Bölüm:4

İKİ BOYUTTA HAREKET

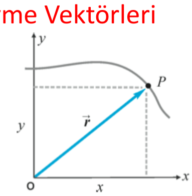
➢Günlük hayatta karşımıza çıkan pek çok hareket türü iki-boyutludur. Bunlara eğik atış hareketleri, dairesel hareketler örnek olarak gösterilebilir.

Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi

4.1 Yerdeğiştirme, Hız ve İvme Vektörleri

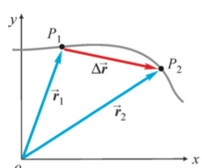
Konum vektörü ($\vec{r}$): Orijinden cismin bulunduğu yere çizilen vektör.

$$\vec{r} = x\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}$$



Yerdeğiştirme vektörü ($\Delta\vec{r}$): t_1 anında $\vec{r}_1$ konumunda bulunan bir cisim, daha sonraki bir t_2 anında $\vec{r}_2$ konumunda bulunuyorsa,

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\,\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\,\hat{\jmath}$$



Hız vektörü ($\vec{v}$) $\Longrightarrow$ Cismin birim zamanda yerdeğiştirme vektörü.

Ortalama Hız vektörü ($\vec{v}_{ort}$): Cismin t_1 anındaki konumu $\vec{r}_1$ ve daha sonraki bir t_2 anındaki konumu $\vec{r}_2$ ise,

$$\vec{v}_{ort} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_{ort} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}\right)\hat{\jmath} = \underbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}_{v_{x,ort}}\,\hat{\imath} + \underbrace{\frac{\Delta y}{\Delta t}}_{v_{y,ort}}\,\hat{\jmath}$$

Ani Hız vektörü ($\vec{v}$): Ortalama hız vektörünün limiti.

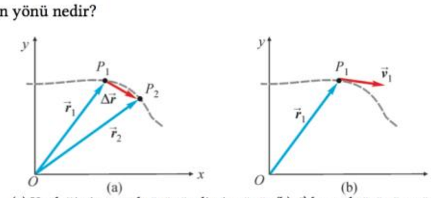
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x}\,\hat{\imath} + \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y}\,\hat{\jmath} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

Hız vektörünün şiddeti ve yönü:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,, \qquad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

Hızın yönü nedir?



(a) Yerdeğiştirme vektörünün limit yönü, (b) $\vec{v}$ hız vektörünün yönü.

Yerdeğiştirme vektörü olan $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{P_1P_2}$ kirişini gözönüne alalım.

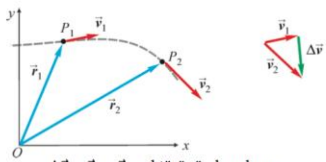
- $\overrightarrow{P_1P_2}$ vektörü hareket yönündedir.
- $\Delta t \to 0$ olurken, P_2 noktası giderek P_1 noktasına yaklaşacak ve P_1P_2 kirişi sonunda teğet doğrultuya gelecektir.

O halde, iki boyutlu harekette, **hız vektörü daima yörüngeye teğet ve hareket yönündedir.**

İvme vektörü($\vec{a}$) $\Longrightarrow$ Hız vektörünün birim zamanda değişimi.

- **Ortalama İvme vektörü ($\vec{a}_{\text{ort}}$)**
  Cismin t_1 anındaki hızı $\vec{v}_1$ ve daha sonraki bir t_2 anındaki hızı $\vec{v}_2$ ise,

$$\vec{a}_{\text{ort}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ vektörünün kurulumu.

- **Ani ivme vektörü ($\vec{a}$)**: Ortalama ivme vektörünün limiti.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= \underbrace{\frac{dv_x}{dt}}_{a_x}\hat{\imath} + \underbrace{\frac{dv_y}{dt}}_{a_y}\hat{\jmath} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

- Hız konumun türevi olduğu için, ivme de konumun ikinci türevi olur:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

- **İvme vektörünün yönü**: Herhangi bir yönde olabilir, yörüngeye teğet olmak zorunda değildir.

