TURUNAN DAN INTEGRAL NUMERIK

Oleh

Muh. Firdaus

F1D020054

1. Tujuan

Tujuan dari dilakukan pratikum ini adalah sebagai berikut:

a. Mengatahui prinsip kerja turunan dan integral secara numerik
b. Mengetahui pengaruh dari nilai h terhadap ketelitian turunan dan integral

2. Algoritma Penyelesaian

Diberikan suatu persamaan:

f(t) = (4t - t3)exp(t2)

Tentukan dengan h=0.01 , h=0.001, dan 0,0001 untuk:

1. Turunan pertama dari f(t) dengan selisih maju, dan terpusat pada x=0.5, kemudian bandingkan ketiganya dengan errornya
2. Hitunglah integral dari f(t) yang diberikan dengan NC 1/3 dari 0 s.d 1, kemudian bandingkan ketiganya,

a. Turunan Numerik Selisih Maju dan Terpusat

```
public class Nomor1{
    double fx(double x0, double h){
        double x0h = x0+h;
        double F = ((4*x0h) - Math.pow((x0h),
        3.0))*Math.exp(Math.pow((x0h), 2)) -((4*(x0)) - Math.pow((x0),
        3.0))*Math.exp(Math.pow((x0), 2));
        F = F/h;
        return F;
    }
    double fxAk(double x0, double h){
        double x0h = x0+h;
        x0 = x0-h;
        double F = ((4*x0h) - Math.pow((x0h),
        3.0))*Math.exp(Math.pow((x0h), 2)) -((4*(x0)) - Math.pow((x0),
        3.0))*Math.exp(Math.pow((x0), 2));
        F = F/(2*h);
        return F;
    }
    double turunan(double x, double h){
        double f = fx(x,h);
        return f;
    }
    double turunanf(double x, double h){
        double fAksen = fxAk(x,h);
        return fAksen;
    }
    double galat(double x, double x2){
        double error = Math.abs(x-x2);
        return error;
    }
    void hitungTurunan (double nilai_eksak, double nilai_h[]){
        for (int i=0; i<nilai_h.length; i++){
            System.out.println();
            double error = Math.abs( nilai_eksak-turunan(0.5, nilai_h[i]) );
            System.out.printf("Nilai h \t\t= %.4f\n",nilai_h[i]);

            System.out.println("1.a Turunan sel maju \t= " + turunan(0.5, nilai_h[i]));
            System.out.printf("1.b error sel maju \t= %.12f\n", error);

            System.out.println("2.a Turunan sel pusat \t= " + turunanf(0.5, nilai_h[i]));
```

```
            error = Math.abs( nilai_eksak-turunanf(0.5, nilai_h[i]) );

            System.out.printf("2.b error sel pusat \t= %.12f\n", error);
        }
    }
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println("\nPersamaan f(t) \t\t= (4t-t^3)e(t^2)");
        System.out.println("Nilai eksak turunan     = 6.580630260524675");

        double eksak = 6.580630260524675;
        double h[] = {0.01, 0.001, 0.0001};

        Nomor1 nomor1 = new Nomor1();
        nomor1.hitungTurunan(eksak, h);
        System.out.println();
    }
}
```

b. Integral NC 1/3

```
public class Nomor2 {
    double integral (double h0){
        double genap=0, ganjil=0;
        double awal = ((4*0) - Math.pow((0),3.0))*Math.exp(Math.pow((0), 2));
        double h=0;
        h=h0;
        int i =2;
        while (h<1){
            double F = ((4*h) - Math.pow((h),3.0))*Math.exp(Math.pow((h), 2));
            if(i%2 == 0){genap+=F;}
            else {ganjil+=F;}
            h+=h0;i++;
        }
        double fx = ((4*1) - Math.pow((1),3.0))*Math.exp(Math.pow((1), 2));
        double hasil = h0/3*(awal+(4*ganjil)+(2*genap)+fx);
        return hasil;
    }
    void hitungIntegral (double nilai_eksak, double nilai_h[]){
        for (int i=0;i<nilai_h.length;i++){
            System.out.println();
            double error = Math.abs(nilai_eksak-integral(nilai_h[i]));
            System.out.printf("Nilai h \t\t= %.4f\n",nilai_h[i]);
            System.out.println("Integral \t\t= "+integral(nilai_h[i]));
            System.out.printf("Nilai error \t\t= %.12f\n", error);
        }
    }
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println("\nPersamaan \t\t= f(t)=(4tt^3)e^(t^2)");
        System.out.println("Nilai eksak integral    = 2.9365636569180904");

        double h[] = {0.01, 0.001, 0.0001};
        double eksak = 2.9365636569180904;

        Nomor2 nomor2 = new Nomor2();
        nomor2.hitungIntegral(eksak, h);
        System.out.println();
    }
}
```

3. Hasil Uji Coba dan Analisa Singkat

a. Nomor 1

```
Persamaan f(t)          = (4t-t^3)e(t^2)
Nilai eksak turunan     = 6.580630260524675

Nilai h                 = 0.0100
1.a Turunan sel maju    = 6.639802978164866
1.b error sel maju      = 0.059172717640
2.a Turunan sel pusat   = 6.581216115110666
2.b error sel pusat     = 0.000585854586

Nilai h                 = 0.0010
1.a Turunan sel maju    = 6.586494488059369
1.b error sel maju      = 0.005864227535
2.a Turunan sel pusat   = 6.58063611889248
2.b error sel pusat     = 0.000005858368

Nilai h                 = 0.0001
1.a Turunan sel maju    = 6.581216155705505
1.b error sel maju      = 0.000585895181
2.a Turunan sel pusat   = 6.580630319108494
2.b error sel pusat     = 0.000000058584
```

Gambar 4.1 Percobaan Turunan Selisih Maju dan Terpusat

Percobaan pada **Gambar 4.1** dilakukan perhitungan turunan dengan selisih maju dan terpusat pada persamaan f(t) = (4t-t^3)e(t^2) dengan tiga kondisi nilai h, yaitu 0.01, 0.001, dan 0.0001. Sebelumnya, didapatkan nilai sejati atau eksak dari persamaan tersebut dengan nilai 6.580630260524675 kemudian dilakukan perhitungan untuk setiap nilai h.

