D = 70\text{ mm}$, $d = 900\text{ mm}$, dengan dilengkapi tiga buah *eyepiece* yaitu 20 mm, 12,5 mm, dan 4 mm.
 - c) Tentukanlah angka banding- f , daya pisah minimum dan perbesarannya!
 - d) Berapakah diameter bayangan Bulan yang tampak pada hasil foto dengan menggunakan teleskop saya itu?

Penyelesaian:

- c) Panjang fokus kolektor pada teleskop sama dengan panjang teleskop $d = 900\text{ mm}$ (pada penulisan di tabung teleskop fokus *eyepiece* tidak diperhitungkan). Didapatkan:

$$(f / D) = 900 / 70 = 15,705$$

$$\alpha_{\min} = 14,1 / D = 14,1 / 7 = 2'',0$$

$$M = f_c / f_e, \text{ didapatkan } M = 45 \text{ kali}, 72 \text{ kali} \text{ dan } 225 \text{ kali}$$

- d) $I = 0,01745f \times \alpha$

$$I = (0,01745)(900\text{ mm})(0,5^\circ) = 7,85 \text{ mm}$$

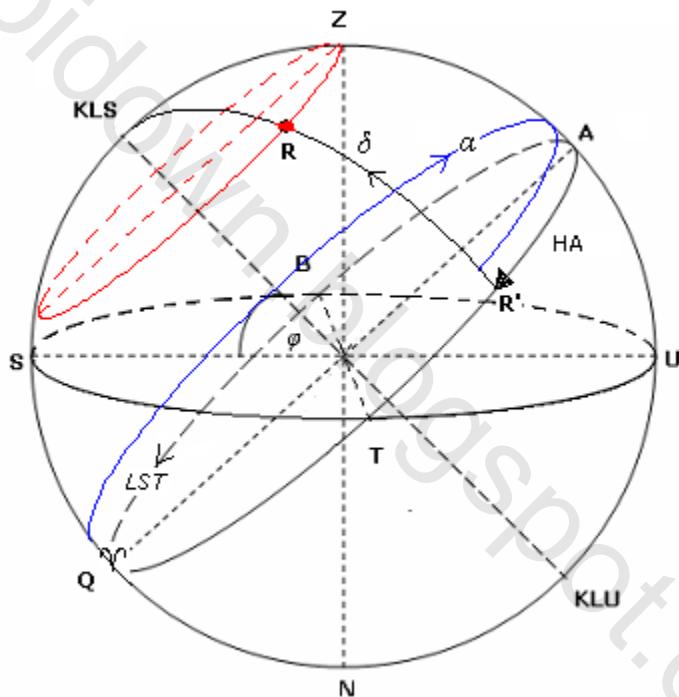
2. Bintang R dengan asensiorekta dan deklinasi $(15^h, -60^\circ)$ diamati oleh pengamat pada lintang 45° LS pada 21 Maret pukul 12.00 waktu lokal.
- Lukislah posisi bintang itu dengan menggunakan tata koordinat ekuator!
 - Hitunglah sudut jam dan tinggi bintang tersebut!

Penyelesaian:

$$\alpha = 15^h = 225^\circ \quad \varphi = \phi = -45^\circ$$

$$\delta = -60^\circ \quad LST = 12^h = 180^\circ$$

- Gambarlah dulu bola langitnya (misal S di kiri), kemudian gambar ekuator langit dengan **KLS** berjarak 45° dari titik Selatan.
- Berdasarkan data yang ada, cari dulu letak titik **V**. Pada tanggal 21 Maret, $LST = 12^h$, yang berarti 180° diukur dari titik **A** ke arah Barat.
- Setelah itu, tarik asensiorekta (α) berlawanan arah **LST** sebesar 225° sampai ke proyeksi bintang di **R'**.
- Kemudian tarik busur δ ke arah **KLS** (karena δ negatif, maka ditarik ke arah selatan) sebesar 60° .
- Terakhir, gambarlah lingkaran almukantaratnya. Agar jelas, berilah warna.



Sudut jam pada gambar adalah 45° ke timur (negatif, belum kulminasi).

$$HA = LST - \alpha$$

$$HA = 180^\circ - 225^\circ = -45^\circ$$

Jarak zenit (ζ) bintang adalah

$$\cos \zeta = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \phi) \cos HA$$

$$\cos \zeta = \cos(90^\circ - [-60]) \cos(90^\circ - [-45]) + \sin(90^\circ - [-60]) \sin(90^\circ - [-45]) \cos(-45)$$

$$\cos \zeta = \cos(150) \cos(135) + \sin(150) \sin(135) \cos(-45)$$

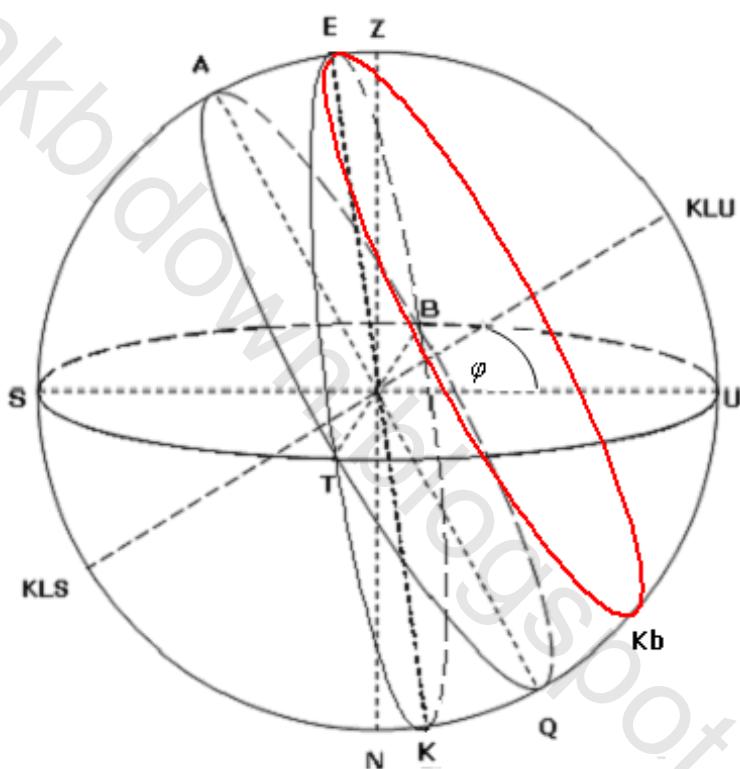
$$\zeta = 30,42^\circ$$

$$\text{Tinggi bintang} = a = 90^\circ - 30,42^\circ = 59,58^\circ$$

3. Lukislah lintasan peredaran harian Matahari pada 21 Juni oleh pengamat di 30° LU. Berdasarkan gambar, manakah yang lebih panjang dialami oleh pengamat dalam satu hari, siang atau malam?

Penyelesaian:

- 1) Dalam melukis lintasan Matahari, yang termudah adalah menggunakan tata koordinat ekliptika. Pada 21 Juni, $LST = 18^h$. Perhatikan lagi gambar 5.6! Dari gambar tampak jika sumbu ekliptika kita putar ke arah jam 18.00, titik **K** akan naik ke atas horizon di sebelah utara ekuator langit, dan titik **E** turun ke bawah horizon di sebelah selatan ekuator langit. Jadi sekarang kita tukar namanya **E** menjadi **K** dan **K** menjadi **E** (**E** selalu di atas).
- 2) Lintasan Matahari digambar dari titik kulminasi atasnya, **E** (waktu lokal = 12.00) membentuk lintasan sejajar ekuator. Berilah warna pada lintasan Matahari.



Pada gambar tampak lintasan Matahari lebih banyak berada di atas horizon, berarti pada lintang 30° LU siang hari lebih panjang dari pada malam hari pada tanggal 21 Juni. Tampak posisi Matahari pada pukul 00.00 waktu lokal berada di **Kb**.

Dengan menggunakan rumus:

$$\cos H = -\tan \delta \tan \phi$$

$$\cos H = -\tan 23^\circ 27' \times \tan 30^\circ$$

$$H = 104^\circ, 5$$

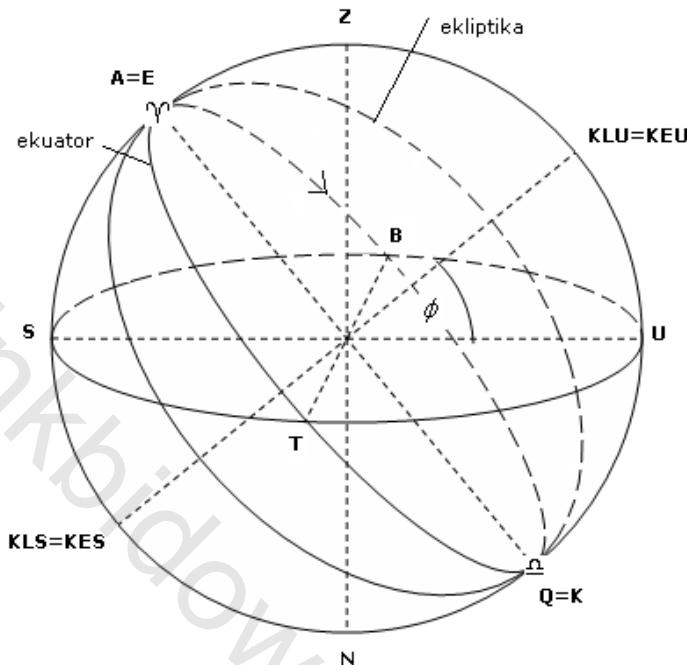
$$\text{Panjang siang} = 2H = 209^\circ = 13^h 56^m$$

$$\text{Panjang malam} = 24^h 00^m - 13^h 56^m = 10^h 04^m$$

4. Lukislah kedudukan Aries pada LST = 00.00 dan LST = 08.00 diamati oleh pengamat pada lintang 40° LU!

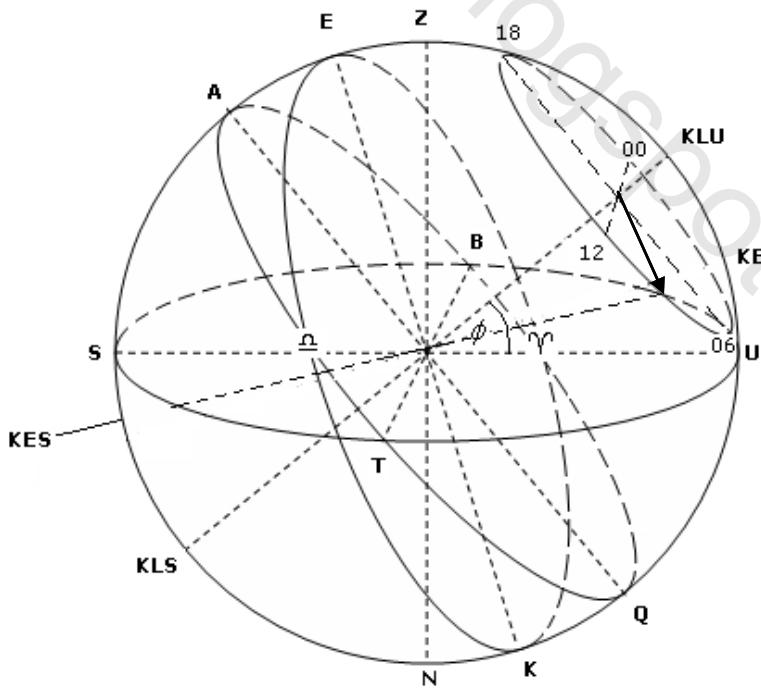
Penyelesaian:

- a) LST = 00.00



Lintasan Matahari akan berimpit pada lingkaran ekuator langit (perhatikan kedudukan titik $A = E$)

- b) LST = 07.00



6. RADIASI BENDA HITAM

6.1. RADIASI KALOR

Menurut hukum Stefan – Boltzmann, jumlah energi yang dipancarkan tiap detik oleh sebuah benda hitam sempurna berbanding lurus dengan luas permukaan benda dan pangkat empat suhu mutlaknya. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$I_{\text{hitam}} = \sigma T^4 \quad (6.1)$$

Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut

$$L = e \sigma A T^4 \quad (6.2)$$

I = intensitas radiasi $\left(\frac{L}{A}\right)$, dapat disetarakan dengan energi (E)

L = luminositas/daya (P) yang dipancarkan benda

σ = konstanta Stefan = $5,668 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

e = emitivitas permukaan (untuk benda hitam sempurna $e = 1$)

A = luas permukaan benda (m^2)

T = suhu mutlak benda (K)

F = Fluks radiasi (I/t)

Dalam astronomi, besaran I sebanding dengan E (energi radiasi). Adapun nilai σ yaitu

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \quad (6.3)$$

TEMPERATUR TEORITIS PERMUKAAN PLANET

Suatu planet yang beredar mengelilingi bintang tentunya akan mendapat radiasi dari bintang tersebut. Radiasi ini berpengaruh pada temperatur planet tersebut, seperti halnya pada sistem tata surya kita, planet yang paling dekat memiliki suhu terpanas, sedangkan planet terjauh memiliki suhu terdingin. Namun, temperatur planet tidak hanya ditentukan oleh radiasi bintangnya, tetapi juga oleh faktor fisis dan kimia planet itu, seperti atmosfer planet yang menentukan albedo $E_{\text{pantul}}/E_{\text{terima}}$ (yang mengakibatkan Venus menjadi lebih panas daripada Merkurius), komposisi (berkaitan dengan emitivitas), dan proses termal dalam inti. Temperatur suatu planet secara teoritis dapat dihitung dengan persamaan Stefan-Boltzmann.

Tinjau Matahari yang Luminositasnya:

$$L = 4\pi^2 R_s^2 \sigma T_s^4 \quad (6.4)$$

Akibat efek pemantulan, fluks Matahari yang sampai ke permukaan Bumi adalah

$$I = \frac{L}{A} = \frac{4\pi^2 R_s^2 \sigma T_s^4}{4\pi a^2} (1 - Al) = \sigma T_s^4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 (1 - Al) \quad (6.5)$$

Daya Matahari yang sampai ke Bumi, $P = I \times A$, karena luas permukaan Bumi yang terkena radiasi langsung hanya setengah bagian, yaitu yang menghadap Matahari, maka $A = 2\pi R_p^2$,

$$P = \sigma T_s^4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 (1 - Al)(2\pi R_p^2) \quad (6.6)$$

Dengan menggunakan persamaan Stefan-Boltzmann sekali lagi didapatkan:

$$4\pi R_p^2 \sigma T_p^4 = \sigma T_s^4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 (1 - Al)(2\pi R_p^2) \quad (6.7)$$

$$T_p^4 = T_s^4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 \left(\frac{1 - Al}{2} \right) \quad (6.8)$$

$$T_p = T_s \left(\frac{R_s}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 - Al}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6.9)$$

dimana	T_p	= temperatur permukaan planet
	T_s	= temperatur efektif Matahari
	R_s	= radius Matahari
	a	= sumbu semi-major planet
	Al	= albedo planet

6.2. HUKUM PERGESERAN WIEN

Makin tinggi suhu benda, panjang gelombang maksimumnya (λ_{maks}) akan bergeser pada panjang gelombang yang lebih pendek. Panjang gelombang maksimum merupakan panjang gelombang pancaran yang mempunyai energi paling besar. Panjang gelombang maksimum berbanding terbalik dengan suhu mutlaknya. Wien merumuskan bahwa hasil perkalian antara panjang gelombang (λ_{maks}) dengan suhu mutlaknya memiliki hasil tetap (konstanta Wien).

$$\lambda_{maks} T = C \quad (6.10)$$

λ_{maks} = panjang gelombang maksimum (m)

T = suhu mutlak (K)

C = konstanta Wien = $2,898 \times 10^{-3}$ mK

atau λ dalam satuan cm dapat dicari dengan

$$\lambda = \frac{0,2898}{T} \quad (6.11)$$

6.3. TEORI KUANTUM MAX PLANCK

Cahaya merupakan suatu gelombang elektromagnet yang dapat dianggap sebagai kuanta-kuanta atau korpuskel-korpuskel yang bergerak dengan kecepatan cahaya. Selanjutnya, kuanta-kuanta cahaya dinamakan foton. Dengan demikian, foton memiliki dua sifat, yaitu sebagai gelombang dan sebagai korpuskel. Besar energi tiap foton dapat dinyatakan dengan :

$$E = h\nu \quad \text{atau}$$

$$E = h \frac{c}{\lambda} \quad (6.12)$$

E = energi (J)

h = konstanta Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s ($6,625 \cdot 10^{-27}$ erg s)

ν = frekuensi (Hz)

λ = panjang gelombang (m)

Energi yang dihasilkan inilah yang disebut energi kuantum, dan menyatakan energi gelombang elektromagnet benda hitam. Jumlah energi yang dipancarkan dengan temperatur T pada arah tegak lurus permukaan per cm^2 per detik per steradian (intensitas spesifik) adalah:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (6.13)$$

Apabila dinyatakan dalam frekuensi, fungsi Planck menjadi :

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (6.14)$$

dengan k = tetapan Boltzmann = $1,380 \cdot 10^{-16}$ erg K⁻¹
 T = temperatur (K)

Energi total yang dipancarkan benda hitam pada seluruh panjang gelombang yaitu:

$$B(T) = \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) d\lambda \quad (6.15)$$

$$B(T) = \frac{2\pi^4 k^4}{15h^3 c^2} \times T^4 = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (6.16)$$

Sedangkan jumlah energi yang dipancarkan seluruh benda tersebut ke semua arah per detik adalah:

$$I = F = \pi B(T)$$

$$I = F = \sigma T^4$$

σ adalah konstanta Stefan-Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-5}$ erg cm⁻² K⁻⁴ s⁻¹)

Fungsi Planck jika dinyatakan dalam rapat energi perpanjang gelombang ke semua arah, menjadi:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (6.17)$$

Jika dinyatakan dalam intensitas radiasi menjadi:

$$I(\lambda, T) = \frac{c}{4} \times u(\lambda, T) \quad (6.18)$$

Sehingga:

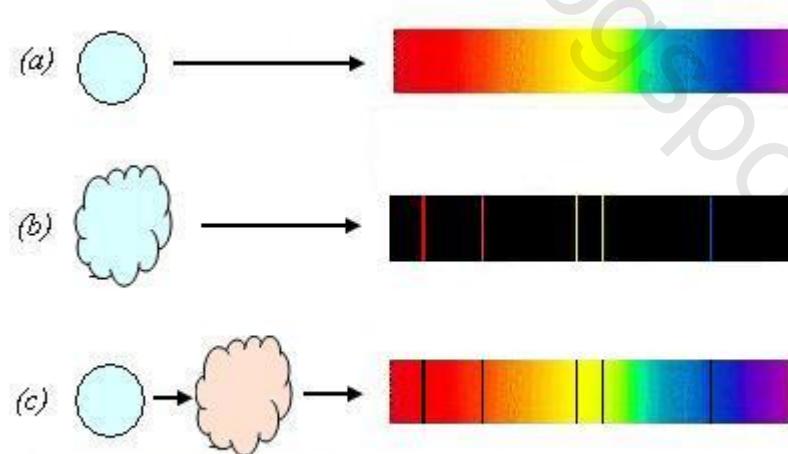
$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (6.18)$$

Jadi diketahui $I(\lambda, T) = \pi \times B(\lambda, T)$

6.4. HUKUM KIRCHOFF TENTANG SPEKTRUM

Pada tahun 1859, Gustaf R. Kirchoff seorang ahli fisika dari Jerman mengemukakan tiga hukum mengenai pembentukan spektrum dalam berbagai keadaan fisis. Ketiga hukum itu adalah sebagai berikut :

1. Apabila suatu benda, cair atau gas, bertekanan tinggi dipijarkan, benda tersebut akan memancarkan energi dengan spektrum pada semua panjang gelombang. Spektrum ini disebut **Spektrum Kontinu**.
2. Gas bertekanan rendah jika dipijarkan akan memancarkan energi hanya pada warna atau panjang gelombang tertentu saja. Spektrum yang diperoleh berupa garis-garis terang yang disebut garis emisi. Letak setiap garis tersebut (panjang gelombangnya) merupakan ciri khas gas yang memancarkannya, Unsur yang berbeda memancarkan garis yang berlainan juga. Spektrum ini disebut **Spektrum Emisi**.
3. Bila seberkas cahaya putih dengan spektrum kontinu dilewatkan melalui gas yang dingin dan bertekanan rendah, gas tersebut akan menyerap cahaya tadi pada warna atau panjang gelombang tertentu. Akibatnya, akan diperoleh spektrum kontinu yang berasal dari cahaya putih yang dilewatkan itu diselingi garis-garis gelap yang disebut garis serapan atau garis adsorbsi. Spektrum ini disebut **Spektrum Adsorbsi**. Letak garis ini sama dengan letak garis emisi yang dipancarkan gas dingin itu andaikan gas tadi dipijarkan.



Gambar 6.1 Proses pembentukan spektrum kontinu (a), emisi (b), dan adsorbsi (c).

SOAL LATIHAN 3

1. Sebuah benda berbentuk bola dengan diameter 10 cm bersuhu tetap 27°C . Jika benda dapat dianggap benda hitam sempurna, berapakah laju energi yang dipancarkan oleh benda (dalam watt)?
2. Suatu benda hitam pada suhu 27°C memancarkan energi 162,0 J/s. Jika benda itu dipanasi hingga suhunya menjadi 77°C , berapakah laju energi yang dipancarkan benda itu sekarang?
3. Suatu benda memancarkan daya radiasi 40 W. Jika suatu benda hitam sempurna dengan sifat-sifat lainnya sama persis seperti benda itu, maka benda hitam sempurna akan memancarkan daya radiasi 100 W. Berapakah koefisien emitivitas benda itu?
4. Pak Sukocok hendak membuat mesin penetas telur. Berbekal lemari bekas dan lampu pijar 125 W, beliau membuat rak penetasan. Jika suhu ideal untuk penetasan telur ayam 50°C dan emitivitas tungsten = 0,3, tentukanlah:
 - a. berapakah jarak antara lampu dan dasar rak?
 - b. Manakah yang lebih baik, menggunakan lampu 125 W dengan jarak jauh atau lampu 50 W dengan jarak yang agak dekat? (suhu pada jarak itu sama) Jelaskan!
5. Manakah yang lebih panas, api kompor gas atau api kompor minyak tanah? Jelaskan jawaban Anda!
6. Berapakah suhu permukaan Betelgeuse, yang meradiasikan kalor dengan puncak panjang gelombang 986 nm? Jika diameter linier Betelgeuse 760 juta km, berapakah temperatur pusatnya?
7. Suatu planet dengan sumbu semi-major 0,387 AU dan eksentrisitasnya 0,206. Tentukan perbandingan suhu permukaan planet saat berada di aphelium dan perihelium.
8. Tentukan perbandingan energi kalor pada satu kilogram es dan satu kilogram air mendidih.
9. Manakah yang memiliki energi lebih besar, cahaya merah atau biru, visual atau radio? Jelaskan alasanmu!
10. Mungkinkah terdapat suatu objek di alam semesta ini dengan suhu 0 K? Jelaskan pendapatmu dan apa yang terjadi pada materi seandainya bersuhu 0 K!

7. FISIKA ATOM

7.1. PANJANG GELOMBANG PARTIKEL

Postulat Bohr menyatakan bahwa orbit-orbit yang diperkenankan untuk ditempati elektron adalah orbit yang momentum angulernya merupakan kelipatan konstanta Planck dibagi 2π .

$$mv r = n \frac{h}{2\pi} \quad (7.1)$$

n = bilangan kuantum utama (menunjukkan nomor kulit atom atau lintasan elektron mengelilingi inti)

Postulat itu dikemukakan dengan tujuan untuk melengkapi suatu teori agar sesuai dengan fakta hasil eksperimen. Persamaan diatas memperlihatkan bahwa momentum sudut (anguler) terkuantisasi untuk $n = 1, 2, 3, \dots$

Anda telah mengetahui bahwa partikel yang bergerak, selain berkelakuan sebagai partikel, juga berkelakuan sebagai gelombang. Salah satu ciri gelombang adalah mempunyai panjang gelombang (λ). Menurut Louise de Broglie, panjang gelombang partikel yang bergerak adalah

$$\lambda = \frac{h}{mv} , \quad (7.2)$$

sehingga kedua persamaan tadi dapat digabungkan menjadi :

$$n\lambda = 2\pi r$$

n = bilangan kuantum utama

λ = panjang gelombang de Broglie

r = jari-jari atom

7.1.1. Panjang gelombang deret hidrogen

Pengamatan garis spektrum yang ditimbulkan oleh atom suatu gas merupakan kunci bagi penyelidikan struktur atom gas itu. Unsur yang paling sederhana dalam alam ialah atom hidrogen. Gas hidrogen bila dipijarkan akan memancarkan sekumpulan gas terang atau garis pancaran dengan jarak antar garis satu dan lainnya yang menunjukkan suatu keteraturan tertentu. Panjang gelombang ini ditemukan dalam berbagai daerah yaitu *deret Lyman* ($m=1$) pada daerah ultraviolet, *deret Balmer* ($m=2$) pada daerah cahaya tampak, dan deret *Paschen* ($m=3$), *Brackett* ($m=4$) dan *Pfund* ($m=5$) pada daerah inframerah. Panjang gelombang kumpulan garis ini mengikuti hukum:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (7.3)$$

- λ = panjang gelombang (cm)
 R = tetapan Rydberg (109 678)
 m = daerah gelombang
 n = bilangan bulat yang menyatakan bilangan garis

Pada deret Lyman, garis pertama spektrum hidrogen ($H\alpha$) nilai $n = 2$, garis kedua ($H\beta$) nilai $n = 3$, garis ketiga ($H\gamma$) nilai $n = 4$ dan seterusnya. Demikian pula pada deret Balmer, $n = 3,4,5$, dst. Pada deret Paschen $n = 4,5,6$ dst, pada deret Bracket $n = 5,6,7$ dst dan pada deret Pfund $n = 6,7,8$ dst.

7.2. ENERGI ELEKTRON

Energi total elektron dapat dirumuskan

$$E = -k \frac{e^2}{2\pi} \quad (7.4)$$

- E = energi total elektron (J)
 $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$
 e = muatan elektron = $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 r = jari-jari lintasan elektron (m)

Sedangkan energi total elektron pada suatu orbit dengan nomor atom Z dirumuskan menjadi

$$E_n = -\frac{13,6 Z^2}{n^2} \text{ eV} \quad (7.5)$$

Dengan n adalah bilangan kuantum utama orbit electron. Energi dapat dikonversi dalam joule dengan hubungan $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Untuk sembarang atom pada suatu kulit, energi elektronnya dapat dituliskan sebagai :

$$E = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV} \quad (7.6)$$

Tanda minus disini adalah tanda dari gaya ikat, bukan nilai negatif.

Dengan energi eksitasi dari kulit $n = 1$ ke kulit $n = 2$ yaitu

$$E = E_2 - E_1$$

$$E = \left(\frac{1}{2^2} (-13,6) \right) - \left(\frac{1}{1^2} (-13,6) \right) \text{ eV}$$

$$E = 10,2 \text{ eV}$$

Adapun panjang gelombang foton yang dipancarkan dapat dicari dengan rumus Planck

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

7.3. JARI-JARI LINTASAN ELEKTRON

Jari-jari lintasan elektron dapat ditentukan dengan rumus

$$r_n = n^2 a_0 \quad \text{dengan } a_0 = 0,53 \text{ Å} \quad (7.7)$$

Sehingga perbandingan jari-jari lintasan elektron pada setiap orbit adalah

$$r_1 : r_2 : r_3 : \dots = 1^1 : 2^2 : 3^3 : \dots$$

7.4. FISIKA INTI

A. Partikel Penyusun Atom

Penulisan umum suatu unsur dapat dituliskan sebagai berikut



X = simbol atom

Z = nomor atom, menunjukkan banyaknya proton atau elektron

A = nomor massa, menunjukkan jumlah proton dan neutron

$A - Z$ = banyaknya neutron

partikel	Massa diam (kg)	sma	MeV
proton	$1,67265 \times 10^{-27}$	1,007276	938,3
neutron	$1,67495 \times 10^{-17}$	1,008665	939,6
elektron	$9,110 \times 10^{-31}$	0,000549	0,510

Partikel-partikel dasar

partikel	lambang
proton	${}_1^1 p$, ${}_1^1 H^+$
neutron	${}_0^1 n$
elektron	${}_{-1}^0 e$
beta	β , ${}_{-1}^0 e$
positron	β^+ , ${}_{+1}^0 e$
alpha	α , ${}_2^4 He^{2+}$
photon	γ
neutrino	ν
muon	μ

B. Partikel Elementer

Seluruh bentuk materi di alam semesta tersusun dari tiga kelas partikel elementer, yaitu quark, lepton dan boson. Selain itu terdapat juga partikel elementer hipotetik, yang belum dapat dibuktikan keberadaannya secara eksperimental. Quark terdiri dari enam variasi, yaitu *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top*, dan *bottom* serta antipartikelnya masing-masing. Quark juga memiliki muatan warna yang terdiri dari tiga variasi yang diberi label “biru”, “hijau” dan “merah”. Kelas lepton terdiri dari elektron, muon, tau, neutrino elektron, neutrino muon, dan neutrino tau, beserta antipartikelnya masing-masing.

Kelas boson merupakan kelas dari partikel elementer yang membawa interaksi dasar, yaitu photon (elektromagnet), gluon (interaksi kuat), serta W^\pm dan Z (interaksi lemah). Kelas quark dan lepton memiliki spin pecahan ($1/2$) dan mematuhi distribusi Fermi dan asas ekslusi Pauli, sehingga disebut juga Fermion, berbeda dengan boson yang memiliki spin integer.

Partikel-partikel elementer tadi dapat bergabung membentuk partikel komposit. Partikel komposit yang umum adalah hadron, yang terbentuk dari tiga macam quark dengan muatan warna berbeda (totalnya nol) disebut baryon, dan yang terbentuk dari *quark-colour* dan *quark-anticolour*-nya disebut meson. Proton dan neutron merupakan contoh dari baryon. Proton tersusun dari dua quark *up* dan satu quark *down* sehingga muatannya $+1$, sedangkan neutron tersusun dari satu quark *up* dan dua quark *down* sehingga muatannya 0 . Ketiga quark yang menyusun baryon diikat oleh gluon, yang berkontribusi menahan quark dan memberikan kontribusi massa yang besar pada baryon.

Three Generations of Matter (Fermions)				
	I	II	III	
mass →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
name →	up	charm	top	
Quarks	U	C	t	
	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ bottom	0 0 1 photon
	d	S	b	g
Leptons	$< 2.2 \text{ eV}$ 0 $\frac{1}{2}$ electron neutrino e	$< 0.17 \text{ MeV}$ 0 $\frac{1}{2}$ muon neutrino μ	$< 15.5 \text{ MeV}$ 0 $\frac{1}{2}$ tau neutrino τ	91.2 GeV 0 1 weak force Z
	electron	muon	tau	weak force
Bosons (Forces)	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ electron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ muon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ tau	80.4 GeV ± 1 1 weak force W^\pm

Gambar 7.1 Diagram yang menggambarkan tiga kelas partikel elementer.

C. Satuan Massa Atom

Satu satuan massa atom (sma) didefinisikan sama dengan $\frac{1}{16}$ massa isotop

oksigen yang paling ringan $^{16}_8O$ atau sama dengan $\frac{1}{12}$ massa isotop karbon $^{12}_6O$.

$$1 \text{ sma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ sma} = 931 \text{ MeV} (\text{MeV} = \text{mega elektron volt})$$

Dengan bilangan Avogadro, kesetaraan 1 sma dapat diturunkan sebagai berikut,
1 sma = massa 1 mol oksigen dibagi N_0 (bilangan Avogadro)

$$= \frac{1}{6,03 \times 10^{23}} = 1,66 \times 10^{-24} \text{ g}$$

$$= 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Mengingat $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ joule}$ maka

$$1 \text{ sma setara dengan } 1,66 \times 10^{-27} (3 \times 10^8)^2 \text{ Joule} (E = mc^2)$$

$$1 \text{ sma} = 1,49 \times 10^{-10} \text{ joule}$$

$$= \frac{1,49 \times 10^{-10}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$= 931 \times 10^6 \text{ eV}$$

$$= 931 \text{ MeV}$$

D. Gaya Ikat Inti

Inti atom nukleon tersusun atas proton dan neutron. Proton bermuatan positif, namun nukleon tidak pecah karena gaya tolak-menolak antara muatan sejenis. Ini disebabkan karena adanya gaya ikat inti.

Massa inti atom stabil selalu lebih kecil dari jumlah massa proton dan neutron pembentuknya. Contohnya adalah massa inti helium 4_2He adalah 4,0026 sma. Inti helium terdiri atas dua proton dan dua elektron. Massa penyusun inti helium dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} m_{He} &= (2 \times m_p) + (2 \times m_n) \\ &= (2 \times 1,0073) + (2 \times 1,0087) \\ &= 2,0146 + 2,0174 \\ &= 4,0320 \text{ sma} \end{aligned}$$

Jadi ada selisih massa antara inti helium dan massa partikel penyusun inti helium sebesar $\Delta m = (4,0320 - 4,0026)$ sma = 0,0294 sma. Selisih massa partikel penyusun inti dengan massa inti yang terbentuk disebut massa defek.

Menurut Einstein, terdapat kesetaraan antara massa dan energi,

$$E = mc^2 \quad (7.8)$$

m = massa yang berubah menjadi energi

c = kecepatan cahaya di ruang hampa

Hal itu berarti massa defek timbul karena adanya perubahan massa menjadi energi. Energi inilah yang merupakan energi ikat inti. Dengan demikian besar energi ikat inti helium dapat dihitung sebagai berikut,

$$E = 0,0294 \text{ sma}$$

$$E = 0,0294 \times 931 \text{ MeV}$$

$$E = 27,39 \text{ MeV}$$

Jadi besar energi ikat inti helium adalah 27,39 MeV.

Contoh :

Berapa besar energi yang dihasilkan apabila 1 gram massa diubah menjadi energi?

Penyelesaian

$$E = mc^2$$

$$= (1 \times 10^{-3})(3 \times 10^8)^2$$

$$= 9 \times 10^{13} \text{ joule}$$

$$= (9 \times 10^{13})(6,242 \times 10^{12}) \text{ MeV}$$

$$= 5,6 \times 10^{26} \text{ MeV}$$

Dapat pula diselesaikan dengan cara berikut,

$$m = 1 \text{ g} = \frac{1}{1,66 \times 10^{-24}} \text{ sma} = 6,02 \times 10^{23} \text{ sma}$$

$$E = (6,02 \times 10^{23})(931) = 5,6 \times 10^{26} \text{ MeV}$$

8. TEORI RELATIVITAS

8.1. KECEPATAN RELATIF

A. Kecepatan Relatif Klasik

Secara umum, kecepatan relatif dapat ditulis

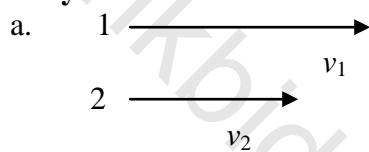
$$v = v_1 - v_2 \quad (8.1)$$

CONTOH

Perhatikan gambar. Apabila $v_1=15$ m/s dan $v_2=10$ m/s, tentukan

- Untuk gambar a, v_1 relatif terhadap v_2 dan v_2 relatif terhadap v_1 ;
- Untuk gambar b, v_1 relatif terhadap v_2 dan v_2 relatif terhadap v_1 .

Penyelesaian:



$$v_1 = 15 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 10 \text{ m/s}$$

v_1 relatif terhadap v_2 (pengamatan ditinjau dari v_2), ditulis

$$v = v_1 - v_2$$

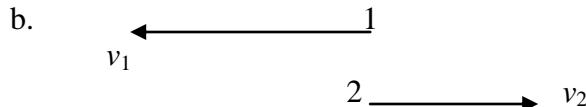
$$v = 15 - 10 = 5 \text{ m/s}$$

v_2 relatif terhadap v_1 (pengamatan ditinjau dari v_1), ditulis

$$v = v_2 - v_1$$

$$v = 10 - 15 = -5 \text{ m/s}$$

(tanda negatif menunjukkan bahwa seolah-olah benda kedua bergerak berlawanan arah dengan v_1 dengan laju 5 m/s).



$$v_1 = 15 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 10 \text{ m/s}$$

v_1 relatif terhadap v_2 (pengamatan ditinjau dari v_2), ditulis

$$v = v_1 - (-v_2)$$

$$v = 15 + 10 = 25 \text{ m/s}$$

(v_2 diberi tanda negatif karena berlawanan arah dengan arah laju peninjau (v_1)).

v_2 relatif terhadap v_1 (pengamatan ditinjau dari v_1), ditulis

$$v = v_2 - (-v_1)$$

$$v = 10 + 15 = 25 \text{ m/s}$$

(v_1 diberi tanda negatif karena berlawanan arah dengan arah laju peninjau (v_2)).

B. Kecepatan Relatif Relativistik

Untuk partikel yang bergerak mendekati kecepatan cahaya atau kecepatan foton, kecepatan relatifnya oleh Einstein dirumuskan sebagai berikut

$$\dot{v_B} = \frac{v_B - v_A}{1 - \frac{v_B v_A}{c^2}} \quad (8.2)$$

c = kecepatan cahaya

v = kecepatan relatif

v_A = kecepatan benda acuan (pengamat)

v_B = kecepatan benda yang diamati

v_B' = kecepatan relatif benda menurut pengamat

Bila pengamatan ditinjau dari v_1 , jika laju v_2 searah v_1 , maka kecepatan v_2 bernilai positif dan bila berlawanan arah dengan v_1 maka kecepatannya bernilai negatif. Begitu pula sebaliknya jika pengamatan ditinjau dari v_2 .

Dari rumus di atas dapat pula diturunkan rumus untuk mencari kecepatan benda yaitu:

$$\begin{aligned} \dot{v_B} &= \frac{v_B - v_A}{1 - \frac{v_B v_A}{c^2}} \\ v_B - v_A &= \dot{v_B} - \frac{v_B v_A v_B'}{c^2} & v_B - v_A &= \dot{v_B} - \frac{v_B v_A v_B'}{c^2} \\ &= \frac{v_B c^2 - v_B v_A v_B'}{c^2} & &= \frac{v_B c^2 - v_B v_A v_B'}{c^2} \\ v_B c^2 - v_A c^2 &= \dot{v_B} c^2 - v_B v_A v_B' & v_B c^2 - v_A c^2 &= \dot{v_B} c^2 - v_B v_A v_B' \\ v_B c^2 + v_B v_A v_B' &= \dot{v_B} c^2 + v_A c^2 & v_B v_A v_B' - v_A c^2 &= \dot{v_B} c^2 - v_B c^2 \\ v_B (c^2 + v_A v_B') &= \dot{v_B} c^2 + v_A c^2 & v_A (v_B v_B' - c^2) &= \dot{v_B} c^2 - v_B c^2 \\ v_B &= \frac{\dot{v_B} c^2 + v_A c^2}{c^2 + v_B v_B'} & v_A &= \frac{\dot{v_B} c^2 - v_B c^2}{v_B v_B' - c^2} \\ v_B &= \frac{v_B' + v_A}{1 + \frac{v_B v_A}{c^2}} & v_A &= \frac{v_B - v_B'}{1 - \frac{v_B v_B'}{c^2}} \end{aligned} \quad (7.3)$$

CONTOH

- Seorang pengamat di Bumi melihat piring terbang A bergerak ke kanan dengan kecepatan $0,8 c$ dan piring terbang B bergerak ke kiri dengan kecepatan $0,6 c$.
 - Berapa kecepatan piring terbang A terhadap B?
 - Berapa kecepatan piring terbang B terhadap A?

Penyelesaian:

Diketahui $v_A = 0,8 c$ dan $v_B = 0,6 c$.

- Piring terbang A relatif terhadap B

Ditinjau dari B, piring terbang A berlawanan arah (A bernilai negatif).

$$\dot{v}_A = \frac{v_A - v_B}{1 - \frac{v_A v_B}{c^2}} = \frac{0,8 c - (-0,6 c)}{1 - \frac{0,8 c(-0,6 c)}{c^2}}$$

$$\dot{v}_A = \frac{1,4 c}{1 + 0,48} = 0,946 c$$

Jika ditinjau secara klasik, kecepatan piring terbang A terhadap B adalah $v = v_A - (-v_B) = 0,8 c + 0,6 c = 1,4 c$ (hasil ini tidak sesuai dengan postulat Einstein).

- Piring terbang B relatif terhadap A

Ditinjau dari A, piring terbang B berlawanan arah (B bernilai negatif).

$$\dot{v}_B = \frac{v_B - v_A}{1 - \frac{v_B v_A}{c^2}} = \frac{0,6 c - (-0,8 c)}{1 - \frac{0,6 c(-0,8 c)}{c^2}}$$

$$\dot{v}_B = \frac{1,4 c}{1 + 0,48} = 0,946 c$$

Jadi, kecepatan relatif A terhadap B sama dengan kecepatan relatif B terhadap A, hanya arahnya berlawanan.

- Seorang pengamat di Bumi melihat piring terbang A bergerak ke kanan dengan kecepatan $0,8 c$ dan piring terbang B bergerak ke kanan dengan kecepatan $0,6 c$.
 - Berapa kecepatan piring terbang A terhadap B?
 - Berapa kecepatan piring terbang B terhadap A?

Penyelesaian:

Diketahui $v_A = 0,8 c$ dan $v_B = 0,6 c$.

- Piring terbang A relatif terhadap B

Ditinjau dari B, piring terbang A searah (A bernilai positif).

$$\dot{v}_A = \frac{v_A - v_B}{1 - \frac{v_A v_B}{c^2}} = \frac{0,8 c - (0,6 c)}{1 - \frac{0,8 c(0,6 c)}{c^2}}$$

$$\dot{v_A} = \frac{0,2c}{1-0,48} = 0,385c$$

Jika ditinjau secara klasik, kecepatan piring terbang S terhadap B adalah $v = v_A - v_B = 0,8c - 0,6c = 0,2c$.

- b. Piring terbang B relatif terhadap A

Ditinjau dari A, piring terbang B searah (B bernilai positif).

$$\dot{v_B} = \frac{v_B - v_A}{1 - \frac{v_B v_A}{c^2}} = \frac{0,6c - (0,8c)}{1 - \frac{0,6c(0,8c)}{c^2}}$$

$$\dot{v_B} = \frac{0,2c}{1-0,48} = 0,385c$$

Jadi, kecepatan relatif A terhadap B sama dengan kecepatan relatif B terhadap A, hanya arahnya berlawanan.

3. Seorang alien pengemudi UFO A yang bergerak ke arah timur dengan kecepatan $0,5c$ melihat UFO B yang juga bergerak ke timur dengan kecapatan $0,8c$ menurut pengamatannya. Berapakah kecepatan piring terbang B menurut pengamat diam?

Penyelesaian:

Diketahui

$$\begin{aligned} v_A &= 0,5c \\ v'_B &= 0,8c \\ v_B &= \dots? \end{aligned}$$

$$v_B = \frac{\dot{v_B} + v_A}{1 + \frac{v_B v_A}{c^2}} \rightarrow \text{rumus kecepatan}$$

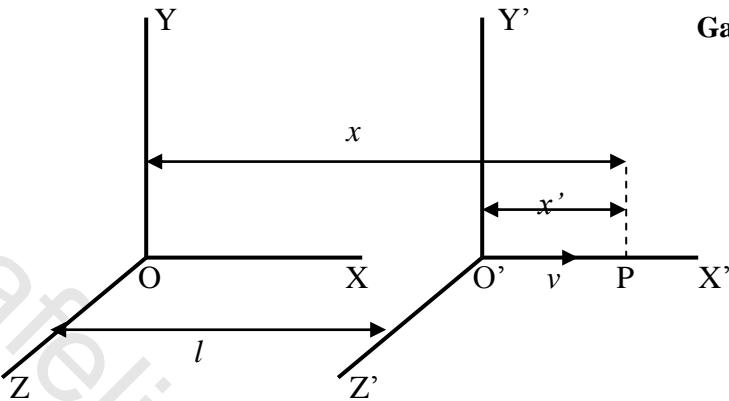
v_A dan v'_B bergerak searah, maka nilainya positif

$$v_B = \frac{0,8c + 0,5c}{1 + \frac{0,8c \times 0,5c}{c^2}} = \frac{1,3c}{1,4}$$

$$v_B = 0,926c$$

Jadi, UFO B melaju ke arah timur dengan kecepatan $0,926c$ diukur dari pengamat diam.

8.2. TRANSFORMASI LORENTZ



Gambar 8.1 Kerangka acuan O' yang bergerak terhadap O .

Jika kerangka acuan O' bergerak terhadap kerangka acuan O dengan kecepatan v , dan titik P bergerak searah sumbu x' terhadap kerangka acuan O' dengan kecepatan v' , maka jarak titik P terhadap titik O setelah dalam selang waktu t' adalah

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.4)$$

Atau waktu dari P ke O jika jarak x diketahui adalah

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.5)$$

Selanjutnya, nilai $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ disebut nilai dilatasi relativistik (γ).

Sedangkan nilai $\frac{v}{c}$ disebut β .

Tips praktis menentukan nilai γ :

- Jika diketahui γ

$$\gamma = \frac{x}{y}, \text{ maka } v = \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{x}$$

Misal, jika $\gamma = 2$ $\left(\gamma = \frac{2}{1}\right)$ maka $v = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- Jika diketahui v

$$v = \frac{x}{y}, \text{ maka } \gamma = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}}$$

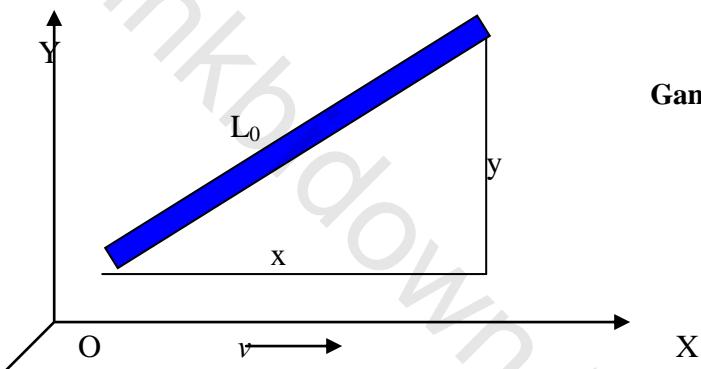
8.3. KONTRAKSI LORENTZ (KONTRAKSI PANJANG)

Rumus untuk Kontraksi Lorentz adalah

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \left(L = \frac{L_0}{\gamma} \right) \quad (8.6)$$

Kontraksi (penyusutan panjang) ini terjadi berdasarkan arah kecepatan batang. (jika batang bergerak searah sumbu X, hanya komponen x batang yang berkontraksi).

