LAPORAN TUGAS BESAR 1
IF2123 - ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI
“Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya”

Dosen:

Ir. Rila Mandala, M.Eng., Ph.D.

Arrival Dwi Sentosa, S.Kom., M.T.

Kelompok 04:

Owen Tobias Sinurat (13522131)

Ahmad Thoriq Saputra (13522141)

Muhammad Fatihul Irhab (13522143)

PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

SEMESTER I TAHUN 2023/2024

DAFTAR ISI

BAB I

DESKRIPSI MASALAH

1.1 Sistem Persamaan Linier (SPL)

Sistem Persamaan Linier (SPL) adalah salah satu konsep dasar dalam matematika yang banyak digunakan dalam berbagai bidang, termasuk sains dan rekayasa. SPL terdiri dari sejumlah persamaan linear yang harus diselesaikan secara bersamaan untuk mencari solusinya. Dalam Tugas Besar 1 ini, kita akan membahas berbagai aspek terkait dengan SPL, termasuk metode penyelesaiannya, perhitungan determinan matriks, dan penggunaannya dalam berbagai konteks.

SPL terdiri dari sejumlah persamaan linear dengan sejumlah variabel yang harus diselesaikan bersamaan. SPL sering diwakili dalam bentuk matriks augmentasi, di mana matriks koefisien dan vektor kolom hasil disatukan. Bentuk umum SPL adalah sebagai berikut:

a11x1 + a12x2 + ... + a1nxn = b1

a21x1 + a22x2 + ... + a2nxn = b2

...

am1x1 + am2x2 + ... + amnxn = bm

Di sini, xi adalah variabel yang harus dicari, aij adalah koefisien, dan bi adalah hasil dari masing-masing persamaan. SPL dapat memiliki tiga jenis solusi:

- Solusi Unik: SPL memiliki satu solusi yang memenuhi semua persamaan.
- Solusi Banyak: SPL memiliki lebih dari satu solusi yang memenuhi semua persamaan.
- Solusi Tidak Ada: SPL tidak memiliki solusi yang memenuhi semua persamaan.

Untuk menyelesaikan SPL, kita dapat menggunakan berbagai metode, seperti:

- Metode Eliminasi Gauss

- Metode Eliminasi Gauss-Jordan
- Metode Matriks Balikan (x = A^(-1)b)
- Kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan)

1.2 Interpolasi Polinomial

Interpolasi polinomial adalah teknik matematika yang digunakan untuk memperkirakan atau memprediksi nilai di antara titik-titik data yang diketahui. Dalam konteks ini, kita diberikan sejumlah titik data (xi, yi) dan tujuannya adalah menemukan polinom pn(x) yang melewati semua titik tersebut. Polinom interpolasi ini memiliki derajat n, di mana n adalah jumlah titik data dikurangi satu.

Contoh:

Jika kita memiliki tiga titik data: (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), kita dapat mencari polinom interpolasi kuadratik, yaitu p2(x) = a0 + a1x + a2x^2. Dengan menyusun persamaan dari titik-titik data, kita dapat menggunakan metode eliminasi Gauss untuk mencari koefisien a0, a1, dan a2. Hasilnya adalah polinom interpolasi yang dapat digunakan untuk memperkirakan nilai fungsi pada titik-titik di antara data.

1.3 Regresi Linier Berganda

Regresi linear adalah metode statistik yang digunakan untuk memprediksi atau memodelkan hubungan antara satu atau lebih variabel independen (x) dan variabel dependen (y). Regresi linear berganda melibatkan lebih dari satu variabel independen. Persamaan regresi linear berganda umumnya memiliki bentuk sebagai berikut:

$$y = \beta 0 + \beta 1x1 + \beta 2x2 + ... + \beta nxn + \varepsilon$$

Di sini, y adalah variabel dependen, xi adalah variabel independen, β0, β1, β2, ..., βn adalah koefisien regresi, dan ε adalah kesalahan acak. Tujuan dari regresi linear adalah mencari nilai-nilai β0, β1, β2, ..., βn yang paling baik menggambarkan hubungan antara variabel independen dan dependen.

1.4 Perhitungan Determinan Matriks

Determinan matriks adalah nilai skalar yang penting dalam matematika dan memiliki berbagai aplikasi dalam ilmu komputer, fisika, dan ekonomi, antara lain. Determinan sebuah matriks persegi (matriks dengan jumlah baris dan kolom yang sama) memberikan informasi tentang sifat geometris dan linear dari sistem persamaan yang melibatkan matriks tersebut.