Untuk nilai h yang pertama dengan nilai 0.01 didapatkan nilai turunan selisih maju yaitu 6.639802978164866 dan *error* sebesar 0.059172717640 kemudian untuk nilai turunan selisih terpusat yaitu 6.581216115110666 dan *error* sebesar 0.000585854586.

Selajutnya nilai h yang kedua dengan nilai 0.001 didapatkan nilai turunan selisih maju yaitu 6.586494488059369 dan *error* sebesar 0.005864227535 kemudian untuk nilai turunan selisih terpusat yaitu 6.58063611889248 dan *error* sebesar 0.000005858368.

Terakhir nilai h yang ketiga dengan nilai 0.0001 didapatkan nilai turunan selisih maju yaitu 6.581216155705505 dan *error* sebesar 0.000585895181 kemudian untuk nilai turunan selisih terpusat yaitu 6.580630319108494 dan *error* sebesar 0.000000058584.

Dari tiga perhitungan turunan dengan tiga buah nilai h yang berbeda, dapat dilihat bahwa selisih maju dengan nilai h terkecil yaitu 0.0001 mendapatkan nilai *error* terkecil dari nilai h yang lain begitupun dengan selisih terpusat. Sementara jika dibandingkan antara selisih maju dan pusat maka yang memiliki nilai error terkecil adalah selisih pusat dan nilai turunan yang paling mendekati nilai eksak.

Oleh karena itu, dapat diketahui bahwa semakin kecil nilai h yang diberikan maka semakin kecil pula nilai *error* yang didapatkan dan selisih terpusat lebih baik digunakan dibandingkan dengan selisih maju.

b. Nomor 2

```
Persamaan               = f(t)=(4tt^3)e^(t^2)
Nilai eksak integral    = 2.9365636569180904

Nilai h                 = 0.0100
Integral                = 2.9096312981914085
Nilai error             = 0.026932358727

Nilai h                 = 0.0010
Integral                = 2.9338478797511027
Nilai error             = 0.002715777167

Nilai h                 = 0.0001
Integral                = 2.9373791665128044
Nilai error             = 0.000815509595
```

Gambar 4.2 Percobaan Integral

Percobaan pada **Gambar 4.2** dilakukan perhitungan integral pada persamaan f(t) = (4t-t^3)e(t^2) dengan tiga kondisi nilai h, yaitu 0.01, 0.001, dan 0.0001. Sebelumnya, didapatkan nilai sejati atau eksak dari persamaan tersebut dengan nilai 2.9365636569180904 kemudian dilakukan perhitungan untuk setiap nilai h. Untuk h dengan nilai 0.01 didapatkan nilai integral 2.9096312981914085 dan *error* sebesar 0.026932358727, h dengan nilai 0.001 didapatkan nilai integral 2.9338478797511027 dan *error* sebesar 0.002715777167, dan h dengan nilai 0.001 didapatkan nilai integral 2.9373791665128044 dan *error* sebesar 0.000815509595.

Berdasarkan hasil tersebut, dapat dapat diketahui bahwa semakin kecil nilai h maka semakin kecil pula nilai *error* yang didapatkan.

4. Kesimpulan

1. Penyelesain turunan secara numerik dengan metode selisih maju dilakukan melalui rumus $fx_1 – fx_0$ kemudian dibagi dengan nilai *h*. Fx_1 didapatkan dari nilai $f(x_0+h)$ dan fx_0 didapatkan dari nilai $f(x)$, sedangkan dengan metode selisih terpusat melalui rumus fx_1 - fx_{-1} kemudian dibagi dengan nilai *2h.* Fx_1 didapatkan dari nilai $f(x_0+h)$ *dan* fx_{-1} didapatkan dari nilai $f(x_0 - h)$. Sementara untuk menghitung integral secara numerik dapat dilakukan denga metode NC 1/3 yang dilakukan melalui rumus *h/3*(*fa*+4 Σ *fi* (genap) + 2 Σ *fi* (ganjil) + *fb)* dimana i adalah indeks perhitungan nilai h dalam suatu interval tertentu, *fa* adalah hasil perhitungan pertama pada interval dan *fb* adalah hasil perhitungan nilai interval terakhir. Kemudian nilai tersebut dijumlahkan sesuai aturan rumus tersebut.
2. Penyelasaian suatu persamaan baik menggunakan turunan maupun integral secara numerik sangat dipengaruhi oleh nilai h. Semakin kecil nilai h yang diberikan pada saat proses perhitungan maka semakin kecil pula nilai *error* yang didapatkan sehingga nilai hasil perhitungan akan semakin mendekati nilai yang sebenarnya (eksak).

Referensi

[1] Wijaya, IGP Suta, Turunan Numerik. Mataram: Universitas Mataram.

[2] Wijaya, IGP Suta, Integral Numerik. Mataram: Universitas Mataram.

[3] Vulandari, R. T., “Metode Numerik: Teori, Kasus, dan Aplikasi”, Surabaya: Mavendra Pers, 2017.

[4] Luknanto, J., “Metoda Numerik”, Bahan kuliah Metoda Numerik Teknik Sipil UGM, Jogyakarta, 2001

[5] I Ketut Adi Atmika.“Metode Numerik", Universitas Udayana 2016.