

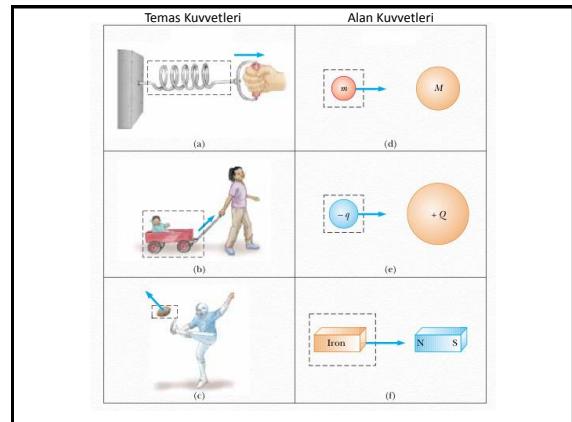
## HAREKET KANUNLARI



Ariane 5 roketi 22 Nisan 2011 de uzay yolculuğuna başlıyor. Avrupa Uzay Birliği (ESA) tarafından geliştirilen bu roket 9,5 ton yükü Dünya'nın çekim kuvvetinden kurtarıp uzaya taşıyarak bir rekor kırmıştır. Hareketi doğuran temel etken kuvvetin, kuvvet ve kütte gibi kavramlarla ilişkisi tam olarak nedir?

## Kuvvet

- Bir cısmın hızındaki değişim ancak o cisme bir kuvvet uygulanması ile mümkündür. O halde cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin ivmesi arasında bir ilişki vardır.
- Kuvvetler temas kuvvetleri ve alan kuvvetleri olmak üzere ikiye ayrılabilir.



### Doğada var olan temel kuvvetler:

- 1) **Kütle çekim kuvvetleri**; iki cisimin kütlelerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları çekim kuvvetleri
- 2) **Elektromanyetik kuvvetler**; durgun veya hareketli iki yükülü parçacığın yüklerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları itme veya çekme kuvvetleri
- 3) Atom-altı parçacıklar arasında görülen, şiddetleri büyük **çekirdek kuvvetleri**
- 4) **Zayıf nükleer kuvvetler**; belli radyoaktif bozunumlarda ortaya çıkan kuvvetlerdir.

■ Kuvvet  $F$  büyüklüğü ve yönü belirlenen *vektörel* bir büyüklüktür.

- Durağan bir cisim üzerine etki eden bileşke (net) kuvvet sıfır ise bu cisim hareksiz kalır.
- Bir cisme uygulanan net kuvvet, ayrı ayrı itme ve çekmelerden oluşan toplam itme ya da çekmeyi ifade eder.

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i \quad 1N = 1 \text{ kg.m/s}^2$$

$$SI \rightarrow 1 \text{ Newton (N)} = 1 \text{ kg.m/s}^2$$

$$CGS \rightarrow 1 \text{ Dyne (din)} = 1 \text{ g.cm/s}^2$$

Nicelik	Kütle	İvme	Kuvvet
Sembol	m	a	F
Birim	kg	$m/s^2$	$kg\ m/s^2$

Tablo 1.1: Birim Tablosu

$$SI \rightarrow 1 \text{ Newton (N)} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

$$1N = 10^3 \text{ g} \cdot 10^2 \text{ cm/s}^2 = 10^5 \text{ Din}$$

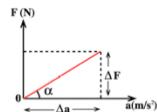
$$1 \text{ Din} = 10^{-5} \text{ N} ; \quad 1 \text{ N} = 10^5 \text{ Din}$$

1kg'lık kütleye  $1m/s^2$  lik ivme kazandıran kuvvet 1 newton (N) değerindedir.  
1 N =  $1 \text{ kg } m/s^2$  dir.

$$F = m \cdot a \text{ bağıntısından ivme birimi } m/s^2 \text{ yerine, } a = \frac{F}{m} = \frac{N}{kg} \text{ da kullanabilir.}$$

Bir cisme uygulanan F kuvveti ile cismin kazandığı ivmenin değişim grafiğinde,

$$\tan \alpha = \text{eğim} = \frac{\Delta F}{\Delta a} = \text{sabit} = \text{kütledir.}$$



Grafik 1.1: Kuvvet-ivme grafiği

Kuvvet-ivme grafiğinin eğimi cismin kütlesini verir.



**Isaac Newton,**  
English physicist and  
mathematician  
(1642-1727)

- 1686 yılında İngiliz bilim adamı Isaac Newton yayınladığı *Principia Mathematica* adlı kitabıyla modern Mekanik biliminin temelini atmış oldu.
- Newton Mekaniği 3 temel yasa üzerine kurulmuştur. Bu yasaları ispatsız kabul ederseniz, tüm makroskopik cisimlerin (taş, roket, ay, güneş ...) hareketini açıklayabilirsiniz.
- 1900 lü yıllarda atomik boyutlardaki parçacıklar için bu yasaların yanlış sonuçlar verdiği gözlandı. Yeni arayışlar sonucunda Kuantum Mekanığı adıyla modern bir teori kuruldu.
- Fakat makroskopik cisimler için Newton mekaniği hala geçerlidir.