Jika batang dengan panjang saat diam = 20 meter bergerak searah sumbu X dan membentuk sudut $\alpha = 30^\circ$ terhadap sumbu X, dan bergerak dengan kecepatan $0,8 c$ panjang batang diukur oleh pengamat diam adalah :



Gambar 8.2 Kontraksi Lorentz pada batang.

Karena batang bergerak searah sumbu X, maka hanya komponen x-nya yang berubah, sedangkan komponen y-nya tetap.

$$L_0 = 20 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} L_{0x} &= L_0 \cos 30^\circ \\ &= 20 \times 0,866 \end{aligned}$$

$$L_{0x} = 17,32 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} L_{0y} &= L_0 \sin 30^\circ \\ &= 20 \times 0,5 \end{aligned}$$

$$L_{0y} = 10 \text{ m}$$

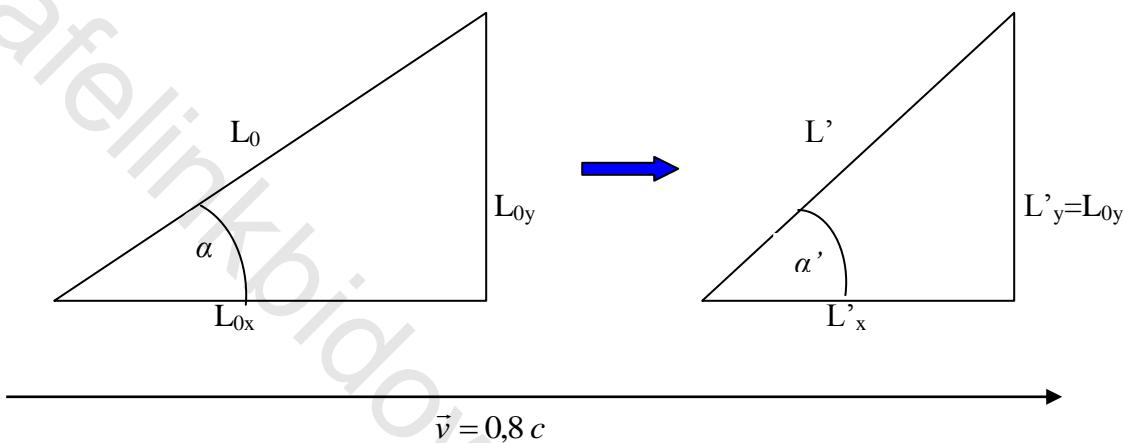
$$\begin{aligned} L'_x &= L_{0x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ L'_x &= 17,32 \sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}} \\ L'_x &= 10,39 \text{ m} \end{aligned}$$

Jadi, panjang batang dalam keadaan bergerak adalah

$$\begin{aligned} L' &= \sqrt{L'^2_x + L'^2_y} \\ &= \sqrt{(10,39)^2 + (10)^2} \\ &= 14,42 \text{ m} \end{aligned}$$

Sedangkan sudut baru yang dibentuk oleh batang dalam keadaan bergerak adalah

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{L_{0y}}{L'_x} \\ &= \frac{10}{10,39} \\ \alpha &= 43.9^\circ\end{aligned}$$



Demikian pula pada bangun tiga dimensi, hanya bidang searah vektor kecepatan saja yang mengalami kontraksi.

CONTOH:

1. Sebuah kubus dengan panjang rusuk 26 sentimeter ditendang oleh Superman sehingga terlontar dengan kecepatan $\frac{12}{13}c$. Karena kehendak pembuat soal, arah kecepatan kubus itu ternyata sejajar dengan salah satu rusuknya. Tentukanlah volum kubus itu sewaktu melaju dilihat dari pengamat diam!

Penyelesaian:

$$v = \frac{x}{y} = \frac{12}{13}c$$

$$\gamma = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} = \frac{13}{\sqrt{13^2 - 12^2}} = \frac{13}{5}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$L = \frac{26}{\frac{13}{5}} = 10 \text{ cm}$$

$$V = 26 \times 26 \times 10$$

$$V = 6.760 \text{ cm}^3$$

8.4. DILATASI WAKTU

Dilatasi (dilasi) waktu, menurut Teori Relativitas Khusus adalah terjadinya perlambatan waktu oleh benda-benda yang bergerak mendekati kecepatan cahaya. Perlambatan ini mengakibatkan perbedaan waktu yang dialami oleh orang yang diam dan seorang lain yang bergerak mendekati kecepatan cahaya. Namun, perbedaan ini tak dapat dihitung pada dua orang dalam kerangka yang berbeda. Saat kedua orang itu kembali bertemu, barulah perbedaan waktunya dapat dibandingkan.

Dilatasi waktu ini telah dibuktikan oleh para ilmuwan dengan mengamati jam yang diletakkan dalam pesawat supersonik yang telah terbang berkali-kali dengan jam lain yang identik yang selalu diam di Bumi. Ternyata, walaupun amat kecil (kecepatan suara hanya sekitar sepersejuta kecepatan cahaya), terdapat perlambatan pada jam di pesawat.

Secara umum, dilatasi waktu dapat dituliskan

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\Delta t' = \Delta t \times \gamma) \quad (8.7)$$

$\Delta t'$ = selang waktu oleh pengamat bergerak, relatif terhadap acuan diam

Δt = selang waktu oleh pengamat diam, relatif terhadap acuan bergerak

v = kecepatan pengamat bergerak relatif terhadap pengamat diam

Apabila pengamat dan objek yang diam diobservasi sama-sama bergerak, kecepatan v merupakan kecepatan relatif relativistik, sehingga diperoleh

$$v = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}} \quad (8.8)$$

Mengingat waktu yang berlalu (usia) berbanding terbalik dengan selang waktu, maka waktu antara A dan B adalah:

$$t_A = \frac{t_B}{\sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}} \quad (8.9)$$

dengan t_A = waktu menurut A (kerangka diam)

t_B = waktu menurut B (benda yang bergerak)

v_B = kecepatan relatif B terhadap A

Jadi penting membedakan waktu dalam artian usia dan waktu dalam artian selang waktu, karena keduanya terbalik. Misal, jika A makan dua kali lebih lama (selang waktu) dari B, maka ketika B selesai A baru setengah jalan.

CONTOH

1. Ada dua bayi kembar A dan B. Bayi A tetap diam di Bumi dan bayi B dibawa pergi ke luar angkasa dengan kecepatan $0,95 c$ dengan sebuah pesawat luar angkasa dan dianggap terus berada dalam pesawat.
 - a. Jika umur B = 20 tahun, berapa umur A?
 - b. Jika umur A = 20 tahun, berapa umur B?

Penyelesaian

Kecepatan relatif B terhadap A adalah $v_B = 0,95 c$.

- a. Umur B adalah 20 tahun, berarti $t_B = 20$ tahun

$$t_A = \frac{t_B}{\sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}}$$

$$t_A = \frac{20}{\sqrt{1 - \frac{(0,95)^2}{1^2}}}$$

$$t_A = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,9025}}$$

$$t_A = 64 \text{ tahun}$$

- b. Umur A adalah 20 tahun, berarti $t_A = 20$ tahun

$$t_A = \frac{t_B}{\sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}} \quad \text{sehingga} \quad t_B = t_A \sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}$$

$$t_B = 20 \sqrt{1 - \frac{(0,95)^2}{1^2}}$$

$$t_B = 20 \sqrt{1 - 0,9025}$$

$$t_B = 6,24 \text{ tahun}$$

8.5. MASSA DAN ENERGI RELATIVISTIK

Menurut Einstein, terdapat kesetaraan antara massa dan energi. Energi timbul karena adanya massa, dan massa yang bergerak adalah energi. Dengan demikian terdapatlah massa relativistik. Adapun massa sejati (massa saat benda tidak bergerak) disebut massa diam.

Menurut Teori Relativitas Khusus, massa benda yang bergerak mendekati kecepatan cahaya akan bertambah sebesar:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \quad (8.10)$$

Dengan m_0 adalah massa diam partikel atau massa partikel dalam keadaan diam.

Jika partikel diam ($v = 0$) maka massanya sama dengan massa diamnya dan $E_0 = m_0 c^2$. Dan jika partikel mencapai kelajuan maksimum (kelajuan maksimum yang mungkin menurut Einstein adalah kecepatan cahaya), maka energinya adalah energi maksimum dan massanya berubah.

$$\begin{aligned} E_{\text{total}} &= \gamma m_0 c^2 \\ E_{\text{total}} &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (8.11)$$

Energi relativistiknya dapat dirumuskan menjadi

$$E_k = E_{\text{total}} - E_0 \quad (8.12.1)$$

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (8.12.2)$$

- E_k = energi kinetik
- m = massa materi antar partikel
- v = kecepatan partikel
- c = kecepatan cahaya

CONTOH

Sebuah partikel bermassa 1 kg bergerak dengan kecepatan 0,5 c. Berapakah energi kinetik klasik dan relativistiknya relativistiknya?

Penyelesaian:

Energi kinetik klasik :

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \\ E_k &= \frac{1}{2}(1)(1,5 \times 10^8)^2 \\ E_k &= 1,125 \times 10^{16} \text{ joule} \end{aligned}$$

Energi kinetik relativistiknya :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} &= \sqrt{1 - \frac{0,5 c^2}{c^2}} \\ &= \sqrt{1 - 0,25} \\ &= \sqrt{0,75} \\ &= 0,866 \end{aligned} \quad \begin{aligned} E_k &= \frac{mc^2}{0,866} - mc^2 \\ E_k &= 1,155mc^2 - mc^2 \\ E_k &= 0,155mc^2 \\ E_k &= (0,155)(1)(3 \times 10^8)^2 \\ E_k &= 1,395 \times 10^{16} \text{ joule} \end{aligned}$$

8.6. MOMENTUM RELATIVISTIK

Rumus umum momentum relativistik adalah

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.13)$$

dengan m_0 = massa gabungan ($m_{01} + m_{02}$) dan v = kecepatan relatif. Adapun hubungan momentum dan energi ialah:

$$E^2 = p^2 + E_0^2 \quad (8.14)$$

8.7. TEORI RELATIVITAS UMUM

A. Pengantar Teori Relativitas Umum

Sebelum Teori Relativitas Umum (TRU) diperkenalkan oleh Einstein pada tahun 1915, orang mengenal sedikitnya tiga hukum gerak yaitu mekanika Newton, relativitas khusus dan gravitasi Newton. Mekanika Newton sangat berhasil dalam menerangkan sifat gerak berkelajuan rendah. Namun mekanika ini gagal untuk benda yang kelajuananya mendekati laju cahaya.

Kekurangan ini ditutupi oleh Einstein dengan mengemukakan Teori Relativitas Khusus (TRK). Teori ini dibangun berdasarkan dua asas, yaitu:

- 1) Semua hukum fisika memiliki bentuk yang tetap di dalam sembarang kerangka inersial.
- 2) Kelajuan cahaya di dalam ruang hampa bernilai tetap dan tidak bergantung pada gerak sumber maupun pengamat.

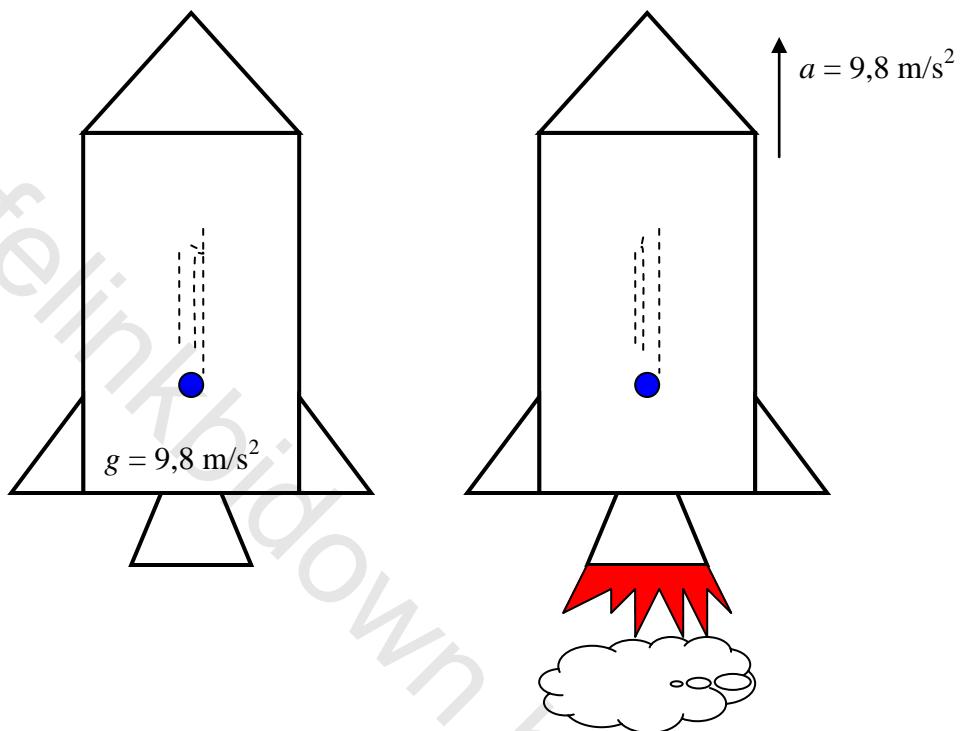
Teori relativitas khusus Einstein berhasil menerangkan fenomena saat benda melaju mendekati laju cahaya. Teori ini juga lebih lengkap daripada mekanika Newton, karena untuk gerak dalam kelajuan rendah, mekanika relativistik tereduksi menjadi mekanika Newton. Salah satu implikasi teori ini adalah tidak ada benda atau sinyal yang dapat bergerak lebih cepat dari cahaya.

Pada Teori Relativitas Umum, Einstein mengemukakan gagasan yang cukup revolusioner bahwa gravitasi bukanlah seperti gaya-gaya yang lain, namun gravitasi merupakan efek dari kelengkungan ruang-waktu karena adanya penyebaran massa dan energi di dalam ruang-waktu tersebut. Teori Relativitas ini dibangun atas dua asas, yaitu pertama, asas kesetaraan (*principle of equivalence*) dan kedua, kovariansi umum (*general covariance*)

Untuk menjelaskan asas kesetaraan ini perlu diberikan gambaran sebagai berikut. Misalnya seorang astronot berada di dalam sebuah roket yang masih berada pada landasannya di permukaan Bumi. Sebuah benda dilepaskan teramat jatuh ke bawah dengan percepatan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Kemudian roket itu telah berada di luar angkasa dengan medan gravitasi amat kecil sehingga dapat dianggap nol. Pendorong kemudian dinyalakan dan memberikan percepatan yang dikendalikan tepat sebesar $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Sekali lagi benda tersebut dilepaskan, Maka benda tersebut akan meluncur ke bawah dengan percepatan $a = 9,8 \text{ m/s}^2$. Dari kedua percobaan yang bersifat anagan-anagan ini diperoleh hasil yang sama.

Einstein menggunakan hasil percobaan anagan-anagan itu untuk mengemukakan asas kesetaraan yang berbunyi, “*Tidak ada percobaan yang dapat dilakukan dalam daerah kecil (lokal) yang dapat membedakan medan gravitasi dengan sistem dipercepat yang setara*”. Pernyataan daerah kecil ini perlu disebutkan karena pada sistem dipercepat kedua benda akan bergerak paralel ke arah sebaliknya dari percepatan roket, sedangkan pada sistem gravitasi dua benda

yang dijatuhkan dengan jarak r akan bergerak jatuh dengan jarak yang makin mengecil menuju pusat Bumi. Namun jika lebar daerah pengamatan cukup sempit, perbedaannya tidak akan teramat.



Gambar 8.3 Percepatan jatuh pada medan gravitasi dan kerangka dipercepat.

Salah satu implikasi dari asas kesetaraan adalah kesamaan massa inersia dan massa gravitasi. Sifat ini memungkinkan kita menghilangkan efek gravitasi yang muncul dengan menggunakan kerangka acuan dipercepat yang sesuai.

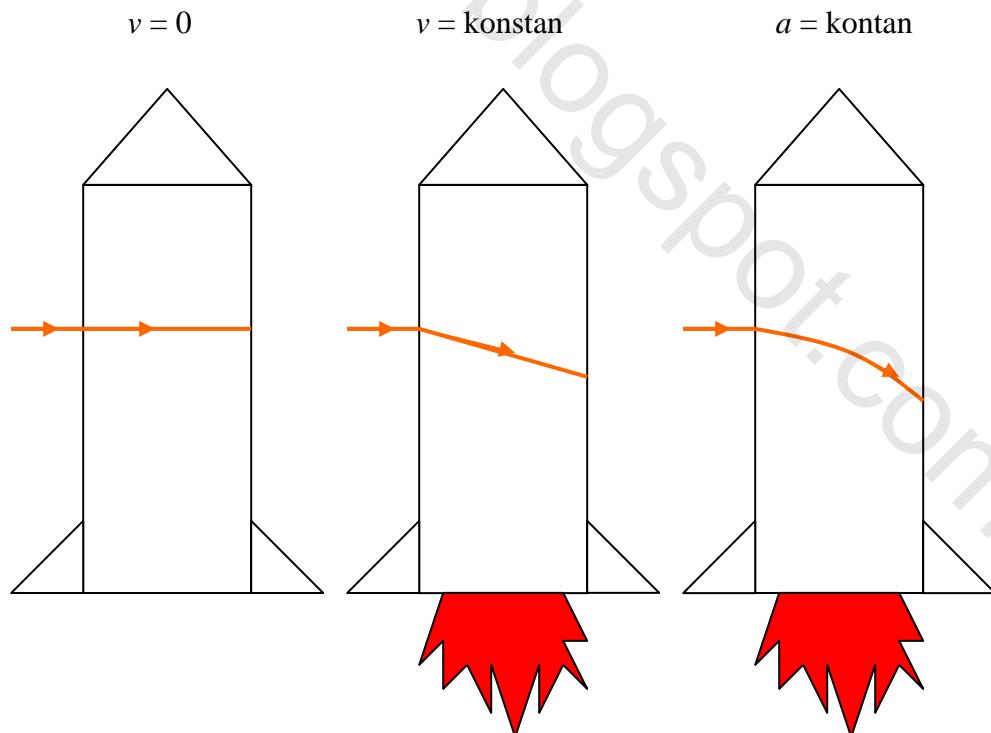
Contohnya pada sistem pengamatan jatuh bebas dalam medan gravitasi Bumi seperti pada elevator yang kabel gantungnya putus adalah kerangka inersial lokal. Seorang pengamat dalam elevator tersebut dapat melepaskan sebuah benda dari keadaan rehat (dalam kerangka pengamat) dan akan mendapati benda tersebut tetap rehat. Kesimpulannya adalah gerak pada kerangka inersial dalam daerah tanpa medan gravitasi sama dengan hukum gerak pada kerangka jatuh bebas di dalam medan gravitasi.

Berkait dengan elevator yang jatuh bebas tersebut sebenarnya terdapat tak hingga banyaknya kerangka acuan inersial. Kemudian kita dapat menggunakan transformasi Lorentz untuk mengaitkan kerangka-kerangka inersial tersebut. Dengan kata lain, hukum alam yang berlaku pada kerangka inersial menurut asas kovariansi TRK, harus pula berlaku pada kerangka tak inersial (seperti kerangka jatuh bebas dalam medan gravitasi). Inilah yang dimaksud dengan asas kovariansi umum yang berbunyi, “*Hukum alam harus memiliki bentuk yang tetap terhadap sembarang pemilihan transformasi koordinat*”.

Implikasi penerapan asas ini akan menuntun kita kepada beberapa ramalan yang mengubah cara pandang kita tentang ruang-waktu. Andaikata seberkas cahaya ditembakkan menembus sebuah roket yang dalam keadaan rehat, maka pengamat dalam roket akan melihat cahaya berada pada lintasan lurus. Jika kemudian roket melaju ke atas dengan kelajuan v terhadap permukaan Bumi, maka laju cahaya dalam roket akan teramati membentuk sudut v/c ($v < c$) terhadap arah horizontal. Dan jika roket bergerak dengan percepatan konstan, maka kecepatan roket akan berubah secara teratur, sehingga sudut v/c juga akan semakin berubah dan membentuk lintasan lengkung bila diamati oleh pengamat dalam roket.

Jika asas kesetaran benar, berarti perilaku cahaya di dalam roket yang dipercepat haruslah sama seperti dalam medan gravitasi. Berarti, berkas cahaya harus pula menempuh lintasan lengkung dalam medan gravitasi.

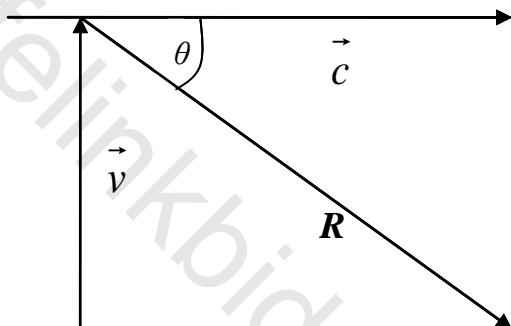
Menurut TRK, tidak ada benda atau sinyal yang dapat bergerak lebih cepat daripada cahaya. Oleh karena itu, lintasan cahaya pastilah mengambil lintasan terpendek agar dapat mencapai dua titik dalam suatu ruang sesingkat mungkin. Jika lintasan lengkung merupakan lintasan terpendek yang mungkin ditempuh cahaya, maka berarti ruang itulah yang melengkung. Karena medan gravitasi ditimbulkan oleh materi, diperoleh kesimpulan bahwa kelengkungan ruang-waktu terjadi karena adanya penyebaran materi di ruangan itu. Jika materi tersebut dihilangkan, maka ruang waktu menjadi datar.



Gambar 8.4 Lintasan cahaya dalam roket dengan kelajuan $v = 0$, $v = \text{konstan}$ dan $a = \text{konstan}$

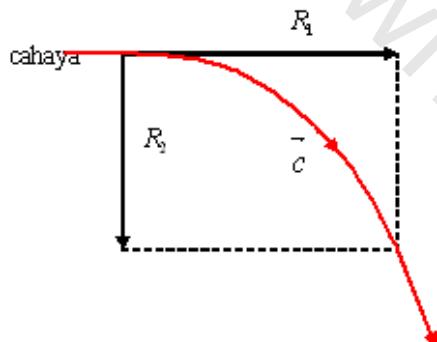
B. Pelengkungan Cahaya dalam Kerangka Dipercepat

Telah di bahas sebelumnya tentang percobaan angan-angan tentang pembelokan cahaya dalam kerangka kecepatan dan pelengkungan cahaya dalam kerangka dipercepat. Namun, pembelokan atau pelengkungan ini tidak dapat diamati untuk gerak berkelajuan rendah. Untuk kerangka kecepatan konstan ($a = 0$) dengan vektor kecepatan tegak lurus vektor kelajuan cahaya berlaku $\tan \theta = \frac{v}{c}$.



Gambar 8.5 Lintasan cahaya pada kerangka berkelajuan $v = \text{konstan}$.

Ada pun untuk kerangka dipercepat cahaya akan mengalami pelengkungan



Gambar 8.6 Lintasan cahaya pada kerangka dengan $a = \text{konstan}$

$$x = R_1 = ct$$

$$y = R_2 = \frac{1}{2}at^2$$

Maka:

$$R_2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{R_1}{c}\right)^2$$

$$R_2 = \frac{a}{2c^2}R_1^2 = -\frac{GM}{2R^2c^2}R_1^2 \quad (8.15)$$

Jadi persamaan kurva lintasan cahaya dalam medan gravitasi dapat dituliskan sebagai:

$$y = -\frac{GM}{2R^2c^2}x^2 \quad (8.16)$$

C. Penerapan Teori Relativitas Umum

1. Presesi Orbit Merkurius

Presesi orbit planet adalah peristiwa bergesernya (berputar) perihelium suatu planet karena perputaran orbitnya. Jadi dapat disimpulkan secara sederhana selain berputarnya planet mengelilingi Matahari pada orbitnya, orbit itu sendiri juga berputar mengelilingi Matahari searah dengan perputaran planet.

Menurut Teori Relativitas Umum, harus terjadi sedikit perbedaan dengan gerak Newton-Kepler suatu planet dalam orbitnya, dan perbedaan itu sedemikian rupa, sehingga sudut yang dibentuk oleh radius Matahari-planet antara satu perihelium ke perihelium berikutnya harus melebihi sudut satu putaran penuh (360°) dengan selisih sebesar

$$\delta\omega = +\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)} \quad (8.17)$$

dimana : $\delta\omega$ = sudut presesi per revolusi (radian)
 a = sumbu semi mayor (m)
 T = periode revolusi (s)
 c = kecepatan cahaya di ruang hampa (m/s)
 e = eksentritas orbit

Untuk Merkurius, dimana $a = 5,79 \cdot 10^{10}$ m, $T = 88$ hari = $7,603 \cdot 10^6$ s dan eksentrisitas = 0,206

$$\delta\omega = +\frac{24\pi^3 (5,79 \cdot 10^{10})^2}{(7,603 \cdot 10^6)^2 (3 \cdot 10^8)^2 (1 - 0,206^2)}$$

$$\delta\omega = +5,007 \cdot 10^{-7} \text{ rad/revolusi}$$

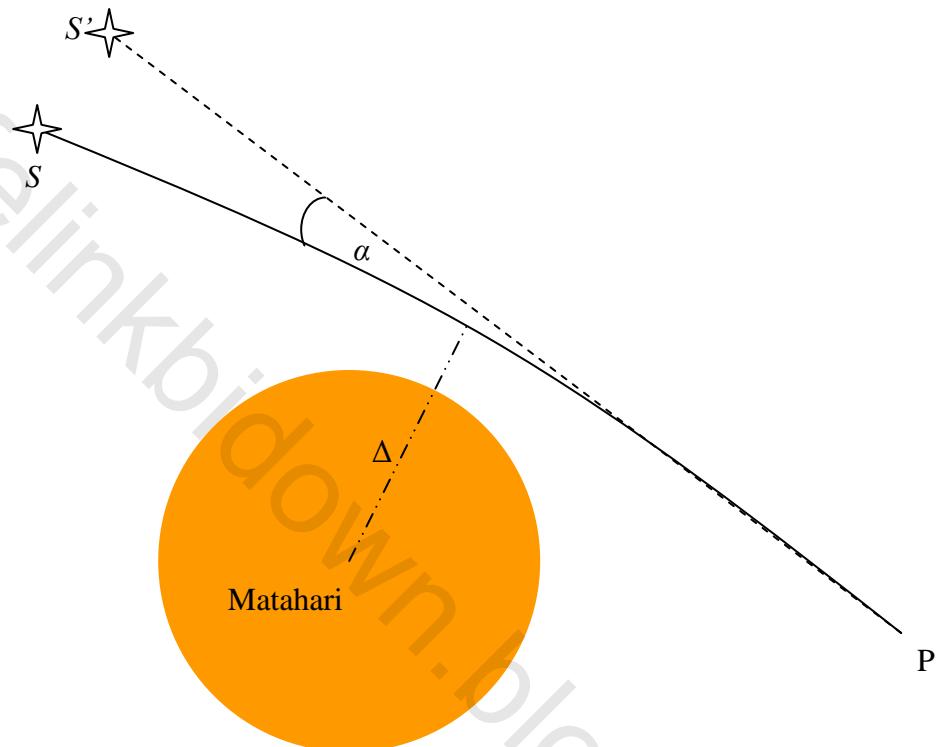
Kecilnya sudut ini mengakibatkan sulitnya pengamatan dilakukan dalam waktu singkat, namun akumulasi selama seabad (100 tahun Bumi) akan terjadi $\frac{36\,525}{88}$ kali revolusi, dapat dihitung dengan

$$\delta\omega = +(5,007 \cdot 10^{-7} \text{ rad})(57,3^\circ)(60')\left(\frac{36\,525}{88}\right)$$

$$= +43''$$

2. Pembelokan Cahaya oleh Medan Gravitasi

Menurut Teori Relativitas Umum, seberkas cahaya akan mengalami pelengkungan lintasannya bila melalui medan gravitasi, dan pelengkungan ini serupa dengan yang dialami suatu benda yang dilontarkan dalam medan gravitasi. Sebagai akibat teori ini, kita dapat mengharapkan bahwa seberkas cahaya yang melintas dekat suatu benda langit akan dibelokkan ke arah benda langit tersebut.



Gambar 8.7 Lintasan cahaya bintang dekat piringan Matahari.

Kuat pembelokan cahaya oleh Matahari dapat dituliskan:

$$\phi = \frac{4m}{R}, \text{ dengan} \quad (8.18)$$

dengan m = medan Schwarzschild = $\frac{GM}{c^2}$, sehingga

$$\phi = \frac{4GM}{R c^2} \quad (8.19)$$

Dari perhitungan didapatkan $\phi = 8,62 \cdot 10^{-6}$ rad = 1,77"

Sehingga pembelokan cahaya bintang yang berjarak Δ radius matahari (dihitung dari pusat) sama dengan

$$\alpha = \frac{1,77''}{\Delta} \quad (8.20)$$

3. Pergeseran Merah Gravitasi

Pandangan Einstein tentang gravitasi adalah efek dari kelengkungan ruang waktu, sehingga cahaya pun akan merasakan efeknya. Suatu foton yang bergerak menjauh dari medan gravitasi akan mengalami geser merah (*redshift*) sedangkan foton yang bergerak ke arah medan gravitasi akan mengalami geser biru (*blueshift*). Secara sederhana dapat dijelaskan jika suatu foton melepaskan diri dari suatu medan gravitasi maka ia perlu melepaskan energi sehingga energi foton akan berkurang, akibatnya panjang gelombang bergeser ke arah yang lebih panjang atau menjadi lebih merah.

Menurut Planck, energi total foton adalah:

$$mc^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Sehingga "massa" foton, $m = \frac{h}{\lambda c}$

Energi gravitasi foton dari suatu sumber medan gravitasi bermassa M

$$E_g = -\frac{GMm}{r}$$

$$E_g = -\frac{GMh}{r\lambda c}$$

Energi total foton adalah:

$$E = h\frac{c}{\lambda} + E_g$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{GMh}{r\lambda c}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right) \quad (8.21)$$

Pada jarak yang sangat jauh dari bintang, foton berada di luar medan gravitasi bintang, namun demikian total energinya tetap sama, tetapi energinya sepenuhnya merupakan energi elektromagnetik. Jika panjang gelombang foton yang berada di luar pengaruh gravitasi bintang ini kita tulis λ_0 , maka besar energinya dapat kita nyatakan dengan

$$E_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (8.22)$$

Karena keduanya setara, maka dapat kita persamakan.

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right)$$

$$1 - \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{GM}{rc^2}$$

$$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = \frac{GM}{rc^2} \quad (8.23)$$

SOAL LATIHAN 3

1. Roket A bergerak ke sebelah kanan dan roket B bergerak ke sebelah kiri masing-masing dengan kecepatan $\frac{12}{13}c$ dan $\frac{5}{13}c$ relatif terhadap Bumi. Anggap kecepatan-kecepatan tersebut dalam arah sejajar sumbu-X. Berapakah kecepatan roket A bila diukur dari roket B?
2. Berapakah panjang rudal 8 meter yang bergerak dengan kecepatan $0,6 c$ bila diamati oleh sasaran diam?
3. Berapakah kelajuan pesawat antariksa relatif terhadap Bumi agar satu hari dalam pesawat relatif sama dengan dua hari di Bumi?
4. Sebuah meson yang sedang bergerak melalui sebuah laboratorium yang panjangnya x pada kelajuan v meluruh setelah suatu waktu T bila diukur oleh seorang pengamat yang diam dalam laboratorium. Jika meson dalam keadaan diam di laboratorium, tentukanlah waktu hidup meson tersebut!
5. Salah satu implikasi dari teori relativitas khusus adalah kontraksi Lorentz pada suatu sistem kecepatan 'dorongan'. Berdasarkan imajinasi Anda, coba tuliskan sebuah teori yang mengemukakan dampak sistem kecepatan 'tarikan' pada benda di dekat sebuah lubang hitam.
6. Buktikan bahwa presesi orbit planet juga dapat dinyatakan dengan
$$\delta\omega = +\frac{3\mu}{c^2 p} \phi,$$
dengan ϕ adalah sudut penuh (2π radian) dan p adalah parameter kerucut orbit!
7. Diketahui planet Venus dengan sumbu semi-major $1,082 \cdot 10^{11}$ m, $e = 0,007$ dan $\mu = 1,327 \cdot 10^{20}$ N m² kg⁻¹.
 - Tentukanlah akumulasi presesi orbit Venus selama seabad menurut TRU!
 - Mengapa sulit untuk mengukur presesi orbit Venus dengan teliti?
8. Jelaskan mengapa cahaya yang masuk melewati Radius Schwarzschild tidak dapat keluar lagi.
9. Partikel muon (μ) memiliki kelajuan maksimal $0,995 c$.
 - Tentukanlah perbandingan laju waktu menurut kerangka muon yang bergerak dengan laju waktu pada kerangka diam!
 - Menurut imajinasi Anda, bagaimana laju waktu yang dialami oleh foton yang bergerak dengan kecepatan cahaya?
10. Jelaskan mengapa saya tidak suka makan bawang!

9. PERGESERAN DOPPLER

9.1. EFEK DOPPLER

Pada waktu sumber gelombang mendekati kita atau kita mendekati sumber gelombang, frekuensi yang sampai ke kita relatif lebih tinggi. Sebaliknya jika sumber gelombang menjauhi kita atau kita menjauhi sumber gelombang, frekuensi yang sampai lebih rendah. Inilah yang disebut efek Doppler.

Sebenarnya efek ini dapat dijelaskan dengan teori kecepatan relatif. Suatu gelombang akan merambat dengan kecepatan v , dimana

$$v = f \times \lambda \quad (9.1)$$

Jika sumber gelombang bergerak, maka gelombang akan mendapatkan perubahan kecepatan sebesar kecepatan sumber gelombang, sehingga $v_g = v_0 + v'_s$. Karena sumber gelombanglah yang bergerak, maka frekuensi gelombang berubah. Sedangkan jika pengamat yang bergerak, maka menurut pengamat, kecepatan gelombang seolah-olah berubah menjadi $v'_g = v_0 - v_p$. Karena pengamatlah yang bergerak, frekuensi sebenarnya tidak berubah, maka didapatkan

$$\frac{f'}{f} = \frac{v'}{v_g}$$

$$f' = \frac{v_0 - v_p}{v_0 + v'_s} f$$

Jadi rumus untuk efek Doppler adalah:

$$\text{Untuk pergerakan menjauh : } f = f_0 \times \frac{v_0 - v_p}{v_0 + v_s} \quad (9.2)$$

$$\text{Untuk pergerakan mendekat : } f = f_0 \times \frac{v_0 + v_p}{v_0 - v_s} \quad (9.3)$$

Dimana f_0 adalah frekuensi saat kecepatan = 0, c adalah kecepatan cahaya, v_p adalah kecepatan pengamat, dan v_s adalah kecepatan sumber gelombang (jika gelombang itu adalah gelombang bunyi, maka v_0 = kecepatan gelombang bunyi di udara = 320 m/s).

Untuk gelombang elektromagnet, TRK harus diperhitungkan, digunakan rumus :

$$f = f_0 \times \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}} \quad (9.4)$$

Untuk sumber yang bergerak tegak lurus garis pandang berlaku:

$$f = f_0 \times \sqrt{1 - \beta^2} \quad (9.5)$$

Dan hubungan antara panjang gelombang (λ) (meter) dan frekuensi (Hz) adalah pada gelombang elektromagnetik :

$$\frac{c}{f} = \lambda \quad (9.6)$$

Pergeseran Doppler ini dapat digunakan untuk mengukur kecepatan radial bintang. Ini dikarenakan perubahan panjang gelombang dan frekuensi akibat pergerakan sumber gelombang (bintang). Walaupun perubahan frekuensi cahaya bintang tidak dapat diketahui, namun perubahan panjang gelombangnya dapat diketahui, karena perubahan panjang gelombang memberikan efek perubahan warna.

Untuk pergeseran λ bintang, kecepatan dapat dicari memakai rumus

$$v_{radial} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \times c \quad (9.7)$$

Dengan λ dalam satuan sembarang.

9.2. PERGESERAN MERAH HUBBLE

Menurut Hubble, alam semesta kita ini mengembang, berdasarkan hasil pengamatan pergeseran panjang gelombang bintang-bintang. Kecepatan bintang menjauh semakin besar jika jaraknya dari pengamat makin besar. Pergerakan ini berlaku secara homogen, dimanapun pengamat berada, karena tidak ada titik yang istimewa di alam semesta.

Kecepatan pergerakan galaksi itu dapat dicari dengan rumus : $v = H_0 d$
 Dimana v adalah kecepatan objek menjauhi pengamat, d adalah jarak pengamat-objek, dan H_0 adalah konstanta Hubble yang bernilai sekitar 50 - 100 km/s/Mpc ($1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$) atau sekitar 15 km/s/ly.

Untuk perhitungan, kita ambil tetapan Hubble 75km/s/Mpc. Waktu Hubble adalah :

$$H_0 = \frac{75 \text{ km}}{\text{s}} \times \frac{1}{10^6 \text{ pc}}$$

$$H_0 = \frac{75}{s} \times \frac{1}{(3,086 \cdot 10^{13})(10^6)}$$

$$H_0 = 2,4303 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

$$H_0^{-1} = (2,4303 \cdot 10^{-18})^{-1}$$

$$H_0^{-1} = 4,1147 \cdot 10^{17} \text{ s}$$

Nilai waktu Hubble yang sekitar 13 miliar tahun ini merupakan parameter penting dalam menentukan usia jagat raya dan besaran panjang jagat raya (ruji). Untuk model jagat raya tertutup ($k = +1$), dengan memasukkan nilai $H_0 = 7,69 \cdot 10^{-11}$ tahun dan parameter perlambatan (q_0) = 1,2, ruji jagat raya (S_0) adalah :

$$S_0 = \frac{1}{H_0 \sqrt{2q_0 - 1}} \quad (9.8)$$

$S_0 = 11$ miliar tahun cahaya.

10. TATA SURYA

10.1. TEORI ASAL-USUL TATA SURYA

Banyak teori yang berusaha menjelaskan tentang terbentuknya tata Surya, misalkan Teori kabut Kant – Laplace, Teori planetesimal, Teori pasang dan Teori bintang kembar. Dari keempat teori tersebut, teori kabut dari Immanuel Kant dan Laplace-lah yang lebih masuk akal, dan kemudian diperbaiki oleh astronom seperti Fred Hoyle, Weizacher dan Kuiper menjadi Teori protoplanet, yang sementara ini diterima sebagai teori pembentukan tata Surya.

Teori bintang kembar menyatakan bahwa dulu terdapat sistem bintang ganda. Bintang satunya meledak kemudian menjadi kepingan-kepingan yang kemudian terkondensasi membentuk planet. Teori planetesimal mirip dengan teori pasang, menyatakan pada suatu waktu suatu bintang berpapasan dengan Matahari pada jarak yang tidak begitu jauh. Oleh karena tarikan gravitasi bintang yang lewat, sebagian massa Matahari berbentuk cerutu tertarik ke arah bintang itu. Ketika bintang menjauh, massa tadi sebagian terjatuh kembali ke Matahari dan sebagiannya terkondensasi membentuk planet-planet.

Teori protoplanet pada dasarnya menyatakan bahwa tata Surya terbentuk dari gumpalan awan gas dan debu. Dasar pemikiran itu didukung dengan banyaknya gumpalan awan seperti ini diamati di seluruh jagad raya. Awan tadi kemudian mengalami pemampatan akibat pengaruh gravitasi, sehingga partikel-partikel debu tertarik menuju pusat awan, membentuk gumpalan bola, dan mulai berotasi. Begitu partikel-partikel di pinggir tertarik ke dalam, kecepatan rotasi pun bertambah sesuai hukum kekekalan momentum sudut. Akibat rotasi yang cepat ini, gumpalan gas mulai memipih membentuk cakram yang tebal di tengahnya dan tipis di bagian tepi. Bagian tengah berotasi lebih cepat sehingga partikel-partikel bagian tengah saling menekan sehingga menimbulkan panas dan berpijar. Bagian tengah yang berpijar ini adalah *protoplanet* yang pada akhirnya menjadi Matahari.

Bagian tepi berotasi cepat sehingga terpecah-pecah menjadi banyak gumpalan gas dan debu yang lebih kecil. Gumpalan-gumpalan yang terletak dalam satu “orbit” ini kemudian menyatu membentuk *protoplanet*. Protoplanet, berrotasi dan akhirnya membentuk planet dan satelit-satelitnya.

10.2. MATAHARI

Matahari merupakan sebuah bintang yang menjadi pusat tata Surya kita. Seperti halnya sebuah bintang, Matahari menghasilkan energinya sendiri melalui mekanisme reaksi fusi pada intinya. Massa Matahari sangat besar, sekitar 99% dari total objek di tata Surya. Sebelum kita membahas tentang struktur Matahari, sebaiknya kita membahas terlebih dahulu tentang besaran mendasar Matahari.

BESARAN MENDASAR MATAHARI

a) Jarak Bumi – Matahari

Pada Bab 2 telah kita ketahui jarak Bumi Matahari melalui metode paralaks geosentrik yaitu $d = 23\,455 R_B$. Karena radius Bumi adalah 6371 km, maka didapatkan jarak Bumi – Matahari yaitu 149,5 juta kilometer. Perhitungan modern memberikan nilai sebesar $1,495\,98 \times 10^{11}$ m.

b) Radius Matahari

Radius Matahari dapat kita cari dengan menggunakan persamaan radius sudut. Diameter sudut Matahari yang tampak dari Bumi sekitar $31'$, sehingga radius sudut matahari sekitar $0^{\circ}26$. Radius matahari, R_{\odot} adalah

$$d \sin \alpha = 6,9 \times 10^5 \text{ km}$$

c) Massa Matahari

Dengan menggunakan hukum Keppler III diperoleh

$$(M + m) = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

Dengan menggunakan Bumi sebagai benda 2, diperoleh $a = 1,49598 \times 10^{11}$ m, $T = 3,1558 \times 10^7$ s dan karena massa Matahari lebih dari 99% massa total tata Surya, maka massa Matahari, M_{\odot} adalah $1,99 \times 10^{30}$ kg.

d) Rapat jenis Matahari

Rapat jenis Matahari dapat dihitung dengan rumus $\rho = \frac{3}{4} \frac{M}{\pi R^3}$, dengan memasukkan nilai-nilai didapatkan $\rho = 1382 \text{ kg m}^{-3}$.

e) Luminositas Matahari

Luminositas Matahari dapat diukur dengan cara mengukur iradiansi Matahari ke Bumi tiap meter persegiunya. Berdasarkan pengukuran satelit, Iradiansi Matahari sebesar $E_{\odot} = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Dengan menggunakan persamaan Stefan-Boltzman didapatkan

$$L = E(4\pi r^2)$$

Karena jarak Satelit – Matahari dapat dianggap sama dengan jarak Bumi – Matahari, sehingga didapatkan

$$L = 3,86 \times 10^{26} \text{ W}$$

f) Temperatur Efektif Matahari

Temperatur efektif (temperatur permukaan) Matahari dapat diukur dengan menggunakan persamaan Stefan-Boltzman, yakni:

$$E = \sigma T^4$$

Dengan menggunakan $E_{\text{permukaan}}$ adalah energi radiasi Matahari yang sampai pada permukaannya, sehingga perbandingannya dengan energi radiasi Matahari yang sampai di Bumi yaitu:

$$\frac{E_{\text{permukaan}}}{E_{\text{Bumi}}} = \left(\frac{a_B}{R_{\odot}} \right)^2$$

Dan akhirnya didapatkan temperatur Matahari sekitar 5 800 K.

STRUKTUR MATAHARI

Struktur Matahari dapat dibedakan menjadi dua bagian, yaitu struktur dalam, yang meliputi inti, zona konvektif, dan zona radiatif dan atmosfer yang meliputi fotosfer, kromosfer dan korona.

a) Inti

Inti Matahari merupakan tempat terjadinya reaksi fusi di Matahari, yaitu pengubahan empat atom Hidrogen melalui tahapan tertentu menjadi satu atom Helium. Karena letaknya di pusat, tekanan dalam inti sangat besar dan bersuhu sekitar 15 juta Kelvin. Tekanan dan suhu yang tinggi inilah yang menyebabkan reaksi fusi dapat terus berlangsung.

b) Zona Radiatif

Daerah yang lebih luar dinamakan zona radiatif, karena pada daerah ini energi yang berasal dari reaksi termonuklir di inti merambat secara radiasi.

c) Zona Konvektif

Daerah yang lebih luar dinamakan zona konvektif, karena pada daerah ini energi yang berasal dari reaksi termonuklir di inti merambat secara konveksi.

d) Fotosfer

Fotosfer merupakan atmosfer terbawah Matahari. Fotosfer merupakan lapisan tipis (tebalnya sekitar 500 km), terang, berwarna kekuningan dan suhunya sekitar 5 800 K. Struktur Matahari yang terlihat oleh kita di Bumi adalah Fotosfer ini.

e) Kromosfer

Lapisan atmosfer Matahari yang kedua adalah kromosfer. Ketebalan kromosfer sekitar 2 400 km dengan suhu kromosfer sekitar 10 000 K.

f) Korona

Lapisan atmosfer yang terakhir adalah korona. Korona merupakan suatu lapisan tebal namun renggang yang bersuhu sangat tinggi, sekitar 2 juta Kelvin. Pada bagian kutub-kutub Matahari, korona terlihat menipis sehingga terlihat seperti celah di kutub-kutub Matahari. Korona Matahari dapat terlihat saat terjadi gerhana Matahari total seperti mahkota atau penceran terang dari Matahari. Korona juga dapat dilihat dengan menggunakan alat yang disebut koronograph, alat untuk membuat gerhana artifisial.



Gambar 10.1 Dari kiri ke kanan, citra fotosfer Matahari, lapisan kromosfer terlihat di atas fotosfer, dan citra korona yang diambil dengan menggunakan koronograph.