4.2 İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- İki boyutta sabit ivme ile hareket eden bir cismin konumu zamanla değişiyorsa hızı

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} = v_x\hat{\mathbf{i}} + v_y\hat{\mathbf{j}}$$

- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hızı

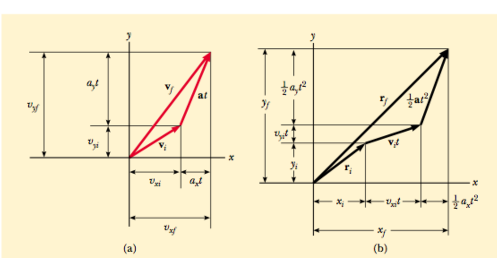
$$\mathbf{v}_f = (v_{xi} + a_x t)\hat{\mathbf{i}} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\mathbf{j}}$$
$$= (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}}) + (a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t$$
$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t$$

- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin iki boyutta son konum değerleri

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

- Sabit ivmeli harekette son konum değeri

$$\mathbf{r}_f = (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2)\hat{\mathbf{i}} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2)\hat{\mathbf{j}}$$
$$= (x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}}) + (v_{xi}\hat{\mathbf{i}} + v_{yi}\hat{\mathbf{j}})t + \tfrac{1}{2}(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}})t^2$$
$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$



Active Figure 4.5 Vector representations and components of (a) the velocity and (b) the position of a particle moving with a constant acceleration **a**.

- Sabit ivme ile hareket eden bir cismin son hızı ve son konumu

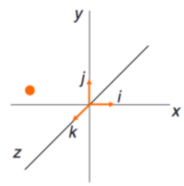
$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \quad \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \quad \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ y_f = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$

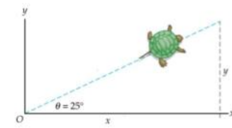
1, 2 ve 3 Boyutta Hareket

- Bir boyutta kinematik değişkenler
  - Konum: $x(t)$ m
  - Hız : $v(t)$ m/s
  - İvme: $a(t)$ m/s²

- Üç boyutta kinematik değişkenler
  - Konum: $\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ m
  - Hız: $\vec{v}(t) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ m/s
  - İvme: $\vec{a}(t) = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ m/s²

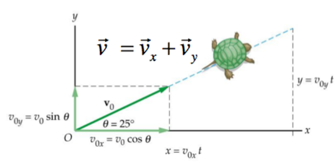


Örnek:



Bir kaplumbağa O noktasından başlayıp v=10 cm/s hızla 25° açıyla sağa doğru yürüyor.

(a) 10 saniye sonra kaplumbağanın bulunacağı koordinatlar nedir?
(b) 10 saniye sonunda kaplumbağa ne kadar yürümüştür?



- x bileşeni: $v_x = v\ \cos 25^\circ = 9.06\,cm/s$ $\quad \Delta x = v_x t = 90.6\,cm$
- y bileşeni: $v_y = v_0 \sin 25^\circ = 4.23\,cm/s$ $\quad \Delta y = v_y t = 42.3\,cm$
- O noktasından uzaklık $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 100.0\,\text{cm}$

İKİ BOYUTTA HAREKET- ÖZET

- Konum $\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j}$
- Ortalama hız $\vec{v}_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} = v_{ort,x}\hat{i} + v_{ort,y}\hat{j}$
- Anlık hız $v_x \equiv \frac{dx}{dt}$ $\quad v_y \equiv \frac{dy}{dt}$ $\quad \vec{v}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$
- İvme $a_x \equiv \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ $\quad a_y \equiv \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$

  $\vec{a}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$
- $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$ her zaman aynı yönde olmayabilir.

- Tek boyutta sabit ivmeli hareket formülleri iki boyutta da her düzlem için geçerlidir.

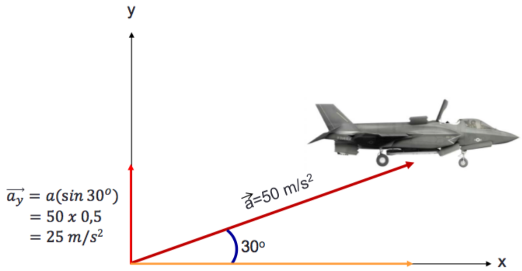
$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$x - x_0 = v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y - y_0 = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_x^{\,2} = v_{0x}^{\,2} + 2a_x(x - x_0) \qquad v_y^{\,2} = v_{0y}^{\,2} + 2a_y(y - y_0)$$

Örnek:

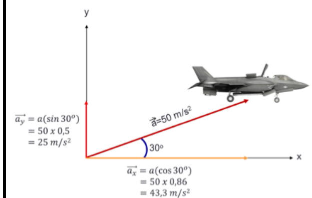
Bir F 35 uçağı bir pistten 30° açı ve 50 m/s² ivme ile dikey kalkış yapıyor. Uçağın 10 saniye sonraki pozisyonu nedir?