## Newton'un Birinci Yasası

Bir cisim üzerine, hiçbir kuvvet etki etmez ise ya hareketsiz kalır veya düzgün doğru hareket etme halini korur!!!

- Kuvvet F büyüklüğü ve yönü ile belirlenen vektörel bir büyüklüktür.
- Net kuvvet cisime etki eden bütün farklı kuvvetlerin vektörel toplamıdır. Cisim kendine etki eden net kuvvet sıfır olduğunda dış etkenlerden soyutlanmış olur.

### 1. Newton Yasası

Üzerine net kuvvet etkimeyen bir cisim ya hareketsizdir, yahut da düzgün doğrusal hareket yapar.

$$\vec{F}_{net} = 0 \iff \vec{a} = 0$$

- $\vec{F}_{net}$  çok sayıda kuvvetin vektörel toplamı olup, buna **net kuvvet** veya **bileşke kuvvet** denir.

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum_i \vec{F}_i$$

Cisim üzerine çok sayıda kuvvet etkileyebilir, ama bunların bileşkesi sıfırsa, birinci yasa geçerlidir.

- Birinci yasa aslında kuvvetin tanımıdır. Eğer bir cisim ivmeleniyorsa üzerine net bir kuvvet etkiliyor demektir. Ivme, kuvvetin varlığını habercisidir.

## Kütle

- Eylemsizlik bir cismin dış kuvvette nasıl karşı koymağını (direneceğinin) bir ölçütür.
- Kütle, bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçütür. SI birim sistemine göre birimi kilogramdır.
- Kütlenin sayısal ölçümü, farklı cisimler üzerine belli bir kuvvet uygulandığında kazanılan ivmelerin karşılaştırılmasıyla yapılır.

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

## Kütle ve Ağırlık

- Kütle, cismin değişimeyecek bir özelliği ve cismin çevresinden ve kütleyi ölçmek için kullanılan yöntemlerden bağımsızdır.
- Kütle skaler bir büyüklüktür
- Bir cismin ağırlığı ise ona etki eden yerçekimi kuvvetinin büyüklüğüdür ve cismin konumuna göre değişir.

## Newton'un İkinci Yasası

Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvet ile doğru orantılı ve külesi ile ters orantılıdır!!!

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

### 2. Newton Yasası

Bir cisim, üzerinde uygulanan net kuvvetle doğru orantılı ve onunla aynı yönde bir ivme kazanır. Oranti katsayısı cismin kütlesi olur.

$$\vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a}$$

- İkinci yasa kuvvet biriminin 1 N = 1 kg · m/s<sup>2</sup>
- İkinci yasa vektörel bir eşitlidir. Her bileşen için geçerli olmalıdır:  
$$\vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a} \iff \begin{cases} F_{x,\text{net}} = m a_x \\ F_{y,\text{net}} = m a_y \end{cases}$$
- İkinci yasa aslında kütlenin tanımıdır. Kütle, cismin ivmelenmeye direncinin bir ölçüsüdür. Buna eylemsizlik denir.
- Newton yasaları hangi gözlemciler için geçerlidir? Newton yasaları birbirine göre duran veya düzgün doğrusal hareket yapan gözlemciler için geçerlidir.

## Ağırlık ve Çekim Kuvveti

- Bir cisme dünyanın uyguladığı kuvvet, çekim kuvveti olarak adlandırılır ve  $F_g$  ile gösterilir.
- Bir cismin ağırlığı  $F_g$  nin büyüklüğü olarak tanımlanır ve  $mg$  dir.

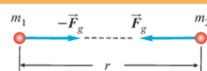


Newton'un birinci kanun ile gerilmiş bir yayın uyguladığı kuvvet gibi bilinen bir kuvvet kullanılarak diğer kuvvetler ölçülebilir. Bu sisteme ölçülen kuvvet yerçekimi kuvvetidir.

### Newton'un Kütle Çekim Yasası

Evrende her iki cisim arasında, kütlelerin çarpımıyla doğru orantılı ve aralardaki uzaklığın karesiyle ters orantılı bir çekim kuvveti vardır:

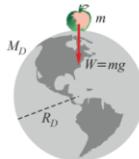
$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



- $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  (gravitasyon sabiti)

- Dünya üzerindeki  $m$  küteli bir cisme uygulandığında:

$$F_g = G \frac{mM_D}{R_D^2} = m \left( \frac{GM_D}{R_D^2} \right) g$$



Bu özel kuvvette **ağırlık** adı verilir ve büyüklüğü  $W$  ile gösterilir:

$$W = F_g = mg \quad \text{ve} \quad g = \frac{GM_D}{R_D^2} = 9.81 \text{ m/s}^2$$

## Newton'un Üçüncü Yasası

Bir B cismi bir A cismine kuvvet uyguluyorsa A'da B'ye bir kuvvet uygular. Bu iki kuvvetin büyüklükleri birbirine eşittir ve yönleri tersdir.



