PRAKTIKUM MANDIRI METODE NUMERIK V
(PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE TINGGI)

Oleh
Mizanul Ridho Aohana
F1D020050

1. Tujuan

Tujuan dari praktikum ini adalah sebagai berikut:

a. Memahami prinsip kerja metode Runge Kutta dalam penyelesaian persamaan turunan numerik.
b. Mengetahui pengaruh dan cara penyelesaian dari persamaan diferensial orde tinggi.

2. Percobaan

Diberikan suatu persamaan:

$0.25y'' + 64\,xy' + y = 0$ dengan $y(0) = 1$ dan $y('0) = -8$.

Selesaikanlah persamaan tersebut menggunakan metode Runge Kutta Orde 3.

3. Algoritma Penyelesaian

Berikut ini merupakan *source code* dari penyelesaian kasus diatas.

1) *Source Code* Metode Runge Kutta

File 1:

```
package runge.kutta;
import java.text.DecimalFormat;

public class RungeKutta {
    DecimalFormat df = new DecimalFormat("#.###");
    public double gx(double x,double y,double z){
        double g = (4*((-64*x*z)-y));
        return g;
    }
    public double fx(double x,double y,double z){
        return z;
    }
    public void hitung(double[] x,double[] y,double[] z, double n,
    double h){
        double K1,K2,k3;
        double L1,L2,L3;
        for(int i=1; i<=n; i++){
            System.out.println();
            K1= Double.parseDouble(df.format( h * fx(x[i-
      1],y[i1],z[i-1] )));
            System.out.println("Nilai K1 adalah = "+K1);
            L2= Double.parseDouble(df.format( h * gx(x[i-
      1],y[i1],z[i-1] )));
            System.out.println("Nilai L1 adalah = "+L2);
            K2= Double.parseDouble(df.format( h * fx(x[i-1]+h/2,
            y[i-1]+K1/2, z[i-1]+L2/2 )));
            System.out.println("Nilai K2 adalah = "+K2);
            L2= Double.parseDouble(df.format( h * gx(x[i-1]+h/2,
            y[i-1]+K1/2, z[i-1]+L2/2 )));
            System.out.println("Nilai L2 adalah = "+L2);
            k3= Double.parseDouble(df.format( h * fx(x[i-1]+h,
            y[i-1]-K1+2*K2, z[i-1]-L2+2*L2 )));
            System.out.println("Nilai K3 adalah = "+k3);
            L3= Double.parseDouble(df.format( h * gx(x[i-1]+h,
            y[i-1]-K1+2*K2, z[i-1]-L2+2*L2 )));
            System.out.println("Nilai L3 adalah = "+L3);
            y[i]= Double.parseDouble(df.format( y[i-1] + ((K1 +
            (4*K2) + k3)/6 )));
```

```
            z[i]= Double.parseDouble(df.format( z[i-1] + ((L2 +
            (4*L2) + L3)/6 )));
            x[i]=x[i-1]+h;
            System.out.println("Nilai y"+i+" dengan Metode Runge-
      Kutta Orde 3 adalah = "+y[i]);
            System.out.println("Nilai z"+i+" dengan Metode Runge-
      Kutta Orde 3 adalah = "+z[i]);
        }
    }
}
```

File 2:

```
package runge.kutta;
import java.text.DecimalFormat;
import java.util.Scanner;
    public class RK {
        public static void main(String[] args) {
        DecimalFormat df = new DecimalFormat("#.###");
        Scanner in = new Scanner(System.in);
        RungeKutta rk = new RungeKutta ();
        System.out.print("Input batas atas : ");
        double b=in.nextDouble();
        System.out.print("Nilai h : ");
        double h=in.nextDouble();
        int n=(int) (b/h);
        System.out.println("Jumlah langkah : "+n);
        double[] x = new double[n+1];
        double[] y = new double[n+1];
        double[] z = new double[n+1];
        x[0]=0;y[0]=1;z[0]=-8;
        rk.hitung(x, y, z, n, h);
    }
}
```

