PRAKTIKUM MANDIRI METODE NUMERIK 2020 MODUL 5

NAMA : MUHAMMAD GIRI RESTU ADJIE
NIM : F1D019071

1. TUJUAN

a. Untuk memahami proses persamaan diferensial dengan metode Runge Kutta.
b. Untuk proses penyelesaian persamaan diferensial orde tinggi.

2. ALGORITMA PENYELESAIAN

Percobaan dilakukan untuk menyelesaikan persamaan diferensial $0.25y'' + 64\,xy' + y = 0$ dengan $y(0) = 1$ dan $y'(0) = -8$ menggunakan metode Runge Kutta Orde 4. Metode ini dapat memperoleh akurasi deret Taylor tanpa memerlukan diferensiasi orde yang lebih tinggi. Metode Runge-Kutta orde 4 dituliskan ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$\boxed{yi+1=yi+1/6(k1+2k2+2k3+k4)}$$

dimana setiap k didapat dengan:

a. k1=f (xi,yi);
b. k2=f (xi+12h, yi+12k1h);
c. k3=f (xi+12h, yi+12k2h);
d. k4 k4=f (xi+h, yi+k3h).

Untuk dapat menyelesaikan percobaan tersebut, maka dapat digunakan algoritma penyelesaian persamaan melalui implementasi bahasa pemrograman C++ dalam cuplikan *code* sebagai berikut:

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main (){

    int n;

    double h;

    cout<<"Penyelesaian persamaan diferensial 0.25y'' + 64xy' + y = 0"<<endl;

    cout<<"\t    Menggunakan Runge Kutta Orde 4"<<endl;


cout<<"==========================================================="<<endl;

    cout<<"Diketahui: y(0) = 1\n\t   y'(0)=-8"<<endl;

    cout<<"\t   n = "; cin>>n;

    cout<<"\t   h = "; cin>>h;

    cout<<"\nJawab: "<<endl;

    double x[n], y[n], a[n];

    x[0]=0;
```

```
    y[0]=1;

    a[0]=-8;

    cout<<"|====================== (i=0) ======================|"<<endl;

        double k1y=h*(a[0]);        //k1y=hf(x,y,a)

        double k2y=h*(a[0]+(k1y/2));//k2y=hf(x+h/2, y+k1y/2, a+k1y/2)

        double k3y=h*(a[0]+(k2y/2));//k3y=hf(x+h/2, y+k2y/2, a+k2y/2)

        double k4y=h*(a[0]+k3y);    //k4y=hf(x+h, y+k3y, a+k3y)

        cout<<"x0 = "<<x[0]<<endl;

        cout<<"k1 = "<<k1y<<endl;

        cout<<"k2 = "<<k2y<<endl;

        cout<<"k3 = "<<k3y<<endl;

        cout<<"k4 = "<<k4y<<endl;

        cout<<"y0 = "<<y[0]<<endl;

        cout<<endl;

        //da/dx=-64xa-y/0.25

        double k1a=h*(((-64*x[0]*a[0])-y[0])/0.25);
                    //k1a=hf(x,y,a)

        double                    k2a=h*(((-64*(x[0]+(h/2))*(a[0]+(k1a/2)))-
(y[0]+(k1a/2)))/0.25); //k2a=hf(x+h/2, y+k1a/2, a+k1a/2)

        double                    k3a=h*(((-64*(x[0]+(h/2))*(a[0]+(k2a/2)))-
(y[0]+(k2a/2)))/0.25); //k3a=hf(x+h/2, y+k2a/2, a+k2a/2)

        double k4a=h*(((-64*(x[0]+h)*(a[0]+k3a))-(y[0]+k3a))/0.25);
              //k4a=hf(x+h, y+k3a, a+k3a)

        a[0]=a[0]+((k1a+2*k2a+2*k3a+k4a)/6);

        cout<<"k1 = "<<k1a<<endl;

        cout<<"k2 = "<<k2a<<endl;

        cout<<"k3 = "<<k3a<<endl;

        cout<<"k4 = "<<k4a<<endl;

