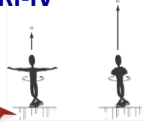
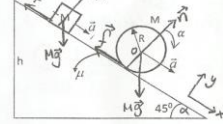


FİZİK-1 PROBLEMLERİ-IV



PROBLEM 1: Şekilde görüldüğü gibi M kütleli R yarıçaplı küre kaymadan yuvarlanmakta ve M kütleli blokta küre ile aynı α ivmesi ile kaymaktadır. Kürenin eylemsizlik momenti $I = \frac{2}{3}MR^2$ dir. Kuvvetleri şekil üzerinde gösteriniz.

a) Sürtünme katsayısı μ nün değerini bulunuz.



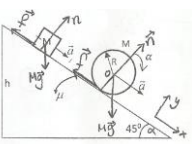
$$\text{Blok : } \Sigma F_x = Mg \sin \alpha - f = Ma \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = N - Mg \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$N = Mg \cos \alpha ; f = \mu N$$

$$f = \mu Mg \cos \alpha$$

2



$$\text{Küre : } \Sigma \tau_O = f \cdot R = I \alpha, \alpha = \frac{a}{R}$$

$$f = \frac{I}{R} a$$

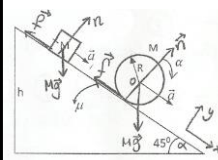
$$\mu Mg \cos \alpha = \frac{2}{3} M R a \cdot \frac{a}{R}$$

$$a = \frac{3}{2} \mu g \sin \alpha$$

$$(1) \Rightarrow Mg \sin \alpha - \mu Mg \cos \alpha = M \cdot \frac{3}{2} \mu g \sin \alpha$$

$$1 = \mu \left(1 + \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \mu = \frac{2}{5}$$

3



b) Enerji yöntemini kullanarak her iki cismin yüzeyi terk ederken aynı hızla sahip olacaklarını gösteriniz. Cisimlerin h yüksekliğinden ilk hızı ve hareket boyunca $d = 5m$ yol aldıklarını kabul ediniz.

$$g = 10m/s^2 \text{ ve } \sin 45 = \cos 45 = 0,7 \text{ alınız.}$$

$$\text{Blok : } Mgh - f \cdot d = \frac{1}{2} M V^2$$

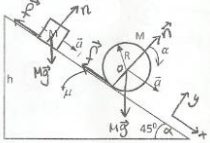
$$Mg d \sin 45 - \mu Mg \cos 45 d = \frac{1}{2} M V^2$$

$$10 \cdot 5 \cdot 0,7 - \frac{2}{5} \cdot 10 \cdot 0,7 \cdot 5 = \frac{1}{2} V^2$$

$$35 - 14 = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V^2 = 42$$

$$V = \sqrt{42} \text{ m/s}$$

4



$$\text{Küre : } Mgh = \frac{1}{2} I_{KM} \omega^2 + \frac{1}{2} M V^2 ; \omega = \frac{V}{R}$$

$$Mg d \sin 45 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} M R^2 \left(\frac{V^2}{R^2} \right) + \frac{1}{2} M V^2$$

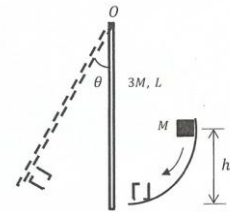
$$10 \cdot 5 \cdot 0,7 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) V^2$$

$$735 = \frac{5}{6} V^2$$

$$V^2 = 42 \Rightarrow V = \sqrt{42} \text{ m/s}$$

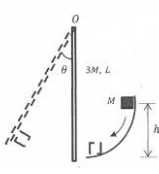
5

PROBLEM 2



Şekilde gösterildiği gibi kütleli M olan bir cisim h yüksekliğinden durgun halden serbest bırakılıyor ve sürtünmesiz bir yüzey üzerinden kayarak düşey durumda bulunan bir çubuğa çarpıyor ve yapışıyor. O noktası etrafında hareket edebilen çubuk ve kütle sistemi θ açısı kadar yükseliyor ve duruyor. Şekilde verilen parametreleri kullanarak $\cos \theta$ 'nın değerini h ve L cinsinden bulunuz. (M kütleli L uzunluklu çubuk için $I_{KM} = \frac{1}{12} M L^2$).