AKTIVITAS MATAHARI

Pada atmosfer Matahari berlangsung beberapa aktivitas yang disebut aktivitas Matahari.

a) Bintik Matahari (*Sunspot*)

Bintik Matahari merupakan daerah kecil yang gelap pada fotosfer akibat suhunya yang lebih rendah daripada suhu fotosfer di sekitarnya. Meskipun terlihat kecil, bintik Matahari yang besar diameternya dapat mencapai 200 000 km – 300 000 km, jauh lebih besar dari diameter Bumi, sedangkan bintik yang kecil, yang umumnya bergerombol dan terletak di dekat bintik besar, diameternya sekitar 3 000 km. Bintik Matahari lebih banyak terlihat dekat ekuator, makin mendekati kutub makin sedikit jumlahnya dan diatas lintang 60° bisa dikatakan hampir tidak ada.

Jika diamati, bintik Matahari terlihat bergerak di piringan Matahari akibat rotasi Matahari dan periode bintik Matahari inilah yang digunakan dalam menentukan periode rotasi Matahari. Periode rotasi Matahari pada ekuatornya sekitar 25 hari.

Aktivitas matahari bervariasi dengan periode sekitar 11 tahun yang berkorelasi dengan kemunculan bintik matahari di permukaannya. Umumnya bintik matahari muncul dalam satu kelompok (grup). Makin banyak bintik yang muncul di permukaan matahari, maka tingkat aktivitas matahari dikatakan makin tinggi, dan sebaliknya. Bilangan bintik Matahari adalah parameter yang digunakan untuk menyatakan tingkat aktivitas Matahari, yang pertama kali diajukan oleh Wolf. Bilangan bintik Matahari (disebut bilangan Wolf), dihitung sebagai berikut:

$$R = k(10g + f)$$

- k adalah faktor koreksi (tergantung pada pengamat dan peralatan)
- g adalah banyaknya grup bintik yang muncul di permukaan matahari
- f adalah banyaknya bintik individu

Jumlah bintik Matahari berdasarkan lintang dan tahunnya biasa dinyatakan dalam bentuk diagram yang disebut diagram kupu-kupu, karena bentuknya yang seperti kupu-kupu, dan berperiode sekitar 11 tahun.

b) Granula

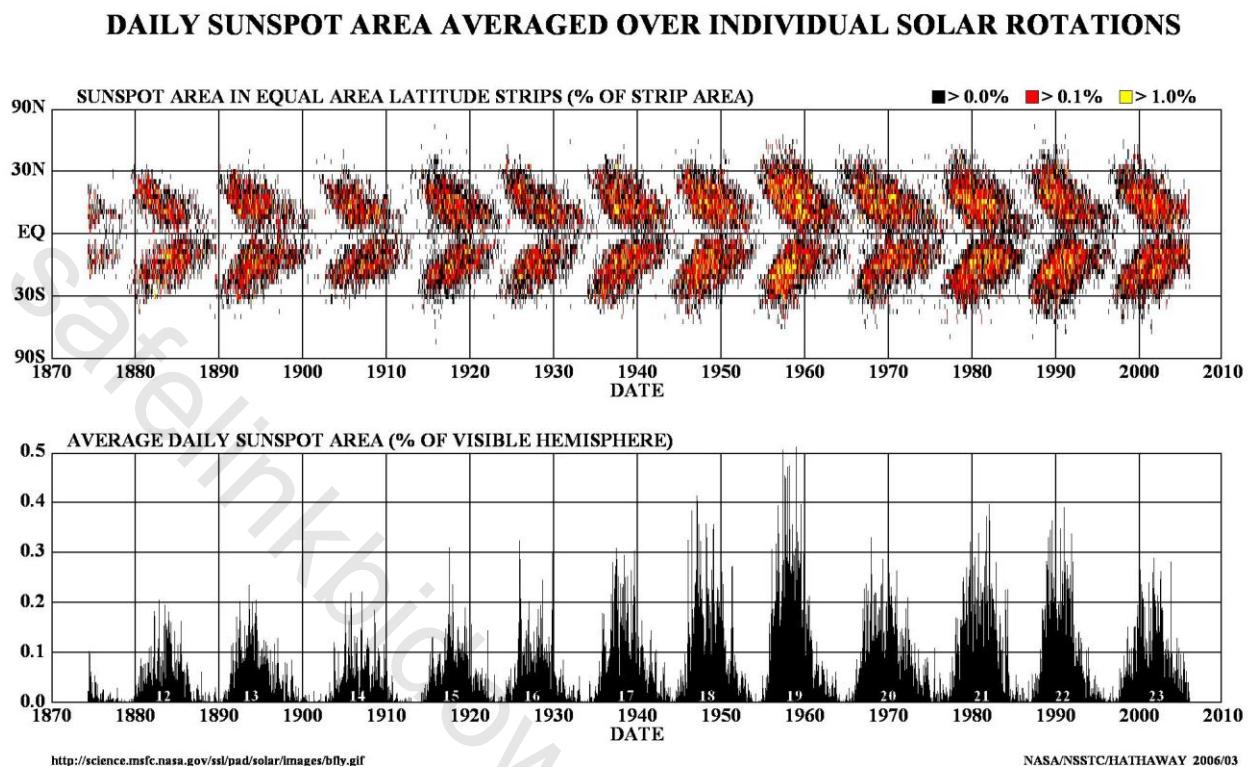
Jika diamati dengan teleskop berfilter, tampak permukaan fotosfer memiliki gumpalan-gumpalan yang disebut granula. Suhu granula lebih tinggi sekitar 100 K dibandingkan permukaan fotosfer sekitarnya.

c) Promiensa

Promiensa disebut juga protuberans terjadi pada lapisan kromosfer, dan hanya dapat teramat jika terjadi pada pinggiran piringan Matahari. Promiensa merupakan gas panas yang tersembur dengan hebat dari kromosfer, dan terkadang tingginya mencapai ratusan ribu kilometer.

d) Flare

Flare merupakan suatu kilatan cahaya yang berlangsung sangat cepat dan terjadi dalam kromosfer. Sejumlah energi sangat besar dilepaskan, berupa semburan partikel-partikel berenergi tinggi yang melaju dengan kelajuan sekitar 1 500 km/s dan dapat mempengaruhi lapisan ionosfer Bumi. Semburan partikel ini menyebabkan badai magnetik yang dibelokkan oleh ionosfer ke arah kutub magnet Bumi dan dapat menimbulkan gangguan pada piranti elektromagnetik dan aurora.



Gambar 10.2. Diagram kupu-kupu (atas) menunjukkan letak sunspot berdasarkan lintang (sumbu Y) terhadap waktu dalam tahun (sumbu X). Warna menunjukkan jumlah sunspot. Grafik bawah menunjukkan jumlah sunspot berdasarkan luas area sunspot berdasarkan tahun. Perhatikan bahwa kedua grafik memperlihatkan siklus maksimal – minimal – maksimal setiap sebelas tahun. Pada awal siklus sunspot terlihat pada lintang yang lebih tinggi (30° utara maupun selatan) dan kemudian makin ke arah ekuator.

ANGIN MATAHARI

Pancaran partikel-partikel dari Matahari akibat tekanan radiasi disebut angin Matahari. Angin Matahari dapat berasal dari foton akibat radiasi Matahari maupun partikel-partikel bermuatan akibat aktivitas Matahari. Dalam perjalannya, angin Matahari dapat mencapai Bumi, dan partikel bermuatan dibelokkan oleh magnetosfer Bumi ke arah kutub dan menimbulkan gangguan sistem telekomunikasi dan aurora (di utara disebut *aurora borealis* dan di selatan disebut *aurora australis*).

Adapun angin Matahari yang berasal dari pancaran foton akibat tekanan radiasi Matahari dapat mengganggu orbit satelit.

10.3. PLANET DAN SATELITNYA

Matahari sebagai pusat tata Surya dikelilingi oleh obyek-obyek yang beredar mengelilinginya. Di antara obyek-onyek tersebut, terdapat obyek berukuran besar yang disebut planet. Sampai dengan tahun 2005 dikenal sembilan planet yaitu Merkurius, Venus, Bumi, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus, Neptunus, dan Pluto, kemudian ditemukan “planet” ke-10 dan ke-11 yang diberi nama 2003 UB313 “Xena” (Eris) dan Sedna. Sebelumnya penemuan objek-objek serupa di sabuk Kuiper yang cukup besar juga banyak, misalkan Quaoar dan 2003 EL61, dan diklasifikasikan sebagai *Kuiper Belt Object (KBO)*, meskipun memiliki kesamaan dengan Pluto.

Para astronom yang sementara itu memang sedang mendebatkan status Pluto sebagai planet tentunya dihadapkan pada dua opsi, yaitu jika tetap menerima Pluto sebagai planet, maka semua KBO besar tadi juga harus diklasifikasikan sebagai planet, atau jika KBO tadi tidak diklasifikasikan sebagai planet, maka Pluto juga harus disingkirkan. Akhirnya, berdasarkan Resolusi Sidang Umum IAU ke-26 tanggal 24 Agustus 2006 dirumuskan syarat baru bagi planet yaitu:

1. Mengorbit Matahari.
2. Berukuran cukup besar sehingga mampu mempertahankan bentuk bulat.
3. Memiliki jalur orbit yang jelas dan tidak ada benda langit lain di orbit tersebut.

Jadi, berdasarkan resolusi ini, Pluto-Charon tidak lagi diklasifikasikan sebagai planet, melainkan digolongkan dalam kelas baru yang disebut *dwarf planet* (planet katai/kerdil) bersama Ceres, Eris (satelitnya bernama Dysnomia), Sedna, dan Quaoar. Orbit Eris adalah yang paling unik karena memiliki inklinasi hingga 44° .

Merkurius adalah planet yang paling dekat dengan Matahari sehingga planet inilah yang bergerak paling cepat. Massa jenisnya $5\ 440\ kg/m^3$. Karena jaraknya yang sangat dekat dengan Matahari membuat Merkurius disinari Matahari dalam waktu yang lama, sehingga suhu permukaannya melonjak sampai $430^\circ C$. Hari-hari panas yang lama dan kelajuan lepas yang rendah ($4,3\ km/s$) menyebabkan Merkurius tidak memiliki atmosfer. Bidang orbit Merkurius memiliki inklinasi $7^\circ\ 0'\ 19''$ terhadap ekliptika sedangkan inklinasi porosnya 0° .

Venus memiliki massa jenis $5\ 250\ kg/m^3$, hampir sama dengan massa jenis Bumi ($5500\ kg/m^3$), sehingga mungkin terbuat dari unsur yang sama. Sebagian besar atmosfer Venus (kira-kira 96%) terdiri dari karbon dioksida (CO_2), gas pekat yang memerangkap panas. Gas CO_2 yang memerangkap panas menyebabkan suhu permukaan Venus cukup tinggi, yaitu $480^\circ C$. Bidang orbit Venus memiliki inklinasi $3^\circ 23' 41''$ terhadap ekliptika sedangkan porosnya miring $2^\circ 07'$. Merkurius dan Venus suatu waktu dapat terlihat melintasi piringan Matahari oleh pengamat Bumi. Fenomena seperti ini disebut transit. Periode transit dapat dicari dengan rumus periode synodis planet dan Bumi, meskipun tidak tiap periode sinodis terjadi transit akibat inklinasi orbit planet. Pengamat di Makassar dapat mengamati transit Venus pada 6 Juni 2012 nanti mulai pukul 06.07 hingga 12.48 WITA.

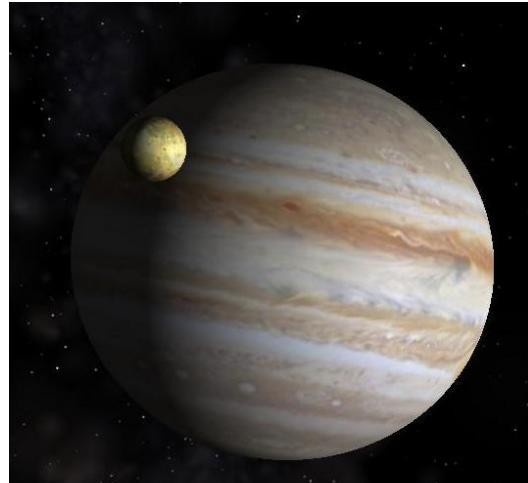
Bumi, merupakan planet ketiga dari Matahari dan satu-satunya planet di tata surya yang mampu menyangga kehidupan. Diameter Bumi di katulistiwa 12.756,2698 km dan diameter di kutubnya 12.713,4994 km dengan massa jenis sekitar $5\ 520\ \text{kg/m}^3$. Sekitar 70% dari permukaan Bumi ditutupi oleh air, meskipun demikian jumlah air di Bumi tidak sampai 1% dari total massa penyusun Bumi. Inklinasi orbit Bumi 0° dan inklinasi porosnya $23^\circ 26'$. Percepatan gravitasi Bumi rata-rata $9,82\ \text{m/s}^2$ memungkinkan Bumi mempertahankan atmosfernya yang tersusun dari 78% nitrogen dan 21% oksigen. Bumi tersusun atas litosfer, hidrosfer, dan atmosfer dan dilindungi oleh magnetosfer dari radiasi Matahari. Litosfer Bumi tersusun dari inti besi panas yang padat, mantel berupa batuan cair dan kerak Bumi yang keras dan tipis dan merupakan tempat semua kehidupan di Bumi berada. Bumi memiliki sebuah satelit yaitu Bulan yang cukup besar bila dibandingkan dengan Bumi, dan setidaknya dua buah moonlet yang mungkin asteroid yang terperangkap oleh gravitasi Bumi. Berdasarkan teori yang diterima saat ini, Bulan mungkin berasal dari pelemparan massa Bumi saat masih berupa protoplanet oleh benda berukuran sebesar Mars. Teori ini didukung karena Bulan hampir tidak mengandung besi dikarenakan materi yang terlontar hanyalah pada lapisan luar protobumi saja dan keberadaan logam berat di permukaan Bumi akibat ‘adukan’ dari tabrakan itu.



Gambar 10.3 Dari kiri ke kanan, Merkurius, Venus dan Mars merupakan jenis planet terrestrial.

Mars disebut sebagai planet merah karena warnanya merah. Penyusun utama batuan Mars diperkirakan adalah oksida besi dan sulfur, sehingga warnanya tampak merah seperti karat besi. Massa jenis Mars $3\ 940\ \text{kg/m}^3$, lebih rendah dari planet terrestrial lainnya. Atmosfernya jauh lebih tipis dari Bumi, dengan tekanan hanya seperseratus dari tekanan atmosfer Bumi dan percepatan gravitasi sepertiga percepatan gravitasi Bumi. Gas utama di atmosfer Mars adalah karbon dioksida (sekitar 95%). Suhunya berkisar dari paling dingin hingga paling panas yaitu beberapa derajat diatas $0^\circ\ \text{C}$. Bidang orbit Mars membentuk inklinasi sebesar $1^\circ\ 51' 1''$ terhadap ekliptika dan sumbu rotasinya miring $23^\circ 59'$ terhadap bidang tegak lurus orbitnya.

Jupiter adalah planet terbesar dalam tata Surya. Jupiter adalah planet gas yang disusun terutama oleh hidrogen dan sedikit helium. Meskipun tersusun dari hidrogen, namun fase dari hidrogen lebih menyerupai cairan akibat tekanan yang begitu besar, dan lebih ke pusat hidrogen dan helium berwujud seperti logam cair dengan ketebalan hingga 40000 km. Zat-zat atmosfernya bersifat racun dan dapat mematikan makhluk hidup. Zat-zat ini adalah hidrogen, helium, metana, amoniak, dan mungkin hidrogen sulfida.



Gambar 10.4. Jupiter dan Io.

Jika diamati, Jupiter tampak berwarna krem dengan garis-garis cokelat. Jupiter juga mempunyai cincin meskipun sangat tipis. Fenomena menarik yang dapat diamati di planer Jupiter adalah adanya bintik merah besar, yang diperkirakan adalah sebuah badai topan di permukaan Jupiter yang telah berlangsung sangat lama. Inklinasi orbit Jupiter sekitar $1^{\circ} 30'$ dan inklinasi porosnya $3^{\circ} 04'$.

Saturnus adalah planet yang dikelilingi oleh banyak cincin yang tebal. Cincin itu tampak seperti lembaran padat yang terbentuk dari jutaan potongan es yang mendesing mengelilingi planet dengan kecepatan tinggi. Cincin-cincin Saturnus dipisahkan oleh celah-celah yang disebut celah Cassini. Urutan cincin Saturnus dari dalam ke luar yaitu cincin D, C, B (yang paling terang), A, F, G, dan E. Jika dilihat, Saturnus tampak lonjong dan bergaris-garis cokelat seperti halnya Jupiter. Atmosfer Saturnus tebal dan tersusun dari hidrogen, helium, metana dan amoniak. Jika pada Jupiter amoniak lebih banyak dari metana, pada Saturnus metana lebih banyak. Inklinasi orbit Saturnus sekitar $2^{\circ} 30'$ dan inklinasi porosnya $26^{\circ} 44'$.

Diameter Saturnus sekitar 9,41 kali diameter Bumi dan massanya 95,1 massa Bumi, ini berarti rapat massa Saturnus sangat rendah, sekitar 630 kg/m^3 , lebih ringan dari air yang bervolum sama.



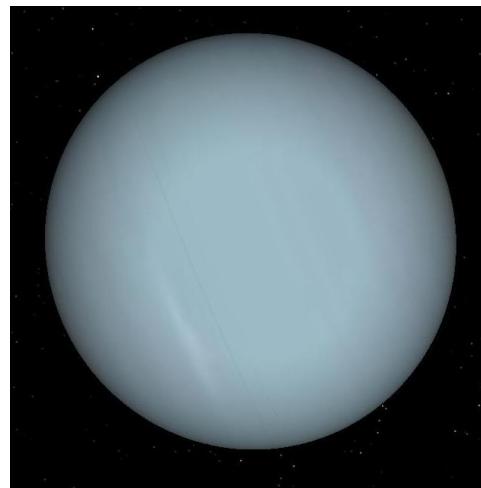
Gambar 10.5. Saturnus.

Uranus tidak seperti kebanyakan planet yang memiliki poros hampir tegak lurus dengan garis orbit planet, Uranus justru memiliki poros yang hampir sejajar bidang orbitnya (inklinasi 98°) sedangkan inklinasi orbitnya sekitar $0^\circ 46'$, hampir berimpit dengan ekliptika. Akibat inklinasi poros itu kutub Uranus mengalami musim panas selama setengah periode revolusinya dan mengalami musim dingin selama setengah periode berikutnya. Meskipun demikian, tidak terjadi perbedaan suhu yang mencolok antara kutub yang menghadap Matahari dengan kutub lainnya akibat perambatan kalor yang efisien. Uranus dan Neptunus juga mempunyai cincin. Meskipun tipis cincin Uranus adalah yang tertebal kedua setelah Saturnus.

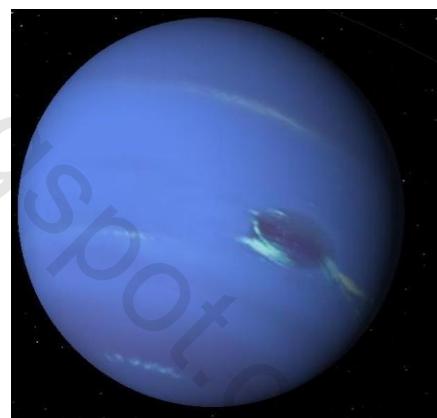
Uranus tampak berwarna biru kehijauan pucat jika diamati dengan teleskop. Berbeda dengan Jupiter dan Saturnus yang komposisi utamanya hidrogen dan helium, Uranus dan Neptunus lebih banyak mengandung air. Atmosfer Uranus terutama mengandung hidrogen, helium dan metana merentang hingga 5 000 km di atas lautan.

Neptunus merupakan planet terakhir dalam sistem tata Surya kita. Neptunus berwarna biru cerah karena gas metana yang ada di atmosfer menyerap warna merah sinar Matahari dan memantulkan warna biru. Neptunus tersusun dari inti batuan sebesar Bumi yang terdiri dari besi dan silikon, dan diliputi lautan air ionik bercampur bahan batuan membentang 5 000 km ke permukaan dan bersambung dengan atmosfer tebal berupa gas hidrogen, helium, metana dan amoniak. Suhu permukaan Neptunus kira-kira -213°C dan suhu intinya $5\ 149^\circ\text{C}$. Inklinasi orbit Neptunus sekitar $1,8^\circ$ dan sumbu rotasinya miring $29,58^\circ$. Neptunus dikenal karena badai besar di atmosfernya, yang tampak seperti noktah hitam, meskipun sebenarnya diameternya ribuan kilometer. Tidak seperti bintik merah besar di Jupiter, bintik gelap di Neptunus tidak bertahan terlalu lama.

Tidak seperti Jupiter dan Saturnus yang merupakan raksasa gas, Uranus dan Neptunus adalah raksasa gas dan air. Massa Neptunus lebih besar dari Uranus sedangkan radiusnya lebih kecil mengakibatkan rapat massa planet ini lebih besar dari Uranus, yaitu $1\ 670\text{ kg/m}^3$.



Gambar 10.6. Uranus.



Gambar 10.7. Neptunus

Pluto-Charon merupakan pasangan planet katai ganda. Pluto dan Charon bersama-sama mengitari pusat massanya (*barycenter*) yang berada di angkasa dekat Pluto. Suhu permukaan Pluto sekitar -213° C dan permukaannya tersusun dari metana, nitrogen dan karbon monoksida beku. Orbit Pluto sangat miring dibanding bidang orbit planet lainnya, sekitar $17,2^{\circ}$. Sistem Pluto-Charon memiliki dua satelit yang dinamakan Nix dan Hydra.

SATELIT

Planet-planet kecuali Merkurius dan Venus, beberapa dwarf planet dan asteroid memiliki objek langit pengiring yang disebut satelit. Bumi mempunyai satu satelit besar yang kita sebut dengan Bulan, yang radiusnya lebih dari seperempat radius Bumi. Pada sistem Pluto – Charon, radius Charon hampir setengah dari radius Pluto sehingga lebih terlihat sebagai sistem ‘planet’ ganda. Beberapa satelit dari planet diberikan dalam tabel berikut.

Planet/ planet katai	Satelit	radius orbit (10^3 km)	periode (hari)	radius (km)	massa (\times massa Bulan)
Bumi	Bulan	384,4	27,32	1 738	1,00
Mars	Phobos	9,38	0,319	$14 \times 11 \times 9$	$1,3 \times 10^{-7}$
	Deimos	23,46	1,262	$8 \times 6 \times 6$	$2,7 \times 10^{-8}$
Jupiter	Metis	128	0,29	20	$1,3 \times 10^{-6}$
	Adrastea	129	0,3	$13 \times 10 \times 8$	$2,6 \times 10^{-7}$
	Amalthea	181	0,5	$130 \times 83 \times 75$	$5,2 \times 10^{-6}$
	Thebe	222	0,67	$55 \times 45 \times 45$	$1,0 \times 10^{-5}$
	Io	422	1,77	1 815	1,21
	Europa	671	3,55	1 569	$6,7 \times 10^{-1}$
	Ganymede	1 070	7,16	2 631	2,02
	Callisto	1 883	16,69	2 400	1,47
	Leda	11 094	239	8	$7,8 \times 10^{-8}$
	Himalia	11 480	251	93	$1,3 \times 10^{-4}$
	Lysithea	11 720	259	18	$1,0 \times 10^{-6}$
	Elara	11 737	260	38	$1,0 \times 10^{-6}$
	Ananke	21 200	631	15	$0,5 \times 10^{-6}$
	Carme	22 600	692	20	$1,3 \times 10^{-6}$
Saturnus	Pasiphae	23 500	735	25	$2,6 \times 10^{-6}$
	Sinope	23 700	758	18	$1,0 \times 10^{-6}$
	Pan	133,58	0,58	10	-
	Atlas	137,67	0,602	$20 \times 10 \times 15$	-
	Prometheus	139,35	0,613	$70 \times 50 \times 40$	-
	Pandora	141,70	0,629	$55 \times 45 \times 35$	-
	Epimetheus	151,42	0,694	$70 \times 60 \times 50$	-
	Janus	151,47	0,695	$110 \times 100 \times 80$	-
	Mimas	185,52	0,942	192	$6,2 \times 10^{-4}$
	Enceladus	238,02	1,37	250	$1,0 \times 10^{-3}$

	Tethys	294,66	1,888	530	$1,0 \times 10^{-2}$
	Telesto	294,66	1,888	$17 \times 14 \times 13$	-
	Calypso	294,66	1,888	$17 \times 11 \times 11$	-
	Dione	377,40	2,737	560	$1,0 \times 10^{-2}$
	Helena	377,40	2,737	$18 \times 16 \times 15$	-
	Rhea	527,04	4,518	765	$3,0 \times 10^{-2}$
	Titan	1 221,83	15,95	2575	1,82
	Hyperion	1 481,10	21,28	$205 \times 130 \times 110$	-
	Lapetus	3 560,13	79,33	730	$3,0 \times 10^{-2}$
	Phoebe	12 952	550,5	110	$5,4 \times 10^{-6}$
Uranus	Cordelia	48,75	0,34	13	-
	Ophelia	53,77	0,38	16	-
	Bianca	59,16	0,43	22	-
	Cressida	61,77	0,46	33	-
	Desdemona	62,65	0,47	29	-
	Juliet	64,63	0,49	42	-
	Portia	66,10	0,51	55	-
	Rosalind	69,93	0,56	27	-
	Belinda	75,25	0,62	34	-
	Puck	86,00	0,76	77	-
	Miranda	129,80	1,41	236	$2,4 \times 10^{-4}$
	Ariel	191,20	2,52	579	$2,0 \times 10^{-2}$
	Umbriel	266,00	4,14	586	$1,0 \times 10^{-2}$
	Titania	435,80	8,71	790	$8,0 \times 10^{-2}$
	Oberon	582,60	13,46	762	$8,0 \times 10^{-2}$
	Caliban	8 364	732,2	25	-
	Stephano	8 396	736,4	5	-
	Sycorax	17 500	2 216	47,5	-
Neptunus	Naiad	48,23	0,29	20	-
	Thalassa	50,07	0,312	40	-
	Despina	52,53	0,335	70	-
	Galatea	61,95	0,493	74	-
	Larissa	73,55	0,555	96	-
	Proteus	117,64	1,12	208	-
	Triton	354,8	5,88	1 350	1,82
	Nereid	550,9	359,6	170	$2,78 \times 10^{-4}$
Pluto	Charon	19,7	6,39	600	$1,0 \times 10^{-2}$
Eris	Dysnomia	37,4	15,8	100	-
2003 EL61	2005 (2003 EL61) 2	38	35	90	-
	2005 (2003 EL61) 1	50	51	150	-
Ida	Dactyl	78	0,97	0,7	-

Tabel 10.2. Tabel data satelit-satelit planet di tata Surya. Massa Bulan adalah $7,35 \times 10^{22}$ kg .

10.4. ASTEROID

Diantara ruang antar planet, banyak terdapat bongkahan batu-batuan dengan radius dari satu kilometer hingga ratusan kilometer. Objek ini disebut asteroid. Sebelum adanya penggolongan dwarf planet, asteroid terbesar (diameternya) yaitu Ceres (1 032 km), Vesta (576 km), Pallas (588 km), Hygeia (430 km) dan Juno (248 km). Bentuk asteroid besar umumnya hampir bulat, dan asteroid kecil umumnya tidak beraturan dengan kawah di sana-sini. Ada asteroid yang juga mempunyai satelit, yaitu Ida yang satelitnya bernama Dactyl, dan ada juga asteroid kecil-kecil yang saling mempengaruhi satu sama lain sehingga terlihat seperti kelompok yang berevolusi bersama-sama dan berotasi terhadap pusat massa gabungannya, contohnya gugusan asteroid Flora.



Gambar 10.8. Ida dan satelitnya, Dactyl.

Kebanyakan asteroid mengorbit antara orbit Mars dan Jupiter, yang bersesuaian dengan barisan Titius-Bode untuk $n = 24$. Berdasarkan fakta ini diperkirakan dahulu terdapat suatu protoplanet di antara orbit Mars dan Jupiter yang tersusun dari gas dan batuan, namun gagal terbentuk. Selain terletak pada sabuk ini, terdapat kelompok asteroid yang beredar di orbit Jupiter pada Lagrange-4 dan Lagrange-5-nya, kelompok asteroid ini disebut asteroid Trojan. Terdapat juga asteroid-asteroid yang tidak berkelompok yang orbitnya lebih dekat ke Matahari atau lebih jauh daripada Jupiter.

Terdapat pula asteroid-asteroid yang tidak berkelompok yang orbitnya lebih dekat ke Matahari yaitu kelompok Aten, Amor dan Apollo atau lebih jauh daripada Jupiter seperti Chiron. Beberapa asteroid digolongkan dalam *Potential Hazardous Asteroid (PHA)* karena orbitnya yang cukup dekat dan berpotensi tertarik oleh medan gravitasi Bumi.

Beberapa asteroid lain memiliki sumbu semi-major lebih besar, berada di antara orbit Jupiter dan Neptunus. Asteroid demikian dinamakan kelompok Centaur. Centaur tebesar yang ditemukan adalah 10199 Chariklo yang berdiameter 250 km, dan adapula anggota kelompok Centaur yang memiliki sifat antara asteroid dan komet, seperti asteroid Chiron yang mengembangkan koma saat dekat Matahari. Beberapa astronom mengklasifikasikan Centaurs sebagai objek sabuk Kuiper sebaran ke dalam (*inward-scattered Kuiper belt objects*). Berdasarkan komposisinya, Asteroid dapat digolongkan ke dalam empat jenis, yaitu:

1. Jenis S (kebanyakan silikon).
2. Jenis M (kebanyakan Besi-Nikel).
3. Jenis C (kebanyakan Karbon).
4. Jenis D yang terdiri dari bermacam senyawa organik.
5. Jenis U atau *unknown*.

10.5. METEOROID, METEOR DAN METEORIT

Banyak benda-benda angkasa yang padat, tak beraturan dan kecil sehingga tak dapat dilihat dengan teleskop kuat sekalipun yang berada di ruang antar planet yang mengitari Matahari. Objek semacam ini disebut meteoroid, yang dapat berasal dari pecahan asteroid, pecahan komet, atau lontaran massa planet akibat tabrakan dengan benda lain. Biasanya jika ukurannya lebih dari 10 meter digolongkan menjadi asteroid, dan jika lebih kecil digolongkan sebagai meteoroid. Meteoroid ini terkadang berada di sekitar orbit Bumi, kemudian tertarik oleh gravitasi Bumi, jatuh dan kemudian berpijar akibat gesekan dengan atmosfer Bumi sehingga tampak seperti bintang yang jatuh. Dalam keadaan seperti ini, objek itu disebut meteor atau bintang jatuh. Meteoroid yang besar (meskipun jarang) biasanya tidak terbakar habis saat tertarik menuju Bumi, tetapi meninggalkan sisa massa yang kemudian menghantam Bumi dan membentuk kawah. Kawah akibat tabrakan dengan objek langit biasa disebut *astroblem* (luka bintang). Berdasarkan material penyusunnya, meteorit dapat dibedakan menjadi meteorit besi yang tersusun atas besi dan nikel, meteorit batu yang tersusun atas silikat, dan meteorit campuran yang merupakan gabungan antara keduanya.

Jika suatu komet melintas dekat Matahari dan lintasannya memotong orbit Bumi, maka jejak komet berupa jutaan serpihan-serpihan materi halus akan berkumpul di sekitar orbit komet. Jika Bumi menabrak jejak komet ini, ratusan partikel kecil ini akan tertarik oleh Bumi dan menyebabkan meteor massal, yang disebut hujan meteor atau *meteor shower*. Karena titik potong orbit komet dan orbit Bumi tetap, dan jejak komet tidak habis sekaligus saat Bumi sekali menabraknya, maka shower tertentu akan terjadi secara periodik tiap tahunnya. Periode-periode shower ini dinamakan berdasarkan rasi yang teramat sebagai tempat asal sebaran meteor-meteor tersebut.

Beberapa hujan meteor yang dikenal yaitu:

Nama	Waktu	Komet Induk
Quandrantid	1 – 3 January	Kozik-Peltier
Lyrid	21 April	Thatcher
Eta-Aquarid	4 – 6 Mei	Halley
Perseid	10 – 17 Agustus	Swift Tuttle
Giacobinid	9 Oktober (tiap 6,5 tahun)	Geacobini-Zinner
Orionid	20 – 23 Oktober	Halley
Taurid	3 – 10 November	Encke
Leonid	16 – 17 November (tiap 33 tahun)	Tempel-Tuttle
Bielid	27 November	Des Biele
Geminid	12 – 13 Desember	-
Ursid	22 Desember	Tuttle

Tabel 10.3. Tabel data hujan meteor.

10.6. KOMET

Komet adalah benda langit kecil yang sebagian besar tersusun atas es dan debu. Massa jenis komet rendah, yaitu sekitar 100 sampai 400 kg/m^3 dan radiusnya sekitar satu sampai sepuluh kilometer. Komet tampak unik diantara objek langit lainnya karena jika komet melintas dekat Matahari, permukaan struktur padatnya (pada inti) akan menguap, membentuk ekor dan ter dorong oleh angin Matahari sehingga ekornya selalu menjauhi Matahari. Ekor komet tampak berbahaya akibat memantulkan cahaya Matahari dan menyerap sinar ultraviolet dan memancarkannya kembali sebagai cahaya tampak.

Struktur komet terdiri dari inti, koma, awan hidrogen, dan ekor. Inti merupakan wujud komet saat jauh dari Matahari, berbentuk tidak beraturan dan ditutupi dengan bahan tebal yang sukar menguap, sedangkan koma adalah kabut di sekitar inti komet dan meskipun radius inti hanya sekitar 10 km, radius koma dapat mencapai puluhan ribu kilometer. Debu dan gas dipancarkan dari materi dalam inti melalui celah pada permukaan inti komet, bukannya menguap langsung. Ekor komet dapat dibedakan menjadi ekor gas yang terlihat lurus dan ekor debu yang melengkung akibat kelembaman terhadap vektor kecepatan komet. Ekor gas terutama tersusun dari uap air sedangkan ekor debu tersusun atas karbon dan silikon.

Menurut teori, komet periodik mungkin berasal di pinggiran luar Sabuk Kuiper dan komet berperiode panjang mungkin berasal dari awan Oort. Namun tidak semua komet yang teramat muncul secara periodik, ada komet yang hanya muncul sekali dan tak pernah lagi terlihat (mungkin juga periodenya amat panjang), dan ada juga komet yang dalam perjalannya hancur akibat tabrakan seperti komet Biela yang hancur akibat gravitasi Bumi dan Shoemaker Levy-9 yang menabrak Jupiter.

10.7. DAERAH TRANS-NEPTUNIAN

Di daerah trans Neptunian didominasi oleh objek kecil yang tersusun dari batu dan es. Daerah trans Neptunian setidaknya dapat dibagi menjadi dua yaitu sabuk Kuiper dan awan Oort.

Sabuk Kuiper adalah cincin renggang raksasa yang mirip dengan sabuk asteroid, tetapi komposisinya utamanya adalah es. Meski demikian, beberapa objek sabuk Kuiper seperti Quaoar, Varuna dan Orcus digolongkan sebagai planet katai. Para ilmuwan memperkirakan terdapat lebih dari 100 000 objek es berdiameter lebih dari 50 km di sabuk Kuiper meskipun massa total sabuk Kuiper hanya sepersepuluh massa Bumi.

Objek sabuk Kuiper dibedakan menjadi tiga berdasarkan orbitnya, yaitu orbit klasik, resonansi, dan piringan tersebar (*scattered Kuiper belt objects*). Jenis klasik memiliki orbit yang tidak terlalu pepat dan seluruh bagian orbitnya terletak di sebelah luar orbit Neptunus. Jenis resonansi memiliki orbit pepat dan sebagian orbitnya berada di dalam orbit Neptunus, sehingga objek tersebut beresonansi dengan Neptunus dalam hal jaraknya dari Matahari, contohnya Pluto. Jenis yang ketiga memiliki orbit yang pepat dan seluruh bagian orbitnya di luar orbit Neptunus sehingga apheliumnya sangat besar seolah terlempar jauh dari Matahari.

Awan Oort terletak di luar sabuk Kuiper. Objek awan Oort bergerak sangat lambat. Secara hipotesa, Awan Oort adalah sebuah massa berukuran raksasa yang terdiri dari bertrilyun-trilyun objek es, dipercaya merupakan sumber komet berperiode panjang. Awan ini menyelubungi matahari pada jarak sekitar 50.000 SA (sekitar 1 tahun cahaya) sampai sejauh 100.000 SA (1,87 tahun cahaya). Daerah ini dipercaya mengandung komet yang terlempar dari bagian dalam Tata Surya karena interaksi dengan planet-planet bagian luar. Objek Awan Oort bergerak sangat lambat dan bisa digoncangkan oleh situasi-situasi langka seperti tabrakan, efek gravitasi dari laluan bintang, atau gaya pasang galaksi, gaya pasang yang didorong Bima Sakti. Contoh objek awan Oort yang berukuran besar yaitu Sedna.

11. BINTANG

11.1. EVOLUSI BINTANG

Bintang adalah benda angkasa berupa bola gas raksasa yang memancarkan energinya sendiri dari reaksi inti dalam bintang, baik berupa panas, cahaya maupun berbagai radiasi lainnya. Berikut ini adalah diagram sederhana dari evolusi bintang.

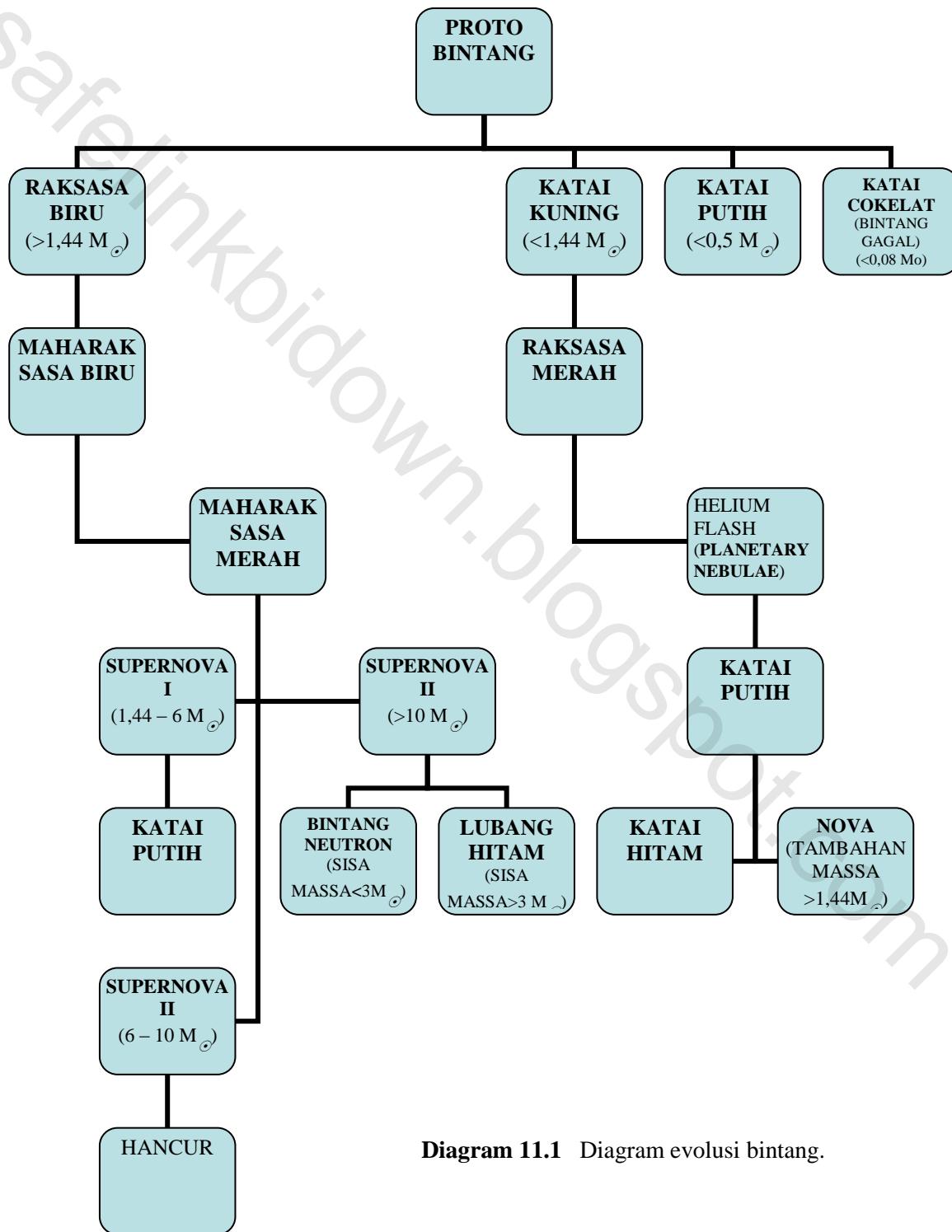


Diagram 11.1 Diagram evolusi bintang.

Bintang-bintang lahir di nebula dari hasil pengerutan, kemudian terjadi fragmentasi sehingga membentuk kelompok-kelompok. Inilah yang disebut proto bintang. Bintang yang bermassa besar dan panas umumnya membentuk raksasa biru dan bintang yang relatif kecil membentuk katai kuning, seperti Matahari. Bintang-bintang besar dan panas memiliki inti konvektif dan lapisan selubung yang radiatif. Lain halnya pada bintang-bintang kecil seperti Matahari yang memiliki inti radiatif dan lapisan selubung konvektif. Bintang tersebut terus berevolusi seiring dengan waktu. Bintang bermassa besar jauh lebih terang dan lebih singkat umurnya daripada bintang bermassa sedang. Begitu pula nasib suatu bintang ditentukan oleh massanya.

OBYEK LANGIT

I) Proto bintang (Protostar)

Ada banyak teori tentang pembentukan bintang, tetapi yang paling mantap adalah teori yang menyatakan bahwa bintang bermula dari molekul-molekul nebula dingin. Pancaran energi molekul ini mengakibatkan daerah nebula menjadi dingin, mengerut sehingga kerapatananya bertambah dan membentuk bola gas. Apabila bola gas ini sudah cukup rapat, maka akan terjadi tarikan gravitasi yang menyebabkan tekanan gravitasional yang membuat bola gas terus mengerut, sehingga terus menarik materi disekitarnya dan terus mengerut sampai terjadi perubahan energi potensial gravitasi menjadi energi radiasi. Massa minimal awan gas yang diperlukan untuk memulai pembentukan bintang disebut massa Jeans yang diberikan dalam fungsi:

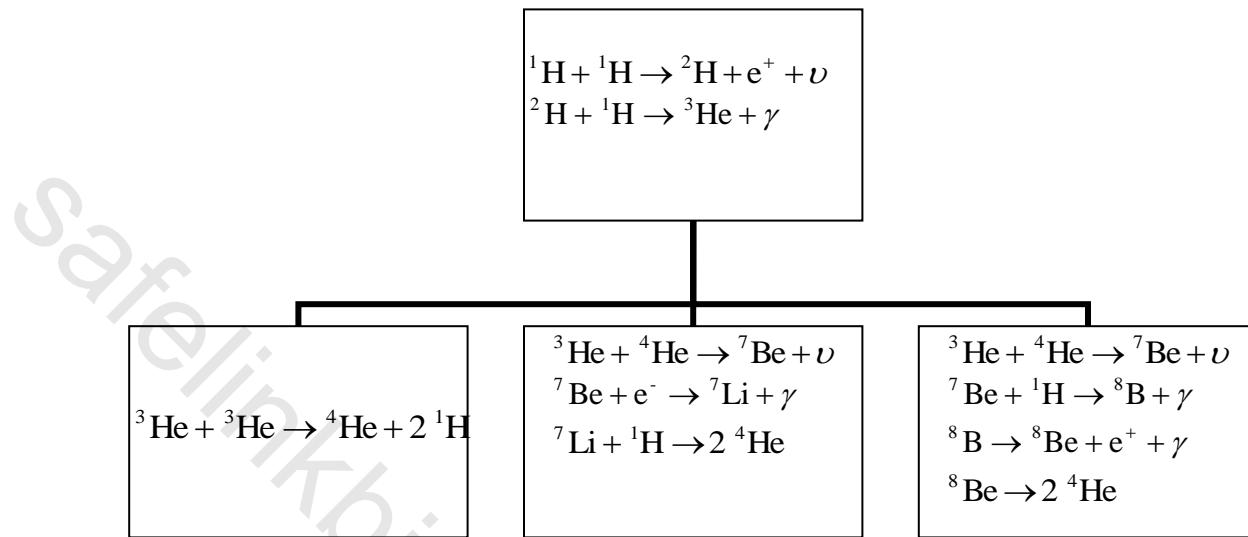
$$M_J = 1,23 \times 10^{-10} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\frac{T}{\mu} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (11.1)$$

M_J dalam M_{\odot} , ρ = massa jenis awan (g/cm^3), μ = massa molekul rata-rata, T = temperatur awan.

Kerapatan awan yang cukup besar sehingga tidak bisa ditembus oleh gelombang elektromagnet menyebabkan energi terperangkap sehingga memanaskan bagian dalam bola gas dan menaikkan tekanannya. Sampai suatu saat terjadi kesetimbangan tekanan termal dan pengerutan gravitasi tercapai sehingga terjadi kesetimbangan hidrostatik. Pada mulanya keseimbangan hidrostatik hanya terjadi pada pusat bola gas dan membentuk bakal bintang, sedangkan bagian luarnya terus mengerut dan menyelubungi pusatnya. Energi yang dihasilkan dari pengerutan ini menyebarkan bola gas ini menjadi bercahaya sehingga lahirlah bintang muda yang dinamakan proto bintang. Sebagian energinya digunakan untuk memanaskan bagian dalam bintang sehingga menaikkan suhu dan tekanannya untuk menahan pengerutan lebih jauh.

Pada awal pengerutannya, perpindahan energi internal tidak secara radiasi, melainkan secara konveksi. Pada fase ini protobintang terus mengerut sampai akhirnya tekanan radiasi bintang cukup tinggi. Tekanan gas inilah yang menahan pengerutan sehingga terbentuklah bintang yang stabil. Energi ini juga memanasi bagian dalam bintang sehingga akhirnya suhu pusat bintang cukup

tinggi untuk mendukung reaksi fusi hidrogen yakni reaksi penggabungan hidrogen menjadi helium. Ada tiga kemungkinan siklus ini yakni:



Energi hasil fusi ini memanasi bagian dalam bintang secepat energi dipancarkan keluar sehingga tekanan di pusat bintang menjadi tetap dan pengertuan berhenti. Bintang kini telah stabil dan ada di deret utama usia nol (*zero-age main sequence*).