$\overrightarrow{a_y} = a(\sin 30^o)$
$= 50\ x\ 0{,}5$
$= 25\ m/s^2$

$\overrightarrow{a_x} = a(\cos 30^o)$
$= 50\ x\ 0{,}86$
$= 43{,}3\ m/s^2$

MCR



$x = x_0 + v_{0x}t + 1/2\ a_xt^2$

$v_{0x} = 0$ m/s

t = 10 s

a_x= 43,3 m/s²

x = 2165 m = 2,165 km

$y = y_0 + v_{0y}t + 1/2\ a_yt^2$

$v_{0y} = 0$ m/s

t = 10 s

a_y= 25 m/s²

x = 1250 m = 1,250 km

$R = \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{2165^2 + 1250^2}$

$= 2500m = 2{,}5km$

MCR

4.3 Eğik Atış Hareketi

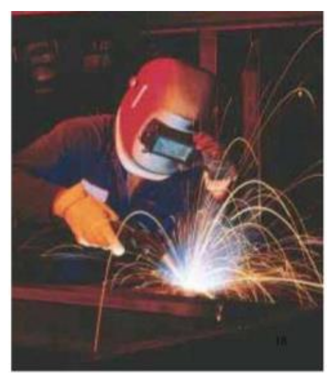
Havaya fırlatılan herhangi bir cismin hareketi eğik atış hareketidir. Bu harekette iki önemli kabullenme yapılır;

1) g yerçekimi ivmesi hareket süresince sabit ve aşağıya doğru yöneliktir,

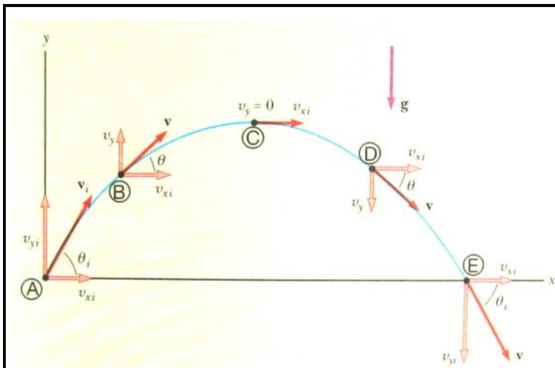
2) Hava direncinin etkisi ihmal edilmektedir.

Eğik olarak atılan bir cisim parabolik bir yörüngeyi izler

MCR



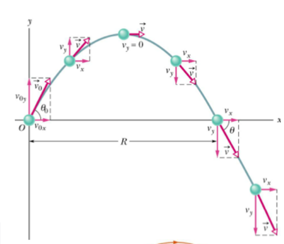
MCR



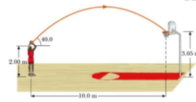
Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

MCR

- Yatay: $a_x = 0$, Dikey: $a_y = -g$.
- Başlangıç hızları
  - v_0 ın x ve y bileşenleri olabilir.
  - v_{0x} sabittir. $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$
  - v_{0y} yerçekimi ivmesi ile sürekli değişir. $v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$

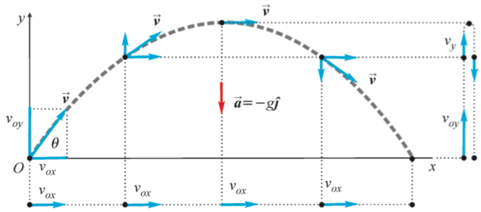


Yatay	Dikey
$v_x = v_{0x}$	$v_y = v_{0y} - gt$
$x = x_0 + v_{0x}t$	$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$