6

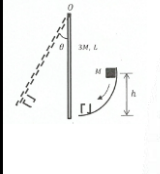


Çubuğa çarpmadan önceki hız:

$$Mgh = \frac{1}{2} M V^2 \Rightarrow V = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Açısal Momentumun Korunumu:

$$\vec{L}_i = \vec{L}_s$$

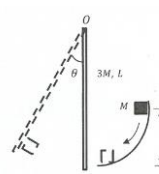
$$M V \cdot L = I_o^{sis} \omega \quad (2)$$


$$I_o^{sis} = I_o^c + I_M^c$$

$$I_o^{sis} = \frac{1}{12} (3M) L^2 + 3M \left(\frac{L}{2}\right)^2 + M L^2$$

$$I_o^{sis} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 1\right) M L^2 = \left(\frac{1+3+4}{4}\right) M L^2$$

$$I_o^{sis} = 2 M L^2 \quad (3)$$

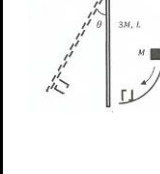


$$(2) \Rightarrow \omega = \frac{M V L}{I_o^{sis}}$$

$$(1) \text{ ve } (3) \text{ yazılır.}$$

$$\omega = \frac{M \cdot \sqrt{2gh} \cdot L}{2 M L^2}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{2gh}}{2L}$$

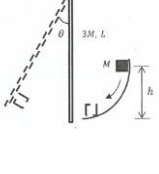


$$U = 0$$

$$E_s = E_i$$

Çubuk + kütle için Enerji korunumu yazılırsa:

$$K_{itli} = K_s + U_s$$



$$K_{itli} = K_s + U_s$$

$$\frac{1}{2} I_o^{sis} \omega^2 - M g L - 3 M g \frac{L}{2} = 0 - M g L \cos \theta - 3 M g \frac{L}{2} \cos \theta$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 M L^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2gh}}{2L}\right)^2 - \frac{5}{2} M g L = \frac{5}{2} M g L \cos \theta$$

$$M \cdot \frac{2gh}{2} = \frac{5}{2} M g L (1 - \cos \theta)$$

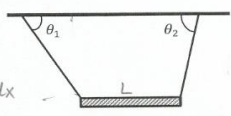
$$h = 5L(1 - \cos \theta)$$

$$\frac{h}{5L} = 1 - \cos \theta$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{h}{5L}$$

PROBLEM 3

M kütleli ve L uzunluklu bir çubuk, uçlarından tavan ile sırasıyla θ_1 ve θ_2 açıları yapan iki kablo yardımıyla yatay olarak desteklenmektedir. Çubuk yere paralel ve statik dengededir. Çubuk düzgün olmayan kütle yoğunluğuna sahip ve lineer kütle yoğunluğu $\lambda = 2x$ ile değişmekte ise, θ_1 ve θ_2 açıları arasındaki ilişkiyi bulunuz.

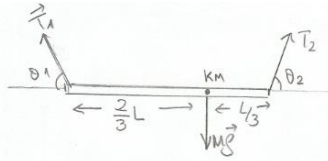


$$dm = \lambda dx$$

$$x_{KM} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int_0^L x (2x) dx}{\int_0^L 2x dx}$$

$$x_{KM} = \frac{\frac{2}{3} L^3}{\frac{2}{2} L^2} \Rightarrow x_{KM} = \frac{2}{3} L$$