2) Raksasa merah (Red giant)

Bila suatu bintang telah mulai menghabiskan bahan bakar hidrogennya sehingga bintang itu sendiri terdiri dari kebanyakan helium, maka fusi hidrogen tidak dapat berlangsung lagi. Akibatnya tekanan radiasi tak mampu lagi menahan keruntuhannya gravitasi. Oleh karena itu pusat helium mulai runtuh sehingga terjadi lagi perubahan energi potensial gravitasi menjadi energi kinetik termal sehingga pusat bintang bertambah panas, kerapatan bintang meningkat dari sekitar 100 gr/cm^3 menjadi 10^5 gr/cm^3 dan suhu naik menjadi 10^8 K . Pada tingkat suhu ini mulai terjadi fusi helium menjadi unsur-unsur yang lebih berat seperti karbon, oksigen dan neon. Proses ini disebut pembakaran helium.

Di samping itu, meningkatnya suhu pusat bintang akibat keruntuhannya mengakibatkan tekanan radiasi dari pusat meningkat pula. Tekanan radiasi ini mendorong lapisan luar dan selubung bintang ke arah luar sehingga bintang menjadi mengembang dan jejarnya menjadi ratusan bahkan ribuan kali lebih besar. Menurut Hukum Stefan-Boltzmann, peningkatan luas menyebabkan energi pancaran per satuan luas semakin berkurang, sehingga suhu lapisan luar bintang menurun dan mengakibatkan warna bintang berubah menjadi merah sehingga disebut raksasa merah. Bintang pada tahapan raksasa merah akan terus membakar helium dan unsur lain yang lebih berat sampai terhenti pada pembentukan inti besi ^{56}Fe sehingga pusat bintang menjadi semakin berat dan materi di sekitarnya mulai kehabisan hidrogen dan mengumpul di pusat bintang. Hal ini mengakibatkan pusat bintang makin kecil dan makin panas sampai suhunya cukup tinggi untuk memenuhi terjadinya reaksi triple alpha yang menghasilkan energi tambahan yang kemudian memanaskan seluruh helium di

sana sehingga terjadi akselerasi pembakaran helium dan menghasilkan energi yang sangat besar dalam waktu singkat. Gejala seperti ini dinamakan *helium flash*.

Akibat pelepasan energi ini pusat bintang mengerut dan suhu permukaannya meningkat. Inti besi yang paling berat dan stabil berkumpul di pusat dan bintang masih melakukan pembakaran oksigen dan karbon di pusatnya, dikelilingi lapisan dimana pembakaran helium masih terjadi, dan di lapisan lebih luar masih terjadi pembakaran hidrogen. Kini bintang telah mantap menjadi raksasa merah.

3) Katai putih (White dwarf)

Cepat atau lambat bintang akan kehabisan energi nuklirnya, kemudian bintang mengerut dan melepaskan energi potensialnya. Akhirnya bintang mengerut sampai mencapai kerapatan yang luar biasa dan menjadi bintang yang kecil dengan rapat massa mencapai 10^3 kg/cm^3 dan suhu permukaannya mencapai 10^4 K . Bintang seperti ini dinamakan katai putih atau *white dwarf*. Dalam keadaan yang mampat ini, atom-atom sangat rapat yang satu dengan yang lain sehingga terjadi degenerasi energi elektron. Berdasarkan asas eksklusi Pauli, tidak ada elektron (fermion) dalam satu atom yang memiliki bilangan kuantum yang sama, sehingga terjadi penolakan akibat energi degenerasi elektron ini. Energi degenerasi ini menghasilkan gaya tolakan yang cenderung melawan tumpang tindih elektron tersebut. Adanya energi degenerasi elektron menahan keruntuhan gravitasi lebih jauh sehingga bintang mencapai kesetimbangan hidrostatis.

Energi degenerasi ini dapat dinyatakan dengan fungsi energi Fermi, yaitu:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (11.2)$$

Dengan m_e massa elektron, N_e/V rapat elektron, N jumlah nukleon (proton atau neutron) dan

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (11.3)$$

Distribusi energi elektron berkisar dari $E = 0$ hingga $E = E_F$, sehingga total energi rata-rata elektron adalah:

$$E_t = \int_0^N E_F(N') dN' = \frac{3}{5} N_e E_F \quad (11.4)$$

Oleh karena itu, energi rata-rata elektron diberikan oleh:

$$E_{el} = \frac{3}{5} E_F \quad (11.5)$$

Energi total dalam suatu bintang dapat kita nyatakan dalam fungsi berikut.

$$E_{tot} = \frac{3}{5} N_e \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} + \frac{3}{2} N_e kT + 4\pi R^2 \sigma T^4 t \quad (11.6)$$

Suku pertama menyatakan energi elektron, suku kedua menyatakan energi potensial gravitasi, suku ketiga energi termal, dan suku keempat menyatakan total energi radiasi. Selain potensial gravitasi, semuanya memberikan tekanan ke arah luar. Dengan mengabaikan suku ketiga dan keempat (nilainya lebih kecil dibanding energi elektron dan potensial gravitasi) didapatkan jejari yang mantap untuk bintang katai putih ketika $dE/dR = 0$.

Dari persamaan 11.6 didapatkan $dE/dR = 0$, kemudian.

$$\frac{3}{5} N_e \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (11.7)$$

$$\frac{\hbar^2 N_e}{2m_e} \left(\frac{9\pi^2 N_e}{4\pi R^3} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{GN^2 m_n^2}{R}$$

Katai putih hampir tidak lagi mengandung hidrogen sehingga sebagian besar terdiri dari helium dan unsur berat. Kita ambil perkiraan dengan atom netral $N_e \approx \frac{1}{2} N$ (contoh: ${}_2^4He$ memiliki 2 elektron dan 4 nukleon), maka:

$$R = 2 \times \frac{\frac{4}{3} \pi^{\frac{2}{3}}}{\frac{7}{2^{\frac{1}{3}}}} \frac{\hbar^2 N_e^{\frac{5}{3}}}{N^2 G m_e m_n^2}$$

$$R = \frac{\frac{4}{3} \pi^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} \frac{\hbar^2 N^{-\frac{1}{3}}}{G m_e m_n^2} \quad (11.8)$$

Sebagai contoh tinjau suatu bintang dengan massa sekitar massa matahari $M = 2.10^{30}$ kg . Mengingat massa nukleon $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, maka terdapat sekitar $N = 1,2 \cdot 10^{57}$ butir . Berdasarkan persamaan 11.8 kita dapatkan $R = 9 \cdot 10^6$ meter.

Jika massa sisa bintang lebih besar daripada batas nilai tertentu, maka energi elektron tidak akan sanggup melawan pengerutan gravitasinya lagi sehingga bintang tidak akan stabil. Batas massa ini ditemukan oleh Subrahmanyam Chandrasekhar, yaitu:

$$M_C = 5,756 \mu_e^{-2} M_{\odot}. \quad (11.9)$$

Dengan μ_e adalah berat molekul rata-rata per elektron. Untuk campuran gas unsur berat yang terionisasi sempurna harga $\mu_e = 2$, sehingga kita dapatkan massa maksimum katai putih:

$$M_C = 1,44 M_{\odot}. \quad (11.10)$$

Makin besar massa bintang awal, makin kecil radiusnya setelah menjadi katai putih, sehingga makin kompak. Apabila massa bintang lebih besar dari 1,44 kali massa Matahari maka keruntuhannya gravitasi menjadi semakin besar dan energi degenerasi tak mampu lagi menahan keruntuhannya bintang, maka ukuran bintang menjadi semakin kecil lagi. Akibat terus menerus memancarkan energinya, katai putih akan berubah menjadi katai merah, dan akhirnya akan berhenti bersinar menjadi katai hitam.

4) Bintang neutron dan Pulsar

Lubang hitam dan bintang neutron sering disebut bintang kompak (*compact*) karena kepadatannya yang luar biasa akibat keruntuhannya. Pusat bintang yang runtuh mengalami pemampatan sehingga elektron di pusat bintang akan terimpitkan hingga makin dekat ke inti. Akhirnya banyak elektron (${}_{-1}^0 e$) yang menembus inti dan menyatu dengan proton (${}_{+1}^1 p$) membentuk neutron (${}_{0}^1 n$). Dengan begitu terbentuklah gas yang kaya akan neutron yang hanya ada sedikit campuran proton, elektron dan inti berat. Pada keadaan sangat mampat ini neutron terdegenerasi yang memberikan tekanan balik untuk melawan pengerutan. Tekanan ini akan setimbang (mantap) jika jari-jarinya sekitar 10 kilometer saja, namun massanya menyerupai massa Matahari. Kerapatan bintang neutron setara dengan kerapatan inti atom, sehingga bintang neutron dapat dipandang sebagai nukleon raksasa yang terdiri atas neutron. Oleh sebab itu, bintang ini disebut bintang neutron.

Pada bintang neutron, neutron yang semakin memampat akibat tekanan gravitasi akan mengalami degenerasi neutron, seperti halnya elektron. Dengan menggunakan persamaan energi Fermi didapatkan:

$$\frac{3}{5} N_n \frac{\hbar^2}{2m_n} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (11.11)$$

Karena hampir seluruh bintang terdiri atas neutron, maka $N = N_n$. Ingat bahwa $m_p \approx m_n \approx 1$ sma.

$$R = \frac{\frac{4}{3} \pi^{\frac{2}{3}} \hbar^2 N^{\frac{1}{3}}}{\frac{4}{2^{\frac{3}{2}}} G m_n^3} \quad (11.12)$$

Adapun pulsar adalah bintang neutron yang berputar sangat cepat akibat ukurannya yang kecil dan memancarkan gelombang radio kuat akibat intensitas medan magnetik bintang yang sangat kuat dan menjerat pertikel bermuatan yang dipancarkannya.

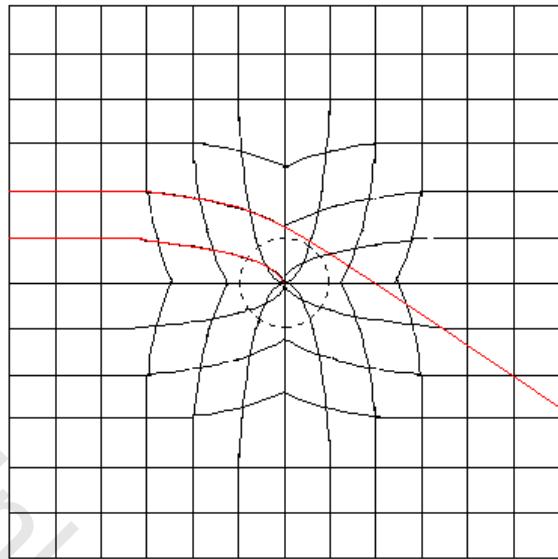
5) Lubang hitam

Lubang hitam terjadi apabila suatu bintang neutron yang bermassa lebih besar daripada $3 M_{\odot}$ maka tekanan degenerasi elektron dan neutron tak akan mampu menghentikan keruntuhan gravitasi bintang. Bintang akan menjadi semakin mampat, medan gravitasi di permukaannya semakin kuat. Dengan begitu kelengkungan ruang-waktu di sekitar bintang pun makin besar sehingga cahaya pun tak dapat lolos. Radius maksimal bintang agar dapat menjadi lubang hitam adalah:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (11.13)$$

Jari-jari ini dinamakan jejari Schwarzschild, dan lingkarannya disebut horizon peristiwa atau *event horizon*. Perhatikan bahwa kecepatan lepas pada lubang hitam lebih besar atau sama dengan laju cahaya, sehingga cahaya pun tidak dapat lepas setelah memasuki *event horizon*.

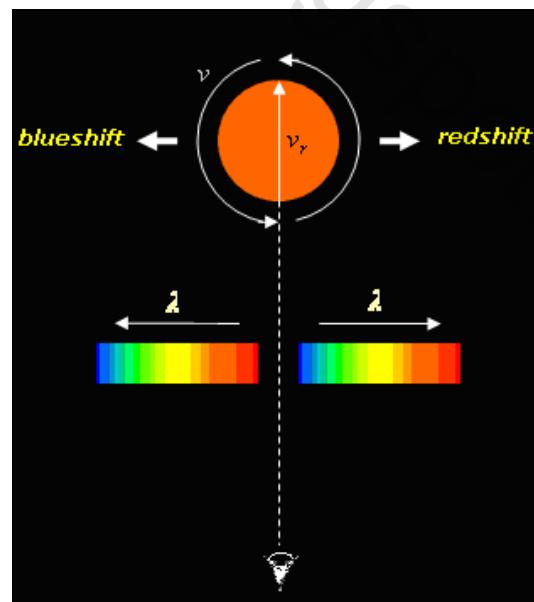
Dari persamaan 11.13 Anda dapat mengetahui bahwa Bumi dapat berubah menjadi lubang hitam seandainya ada yang bisa memadatkannya sampai sebesar kelereng.



Gambar 11.2. Ilustrasi suatu blackhole titik yang melengkungkan ruang. Cahaya yang mendekatinya akan dibelokkan, dan jika cahaya itu melewati horizon peristiwa (lingkaran putus-putus), cahaya itu akan ditarik sehingga tidak dapat lolos.

11.2. ROTASI BINTANG

Kalau bintang berotasi, garis spektrumnya menunjukkan pelebaran Doppler. Perhatikan gambar berikut:



Gambar 11.3. Rotasi bintang menyebabkan pergeseran Doppler pada spektrum.

Jika kita menggunakan salah satu spektrum (misal di sebelah kanan) dan menghitung pergeseran panjang gelombangnya, maka kecepatan radialnya adalah

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c .$$

Kecepatan linier bintang dapat dicari dengan hubungan $v_r = \frac{D}{t}$ dan

$v = \frac{K}{2t} = \frac{\pi D}{2t}$. Jadi kecepatan rotasi di ekuator bintang tersebut dinyatakan oleh

$$v = \frac{\pi}{2} c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad (11.14)$$

dimana v = kecepatan rotasi

$\Delta\lambda$ = pelebaran Doppler

λ_0 = panjang gelombang garis spektrum laboratorium (garis pembanding)

c = kecepatan cahaya 3.10^8 m/s

periode rotasi bintang ini dapat dihitung dari persamaan

$$P = \frac{2\pi R}{v} \quad (11.15)$$

dengan R adalah jari-jari bintang

11.3. TEKANAN RADIASI (SOLAR WIND)

Matahari merupakan sebuah bintang yang memancarkan radiasinya ke segala arah dengan kecepatan cahaya. Radiasi ini memberikan tekanan pada benda-benda angkasa maupun satelit di Bumi, meskipun pengaruhnya terhadap benda besar seperti planet dapat diabaikan. Besarnya fluks yang diterima oleh suatu partikel bergantung dari luminositas Matahari $L_{\odot} = 3,8 \times 10^{26}$ W dan diberikan dengan persamaan

$$\frac{L_{\odot}}{4\pi r^2}(\pi R^2)$$

Foton-foton yang dipancarkan membawa momentum dan memberikan gaya searah dengan arah radiasi. Gaya dari tekanan radiasi ini, F_{RP} , dapat dinyatakan dengan

$$F_{RP} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \frac{\pi R^2}{c} \quad (11.16)$$

Karena gaya gravitasi yang didapatkan partikel akibat pengaruh Matahari, F_G , jika rapat massa partikel adalah ρ yaitu

$$F_G = \frac{GM_{\odot} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) \rho}{r^2}$$

Pada keadaan setimbang, $F_G = F_{RP}$

$$\frac{GM_{\odot} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) \rho}{r^2} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \frac{\pi R^2}{c}$$

Maka gaya gravitasi Matahari dan gaya dari tekanan radiasi akan setimbang jika radius linear partikel, R sebesar

$$R = \frac{L_{\odot}}{GM_{\odot} c} \frac{3}{16\pi\rho} \quad (11.17)$$

11.4. GERAK SEJATI BINTANG

Bila diamati, bintang selalu bergerak di langit malam, baik itu tiap jam maupun tiap hari akibat pergerakan Bumi relatif terhadap bintang (rotasi dan revolusi Bumi). Walaupun begitu, bintang benar-benar bergerak, sebagian besar karena mengitari pusat galaksi, namun pergerakannya itu sangat kecil sehingga hanya dapat dilihat dalam pengamatan berabad-abad. Gerak semacam inilah yang disebut gerak sejati bintang.

Gerak sejati bintang dibedakan menjadi dua berdasarkan arah geraknya, yaitu:

1. Kecepatan radial : kecepatan bintang menjauhi atau mendekati pengamat (sejajar garis pandang).
2. Kecepatan tangensial : kecepatan bintang bergerak di bola langit (pada bidang pandang).

Sedangkan kecepatan total adalah kecepatan gerak sejati bintang yang sebenarnya (semua komponen).

KECEPATAN RADIAL

Kecepatan radial, seperti telah dijelaskan sebelumnya, adalah kecepatan bintang menjauhi atau mendekati pengamat. Kecepatan ini biasanya cukup besar, sehingga terjadi peristiwa pergeseran panjang gelombang.

Kecepatan radial bintang dapat diukur dengan metode Efek Doppler.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c + v_r}{c - v_r}} - 1 \quad (11.18)$$

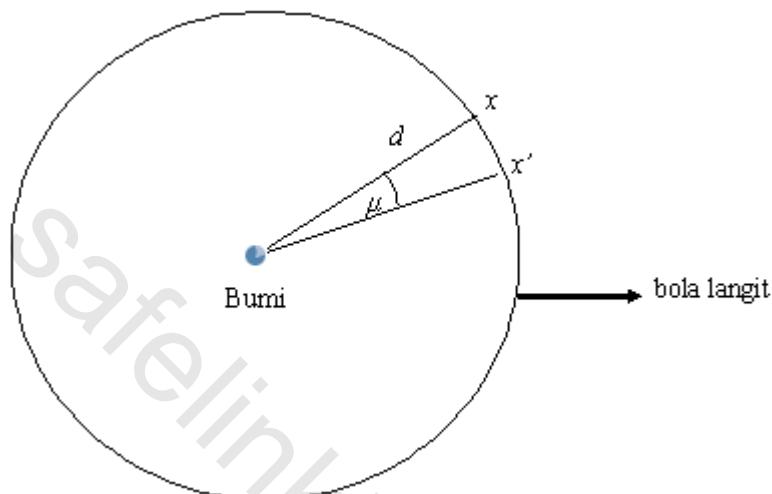
atau dengan pendekatan untuk $v_r \ll c$ dapat diperoleh

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c \quad (11.19)$$

KECEPATAN TANGENSIAL

Kecepatan tangensial adalah kecepatan gerak bintang pada bola langit. Misalkan pada suatu tahun, bintang tersebut berada pada α, δ sekian, namun pada tahun berikutnya posisinya berubah. Perubahan koordinat dalam tiap tahun ini disebut *proper motion* (μ) yang merupakan kecepatan sudut bintang (perubahan sudut per perubahan waktu). Kecepatan liniernya dinyatakan dalam satuan kilometer per detik. Kecepatan linier inilah yang dikatakan kecepatan tangensial, yang dapat dicari dengan menggunakan rumus keliling lingkaran. Misal perubahan posisi bintang dari x ke x' , yaitu sebesar μ (detik busur) setiap tahunnya.

Perhatikan gambar:



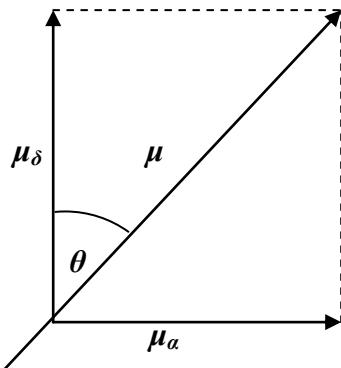
$$x - x' = s = \frac{\mu(')}{1\ 296\ 000} \times \text{Keliling} \quad (11.20)$$

$$v = \omega \times d \quad (11.21)$$

maka:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\mu}{1\ 296\ 000} \times \frac{2\pi}{p} \text{ parsek / tahun} \\ v &= \frac{\mu}{1\ 296\ 000} \times \frac{2\pi}{p} \times \frac{(3,086 \times 10^{13}) \text{ km}}{(365,25 \times 24 \times 60 \times 60) \text{ s}} \\ v &= \frac{4,74\mu}{p} \text{ km/s} \end{aligned} \quad (11.22)$$

Komponen *proper motion*



P (pengamat)

d (parsec) dan $\mu(')$

$$d = \frac{1}{p}$$

$$\text{Keliling} = 360^\circ = 1\ 296\ 000'$$

$$\text{Keliling} = 2\pi d = \frac{2\pi}{p}$$

Kecepatan tangensial dihitung dari gerak diri bintang (proper motion) yang diberi symbol μ (harap bedakan dengan $\mu = G(M + m)$ dalam mekanika), yang merupakan kecepatan sudut bintang . Gerak diri ini sendiri dibedakan menjadi dua berdasarkan arahnya yaitu komponen asensiorekta (μ_α) dan komponen deklinasi (μ_δ).

Rumus yang digunakan untuk mencari komponen-komponen tersebut adalah:

$$\mu_\delta = \mu \cos \theta \quad (11.23)$$

$$\mu_\alpha \cos \delta = \mu \sin \theta \quad (11.24)$$

$$\mu = \frac{\mu_\delta}{\cos \theta} \quad (11.25)$$

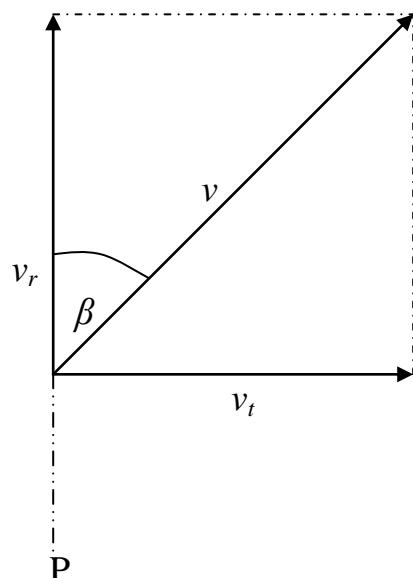
$$\frac{\mu_\alpha}{\mu_\delta} = \tan \theta \quad (11.26)$$

Sedangkan rumus kecepatan tangensial yang didapatkan dari penurunan tadi adalah:

$$v_t = \frac{4,74 \mu}{p}$$

dengan μ dalam detik busur per tahun dan p adalah paralaks (dalam detik busur).

KECEPATAN TOTAL

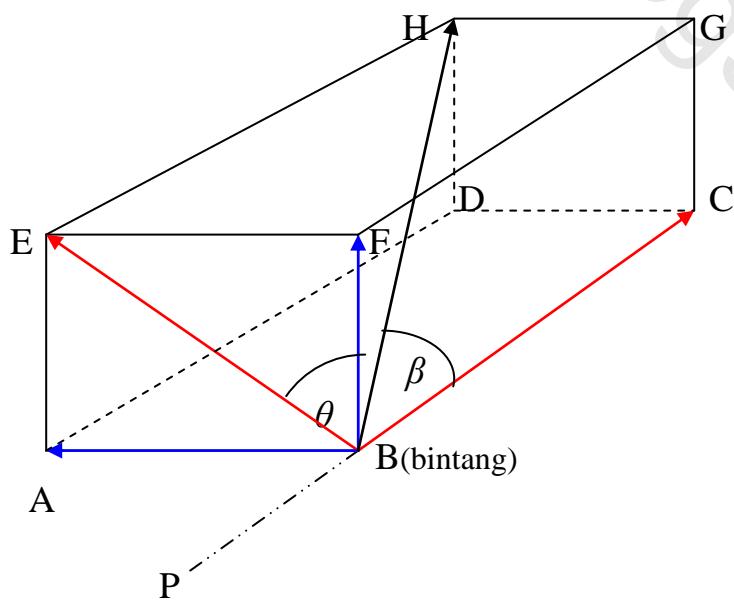
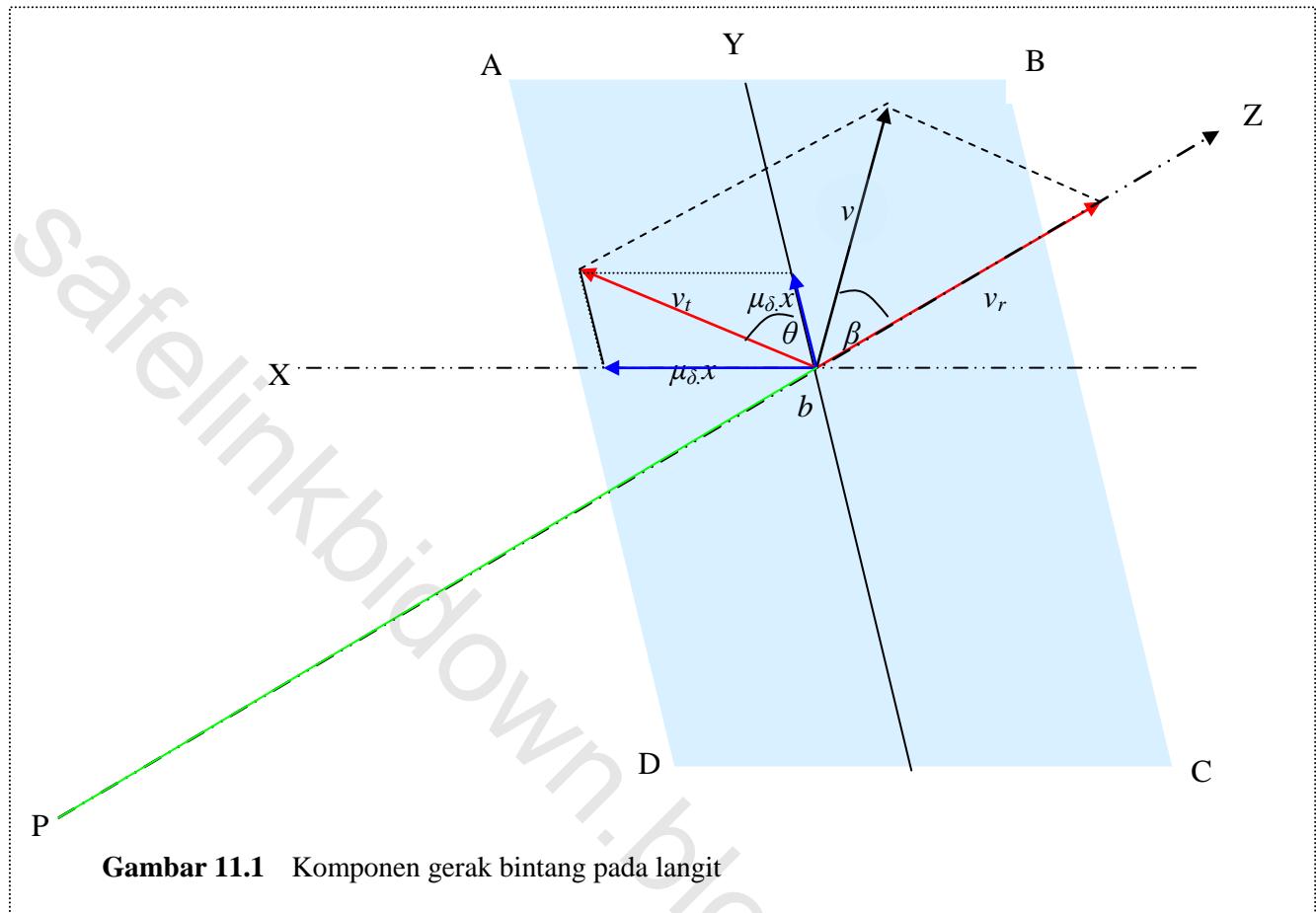


$$v^2 = v_t^2 + v_r^2 \quad (11.27)$$

$$v_r = v \cos \beta \quad (11.28)$$

$$v_t = v \sin \beta \quad (11.29)$$

Komponen gerak bintang



Gambar 11.2 Diagram balok gerak bintang

b	: bintang
P	: pengamat
sumbu X	: garis tegak lurus garis pandang sejajar asensiorekta
sumbu Y	: garis tegak lurus garis pandang sejajar deklinasi (X tegak lurus Y)
sumbu Z	: garis pandang pengamat
ABCD	: bidang pandang
x	: $\frac{4,74}{p}$
μ_α	: proper motion komponen asensiorekta
μ_δ	: proper motion komponen deklinasi
μ	: komponen total proper motion
θ	: sudut antara μ dan μ_δ
β	: sudut antara v dan v_t
v_r (BC)	: kecepatan radial bintang
v_t (BE)	: kecepatan tangensial bintang
v (BH)	: kecepatan total bintang

CONTOH:

- Diketahui *proper motion* sebuah bintang $0'',348$ dan paralaksnya $0'',214$. Jika spektrum *Ha* deret Balmer bintang tersebut teramati pada panjang gelombang 6565 \AA . Tentukanlah kecepatan total bintang itu,

Penyeleian:

$$\frac{1}{\lambda_0} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_0} = 109678 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\lambda_0 = 6,563 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

$$\lambda_0 = 6563 \text{ \AA}$$

$$v_t = \frac{4,74 \mu}{p}$$

$$v_t = \frac{4,74 (0'',348)}{(0'',214)}$$

$$v_t = 7,71 \text{ km s}^{-1}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

$$\lambda_0 = 6565 - 6563 = 2 \text{ \AA}$$

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \times c$$

$$v_r = \frac{2}{6563} \times 3 \cdot 10^8 = 9,14 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_r = 91,4 \text{ km s}^{-1}$$

$$v^2 = v_t^2 + v_r^2$$

$$v = \sqrt{91,4^2 + 7,71^2}$$

$$v = 91,72 \text{ km s}^{-1}$$

2. Diketahui:

$$\mu_\alpha = 0^s,036$$

$$\mu_\delta = -0'',152$$

Tentukanlah *proper motion* totalnya!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= 0^s,036 &= 1,5 \cdot 10^{-4}^\circ &\rightarrow (1^h = 15^\circ = 3600^s) \\ \mu_\delta &= -0'',152 &= 4,2 \cdot 10^{-5}^\circ \end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{\mu_\alpha}{\mu_\delta} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{4,2 \cdot 10^{-5}} = 3,57^\circ$$

$$\theta = 74,358^\circ$$

$$\mu = \frac{\mu_\delta}{\cos \theta} = \frac{4,2 \cdot 10^{-5}}{\cos 74,358^\circ}$$

$$\mu = 1^\circ,558 \cdot 10^{-4} = 0'',56$$

3. Kecepatan total suatu bintang adalah 23 km s^{-1} dan arah kecepatan totalnya membentuk sudut 37° dari garis pandamg. Tentukanlah kecepatan radial, kecepatan tangensial dan jaraknya dari Bumi jika *proper motion* bintang tersebut $0'',75$.

Penyelesaian:

$$\begin{array}{ll} \text{Diketahui} & v = 23 \text{ km s}^{-1} \\ & \beta = 37^\circ \end{array}$$

$$v_r = v \cos \beta$$

$$\begin{aligned} v_r &= 23 \times \cos 37^\circ \\ &= 18,369 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

$$v_t = v \sin \beta$$

$$\begin{aligned} v_t &= 23 \times \sin 37^\circ \\ &= 13,84 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

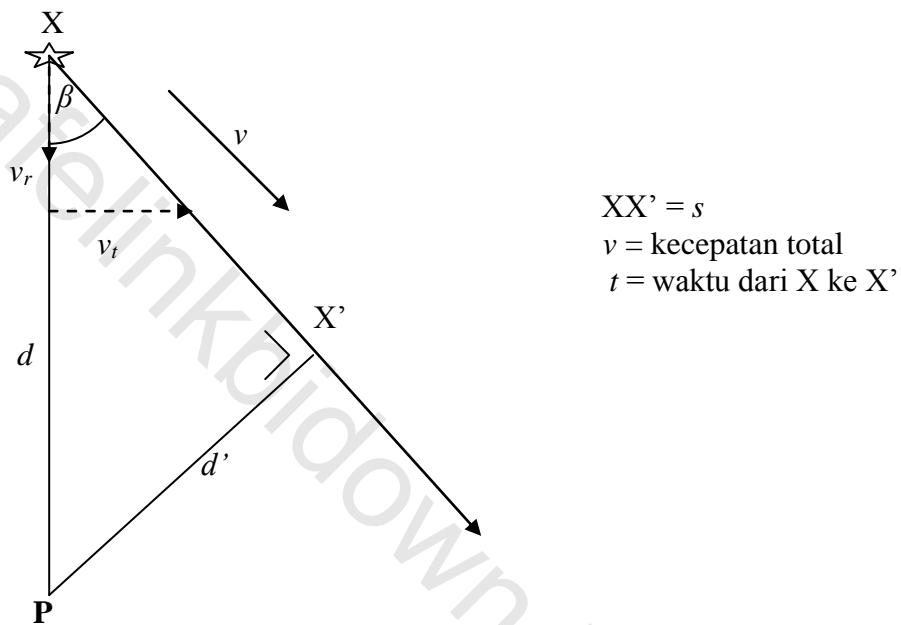
$$v_t = 4,74 \mu d$$

$$d = \frac{13,84}{4,74 \times 0'',75}$$

$$d = 8,342 \text{ pc}$$

JARAK TERDEKAT BINTANG

Telah kita ketahui bahwa bintang bergerak di langit. Tentunya pergerakan ini membuat perubahan jarak antara bintang dengan Bumi. Dengan perumusan di atas, dapat kita cari kapan suatu bintang mencapai jarak terdekatnya drngan Bumi.



Gambar 11.3 Jarak terdekat bintang yang bergerak.

Bintang bergerak di angkasa dengan vektor kecepatan v (arah sudut β dari garis pandang). Titik terdekat bintang berada di X' , yaitu saat sudut $PX'X$ sebesar 90° (mengapa?). Perhatikan bahwa jarak s (XX') = vt .

1) Jarak terdekat (d')

Jarak terdekat dapat dicari dengan rumus trigonometri sederhana.
Titik terdekat (X')

$$\frac{d'}{d} = \sin \beta ; \quad d' = d \sin \beta$$

$$\frac{d'}{s} = \tan \beta \quad \text{sedangkan} \quad s = vt$$

$$\frac{d'}{vt} = \tan \beta \quad (11.30)$$

$$d' = vt \tan \beta$$

2. Waktu untuk jarak terdekat (t)

$$\begin{aligned} d' &= d' \\ d \sin \beta &= vt \tan \beta \\ t &= \frac{d \sin \beta}{v \tan \beta} \\ t &= \frac{d \cos \beta}{v} \end{aligned} \tag{11.31}$$

dengan t dimasa datang untuk pergeseran biru dan dimasa lalu untuk pergeseran merah.

3. Paralaks saat jarak terdekat (p')

$$p' = \frac{1}{d'} \tag{11.32}$$

4. Perbandingan magnitudo saat jarak terdekat ($m-m'$)

Karena bintangnya sama, maka luminositasnya juga sama. Perbandingan energi radiasinya adalah:

$$\begin{aligned} E : E' &= \frac{L}{4\pi d^2} : \frac{L}{4\pi d'^2} \\ &= \frac{1}{d^2} : \frac{1}{d'^2} \end{aligned} \tag{11.33}$$

Perbandingan magnitudonya adalah :

$$\begin{aligned} m - m' &= -2,5 \log \frac{E}{E'} \\ m - m' &= -2,5 \log \frac{(1/d^2)}{(1/d'^2)} \\ m - m' &= -2,5 \log \frac{d'^2}{d^2} \\ m - m' &= -2,5 \left(2 \log \frac{d'}{d} \right) \\ m - m' &= -5 \log \frac{d \sin \beta}{d} \\ m - m' &= -5 \log(\sin \beta) \end{aligned} \tag{11.34}$$

11.5. BINTANG GANDA

Tidak semua bintang merupakan bintang tunggal yang berdiri sendiri atau hanya dengan planet-planetnya. Ada juga bintang yang berpasangan, yaitu bintang ganda, bintang bertiga, bintang berempat dan seterusnya. Pada materi ini hanya akan dijabarkan tentang bintang ganda. Bintang ganda ini saling berinteraksi, jika massa bintang satu jauh lebih besar dari bintang pasangannya, maka bintang pasangannya akan berevolusi mengitari bintang besar itu. Namun jika massa kedua bintang hampir sama, maka bintang itu akan saling mengitari. Biasanya, bintang yang lebih massif disebut bintang primer dan bintang yang kurang massif disebut bintang sekunder. Bintang primer maupun sekunder sama-sama mengorbit pusat massa gabungannya, dan sudut inklinasinya terus berubah secara teratur.

Penggolongan umum:

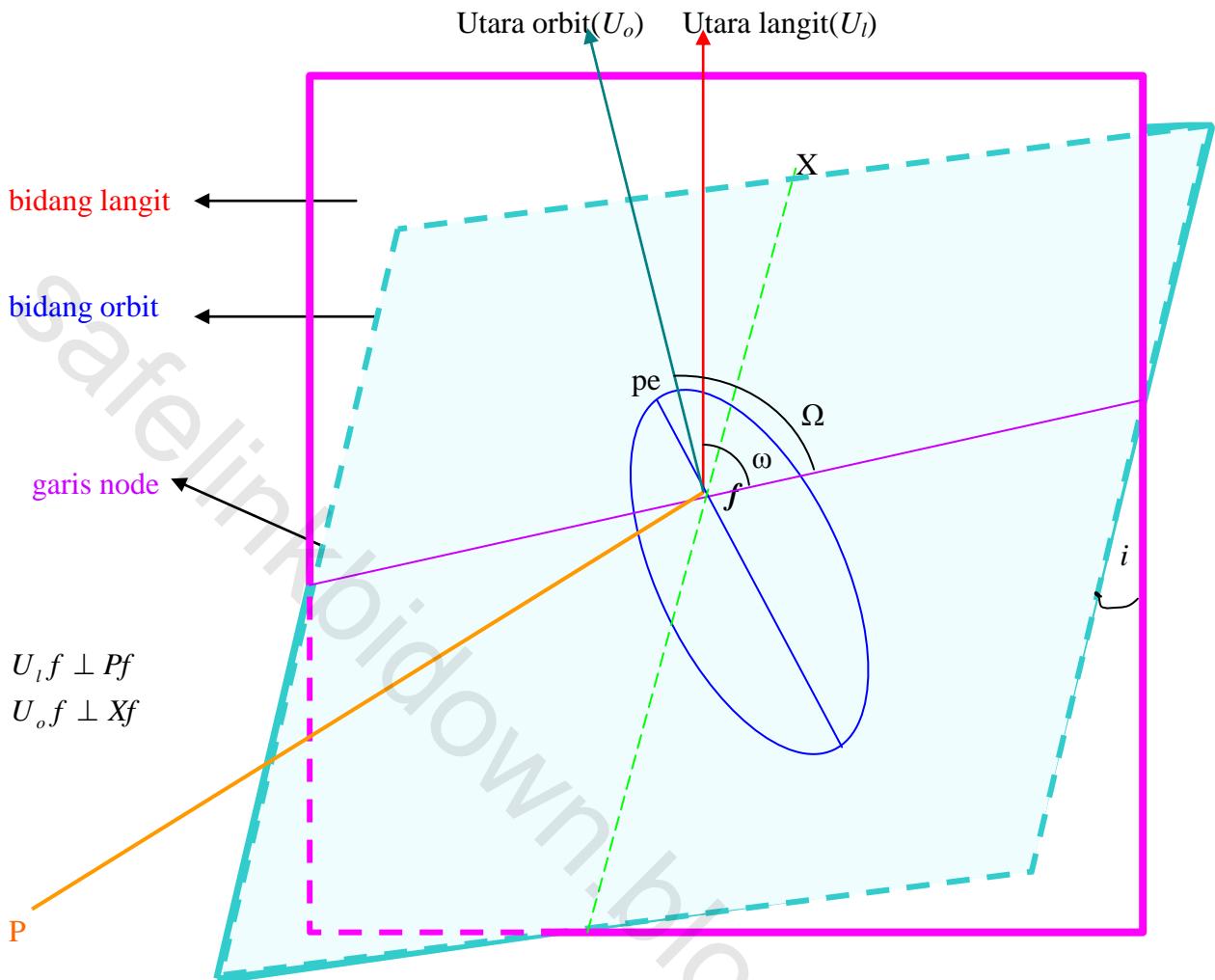
1. Bintang ganda visual, yaitu bintang ganda yang terlihat terpisah oleh mata bugil atau teleskop lemah karena radius orbit gabungannya cukup besar.
2. Bintang ganda astrometri, yaitu bintang ganda yang salah satu pasangannya terlalu lemah untuk dilihat.
3. Bintang ganda spektroskopi, yaitu bintang ganda dengan jarak yang sangat berdekatan, sehingga tak dapat dipisahkan oleh teleskop kuat sekalipun.
 - Spektroskopi bergaris tunggal, jika hanya salah satu bintang yang terlihat spektrumnya.
 - Spektroskopi bergaris ganda, jika kedua bintang terlihat spektrumnya.
 - Bintang ganda gerhana, jika jaraknya begitu dekat dan inklinasinya sekitar 90° , sehingga dapat saling menutupi satu sama lain (terokultasi).

Adapun penggolongan bintang ganda berdasarkan bintang penyusunnya antara lain sebagai berikut:

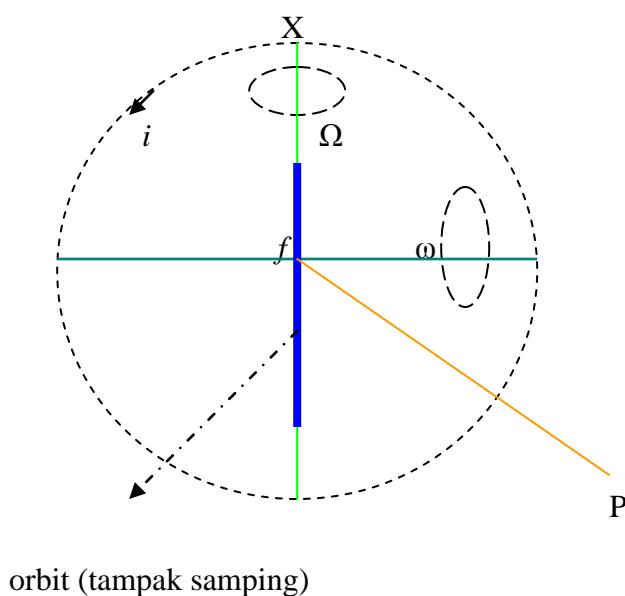
1. *Cataclismic Variable*, yaitu pasangan bintang deret utama dan katai putih. Bintang primer adalah bintang yang berusia lanjut.
2. *High Massive X-Ray Binary*, yaitu pasangan bintang raksasa dan bintang kompak (bintang neutron atau blackhole). Pada bintang ini terjadi transport materi dari bintang raksasa ke bintang kompaknya dan menghasilkan radiasi sinar-X yang besar.
3. *Algol Binary Star*, yaitu sistem bintang ganda yang terdiri dari bintang raksasa dan bintang katai.

Unsur-unsur suatu orbit:

a	= sumbu semi mayor
e atau ϵ	= eksentrisitas orbit
P	= periode orbit
i	= inklinasi orbit
Ω	= kedudukan garis node
ω	= bujur periastron (perifocus latitude)
α	= sudut sumbu semi mayor
garis node	= perpotongan antara bidang orbit bintang dan bidang langit pengamat



Gambar 11.4 Diagram orbit bintang ganda.



Untuk memudahkan Anda, komponen bidang orbit diberi warna biru-hijau dan komponen bidang langit diberi warna merah.

Gambar 11.5 Orientasi orbit.

1) Hubungan antara massa bintang dan sumbu semi-mayornya

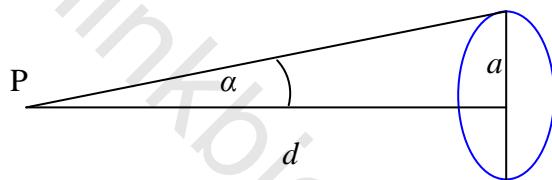
Makin massif suatu bintang, semakin kecil radius orbitnya.

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad (11.35)$$

2) Sudut sumbu semi mayor (α)

Adalah radius sudut orbit suatu sistem bintang ganda jika dilihat dari Bumi.



$$\frac{a}{d} = \tan \theta \quad \text{atau untuk } \alpha \text{ dalam radian} \quad \alpha = \frac{a}{d} \quad ; \text{ untuk } d \text{ (pc) dan } p \text{ (").}$$

$$a = d \tan \theta \quad \alpha = a p$$

3) Massa total bintang ganda

Dengan rumus Hukum Keppler III

$$\frac{a^3}{P^2} = M_1 + M_2 \quad (11.36)$$

Jika diketahui sudut sumbu semi mayor (α), massa dapat dicari dengan

$$\left(\frac{\alpha}{p}\right)^3 = (M_1 + M_2)P^2 \quad (11.37)$$

$$M_{tot} = \frac{(\alpha / p)^3}{P^2}$$

Dengan: M_{tot} dalam satuan M_\odot (massa Matahari)
 α dalam satuan detik busur
 p (paralaks) dalam satuan detik busur
 P (periode) dalam satuan tahun

4) Hubungan luminositas dan massa

Hubungan luminositas dan massa dapat dinyatakan sebagai berikut

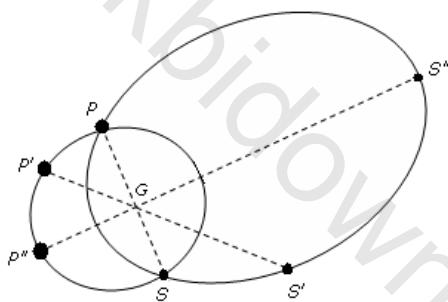
$$\log \frac{L}{L_0} = 4,1 \log \frac{M}{M_0} - 0,1 \quad (11.38)$$

Dan magnitude bolometriknya adalah

$$M_{bol} = -10,1 \log \frac{M}{M_0} + 4,9 \quad (11.39)$$

5) Hubungan kecepatan orbit dan sumbu semi-major

Pada sistem bintang ganda, periode kedua bintang relatif terhadap pusat massa gabungannya adalah sama, $P_p = P_s$. Ini menyebabkan vektor penghubung antara kedua bintang selalu melewati pusat massa gabungannya. Untuk lebih jelas, perhatikan gambar 11.6 berikut:



Gambar 11.5 Orientasi orbit.