4. Hasil Percobaan dan Pembahasan

a. Metode Selisih

Dari percobaan diatas diperoleh data sebagai berikut:

```
input batas atas : 1
input nilai h : 0.5
jumlah langkah : 2

Nilai K1 adalah = -4.0
Nilai L1 adalah = -2.0
Nilai K2 adalah = -4.5
Nilai L2 adalah = 290.0
Nilai K3 adalah = 287.0
Nilai L3 adalah = -36728.0
Nilai y1 dengan Metode Runge-Kutta Orde 3 adalah = 45.167
Nilai z1 dengan Metode Runge-Kutta Orde 3 adalah = -5936.333

Nilai K1 adalah = -2968.166
Nilai L1 adalah = 379834.978
Nilai K2 adalah = 91990.578
Nilai L2 adalah = -1.7659313144E7
Nilai K3 adalah = -1.7852198799E7
Nilai L3 adalah = 4.569788903694E9
Nilai y2 dengan Metode Runge-Kutta Orde 3 adalah = -2914488.942
Nilai z2 dengan Metode Runge-Kutta Orde 3 adalah = 7.49915978016E8
```

Gambar 5.1 Hasil percobaan metode *runge kutta*

Pada **Gambar 5.1** dapat dilihat bahwa untuk menyelesaikan persamaan differensial menggunakan metode Runge Kutta (RK) orde tiga dengan rumus $n = (b - a)/h$. Dimana b adalah batas atas dan n adalah jumlah langkah dari penyelesaian. Terlihat pada gambar di atas dimasukkan nilai batas atas yaitu 1 dan nilai h = 0.5 sehingga diperoleh jumlah langkah 2 karena 1 dibagi dengan 0.5 sama dengan 2. Sehingga mendapatkan dua kali iterasi.

Pada orde pertama perlu ditentukan nilai k_1 dengan rumus k_1 = hf(xr,yr) sehingga diperoleh -4.0, mencari k_2 dengan rumus $k_2 = \mathrm{h}(\mathrm{f}(x_r + p_1\mathrm{h}, y_r + q_{11}k_1)$ sehingga diperoleh nilai -4.5 dan mencari k_3 dengan rumus $k_2 = \mathrm{h}(\mathrm{f}(x_r + p_2\mathrm{h}, y_r + q_{21}k_2)$ sehingga diperoleh nilai 287.0. Kemudian perlu dicari nilai $y_1/(y')$ dengan rumus $y_r + 1 = y_r + a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3$, dengan nilai k_1, k_2, $k_3$yang sudah ditemukan sebelumnya lalu masukan ke dalam rumus y sehingga nilai $y_1/(y')$ = 45.167. Setelah mendapatkan nilai y1/(y'), lalu mencari nilai $z_1/(\, y'')$ dengan mencari nilai l1, l2 dan l3 dengan rumus yang sama seperti di atas. Dengan mencari masing-masing nilainya lalu di dapatkan nilai $z_1/(y'')$ = -5936.333. Kemudian langkah tersebut akan diulang sebanyak nilai n atau langkah yang ditentukan sesuai dengan nilai b, a dan nilai h.

5. Kesimpulan

Berdasarkan percobaan yang telah dilakukan menggunakan Metode Runge Kutta, dapat disimpulkan bahwa:

1) Dalam menyelesaikan suatu persamaan diferensial numerik menggunakan metode Runge Kutta perlu diketahui batas atas dan nilai h dari suatu perhitungan agar dapat menentukan jumlah iterasi dari penyelesaian Metode Runge Kutta merupakan metode penyelesaian numerik dengan menggunakan beberapa orde tergantung jenis permasalahannya. Metode ini menawarkan penyelesaian diferensial dengan pertumbuhan galat yang lebih kecil dibandingkan dengan metode euler.
2) Selain metode Runge Rutta, terdapat metode Euler dan Heun dalam penyelesaian persamaan differensial orde tinggi. Namun, dari metode yang telah disebutkan diatas metode Runge Kutta orde empat merupakan metode yang paling persisi dibandingkan Runge Kutta orde 3 ataupun metode lainnya. Metode ini memiliki presisi dan akurasi yang cukup tinggi dan lebih baik dari pada metode euler dan heun dalam penyelesaian persamaan differensial orde tinggi. Sehingga penggunaan Metode Runge Kutta orde 4 lebih disarankan dalam penyelesaian persamaan diferensial orde tinggi.

Referensi

[1] Suta Wijaya, IGP. *"Persamaan DIferensial Biasa (PDB)"*. Mataram: Program Studi Teknik Informatika – UNRAM. 2021.
[2] A.B. Setio Utomo, Pengantar Metode Komputasi: Untuk sains dan Teknik. Gadjah Mada University Press. 2018.
[3] Aditama, Surya, "Metode Numerik", Bandar Lampung: Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Lampung, 2006.
[4] Fachruddin, Imam, "Metode Numerik", Depok: Departemen Fisika, Universitas Indonesia, 2013.
[5] Dulimarta, Hansye S., Diktat Kuliah Pengolahan Citra Digital, Teknik Informatika ITB, 1996.