Ağırlık merkezinin yeri



$$\sum F_x = T_2 \cos \theta_2 - T_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 - Mg = 0 \quad (2)$$

$$\sum \tau_{KM} = T_2 \sin \theta_2 \cdot \frac{L}{3} - T_1 \sin \theta_1 \cdot \frac{2L}{3} = 0 \quad (3)$$

$$T_2 \sin \theta_2 = 2 T_1 \sin \theta_1 \quad (4)$$

13

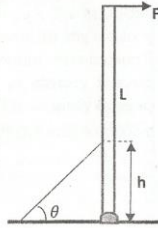
$$(1) \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (4)' \text{ te yazılır}$$

$$T_1 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \cdot \sin \theta_2 = 2 T_1 \sin \theta_1$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} = 2 \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} \Rightarrow \boxed{\tan \theta_2 = 2 \tan \theta_1}$$

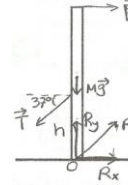
14

PROBLEM 4 Şekilde zemine menteşeyle tutturulmuş olan 60N ağırlığında ve $L = 3,2$ m uzunluğunda düzgün bir kalas görülüyor. Üst ucuna yatay olarak $F = 50N$ kuvveti uygulanan kiriş, zeminle $\theta = 37^\circ$ açı yapan ve kalasın $h = 2$ m yükseklikteki bir ipile dikey konumunda tutuluyor. $\sin 37^\circ = 0,6$ $\cos 37^\circ = 0,8$.



15

a) İpteki gerilme kuvvetini bulunuz.



$$\sum F_x = F + R_x - T \cos 37^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = R_y - Mg - T \sin 37^\circ = 0 \quad (2)$$

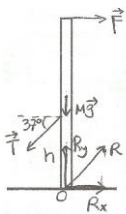
$$\sum \tau_o = F \cdot L - (T \cos 37^\circ) \cdot h = 0 \quad (3)$$

$$(3) \Rightarrow T = \frac{F \cdot L}{h \sin 37^\circ} = \frac{50 \cdot 3,2}{2 \cdot 0,6}$$

$$\boxed{T = 100N}$$

16

b) Kalasa menteşe tarafından uygulanan kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



$$(1) \Rightarrow R_x = T \cos 37^\circ - F$$

$$R_x = 100 \cdot (0,8) - 50$$

$$\boxed{R_x = 30N}$$

$$(2) \Rightarrow R_y = Mg + T \sin 37^\circ$$

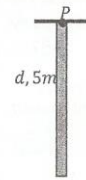
$$R_y = 60 + 100 \cdot 0,6$$

$$\boxed{R_y = 120N}$$

$$\boxed{\vec{R} = (30\hat{i} + 120\hat{j}) N}$$

17

PROBLEM 5 (i) d uzunluklu $5m$ kütleli düzgün bir çubuk, şekildeki gibi üst ucundan serbestçe dönebilecek şekilde P noktasından tutturulmuştur. m kütleli yapışkan bir parçacık yatayda v_0 hızıyla çubuğun en alt noktasına çarparak yapışıyor. (M kütleli l uzunluklu bir çubuğun kütle merkezine göre eylemsizlik momenti; $I_{KM} = \frac{1}{2} M l^2$).



18

a) Çarpışmadan sonra çubuk-kütle sisteminin açısal hızını bulunuz.

$$L_i = L_s$$

$$m v_0 d = I_P^{sis} \omega \Rightarrow \omega = \frac{m v_0 d}{I_P^{sis}}$$

$$I_P^{sis} = I_P^c + m d^2 = \frac{1}{12} (5m) d^2 + 5m \left(\frac{d}{2}\right)^2 + m d^2$$

$$I_P^{sis} = \left(\frac{5}{12} + \frac{5}{4} + 1\right) m d^2$$

$$I_P^{sis} = \frac{8}{3} m d^2$$

$$\omega = \frac{m v_0 d}{\frac{8}{3} m d^2}$$

$$\omega = \frac{3}{8} \frac{v_0}{d}$$

19

b) Çarpışmada kaybolan enerjiyi hesaplayınız.

