

Bölüm:6

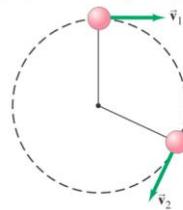
## DAİRESEL HAREKET VE NEWTON KANUNLARININ DİĞER UYGULAMALARI



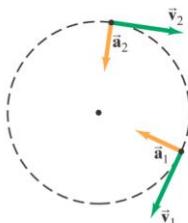
1

- Sabit hızla dairesel bir yörüngeye hareket eden cisim düzgün dairesel hareket eder
- Hızın büyüklüğü sabit olmasına rağmen sürekli yön değiştirdiği için hareketin ivmesi vardır

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$



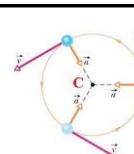
2



Düzenin dairesel harekette, ivme  
dairenin merkezine doğru yönelir  
ve büyüklüğü  $v^2/r$  dir!

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

3



Düzenin dairesel harekete yapan bir cisim herhangi  
bir andaki ivmesinin büyüklüğü

$$a = v^2/r$$

dir ve dairenin merkezine doğrudur.

Newton' nun ikinci yasasına göre cisim etki eden kuvvet  
de dairenin merkezine doğrudur ve büyüklüğü

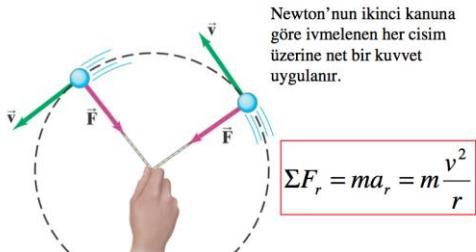
$$F = m \frac{v^2}{r}$$

ifadesi ile verilir. Bu kuvvette “merkezil kuvvet” diyoruz.

Merkezil kuvvet yeni bir kuvvet değildir, C noktası etrafında  
dönen cisimde etkiyen net kuvvettir.

Duruma göre merkezil kuvvet bazen sürtünme, bazen normal,  
bazen de yerçekimi kuvveti olabilir.

4

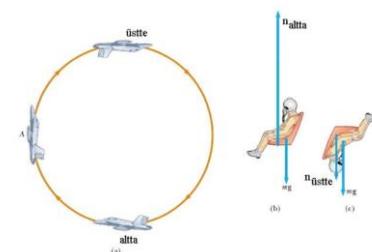


Newton' nun ikinci kanuna  
göre ivmelenen her cisim  
üzerine net bir kuvvet  
uygulanır.

$$\Sigma F_r = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

5

**Örnek:** m küteli bir pilot düşey düzlemede bir çember etrafında  
dönmektedir. Bu uçuş düzleminde uçak, 2,70 km yarıçaplı dairesel  
yörüngeye 225 m/s lik sabit bir hızla hareket ediyor. Koltuğun  
pilotu uyguladığı kuvveti a) dairesel yörüngein en alt kısmında b)  
dairesel yörüngein en üst kısmında hesaplayınız.



6

a)

$$\sum F = n_{\text{bot}} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{bot}} = mg + m \frac{v^2}{r} = mg \left( 1 + \frac{v^2}{rg} \right)$$

$$n_{\text{bot}} = mg \left( 1 + \frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)} \right) = 2.9 mg$$

$$7$$

b)

$$\sum F = n_{\text{top}} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{top}} = m \frac{v^2}{r} - mg = mg \left( \frac{v^2}{rg} - 1 \right)$$

$$n_{\text{top}} = mg \left( \frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)} - 1 \right)$$

$$= 0.913 mg$$

$$8$$

**Örnek:**  $m$  küteli bir cisim  $L$  uzunluğundaki iple tavana asılmıştır. Bu cisim  $r$  yarıçaplı yatay dairesel bir yörünge üzerinde sabit hızıyla dönmektedir. Sarkacın periyoduunu bulunuz.