B cisminin A cismine uyguladığı kuvvet  $F_{AB}$ , A cisminin B cismine uyguladığı  $F_{BA}$  kuvetine eşit ve zit yöndedir.  
 $F_{BA} = -F_{AB}$

### 3. Newton Yasası

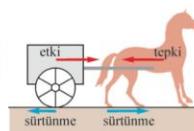
Bir cisim diğer ikinci bir cisme  $\vec{F}_{12}$  kuvveti uyguluyorsa, ikinci cisim de birinciye eşit ve zit yönde bir  $\vec{F}_{21}$  kuvveti uygular.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

- Etki ve tepki farklı cisimlere uygulanır. Bu ayrılmazsa çelişkiye düşülebilir.

Örnek düşün: "At ve araba birbirlerini eşit ve zit kuvvetlerle çekmektedirler. İki kuvvet birbirini sıfırlar ve araba gitmez."

Doğru mu?



Yanlış, çünkü etki ve tepki farklı cisimlere uygulanmaktadır. Bir cismi incelerken sadece o cisme etkiyen kuvvetler gözönüne alınır. At, arabanın tepki kuvvetini zeminde oluşturduğu büyük sürtünme kuvvetiyle dengeleyip geri gitmemeyi başarır.

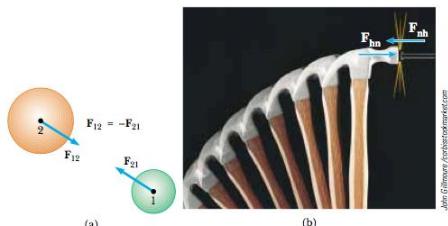
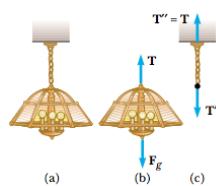


Figure 5.5 Newton's third law. (a) The force  $F_{12}$  exerted by object 1 on object 2 is equal in magnitude and opposite in direction to the force  $F_{21}$  exerted by object 2 on object 1. (b) The force  $F_{hn}$  exerted by the hammer on the nail is equal in magnitude and opposite to the force  $F_{nh}$  exerted by the nail on the hammer.

## Gerilme Kuvveti

- T ile gösterilen gerilme, esnek halat (ya da tel, kablo veya ip) tarafından cisme uygulanan bir kuvvettir.
- Gerilme, (ihmal edilebilir küteli) ince iplerde, ip boyunca her noktada aynıdır.



### Yüzeylerde Normal Kuvvet (N)

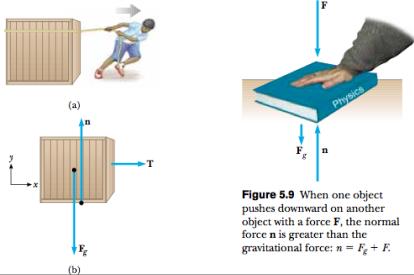
Masa üzerinde duran kitap.  
 $W=mg$  ağırlık kuvveti var.  
 Kitap hareketsiz ( $a = 0$ ) olduğuna göre, ağırlığa zit yönde bir kuvvet daha etkiyor olmalı ki net kuvvet sıfır olsun.

Etkileşen yüzeyler arasında, daima yüzeye dik (normal) bir tepki kuvveti oluşur.

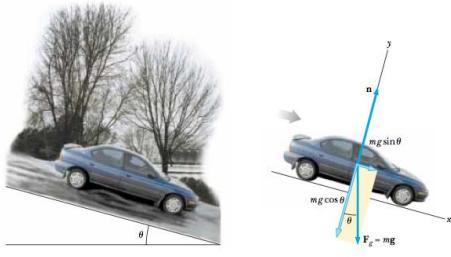
- Normal kuvvetin kaynağı, masa ve kitabı oluşturan moleküller arasındaki etkileşme kuvvetleridir.
- Cisim sadece yüzeye temas ettiğinde ortaya çıkar, cisim yüzeyden ayrıldığında ortadan kalkar.
- Normal kuvvet, cisim yüzey içine girmesini engellemeye yetek olan büyülüktedir.

## Normal Kuvveti

Yerçekimi kuvvetini dengeleyen, yüzeye dik ve dışarıya doğru yönelmiş olan kuvvete normal kuvvet denir ve  $n$  veya  $F_N$  ile gösterilir.