$$K_i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$K_s = \frac{1}{2} I_P^{sis} \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} m d^2 \left(\frac{3}{8} \frac{v_0}{d}\right)^2$$

$$K_s = \frac{1}{2} m d \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{64} \frac{v_0^2}{d^2}$$

$$K_s = \frac{3}{16} m v_0^2$$

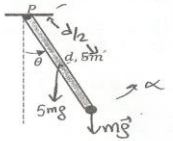
$$\Delta K = \frac{3}{16} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow \Delta K = -\frac{5}{16} m v_0^2$$

20

(II) Yandaki çubuk-kütle sisteminin çarpışma sonrası salınım hareketi yaptığını kabul ederek;

a) Salınım hareketinin diferansiyel denklemini verilenler cinsinden elde ediniz.

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\alpha = \ddot{\theta}$$


$$\sum \tau_P = -5mg \frac{d}{2} \sin \theta - mg d \sin \theta = I_P^{sis} \alpha$$

$$-\frac{3}{2} mg d \sin \theta = I_P^{sis} \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{7mgd}{2I_P^{sis}} \sin \theta = 0$$

21

b) Küçük salınımlar için, salınımın periyodunu hesaplayınız.

$$\sin \theta \approx \theta \text{ olur.}$$

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{7mgd}{2I_P^{sis}}\right) \theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{7mgd}{2I_P^{sis}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{7mgd}{2I_P^{sis}}}$$

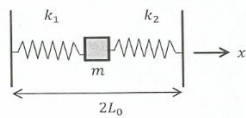
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2I_P^{sis}}{7mgd}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{8}{3} m d^2}{7mgd}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{16d}{21g}}$$

22

PROBLEM 6

Şekildeki her iki yay gerilmemiş halde L_0 uzunluğuna sahiptir ve yay sabitleri sırasıyla k_1 ve k_2 dir. m kütleli cisim x -doğrultusunda salınmaktadır ve denge noktasından itibaren t anındaki yerdeğiştirmesi $x(t)$ 'dir. Cismin maksimum kinetik enerjisi ise E dir.



a) Salınımın genliğini bulunuz.

$$E = \frac{1}{2} k_1 A^2 + \frac{1}{2} k_2 A^2$$

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k_1 + k_2}}$$

23

b) Newton'un ikinci yasasını kullanarak $x(t)$ için bir denklem bulunuz.

$$-k_1 x \leftarrow \boxed{m} \rightarrow \text{Hareket Yönü}$$

$$-k_2 x \leftarrow$$

$$\sum F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2} = m a_x$$

$$-k_1 x - k_2 x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\ddot{x} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m}\right) x = 0$$

24

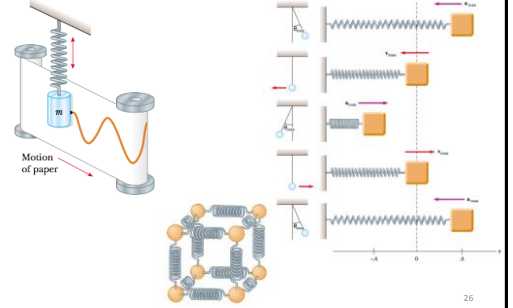
c) Salınımların periyodunu bulunuz.