$$\sum F_x = F_T \sin \theta = ma_{\text{rad}}$$

$$\sum F_y = F_T \cos \theta + (-mg) = 0$$

$$\tan \theta = \frac{a_{\text{rad}}}{g}$$

$$a_{\text{rad}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 L \sin \theta}{T^2}$$

$$\tan \theta = \frac{a_{\text{rad}}}{g} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4\pi^2 L \sin \theta}{g T^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$

$$9$$

**Örnek:** Kütlesi  $m$  olan bir cisim  $L$  uzunluğundaki bir ipin ucunda şekildeki gibi yatayda  $r$  yarıçaplı çemberSEL bir yörüngeDE  $v$  hızı ile dönmektedir (**Konik sarkac**). Cismin hızını bilinen nicelikler cinsinden ifade ediniz.

$$\sum F_y = ma_y = 0 \quad (1) \quad T \cos \theta = mg$$

$$\sum F = T \sin \theta = ma_e = \frac{mv^2}{r} \quad (2) \quad T \sin \theta = mg$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

$$v = \sqrt{L g \sin \theta \tan \theta}$$

$$10$$

**Örnek:** Kütlesi  $m$  olan bir yarıçaplı düz (yatay) bir yolda  $R$  yarıçaplı bir virajı  $v$  hızıyla dönmek istiyor. Araba ile yol arasındaki sürtünme kuvvetini belirleyiniz.

$$F_{\text{net},r} = f_s = \frac{mv^2}{R}$$

$$11$$

**Örnek** Bir mühendis, arabaların sırtlanmamaya güvenmeksızın savrulmadan dönbilecekleri eğimi bir ototol virajı yapmak istiyor. Başka bir deyişle, yol buzu olsa bile araba belirlenen hızla kaymadan virajı dönbilmektedir. Bir arabanın böyle bir virajı 30 mil/saat ( $13.4 \text{ m/s}$ ) lik hızla dönebileceğini varsayıyın. Virajın yarıçapı da 50 m olsun. Yolun eğimi kaç derece olmalıdır?

$$\sum F_y = F_N \cos \theta - mg = 0 \rightarrow F_N \cos \theta = mg \quad (1)$$

$$F_N \cos \theta = mg$$

$$F_N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$\sum F_r = F_N \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

$$F_N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{13.4^2}{9.8 \times 50} \right) = 20^\circ$$

$$12$$



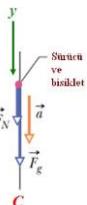
**Örnek:** Çember şeklindeki platformun yarıçapı  $R$ ' dir. Platformun en tepesinde sürücünün düşmemesi için o andaki  $v$  hızı ne olmalıdır?

Sürücü platformun tepesinde iken serbest-cisim diyagramını çizersek, sürücüye etki eden yer-çekimi kuvveti  $\vec{F}_g$  ve normal kuvvet  $\vec{F}_N$  aşağı yöndedir.

O noktada sürücünün minimum hızı sahip olması durumunda, platformla teması kesilir ve  $F_N = 0$  olur. Böylece, sürücüye etki eden tek kuvvet  $\vec{F}_g$ , dir ve merkezcildir. Bu durumda,

$$F_{net,y} = mg = \frac{mv^2}{R} \rightarrow v_{min} = \sqrt{Rg}$$

bulunur.

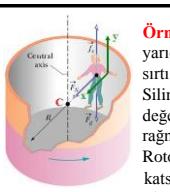


13



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

14



**Örnek:** Rotor, ekseni etrafında  $v$  hızıyla dönen  $R$  yarıçaplı içi boş bir silindirdir. Külesi  $m$  olan bir çocuk, sirtı silindirin iç duvarına yaslanmış bir şekilde ayakta durmaktadır. Silindir dönmeye başlıyor ve önceden belirlenmiş bir hız değerine ulaştığında, silindirin tabanı aniden düşmesine rağmen, çocuk silindir duvarında tutulmuş kalmaktadır. Rotor duvarıyla çocuk arasındaki statik sürtünme katsayısı  $\mu_s$  olduğuna göre, Rotor'un minimum hızı ne olmalıdır?