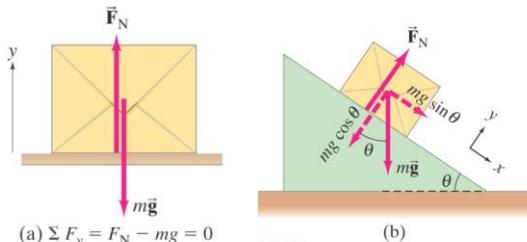


**Figure 5.9** When one object pushes downward on another object with a force  $F$ , the normal force  $n$  is greater than the gravitational force:  $n = F_g + F$ .



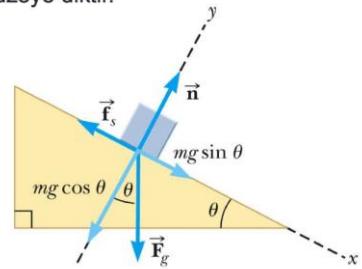
**Figure 5.11** (Example 5.6) (a) A car of mass  $m$  sliding down a frictionless incline. (b) The free-body diagram for the car. Note that its acceleration along the incline is  $g \sin \theta$ .

## Kuvvet Şemaları (serbest cisim diyagramları)



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

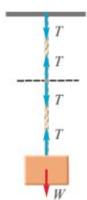
- Bir nesneye bir açı ile etki eden kuvvet  $x$  ve  $y$  bileşenlerine ayrılabilir.  $x$  bileşeni yüzeye paralel,  $y$  bileşeni yüzeye dikdir.



### İplerde Gerilme Kuvveti ( $T$ )

İp, kablo veya tel gibi **bükülebilen** cisimlerde **gerilme kuvveti** olur.

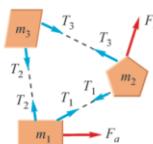
Esnek olmayan bir ipin ucuna ait  $m$  kütlesi.



- Cisim dengede olduğuna göre, aşağıda ağırlığı eşit ve zıt yönde bir  $T$  gerilme kuvveti olmalıdır.
- İpin herhangi bir kesitindeki alt ve üst parçalar, 3. yasaya göre, birbirlerini eşit ve zıt bir gerilme kuvvetiyle çekerler.
- İpin kütlesi ihmal edilebiliyorsa, her kesitte aynı  $T$  gerilmesi tavanaya kadar ilettilir.

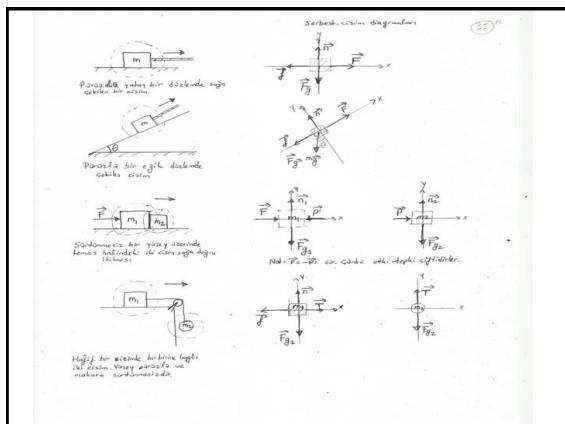
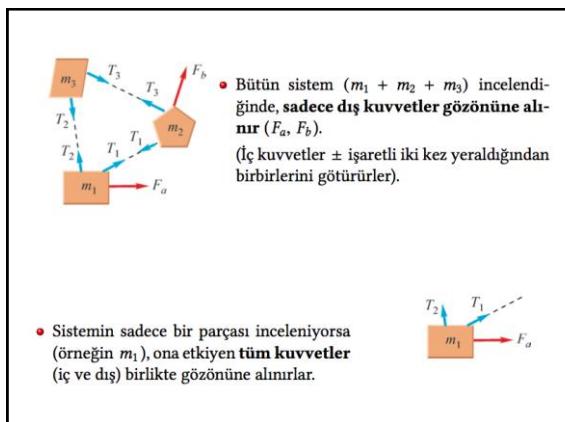
### Serbest-Cism Diyagramları

Dinamik problemlerde ele alınan sistemi açıkça belirtmek gereklidir.



Çok sayıda kütleden oluşan bir sisteme etkiyen kuvvetler iki gruba ayrılır:

- İç kuvvetler:** Sistemi oluşturan kütelerin birbirine uyguladığı kuvvetlerdir. (Şekilde  $T_1, T_2, T_3$ )
- Newton yasasına göre, bu kuvvetler daima çift olarak yer alırlar.
- Dış kuvvetler:** Sisteme dışardan uygulanan kuvvetlerdir ( $F_a, F_b$ ).



**Örnek :** Ağırlığı 125 N olan trafik işçileri şekildeki gibi iplerle asılı durmaktadır. Üstteki kabloların yatayla yaptıkları açılar  $37^\circ$  ve  $53^\circ$  olduğuna göre, her üç ip tekerleğe kuvvetlerini hesaplayınız. Hangi durumda  $T = T_1$  olur?