MCR

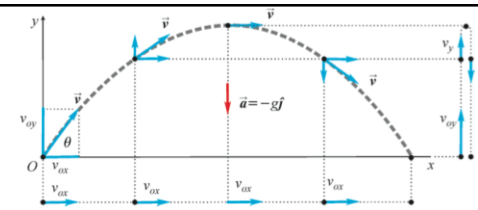
Eğik Atış Hareketi



Şekilde seçilen koordinat sistemine göre:

- $\left.\begin{aligned} a_x &= 0 \\ a_y &= -g \end{aligned}\right\} \longrightarrow \vec{a} = -g\hat{j}$
- $v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta$

MCR



- Sabit ivmeli hareket formüllerini hatırlayalım:
  $v = v_0 + at \quad \text{ve} \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Herbir bileşen için uygulanırsa ($a_x = 0,\ a_y = -g$),

$v_x = v_0 \cos\theta$	$v_y = v_0 \sin\theta - gt$	(atış hareketi)
$x = v_0 \cos\theta\, t$	$y = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$	

MCR

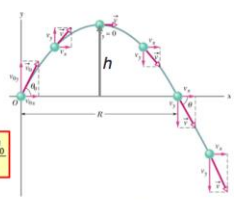
Eğik Atış Hareketi – Menzil (R) ve Maksimum Yükseklik (h)

- ($t = 0$): $x_0 = 0$, $y_0 = 0$
- $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ ve $v_{0x} = v_0 \sin\theta_0$, ise

$x = 0 + v_{0x}t \qquad y = 0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$$

$$R = x - x_0 = v_{0x}t = \frac{2v_0\cos\theta_0 v_0 \sin\theta_0}{g} = \boxed{\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}}$$



$$h = y - y_0 = v_{0y}t_h - \frac{1}{2}gt_h^2 = v_{0y}\frac{t}{2} - \frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$\boxed{h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}}$$

Yatay	Dikey
$v_x = v_{0x}$	$v_y = v_{0y} - gt$
$x = x_0 + v_{0x}t$	$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

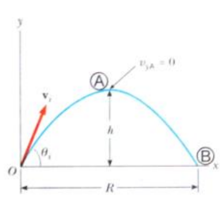
MCR

- **Yörünge denklemi**: x ve y ifadeleri arasında t zamanı elenir:

★ $\boxed{y = (\tan\theta)\,x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2}$ (Yörünge denklemi)

- Problem çözümünde yararlı bağıntılar:
  - Cisim orijinden başka bir yerden atılmışa, bu formüllere x_0, y_0 koordinatları da eklenmelidir.
  - Cisim yatay atılmışsa ($\theta = 0$) $\quad v_{0x} = v_0 \quad$ ve $\quad v_{0y} = 0$ olur.
  - Maksimum yükseklikte $v_{0y} = 0$ olur.
  - Cisim yatayın altında atılmışsa θ açısı negatif alınır.

MCR



Ref: Serway, Beichner, Fen ve Mühendislik için Fizik 1, Palme Yayıncılık

İki boyutlu hareket denklemleri kullanılarak, eğik atışın menzili ve parçacığın çıkacağı maksimum yükseklik hesaplanabilir;

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i Sin\theta_i - gt_A$$

$$\boxed{t_A = \frac{v_i Sin\theta_i}{g}}$$

MCR

Atış menzili;

$$\boxed{R = v_{xi}t_B} = (v_i Cos\theta_i)2t_A$$

$$= (v_i Cos\theta_i)\frac{2v_i Sin\theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 Sin\theta_i Cos\theta_i}{g}$$

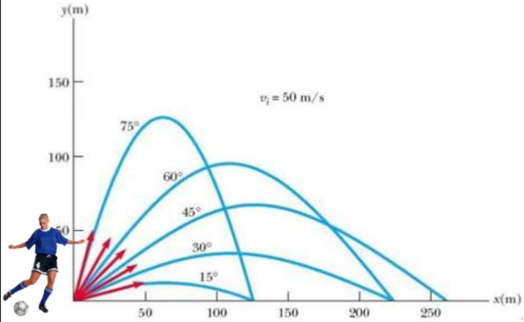
$$Sin2\theta = 2Sin\theta Cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{v_i^2 Sin2\theta_i}{g}} \ ★$$