Dalam konteks SPL, perhitungan determinan matriks dapat digunakan untuk menentukan apakah SPL memiliki solusi unik, banyak, atau tidak ada solusi sama sekali. Jika determinan matriks koefisien SPL tidak sama dengan nol, maka SPL memiliki solusi unik.

1.5 Matriks Balikan

Matriks balikan adalah konsep penting dalam aljabar linear. Jika matriks memiliki balikan, maka kita dapat menggunakan matriks balikan tersebut untuk menyelesaikan SPL dalam bentuk matriks. Dalam SPL, jika matriks koefisien A memiliki balikan (A^(-1)), maka solusi SPL dapat ditemukan menggunakan rumus x = A^(-1)b.

1.6 Interpolasi Bicubic Spline (Lanjutan)

Interpolasi Bicubic Spline, sebuah teknik yang sangat berguna dalam pemrosesan citra dan grafika komputer. Selain digunakan untuk interpolasi fungsi di antara titik-titik data, metode ini juga digunakan untuk menciptakan permukaan halus dalam citra dan grafika, yang disebut sebagai bicubic spline interpolation.

Dalam konteks perbesaran citra, interpolasi bicubic spline digunakan untuk memperbesar citra tanpa mengorbankan kualitas visualnya. Ini bekerja dengan mengambil nilai dari citra pada titik-titik yang telah didefinisikan dan kemudian menggunakan polinomial bicubic spline untuk menciptakan piksel tambahan di antara titik-titik ini. Hasilnya adalah citra yang lebih besar dengan resolusi yang ditingkatkan.

1.7 Bonus: Perbaikan Kualitas Citra dengan Interpolasi Bicubic Spline

Sebagai bonus, akan dibahas pula penggunaan interpolasi bicubic spline dalam perbaikan kualitas citra. Proses ini melibatkan penggunaan matriks D yang dihasilkan dari citra asli yang memiliki resolusi rendah. Dengan menggunakan interpolasi bicubic spline, Anda dapat memperkirakan nilai piksel yang hilang atau diperlukan untuk pembesaran citra. Misalnya, citra asli mungkin memiliki resolusi rendah, dan Anda ingin memperbesar citra ini dengan faktor tertentu (misalnya, 1,5 kali). Dengan interpolasi bicubic spline, Anda dapat menghasilkan citra perbesaran yang memiliki kualitas visual yang lebih baik daripada jika Anda hanya memperbesar citra asli secara linier.

BAB II

TEORI SINGKAT

Dalam bab ini, kita akan menjelajahi teori dasar dan konsep yang menjadi dasar berbagai metode dan teknik matematika yang digunakan dalam berbagai bidang seperti aljabar linear, analisis numerik, dan statistik.

2.1 Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah metode dasar yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Teori di balik eliminasi Gauss melibatkan konversi sistem persamaan menjadi bentuk segitiga melalui serangkaian operasi baris, sehingga memudahkan pencarian solusi. Metode ini memastikan bahwa sistem persamaan yang setara memiliki solusi yang sama.

2.2 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode eliminasi Gauss-Jordan didasarkan pada prinsip eliminasi Gauss. Metode ini bertujuan untuk mengubah matriks menjadi bentuk baris-reduksi dan bentuk baris-reduksi tereduksi. Teori ini melibatkan operasi baris dasar dan konsep pivoting untuk mencapai bentuk-bentuk tersebut, yang pada akhirnya menghasilkan sistem persamaan yang disederhanakan.

2.3 Determinan

Determinan adalah nilai skalar yang terkait dengan matriks persegi. Mereka memainkan peran penting dalam aljabar linear dan memiliki aplikasi dalam berbagai bidang. Teori determinan mencakup perhitungan nilai-nilai ini, interpretasi geometri, dan pentingnya dalam menyelesaikan sistem persamaan linear. Determinan bernilai 0 menunjukkan adanya ketergantungan linear antara kolom-kolom matriks.

2.4 Matriks Invers

Matriks invers adalah dasar untuk menyelesaikan sistem linear dan menemukan solusi dalam bentuk matriks. Teori di balik inversi matriks melibatkan pemahaman kapan suatu matriks memiliki invers, cara menghitungnya, dan cara menggunakannya untuk menyelesaikan persamaan linear. Matriks yang dapat diinverskan (non-singular) memiliki invers unik.