Sistem dengede olduğuna göre,  $T = F = 125 \text{ N}$  bulunur.

$$\sum F_x = -T_1 \cos(37) + T_2 \cos(53) = 0 \quad (1)$$

Eş-1' den:  $T_1 = -\frac{\cos(53)}{\cos(37)} T_2 = \frac{0.8}{0.6} T_2$  bulunur.

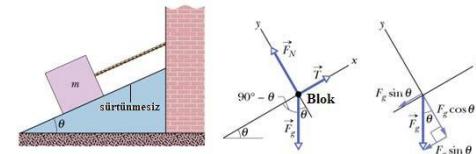
Bunu Es-2' de yerine koyarsak:  $T_i(0.6) + \frac{0.6}{0.8}T_i - 125 = 0 \rightarrow T_i = 75.1 \text{ N}$

$$T_2 = \frac{0.6}{0.8} T_1 = 99.9 \text{ N bulunur.}$$

Eş-1'e göre, iplerin yatayla yaptıkları açılar aynı olsaydı,  $T_1 = T_2$  olurdu.

**Newton yasalarını uygularken takip edilecek yol:**

1. İncelenecek sistemin basit bir şeklini çizin.
  2. Probleme uygun bir koordinat sistemi seçin.
  3. Sistemdeki tüm kuvvetleri belirleyin ve serbest-cisim diyagramı üzerinde gösterin.
  4. Newton yasalarını sisteme uygulayın.



**Örnek :** Külesi 0.3 kg olan bir hokey diski sürtünmesiz bir yüzey üzerinde kaymaktadır. Diske, şekildeki gibi  $F_1 = 5 \text{ N}$  ve  $F_2 = 8 \text{ N}$ 'luk iki kuvvet etkimektedir.

- a-) Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.  
b-) Diskin ivmesini sıfır yapacak üçüncü kuvvet ne olmalıdır?

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{5 * \cos(20) + 8 * \cos(60)}{0.3} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{-5 * \sin(20) + 8 * \sin(60)}{0.3} = 17.4 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(29)^2 + (17.4)^2} = 33.8 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{17.4}{29}\right) = 31^\circ$$

$$b \rightarrow \vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = 0 \rightarrow \sum F_x = F_{ix} + F_{sx} + F_{jx} = 0 \rightarrow F_{jx} = -5 * \cos(20) - 8 * \cos(60) = -8.7 \text{ N}$$

$$\sum F_y = F_{iy} + F_{sy} + F_{jy} = 0 \rightarrow F_{jy} = 5 * \cos(20) - 8 * \cos(60) = -5.2 \text{ N}$$

$$\vec{F}_i = F_i \hat{i} + F_{iy} \hat{j} = -8.7 \hat{i} - 5.2 \hat{j} \text{ N}$$

**Örnek :** Külesi  $m$  olan bir sandık, eğim açısı  $\theta$  olan sürtünmesiz eğik bir düzlem üzerinden serbest bırakılıyor.

- b-) Sandık eğik düzlemin tabanına ne kadar sürede ulaşır ve bu anda hızı ne olur?

$$a-) \sum F_x = mg \sin \theta = ma_x \rightarrow a_x = g \sin \theta$$

$$\sum F_y = N - mg \cos \theta = 0$$

b-)  $x - x_0 = \frac{1}{2} a_x t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$  bulunur.

### Newton Yasalarının Uygulanması/Serbest-Cisim Diyagramları:

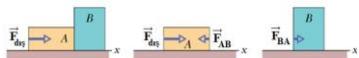
Newton yasalarını uygulayarak mekanik problemlerinin çözümü serbest-cisim diyagramını çizmeye başlar.

Bu, incelenen sistem bir bütün olarak veya her cisim için ayrı ayrı yapılır.

Daha sonra her cisim için uygun bir koordinat sistemi seçilir.

Aşağıda verilen örneği gözönüne alalım. Sürünmesiz bir sistem

$A$  ve  $B$  gibi iki blok ve  $A$  bloğuna etkiyen bir  $\vec{F}_{\text{dis}}$  kuvveti içermektedir.



Şöyledi "sistem" ler düşünülebilir:

a. Sistem = blok  $A$  + blok  $B$ . Yatay kuvvet  $F_{\text{dis}}$

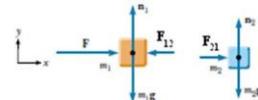
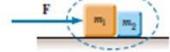
b. Sistem = blok  $A$ . Cisme etkiyen iki yatay kuvvet vardır:  $F_{\text{dis}}$  ve  $F_{AB}$ .

c. Sistem = blok  $B$ . Cisme etkiyen yatay kuvvet  $\vec{F}_{BA}$ .