Maksimum menzil ve atış açısı;

$$\boxed{R_{maks} = v_i^2 / g \qquad \theta_i = 45^0}$$

MCR



Eğik atış

Şekildeki binanın tepesinden bir taş yatayla 30.0° açı yapacak şekilde 20.0 m/s hız ile fırlatılmaktadır. Binanın yüksekliği 45.0 m ise,

(A) Taşın yere ulaşması için geçen süre nedir?
(B) Taşın yere çarpmadan hemen önceki hızı nedir?

a)

$v_{xi} = v_i \cos\theta_i = (20.0\ \mathrm{m/s})(\cos 30.0°) = 17.3\ \mathrm{m/s}$

$v_{yi} = v_i \sin\theta_i = (20.0\ \mathrm{m/s})(\sin 30.0°) = 10.0\ \mathrm{m/s}$

$$y_f = v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$y_f = -45.0$ m, $a_y = -g$, and $v_{yi} = 10.0$ m/s

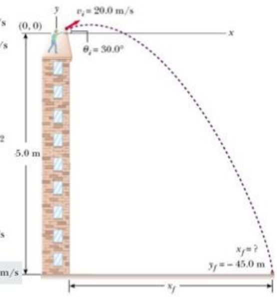
$$-45.0\ \mathrm{m} = (10.0\ \mathrm{m/s})t - \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})t^2$$

$$t = \boxed{4.22\ \mathrm{s.}}$$

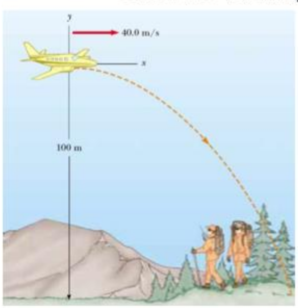
b) $$v_{yf} = v_{yi} + a_y t,$$

$v_{yf} = 10.0\ \mathrm{m/s} - (9.80\ \mathrm{m/s^2})(4.22\ \mathrm{s}) = -31.4\ \mathrm{m/s}$

$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(17.3)^2 + (-31.4)^2}\ \mathrm{m/s} = \boxed{35.9\ \mathrm{m/s}}$



Örnek 4.5-Yardım paketi



$$y_f = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

$$-100\ \mathrm{m} = -\tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})t^2$$

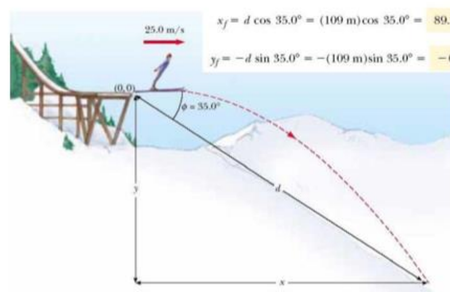
$$t = 4.52\ \mathrm{s}$$

$$x_f = (40.0\ \mathrm{m/s})(4.52\ \mathrm{s}) = \boxed{181\ \mathrm{m}}$$

Örnek 4.6-Kayakla atlama

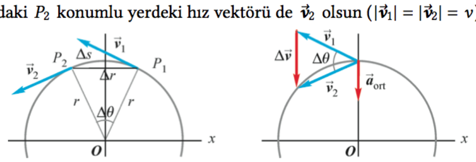
$x_f = d\cos 35.0° = (109\ \mathrm{m})\cos 35.0° = \boxed{89.3\ \mathrm{m}}$

$y_f = -d\sin 35.0° = -(109\ \mathrm{m})\sin 35.0° = \boxed{-62.5\ \mathrm{m}}$



4.4 Düzgün Dairesel Hareket

r yarıçaplı bir çember üzerinde sabit v hızıyla dönmekte olan cismin t_1 anında bulunduğu P_1 konumlu yerdeki hız vektörü $\vec{v}_1$, daha sonraki bir t_2 anındaki P_2 konumlu yerdeki hız vektörü de $\vec{v}_2$ olsun ($|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$).