        cout<<"a0= "<<a[0]<<"\n\n";

      for(int i=0; i<n; i++){
```

```
        cout<<"|======================                          (i="<<i+1<<")
======================|"<<endl;

            x[i+1]=x[i]+h;

        double k1y=h*(a[i]);

        double k2y=h*(a[i]+(k1y/2));

        double k3y=h*(a[i]+(k2y/2));

        double k4y=h*(a[i]+k3y);

        y[i+1]=y[i]+((k1y+2*k2y+2*k3y+k4y)/6);

        cout<<"x"<<i+1<<" = "<<x[i+1]<<endl;

        cout<<"k1 = "<<k1y<<endl;

        cout<<"k2 = "<<k2y<<endl;

        cout<<"k3 = "<<k3y<<endl;

        cout<<"k4 = "<<k4y<<endl;

        cout<<"y"<<i+1<<" = "<<y[i+1]<<endl;

        cout<<endl;

        double k1a=h*(((-64*x[i]*a[i])-y[i])/0.25);

        double                    k2a=h*(((-64*(x[i]+(h/2))*(a[i]+(k1a/2)))-
(y[i]+(k1a/2)))/0.25);

        double                    k3a=h*(((-64*(x[i]+(h/2))*(a[i]+(k2a/2)))-
(y[i]+(k2a/2)))/0.25);

        double k4a=h*(((-64*(x[i]+h)*(a[i]+k3a))-(y[i]+k3a))/0.25);


        a[i+1]=a[i]+((k1a+2*k2a+2*k3a+k4a)/6);

        cout<<"k1 = "<<k1a<<endl;

        cout<<"k2 = "<<k2a<<endl;

        cout<<"k3 = "<<k3a<<endl;

        cout<<"k4 = "<<k4a<<endl;

        cout<<"a"<<i+1<<" = "<<a[i+1]<<"\n\n";

      }
      cout<<"|===================================================|"<<endl;
```

```
    cout<<"\tPenyelesaian PD dari 0.25y'' + 64xy' + y = 0 \ndengan y(0)=1 dan
y'(0)=-8";

    cout<<" adalah ("<<x[n-1]<<")= "<<a[n]<<endl;

}
```

3. HASIL DAN ANALISA

Berikut ini hasil program penyelesaian persamaan diferensial:

```
Penyelesaian persamaan diferensial 0.25y'' + 64xy' + y = 0
            Menggunakan Runge Kutta Orde 4
==========================================================
Diketahui: y(0) = 1
           y'(0)=-8
           n = 3
           h = 0.1

Jawab:
|===================== (i=0) =====================|
x0 = 0
k1 = -0.8
k2 = -0.84
k3 = -0.842
k4 = -0.8842
y0 = 1

k1 = -0.4
k2 = 10.176
k3 = 1.29216
k4 = 16.2552
a0= -1.53475

|===================== (i=1) =====================|
x1 = 0.1
k1 = -0.153475
k2 = -0.161148
k3 = -0.161532
k4 = -0.169628
y1 = 0.83859

k1 = -0.4
k2 = 1.90047
k3 = -0.0319241
k4 = 3.62344
a1 = -0.374655

|===================== (i=2) =====================|
x2 = 0.2
k1 = -0.0374655
k2 = -0.0393388
k3 = -0.0394324
k4 = -0.0414087
y2 = 0.799187

k1 = 0.623681
k2 = -0.218964
k3 = 1.56744
k4 = -7.06949
a2 = -0.999463

|===================== (i=3) =====================|
x3 = 0.3
k1 = -0.0999463
k2 = -0.104944
k3 = -0.105193
k4 = -0.110466
y3 = 0.694072

k1 = 4.79758
k2 = -10.2349
k3 = 40.8754
k4 = -322.917
a3 = -43.8059

|=================================================|
        Penyelesaian PD dari 0.25y'' + 64xy' + y = 0
dengan y(0)=1 dan y'(0)=-8 adalah y(0.3)= -43.8059