Dengan menggunakan Hukum Keppler III, yaitu

$$\frac{4\pi^2 a^3}{P^2} = \mu ; \quad (11.40)$$

dengan a adalah sumbu semi-major gabungan, $a = a_p + a_s$ dan $\mu = G(m_p + m_s)$. Untuk bintang primer berlaku:

$$P_p = \frac{2\pi a_p}{v_p} \quad (11.41)$$

Dengan menggunakan persamaan 11.27 dan 11.28 didapatkan,

$$v_p^2 = \frac{a_p^2}{(a_p + a_s)^3} \mu \quad (11.42)$$

Dengan cara yang sama didapatkan

$$v_s^2 = \frac{a_s^2}{(a_p + a_s)^3} \mu \quad (11.43)$$

Sehingga didapatkan perbandingan

$$\frac{v_p}{v_s} = \frac{a_p}{a_s} \quad (11.44)$$

Perbandingan periode bintang primer dan sekunder adalah

$$P_p : P_s = \frac{2\pi a_p}{v_p} : \frac{2\pi a_s}{v_s} \quad (11.45)$$

Dengan menggunakan persamaan 11.44 dan 11.45, didapatkan $P_p = P_s$.

CONTOH:

1. Diketahui sistem bintang ganda dengan inklinasi orbit 90° dengan magnitudo semu bintang 1 adalah 7,8 dan magnitudo semu bintang 2 adalah 7,1. Jika jari-jari bintang 2 delapan kali jari-jari bintang 1, tentukanlah magnitudo total bintang ganda tersebut pada:
 - a. saat kedua bintang tidak saling menutupi
 - b. saat bintang primer menutupi total bintang sekunder
 - c. saat bintang sekunder menutupi bintang primer (seluruh permukaannya di depan bintang primer)

Penyelesaian:

Diketahui : $m_2 = 7,1$

$$m_1 = 7,8$$

$$r_2 = 8 r_1$$

Bintang 2 merupakan bintang primer karena lebih terang daripada bintang pasangannya. Perbandingan energinya adalah :

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{jadi } E_1 = 0,52 E_2$$

$$7,8 - 7,1 = -2,5 \log \frac{E_1}{E_2} \quad \text{dan } E_{total} = 1 + 0,52 = 1,52 E_2$$

$$0,7 = -2,5 \log \frac{E_1}{E_2}$$

$$\log \frac{E_1}{E_2} = \frac{0,7}{-2,5}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 0,52$$

- a. magnitudo saat bintang tidak saling menutupi berarti energi totalnya sama dengan jumlah energi kedua bintang.

$$m_1 - m_{tot} = -2,5 \log \frac{E_1}{E_2}$$

$$7,8 - m_{tot} = -2,5 \log \frac{0,52}{1,52}$$

$$m_{tot} = 7,8 + 2,5 \log 0,34$$

$$m_{tot} = 6,63$$

- b. magnitudo total saat bintang primer menutupi total bintang sekunder jelas bahwa bintang sekunder tak akan nampak (bintang primer lebih besar daripada bintang sekunder), dengan demikian magnitudo totalnya sama dengan magnitudo bintang primer.

$$m_{tot} = 7,1$$

- c. magnitudo saat bintang sekunder menutupi bintang primer (seluruh permukaannya di depan bintang primer) berarti energi totalnya adalah energi bintang sekunder ditambah energi bintang primer yang tidak tertutupi bintang sekunder. Luas permukaan bintang primer yang tidak tertutupi adalah:

$$r_2 = 8 r_1, \text{ berarti luas } (L) \text{ bintang sekunder} = \frac{1}{64} = 0,016 \text{ kali luas bintang primer.}$$

Luas bintang primer (bintang 2) yang tidak tertutupi = $1 - 0,016 = 0,984$

Energi totalnya adalah:

$$L_2 \times E_2 + L_1 \times E_1$$

$$(0,984 \times 1) + (0,016 \times 0,52)$$

$$E_{tot} = 0,984$$

magnitudonya totalnya adalah

$$m_1 - m_{tot} = -2,5 \log \frac{E_1}{E_{tot}}$$

$$7,8 - m_{tot} = -2,5 \log \frac{0,52}{0,984}$$

$$m_{tot} = 7,8 + 2,5 \log 0,531$$

$$m_{tot} = 7,113$$

2. Diketahui sebuah bintang dekat yang berjarak 3 pc mengalami pergeseran biru pada spektrumnya memiliki kecepatan gerak sejati total sebesar 74 km/s. Sudut antara vektor kecepatan tangensial dan kecepatan radialnya (β) = 30° . Hitunglah :
- waktu yang diperlukan bintang untuk berada pada jarak terdekat.
 - jarak terdekat bintang tersebut dari Bumi
 - perbandingan magnitudo pada saat jarak terdekat, jika magnitudonya saat ini = 1.

Penyelesaian:

Diketahui $d = 3 \text{ pc} = 9,258 \cdot 10^{13} \text{ km}$
 $v = 74 \text{ km/s}$
 $\beta = 30^\circ$

a) $t = \frac{d \cos \beta}{v} = \frac{\cos 30(9,258 \cdot 10^{13})}{74}$

$t = 1,083 \cdot 10^{12} \text{ s} = 34\,333 \text{ tahun}$

b) $d' = vt \tan \beta = (74 \text{ km s}^{-1})(1,083 \cdot 10^{12} \text{ s})(\tan 30)$

$d' = 4,627 \cdot 10^{13} \text{ km} = 1,5 \text{ pc}$

c) $m - m' = -5 \log(\sin \beta)$

$1 - m' = -5 \log(\sin 30)$

$1 - m' = 1,505$

$m' = -0,505$

3. Diketahui Bintang ganda α Centauri memiliki periode orbit 79,92 tahun. Sudut sumbu semi-major gabungannya $17'',66$ dan paralaksnya $0'',74$. Jika perbandingan sumbu semi mayor antara α Centauri A dan α Centauri B = 1,22, tentukanlah massa masing-masing bintang tersebut dan magnitudo mutlak bolometrik gabungannya!

Penyelesaian:

Diketahui $P = 79,92 \text{ tahun}$
 $\alpha = 17'',66$
 $p = 0'',74$

$$M_{tot} = \frac{(\alpha / p)^3}{P^2} = \frac{(17'',66 / 0'',74)^3}{(79,92)^2}$$

$$M_{tot} = 2,218 M_\odot$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

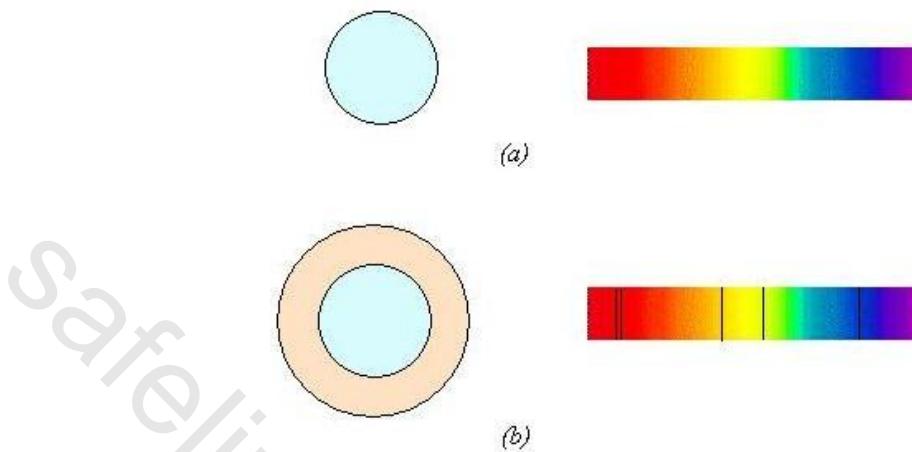
$$M_1 = \frac{1,22}{1+1,22} \times 2,218 = 1,219 M_\odot$$

$$M_2 = \frac{1}{1+1,22} \times 2,218 = 1 M_\odot$$

$$M_{bol} = -10,1 \log \frac{M}{M_\odot} + 4,9$$

$$M_{bol} = -10,1 \log(2,218) + 4,9$$

$$M_{bol} = 1,406$$



Gambar 11.7 Pembentukan garis serapan pada spektrum bintang yang beratmosfer (b).

11.6. SPEKTRUM ADSORBSI PADA BINTANG

Berdasarkan hukum Kirchoff, jika suatu zat padat, cair atau gas yang panas dan bertekanan tinggi akan menghasilkan spektrum kontinu, dan jika cahayanya dilewatkan pada gas yang bertekanan rendah akan menghasilkan spektrum adsorbsi. Pada bintang seperti Matahari, lapisan atmosfer yang lebih renggang (bertekanan rendah) akan membentuk garis-garis serapan pada spektrum pancaran Matahari. Garis-garis serapan akibat atmosfer Matahari ini (meskipun ada juga akibat adsorbsi atmosfer Bumi) dinamakan garis Fraunhofer, sesuai dengan nama penemunya. Garis serapan ini berguna untuk menentukan komposisi atmosfer Matahari. Beberapa garis Fraunhofer beserta elemen yang diindikasinya dapat dilihat pada tabel.

Garis Fraunhofer	λ (Å)	unsur
A	7594	Oksigen dari atmosfer Bumi
B	6867	Oksigen dari atmosfer Bumi
C	6563	Hidrogen ($H\alpha$)
D1	5896	Natrium
D2	5890	Natrium
E	5270	Besi
F	4861	Hidrogen ($H\beta$)
G	4340	Hidrogen ($H\gamma$)
H	3968	Kalsium
K	3933	Kalsium

Tabel 11.7 Garis-garis Franhoufer kuat.

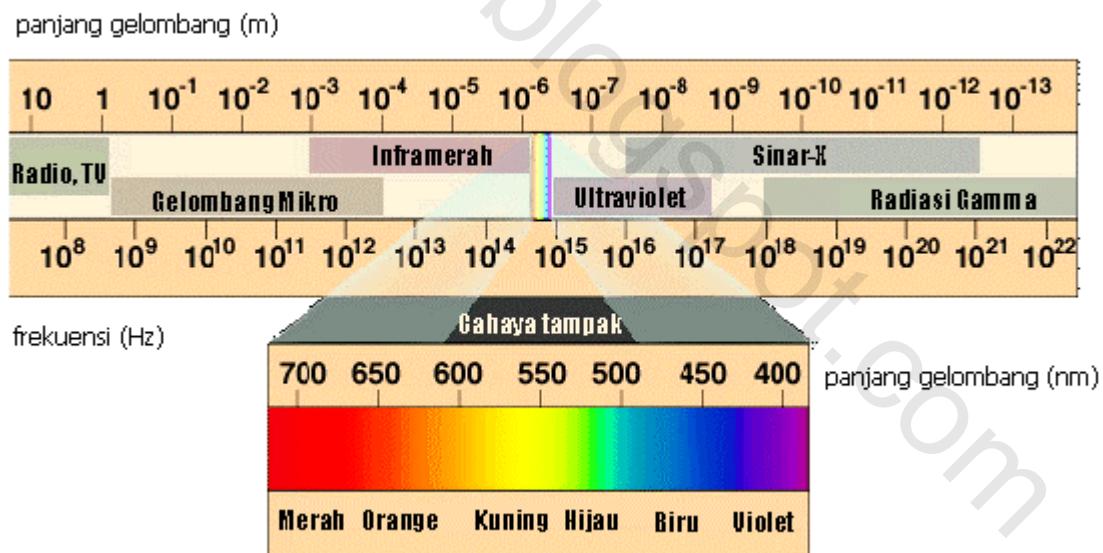
11.7. KLASIFIKASI BINTANG

SPEKTRUM GELOMBANG ELEKTROMAGNET

Spektrum gelombang elektromagnet, atau biasa disebut spektrum cahaya umumnya dapat dibagi sebagai berikut:

- 1) Sinar gamma, dengan frekuensi $10^{19} - 10^{25}$ Hz.
- 2) Sinar-X dengan frekuensi $10^{16} - 10^{20}$ Hz.
- 3) Sinar ultraviolet dengan frekuensi $10^{15} - 10^{18}$ Hz.
- 4) Sinar tampak (visual) dengan frekuensi $4 \times 10^{14} - 7,5 \times 10^{14}$ Hz, atau sekitar $3800\text{\AA} - 7500\text{\AA}$. Spektrum sinar tampak ini adalah sinar yang dapat dilihat oleh mata manusia, dan terbagi menjadi spektrum merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila dan ungu.
- 5) Sinar inframerah dengan frekuensi $10^{11} - 10^{14}$ Hz.
- 6) Gelombang mikro dengan frekuensi $10^8 - 10^{12}$ Hz, seperti gelombang radar dan gelombang televisi.
- 7) Gelombang radio dengan frekuensi $10^4 - 10^8$ Hz

Untuk lebih jelas, perhatikan gambar berikut:



Gambar 11.6 Spektrum gelombang elektromagnetik.

KELAS SPEKTRUM BINTANG

Klasifikasi bintang berdasarkan kelas spektrumnya didasarkan pada temperatur bintang. Perbedaan temperatur menyebabkan perbedaan tingkat energi pada atom-atom dalam bintang yang menyebabkan perbedaan tingkat ionisasi, sehingga terjadi perbedaan spektrum yang dipancarkan.

Adapun warna bintang akan makin biru bila suhu makin panas akibat panjang gelombang maksimum yang dipancarkan berada pada panjang gelombang pendek (biru), begitu pula makin dingin suatu bintang akan makin merah warnanya (ingat Hukum Wien).

Kelas spektrum itu dibagi menjadi kelas O, B, A, F, G, K dan M. Tiap kelas dapat pula dibagi menjadi subkelas 0 sampai 9, misalnya B0, B1, B2,....., B9.

1. Kelas Spektrum O

Warna : biru
 Temperatur : > 30 000 K
 Ciri utama : Garis adsorbsi yang tampak sangat sedikit. Garis helium terionisasi. Garis nitrogen terionisasi dua kali, garis silikon terionisasi tiga kali dan garis atom lain yang terionisasi beberapa kali tampak, tapi lemah. Garis hidrogen juga tampak, tapi lemah.
 Contoh : Bintang 10 Lacerta dan Alnitak

2. Kelas Spektrum B

Warna : biru
 Temperatur : 11 000 – 30 000 K
 Ciri utama : Garis helium netral, garis silikon terionisasi satu kali dan dua kali serta garis oksigen terionisasi terlihat. Garis hidrogen lebih jelas daripada kelas O.
 Contoh : Rigel dan Spica

3. Kelas Spektrum A

Warna : putih kebiruan
 Temperatur : 7 500 – 11 000 K
 Ciri utama : Garis hidrogen tampak sangat kuat. Garis magnesium, silikon, besi, dan kalsium terionisasi satu kali mulai tampak. Garis logam netral tampak lemah.
 Contoh : Sirius dan Vega

4. Kelas Spektrum F

Warna : putih

Temperatur : 6 000 – 7 500 K

Ciri utama : Garis hidrogen tampak lebih lemah daripada kelas A, tapi masih jelas. Garis-garis kalsium, besi dan kromium terionisasi satu kali dan juga garis besi dan kromium netral serta garis-garis logam lainnya mulai terlihat.

Contoh : Canopus dan Procyon

5. Kelas Spektrum G

Warna : putih kekuningan

Temperatur : 5 000 – 6 000 K

Ciri utama : Garis hidrogen lebih lemah daripada kelas F. Garis kalsium terionisasi terlihat. Garis-garis logam terionisasi dan logam netral tampak. Pita molekul CH (G-Band) tampak sangat kuat.

Contoh : Matahari dan Capella

6. Kelas Spektrum K

Warna : jingga

Temperatur : 3 500 – 5 000 K

Ciri utama : Garis logam netral tampak mendominasi. Garis hidrogen lemah sekali. Pita molekul Titanium Oksida (TiO) mulai tampak.

Contoh : Arcturus dan Aldebaran

7. Kelas Spektrum M

Warna : merah

Temperatur : 2 500 – 3 000 K

Ciri utama : Pita molekul TiO terlihat sangat mendominasi, garis logam netral juga tampak dengan jelas.

Contoh : Betelgeuse dan Antares

KELAS LUMINOSITAS

Kelas luminositas adalah penggolongan bintang berdasarkan luminositas atau dayanya. Bintang yang kelas spektrumnya sama dapat mempunyai kelas luminositas yang berbeda. Pada tahun 1913 Adams dan Kohlschutter di Observatorium Mount Wilson menunjukkan ketebalan beberapa garis spektrum dapat digunakan untuk menunjukkan luminositas bintang. Ada garis kuat pada bintang raksasa dan garis lemah pada bintang katai. Berdasarkan kenyataan ini pada tahun 1943 Morgan, Keenan dan beberapa rekannya di Observatorium Yerkes membagi bintang dalam kelas luminositas yaitu:

- kelas Ia : maharaksasa yang sangat terang
- kelas Ib : maharaksasa yang kurang terang
- kelas II : raksasa yang terang
- kelas III : raksasa
- kelas IV : subraksasa
- kelas V : deret utama

Penggolongan ini disebut penggolongan Morgan-Keenan atau penggolongan MK.

Selain kelas di atas ada bintang subkatai (subdwarf) ditulis 'Sd', yaitu bintang yang terletak sedikit di bawah deret utama dalam diagram HR. Bintang katai putih ditulis sebagai kelas 'D' (white dwarf). Bintang deret utama seringkali juga disebut bintang katai. Harap dibedakan antara bintang katai dan bintang katai putih.

Contoh kelas spektrum dan kelas luminositas suatu bintang misalkan bintang kelas G2 V. Bintang ini adalah bintang deret utama yang kelas spektrumnya G2. Matahari adalah bintang kelas G2 V. Contoh lain misalnya Deneb dengan kelas A2 Ia, Betelgeuse dengan kelas M2 I, dan Arcturus kelasnya K1 III.

DIAGRAM HERTZSPRUNG – RUSSEL (DIAGRAM HR)

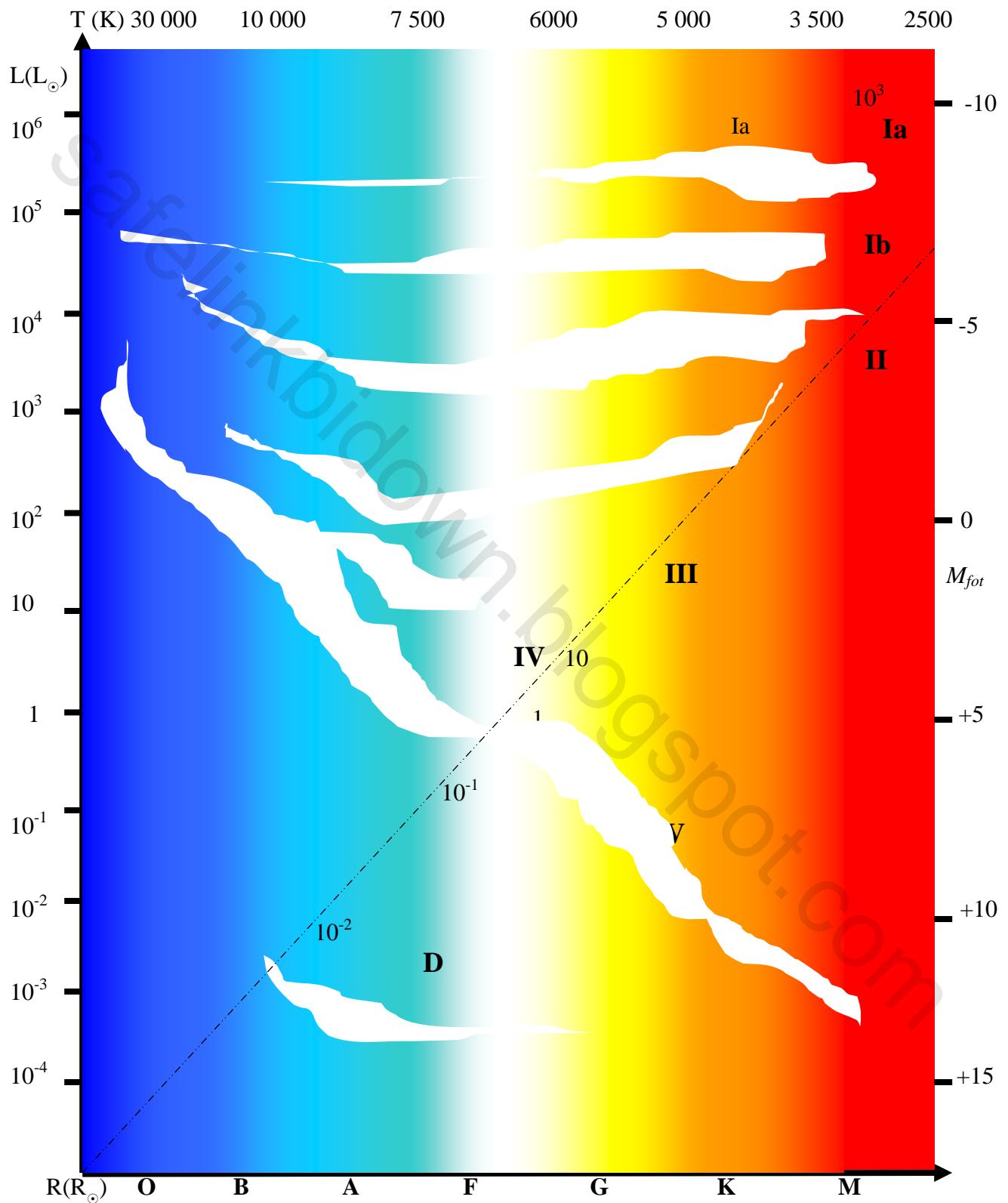
Diagram HR merupakan diagram yang menggambarkan kelas bintang dimana kelas spektrum (temperatur efektif) pada absis dan kelas luminositas (energi) pada ordinatnya. Makin panas suatu bintang, makin ke kiri letaknya, dan makin dingin suatu bintang makin ke kanan letaknya. Makin besar luminositas suatu bintang (magnitudo absolutnya kecil) makin di atas letaknya dan makin kecil luminositas bintang (M -nya besar) makin di bawah letaknya dalam diagram.

Adapun bintang yang luminositasnya besar namun karena jejarinya besar, sehingga temperatur efektifnya kecil sesuai dengan hubungan

$$T_{ef}^4 = \frac{L}{e \sigma 4 \pi R^2}$$

Akibatnya bintang dengan luminositas sama namun memiliki radius yang berbeda akan memiliki temperatur efektif yang berbeda. Hubungan ini dapat dilihat sebagai fungsi garis $y = x$ terhadap radius bintang. Makin ke kanan-atas makin besar jari-jarinya, begitu juga makin ke kiri-bawah makin kecil jari-jarinya. Itu sebabnya bintang katai putih dengan luminositas yang kecil namun karena jejarinya juga sangat kecil, sehingga suhu bintang katai putih cukup tinggi untuk berpendar putih ($\pm 6\,200\text{ K}$).

Diagram HR



Gambar 11.7 Diagram Hertzprung – Russel.

Mengingat persamaan luminositas

$$R^2 = \frac{L}{e\sigma 4\pi T_{eff}^4}, \quad (11.46)$$

hubungan radius dalam diagram HR dapat dicari dengan persamaan:

$$r = \frac{\sqrt{L}}{T^2} \quad (11.47)$$

dengan R , L dan T_{eff} masing-masing dinyatakan dalam R_\odot , L_\odot , dan $T_{eff\odot}$.

Magnitudo mutlak bintang dapat dicari dengan menggunakan standar magnitudo Matahari:

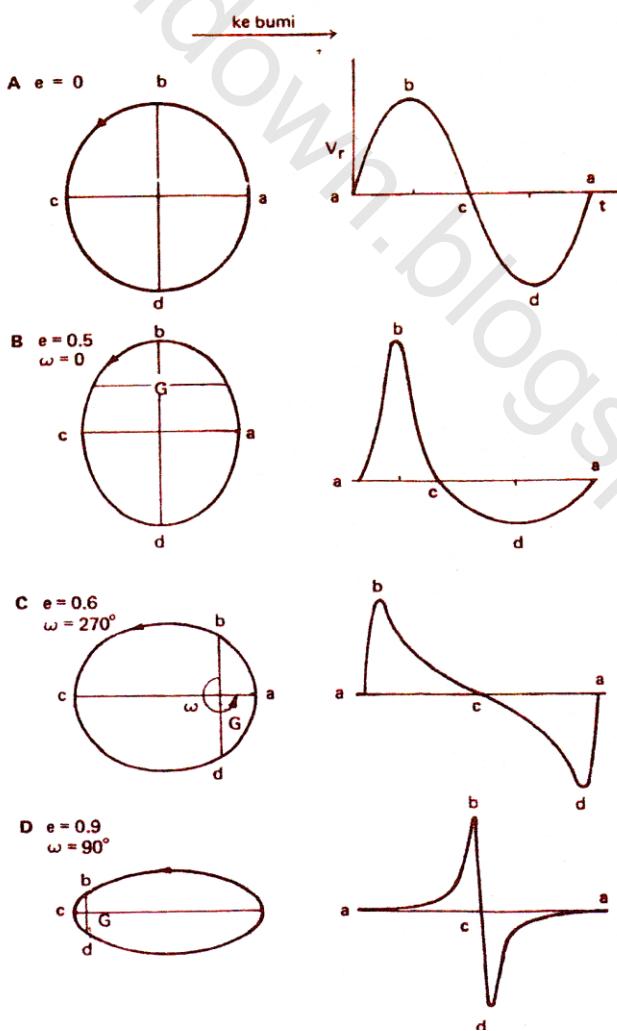
$$M = 4,74 - 2,5\log L \quad (11.48)$$

Dengan L dalam satuan L_\odot .

11.8. KURVA CAHAYA

KURVA KECEPATAN RADIAL

Telah kita ketahui kecepatan radial bintang (komponen kecepatan searah dengan garis pandang) dapat ditentukan dari pergeseran Doppler-nya. Akibat gerak mengorbitnya, V_r selalu berubah terhadap waktu (telah dibahas dalam Bab 4 pasal 3). Kurva yang menunjukkan perubahan kecepatan radial terhadap waktu disebut *kurva kecepatan radial*. Bentuk kurva kecepatan radial tergantung pada eksentrisitas orbit e dan bujur periastron ω . Gambar di bawah ini menunjukkan bentuk kurva kecepatan radial untuk orbit dengan berbagai harga e dan ω . Di sini digambarkan orbit salah satu komponen terhadap titik pusat massanya (G) dan kurva kecepatan radial komponen tersebut. Bila orbit bintang ganda berbentuk berupa lingkaran sempurna, kurva kecepatan radialnya berbentuk sinusoidal seperti pada gambar. Di titik a dan c kecepatan radial nol, sedangkan di titik b mencapai harga terbesar positif (bintang menjauh) serta di titik d kecepatan radial mencapai harga terbesar negatif (bintang mendekat).



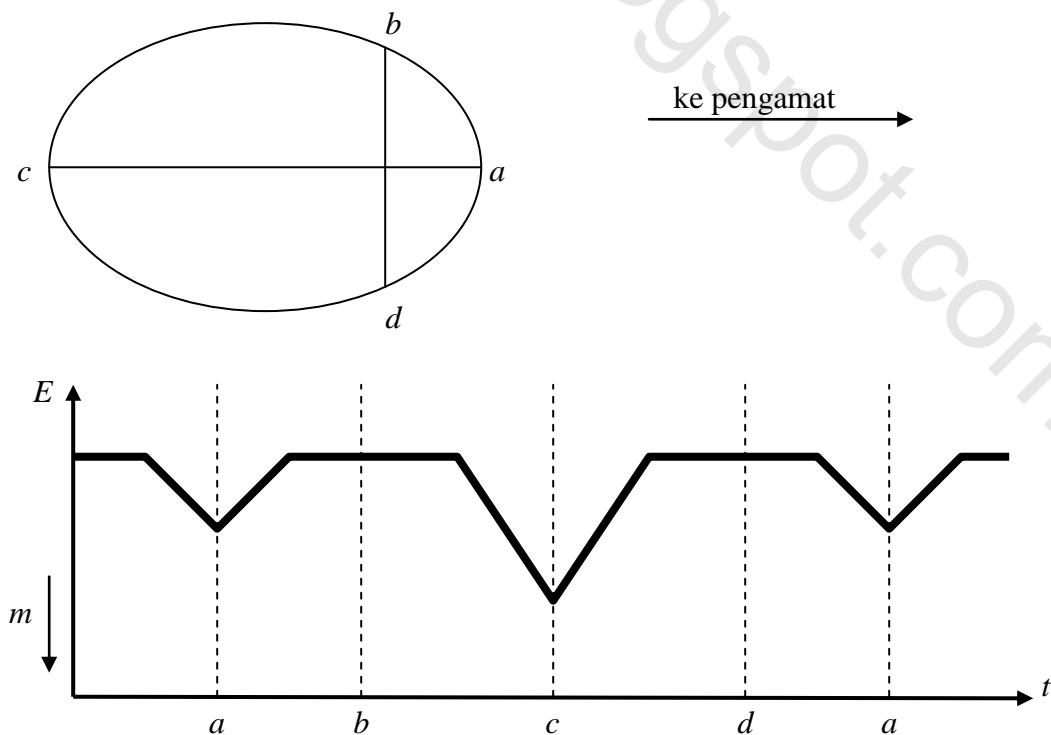
Gambar 11.8 Orbit dan kurva kecepatan radial komponen bintang ganda.

KURVA CAHAYA

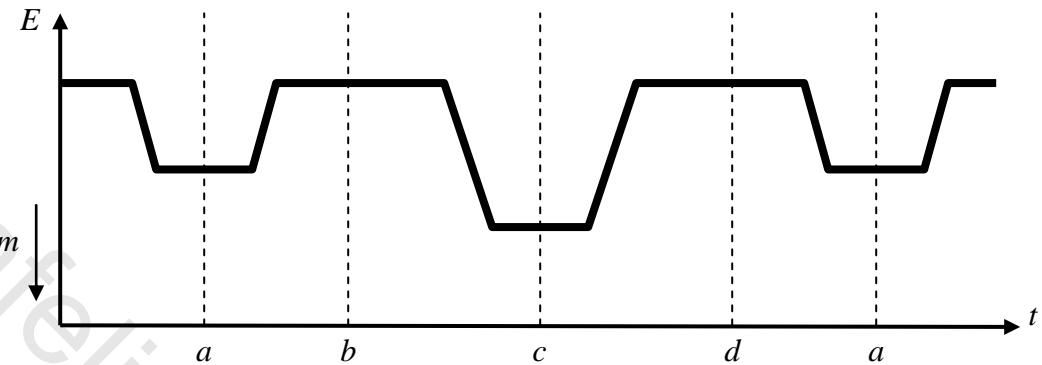
Kurva cahaya adalah grafik yang menggambarkan perubahan kecerlangan (magnitudo) suatu sistem bintang ganda. Perubahan kecerlangan total ini adalah karena kedua bintang saling menutupi dalam proses revolusinya mengelilingi pusat massa. Untuk memudahkan dalam analisis kurva cahaya, pada sistem bintang ganda ini dianggap hanya bintang sekunderlah yang bergerak mengelilingi bintang primer (kecepatan dan jarak bintang sekunder adalah kecepatan dan jarak relatif bintang sekunder terhadap bintang primer). Didalam buku ini, hanya akan dibahas kurva cahaya sederhana, yaitu untuk $\omega = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ dan 270° . Selain itu buku ini mengambil ketentuan titik a merupakan titik sumbu terdekat orbit dengan pengamat, dan grafik dari kurva cahaya selalu dimulai dari titik a , kemudian b , c , dan d berlawanan jarum jam. Namun ada pula sumber lain yang menggunakan ketentuan yang berbeda. Oleh karena itu, diharapkan pembaca memahami betul titik-titik mana yang dimaksud dalam penjelasan, bukannya menghafalkan nama titiknya.

Pada umumnya bintang primer lebih besar, lebih masif, lebih terang dan lebih renggang daripada bintang pasangannya. Jika bintang yang lebih terang tertutupi, pengurangan magnitudonya lebih besar daripada jika bintang redup yang tertutupi. Namun perlu diingat juga bahwa bintang yang kecil tak dapat menutupi seluruh bagian bintang yang besar, sehingga pengurangan kecerlangan tidak terlalu besar.

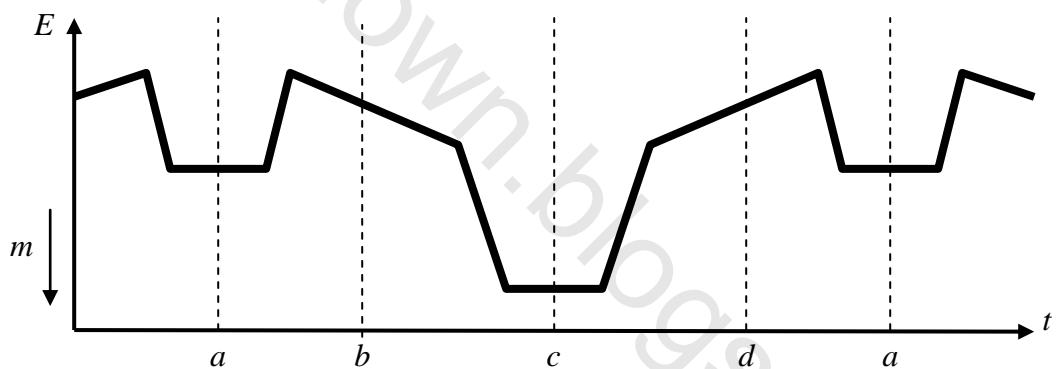
1. Beberapa contoh kurva cahaya dengan $\omega = 90^\circ$ atau 270° dengan $i = 90^\circ$.
 - a) jika $\omega = 270^\circ$, $mV_{\text{primer}} < mV_{\text{sekunder}}$ (bintang primer lebih terang), radius bintang $R_{\text{primer}} = R_{\text{sekunder}}$ dan $0 < e < 1$.



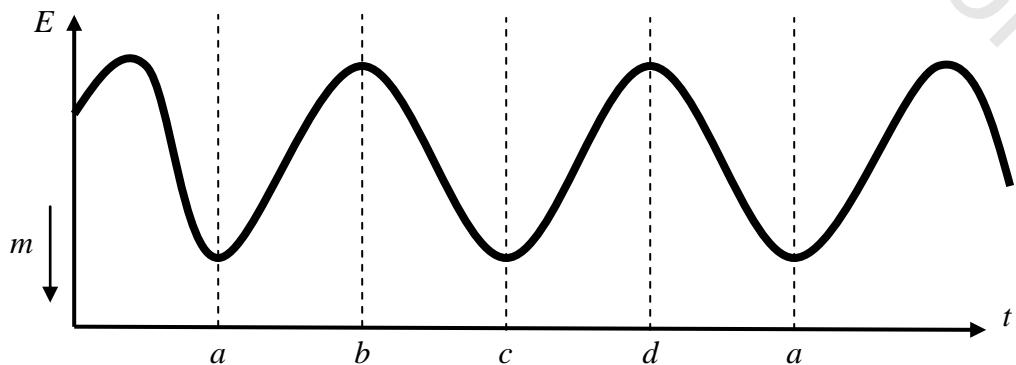
- b) jika $\omega = 270^\circ$, $mV_{\text{primer}} < mV_{\text{sekunder}}$, $R_{\text{primer}} > R_{\text{sekunder}}$ dan $0 < e < 1$.



- c) jika $\omega = 90^\circ$ (lihat gambar orbit pada gambar kurva kecepatan radial di atas), $e \rightarrow 1$, $mV_{\text{primer}} < mV_{\text{sekunder}}$ dan radius $R_{\text{primer}} > R_{\text{sekunder}}$.



2. Beberapa contoh kurva cahaya dengan $\omega = 90^\circ$ atau 270° dengan $i = 90^\circ$ dan $e = 0$.



ANALISIS KURVA CAHAYA DAN LAJU ORBIT.

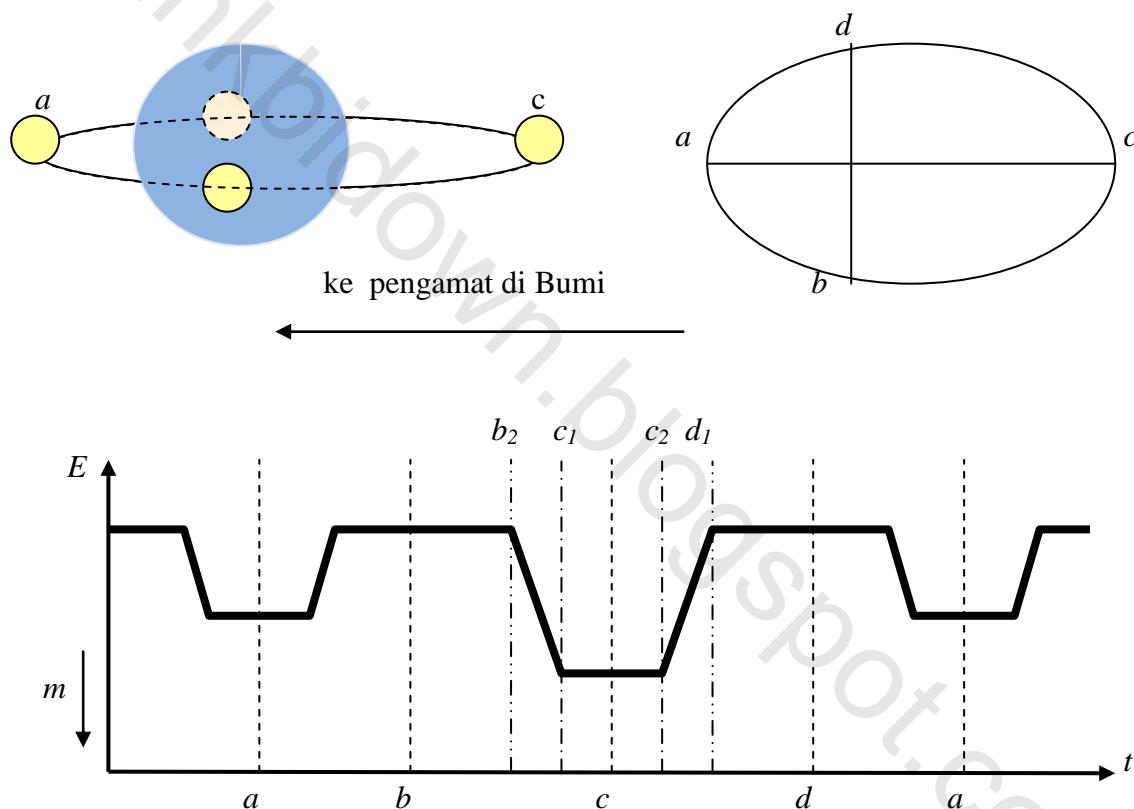
Telah dijelaskan di atas, bahwa biasanya untuk mempermudah perhitungan, bintang sekunder sajalah yang bergerak mengelilingi bintang primer. Sehingga jika diketahui kelajuan masing-masing bintang, maka kelajuan relatif bintang sekunder terhadap bintang primer yang digunakan (dibahas pada Bab 9).

Kecepatan gerhana (V') yang merupakan kecepatan radial ini didapat dari periode orbit (P) dan sumbu semi mayor gabungan (a) yang diperoleh dari pengamatan periode gerhana dan radius sudut dengan rumus

$$V' = v_{r_2} - v_{r_1} \quad \text{dan} \quad v_r = \frac{2}{\pi} v_{\text{linier orbit}} \quad (11.49)$$

1.Untuk $\omega = 90^\circ$ atau 270°

Ciri-cirinya adalah selang waktu dari A ke C (AC) = selang waktu dari C ke A (CA).



dari kurva cahaya di atas diperoleh analisis

- sumbu semi mayor

$$a = \frac{V' t_{(C-A)}}{2}$$

eksentrisitas

$$e = \frac{Q-Q}{q+q}$$

- aphelium

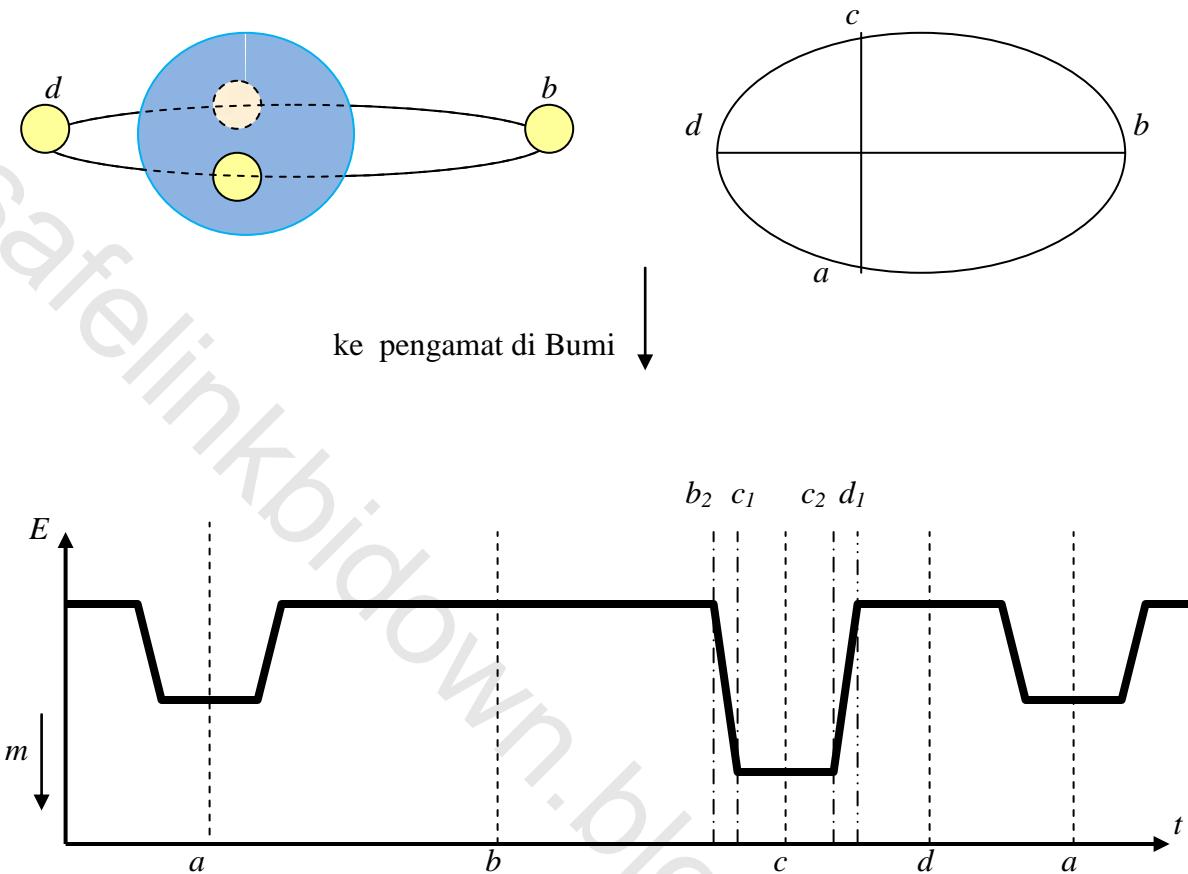
$$R_a = V' t_{(C-B)} \quad \text{atau} \quad R_a = V' t_{(D-C)}$$

- perihelium

$$R_p = V' t_{(B-A)} \quad \text{atau} \quad R_p = V' t_{(A-D)}$$

2.Untuk $\omega = 0^\circ$ atau 180°

Ciri-cirinya adalah selang waktu dari A ke C (AC) = selang waktu dari C ke A (CA).



dari kurva cahaya di atas diperoleh analisis

- sumbu semi mayor

$$a = \frac{V' t_{(D-B)}}{2}$$

- aphelium

$$R_a = V' t_{(B-A)} \text{ atau } R_a = V' t_{(C-B)}$$

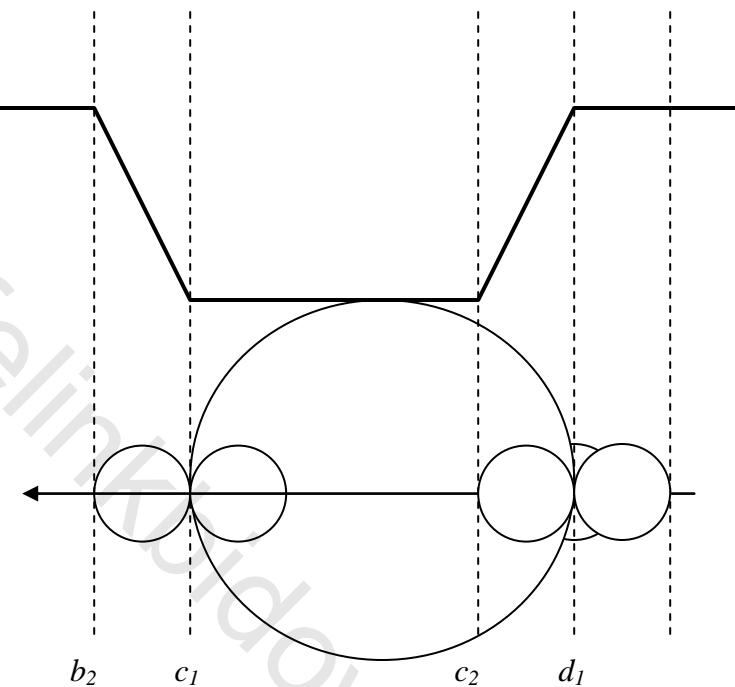
- perihelium

$$R_p = V' t_{(D-C)} \text{ atau } R_p = V' t_{(A-D)}$$

- eksentrisitas

$$e = \frac{Q - q}{Q + q}$$

Untuk e mendekati nol dapat pula ditentukan diameter bintang primer dan diameter bintang sekunder. Perhatikan gambar berikut :



Pada gambar tampak bahwa diameter bintang sekunder (bintang yang kecil) sama dengan jarak dari c_1 ke b_2 dan diameter bintang primer sama dengan jarak dari d_1 ke c_1 .