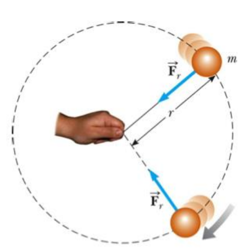


$\vec{v}_2$ vektörünü kaydırıp $\vec{v}_1$ vektörü yanına getirelim ve $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ farkını inşa edelim. Ortalama ivme formülünü hatırlayalım:

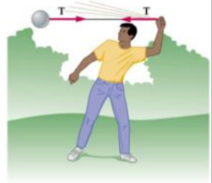
$$\vec{a}_{ort} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Herne kadar hız sabit olsa da, yönü değiştiği için vektörel olarak $\Delta\vec{v}$ sıfırdan farklıdır. Bu yüzden bir ivme oluşur!

Düzgün Dairesel Hareket



- Bir nesne kavisli bir rotada **sabit süratle** hareket ederken:
  - Sürat: **Sabit**
  - Hızın yönü: **Değişken**
  - Hız: **Değişken**
  - İvme: Sıfır **değil**
  - Nesneye etki eden net kuvvet: Sıfır **değil**
  - "Merkezcil kuvvet"



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

- Merkezcil kuvvet: Dairesel hareket sırasında cismi yörüngede tutan kuvvet.
- Merkezcil kuvvet, hız vektörünün büyüklüğünü değiştirmez ancak yönünü değiştirir.
- Merkezcil kuvvetin yönü, merkezcil ivmenin yönüyle aynı yani merkeze doğrudur ve çizgisel hıza diktir.

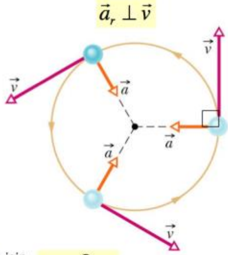
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

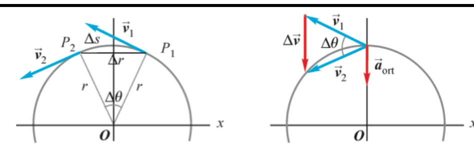
4.5 Radyal (Merkezcil) ve Teğetsel İvme

$$\vec{a}_r \perp \vec{v}$$

- **Hız:**
  - Büyüklük(sürat): sabit v
  - Yön: Çembere teğet
- **Merkezcil İvme:**
  - Büyüklük: $a_r = \frac{v^2}{r}$
  - Yön: Dairesel hareketin merkezi
- **Periyot:**
  - Nesnenin bir tam turu tamamlaması için gereken süre

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$





Hızlar üçgenini hareket çemberindeki OP_1P_2 üçgeniyle karşılaştıralım.

- İkizkenar
- θ tepe açıları eşit

$\Longrightarrow$ Benzer üçgenler

Benzer üçgenlerdeki kenar oranları eşit olur:

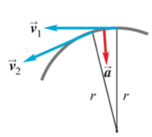
$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

Yaklaşık olarak $\Delta r \approx \Delta s$ (yay uzunluğu) $\Longrightarrow$ $\Delta v = \frac{v\,\Delta s}{r}$

İvme: $$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v\,\Delta s}{r\,\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \to 0} \underbrace{\frac{\Delta s}{\Delta t}}_{v} = \frac{v^2}{r}$$

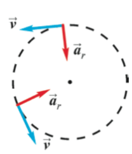
İvmenin yönü: $\vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1$ olurken $\Delta\vec{v}$ hıza dik ve merkeze yönelik olur.

$\Longrightarrow$ **merkezcil ivme** a_r



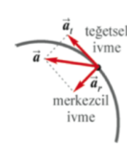
$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(merkezcil ivme)}}$$ ★

Heryerde merkeze yönelik bir ivme.



Teğetsel İvme (a_t):
Dairesel harekette hızın sadece yönü değil, büyüklüğü de değişiyorsa, merkezcil ivmeye ek olarak, bir de **teğetsel ivme** oluşur.

Toplam $\vec{a}$ ivmesi bu merkezcil ve teğetsel ivmelerin bileşkesi olur:



$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

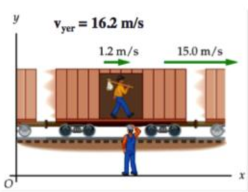
Teğetsel ivme daha sonra dönme hareketi içinde ele alınacaktır.