2.5 Matriks Kofaktor dan Matriks Adjoin

Matriks kofaktor berasal dari matriks persegi dan berperan dalam mencari determinan matriks dan inversnya. Teori di balik matriks kofaktor melibatkan penentuan kofaktor setiap elemen dan pembentukan matriks kofaktor. Matriks adjoin terkait dengan matriks kofaktor dan digunakan untuk mencari invers matriks menggunakan rumus adjugate.

2.6 Aturan Cramer

Aturan Cramer adalah metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan jumlah variabel sama dengan jumlah persamaan. Teori di balik Aturan Cramer melibatkan penggunaan determinan untuk menemukan solusi unik untuk setiap variabel. Aturan ini memberikan pendekatan alternatif dalam menyelesaikan sistem persamaan ketika determinan matriks koefisien tidak sama dengan nol.

2.7 Interpolasi Polinomial

Interpolasi polinomial adalah teknik matematika yang digunakan untuk mendekati fungsi antara titik-titik data yang diketahui. Teori di balik interpolasi polinomial melibatkan pencarian polinomial derajat n yang melewati n+1 titik data yang diberikan. Metode seperti interpolasi Lagrange atau perbedaan terbagi Newton digunakan untuk membentuk polinomial-polinomial ini.

2.8 Interpolasi Bicubic Spline

Interpolasi bicubic spline adalah teknik berharga yang digunakan dalam pengolahan citra dan grafika komputer. Teori di balik interpolasi bicubic spline mencakup penggunaan polinomial kubik antara titik-titik data untuk membuat permukaan yang halus. Ini melibatkan penentuan koefisien dan kondisi batas untuk memastikan kelancaran dan kehalusan fungsi interpolasi.

2.9 Regresi Linier Berganda

Regresi linear berganda adalah metode statistik yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependen dan variabel independen. Teori di balik regresi linear berganda mencakup pembentukan persamaan regresi, estimasi koefisien menggunakan kuadrat terkecil, dan pengujian hipotesis untuk mengevaluasi signifikansi variabel.

Dalam bab ini, kami telah menjelajahi teori dasar dan konsep di balik berbagai metode dan teknik matematika, sehingga memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang aplikasi mereka dalam situasi penyelesaian masalah dunia nyata.

BAB III

IMPLEMENTASI PUSTAKA

Bab ini menggambarkan implementasi pustaka (libraries) dan struktur program dalam kode Java yang diwakili oleh berkas Main.java. Kode ini dirancang untuk menjalankan sejumlah perhitungan matematis kompleks, termasuk operasi matriks, interpolasi, dan regresi linear. Dalam bab ini, akan dijelaskan secara detail struktur kelas-kelas yang didefinisikan, atribut dan metode yang digunakan, serta gambaran keseluruhan dari alur program utama.

3.1. Struktur Kelas

Dalam bab ini, akan dijelaskan struktur kelas yang terkandung dalam kode program Java. Setiap kelas memiliki peran dan tanggung jawabnya sendiri dalam rangkaian perhitungan matematis yang kompleks. Penjelasan berikut ini akan membantu memahami peran dan fungsi setiap kelas:

3.1.1. Kelas `Main`

Kelas `Main` berperan sebagai titik masuk utama (entry point) program. Dalamnya, terdapat metode `main` yang akan dijalankan pertama kali saat program dimulai. Kelas ini bertanggung jawab untuk mengatur alur program, berinteraksi dengan pengguna, dan memilih operasi matematis yang akan dilakukan.

3.1.2. Kelas `Fungsi`

Kelas `Fungsi` berperan sebagai kumpulan metode utilitas yang mendukung berbagai fungsi interaktif dengan pengguna. Ini mencakup menampilkan menu, membersihkan layar konsol, serta menerima input dari pengguna.

3.1.3. Kelas `Input`

Kelas `Input` berperan dalam proses pengambilan input dari pengguna atau membaca data dari berkas. Khususnya, kelas ini menyediakan metode-metode untuk mendapatkan matriks atau data polinomial yang diperlukan untuk perhitungan matematis.

3.1.4. Kelas `InversMatriks`

Kelas `InversMatriks` bertanggung jawab atas perhitungan matriks invers. Ini mencakup metode-metode untuk mengimplementasikan metode eliminasi Gauss-Jordan dan metode adjoin. Kelas ini juga mengatasi situasi ketika matriks bersifat singular.