**Örnek :** Kütleleri  $m_1$  ve  $m_2$  olan iki blok yatay sürünmesiz bir düzlemede temas halindedir.  $m_1$  kütlesine sabit bir  $F$  kuvveti uygulanıyor.

a-) Blok sisteminin ivmesini bulunuz.

b-) Bloklar arasındaki temas kuvvetini bulunuz.



$$a) \sum F_x(\text{sistem}) = F = (m_1 + m_2)a_x \rightarrow a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

b-)  $m_2$  bloğu için Newton'un ikinci yasasından:

$$\sum F_x = F_{21} = m_2 a_x \rightarrow F_{21} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F = F_{12} \text{ bulunur.}$$

**Örnek :** Bir kişi elindeki  $m$  kütleyeli balığı asansörün içinde tavana asılı yaylı bir terazi ile tartmak istiyor. Asansör ister yukarı ister aşağı doğru ivmeliensin, balığın gerçek kütlesinden daha farklı bir değer olur. İspatlayınız.

Asansör yukarı doğru ivmeliensin:

$$\sum F_y = T - mg = ma \rightarrow T = m(g + a)$$

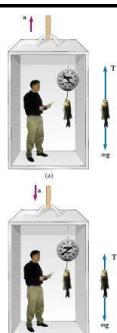
Asansör aşağı doğru ivmeliensin:

$$\sum F_y = T - mg = -ma \rightarrow T = m(g - a)$$

Asansör sabit hızla hareket etsin:

$$\sum F_y = T - mg = 0 \rightarrow T = mg$$

Gördüğü gibi, ivmeli hareket durumunda balığın ağırlığı ( $T$ ), gerçek ağırlığından farklı ölçülür.



**Örnek :** Kütleleri farklı iki cisim, ağırlığı ihmal edilebilir sürünmesiz bir makara üzerinden bir iple şekildeki gibi asılmıştır. Bu sisteme "Atwood düzeneği" diyoruz. Sistem serbest bırakıldığında, kütlelerin ivmesi ve ipetki gerilme kuvveti ne olur?

$m_2 > m_1$  olduğunu kabul edelim:

$m_1$  ve  $m_2$  için Newton'un ikinci yasası, sırasıyla:

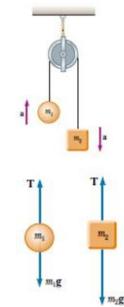
$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum F_y = T - m_2 g = -m_2 a \quad (2)$$

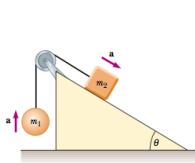
Bu iki denklemden  $T$  yi yok edersek ivme,

$$a = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g \text{ bulunur. Bunu da Eş-1' de yerine koyarsak,}$$

$$T = m_1 \left( a + g \right) = m_1 \left( \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} + 1 \right) g = \left( \frac{2m_1 m_2}{m_2 + m_1} \right) g \text{ bulunur.}$$



### Örnek:



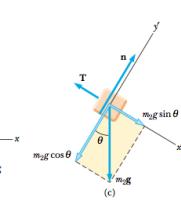
$$(1) \sum F_x = 0$$

$$(2) \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

$$(3) \sum F_x = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a_x = m_2 a$$

$$(4) \sum F_y = n - m_2 g \cos \theta = 0$$

$$(5) a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$



$$(6) T = \frac{m_1 m_2 g (\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

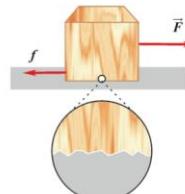
### Sürünme Kuvveti ( $f$ )

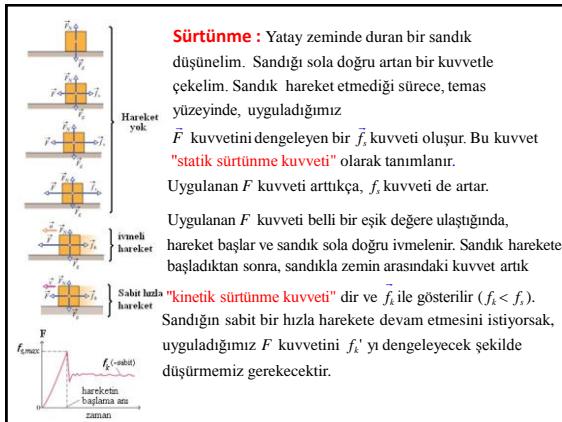
Bir yüzey boyunca hareket etmek isteyen cisme daima bir sürünme kuvveti karşı koyar.

Gözlemler:

- Sürünme kuvveti cisim ile yüzeyin arakesitindeki engebeler ve atomlar arası kimyasal bağlarından kaynaklanır.
- Cismi hangi yüzü temasta olsun, sürünme kuvveti yaklaşık aynı olur.
- Cismi hızı ne olursa olsun, sürünme kuvveti yaklaşık aynı olur.
- Yüzey üzerinde duran cisim harekete başladıkten sonra sürünme kuvvetinin maksimum değeri biraz azalır.