Çocuk için serbest-cisim diyagramı çizilirse, normal kuvvet  $F_N$ 'nin merkezil kuvvet olduğu görürlür.

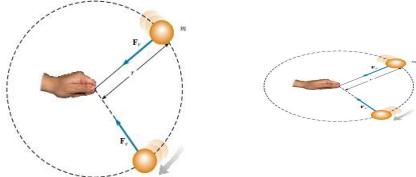
$$F_{x,net} = F_N = ma = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

$$F_{y,net} = f_s - mg = 0, \quad f_s = \mu_s F_N \Rightarrow mg = \mu_s F_N \quad (2)$$

Eş-1 ve Eş-2 birleştirilirse,  $mg = \mu_s \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{Rg}{\mu_s} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{Rg}{\mu_s}}$  bulunur.

15

**Örnek:** Külesi 0.5 kg olan bir taş, 1.5 m uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlanmış ve yatay bir düzlemede döndürülmektedir. Taşın bağlı olduğu ip en fazla 50 N'lık bir kuvvette dayanabildiğine göre, ipin kopmadan hemen önceki hızı ne olur?



$$T = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{rT_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{1.5(50)}{0.5}} = 12.2 \text{ m/s}$$

16

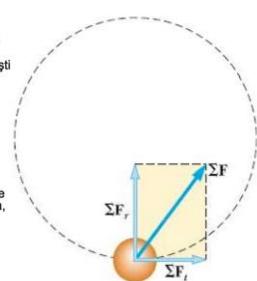
## Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

Daha önce bir parçacığın dairesel yörüngede üzerinde hareket ederken sürat değişliğinde radyal doğrultudaki ivmeye ek olarak  $d\theta/dt$  şeklindeki tegetsel ivmenin eklenmesi gerektiği belirtilmiştir. Bu yüzden dairesel yörüngedeki cisimme yarıçap doğrultusunda ve tegetsel doğrultuda kuvvet bileşenleri bulunur.

Toplam ivme  $a = a_r + a_t$   
Toplam kuvvet  $\Sigma F = \Sigma F_r + \Sigma F_t$

şeklindedir.

$\Sigma F_r$  vektörü yarıçap doğrultusunda merkeze yönelik radyal ivmenin oluşmasına,  $\Sigma F_t$  vektörü çemberde teget ivmenin oluşmasına neden olur.



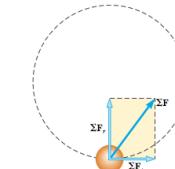
17

■Dairesel harekette cisim üzerine etki eden net kuvvet merkeze doğru yönelmemişse cisim hızı sabit kalır.

■Eğer net kuvvet merkeze doğru yönelmemişse, kuvvet tegetsel ve radyal bileşenlere ayrılır.

■Radyal kuvvet cismi dairesel yörüngede tutarken tegetsel kuvvet cisim hızının hızlanması veya yavaşlamasına sebep olur.

■Dolayısıyla ivmenin de tegetsel ve radyal bileşenleri vardır.



$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

18



**Örnek :** Külesi  $m$  olan bir cisim uzunluğu  $R$  olan bir ipin ucunda, şekildeki gibi düşey düzlemede  $O$  noktasında dönmektedir. İpin düşeyle  $\theta$  açısı yaptığı bir anda cismin hızı  $v$  ise, ipteki gerilme kuvveti ne olur?