3.1.5. Kelas `Konversi`

Kelas `Konversi` digunakan untuk mengonversi hasil perhitungan matematis ke dalam bentuk string agar dapat ditampilkan kepada pengguna. Ini mendukung pemahaman hasil perhitungan.

3.1.6. Kelas `OperasiMatriks`

Kelas `OperasiMatriks` berisi berbagai metode untuk melakukan operasi-operasi matriks, seperti menghitung determinan dengan metode kofaktor dan reduksi baris.

3.1.7. Kelas `Output`

Kelas `Output` digunakan untuk menampilkan hasil perhitungan kepada pengguna atau menyimpannya ke dalam berkas, tergantung pada pilihan yang dibuat oleh pengguna.

3.1.8. Kelas `Interpolasi`

Kelas `Interpolasi` berisi metode-metode yang digunakan untuk perhitungan terkait interpolasi, termasuk pembuatan polinomial interpolasi. Ini berguna ketika pengguna ingin mengekstrapolasi data.

3.1.9. Kelas `RegresiLinearBerganda`

Kelas `RegresiLinearBerganda` berperan dalam perhitungan regresi linear berganda. Ini mencakup perhitungan dan analisis regresi linear berganda berdasarkan data yang diberikan oleh pengguna.

3.1.10. Kelas `SPL`

Kelas `SPL` berfungsi untuk menyelesaikan sistem persamaan linear (SPL) dengan berbagai metode, seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, invers matriks, dan kaidah Cramer.

3.2 Garis Besar Program

Program utama dimulai dengan eksekusi metode `main` dalam kelas `Main`. Seluruh program berjalan dalam sebuah loop while yang memungkinkan pengguna untuk menjalankan berbagai operasi matematis hingga mereka memutuskan untuk mengakhiri sesi. Berikut adalah langkah-langkah garis besar program:

3.2.1. Menu Utama:

Pengguna akan melihat menu utama yang berisi berbagai pilihan metode matematis, seperti eliminasi Gauss, interpolasi, atau regresi linear berganda.
Pengguna memilih salah satu dari pilihan ini.

3.2.2. Input:

Program meminta input yang diperlukan dari pengguna, seperti matriks, data polinomial, atau data regresi linear berganda. Input dapat berasal dari keyboard pengguna atau dari berkas tergantung pada metode yang dipilih.

3.2.3. Perhitungan Matematis:

Hasil perhitungan matematis dilakukan berdasarkan metode yang dipilih oleh pengguna. Ini termasuk perhitungan regresi linear berganda jika dipilih.

3.2.4. Output:

Hasil perhitungan akan ditampilkan kepada pengguna atau disimpan dalam berkas sesuai dengan pilihan yang dibuat oleh pengguna.

3.2.5. Loop:

Program terus berjalan dalam loop while, memungkinkan pengguna untuk melakukan operasi matematis berulang kali hingga mereka memilih untuk mengakhiri program.

3.2.6. Keluar Program:

Saat pengguna memilih untuk keluar, program akan mengakhiri eksekusi dan menampilkan pesan selamat tinggal.

BAB IV

EKSPERIMEN

4.1 Test Case SPL

4.1.1 Test Case 1A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
==============================
            OUTPUT
==============================

SPL tidak memiliki solusi.

Press Enter To Continue...
```

4.1.2 Test Case 1B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
================================
             OUTPUT
================================

Solusi SPL:
x1 = 1.0e + 3.0
x2 = 2.0e
x3 = c
x4 = d
x5 = e
```

4.1.3 Test Case 1C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
================================
             OUTPUT
================================

Solusi SPL:
x1 = a
x2 = -1.0f + 1.0
x3 = c
x4 = d
x5 = 1.0f + 1.0
x6 = f
```

4.1.4 Test Case 1D

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss, gauss jordan, matriks balikan, dan kaidah cramer

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Solusi SPL:
x1 = 9.595847
x2 = -33.537648
x3 = 32.368821
x4 = -210.390919
x5 = 522.576911
x6 = -327.13379
```

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Solusi SPL:
x1 = 20.149732
x2 = -167.592378
x3 = 340.883713
x4 = -212.194279
x5 = 175.66956
x6 = -66.412641
x7 = -284.703172
x8 = -26.972327
x9 = 89.237001
x10 = 141.569563
```

4.1.5 Test Case 2A

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
===============================
            OUTPUT
===============================

Solusi SPL:
x1 = 1.0d - 1.0
x2 = 2.0c
x3 = c
x4 = d
```