**Statik sürünenme kuvveti** ve **kinetik sürünenme kuvveti** farklıdır.





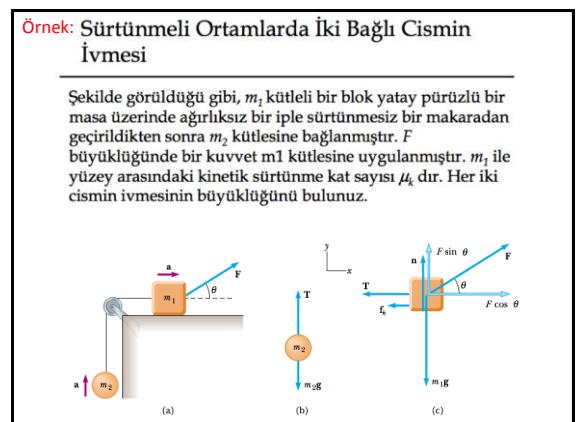
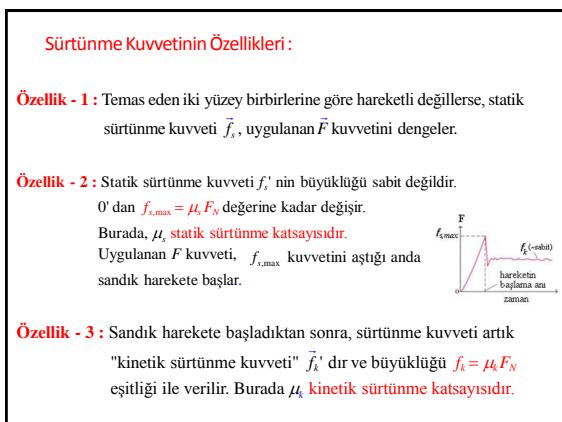
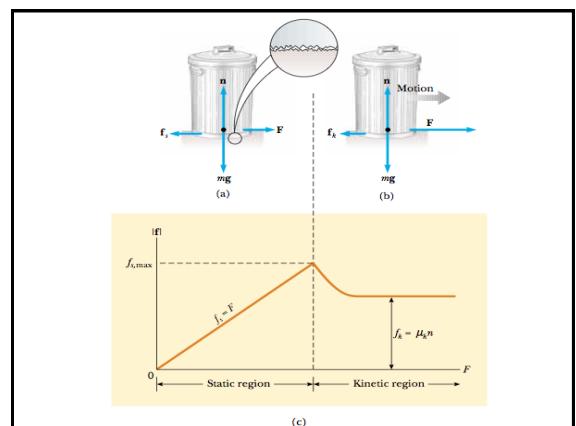
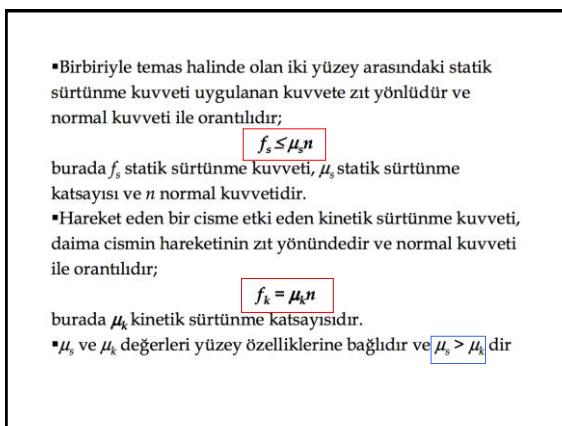
- Sürtünme kuvvetinin maksimum değeri yüzeydeki normal kuvvetle orantılı olur:

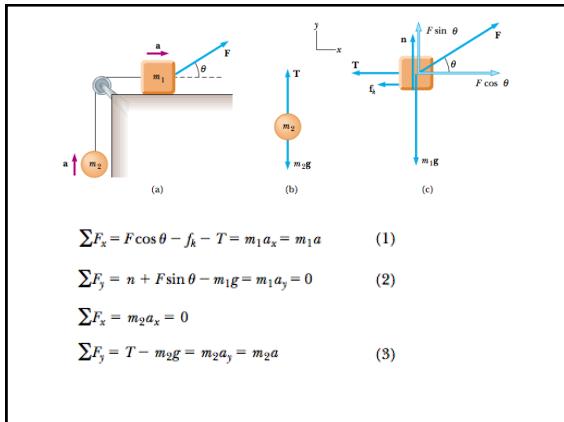
$$f_{\max} = \mu N$$

- $\mu$  iki yüzey arasındaki sürtünme katsayısıdır. Sırttinen yüzeylerin cinsine ve pürüzlülük derecesine bağlıdır.

- Cisim hareket etmiyorsa  $0 < f < f_{\max}$  aralığında, hareket ediyorsa  $f = f_{\max}$  olur.