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

25

Titreşim Hareketi Problemleri



26

Örnek : x-ekseni üzerinde basit titreşim hareketi yapan bir cismin konumu

$x(t) = 4\cos(3\pi t + \pi)$ ifadesi ile veriliyor (t saniye ve x cm cinsindendir).

a-) Hareketin frekansını ve periyodunu bulunuz.

b-) Hareketin genliğini ve faz sabitini bulunuz.

c-) Cismin $t = 0.25$ s anındaki konumunu bulunuz.

a-) $\omega = 3\pi \rightarrow \omega = 2\pi f = 3\pi \rightarrow f = 1.5$ hertz

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2}{3} = 0.67 \text{ s}$$

b-) $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) \rightarrow x_m = 4 \text{ cm}$ ve $\phi = \pi$

c-) $x(0.25) = 4\cos(3\pi \cdot \frac{1}{4} + \pi) = 2.83 \text{ cm}$

27

Örnek : Yay sabiti 8 N/m olan bir yaya bağlı 0.5 kg kütleli cisim, genliği 10 cm olan basit harmonik hareket yapıyor.

a-) Cismin maksimum hızı ve ivmesi nedir?

b-) Cisim denge noktasından 6 cm uzakta iken hızı ve ivmesi nedir?

c-) Cisim $x = 8 \text{ cm}$ 'den $x = 0$ 'a ne kadar zamanda gider?

a-) $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) ; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 4 \text{ rad/s} ; x_m = 10 \text{ cm}$

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= 10 \cos(4t) \rightarrow v(t) = -40 \sin(4t) \\ a(t) &= -160 \cos(4t) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} v_m &= 40 \text{ cm/s} = 0.4 \text{ m/s} \\ a_m &= 160 \text{ cm/s}^2 = 1.6 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

b-) $x(t) = 10 \cos(4t) = 6 \Rightarrow t = \frac{\cos^{-1}(0.6)}{4} = 0.23 \text{ s}$

$$v(0.23) = -40 \sin(4 \times 0.23) = -32 \text{ cm/s} = -0.32 \text{ m/s}$$

$$a(0.23) = -160 \cos(4 \times 0.23) = -97 \text{ cm/s}^2 = -0.97 \text{ m/s}^2$$

28

c-) $x(t) = 10 \cos(4t)$

$$x_1 = 8 \rightarrow t_1 = \frac{\cos^{-1}(0.8)}{4} = 0.161 \text{ s}$$

$$x_2 = 0 \rightarrow t_2 = \frac{\cos^{-1}(0)}{4} = 0.392 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0.231 \text{ s}$$

29

Örnek : Yay sabiti 25 N/m olan bir yaya bağlı 1.0 kg kütleli bir cisim x-ekseni üzerinde basit harmonik hareket yapıyor. Cisim $t = 0$ 'da, $x = -3 \text{ cm}$ noktasından serbest bırakıldığına göre,

a-) Hareketin periyodu nedir?

b-) Cismin konumunu, hızını ve ivmesini zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

c-) Cismin maksimum hızı ve ivmesi nedir?

a-) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25}{1.0}} = 5 \text{ rad/s} ; \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2(3.14)}{5} = 1.256 \text{ s}$

b-) $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow t = 0$ 'da $x = -3 \text{ cm} \Rightarrow \phi = \pi$ olmalıdır.

$$x(t) = 3 \cos(5t - \pi)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -15 \sin(5t - \pi)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -75 \cos(5t - \pi)$$

$$c-) v_m = -15 \sin(5t - \pi) = 15 \text{ cm/s}$$

$$a_m = -75 \cos(5t - \pi) = 75 \text{ cm/s}^2$$

30

Örnek : Yay sabiti 20 N / m olan bir yaya bağlı 0.5 kg kütleli cisim x - ekseninde genliği 3 cm olan basit harmonik hareket yapıyor.

- a-) Sistemin mekanik enerjisini ve cismin maksimum hızını bulunuz.
b-) Cisim denge noktasından 2 cm uzakta iken hızı nedir?
c-) Cisim bu noktadayken kinetik ve potansiyel enerjisi nedir?

$$a-) E = K + U = \frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} (20)(0.03)^2 = 9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$x = 0 \rightarrow U = 0 \rightarrow E = \frac{1}{2} mv_m^2 \rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2(9 \times 10^{-3})}{0.5}} = 0.19 \text{ m/s}$$

$$b-) E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E - kx^2}{m}} = \mp 0.141 \text{ m/s}$$

$$c-) K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (0.5)(\mp 0.141)^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$U = E - K = 9 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ J}$$

31

Örnek : Sürtünmesiz yatay bir yüzeyde bulunan P bloğunun üzerinde m kütleli başka bir blok (B bloğu) bulunmaktadır.