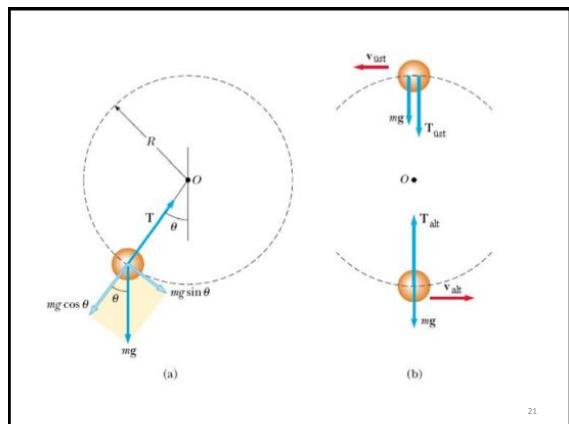
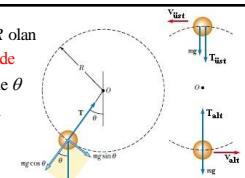
Teğetsel kuvvet  
 $\sum F_r = mg \sin \theta = ma_r \rightarrow a_r = g \sin \theta$  (hızındaki değişimin kaynağı)

Radyal kuvvet  
 $\sum F_r = T - mg \cos \theta = ma_r \rightarrow T = m \left( \frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$

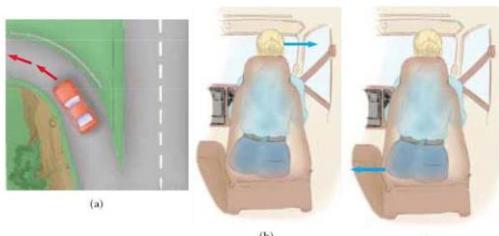
Üst noktada ( $\theta = 180^\circ$ )  $\rightarrow T_{üst} = m \left( \frac{v^2}{R} - g \right)$

Alt noktada ( $\theta = 0^\circ$ )  $\rightarrow T_{alt} = m \left( \frac{v^2}{R} + g \right)$

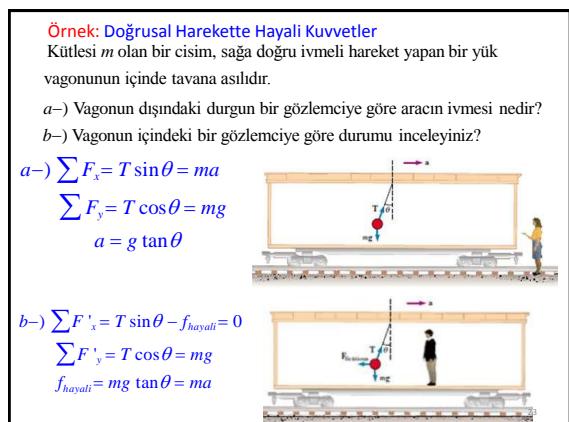
20



### Ivmeli Sistemlerde Hareket



- (a) Bir araba virajda girdiğinde içerdeki yolcu sağa doğru kayar.  
 (b) Yolcunun gözlem çerçevesine göre yolcuya sağ kapı tarafına iten hayatı bir kuvvet vardır.  
 (c) Yerdeki bir gözlemciye göre yolcuya etki eden kuvvet oturduğu koltuk tarafından sola doğrudur. Böylece yolcu araçta durgun kalır.
- 22

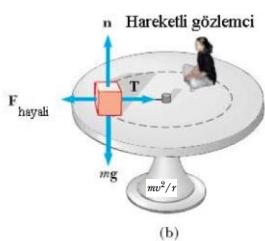


### Örnek: Dönen Sistemde Yalancı Kuvvetler



Eylemsiz gözlemci, merkezil kuvvetin ipteki  $T$  gerilmesinin oluşturduğunu söyler. Newton'un 2. Kanunu:

$$T = mv^2/r.$$



(b)

Dönen masa üzerinde bulunan Eylemlİ gözlemeCiye (ivmeli gözlemeCi) görE blok durgundur ve ivmesi sıfırdır. Bloğa  $mv^2/r$  değerinde yalancı bir kuvvet uygulandığını düşünür. Eylemlİ gözlemeCiye görE blok üzerine etkiyen net kuvvet sıfırdır. Newton'un 2. Kanunu:

$$T - mv^2/r = 0$$

25

TEŞEKKÜRLER



MCR