Bazı yüzeylerin sürtünme katsayıları		
Yüzey	Statik sürtünme, $\mu_s$	Kinetik sürtünme, $\mu_k$
Tahta-tahta	0.35	0.30
Çelik-çelik	0.80	0.50
Çelik-buz	0.1	0.05
Lastik-kuru asfalt	1.0	0.8
Lastik-yaş asfalt	0.7	0.5





$$\sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g = m_1 a_y = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_x = m_2 a_x = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a \quad (4)$$

$$f_k = \mu_k n,$$

$$n = m_1 g - F \sin \theta$$

$$f_k = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) \quad (4)$$

$$F \cos \theta - \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) - m_2 (a + g) = m_1 a$$

$$a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

**Örnek :**  $m$  küteli bir blok sürtünmeli eğik bir düzlem üzerindedir. Eğim açısı  $\theta$ , blok hareket edinceye kadar artırılabilir.

Bloğun kaymaya başladığı kritik açı  $\theta_k$  olduğuna göre, zeminle blok arasındaki statik sürtünme katsayısı  $\mu_s$  nedir?

Kritik durumda

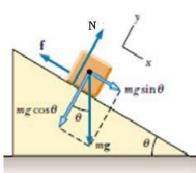
(kayma başlamadan hemen önce):

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

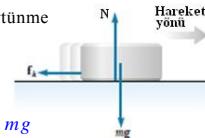
$$\sum F_y = N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

$$f_s = mg \sin \theta = \left( \frac{N}{\cos \theta} \right) \sin \theta = N \tan \theta$$

$$f_{s,\max} = N \tan \theta_k = \mu_s N \rightarrow \mu_s = \tan \theta_k$$



**Örnek :** Donmuş bir gölet üzerinde, bir buz hokeyi diskine  $20 \text{ m/s}$ 'lik bir ilk hız veriliyor. Disk, buz üzerinde  $115 \text{ m}$  yol aldıktan sonra durduğuna göre, zeminle hokey diskleri arasındaki kinetik sürtünme katsayısı  $\mu_k$  nedir?



$$\sum F_y = N - mg = ma_y = 0 \rightarrow N = mg$$

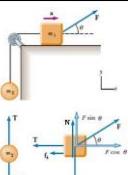
$$\sum F_x = -f_k = ma_x$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \rightarrow a_x = -\mu_k g$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x \Delta x \rightarrow a_x = -\frac{20^2}{2(115)} = -\frac{40}{23}$$

$$a_x = -\mu_k g = -\mu_k (9.8) \rightarrow \mu_k = 0.177$$

**Örnek :** Pürüzlü bir yüzey üzerindeki  $m_1$  küteli blok, hafif bir iple sürtünmesiz ve kütlesi ihmal edilebilir bir makara üzerinden  $m_2$  küteli küresel cisme bağlanmıştır.  $m_1$  bloğuna şekildeki gibi yatayla  $\theta$  açısı yapan bir  $F$  kuvveti uygulanıyor. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı  $\mu_k$  ise, sistemin ivmesini bulunuz.



$$m_1 \text{ bloğu: } \sum F_x = F \cos \theta - T - f_k = m_1 a \quad (1)$$

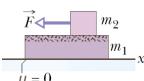
$$\sum F_y = N + F \sin \theta - m_1 g = 0 \rightarrow N = m_1 g - F \sin \theta$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta)$$

$$m_2 \text{ bloğu: } \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a$$

$$\text{Bu ifadeleri (1) denkleminde yerine koyarsak, } a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{(m_2 + m_1)}$$

**Örnek :** Külesi  $40 \text{ kg}$  olan bir kalas sürtünmesiz yatay düzlemede, üzerinde  $10 \text{ kg}$ 'lık blok ile birlikte hareket etti. Blok ile kalas arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayıları sırasıyla  $0.6$  ve  $0.4'$  tür. Bloğa  $100 \text{ N}$ 'luk bir  $\vec{F}$  kuvveti şekildeki gibi uygulanmaktadır. Bloğun ve kalasın ivmelerini bulunuz.



Eğer iki kütle arasındaki sürtünme kuvvetinin maksimum değeri  $100 \text{ N}$  dan küçük ise  $m_2$  bloğu kalas üzerinde sola doğru hareket edecektir.

$$f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s m_2 g = 0.6(10)(9.8) = 58.8 \text{ N}$$

$F > f_{s,\max}$  olduğuna göre, iki kütle arasındaki sürtünme kuvveti kinetiktir.

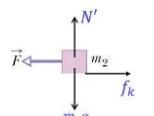
Şimdi her bir kütenin serbest cisim diyagramını çizerek hareketlerini inceleyelim:

**$m_2$  bloğu:**

$$N' = m_2 g = 10 * 9.8 = 98 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k N' = 0.4 * 9.8 = 39.2 \text{ N}$$

$$F - f_k = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{100 - 39.2}{10} = \frac{60.8}{10} = 6.08 \text{ m / s}^2$$



**$m_1$  kalası:**

$$f_k = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{39.2}{40} = 0.98 \text{ m / s}^2$$