--------------------------------
Process exited after 2.629 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Gambar 5.1 Hasil program penyelesaian PD menggunakan meode RK orde 4

Dalam beberapa jenis metode Runge-Kutta, pada percobaan praktikum ini digunakan metode Runge-Kutta Orde 4. Syarat awal dari metode Runge Kutta berupa fungsi $f(x, y)$. Persamaan awal yang diberikan yaitu $0.25y'' + 64\,xy' + y = 0$ dengan $y(0) = 1$ dan $y'(0) = -8$. Pada program yang telah dibuat, dihasilkan nilai $yi = y\,(0.3) = -43.8059$ dengan metode RK Orde 4 dimana nilai h adalah 0.1 dan jumlah iterasi sebanyak n = 3. Dari persamaan diferensial $0.25y'' + 64\,xy' + y = 0$ dengan $y(0) = 1$ dan $y'(0) = -8$ dimisalkan $a = y'$ maka $a' = y''$. Dari permisalan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan $\frac{d_y}{d_x} = a$; $y(0) = 1$; $\frac{d_y}{d_x} = -64xa - \frac{y}{0.25}$; dan $a(0) = -8$.

Kemudian, sebelum menghitung nilai dari y_{r+1} atau yang dalam program pada **Gambar 5.1** adalah "`y[i+1]`", terlebih dahulu didapatkan nilai dari k_1, k_2, k_3 dan k_4. Pencarian nilai k_4 dilakukan sebagai bentuk batasan dari metode Runge Kutta yang digunakan pada percobaan ini, yaitu orde 4. Nilai dari k_4 RK orde 4 dicari dengan menggunakan rumus $hf(x + h, y + k_3, a + k_3)$. Berdasarkan perhitungan manual yang dilakukan, dengan menggunakan persamaan fungsi yang ada, didapatkan hasil terlalu besar dengan nilai minus atau tidak sesuai yang diharapkan. Setelah didapatkan nilai dari k_1, k_2, k_3 dan k_4 maka dapat di lanjutkan dengan mencari nilai yi dengan i=3 sehingga dari rumus yi+1=yi+1/6(k1+2k2+2k3+k4) dan ai+1=ai+1/6(k1+2k2+2k3+k4 didapat -43.8059.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan praktikum yang telah dilaksanakan, maka didapat beberapa simpulan sebagai berikut:

a. Prpses penyelesaian persamaan diferensial menggukanakn Runge Kutta dapat menggunakan program dengan Bahasa C++. Pada saat akan membuat program dari metode Runge Kutta orde 4, dijabarkan terlebih dahulu penurunan rumusnya sehingga akan menghasilkan nilai yang sama. Metode ini dapat diselesaikan dengan rumus yang memiliki prasyarat bahwa komponen-komponen lainnya telah juga diselesaikan menggunakan rumus, yaitu nilai k.

b. Metode PDB yang berorde rendah seperti metode Euler memperlihatkan hasil yang sangat menyimpang (divergen) dengan solusi sejatinya ketika jumlah langkahnya membesar, sedangkan solusi dengan metode Runge-Kutta memperlihatkan kestabilan pada setiap langkahnya. Ini disebabkan galat per langkah pada metode Euler semakin menumpuk dengan bertambahnya jumlah langkah. Jadi, metode dengan orde tinggi seperti metode Runge-Kutta lebih sering dipakai.

5. REFERENSI

a. Suta Wijaya, IGP. "*Power point* ke-10 dan 11 Sistem Persamaan Diferensial", Program Studi Teknik Informatika – UNRAM, Mataram, 2018.

b. Raharjo, Budi. "Pemrograman C++, Mudah dan Cepat Menjadi Master C++", INFORMATIKA, Bandung, 2018.

c. Cahya, Deasy, Yan. "Metode Numerik", POLINEMA PRESS, Politeknik Negeri Malang, 2016.

d. Sasongko, Setia Budi. "Metode Numerik dengan Scilab", ANDI, Yogyakarta, 2010.

e. Rinaldi, Munir. "Metode Numerik", INFORMATIKA, Bandung, 2003.