Dengan begitu, dapat kita tentukan diameter masing-masing bintang. Karena radius bintang jauh lebih kecil daripada jarak antar bintang, maka :

- a) diameter bintang primer

$$D_{\text{primer}} = V' t_{(c_1-d_1)} \quad (11.50)$$

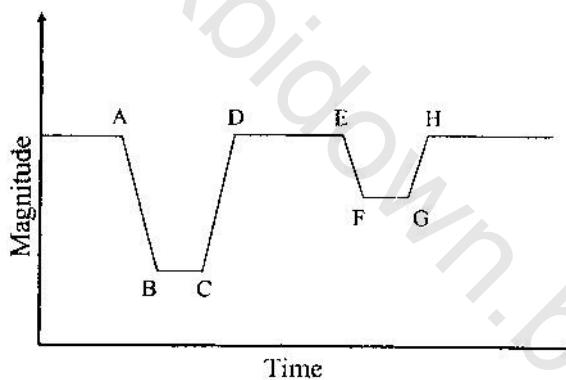
- b) diameter bintang sekunder

$$D_{\text{sekunder}} = V' t_{(c_1-b_2)} \quad (11.51)$$

SOAL LATIHAN 4

1. Berapakah jari-jari maksimal Matahari agar dapat berubah menjadi lubang hitam? Menurut Anda, mungkinkah Matahari menjadi sebuah lubang hitam? Jelaskan jawaban Anda!
2. Sebuah bintang mempunyai paralaks $0'',474$ dan gerak diri (proper motion) bintang tersebut adalah $3'',00$ /tahun. Jika kecepatan radial bintang adalah 40 km/s, tentukanlah kecepatan linier bintang tersebut.
(OSN Astronomi 2008)
3. Diketahui spektrum sebuah bintang menunjukkan panjang gelombang $H\beta$ deret Balmernya 2500\AA dan *proper motion*-nya $0'',74$. Jika arah gerak bintang 27° dari garis pandang, tentukanlah kecepatan gerak bintang tersebut!
4. Pengamatan pada panjang gelombang radio pada suatu awan gas yang berputar disekeliling sebuah lubang hitam (*black hole*) yang berada di pusat galaksi X memperlihatkan bahwa radiasi yang berasal dari transisi hidrogen (frekuensi diamnya = 1420 MHz) terdeteksi pada frekuensi $1421,23$ MHz.
 - a) Hitunglah kecepatan awan ini dan apakah awan ini bergerak menuju atau menjauhi kita.
 - b) Jika awan gas ini berada $0,2$ pc dari lubang hitam, dan orbitnya berupa lingkaran, hitunglah massa lubang hitam
 (OSN Astronomi 2009)
5. Diketahui bintang ganda dengan inklinasi orbit 90° dengan magnitudo semu Bintang A (primer) adalah $4,6$ dan magnitudo semu Bintang B (sekunder) adalah $5,2$. Jika perbandingan radius Bintang A dan Bintang B adalah $3:1$, tentukanlah magnitudo total sistem saat:
 - a) kedua bintang tidak saling menutupi;
 - b) bintang primer menutupi bintang sekunder;
 - c) seluruh permukaan bintang sekunder berada di depan bintang primer.
6. Orbit sebuah planet yang beredar mengelilingi Matahari dapat dinyatakan dengan persamaan kuadrat $y^2 = 1,5174^2 - 0,99135x^2$; dengan x, y dalam AU. Tentukanlah :
 - a) panjang sumbu semi-mayorinya (a);
 - b) aphelium dan periheliumnya;
 - c) eksentrisitas orbit (e);
 - d) gambarlah sketsa lengkapnya pada kertas grafik dengan skala 1 AU: 5 cm.
7. Parameter kerucut sebuah orbit dirumuskan dengan $p = a(1 - e^2)$. Parameter ini menunjukkan radius orbit planet pada orbit elips dengan $\nu = 90^\circ$. Buktikan bahwa nilai p ini sama dengan $\frac{Q \times q}{a}$!

8. Kota A terletak pada $19^{\text{B}},45$ dan 12^{U} sedangkan kota B terletak pada $121^{\text{B}},5$ dan $5^{\text{S}},2$. Jika sebuah kapal laut berangkat dari kota A ke kota B, maka tentukanlah lintasan minimum yang mungkin dilalui kapal itu! (Untuk memudahkan, buatlah sketsanya terlebih dahulu)
9. Sebuah bintang ganda gerhana mempunyai periode 65 hari. Dari kurva cahayanya seperti yang diperlihatkan pada gambar di bawah, tampak bahwa bintang kedua menggerhanai bintang pertama (dari titik A sampai D) dalam waktu 8 jam (saat kontak pertama sampai kontak terakhir), sedangkan dari titik B sampai titik C yaitu saat gerhana total, lamanya adalah 2 jam. Dari spektrumnya diperoleh bahwa kecepatan radial bintang pertama adalah 25 km/s dan bintang kedua adalah 50 km/s. Apabila orbitnya dianggap lingkaran dan inklinasinya $i = 90^\circ$, tentukanlah radius bintang pertama dan kedua dan juga massa kedua bintang. (untuk kecepatan radial, $v_r = \frac{4a}{T}$, dengan periode kedua bintang sama)



10. Ada sebuah bintang ganda gerhana yang kedua bintang anggotanya sama persis, radiusnya sama, temperaturnya sama, dan inklinasi orbit 90° . Bila ditilik kurva cahaya (grafik magnitudo terhadap waktu) bintang ganda itu, berapakah perbedaan magnitudo antara keadaan paling terang dan keadaan paling redup?
(OSP Astronomi 2008)

12. GALAKSI

12.1. GALAKSI BIMASAKTI

Galaksi Bimasakti (*Milky Way*) adalah galaksi dimana sistem tata surya kita berasal. Galaksi Bimasakti berbentuk cakram dengan garis tengah kurang lebih 100.000 tahun cahaya dan tebal 1000 ly, sedangkan Matahari berada pada jarak 30.000 ly dari pusatnya. Bagian tengahnya (disebut *bulge*) menggembung seperti bola *rugby* berdiameter sekitar 15.000 ly pada lintangnya dan 20.000 ly pada bujurnya. Semua bintang yang dapat kita lihat pada langit malam berada dalam galaksi Bimasakti. Matahari mengelilingi pusat galaksi dengan kecepatan sekitar 220 km/s. Waktu yang diperlukan Matahari untuk sekali mengelilingi pusat galaksi adalah 240 juta tahun, dikenal sebagai *cosmic year*. Karena umur Matahari diperkirakan sekitar 4,6 – 5 miliar tahun, berarti Matahari telah mengelilingi pusat galaksi sebanyak 20 putaran lebih. Berdasarkan data di atas, dapat dihitung jumlah bintang dalam galaksi Bimasakti, dengan menganggap massa Matahari sama dengan massa rata-rata bintang dalam galaksi kita.

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = GM_G \quad (12.1)$$

Karena $T = \frac{2\pi r}{v}$, maka

$$M_G = \frac{rv^2}{G} \quad (12.2)$$

Dengan memasukkan nilai $v = 240\,000$ m/detik, $r = 30\,000$ ly = $2,84 \cdot 10^{20}$ m dan $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² didapatkan
 $M_G = 2,15 \cdot 10^{41}$ kg.

Kita ketahui massa Matahari adalah $1,99 \cdot 10^{30}$, maka jumlah bintang dalam galaksi Bimasakti didapatkan

$$n = \frac{M_G}{M_o} \approx 1,23 \times 10^{11} \text{ bintang}$$

Galaksi kita berbentuk spiral batang (SB), yang terdiri dari milyaran bintang. Pada bagian disk umumnya ditemukan bintang-bintang muda dan MAB, sedangkan pada bagian bulge umumnya terdapat bintang-bintang tua dan sangat sedikit MAB. Di beberapa tempat kita bisa melihat beberapa bintang yang bergerombol. Gerombolan bintang ini disebut gugus bintang. Anggotanya bisa hanya beberapa ratus tetapi ada juga yang sampai ratusan ribu bintang. Ada dua macam gugus bintang, yaitu gugus galaktik (*galactical cluster*) yang terletak pada *disk* dan gugus bola (*globular cluster*) yang terletak pada *halo*. Gugus galaktik anggotanya tidak terlalu banyak dan bentuknya kurang simetris sedangkan gugus bola lebih banyak anggotanya dan bentuknya simetris. Gugus galaktik umumnya dihuni oleh bintang-bintang muda yang kebiruan (populasi I) dan terletak di sekitar lengan

galaksi. Adapun gugus bola dihuni oleh bintang-bintang tua yang kemerahan (populasi II) dan terletak di luar cakram galaksi.

Galaksi kita bukanlah satu-satunya galaksi di alam semesta. Bermilyar-milyar galaksi lain ada di dalam alam semesta. Galaksi-galaksi yang berdekatan dikelompokkan menjadi gugus galaksi (*cluster*), sedangkan cluster-cluster ini secara longgar berkelompok dalam struktur yang lebih besar yang disebut super-gugus (*super cluster*). Galaksi kita beserta galaksi Andromeda (M31), Awan Magellen Besar (LMC) Awan Magellan Kecil (SMC), Sagittarius dSph, Sculptor dSph, M94, M101, M33, NGC 300, NGC247, Triangulum beserta galaksi dekat lainnya digolongkan sebagai gugus lokal, terdiri lebih dari 30 galaksi yang terletak dalam pinggiran super gugus Virgo, yang pusatnya sekitar 50 juta tahun cahaya dari kita.

Ruang di antara bintang tidak kosong tetapi terisi oleh gas dan debu antar bintang. Di beberapa tempat gas dan debu ini terdapat dalam konsentrasi tinggi dan dapat dilihat sebagai nebulosa, yang merupakan dapur pembentukan bintang.

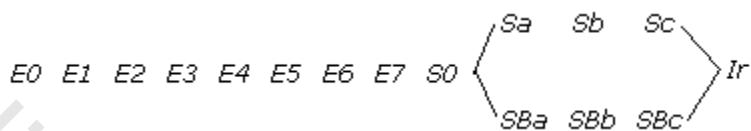
12.2. KLASIFIKASI GALAKSI

Jutaan galaksi temuan Hubble mempunyai berbagai ukuran, bentuk dan arah. Sebagian besar galaksi lebih kecil daripada galaksi kita, tetapi beberapa diantaranya lebih besar. Bentuknya bermacam-macam, dan umumnya digolongkan dalam tiga kelas:

1. Galaksi elips, yang sudah tidak menghasilkan bintang baru lagi, karena gas dan debunya sudah habis terpakai. Galaksi ini biasanya sangat besar, dan hampir seluruhnya terdiri atas bintang populasi II yang lebih tua. Galaksi ini dibagi lagi menjadi kelas E0 (bentuk bola) sampai E7 yang berbentuk pipih dengan rumus $E_n = 10 [1 - (b/a)]$.
2. Galaksi tidak beraturan (*irregular*), yang tidak mempunyai bentuk, walau di sana-sini memperlihatkan bentuk spiral. Galaksi ini terutama berisi bintang-bintang populasi I, yakni bintang besar, biru dan panas, dan bintang muda yang putih kebiruan. Galaksi ini banyak mengandung debu dan gas antar bintang.
3. Galaksi spiral, berisi bintang populasi I dalam lengannya. Dalam lengannya itu banyak bintang-bintang sedang terbentuk. Pada pusatnya maupun pada selunjang besar di sekitarnya terdapat bintang populasi II yang lebih tua, yakni bintang raksasa merah, bintang kerdlil serta beberapa Cepheid. Galaksi spiral dibagi lagi menjadi Sa, Sb dan Sc seiring dengan kelonggaran lilitan lengannya. Adapula galaksi spiral batang, yang menjulurkan lengannya dari pusat hampir vertikal, kemudian melingkar pada ujungnya. Semakin panjang batang lengannya, jenis ini dibagi menjadi Sba, Sbb, dan Sbc. Adapun bentuk peralihan antara galaksi elips dan pipih disebut galaksi *lenticular* (S0), yaitu cakram pipih namun cakramnya tidak terdiskret menjadi lengan-lengan

Diperkirakan sebanyak 80% dari galaksi yang teramat merupakan galaksi spiral, 17% galaksi elips dan sisanya galaksi tak beraturan.

Selain galaksi-galaksi yang telah dijelaskan di atas, adapula galaksi-galaksi lainnya yang tidak biasa, seperti galaksi radio, galaksi yang saling bertabrakan dan *quasar* (*quasi stellar radio source*). Adapun objek-objek tersebut belum dapat dijelaskan dengan sempurna dengan pengetahuan maupun pengamatan yang ada saat ini.



12.3. EVOLUSI GALAKSI

Dari telaah seorang ahli Astronomi, Walter Baade, atas jenis galaksi berdasarkan evolusi bintang, timbulah gagasan bahwa galaksi tak beraturan itu merupakan tahap awal perkembangan galaksi: disitulah kabut hidrogen raksasa bergolak seraya mengerut karena gravitasi, dan mulai membentuk bintang. Misalnya, galaksi tak beraturan terdekat, yakni Awan Magellan Besar dan Awan Magellan Kecil bahkan mulai memperlihatkan bentuk awal lengan spiral. Kalau berbagai bentuk galaksi boleh dianggap sebagai cerminan langkah evolusi, maka Awan Magellan Besar – dan lain-lain galaksi tak beraturan – pada suatu ketika mungkin akan berkembang menjadi galaksi spiral kecil.

Namun, jika diperhatikan lebih lanjut, ternyata galaksi tak beraturan – dalam jumlah kecil – juga memiliki bintang-bintang usia lanjut. Jika galaksi tak beraturan merupakan ‘bayi’ galaksi, mustahil terdapat bintang-bintang tua yang sama tuanya dengan bintang-bintang galaksi elips, yang dikatakan ‘nenek’ galaksi. Setelah berkesimpulan bahwa umur bukanlah penentu tipe galaksi, maka para ahli astronomi merumuskan sebuah hipotesis baru. Lebih dari 12 miliar tahun silam, sejumlah gas dalam alam semesta membentuk kabut padat, dan kemudian runtuh karena tekanan gaya berat. Pada waktu salah satu kawasan sebesar galaksi (bakal galaksi) ini runtuh, gasnya bertubrukkan. Jika gas tersebut sangat rapat dan bergerak sangat cepat, maka terbentuknya bintang terjadi dengan cepat, dan mendadak berhenti bila bahannya habis. Dengan demikian lahirlah galaksi elips. sebaliknya , bila gasnya tipis dan bergerak lamban, sebagian besar gas memiliki banyak peluang untuk membentuk piringan atau gumpalan sebelum menjadi bintang. Kebanyakan gasnya melahirkan bintang secara lambat sehingga bintang-bintang tersebut jutaan tahun lebih muda daripada bintang dalam galaksi elips yang terbentuk lebih cepat. Kebanyakan bintang muda tadi terdapat dalam lengan galaksi spiral, dan lebih-lebih lagi terdapat pada kabut tak berwujud dalam galaksi tak beraturan. Di situlah terdapat banyak gas yang belum berubah menjadi bintang.

13. ALAM SEMESTA

13.1. PENDAHULUAN

Setiap kemajuan baru di dalam pemahaman jagad raya ternyata semakin memperkecil peran kita di dalamnya. Walaupun demikian, setiap kemajuan ini selalu menimbulkan rasa kekaguman baru. Astronom abad ke-tujuh belas mengungkapkan fakta bahwa Bumi bukanlah pusat tata surya melainkan salah satu dari beberapa planet yang mengitari Matahari. Pada abad ke sembilan belas, para astronom mulai mengarahkan teleskopnya ke bintang-bintang dan menggunakan peralatan spektroskopi yang dikembangkan untuk mengukur berbagai panjang gelombang cahaya bintang. Ditemukan fakta bahwa Matahari kita ternyata hanyalah sebuah bintang biasa yang kedudukannya tidaklah istimewa dalam skala galaksi. Matahari kita ternyata adalah satu dari sekitar 10^{11} bintang dalam galaksi kita yang dikenal dengan nama galaksi Bima Sakti.

Dari teleskop para astronom, terungkap pula beberapa objek aneh seperti gumpalan nebula redup yaitu sepotong cahaya cahaya lebar yang melebihi ukuran bintang. Beberapa nebula ini kemudian dapat disimpulkan sebagai kabut gas dalam galaksi, yang dapat menyatakan materi baru dari mana bintang terbentuk, atau sisa dari bintang yang mengakhiri hidupnya dengan ledakan dahsyat.

Selain itu diperoleh pula nebula yang agak redup. Namun hal ini masih menimbulkan pertanyaan, bagaimana sebenarnya hakikat nebula yang agak redup ini. Kepastian tentang pertanyaan ini hanya dapat terpecahkan bila cahaya semua objek redup dapat dipisahkan menjadi bintang-bintang tunggal. Hal ini adalah persoalan eksperimental yang amat sulit, karena memerlukan pencahayaan sebuah pelat foto sepanjang malam, pada saat mana para astronom bergulat dalam kedinginan malam di atas puncak gunung untuk menjaga fokus teleskopnya tetap mengarah ke nebula, sebagai akibat rotasi Bumi dan perubahan suhu yang mengakibatkan perubahan ukuran teleskop. Pada tahun 1920-an, Edwin Hubble berhasil memisahkan cahaya berbagai bintang dalam galaksi kita, serta menyimpulkan ukuran, kecemerlangan dan jaraknya dari kita.

Semakin banyak nebula dan galaksi yang ditemukan, semakin jelas pula kedudukan kita di jagad raya. Matahari kita tidak saja hanya satu dari sekitar 10^{11} bintang dalam Galaksi Bima Sakti, melainkan mungkin Galaksi Bima Sakti sendiri merupakan satu diantara 10^{11} galaksi yang ada di jagad raya.

Pengamatan Hubble juga menghasilkan pernyataan yang menarik, setiap galaksi bergerak menjauhi kita (dan menjauhi yang lainnya) dengan kelajuan yang amat tinggi. Semakin jauh sebuah galaksi dari kita, semakin tinggi lajunya. Kesimpulan mengesankan ini akan menuntun kita kemodel standar jagad raya beserta asal-usulnya. Jika semua galaksi bergerak saling menjauhi, maka mereka sebelumnya pastilah berdekatan. Jika kita kembali cukup jauh ke masa lampau semua materi tentulah berasal dari sebuah titik singularitas berkerapatan tak hingga

yang mengalami ledakan dahsyat. Peristiwa ini dikenal sebagai *Big Bang* (Ledakan Besar).

Informasi yang lebih menghebohkan datang menyusul. Pada tahun 1965, dua astronom yang bernama Arno Penzias dan Robert Wilson menemukan pijaran radiasi latar belakang gelombang mikro dari sisa-sisa ledakan besar yang mengisi seluruh jagad raya dan menghujami Bumi, meskipun telah mengalami pendinginan selama kurang lebih 15 miliar tahun.

Karya eksperimental yang telah dirilis Hubble, Penzias dan wilson merupakan landasan untuk berspekulasi mengenai asal mula, evolusi dan masa depan jagad raya. Semua teori ini termasuk dalam bidang kajian kosmologi yang berdasarkan pada teori relativitas umum dengan paduan bidang astronomi, fisika partikel, fisika statistik, termodinamika dan elektrodinamika.

13.2. ASAS KOSMOLOGI

Dalam skala besar jagad raya, mulai dari jarak 10^7 parsec, seluruh materi dapat dianggap sebagai fluida kontinu, homogen dan isotrop. Pernyataan ini membawa kepada kesimpulan bahwa tidak ada pemandangan galaksi yang dipandang istimewa di jagad raya ini. Dengan kata lain, seluruh pengamat bergerak bersama galaksi dan melihat proses skala besar yang sama dalam evolusi jagad raya. Inilah yang dinamakan asas kosmologi (*cosmological principle*). Sedangkan teori keadaan tetap (*steady state theory*) didasarkan pada asas kosmologi sempurna (*perfect cosmological principle*) yang menyatakan bahwa seluruh pengamat galaksi melihat seluruh struktur skala besar jagad raya yang sama untuk seluruh waktu. Berdasarkan fakta-fakta, ditemui bahwa lebih tepat adalah asas pertama, bukan asas kedua.

Meskipun para pendukung paham *steady state* yang umumnya kaum sekuler tidak dapat mengelakkan lagi fakta bahwa alam semesta mengembang, sebagian dari mereka kemudian menyempurnakan teorinya dengan mengatakan ada suatu mekanisme yang menciptakan materi-materi baru untuk mengisi ruang kosong yang ditinggalkan sehingga rapat massa, suhu dan keadaan lain di alam semesta ini akan terus konstan. Namun demikan mereka sendiri tidak dapat menjelaskan tentang mekanisme yang dapat menciptakan materi-materi baru ini, dan juga bertentangan dengan paham materialis. Meskipun teori Big Bang yang lebih banyak pendukungnya, tidak berarti teori Big Bang telah mampu menjelaskan mekanisme mengapa sampai ledakan besar itu terjadi.

13.3. ALAM SEMESTA YANG MENGEMBANG

Pada tahun 1929, Edwin Hubble membuktikan bahwa galaksi non lokal di alam semesta ini bergerak saling menjauh satu sama lain dan besarnya kecepatan menjauh ini sebanding dengan jaraknya, yang ia nyatakan dalam bentuk:

$$v = H d \quad (13.1)$$

Adapun kecepatan radial suatu galaksi dapat diukur dengan metode Doppler yaitu:

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$$

Nilai $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ ini disebut koefisien pergeseran spektrum, z , yang bersesuaian dengan nilai β .

Sebenarnya selain gerak pengembangan (ekspansi) ini juga terdapat gerak diri (*peculiar motion*) yang besarnya acak, namun besarnya hanya sekitar ratusan kilometer per detik. Bisa digambarkan pada sekelompok angsa yang terbang dalam formasi, terdapat juga gerak antara angsa satu dan angsa lain, seperti inilah kecepatan peculiar itu. Namun pada jarak yang jauh (lebih dari 10 Mpc) kecepatan ekspansi menjadi besar sehingga kecepatan peculiar ini dapat diabaikan.

Jika alam semesta ini terus mengembang hingga bentuknya yang sekarang, pastilah dahulu kala, alam semesta ini bentuknya jauh lebih kecil dan lebih jauh lagi, merupakan suatu singularitas. Pandangan ini melahirkan suatu teori baru, yang dinamakan dengan Teori Big Bang. Teori Big Bang (Ledakan Besar) ini menyatakan pada suatu masa di awal pembentukan alam semesta, lama semesta ini berupa suatu keadaan singularitas dengan rapat massa dan temperatur yang luar biasa besar dan kemudian ‘meledak’ atau berekspansi ke segala arah membentuk alam semesta kita sekarang. Pemuaian ruang ini mengakibatkan tekanan dan suhu dari alam semesta turun dan kemudian terbentuklah partikel-partikel dasar pembentuk materi seperti *quark* dan *lepton*.

Pada awalnya teori ini banyak dibantah oleh kalangan ilmuwan skeptis, namun dengan adanya penemuan radiasi latar kosmik (*Cosmic Background Radiation, CBR*) secara kebetulan oleh Arno Penzias dan Robert Wilson. Radiasi yang bersuhu 2,7 K ini teramat dari Bumi berasal dari segala penjuru, seolah-olah tanpa sumber semakin mengukuhkan Teori Big Bang. Selain itu, struktur alam semesta yang memperlihatkan ke-homogenan dalam skala besar serta pergerakan menjauh yang seragam ke semua arah, dan tidak teramat titik istimewa yang merupakan pusat sebaran dari obyek alam semesta, merupakan dasar dari para ilmuwan dalam membuat teori tentang model alam semesta, ruang lengkung dimensi tiga, yang akan dibahas kemudian.

13.4. STRUKTUR ALAM SEMESTA

Jika kita runutkan satu per satu, mulai dari saya, rumah saya, Pulau Sulawesi, Bumi, tata surya, Bimasakti, gugus lokal, supergugus lokal, alam semesta, dan... dan kita terhenti sampai di situ. Lalu pasti muncul pertanyaan di benak Anda, alam semesta terletak di mana? Penulis lebih suka menjawab alam semesta berada di jagad raya. Lalu jagad raya di mana? Penulis akan menjawab “tidak tahu”. Lalu ada pula yang pernah menyatakan bahwa alam semesta itu tak berbatas. Bagaimana kita memandang sesuatu yang tanpa batas itu? Lalu jika semesta itu berbatas, dimanakah batasnya? Dan, di luarnya itu apa?

Mungkin pertanyaan di atas sudah pernah muncul di benak Anda. Namun sialnya, belum seorang pun yang tahu pasti kebenarannya, walaupun sudah banyak model alam semesta yang diajukan para ilmuwan. Salah satu model yang terkenal dan dapat diterima adalah “model semesta tak-berbatas namun berhingga”, atau alam semesta yang *unlimit* tetapi *finity*. Mungkin memang belum pasti benar, tetapi tak mengapa, “*The truth is out there*”. Adapula teori alam semesta dalam jagad raya yang akan dibahas secara umum dalam buku ini. Mari kita simak, dan bersiaplah untuk pusing.

n – sphere dan *n – ball*

Sebelum melangkah lebih jauh, ada baiknya terlebih dahulu kita memahami sedikit tentang *n-sphere*. *n-sphere* merupakan permukaan dari sebuah ‘bola’ berdimensi geometri $n+1$, disebut *n-ball*. Jadi *n-sphere* dapat digambarkan sebagai geometri yang melengkung terhadap geometri lain yang berdimensi satu lebih besar .

Misalkan 2-sphere adalah geometri 2 dimensi (luas) yang melengkung terhadap geometri 3 dimensi (volum), tentu kita akan segera tahu bahwa 2-sphere itu adalah permukaan bola. Karena besar bola (volum) adalah $\frac{4}{3}\pi r^3$ maka besar dari permukaannya (luas) adalah

$$L_{\text{2-sphere}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{d}{dr} = 4\pi r^2$$

Demikian pula kita dapatkan 1-sphere yang merupakan keliling lingkaran. Dapatkah Anda membayangkan 3-sphere, 4-sphere, dan seterusnya? Sebagai gambaran, model kosmos yang dikembangkan saat ini adalah model lima dimensi (bagian dari model 11 dimensi, enamnya terkompaktisasi menjadi sel Planck).

Mengingat alam semesta kita merupakan malaran dimensi 3 (*3 - sphere*), maka volum alam semesta dapat dicari dengan persamaan matematis:

$$V_n = C_n R^n \quad (13.2)$$

Dengan V_n merupakan ukuran dari n -ball, sedangkan permukaan dari n -ball (S_n) disebut $(n-1)$ -sphere memenuhi persamaan:

$$S_n = \frac{dV_n}{dR} \quad (13.3)$$

Adapun C_n merupakan konstanta proporsionalitas, untuk n genap bernilai:

$$C_n = \frac{\pi^{n/2}}{\left(\frac{n}{2}\right)!} \quad (13.4)$$

Dan untuk n ganjil

$$C_n = 2^{(n+1)/2} \frac{\pi^{(n-1)/2}}{n!!} \quad (13.5)$$

Jadi untuk 4-ball (V_4) memiliki ukuran geometri:

$$V_4 = \frac{\pi^2}{2} R^4 \quad (13.6)$$

Sehingga alam semesta kita yang berbentuk 3-sphere (S_4) volumnya dinyatakan dengan:

$$S_4 = \frac{dV_4}{dR} = 2\pi^2 R^3 \quad (13.7)$$

Dengan memasukkan radius alam semesta $R = S_0 = 11$ miliar tahun cahaya didapatkan volum alam semesta saat ini sekitar $V = 2,2 \times 10^{79} \text{ m}^3$.

¹Tanda (!!) adalah faktorial ganda, yaitu operasi faktorial yang elemennya melangkah 1 integer, contoh $7!! = 7 \times 5 \times 3 \times 1 = 105$.

TINJAUAN HUKUM HUBBLE

Berdasarkan pengamatan Edwin Hubble, alam semesta ini mengembang ke segala arah secara homogen, tak berpusat dan besarnya kelajuan objek sebanding dengan jarak antara benda dengan pengamat. Konsekuensi dari ekspansi alam semesta ini adalah, jika ditilik ke belakang, alam semesta ini akan lebih kecil hingga pada suatu waktu yang lampau, alam semesta ini hanya berupa titik. Hal ini berarti alam semesta lahir dari pengembangan titik awal tersebut, namun ini bertentangan dengan pengamatan, yaitu tidak ada titik istimewa di alam semesta yang teramat sebagai pusat. Semua objek angkasa bergerak menjauh satu sama lain secara seragam, persis seperti noktah pada permukaan balon karet yang saling menjauh jika balon ditiup. Kesimpulan dari fakta ini, alam semesta analog dengan balon.

Pada balon, pergerakan yang kita tinjau adalah pergerakan menjauh dari noktah-noktah pada permukaan balon. Ini berarti segala kejadian yang teramat adalah yang terdapat pada ‘permukaan’ balon (kita sebut semesta kejadian), dimana pusat pengembangan balon berada di tengah-tengah ruang balon. Jadi pusat ekspansi balon tidak terdapat pada semesta kejadian balon, melainkan pada ruang balon, yang mana merupakan dimensi yang lebih besar tempat semesta kejadian itu berada. Jika laju ekspansi sama ke segala arah, maka bentuk semesta kejadian, yang notabene permukaan balon, merupakan dimensi malaran terhadap dimensi ruang balon, dimana terdapat pusat ekspansi.

Dengan berpandangan bahwa alam semesta kita analog dengan semesta balon tadi, maka pusat ekspansi alam semesta, yang merupakan cikal bakal alam semesta, yang kita sebut dengan Big Bang, tidaklah terdapat pada semesta kejadian kita, melainkan pada dimensi yang lebih besar tempat semesta kejadian kita melengkung. Bagaimanakah ‘dimensi yang lebih besar’ itu? Mari kita beranalogi dengan semesta kejadian berdimensi satu yang berbentuk **keliling lingkaran**. Pusat dari lingkaran itu tidak berada pada keliling lingkaran itu sendiri, melainkan pada luas lingkaran berdimensi dua (berdimensi lebih besar). Jika model ini kita integralkan lagi terhadap dimensi panjang, kita dapatkan semesta kejadian berupa **luas permukaan bola** yang berdimensi dua, yang melengkung terhadap volum bola yang berdimensi tiga. Pusat dari semesta kejadian model ini berada pada dimensi tiganya, bukan berada pada dimensi dua—dimensi semesta itu sendiri.

Sampailah kita pada tahap akhir jika model kedua tadi diintegralkan sekali lagi terhadap dimensi panjang. Akan kita dapatkan **semesta kejadian berdimensi tiga (ruang)**, 3-sphere, yang identik dengan semesta kejadian kita. Dimanakah pusatnya? Tentu di dimensi empat tempat melengkungnya semesta kejadian berdimensi tiga ini. Jari-jari jagat raya ini, yang diukur dari semesta kita ke pusatnya disebut radius (S). Membayangkan benda berdimensi empat tentu mustahil, karena kita hanya dapat mengindera paling tinggi dimensi tiga – karena kita adalah makhluk berdimensi tiga.

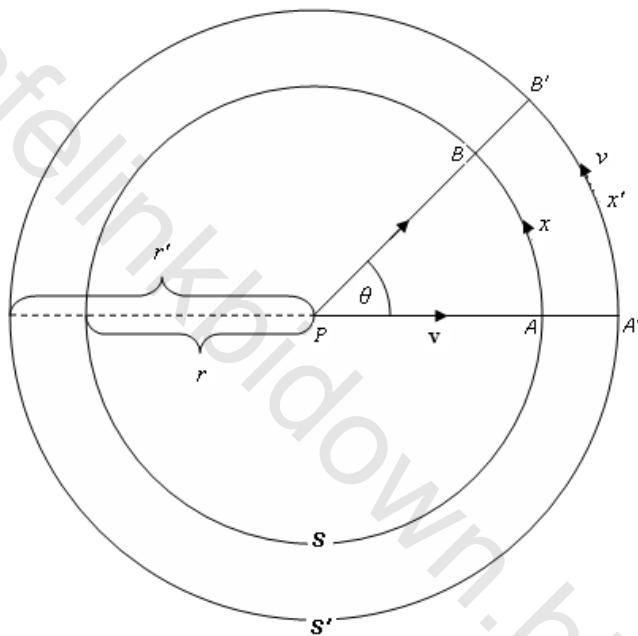
Kita tinjau ulang model semesta kita yang kedua, luas permukaan bola. Jika bola yang kita jadikan model adalah bola pejal dengan lapisan-lapisan yang jelas, maka kita dapatkan bahwa bola berdimensi tiga itu tersusun dari lapisan-lapisan luas permukaan bola yang berdimensi dua. Tiap lapisan memiliki jarak tertentu terhadap pusat bola. Jadi tiap kejadian yang berlangsung pada permukaan yang kita pilih, dimana pun itu (silahkan menggunakan tata koordinat bola), berjarak sama terhadap pusat bola, yakni R . Kejadian serupa terjadi pada balon, dimanapun noktah-noktah itu diletakkan pada permukaan balon, jarak kesemua noktah itu sama terhadap pusatnya (anggap balon berbentuk bola sempurna), maka jika terjadi ekspansi semua kejadian pada permukaan balon akan mengalami perubahan yang sama dan seragam.

Kembali ke model alam semesta kita: segala perubahan yang timbul akibat ekspansi jagat raya akan sama dan seragam terhadap semua kejadian (objek) di semesta yang sama, karena semua kejadian, dimana pun letaknya (asalkan masih berada dalam semesta yang ditinjau), memiliki jarak yang sama terhadap pusat ekspansi. Konsekuensi dari hal ini adalah, kelajuan ekspansi tampak (kelajuan menjauh objek dari pengamat pada semesta yang sama), rapat massa alam semesta, suhu rerata alam semesta, radiasi latar sisa Big Bang, dan faktor lainnya yang timbul sebagai manifestasi dari ekspansi ini, haruslah sama dan seragam. Eksistensi alam semesta ini ternyata mengikuti model ini, sehingga dapat kita pandang:

“Alam semesta kita, tempat segala kejadian teramatinya hanyalah salah satu lapisan dari banyak alam semesta yang melengkung menyusun jagat raya, dan mengembang berdasarkan rujinya (jari-jari) terhadap pusat jagat raya.”

LAJU EKSPANSI ALAM SEMESTA

Pengembangan alam semesta dapat dimodelkan dengan pengembangan keliling lingkaran akibat ekspansi dari radius lingkaran. Kecepatan semua titik pada keliling lingkaran menjauh dari pusat lingkaran kita sebut kecepatan ekspansi nyata, sedangkan kelajuan menjauh antara tiap titik pada keliling lingkaran kita sebut kecepatan ekspansi teramat. Mari kita perhatikan model ekspansi lingkaran berikut ini.



$$AB = x$$

$$A'B'=x'$$

$$x = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$x' = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r'$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v' = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Gambar 13.1 Diagram kecepatan dan sudut pengembangan alam semesta.

Dari gambar diatas diperlihatkan suatu lingkaran dengan pusatnya P , mengalami ekspansi dari pusatnya dengan pertambahan jari-jari dari r menjadi r' sehingga kelilingnya berubah dari s menjadi s' . Jika kita mengamati kejadian dari titik A , maka kita beranggapan bahwa titik A diam, dan memandang titik B bergerak sejauh

$$\Delta x = x' - x$$

$$\Delta x = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi(r' - r) \quad (13.8)$$

Kecepatan ekspansi B teramatii oleh A

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi(r' - r)}{\Delta t} \quad (13.9)$$

$$v = \frac{\theta \times 2\pi \Delta r}{360^\circ \Delta t} \quad (13.10)$$

Dengan beranggapan bahwa kecepatan ekspansi nyata v konstan, maka didapatkan $\frac{\Delta r}{\Delta t} = \text{konstan}$, sehingga didapatkan hubungan

$$v \propto \theta \quad (13.11)$$

Perhatikan bahwa besarnya θ bergantung pada jarak awal B terhadap A , yakni x . Jadi makin jauh jarak B terhadap A , makin besar θ , makin besar pula v , sehingga dapat ditarik kesimpulan:

“Kelajuan ekspansi teramati suatu objek berbanding lurus terhadap jaraknya. Makin jauh suatu objek yang diamati, makin besar kelajuananya menjauh.”

Kelajuan ekspansi teramati suatu objek kembali diberikan dalam hubungan

$$v = \frac{\theta \times 2\pi \Delta r}{360^\circ \Delta t} \quad (13.12)$$

mengingat $\theta = \frac{x}{2\pi r} \times 360^\circ$, maka didapatkan

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t r} x \quad (13.13)$$

Perhatikan bahwa $\frac{\Delta r}{\Delta t r}$ merupakan besaran kecepatan per jarak, dan x adalah jarak objek. Dengan mengganti simbol x menjadi d , Hubble mendapatkan persamaan berdasarkan pengamatan yakni

$$v = H d \quad (13.14)$$

Dengan H merupakan konstanta Hubble (kecepatan per jarak) yang saat ini bernilai rata-rata $75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ dan d merupakan jarak objek dalam megaparsec.

Usia maksimum alam semesta saat ini (t_0) dapat kita hitung dari pertambahan ruji total dari $t = 0$ sampai saat ini, yakni $\Delta r = r$ dan $\Delta t = t$ sehingga

$$H = \frac{\Delta r}{\Delta t r} \rightarrow t_0 = \frac{1}{H}$$

$$t_0 = \frac{1}{75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} = \frac{1}{75 \text{ km s}^{-1} 3,09 \times 10^{19} \text{ km}^{-1}} = 4,11 \times 10^{17} \text{ s}$$

atau sekitar 13 miliar tahun.

Misalkan suatu objek teramat berjarak d mengalami ekspansi dengan kecepatan $v = H d$. Saat selang waktu Δt sehingga waktu t' , jaraknya menjadi d' , yang tentunya lebih jauh daripada d . Apakah setelah menjauh, maka kelajuan ekspansi teramatinya menjadi lebih besar lagi? Jawabannya tidak, karena laju ekspansi teramat sebenarnya tidak bergantung terhadap jarak, melainkan hanya bergantung pada kecepatan ekspansi nyata \mathbf{v} dan sudut pengembangan θ , yang telah dinyatakan dengan persamaan

$$v = \frac{2\pi\theta}{360^\circ} \mathbf{v} \quad (13.15)$$

Karena sudut pengembangan selalu konstan, dan \mathbf{v} dapat kita anggap tidak berubah dalam rentang waktu yang sangat panjang, maka v juga konstan. Hal ini tidak akan bertentangan dengan Hukum Hubble, karena saat waktu t' , konstanta Hubble juga akan berubah. Telah dibahas sebelumnya bahwa konstanta Hubble didapatkan dari persamaan $H = \frac{\Delta r}{\Delta t r}$, atau dengan mengganti r menjadi S ,

$$H_0 = \frac{\Delta S}{\Delta t S_0} \quad (13.16)$$

Karena $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \mathbf{v}$, maka:

$$H_0 = \frac{\mathbf{v}}{S_0} \quad (13.10)$$

Saat waktu mencapai t' , maka radius S akan bertambah besar menjadi

$$S' = \mathbf{v} t' \quad (13.17)$$

Dan didapatkan

$$H = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v} t'} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}(t_0 + \Delta t)} = \frac{\mathbf{v}}{S_0 + \mathbf{v} \Delta t} \quad (13.18)$$

Dimana	\mathbf{v}	=	$0,85 c = 2,55 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1}$
	S_0	=	3 374 Mpc
	$\mathbf{v} \Delta t$	dalam satuan Mpc	

Jadi dalam kurun waktu yang panjang, nilai H akan semakin mengecil sebanding dengan d yang semakin membesar.

HORIZON PARTIKEL

Berbekal pelajaran IPA SD tentunya kita mengetahui bahwa kita dapat melihat suatu benda karena benda itu memancarkan cahaya (tak peduli sinar yang dihasilkan sendiri ataupun pantulan) dan ditangkap oleh mata yang kemudian diproses di otak. Bagaimana jika objek tersebut bergerak menjauhi kita dengan kecepatan yang lebih cepat dari kecepatan cahaya? Tentunya cahaya yang dipancarkan oleh benda tadi tidak akan pernah sampai ke mata kita, atau dengan kata lain benda itu tak dapat kita lihat. Pada bagian sebelumnya kita juga telah mengetahui kelajuan menjauh objek di alam semesta memenuhi

$$v = \frac{2\pi\theta}{360^\circ} v$$

Dengan θ adalah sudut pengembangan dan v adalah kecepatan ekspansi mutlak, yang besarnya $0,85 c$. Jadi suatu benda tidak akan terlihat jika kelajuan ekspansi relativnya sama dengan kecepatan cahaya sehingga sudut pengembangannya

$$\theta = \frac{360^\circ}{2\pi \times 0,85}$$

Karena $\theta = \frac{d}{K} \times 360^\circ$, dengan d jarak dan K keliling alam semesta sehingga horizon partikel alam semesta yaitu:

$$d = \frac{360^\circ}{2\pi \times 0,85} \times \frac{2\pi S_0}{360^\circ}$$

$$d = \frac{3374 \text{ Mpc}}{0,85}$$

$$d \approx 4000 \text{ Mpc} \approx 13 \text{ miliar tahun cahaya}$$

Atau langsung menggunakan persamaan Hubble $v = Hd$ dengan substitusi $v = c$ didapatkan pula $d \approx 4000 \text{ Mpc}$. Inilah yang disebut ‘batas waktu’ pandangan kita.

SOAL LATIHAN AKHIR

- I. Soal pilihan ganda (1–17). Berilah tanda silang (X) pada jawaban yang benar di lembar jawab!**

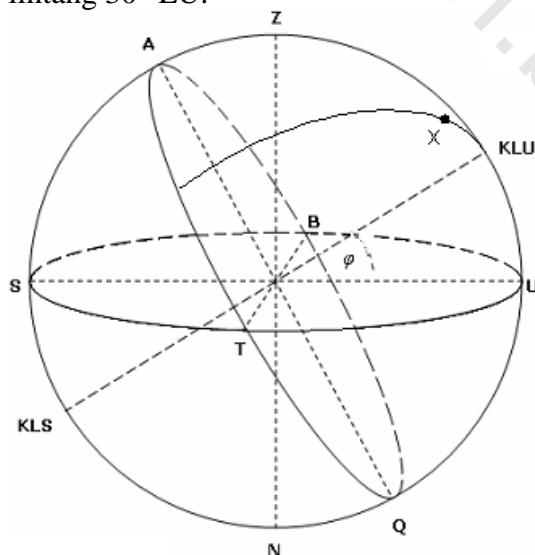
 1. Teleskop reflektor dan refraktor dibedakan berdasarkan....
 - A. diameternya
 - B. jenis eyepiece-nya
 - C. jenis collector-nya
 - D. panjang fokusnya
 - E. harganya
 2. Sebuah asteroid ditemukan dengan sudut elongasi maksimum 36° . Maka kemungkinan orbit asteroid itu adalah...
 - A. lebih dekat ke Matahari daripada Merkurius
 - B. antara Merkurius dan Venus
 - C. antara Venus dan Bumi
 - D. antara Bumi dengan Mars
 - E. antara Mars dengan Jupiter
 3. Gerak benda langit dari barat ke timur (berlawanan arah jarum jam) disebut...
 - A. direct
 - B. indirect
 - C. retrograde
 - D. helix
 - E. gerak langsung
 4. Andaikan Bulan tiba-tiba berhenti berevolusi, maka yang akan terjadi adalah sebagai berikut, kecuali...
 - A. wajah Bulan akan tampak dari Bumi berubah dari hari ke hari
 - B. Bulan akan menabrak Bumi dalam waktu sekitar lima hari
 - C. Bulan akan lepas dari orbit Bumi dan mengorbit Matahari
 - D. Bulan tidak terbit dan tidak terbenam
 - E. timbul kepanikan di mana-mana
 5. Spektrum sebuah bintang didominasi oleh pita Titanium Oksida (TiO). Dari keberadaan pita molekul ini kita dapat memperkirakan temperatur bintang ini adalah...

A. 7.500 – 11.000	B. 3.500 – 5.000
C. 6.000 – 7.500	D. 2.500 – 3.500
E. 5.000 – 6.000	
 6. Puncak spektrum pancaran bintang A terdeteksi pada panjang gelombang 2000 \AA , sedangkan puncak spectrum bintang B berada pada panjang gelombang 6500 \AA , berdasarkan data ini maka
 - A. Bintang A 0,31 kali lebih terang daripada bintang B
 - B. Bintang B 0,31 kali lebih terang daripada bintang A
 - C. Bintang A 3,25 kali lebih terang daripada bintang B
 - D. Bintang B 3,25 kali lebih terang daripada bintang A
 - E. Bintang A sama terangnya dengan bintang B
 7. Di antara planet-planet berikut ini, planet yang tidak pernah terokultasi/ter tutup oleh Bulan purnama adalah:

A. Saturnus	B. Venus
C. Mars	D. Jupiter
E. Neptunus	

8. Pilih pernyataan yang BENAR
- jika Bulan hari ini terbit pukul 18:00, besok hari ia akan terbit pada waktu yang sama
 - di Kutub Utara selama bulan Juli, Matahari tidak pernah terbenam
 - pada setiap bulan baru akan selalu terjadi gerhana Matahari
 - dalam orbitnya mengelilingi Bumi, Bulan selalu menampakkan muka yang sama karena Bulan tidak berotasi pada sumbunya
 - terjadi 4 musim di Bumi disebabkan oleh perputaran Bumi pada porosnya
9. Bintang dengan suhu mencapai 7.000° K namun radiusnya hanya kurang dari $0,8 R_{\odot}$ adalah bintang golongan...
- I
 - II
 - V
 - Cepheid
 - Katai Putih
10. Matahari dan Bulan memiliki diameter sudut yang hampir sama jika dilihat dari Bumi, tetapi Bulan 400 kali lebih dekat ke kita. Dapat disimpulkan bahwa...
- Diameter Bulan hampir sama dengan Matahari
 - Diameter Bulan sekitar 400 kali lebih besar daripada Matahari
 - Diameter Bulan sekitar 400 kali lebih kecil daripada Matahari
 - Diameter Bulan sekitar 160.000 kali lebih besar daripada Matahari
 - Diameter Bulan sekitar 160.000 kali lebih kecil daripada Matahari
11. Jarak terdekat komet Halley adalah $8,9 \times 10^{10}$ meter dari Matahari. Periodenya $P = 76$ tahun. Berapakah eksentrisitas, e , lintasannya?
- | | |
|----------|----------|
| A. 0,667 | B. 0,767 |
| C. 0,867 | D. 0,967 |
| E. 0,980 | |
12. Seorang astronot memiliki bobot 60 N di Bumi. Berapakah bobotnya pada sebuah planet yang mempunyai rapat massa yang sama dengan rapat massa Bumi tetapi radiusnya 2 kali radius Bumi. ($g_{Bumi} = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- 102,0 N
 - 112,5 N
 - 120,0 N
 - 132,5 N
 - 142,0 N
13. Sebuah bintang dengan paralaks $0,158''$ dan *proper motion* sebesar $3'',00/\text{tahun}$. Kecepatan tangensial bintang tersebut adalah....
- | | |
|-------------|---------------|
| A. 70 km/s | B. 90 km/jam |
| C. 90 km/s | D. 120 km/jam |
| E. 120 km/s | |
14. Pada hari ke-tiga siklus Bulan, saat matahari terbit tepat berada di horizon maka altitude Bulan adalah sekitar...
- 30°
 - 45°
 - 60°
 - 90°
 - 120°

15. Bila magnitudo absolut supernova tipe II pada saat maksimum adalah $M_V = -18$ dan diketahui serapan rata – rata per satuan jarak (AV/d) = 2 mag/kpc , maka saat survey Supernova di galaksi dengan mata bugil hanya bisa diamati pada jarak...
- Kurang dari 5 kpc
 - Kurang dari 10 kpc
 - Hanya antara 5 dan 10 kpc
 - Kurang dari 3 kpc
 - Berapa saja, karena supernova sangat terang
16. Bila jarak Bumi – Matahari rata – rata $1,496 \times 10^5$ km dilihat dari bintang alpha Centaury yang berjarak sekitar 4,5 tahun cahaya dari Matahari, maka jarak sudut Bumi – Matahari adalah....
- 0,30 detik busur
 - 4,5 detik busur
 - 1,4 detik busur
 - 0,75 detik busur
 - 14,9 detik busur
17. Mars akan tampak paling pada saat oposisinya yang berperiode sekitar....
- 8 bulan
 - 12 bulan
 - 23 bulan
 - 26 bulan
 - tidak tahu
18. Berikut merupakan bola langit yang menyatakan posisi bintang X oleh pengamat di lintang 30° LU.