Blokların temas yüzeylerinde statik sürtünmekatsayı $\mu_s = 0.6$ 'dır. P bloğu bir yaya bağlıdır ve $f = 1.5$ Hz frekansında basit harmonik hareket yapmaktadır. B bloğunun P nin üzerinden kaymaması için, harmonik hareketin maksimum genliği ne olmalıdır?

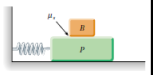
B bloğu da P bloğu ile birlikte basit harmonik hareket yapar.

$$\sum F_y = N - mg = 0 \rightarrow N = mg \rightarrow f_{t,m} = \mu_s mg = ma_m$$

Basit harmonik harekette, $a_m = \omega^2 x_m$ ile verilir.

$$\mu_s mg = ma_m \rightarrow \mu_s g = a_m = (2\pi f x_m)^2 \rightarrow x_m = \frac{\mu_s g}{(2\pi f)^2}$$

$$x_m = 0.0662 \text{ m} = 6.62 \text{ cm}$$

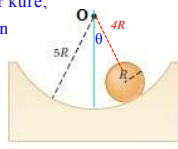


32

Örnek : Kütleli m ve yarıçapı R olan katı bir küre, $5R$ yarıçaplı silindirik bir yüzeyde kaymadan yuvarlanarak, düşey eksen etrafında küçük salınımlar yapıyor. Salınım periyodunun

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{28R}{5g}}$$

olduğunu gösteriniz?



$$\left. \begin{array}{l} v = 4R\omega_0 \rightarrow \omega_0: \text{ küçük kürenin O noktasına göre açılma hızı} \\ v = R\omega \rightarrow \omega: \text{ küçük kürenin kendi eksenine göre açılma hızı} \end{array} \right\} \omega = 4\omega_0$$

$$E = \underbrace{mg4R(1 - \cos\theta)}_U + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2}_K \text{ bulunur.}$$

33

$v = 4R\omega_0$ ve $\omega = 4\omega_0$ ifadelerini enerji eşitliğinde yerine yazarak ve zamana göre türev alarak sıfıra eşitleyerek (enerji korunmuş için zamanla değişmez)

$$E = mg4R(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}m(4R\omega_0)^2 + \frac{1}{2}mR^2(4\omega_0)^2 \quad \left\{ \text{küre için } I = \frac{2}{5}mR^2 \right\}$$

$$\frac{dE}{dt} = 4g \sin\theta \frac{d\theta}{dt} + 16R\omega_0 \frac{d\omega_0}{dt} + \frac{32}{5}R\omega_0 \frac{d\omega_0}{dt} = 0 \quad \left\{ \sin\theta \approx \theta \text{ küçük açı} \right\}$$

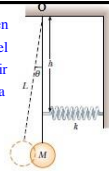
$$4g\theta\omega_0 + 16R\omega_0\alpha + \frac{32}{5}R\omega_0\alpha = 0$$

$$\alpha = -\frac{20g}{112R}\theta = -\frac{5g}{28R}\theta \rightarrow \alpha = -\omega^2\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{5g}{28R}} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{28R}{5g}} \text{ bulunur.}$$

34

Örnek : Kütleli M olan bir cisim, O noktası etrafında serbestçe dönebilen L uzunluğunda ağırlıksız bir çubuğa monte edilerek şekildeki gibi fiziksel bir sarkaç yapılmıştır. Sarkaç, bağlantı noktasından h kadar aşağıdaki bir noktadan da yay sabiti k olan bir yaya bağlanmıştır. Sistem bir miktar sola çekilip serbest bırakılıyor ve basit harmonik hareket yapıyor. Salınım frekansını bulunuz.