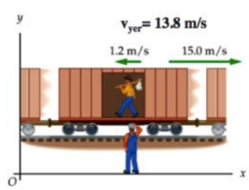
4.6 Bağıl Hız ve Bağıl İvme

- Bağıl hareket, farklı referans sistemlerindeki farklı gözlemciler tarafından hareketlerin nasıl gözlemlendiğini ifade eder.
- Aynı hızla giden iki otomobilden birisinde bulunan yolcu diğer aracın içindekileri hareketsiz olarak görür. Yerden bakan bir gözlemci ise iki otomobilin de hareket ettiğini söyler.
- Bu tür hareketler farklı referans sistemlerinin göreceli hareketlerinin incelenmesi ile anlaşılabilir.

Üç farklı referans sistemi birbirlerinin hareketini farklı algılar!!!

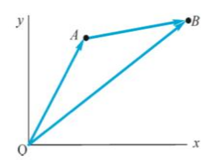
Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi





Konum, hız, ivme gibi kavramlar hangi gözlemci tarafından ölçüldüğüne bağlıdır.
Fakat, iki gözlemcinin birbirine göre hızı biliniyorsa, bu farklı ölçümler arasındaki ilişki hesaplanabilir.

A, B noktalarında bulunan iki cismin O orijininde hareketsiz duran bir gözlemci tarafından incelendiğini kabul edelim.



Konumlar:

$$\vec{r}_A = \overrightarrow{OA}$$
$$\vec{r}_B = \overrightarrow{OB}$$

ve aralarındaki ilişki:

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$$

Bu ifadenin zamana göre türevini alalım.

$$\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}$$

Terimlerin anlamı:

$$\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt} = \vec{v}_{BO} = B \text{ cisminin yerdeki } O \text{ orijinine göre hızı}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} = \vec{v}_{AO} = A \text{ cisminin yerdeki } O \text{ orijinine göre hızı}$$

$$\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = \vec{v}_{BA} = B \text{ cisminin hareketli } A \text{ cismine göre hızı}$$

$$\boxed{\vec{v}_{BO} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AO} \quad \text{(göreli hız toplama kuralı)}}$$

$$\boxed{\vec{v}_{BO} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AO}}$$

- Hatırda tutmak kolay: (O, A, B) indislerinden herhangi iki tanesinin arasına üçüncü bir indis katıp iki terime açarız:

$$\vec{v}_{OA} = \vec{v}_{OB} + \vec{v}_{BA}$$
$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AO} + \vec{v}_{OB}$$

- İndisleri ters sırada olan vektörler eksi yönde olurlar:

$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB}$ veya $\vec{v}_{AO} = -\vec{v}_{OA}$ …gibi.

- Bu hız toplama kuralı sadece klasik fizikte geçerlidir. Çok yüksek hızlarda (ışık hızına yakın) yanlış sonuç verir. Bunun yerine Einstein'ın *Görelilik Teorisi* ile geliştirdiği formüller kullanılır.

Bağıl İvme

Hızlar arasındaki ilişkiyi veren $\vec{v}_{BO} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AO}$ denkleminin türevi alınır:

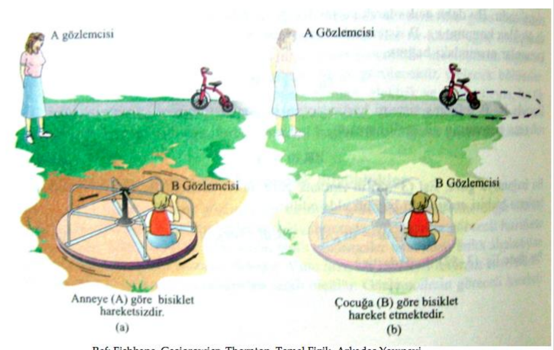
$$\vec{a}_{BO} = \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{AO}$$

A cismi orijine göre düzgün doğrusal hareket yapıyorsa,

$$\vec{a}_{AO} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{a}_{BO} = \vec{a}_{BA}$$

Birbirine göre düzgün doğrusal hareket yapan gözlemciler aynı ivmeyi ölçerler.

Daha sonra görüleceği üzere,
Dinamik yasaları birbirine göre hareketsiz veya düzgün doğrusal hareket yapan gözlemciler için geçerli olurlar.



Ref: Fishbane, Gasiorowicz, Thornton, Temel Fizik, Arkadaş Yayınevi