- $(-3^h, +10^\circ)$
- $(+18^h, -10^\circ)$
- $(+21^h, +80^\circ)$
- $(315^\circ, +5^h 20^m)$
- $(45^\circ, 80^\circ)$

19. Sebuah bintang dengan luminositas 100 kali luminositas Matahari dan jaraknya satu juta kali lebih jauh dari Matahari. Energi radiasi bintang tersebut dibanding dengan Matahari yang sampai ke Bumi yaitu ... kali
- 10^{-8}
 - 10^{-9}
 - 10^{-10}
 - 10^{-11}
 - 10^{-12}
20. Bintang A, B dan C dengan magnitudo mutlak berturut-turut 3,0, 2,3, dan 0,5. Jika jaraknya masing-masing 10 pc, 20 pc dan 42 pc, maka urutan bintang-bintang tadi dari yang paling terang diamati dari Bumi ialah...
- A, B, C
 - B, A, C
 - C, A, B
 - A, C, B
 - B, C, A

II. Soal Essay (1-9). Jawablah soal-soal berikut di lembar jawab!

- Urutkan benda-benda berikut sesuai dengan percepatan gravitasinya (dari nilai kecil ke besar) mengelilingi Bumi:
 - sebuah stasiun luar angkasa dengan massa 200 ton dan berjarak 6580 km dari Bumi
 - seorang astronot dengan massa 60 kg dan berjarak 6580 km dari Bumi
 - sebuah satelit dengan massa 1 ton dan berjarak 418000 km dari Bumi
 - Bulan dengan massa $7,4 \times 10^{19}$ ton dan berjarak 384000 km dari Bumi
 Jelaskan!
- Lima bintang mempunyai data sebagai berikut:

Bintang	B	V	M _V
A	9.84	10.08	-1.1
B	11.50	11.50	+0.7
C	14.88	14.31	+4.4
D	10.64	8.72	-5.0
E	13.10	12.44	+5.1

 - Bintang mana yang paling terang dilihat mata?
 - Bintang mana yang paling panas permukaannya?
 - Bintang mana yang paling dekat?
 - Bintang mana yang paling besar radiusnya?
 - Jelaskan alasan masing-masing jawaban! (Absorpsi diabaikan)
- Bintang A dan bintang B mempunyai kelas spektrum dan kelas luminositas yang sama. Magnitudo visual bintang A adalah $m_A = 12$ sedangkan bintang B adalah $m_B = 17$. Apabila absorpsi oleh materi antar bintang dan oleh atmosfer Bumi diabaikan, tentukanlah bintang mana yang jaraknya lebih jauh!

4. Sebuah satelit buatan bergerak dalam orbit lingkaran sekitar Bumi, memerlukan 90 menit untuk melengkapi satu revolusi. Apabila periode orbit Bulan mengitari Bumi sebesar 27,32 hari, hitung tinggi satelit di atas Bumi !
5. Jika terjadi suatu hujan meteor selama 3 hari, berapakah ketebalan sabuk meteor tersebut?
6. Tentukanlah massa Pluto dinyatakan dalam massa Matahari, jika diketahui bahwa satelit planet tersebut yaitu Charon, mengelilinginya dengan periode 6,4 hari. (Jarak Pluto - Charon 0,00013 satuan astronomi).
7. Pada spektrum sebuah bintang, garis kalsium dengan panjang gelombang 4227 \AA bergeser ke arah ungu sebesar 0.70 \AA . Hitunglah kecepatan bintang sepanjang garis pandang pengamat, dan tentukan apakah bergerak mendekati atau menjauhi pengamat.

8.

Bintang	Mv	B	V
1	+2.35	+2.10	+1.90
2	+4.30	+6.25	+6.35
3	+5.25	-0.50	-0.65
4	-0.55	+2.15	-2.00
5	+1.00	+0.00	+1.15

Berdasarkan data pada tabel, tentukanlah:

- Bintang paling besar radiusnya
 - Bintang paling terang dilihat mata
 - Bintang paling terang dalam plat fotografi
 - Bintang paling panas dan paling dingin
 - Bintang paling jauh dan paling dekat
9. Tiga buah bintang ganda terdiri dari komponen A, B dan C. Bintang A tiga kali lebih terang dari B dan B empat kali lebih terang dari C. Jika magnitudo semu bintang A adalah 3.45, carilah magnitudo bintang B dan C serta magnitudo total sistem.
10. Paralaks 2 buah bintang adalah $0''.074$ dan $0''.047$. Kedua bintang itu terletak pada asensiorekta yang sama, tetapi deklinasinya masing-masing adalah 62° N dan 56° N . Hitung jarak bintang-bintang tersebut dari Matahari, serta jarak antar keduanya!

SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Sebuah planet bermassa $M = 1,65 \cdot 10^{30}$ kg bergerak mengelilingi Matahari dengan kecepatan $v = 32,9$ km/s (dalam kerangka Matahari). Hitung periode revolusi planet ini! Anggap lintasan planet melingkar.

Penyelesaian : Gaya sentripetal yang menyebabkan planet bergerak melingkar adalah gaya gravitasi, sehingga dengan hukum Newton $F = m a$.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

Periode planet (waktu satu putaran) adalah:

$$r = \frac{vT}{2\pi} \rightarrow T = \frac{2\pi GM}{v^3} = 225 \text{ hari}$$

2. Periode revolusi Jupiter 12 kali periode revolusi Bumi. Anggap orbit planet melingkar, Tentukanlah :

- a) Perbandingan jarak Jupiter-Matahari dengan Bumi-Matahari!
b) kecepatan dan percepatan planet Jupiter dalam kerangka Matahari!

Penyelesaian :

- a) Anggap suatu planet berputar mengelilingi Matahari dengan periode T dan jari-jari orbit r . Dari perbandingan Keppler diperoleh :

$$\frac{r_Y}{r_B} = \left(\frac{T_Y}{T_B} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Didapatkan } r_Y = 12^{\frac{2}{3}} = 5,2 r_B$$

- b) Percepatan planet Jupiter dalam kerangka Matahari dapat dicari dengan rumus Newton $F = m a$.

$$m_Y a = \frac{GMm_Y}{r_Y^2}$$

$$a = \frac{GM}{r_Y^2} = \frac{GM}{(5,2r_B)^2} = \frac{1}{(5,2r_B)^2} g$$

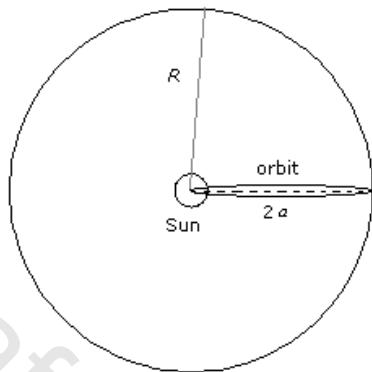
Karena $a = \frac{v^2}{r}$, maka kecepatan sirkuler Jupiter adalah:

$$v_Y = \sqrt{\frac{GM}{5,2r_B}}$$

3. Sebuah benda kecil jatuh ke Matahari dari jarak yang sama dengan jari-jari Bumi. Kecepatan awal benda nol menurut Matahari. Dengan menggunakan metode Keppler, tentukan berapa lama benda akan jatuh!

Penyelesaian :

Benda yang jatuh ke Matahari dapat dianggap sebagai suatu planet kecil yang lintasan elipsnya sangat pipih yang sumbu semi mayornya adalah $\frac{r}{2}$, sehingga



$$\left(\frac{T_{\text{benda}}}{T_{\text{Bumi}}}\right)^2 = \left(\frac{r/2}{r}\right)^3$$

Waktu jatuh adalah t , yaitu waktu benda menuju ke Matahari $= \frac{1}{2} T_{\text{benda}}$.

$$t = \frac{T_{\text{Bumi}}}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{365,25}{2\sqrt{8}} = 64,6 \text{ hari}$$

4. Sebuah sistem bintang kembar terdiri dari dua bintang yang bergerak mengelilingi pusat massa sistem akibat gaya gravitasi. Hitung jarak antara kedua bintang dalam sistem ini jika massa total sistem M !

Penyelesaian :

Menurut rumus pusat massa $M_1 a_1 = M_2 a_2$

Dengan $a_1 + a_2 = a$

Dari kedua persamaan itu kita peroleh:

$$\frac{M - M_2}{M_2} = \frac{a - a_1}{a_1} \rightarrow a_1 = \frac{M_2 a}{M}$$

Gaya tarik antara kedua bintang : $F_1 = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$

Karena gaya F_1 ini memberikan gaya sentripetal pada bintang M_1 , maka:

$$M_1 \omega R_1 = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

Karena $\omega = \frac{2\pi}{T}$ maka kita peroleh:

$$R = \left[GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

5. Pada ketinggian berapa di atas permukaan Bumi (di daerah kutub) percepatan jatuh bebas akan berkurang satu persen?

Penyelesaian :

Dari rumus perbandingan gravitasi pada ketinggian h ,

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

Dengan besar $g' = 0,99 g$ dan $R = 6400 \text{ km}$,

$$0,99 = \left(\frac{6400}{6400+h} \right)^2$$

$$6400+h = \sqrt{\frac{6400^2}{0,99}} \rightarrow h = 32,24 \text{ km}$$

6. Hitung jari-jari lintasan suatu satelit geostasioner (satelit yang setiap saat berada di atas suatu titik yang sama pada permukaan Bumi)! Hitung juga kecepatan dan percepatan satelit tersebut relatif terhadap Bumi!

Penyelesaian :

Pada satelit geostasioner, periodenya sama dengan periode Bumi yaitu 24 jam ($8,64 \cdot 10^4$ s). Anggap r adalah radius lintasan dari pusat Bumi.

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r}$$

$$r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} = \frac{(6,67 \cdot 10^{-11})(6 \cdot 10^{24})(8,64 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}$$

$$r = 42,3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Percepatan satelit adalah percepatan sentripetal

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$a = 0,224 \text{ m/s}^2$$

Kecepatan satelit

$$v = \sqrt{0,224 \times r} = 3076 \text{ m/s}$$

7. Suatu satelit bergerak melingkar di atas khatulistiwa dengan jari-jari $r = 2,00 \cdot 10^7$ m. Satelit ini bergerak dari barat ke timur dan kelihatan di titik tertentu pada khatulistiwa setiap $t = 11,6$ jam. Dari data-data ini hitunglah massa Bumi!

Penyelesaian :

Diketahui $S = +11,6$ jam (searah dengan T_{Bumi}) dan $T_{Bumi} = 24$ jam

Kecepatan satelit, T_s adalah:

$$T_s = \frac{T_{Bumi} \times S}{T_{Bumi} + S} = 7,82 \text{ jam} = 2,815 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Dengan memnggunakan rumus Keppler seperti pada soal di atas:

$$r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 5,975 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

8. Suatu satelit bergerak melingkar dari timur ke barat di atas khatulistiwa dengan jari-jari $r = 1,00 \cdot 10^4$ km. Hitunglah kecepatan satelit dalam kerangka tetap terhadap permukaan Bumi!

Penyelesaian :

Kecepatan satelit terhadap pusat Bumi, v_s dapat dihitung dengan rumus kecepatan sirkuler:

$$v_s = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Dengan memasukkan nilai $M = 6.10^{24}$ kg dan $r = 1,00.10^7$ m, didapatkan nilai $v = 6,326.10^3$ m/s.

Kecepatan linier Bumi dengan $R = 6\ 400$ km:

$$v_B = \frac{2\pi R}{T} = 465 \text{ m/s}$$

Karena arah putaran Bumi dan satelit berlawanan, maka kecepatan relatif dijumlahkan.

$$v' = v_B + v_s = 6\ 882 \text{ m/s}$$

9. Suatu pesawat luar angkasa mengorbit dalam lintasan melingkar dekat permukaan Bumi. Berapa besar tambahan kecepatannya agar pesawat ini dapat lepas dari pengaruh gravitasi Bumi?

Penyelesaian :

Kecepatan orbit pesawat dekat permukaan Bumi adalah $v_0 = \sqrt{gR_B}$.

Untuk mengatasi gravitasi, pesawat harus memiliki *escape velocity* sebesar :

$$v_e = \sqrt{2gR_B}$$

Jadi tambahan kecepatan yang harus diberikan pada pesawat adalah:

$$\Delta v = v_{esc} - v_0 = \sqrt{gR_B} \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$\Delta v = \sqrt{9,8 \times 6,37 \cdot 10^6} \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$\Delta v = 3\ 272 \text{ m/s}$$

10. Berapa usaha minimum yang harus dilakukan untuk membawa suatu pesawat luar angkasa bermassa $m = 2,0 \cdot 10^3$ kg dari permukaan Bumi ke permukaan Bulan?

Penyelesaian :

Usaha minimum yang diperlukan adalah usaha yang dilakukan untuk melawan resultan gaya gravitasi Bumi dan Bulan. Usaha ini sama dengan beda energi potensial pesawat pada permukaan Bumi dan pada permukaan Bulan.

Energi potensial ketika pesawat berada di permukaan Bumi

$$U_1 = -\frac{GM_B m}{R_B} - \frac{GM_b m}{r}$$

Dimana r adalah jari-jari orbit Bulan.

Energi potensial pesawat pada permukaan Bulan adalah:

$$U_2 = -\frac{GM_b m}{R_b} - \frac{GM_B m}{r}$$

Jadi perubahan energi potensial pesawat

$$\Delta U = U_1 - U_2$$

$$\Delta U = -\frac{Gm}{r} (M_b - M_B) - Gm \left(\frac{M_B}{R_B} - \frac{M_b}{R_b} \right)$$

(r sangat besar dibandingkan dengan R_B dan R_b), atau

$$\Delta U = 1,3 \cdot 10^8 \text{ kJ}$$

11. Diketahui radius Bulan $1\ 738$ km dan jaraknya dari Bumi $3,844 \cdot 10^5$ km. Diameter sudut Bulan dilihat dari Bumi adalah....

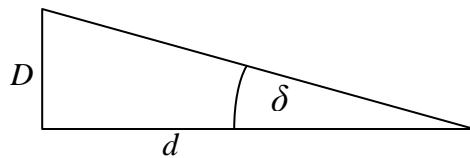
Penyelesaian :

$$\text{Diameter bulan} = 2r = 3\ 476 \text{ km}$$

$$\tan \delta = \frac{D}{d}$$

$$\delta = \arctan \frac{3\ 476}{384\ 400}$$

$$\delta = 0^\circ,518 = 31',1$$



12. Diketahui fluks Matahari $F = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ dan albedo Bumi sekitar $0,4$. Tentukanlah suhu teoritis permukaan Bumi saat siang hari (anggap tidak ada konveksi kalor di atmosfer dan $e = 1$) jika diketahui $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-11}$!

Penyelesaian :

Besarnya iradiansi Matahari dinyatakan dengan $I = F \times t$, sehingga untuk $t = 1 \text{ s}$ didapatkan $I = 1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$.

$$E \times (1 - \text{albedo}) = e \sigma T^4$$

$$T^4 = \frac{E}{e\sigma} (1 - 0,4)$$

$$T^4 = \frac{1,368 \cdot 10^3}{(1) (5,67 \cdot 10^{-8})} \times 0,6$$

$$T = 347 \text{ K} \approx 73^\circ \text{ C}$$

13. Diketahui temperatur efektif Matahari $5\ 778 \text{ K}$. Tentukan panjang gelombang maksimum yang dipancarkan Matahari!

Penyelesaian :

$$\lambda_{maks} = \frac{C}{T}$$

$$\lambda_{maks} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{5\ 778}$$

$$\lambda_{maks} = 5,192 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 5\ 200 \text{ \AA}$$

14. Diketahui bintang Barnard (bintang dengan gerak sejati terbesar) dengan proper motion $\mu = 10'',25$ per tahun. Berapa waktu yang diperlukan oleh bintang Barnard untuk melintasi sekali penuh bidang langit?

Penyelesaian :

Untuk melintasi penuh bidang langit berarti menempuh sudut sebesar 360° .

$$t = \frac{\theta}{\mu} = \frac{360^\circ \times 60' \times 60''}{10'',25}$$

$$t = 126\ 400 \text{ tahun}$$

15. Sebuah bintang memancarkan panjang gelombang $4\ 215\ \text{\AA}$, yang mana identik dengan panjang gelombang $4\ 200\ \text{\AA}$ pada eksperimen laboratorium. Tentukan kecepatan radial bintang tersebut!

Penyelesaian :

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \times c$$

$$v_r = \frac{4\ 215 - 4\ 200}{4\ 200} \times 300\ 000 \text{ km/s}$$

$$v_r = 1\ 071 \text{ km/s}$$

16. Proper motion sebuah bintang adalah $0'',4$ per tahun dan paralaksnya $0'',03$. Jika kecepatan radialnya $0,001 c$, tentukanlah jarak dan kecepatan total bintang itu.

Penyelesaian :

Jarak bintang dari Bumi dapat dicari dengan rumus $d = \frac{1}{p}$ sehingga didapatkan jarak bintang tersebut $33,3 \text{ pc}$. Kecepatan tangensialnya adalah:

$$v_t = \frac{4,74\mu}{p}$$

$$v_t = \frac{4,74(0'',4)}{(0'',03)} = 63,2 \text{ km/s}$$

Kecepatan radial $v_r = 0,001 c = 300 \text{ km/s}$. Kecepatan totalnya dapat dicari dengan

$$v^2 = v_r^2 + v_t^2$$

Dengan memasukkan data yang ada didapatkan $v = 306,6 \text{ km/s}$.

17. Bintang ganda dengan paralaks $0'',16$ dan sudut sumbu semi mayornya $\alpha = 3'',20$ dengan periode 40 tahun. Jika diketahui $a_{\text{primer}} : a_{\text{sekunder}} = 2 : 3$ tentukanlah massa masing-masing bintang tersebut!

Penyelesaian :

$$\frac{(a/p)^3}{P^2} = M_p + M_s$$

$$\frac{M_s}{M_p} = \frac{a_p}{a_s}$$

$$\frac{(3'',20/0'',16)^3}{40^2} = M_p + M_s$$

$$\frac{M_s}{M_p} = \frac{2}{3}$$

$$M_p + M_s = 5M_\odot$$

$$M_s : M_p = 2 : 3$$

Jadi : $M_s = \frac{2}{2+3} \times 5M_\odot = 2M_\odot$

$$M_p = \frac{3}{2+3} \times 5M_\odot = 3M_\odot$$

18. Diketahui bintang A dengan paralaks $0,01''$ dan magnitudo semunya +4. Jika bintang B dengan magnitudo mutlak +4, maka berapa kaliakah luminositas bintang A dibanding bintang B?

Penyelesaian :

Untuk membandingkan luminositas, perlu diketahui terlebih dahulu magnitudo mutlak bintang A.

$$m - M = -5 + 5 \log \frac{1}{p}$$

$$M = 4 + 5 - 5 \log \frac{1}{0,01}$$

$$M = -1$$

Perbandingan luminositas bintang A dan bintang B adalah:

$$M_A - M_B = -2,5 \log \frac{L_A}{L_B}$$

$$-1 - 4 = -2,5 \log \frac{L_A}{L_B}$$

$$\frac{-5}{-2,5} = \log \frac{L_A}{L_B}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = 100 \quad \rightarrow \quad L_A = 100 L_B$$

19. Suatu bintang diamati pada jarak zenit 30° magnitudo semunya adalah 5,4, sedangkan pada waktu diamati pada jarak zenit 60° magnitudo semunya 6,0. Tentukan magnitudo bintang tersebut sebelum mengalami peneyrapan atmosfer Bumi!

Penyelesaian :

Diketahui: $\zeta_1 = 60^\circ \rightarrow m_1 = 6,0$

$$\zeta_2 = 30^\circ \rightarrow m_2 = 5,4$$

$$m_0 = \dots ?$$

$$\circ \quad \tau_0 = \frac{m_1 - m_2}{1,086(\sec \zeta_1 - \sec \zeta_2)} = \frac{6,0 - 5,4}{1,086(\sec 60^\circ - \sec 30^\circ)} = 0,654$$

$$\circ \quad m_1 - m_0 = 1,086 \tau_0 \sec \zeta_1$$

$$m_0 = m_1 - 1,086 \tau_0 \sec \zeta_1$$

$$m_0 = 6,0 - (1,086)(0,654)(\sec 60^\circ)$$

$$m_0 = 4,58$$

20. Diketahui magnitudo visual suatu bintang $V = 7,3$ dan magnitudo biru $B = 8,0$. Warna intrinsik bintang ini adalah $(B-V)_0 = 0,1$ dan magnitudo mutlaknya $M_V = 3,0$. Apabila koefisien adsorbsi MAB-nya normal maka tentukanlah:

- Magnitudo intrinsik (B_0 dan V_0).
- Jarak bintang tersebut dari Bumi.

Penyelesaian :

Diketahui: $B = 8,0$ $(B-V) = 8,0 - 7,3 = 0,7$
 $V = 7,3$ $M_V = 3,0$
 $(B-V)_0 = 0,1$ $R = \text{normal} = 3,2$

- Pengurangan magnitudo (A_V) dapat diperoleh dari rumus:

$$A_V = R \times E_{BV}$$

$$A_V = R \times ((B-V) - (B-V)_0)$$

$$A_V = (3,2)(0,7 - 0,1) = 1,92$$

$$\begin{aligned} \circ \quad A_V &= V - V_0 \rightarrow V_0 = V - A_V \\ &\quad V_0 = 7,3 - 1,92 \\ &\quad V_0 = 5,38 \\ \circ \quad (B-V)_0 &= 0,1 \rightarrow B_0 - V_0 = 0,1 \rightarrow B_0 = V_0 + 0,1 \\ &\quad B_0 = 5,38 + 0,1 \\ &\quad B_0 = 5,48 \end{aligned}$$

- Gunakan rumus Pogson untuk jarak dengan menggunakan V_0 dan M_V .

$$d = 10^{0,2(V_0 - M_V + 5)}$$

$$d = 10^{0,2(5,38 - 3 + 5)}$$

$$d = 10^{1,476}$$

$$d = 29,92 \text{ parsec}$$

21. Diketahui planet Merkurius dengan aphelium 69,83 AU dan perihelium 45,97 AU. Carilah eksentrisitasnya.

Penyelesaian :

$$e = \frac{Q - q}{Q + q}$$

Dengan memasukkan nilai Q dan q didapatkan nilai eksentrisitas orbit, $e = 0,206$

22. Sebuah planet dengan orbit yang memenuhi persamaan $y^2 = 227^2 - 0,9957^2 x^2$, dengan x , y dalam AU. Tentukan eksentrisitas orbit dan panjang sumbu semi-mayor planet tersebut!

Penyelesaian :

Dengan persamaan orbit $y^2 = b^2 - E^2 x^2$ didapatkan:

$$e = \sqrt{1 - E^2} = \sqrt{1 - 0,9957^2} = 0,093$$

$$a = \frac{b}{E} = \frac{227}{0,9957} = 228 \text{ AU}$$

23. Sebuah sistem bintang bertiga memiliki magnitudo total 0,0. Bintang A dan B masing-masing memiliki magnitudo 1,0 dan 2,0. Tentukanlah magnitudo komponen ketiga (sebut bintang C).

(OSN 2008 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$m_{tot} = 0,0$$

$$m_A = 1,0$$

$$m_B = 2,0$$

$$(i) \quad m_A - m_B = -2,5 \log \frac{E_A}{E_B}$$

$$\log \frac{E_A}{E_B} = \frac{-1}{-2,5}$$

$$\frac{E_A}{E_B} = 2,512$$

$$(ii) \quad m_{tot} - m_A = -2,5 \log \frac{E_{tot}}{E_A}$$

$$\log \frac{E_{tot}}{E_A} = \frac{-1}{-2,5}$$

$$\frac{E_{tot}}{E_A} = 2,512$$

Dari (i) dan (ii) dapat disimpulkan

$$E_A = 2,512 E_B \text{ dan } E_{tot} = 2,512 E_A$$

$$\text{Maka } E_{tot} = 2,512 \times 2,512 = 6,31 E_B$$

$$E_C = E_{tot} - E_A - E_B$$

$$E_C = 6,31 E_B - 2,512 E_B - E_B = 2,798 E_B$$

$$\text{Jadi: } m_C = m_B - 2,5 \log \frac{E_C}{E_B}$$

$$m_C = 2 - 2,5 \log \frac{2,798}{1}$$

$$m_C = 0,88$$

24. Sebuah satelit ketika berada di perihelium menerima fluks Matahari sebesar F_0 , ketika di aphelium ia menerima sebesar $0,2F_0$. Eksentrisitas orbit itu adalah

(OSP 2007 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$F = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow r \propto \sqrt{\frac{1}{F}}$$

$$Q = r' = \sqrt{5}$$

$$q = r_0 = 1$$

$$F' = 1/5 F_0$$

$$r' = \sqrt{\frac{1}{1/5}} r_0$$

$$e = \frac{Q - q}{Q + q} = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1}$$

$$e = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1} \times \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} - 1} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

25. Diketahui Bumi mempunyai setengah sumbu panjang $a_B = 1$ SA dan eksentrisitas $e_B = 0,017$ sedangkan Merkurius mempunyai $a_M = 0,39$ SA dan $e_M = 0,206$.
Hitunglah elongasi maksimum dan minimum planet Merkurius!

(OSN 2008 Bidang Astronomi)

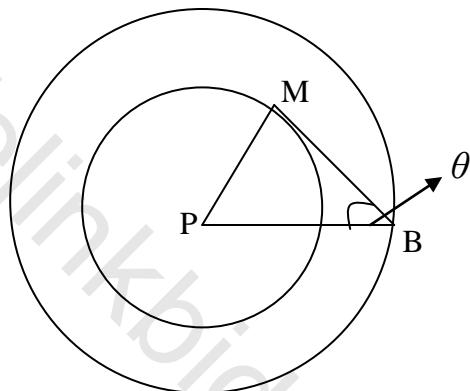
Penyelesaian :

$$Q_B = a_B(1 + e_B) = 1,017 \text{ AU}$$

$$q_B = a_B(1 - e_B) = 0,983 \text{ AU}$$

$$Q_M = a_M(1 + e_M) = 0,47034 \text{ AU}$$

$$q_M = a_M(1 - e_M) = 0,39066 \text{ AU}$$



- a) elongasi maksimum terbesar adalah pada saat jarak Bumi-Matahari terkecil dan jarak Merkurius-Matahari terbesar.

$$\frac{PM}{PB} = \frac{Q_M}{q_B} \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{0,47034}{0,983}$$

$$\theta = 28,586^\circ$$

- b) elongasi maksimum terkecil adalah pada saat jarak Bumi-Matahari terbesar dan jarak Merkurius-Matahari terkecil.

$$\frac{PM}{PB} = \frac{q_M}{Q_B} \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{0,30966}{1}$$

$$\theta = 18,04^\circ$$

26. Pak Anu dengan tinggi badan 170 cm berangkat dari Greenwich berkeliling dunia siang hari tanggal 15 Desember 2009. Namun naas kapalnya karam karena alasan yang tidak ingin saya beritahukan. Pak Anu terdampar di sebuah pulau tepat seminggu kemudian. Ia mendapati panjang bayangannya yang terpendek adalah 44 cm ke arah utara pada jam 18.30 (jamnya masih menggunakan waktu GMT). Tentukanlah kemungkinan posisi Pak Anu dan sampaikan pada tim SAR agar beliau bisa selamat.

Penyelesaian :

a) Bujur (λ)

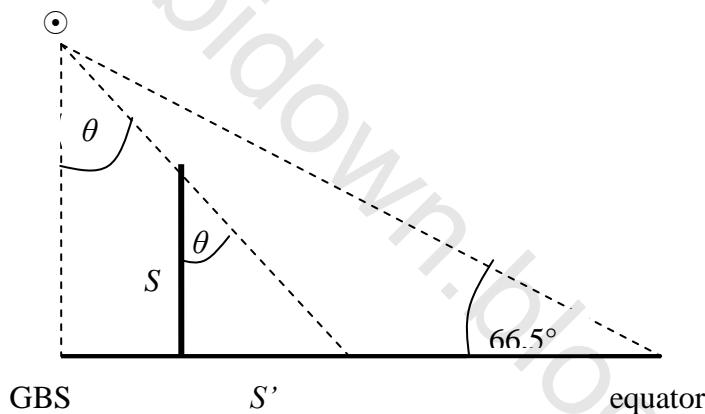
Bayangan terpendek terjadi jika Matahari tepat berada pada bujur pengamat (pada tengah hari waktu setempat). Karena tinggi bayangan terpendek terjadi pada jam 12.00 waktu setempat, maka posisi Pak Anu dari GMT (bujur 0°) adalah $12.00 - 18.30 = -6^{\text{h}}30^{\text{m}}$. Karena $1^{\text{h}} = 15^\circ$ maka:

$$\lambda = -6^{\text{h}}30^{\text{m}} \times 15^\circ$$

$$\lambda = -90^\circ 450'$$

$\lambda = 97^\circ 30' 00''$ BB (ingat, tanda (-) berarti di sebelah barat GMT)

b) Lintang (ϕ)



$$S = 170\text{cm}$$

$$S' = 44\text{cm}$$

$$\theta = \arctan \frac{44}{170}$$

$\theta = 14,511^\circ$ ke selatan (karena bayangan jatuhnya ke utara)

Tinggi Matahari pada tanggal 15 Desember + 7 hari = 22 Desember = $23,5^\circ$ ke selatan. Maka lintang TKP adalah:

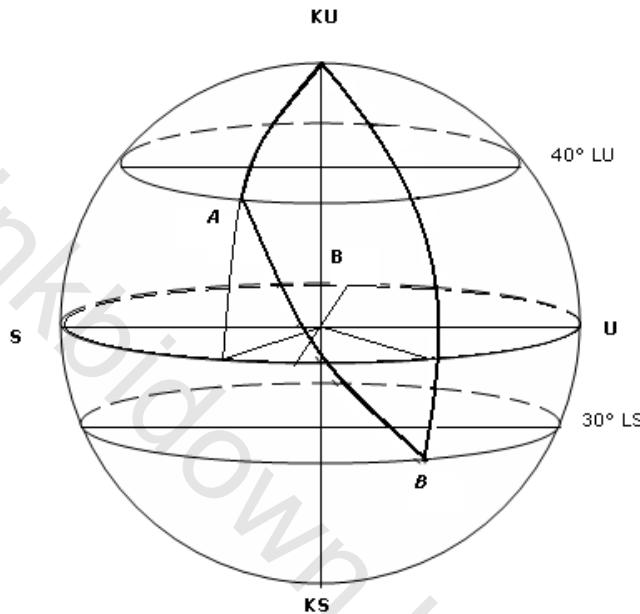
$$\phi = 23,5^\circ \text{S} - 14,511^\circ \text{S}$$

$$\phi = 8,989^\circ \text{LS} = 8^\circ 59' 20'' \text{LS}$$

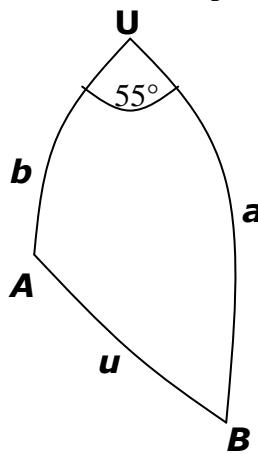
27. Kota A terletak pada $\phi = 40^\circ$ LU dan $\lambda = 60^\circ$ BT. Kota B terletak pada $\phi = 30^\circ$ LS dan $\lambda = 115^\circ$ BT. Tentukanlah lintasan terpendek (geodesik) dari kota A ke kota B jika diketahui jari-jari Bumi 6 371 km!

Penyelesaian :

Lintasan terpendek (geodesik) pada permukaan bola adalah lintasan yang melalui lingkaran besar (lingkaran yang berpusat pada pusat bola). Geodesik dapat dicari dengan segitiga bola yang menghubungkan kota A, kutub utara Bumi, dan kota B.



Segitiga bola A-KU-B dapat digambarkan:



Geodesik adalah lintasan $AB = u$

$$\cos u = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos U$$

$$\cos u = \cos(90+30)\cos(90-40) + \sin(90+30)\sin(90-40)\cos(115-60)$$

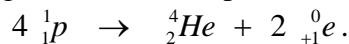
$$\cos u = \cos 120 \times \cos 50 + \sin 120 \times \sin 50 \times \cos 55$$

$$\cos u = 0,05912$$

$$u = 86,61^\circ$$

$$AB = \frac{86,61}{360} \times 2\pi \times 6371 \text{ km} = 9630,6 \text{ km}$$

28. Sumber energi Matahari merupakan reaksi inti berantai:



Bila massa proton, positron dan helium adalah $1,67226 \times 10^{-27}$ kg , $0,0009 \times 10^{-27}$ kg dan $6,6466 \times 10^{-27}$ kg dan dari reaksi tersebut terbentuk 6,6466 gram helium, maka energi yang dihasilkan....

Penyelesaian :

Persamaan reaksinya adalah



$$4(1,67226 \times 10^{-27}) \text{ kg} = 6,6466 \times 10^{-27} \text{ kg} + 2(0,0009 \times 10^{-27}) \text{ kg} + \Delta m$$

$$\Delta m = 4,064 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

Jumlah reaksi yang berlangsung dapat dihitung dari jumlah helium yang dihasilkan

$$X = \frac{6,6466 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1(6,6466 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 10^{24} \text{ reaksi}$$

$$\Delta m_{total} = 4,064 \times 10^{-29} \text{ kg} \times 10^{24}$$

$$\Delta m_{total} = 4,064 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

Energi yang dihasilkan dapat dicari dengan rumus $E = mc^2$:

$$E = (4,064 \times 10^{-5})(3 \times 10^8)^2$$

$$E = 3,66 \times 10^{12} \text{ J}$$

29. Sebuah survey galaksi sensitif terhadap objek-objek hingga serendah magnitudo 20. Jarak terjauh sebuah galaksi secerlang galaksi kita (magnitudo mutlak -20) yang dapat dideteksi oleh survey tersebut adalah....

(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$m = 20$$

$$m - M = -5 + 5 \log d$$

$$M = -20$$

$$d = 10^{0,2(m-M+5)}$$

$$d = 10^{0,2(20-(-20)+5)}$$

$$d = 10^9 \text{ pc}$$

30. Sebuah awan molekular yang merupakan cikal bakal terbentuknya bintang-bintang, mempunyai bentuk bundar seperti bola yang berdiameter $D = 10 \text{ pc}$. Apabila kerapatan awan molekular ini adalah $\rho = 1,6 \times 10^{-17} \text{ kg m}^{-3}$ dan apabila setengah dari awan molekular menjadi bintang seukuran Matahari (massanya sama dengan mass Matahari) maka akan ada berapa bintang yang terbentuk di awan molekular tersebut?

(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$R = 5 \text{ pc} = 1,543 \times 10^{17} \text{ m}$$

$$\rho = 1,6 \times 10^{-17} \text{ kg m}^{-3}$$

$$m_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = 1,539 \times 10^{52} \text{ m}^3$$

- Volume yang menjadi bintang adalah setengah dari volume total, yaitu $V = 7,694 \times 10^{51} \text{ m}^3$.
- Volume sebuah bintang adalah

$$V_b = \frac{m}{\rho}$$

$$V_b = \frac{1,99 \times 10^{30} \text{ kg}}{1,6 \times 10^{-17} \text{ kg m}^{-3}}$$

$$V_b = 1,244 \times 10^{47} \text{ m}^3$$

- Jumlah bintang yang terbentuk adalah

$$n = \frac{V}{V_b}$$

Dengan memasukkan nilai didapatkan sekitar $6,2 \times 10^4$ buah bintang.

31. Pada suatu malam sekitar jam 21:00, seseorang yang ada di Ulanbator (Mongolia) yang berada pada bujur yang sama dengan Jakarta, melihat bintang Vega di atas kepalanya. Apabila pada saat yang sama seseorang yang berada di Jakarta juga melihat bintang tersebut, berapakah ketinggian bintang Vega dilihat dari Jakarta pada jam yang sama. (kedudukan Ulanbator $\phi = 47^\circ 55' \text{ LU}$, sedangkan Jakarta $\phi = 6^\circ 14' \text{ LS}$, bujur kedua kota dianggap sama yaitu sekitar $\lambda = 106^\circ \text{ BT}$)
(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$\phi_U = 47^\circ 55'$$

$$\phi_J = -6^\circ 14'$$

$$\frac{\phi_J}{\delta_\phi} = 53^\circ 69' - 54^\circ 9' = -1^\circ 30'$$

Jadi tinggi bintang adalah $90^\circ - 54^\circ 9' = 31^\circ 51'$ dari arah utara

32. Teleskop ruang angkasa Hubble mengedari Bumi pada ketinggian 800 km, kecepatan melingkar Hubble adalah....
(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$h = 800000 \text{ m}$$

$$r = R + h$$

$$r = 6,4 \times 10^6 + 8 \times 10^5 = 7,2 \times 10^6 \text{ m}$$

Kecepatan sirkular dapat dihitung dengan rumus

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Dengan memasukkan nilai maka diperoleh $v_c = 7455,4 \text{ m s}^{-1}$

33. Pada awal bulan Maret 2009 ada berita di media massa bahwa sebuah asteroid berdiameter 50 km melintas dekat sekali dengan Bumi. Jarak terdekatnya dari permukaan Bumi saat melintas adalah 74.000 km. Karena asteroid itu tidak jatuh ke Bumi Bahkan kemudian menjauh lagi, dapat diperkirakan kecepatannya melebihi suatu harga X. Berapakah harga batas bawah kecepatan itu?

(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

Kecepatan minimal benda untuk lepas dari pengaruh gravitasi benda lain disebut kecepatan lepas atau *escape velocity*, v_{esc} .

$$h = 74000000 \text{ m}$$

$$r = R + h$$

$$r = 8,04 \times 10^7 \text{ m}$$

Kecepatan lepas (*escape velocity*) dapat dihitung dengan rumus

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Dengan memasukkan nilai maka diperoleh $v_e = 3155,2 \text{ m s}^{-1}$

34. Dua buah galaksi saling mengorbit satu sama lain dengan periode $P = 50$ miliar tahun dan jarak $d = 0,5$ juta pc. Tentukan massa gabungan kedua galaksi tersebut!

Penyelesaian :

$$a = (0,5 \times 10^6) (206265) = 1,0313 \times 10^{11} \text{ AU}$$

$$a = 5 \times 10^{10} \text{ tahun}$$

$$\frac{a^3}{P^2} = M_{tot}, \text{ dengan } a \text{ dalam AU, } P \text{ dalam tahun dan } M \text{ dalam satuan massa Matahari.}$$

$$\text{Didapatkan } M_{tot} = 4,387 \times 10^{11} M_\odot$$

35. Hitung energi Matahari yang jatuh pada selembar kertas dengan luas 1 m^2 di permukaan Bumi. Abaikan serapan dan sebaran oleh atmosfer Bumi dan gunakan hukum pelemahan radiasi. Apabila dibandingkan dengan sebuah balon lampu 100 W, maka haru diletakkan pada jarak berapa agar lampu tersebut setara dengan energi Matahari. (Luminositas Matahari $L_\odot = 3,86 \times 10^{26} \text{ W}$)

(OSP 2009 Bidang Astronomi)

Penyelesaian :

$$\text{Luminositas Matahari } L_\odot = 3,86 \times 10^{26} \text{ W}$$

$$E = \frac{L}{4\pi d^2} = \frac{3,86 \times 10^{26}}{4\pi (1,496 \times 10^{11})^2} = 1372 \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{Daya lampu, } L_l = 100 \text{ W}$$

$$\text{Energi lampu} = \text{Energi Matahari}, E_l = E = 1372 \text{ W}$$

Jarak lampu, d_l :

$$d_l = \sqrt{\frac{L_l}{4\pi E_l}}$$

$$\text{Dengan memasukkan nilai, didapatkan } d_l = 0,076 \text{ m}$$

36. Dora dan Boots berada di planet A dan hendak ke planet B untuk merayakan pesta besar. Menurut Peta, planet B berada di timur dengan jarak zenit $\zeta_B = 2^\circ$. Jarak sumbu semi-major planet A, $a_A = 8,64 \cdot 10^{10}$ m, dan $a_B = 2a_A$. Ketika pesawat telah meluncur ke atas, ternyata kemudinya dicuri oleh Swiper. Berapakah kecepatan rata-rata pesawat Dora agar dapat sampai ke planet B sesegera mungkin tanpa harus berbelok jika massa bintang pusatnya, $M = 3,166 \cdot 10^{30}$ kg?

Penyelesaian :

Diketahui:

$$a_A = 8,64 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$a_B = 1,728 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

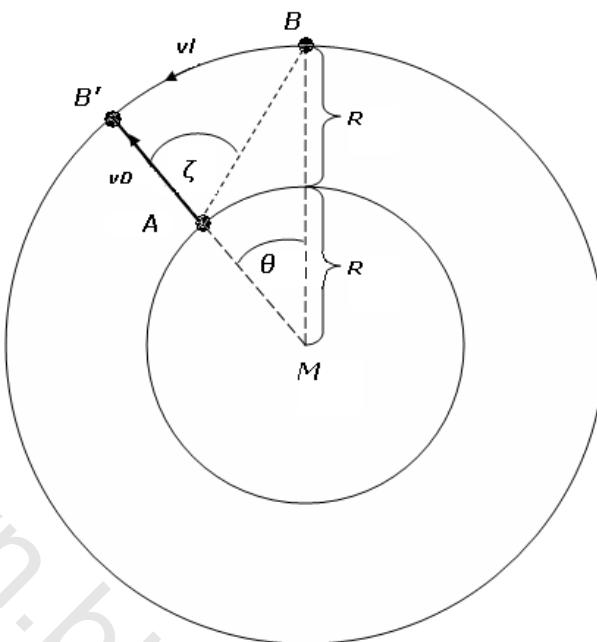
$$R = a_B - a_A = 8,64 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$\zeta_B = 2^\circ$$

$$M = 3,166 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{kecepatan pesawat} = v_D = \dots ?$$

Agar dapat sampai ke planet B, pesawat harus tiba ke B' bersamaan dengan planet B.



Dari gambar didapatkan $\theta \approx \frac{1}{2}\zeta$, berarti $\theta \approx 1^\circ$.

$$BB' = s = \frac{1^\circ}{360^\circ} 2\pi a_B$$

$$BB' = s = 3,02 \cdot 10^9$$

Perhatikan waktu tempuh Dora dari A ke $B' =$ waktu tempuh planet B dari B ke B' .

$$t_D = t_B$$

$$\frac{R}{v_D} = \frac{s}{\sqrt{\frac{GM}{a_B}}}$$

$$\frac{R}{v_D} = \frac{s}{\sqrt{\frac{GM}{2R}}}$$

$$v_D^2 = \frac{GM R}{2s^2}$$

Dengan memasukkan nilai-nilai, didapatkan $v_D = 10^6 \text{ m/s}$

37. Perbandingan sumbu semi-major planet A berbanding planet B, $a_A : a_B = x : 4$.

Periode planet A berbanding planet B adalah...

a) $\frac{x}{4}$ c) $\frac{x\sqrt{x}}{4}$ e) $\frac{x^2}{64}$

b) $\frac{x}{16}$ d) $\frac{x\sqrt{x}}{8}$

Penyelesaian :

$$T^2 = a^3$$

$$T_A^2 = x^3$$

$$T_A = x\sqrt{x}$$

Jadi $T_A : T_B = \frac{x\sqrt{x}}{8}$

$$T_B^2 = 4^3$$

$$T_B = 8$$

38. Diketahui perbandingan fluks yang diterima suatu planet saat berada di perihelium berbanding saat berada di aphelium adalah 145 : 100. Jika diketahui sumbu semi-minor planet itu, $b = 1,517 \text{ AU}$, maka sumbu semi-mayornya adalah...

- a) 1,520 AU c) 1,540 AU e) 1,560 AU
 b) 1,524 AU d) 1,544 AU

Penyelesaian :

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{F_p}{F_a}}$$

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{145}{100}} = 1,204$$

$$\varepsilon = \frac{Q-q}{Q+q} = \frac{1,204-1}{1,204+1} = 0,093$$

$$a = \frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} = 1,524 \text{ AU}$$

39. Suatu bintang yang berjarak 15 kpc maka...

- a) $B > V$ c) $V > M_V$ e) $V = M_V$
 b) $B < V$ d) $V < M_V$

Penyelesaian :

Magnitudo mutlak bintang akan sama dengan magnitudo visualnya pada jarak 10 kpc. Pada jarak lebih jauh, terang semu bintang relatif lebih kecil dari pada terang mutlaknya, sehingga $V > M_V$.

40. Hitunglah panjang total peristiwa gerhana Bulan dari kontak pertama sampai kontak terakhir dengan umbra Bumi rata-rata pada saat Bulan tepat berada di ekliptika!