Enerjinin korunumundan,

$$E = MgL(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \text{ yazılabilir.}$$

$v = L\omega$, $x = h \sin\theta \approx h \cos\theta \approx 1$ ifadelerini yukarıda yerine yazarak ve zamana göre türev alırsak,

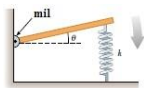
$$\alpha = -\left(\frac{MgL + kh^2 \cos\theta}{ML^2}\right)\theta$$

bulunur. Küçük açı $\{\cos\theta \approx 1\}$ yaklaşımı ile birlikte,

$$2\pi f = \left(\frac{MgL + kh^2}{ML^2}\right)^{1/2} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{gL + \frac{kh^2}{M}} \text{ elde edilir.}$$

35

Örnek : Kütleli m ve uzunluğu L olan ince bir çubuk, bir ucundan geçen mil etrafında serbestçe dönebilmektedir. Çubuğun diğer ucu da yay sabiti k olan bir yaya bağlanmıştır. Çubuğun sağ ucu şekildeki gibi küçük bir θ açısı kadar kaldırılıp serbest bırakılıyor ve sistem basit salınım hareketi yapıyor. Salınım periyodunu bulunuz.



Denge konumunda $\sum \tau = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{mg}{2k}$ bulunur. (x_0 , sistem dengede iken yaydaki sıkışma miktarı). Enerjinin korunumundan:

$$E = mg \left(\frac{L}{2} \sin\theta\right) + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}mv^2$$

Her iki tarafın zamana göre türevini alarak sıfıra eşitleyerek,

$$kxv + \frac{1}{3}mva = 0 \rightarrow a = -\frac{3k}{m}x \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buradan da periyoda geçerek, } \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{3k}{m}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}} \text{ elde edilir.}$$

36

Örnek : Kütle M ve uzunluğu L olan ince bir çubuk, bir ucundan geçen mil etrafında serbestçe dönebilmektedir. Küçük salınımlar için hareketin periyodunu bulunuz.

I. Yol :

Enerjinin korunumundan,

$$E = Mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} I \omega^2 = Mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} ML^2 \right) \omega^2$$

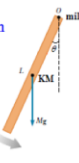
yazılabilir.

Her iki tarafın zamana göre türevini alır sıfıra eşitlersek;

$$Mg \frac{L}{2} \sin \theta \omega + \frac{1}{3} ML^2 \omega \alpha = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{3g}{2L} \theta \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

II. Yol :

$$\sum \tau = I \alpha \rightarrow \alpha = -\frac{Mg \frac{L}{2} \sin \theta}{\frac{1}{3} ML^2} = -\frac{3g}{2L} \theta \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$



Örnek : Bir cisim 3 m yarıçaplı bir çember etrafında 8 rad / s sabit açısal hızla dönmektedir. $t = 0$ anında cismin x koordinatı 2 m noktasıdır ve sağa doğru hareket etmektedir. Cismin x koordinatını, çizgisel hızının ve ivmesinin $x -$ bileşenlerini bulunuz.

$\omega = 8$ rad/s ve $x_m = 3$ m olarak verilmiştir. Buna göre,

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) = 3 \cos(8t + \phi)$$

$t = 0$ ' da, $x = 2$ m olduğuna göre,

$$2 = 3 \cos(\phi) \rightarrow \phi = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 48.2^\circ$$

Cisim $t = 0$ anında sağa doğru hareket ettiği için, $\left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=0} > 0$

olmalıdır. Bu nedenle de, $\phi = -48.2^\circ = -0.841$ rad alınmalıdır.

$$x(t) = 3 \cos(8t - 0.841) \rightarrow \begin{cases} v_x = -24 \sin(8t - 0.841) \\ a_x = -192 \cos(8t - 0.841) \end{cases}$$