Penyelesaian :

Terlebih dahulu kita hitung diameter umbra Bumi pada lintasan orbit Bulan. Dengan menggunakan sifat segitiga siku-siku dan diketahui:

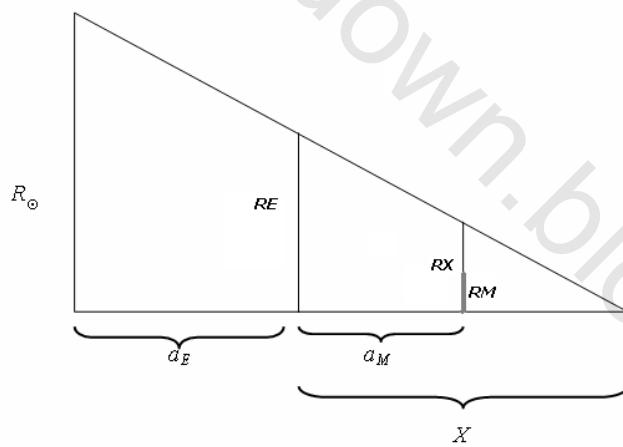
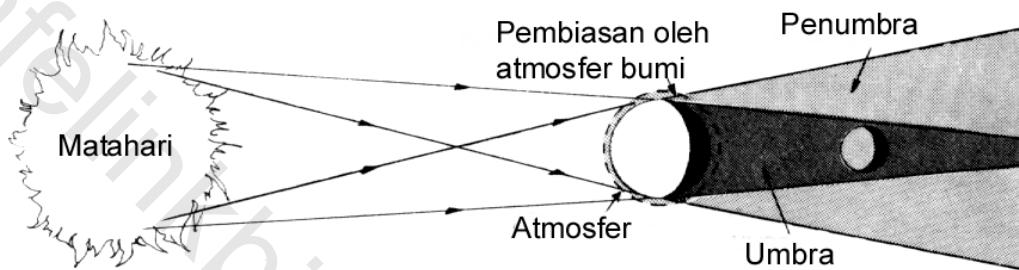
$$r_E = d_E = 1,496 \times 10^8 \text{ km}$$

$$R_E = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$$

$$r_M = 3,844 \times 10^5 \text{ km}$$

$$R_M = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$$

$$R_O = 6,95 \times 10^5 \text{ km}$$



$$\frac{R_E}{R_O} = \frac{X}{X + r_E}$$

$$\frac{R_E}{R_O} = 1 - \frac{r_E}{X + r_E}$$

$$X = \frac{r_E}{1 - \frac{R_E}{R_O}} - r_E$$

Dengan memasukkan nilai diperoleh $X = 1,39 \times 10^6 \text{ km}$.

$$\frac{R_X}{R_\odot} = \frac{X - R_M}{X}$$

$$R_X = \frac{(1,39 \times 10^6)(3,844 \times 10^5)(6,4 \times 10^3)}{(1,39 \times 10^6)}$$

$$R_X = 4,63 \times 10^3 \text{ km atau } 2,7 R_M$$

Lama total gerhana umbra dapat dicari dengan rumus

$$t = \frac{(4,63 \times 10^3)}{2\pi(3,844 \times 10^5)} \times 29,5 \text{ hari}$$

$$t = 0,0566 \text{ hari} \approx 1^h 21^m 5$$

41. Perkirakanlah sisa umur Matahari jika diketahui yang perlu diketahui silahkan cari sendiri di daftar konstanta.

Penyelesaian :

Terlebih dahulu kita hitung energi total Matahari dengan persamaan Einstein:

$$E = mc^2$$

$$E = (1,99 \times 10^{30})(3 \times 10^8)^2 = 1,79 \times 10^{47} \text{ J}$$

Energi yang dipencarkan Matahari tiap detik adalah

$$P = \frac{W}{t} = 3,86 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$$

Jadi umur Matahari jika habis bersinar adalah sekitar

$$t = \frac{1,79 \times 10^{47} \text{ J}}{3,86 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}} = 4,64 \times 10^{20} \text{ s} = 1,47 \times 10^{13} \text{ tahun}$$

Jadi sisa umur Matahari sekitar 15 miliar tahun lagi.

42. Sebuah bintang ganda terdiri dari sebuah bintang maharaksasa biru yang massanya 90 massa matahari dan sebuah bintang katai putih bermassa kecil. Periode orbit bintang ganda itu adalah 12,5 hari. Karena temperatur bintang raksasa itu sangat tinggi, ia mengalami kehilangan massa melalui angin bintang yang dihembuskannya. Setiap tahun bintang raksasa itu kehilangan massa 10^{-6} kali massa matahari. Jika diasumsikan jarak antara kedua bintang itu tidak berubah. Hitunglah periode orbit bintang ganda itu 10 juta tahun kemudian.

(OSP Astronomi 2008)

Penyelesaian :

Kita hitung sisa massa bintang primer setelah 10 juta tahun. Massa yang lepas ke angkasa adalah :

$$\Delta m = 10^{-6} \times 10000000 = 10 M_{\odot}.$$

Sisa massa bintang adalah $80 M_{\odot}$.

Jarak bintang dapat dicari dengan rumus perbandingan Keppler III, yaitu $\frac{r^3}{T^2} = M$, dengan memasukkan nilai $M = 90 M_{\odot}$ dan $T = 0,0342$ tahun didapatkan $r = 0,472$ AU. Dengan menggunakan rumus Keppler sekali lagi didapatkan

$$T' = \sqrt{\frac{r^3}{M'}} = \sqrt{\frac{0,472^3}{80}} = 0,0363 \text{ tahun atau sekitar 13,2 hari.}$$

43. Andaikan sebuah supernova mengembang dengan kecepatan 1.000 km/detik, dan jarak supernova tersebut adalah 10.000 parsek. Berapa perubahan diameter sudutnya dalam 1 tahun ? (**OSN 2010 Bidang Astronomi**)

Penyelesaian:

$$d = 10000 \text{ pc}$$

$$v = 1000 \text{ km/s} = 3,16 \times 10^{10} \text{ km/tahun} = 1,023 \times 10^{-3} \text{ pc/tahun}$$

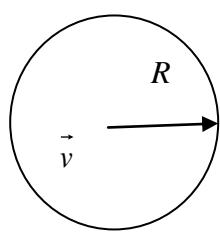
Jadi dalam 1 tahun $D = 1,023 \times 10^{-3} \text{ pc}$

$$\delta = \sin^{-1} \frac{D}{d}$$

$$\delta = 0'',02$$

44. Nebula kepiting yang mempunyai radius sebesar 1 pc, mengembang dengan kecepatan 1.400 km/detik. Hitung umur nebula tersebut ! (**OSN 2010 Bidang Astronomi**)

Penyelesaian:



$$R = 1 \text{ pc} = 3,09 \times 10^{13} \text{ km}$$

$$v = 1400 \text{ km/s}$$

$$t = \frac{R}{v} = 2,2 \times 10^{10} \text{ s} = 698,4 \text{ tahun}$$

45. Kecepatan yang diamati dari sebuah galaksi yang jauh (V_{teramati}) adalah gabungan dari kecepatan akibat ekspansi alam semesta (V_{ekspansi}) dan kecepatan pekuliar (V_{pek}), yaitu ($V_{\text{teramati}} = V_{\text{ekspansi}} + V_{\text{pek}}$). Kecepatan pekuliar adalah kecepatan diri galaksi terhadap kecepatan rata-rata galaksi lain disekitarnya. Kecepatan ekspansi bergantung pada hukum Hubble, sedangkan kecepatan pekuliar sebuah galaksi nilainya acak, sekitar ratusan km/s. Misalkan kita mengamati dua galaksi, satu pada jarak 35 juta tahun cahaya dengan kecepatan radial 580 km/s, dan yang lain pada jarak 1.100 juta tahun cahaya dengan kecepatan radial 25.400 km/s. (**OSN 2010 Bidang Astronomi**)

- Hitung konstanta Hubble dari masing-masing hasil pengamatan diatas dalam satuan km/s /juta tahun cahaya.
- Manakah di antara dua perhitungan yang akan Anda anggap lebih dapat dipercaya? Mengapa?
- Estimasikan kecepatan pekuliar dari galaksi dekat.
- Jika galaksi yang lebih jauh diketahui punya kecepatan diri yang sama dengan galaksi dekat, hitung konstanta Hubble yang lebih akurat!

Penyelesaian:

a) $d_1 = 350000000\text{ly} = 1,0736 \times 10^7 \text{pc} = 10,736 \text{Mpc}$
 $v_{r1} = 580 \text{ km/s}$

$$v = Hd \rightarrow H_1 = \frac{v_{r1}}{d_1} = 54 \text{ (km/s)/Mpc} \dots\dots\dots (1)$$

$$d_2 = 1100000000\text{ly} = 337,42 \text{Mpc}$$

$$v_{r2} = 25400 \text{ km/s}$$

$$H_2 = \frac{v_{r2}}{d_2} = 75,3 \text{ (km/s)/Mpc} \dots\dots\dots (2)$$

- b) (2), karena jarak yang jauh mengakibatkan kecepatan ekspansi besar sehingga persentase kecepatan peculiar menjadi lebih kecil (nilai H semakin akurat)
c) $v_{eks1} = Hd \rightarrow$ gunakan H yang lebih akurat
 $v_{eks1} = 75 \text{ (km/s)/Mpc} \times 10,736 \text{ Mpc} = 808,17 \text{ km/s}$

$$v_{tot} = v_{eks} + v_{pek} \rightarrow v_{pek1} = 580 - 808 = -228 \text{ km/s}$$

d) $v_{eks} = v_{tot} - v_{pek}$
 $v_{eks} = 25400 - (-228) = 25628 \text{ km/s}$

$$H_2 = \frac{v_{eks2}}{d_2} = \frac{25628 \text{ km/s}}{337,42 \text{ Mpc}} = 75,95 \text{ (km/s)/Mpc}$$

46. Andaikan kita mengamati sebuah galaksi yang jaraknya 500 Mpc, dan galaksi tersebut bergerak menjauhi kita dengan kecepatan 30.000 km/detik. Jika kecepatannya konstan, kapan Big Bang terjadi ? (**OSN 2010 Bidang Astronomi**)

Penyelesaian:

$$d = 500 \text{ Mpc} = 1,543 \times 10^{22} \text{ km}$$

$$v = 30000 \text{ km/s}$$

$$t = \frac{d}{v} = 5,143 \times 10^{17} \text{ s} \approx 16,3 \text{ miliar tahun}$$

47. Massa Bulan adalah $7,1 \times 10^{22}$ kg, orbit Bulan mengelilingi Bumi dianggap lingkaran dengan radius 384.400 km dan periode $27\frac{1}{3}$ hari. Apabila pada suatu saat bulan bertabrakan dengan sebuah astroid besar bermassa $3,2 \times 10^{18}$ kg, dengan arah tumbukan sentral, asteroid menghujam permukaan Bulan secara tegak lurus dengan kecepatan relatif 30 km/s terhadap bulan. Vektor kecepatan asteroid tepat berlawanan dengan vektor kecepatan Bulan dalam orbitnya mengelilingi Bumi. Berubah menjadi berapa lama periode orbit bulan ? (**OSN 2010 Bidang Astronomi**)

Penyelesaian:

$$r_{BL} = 384400\text{km}$$

$$T_{BL} = 27\frac{1}{3}\text{ hari} = 2,362 \times 10^6 \text{ s}$$

$$v_{BL} = \frac{2\pi r_{BL}}{T_{BL}} = 1021,7 \text{ m/s} \quad v_{AS} = -30000 \text{ m/s (berlawanan)}$$

$$m_{BL} = 7,1 \times 10^{22} \text{ kg} \quad m_{AS} = 3,2 \times 10^{18} \text{ kg}$$

Perhatikan setelah tumbukan terjadi, Bulan dan asteroid akan menyatu dan bergerak bersama-sama kearah vektor kecepatan Bulan dengan kecepatan yang berubah. Dengan menggunakan hukum kekekalan momentum linier

Momentum sebelum tumbukan = momentum setelah tumbukan

$$m_{BL}v_{BL} + m_{AS}v_{AS} = (m_{BL} + m_{AS})v'$$

$$(7,1 \times 10^{22})(1021,7) + (3,2 \times 10^{18})(-30000) = (7,1 \times 10^{22} + 3,2 \times 10^{18})v'$$

$$v' = 1020,6 \text{ m/s}$$

Periode revolusi Bulan setelah tumbukan, T_{BL}' :

$$T_{BL}' = \frac{2\pi r_{BL}}{v'} = 2,366 \times 10^6 \text{ s} = 27,38 \text{ hari (lebih lambat)}$$

APPENDIKS

DAFTAR KONSTANTA

Tetapan fisika

kecepatan cahaya	c	=	$2,997\ 924\ 58 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
konstanta gravitasi universal	G	=	$6,674\ 287 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
konstanta Planck	h	=	$6,626\ 069 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
reduksi konstanta Planck	\hbar	=	$h/2\pi = 1,054\ 571 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
konstanta Boltzmann	k	=	$1,380\ 650 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
konstanta Coulomb	k_e	=	$8,987\ 552 \cdot 10^9 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ C}^{-2}$
konstanta Stefan-Boltzmann	σ	=	$5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
konstanta Wien	C	=	$2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
konstanta Avogadro	N_0	=	$6,03 \cdot 10^{23} \text{ partikel/mol}$
konstanta gas ideal	R	=	$8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
konstanta Rydberg	R_d	=	$1,096\ 78 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
permittivitas vakum	ϵ_0	=	$8,854\ 188 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
permeabilitas vakum	μ_0	=	$1,256\ 637 \cdot 10^{-4} \text{ H m}^{-1}$
massa atom hidrogen	m_H	=	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
massa diam elektron	m_e	=	$9,1096 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
muatan elektron	e	=	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Tetapan astronomi

konstanta Hubble	H_0	=	$75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
batas massa Chandrasekhar	M_{CH}	=	$2,88 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
satuan astronomi	AU	=	$1,495\ 978\ 92 \cdot 10^{11} \text{ m}$
parsec	pc	=	$206\ 264,806 \text{ AU}$
		=	$3,261\ 564 \text{ ly}$
tahun cahaya	ly	=	$9,460\ 730 \cdot 10^{15} \text{ m}$
		=	$6,324\ 107\ 10^4 \text{ AU}$
massa Bumi	M_{\oplus}	=	$5,977 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
radius rata-rata Bumi	R_{\oplus}	=	$6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
percepatan gravitasi Bumi	g_{\oplus}	=	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
massa Matahari	M_{\odot}	=	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
radius Matahari	R_{\odot}	=	$6,960 \cdot 10^8 \text{ m}$
luminositas Matahari	L_{\odot}	=	$3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$
fluks Matahari	F_{\odot}	=	$1,368 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$
temperatur efektif Matahari	$T_{eff\odot}$	=	5778 K
magnitudo bolometrik Matahari	$M_{bol\odot}$	=	$4,74$
	$m_{bol\odot}$	=	$-26,83$
indeks warna standar (kelas A0)	$(B-V)A0$	=	$0,0$

Tetapan matematika

bilangan natural	e	=	2,718 281 828 5
pi	π	=	3,141 592 653 6
1 radian	rad	=	57°,295 779 5
		=	3437',746 77
		=	206 264",806

KONVERSI BESARAN

1 erg	=	10^{-7} J
1 W	=	1 Js^{-1}
1 J	=	$1 \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2}$
1 cm	=	10^{-2} m
1 g	=	10^{-3} kg
1 dyne	=	10^{-5} N
$\tan \theta$ ($\theta <<$)	=	$\theta/57,29$
1 ^h	=	15°
	=	60 ^m
	=	3 600 ^s
1 eV	=	$1,602\ 07 \cdot 10^{-19}$ J
1 sma	=	$1,66 \cdot 10^{-27}$ kg
	=	931 MeV
	=	$1,491 \cdot 10^{-10}$ J
1 Tesla (T)	=	10 000 gauss
1 Angstrom (Å)	=	10^{-10} m
radius Bohr	=	$5,29 \cdot 10^{-11}$ m
T Kelvin	=	(T + 273) °Celcius

PERIODE MATAHARI, BUMI DAN BULAN

Periode Semu Matahari

periode sideris	=	$365^d\ 6^h\ 9^m\ 10^s$
tahun sideris	=	$365^d\ 6^h\ 9^m\ 10^s$
tahun tropik	=	$365^d\ 5^h\ 48^m\ 46^s$
tahun anomali	=	$365^d\ 6^h\ 13^m\ 53^s$

Periode Bumi

periode rotasi	=	$23^h\ 56^m\ 4^s$
periode revolusi	=	$365^d\ 6^h\ 9^m\ 10^s$
periode anomali	=	lihat tahun anomali
presesi sumbu Bumi	=	gerak sumbu Bumi pada bidang langit
presesi orbit Bumi	=	gerak perihelium Bumi menurut TRU
inklinasi ekuator Bumi	=	sudut antara ekuator dan ekliptika
	=	$50'',290\,966$ per tahun
	=	$1,862 \cdot 10^{-7}$ rad per tahun
	=	$23^\circ 26' 21'',45 - 46'',815T$
		$T = (\text{tahun} - 2000)/100$

Periode Bulan

periode rotasi	=	$27^d\ 7^h\ 43^m\ 12^s$
periode revolusi	=	$27^d\ 7^h\ 43^m\ 12^s$
periode sideris	=	dari satu titik kembali ke satu titik
periode sinodis bulan	=	sinodis dengan revolusi Bumi
periode sinodis hari	=	sinodis dengan rotasi Bumi
periode tropik	=	dari titik Aries kembali ke Aries
periode anomali	=	dari perigea ke perigea

DAFTAR BINTANG

Nama 40 bintang paling terang di langit:

No .	Nama bintang		Jarak		m_v	M_v	D (juta km)	T_{eff} (K)	Tipe
	nama	singkata n	ly	pc					
1.	Sun (Matahari)	Sol	0,000	0,000	-26,72	4,83	1,39	5 860	G2V
2.	Sirius A	α CMa A	8,583	2,632	-1,43	1,47	2,68	9 230	A1V
3.	Canopus	α Car	312,710	95,880	-0,61	-5,52	87,00	7 700	F0I-b
4.	Arcturus	α Boo	36,710	11,255	-0,05	-0,30	31,40	4 420	K2III
5.	Rigel Kentaurus A	α Cen A	4,365	1,338	0,01	4,38	1,71	5 860	G2V
6.	Vega	α Lyr	25,582	7,751	0,03	0,58	3,90	9 520	A0V
7.	Capella	α Aur A	42,200	12,939	0,08	-0,48	25,40	4 900	G8III
8	Rigel	β Ori	772,908	236,975	0,18	-6,69	95,00	11 200	B8I-a
9.	Procyon A	α CMi A	11,402	3,496	0,38	2,66	3,00	6 470	F5IV
10.	Achernar	α Eri	143,813	44,093	0,45	-2,77	10,10	18 700	B3V
11.	Betelgeuse	α Ori	427,480	131,066	0,45	-5,14	760,00	3 450	M2I-b
12.	Agena (Hadar)	β Cen	333,500	102,252	0,61	-4,44	16,54	24 000	B1III
13.	Altair	α Aql	16,729	5,129	0,77	2,22	2,60	7 650	A7IV
14.	Acrux	α Cru	320,715	98,332	0,77	-4,19	12,44	29 000	B0IV
15.	Aldebaran	α Tau	65,116	19,965	0,87	-0,63	55,40	3 950	K5III
16.	Spica	α Vir	262,192	80,388	0,98	-3,55	11,10	25 400	B1V
17.	Antares	α Sco	604,013	185,191	1,06	-5,28	686,00	3 550	M1I-b
18.	Fomalhaut	α PsA	24,978	7,658	1,15	1,73	2,58	8 720	A3V
19.	Pollux	β Gem	33,716	10,337	1,15	1,08	13,66	4 750	K0III
20.	Mimosa	β Cru	352,613	108,111	1,25	-3,92	10,98	29 000	B0III
21.	Deneb	α Cyg	3 229,376	990,131	1,25	-8,73	310,00	9 080	A2I-a
22.	Rigel	α Cen B	4,365	1,338	1,34	5,71	1,22	5 250	K0V

.	Kentaurus B								
23	Regulus	α Leo	77,493	23,759	1,36	-0,52	4,84	13 000	B7V
.									
24	Adhara	ε CMa	430,868	132,10 5	1,50	-4,11	16,16	18 500	B2II
.									
25	Castor	α Gem	51,552	15,806	1,58	0,58	4,20	8 970	A2V
.									
26	Gacrux	γ Cru	87,939	26,962	1,59	-0,56	123,40	3 430	M4III
.									
27	Shaula	λ Sco	702,946	215,52 4	1,62	-5,05	21,90	24 000	B1IV
.									
28	Bellatrix	γ Ori	243,045	74,518	1,64	-2,72	8,68	20 300	B2III
.									
29	Alnath (Elnath)	β Tau	131,043	40,178	1,65	-1,37	6,80	13 200	B7III
.									
30	Miplacidus	β Car	111,168	34,084	1,67	-0,99	8,62	9 000	A2IV
.									
31	Alnilam	ε Ori	1 342,251	411,53 6	1,69	-6,38	35,40	26 000	B0I-a
.									
32	Alnair	α Gru	101,420	31,096	1,73	-0,73	5,08	13 200	B7IV
.									
33	Alnitak	ζ Ori	817,461	250,63 5	1,74	-5,26	19,18	32 000	O9I-b
.									
34	Regor	γ Vel	840,637	257,74 1	1,75	-5,30	11,20	46 000	WC8
.									
35	Alioth	ε UMa	80,935	24,815	1,76	-0,21	5,64	9 520	A0
.									
36	Kaus Australis	ε Sgr	144,642	44,347	1,79	-1,45	8,98	11 000	B9III
.									
37	Mirphak	α Per	591,955	181,49 4	1,79	-4,50	68,40	6 900	F5I-b
.									
38	Dubhe	α UMa	123,642	37,909	1,81	-1,09	42,80	4 420	K0I-b
.									
39	Wezen	δ CMa	1 792,126	549,46 9	1,83	-6,87	268,00	6 100	F8I-a
.									
40	Benetnasch	η UMa	100,700	30,875	1,85	-0,60	3,70	18 700	B3V
.									

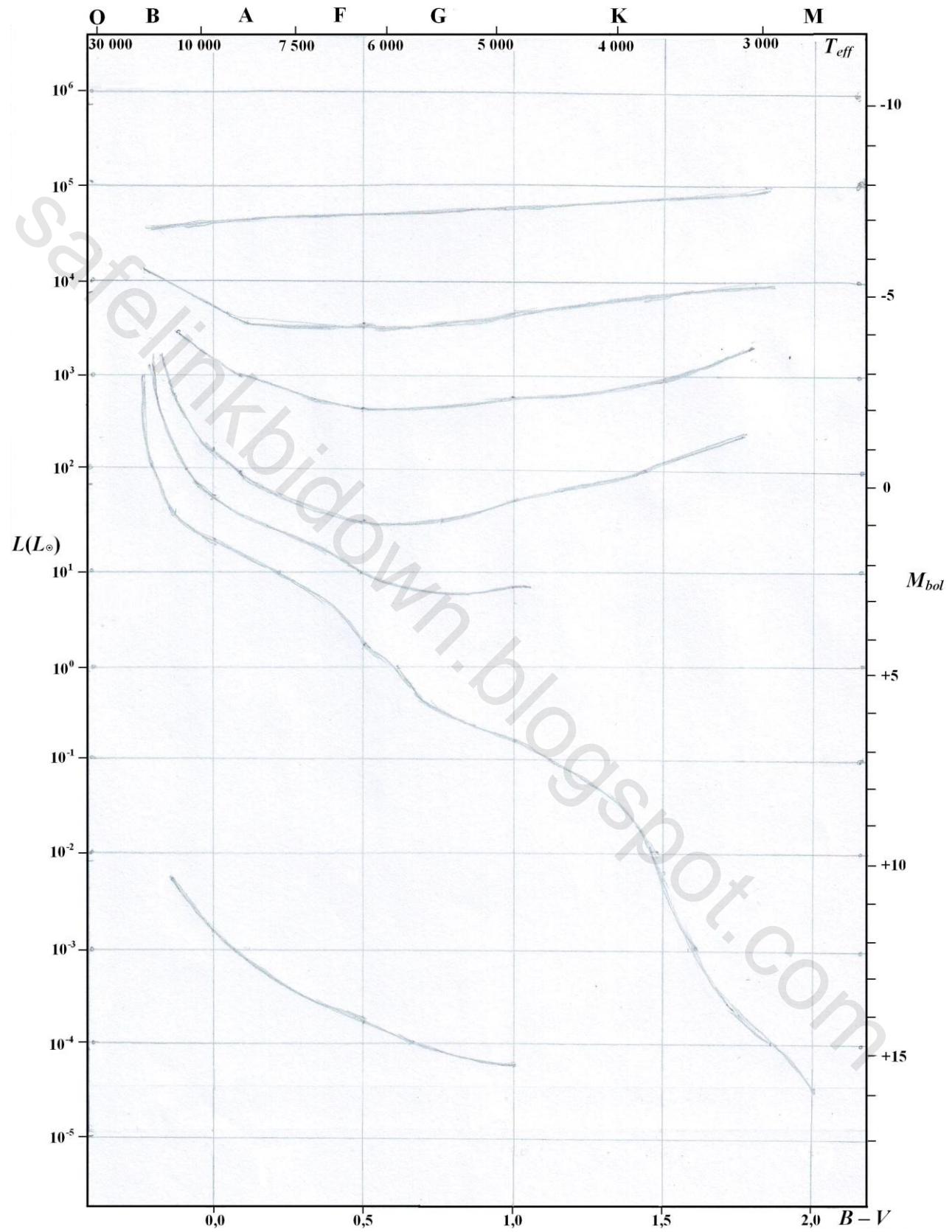
Nama 40 bintang terdekat:

No.	Nama bintang	Jarak	m_v	M_v	Tipe
-----	--------------	-------	-------	-------	------

		ly	pc			
1.	Sol (Matahari)	0,000	0,000	-26,72	4,83	G2V
2.	Proxima Centaury	4,225	1,295	11,09	15,53	M5V
3.	Rigel Kentaurus A	4,365	1,338	0,01	4,38	G2V
4.	Rigel Kentaurus B	4,365	1,338	1,34	5,71	K0V
5.	Barnard's Star	5,963	1,828	9,53	13,22	M4V
6.	Wolf 359	7,782	2,386	13,44	16,55	M6V
7.	Lalande 21185	8,290	2,542	7,47	10,44	M2V
8.	Sirius A	8,583	2,632	-1,43	1,47	A1V
9.	Sirius B	8,583	2,632	8,44	11,34	DA2
10.	Luyten 726-8 B	8,728	2,676	12,99	15,85	M6V
11.	Luyten 726-8 A	8,728	2,676	12,54	15,40	M5V
12.	Ross 154	9,681	2,968	10,43	13,07	M3V
13.	Ross 248	10,322	3,165	12,29	14,79	M5V
14.	ε Eri	10,522	3,226	3,73	6,19	K2V
15.	Lacaille 9352	10,742	3,348	7,34	9,75	M1V
16.	Ross 128	10,919	3,348	11,13	13,51	M4V
17.	Luyten 789-6-B	11,266	3,454	13,27	15,58	M5V
18.	Luyten 789-6-Ab	11,266	3,454	14,03	16,34	M6V
19.	Luyten 789-6-Aa	11,266	3,454	13,33	15,64	M5V
20.	Procyon A	11,402	3,496	0,38	2,66	F5IV
21.	Procyon B	11,402	3,496	10,70	12,98	DA
22.	61 Cyg A	11,403	3,496	5,21	7,49	K5V
23.	61 Cyg B	11,403	3,496	6,03	8,31	K7V
24.	Struve 2398 A	11,525	3,534	8,90	11,16	M3V
25.	Struve 2398 B	11,525	3,534	9,69	11,95	M3V
26.	Groombridge 34 A	11,624	3,564	8,08	10,32	M1V
27.	Groombridge 34 A	11,624	3,564	11,06	13,30	M3V

28.	ε Ind A	11,824	3,626	4,69	6,89	K5V
29.	ε Ind Bb	11,824	3,626	31,30	33,50	T6V
30.	ε Ind Ba	11,824	3,626	23,60	25,80	T1V
31.	DX Cnc	11,826	3,626	14,78	16,98	M6V
32.	τ Cet	11,887	3,645	3,49	5,68	G8V
33.	Luyten 372-58	12,049	3,694	13,03	15,69	M5V
34.	Luyten 725-32	12,132	3,720	12,02	14,17	M4V
35.	Luyten's Star	12,366	3,791	9,86	11,97	M3V
36.	Teegarden's Star	12,541	3,845	15,40	17,48	M7V
37.	SCR 1845-6357 B	12,571	3,854	31,43	33,50	T6V
38.	SCR 1845-6357 A	12,571	3,854	17,39	19,46	M8V
39.	Kapteyn's Star	12,777	3,917	8,84	10,88	M1VI
40.	Lacaille 8760	12,870	3,946	6,67	8,69	M0V

DIAGRAM HR



Beragam software astronomi dapat diperoleh dengan mudah di internet, baik yang free maupun payed. Software-software free download sudah cukup untuk menjelajah langit lewat monitor. Software planetarium atau sejenisnya yang digunakan penulis antara lain.

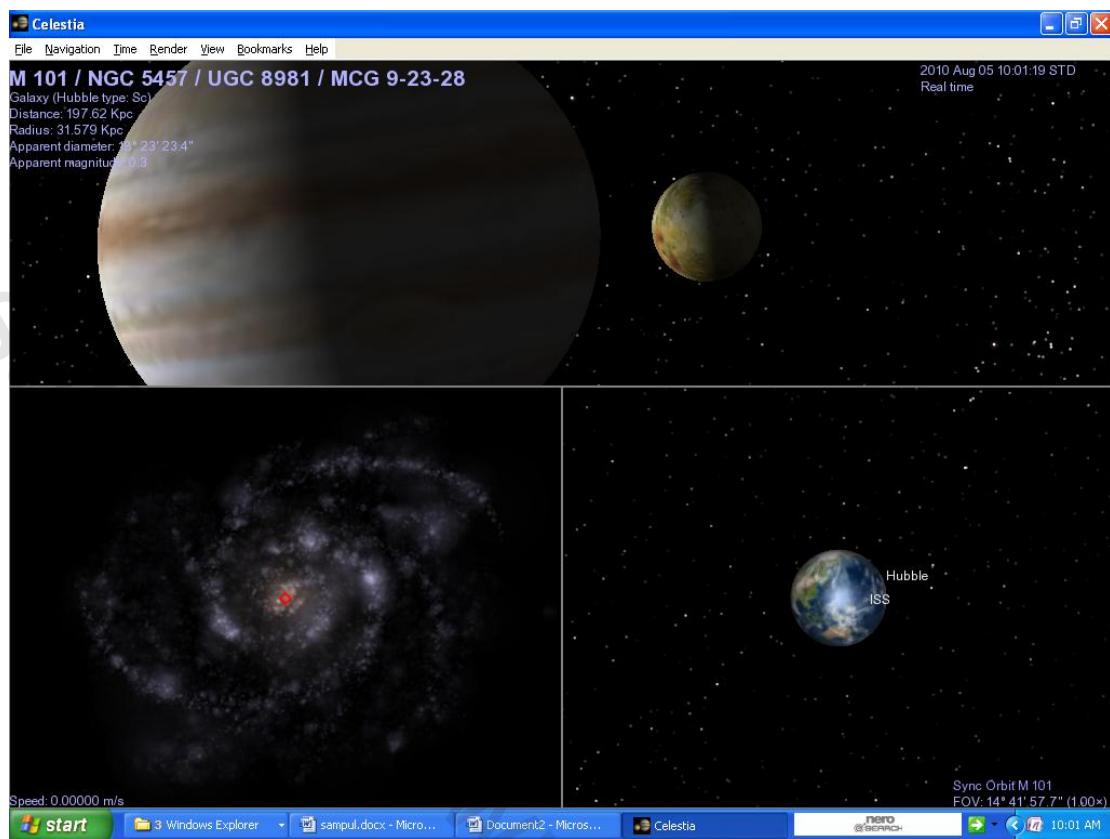
1. Stellarium, dapat Anda unduh di <http://www.stellarium.org>.
2. Planetarium Gold, dapat Anda unduh di <http://mutoha.blogspot.com>.
3. Celestia, dapat Anda unduh di <http://shatters.net/celestia>.
4. Star Light Pro di <http://www.physics.sfasu.edu/astro/binstar.html>.

Selain itu Anda dapat juga mengunduh software-software lain untuk perhitungan-perhitungan astronomis seperti mooncalc, binary star, dan yang lainnya.



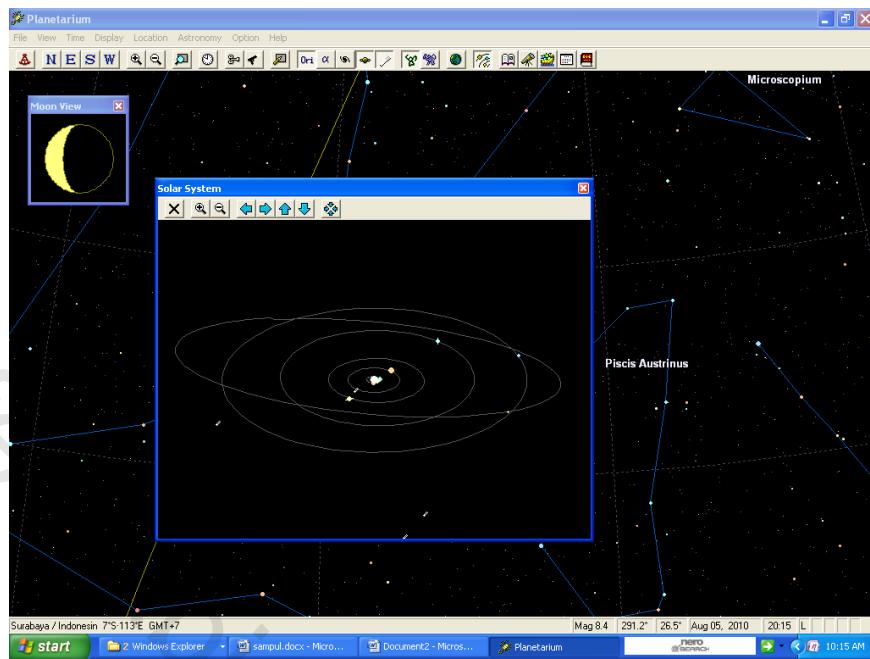
Dengan Stellarium kita dapat menentukan konfigurasi bintang dan planet di langit dan koordinatnya, seperti yang tampak di langit sebenarnya. Dengan fungsi waktu dan lokasi kita dapat mengeksplorasi pada waktu dan tempat yang kita inginkan.

Kita dapat menampilkan garis-garis konstelasi, batasnya maupun art-nya. Untuk kontrol jarak tinggal menggerakkan scroll dan drag mouse untuk menggeser tampilan.

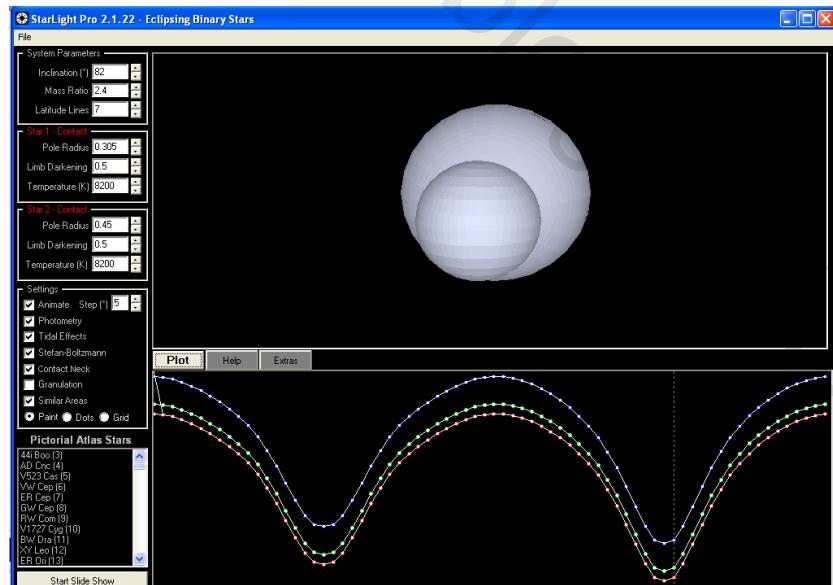


Dengan menggunakan celestia, kita dapat menampilkan beberapa objek sekaligus dengan membagi layar dengan cara: View, Split Horizontally atau Split Vertically.

- Untuk menampilkan menu tampilan: Render, View Option.
- Untuk mencari objek dalam tata surya: Navigation, Solar System Browser. Klik Center untuk menampilkan objek ke tengah layar atau klik Go to untuk lebih dekat ke objek.
- Untuk mencari bintang: Navigation, Star Browser.
- Untuk mencari waktu gerhana: Navigation, Eclipse Finder, saat jendela Eclipse Finder Muncul,pilih jenis gerhana yang ingin diamati, lalu tandai selang waktu pencarian pada kolom kalender, lalu klik Compute.
- Untuk mengatur waktu kliit menu Time. Untuk mempercepat jalannya waktu tekan pada tuts L dan untuk memperlambat tekan tuts K pada keyboard.
- Untuk mengatur jarak objek gunakan scroll atau tahan tombol kiri dan kanan pada mouse bersamaan kemudian drag. Untuk menggeser tampilan drag kiri dan untuk memutar sudut pandang drag kanan.
- Fungsi lain dapat Anda cari pada menu Help.



Planetarium Gold merupakan jenis software planetarium buatan lokal, Kelebihannya Adalah ukurannya yang ringan dan tampilannya yang sederhana. Pada software ini kita dapat menampilkan jendela Moon View untuk melihat fase bulan dan Solar system untuk melihat konfigurasi planet pada orbitnya dengan mengklik menu View.



Star Light Pro Adalah software untuk analisis kurva cahaya. Ukurannya sangat ringan, dan dapat menganalisis bentuk kurva cahaya sistem bintang ganda dengan berbagai variasi massa (M) dan sumbu semi mayor gabungan (a). Kurva ini juga memperlihatkan pergeseran pada perbedaan inklinasi.

BASIC GREEK ALPHABET

α, A	Alpha	ξ, Ξ	Xi
β, B	Beta	\o, O	Omicron
γ, Γ	Gamma	π, Π	Pi
δ, Δ	Delta	ρ, P	Rho
ε, E	Epsilon	σ, Σ	Sigma
ζ, Z	Zeta	ς	Sigma
η, H	Eta	τ, T	Tau
θ, Θ	Theta	υ, Y	Upsilon
ι, I	Iota	φ, Φ	Phi
κ, K	Kappa	ϕ	Phi
λ, Λ	Lambda	χ, X	Chi
μ, M	Mu	ψ, Ψ	Psi
ν, N	Nu	ω, Ω	Omega

SIMBOL ZODIAK DAN PLANET

	Matahari		Cancer
	Bulan		Leo
	Aquarius		Virgo
	Pisces		Libra
	Aries		Scorpio
	Taurus		Sagittarius
	Gemini		capricornus



Merkurius



Mars



Uranus



Venus



Neptunus



Bumi



Jupiter

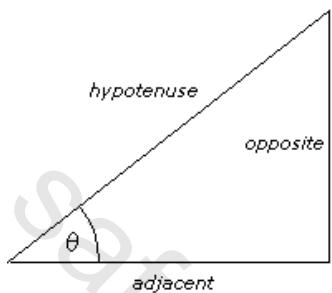


Pluto

Saturnus

FORMULA DASAR

Trigonometri



$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}}$$

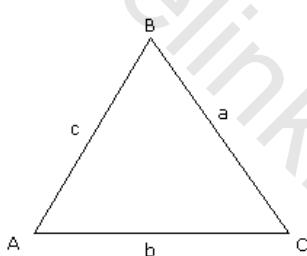
$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\operatorname{cottan} \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$



Aturan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan cosinus:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Luas segitiga $L = \frac{a.b \sin C}{2}$, C sudut yang diapit rusuk a dan b.

Aproksimasi Nilai sinus, cosinus dan tangen

Untuk sudut $\theta \ll$, atau setidaknya $\theta < 10^\circ$, berlaku pendekatan trigonometri

$$\sin \theta = \tan \theta = \theta \text{ rad} = \frac{\theta}{57,296}$$

$$\cos \theta = \frac{65,6}{65,6 + \left(\frac{\theta}{10}\right)^2}$$

Untuk sudut $80 < \theta < 90^\circ$, berlaku pendekatan trigonometri

$$\sin \theta = \frac{65,6}{65,6 + \left(\frac{90^\circ - \theta}{10}\right)^2}$$

$$\cos \theta = \frac{90^\circ - \theta}{57,296}$$

$$\tan \theta = \frac{57,296}{90^\circ - \theta}$$

Identitas trigonometri

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$1 + \tan^2 a = \sec^2 a$$

$$1 + \cot^2 a = \csc^2 a$$

Rumus sudut rangkap

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2\cos^2 a - 1$$

$$= 1 - \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

Rumus setengah sudut

$$\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}$$

$$\cos a = \cos^2 \frac{a}{2} - \sin^2 \frac{a}{2}$$

$$= 2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \frac{a}{2}$$

Rumus jumlah dan selisih sinus cosinus

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

Rumus perkalian sinus cosinus

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$-2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$$

Rumus jumlah dan selisih sudut

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Logaritma

$$a^b = c \rightarrow {}^a \log c = b$$

$${}^{10} \log c = \log c$$

$${}^e \log c = \ln c$$

Sifat-sifat logaritma:

- ${}^a \log \left(\frac{b}{c} \right) = {}^a \log b - {}^a \log c$
- ${}^a \log(bc) = {}^a \log b + {}^a \log c$
- ${}^a \log b = \frac{{}^m \log b}{{}^m \log a}$
- ${}^a \log b^n = \frac{n}{m} {}^a \log b$
- ${}^a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$
- ${}^a \log \left(\frac{b}{c} \right) = - {}^a \log c \left(\frac{c}{b} \right)$
- ${}^a \log b \times {}^b \log c = {}^a \log c$
- $a^{{}^a \log b} = b$

Diferensial

Deratif (turunan) $f(x)$ terhadap x ditulis $f(x) dx$ atau $f'(x)$

Turunan didefinisikan sebagai

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Misalkan untuk suatu fungsi $f(x)$, turunannya, $f(x) \frac{d}{dx}$ ialah:

$$ax^m + bx^n + c \quad \frac{d}{dx} = (a.m)x^{(m-1)} + (b.n)x^{(n-1)} + 0$$

Invers dari derivatif adalah integral, integral $f(x)$ terhadap x ditulis $\int f(x) dx$

$$\int (ax^m + bx^n + c) dx = \frac{a}{m+1} x^{(m+1)} + \frac{b}{n+1} x^{(n+1)} + cx + Constant$$

$$f(x) \frac{d}{dx} = f'(x)$$

$$\int f(x) \frac{d}{dx} = F(x), \text{ sehingga } \int f'(x) dx = f(x)$$

➤ Rumus dasar Turunan

- $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- $(u \times v)' = u'v + uv'$
- $\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- $e^{f(x)} \frac{d}{dx} = f'(x) e^{f(x)}$

➤ Rumus dasar Integral

- $\int (u \pm v) dx = \int u dx \pm \int v dx$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$
- $\int e^{f(x)} dx = \frac{1}{f'(x)} e^{f(x)} + C$
- $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$

➤ Turunan dan integral fungsi trigonometri

turunannya → ← integralnya	
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\cos \sec x$
$\sec x$	$\tan x \cdot \sec x$
$\csc x$	$-\cot x \cdot \csc x$

➤ Turunan Fungsi Komposit

Suatu turunan $y \frac{d}{dx}$ dapat diturunkan dengan merubah bentuknya berdasarkan aturan rantai yaitu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dv} \frac{dv}{dw} \cdots \frac{dw}{dx}$$

➤ Integral Parsial

Suatu fungsi yang dinyatakan dalam bentuk $\int u dv$ dapat diintegral dengan metode

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Awalan Orde SI

faktor	awalan	Simbol
10^{18}	eta	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	K
10^{-3}	milli	M
10^{-6}	mikro	μ
10^{-9}	nano	N
10^{-12}	piko	P
10^{-15}	femto	F
10^{-18}	ato	A

DAFTAR PUSTAKA

- A. E. Roy and D. Clarke, 2006, **Astronomy, Principles and Practice 4th Edition**, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia
- Bergamini, David, 1982, **Pustaka Alam Life ALAM SEMESTA**, Penerbit Tira Pustaka, Jakarta
- Einstein, Albert, 2005, **RELATIVITAS Teori Khusus dan Umum**, penerjemah Liek wilardjo, Penerbit Kepustakaan Populer Gramedia, Jakarta
- Gautama, Sunkar Eka, 2009, **Eksposisi Model Alam Semesta**, Makassar
- Kanginan, Marthen, 2004, **FISIKA UNTUK SMA Kelas XII**, Penerbit Erlangga, Jakarta
- Kunjaya, Chatief, Dr., Msc, et al., 2006, **Diktat Persiapan Menuju Olimpiade Astronomi**, Institut Teknologi Bandung, Bandung
- Purwanto, Budi, Drs., M.Si., 2004, **FISIKA DASAR Teori dan Implementasinya 3B**, Tiga Serangkai, Jakarta
- Redaksi Kawan Pustaka, 2007, **Rangkuman Rumus Matematika, Fisika & Kimia**, Penerbit Kawan Pustaka, Jakarta
- Rinto Anugraha NQZ, 2005, **Pengantar Teori Relativitas dan Kosmologi**, Gadjah Mada University Press, Yogyakarta
- Surya, Yohanes, Ph.D., 2003, **FISIKA ITU MUDAH**, PT Bina Sumber Daya MIPA, Jakarta
- _____, Ph.D., 2003, **Soal-soal MEKANIKA 1 dan Penyelesaiannya**, PT Bina Sumber Daya MIPA, Jakarta
- Sutantyo, Winardi, 1984, **Astrofisika - Mengenal Bintang**, Penerbit ITB, Bandung
- Sutrisno, 1981, **Seri Fisika FISIKA DASAR**, Penerbit ITB, Bandung
- Suwitra, Nyoman, 2001, **Astronomi Dasar**, Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan Negeri Singaraja, Singaraja
- Tanudidjaja, Moh. Ma'mur, 1996, **Ilmu Pengetahuan Bumi dan Antariksa**, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta

safelinkbidown.blogspot.com

**Astronomi dan Astrofisika
2010**