4.1.6 Test Case 2B

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
===============================
            OUTPUT
===============================

Solusi SPL:
x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0
```

4.1.7 Test Case 3A

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss, gauss jordan, matriks balikan, dan kaidah cramer

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Solusi SPL:
x1 = -0.224324
x2 = 0.182432
x3 = 0.709459
x4 = -0.258108
```

4.1.8 Test Case 3B

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss dan gauss jordan

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Solusi SPL:
x1 = 0.0
x2 = 0.0
x3 = 0.0
x4 = 0.0
x5 = 0.0
x6 = 0.0
x7 = 0.0
x8 = 0.0
x9 = 0.0
```

4.1.9 Test Case 4

Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa min dalam mg/s. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{A:} & m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A & = & 0 \\
\text{B:} & Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B & = & 0 \\
\text{C:} & m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C & = & 0
\end{array}
$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40$, $Q_{AC} = 80$, $Q_{BA} = 60$, $Q_{BC} = 20$ dan $Q_{Cout} = 150$ m^3/s dan $m_{Ain} = 1300$ dan $m_{Cin} = 200$ mg/s.

Dapat diselesaikan menggunakan metode gauss, gauss jordan, matriks balikan, dan kaidah cramer

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Solusi SPL:
x1 = 190.333333
x2 = 88.666667
x3 = 114.666667
```

4.2 Test Case Polinom Interpolasi

4.2.1 Test Case 5A

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai berikut:

$x = 0.2$ $\quad f(x) = ?$
$x = 0.55$ $\quad f(x) = ?$
$x = 0.85$ $\quad f(x) = ?$
$x = 1.28$ $\quad f(x) = ?$

```
            OUTPUT
==============================

Persamaan polinom interpolasi:
f(x) = 1.0E-5x^6 - 3.9E-5x^5 + 0.0261x^4 - 4.3E-5x^3 + 0.197412x^2 + 0.239997x - 0.022976

Solusi:
f(0.2) = 0.032961
```

```
Persamaan polinom interpolasi:
f(x) = 1.0E-5x^6 - 3.9E-5x^5 + 0.0261x^4 - 4.3E-5x^3 + 0.197412x^2 + 0.239997x - 0.022976

Solusi:
f(0.55) = 0.171119
```

```
Persamaan polinom interpolasi:
f(x) = 1.0E-5x^6 - 3.9E-5x^5 + 0.0261x^4 - 4.3E-5x^3 + 0.197412x^2 + 0.239997x - 0.022976

Solusi:
f(0.85) = 0.337236
```

```
Persamaan polinom interpolasi:
f(x) = 1.0E-5x^6 - 3.9E-5x^5 + 0.0261x^4 - 4.3E-5x^3 + 0.197412x^2 + 0.239997x - 0.022976

Solusi:
f(1.28) = 0.677541
```

4.2.2 Test Case 5B

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **interpolasi polinomial** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. Masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

```
============================
           OUTPUT
============================

Persamaan polinom interpolasi:
f(x) =  - 141021.87373113705x^9 + 9374825.260481717x^8 - 2.7553608277532566E8x^7 + 4.696922977626661E9x^6 - 5.1144884738809235E10x^5
+ 3.686516948531053E11x^4 - 1.757331147771959E12x^3 + 5.335930152426878E12x^2 - 9.350328673002545E12x + 7.189925469291549E12

Solusi:
f(7.516) = 53538.048828
```

```
Solusi:
f(8.333) = 35766.033203
```

```
Solusi:
f(9.167) = -667735.154297
```

```
Solusi:
f(8.0) = 27752.376953
```

4.2.3 Test Case 5C

Sederhanakan fungsi $f(x)$ yang memenuhi kondisi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2].
Sebagai contoh, jika $n = 5$, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak $h = (2 - 0)/5 = 0.4$.

```
==============================
           OUTPUT
==============================

Persamaan polinom interpolasi:
f(x) =  - 0.009766x^4 + 0.054689x^3 - 0.20469x^2 + 0.416251x + 0.281

Solusi:
f(1.7) = 0.584193
```

4.3 Test Case Regresi Linear Berganda

4.3.1 Test Case 6

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

```
==============================
            OUTPUT
==============================

Persamaan regresi linear:
f(x) =  - 3.5078 - 0.0026x1 + 8.0E-4x2 + 0.1542x3

Solusi:
f(X3) = 0.938434
```

4.4 Test Case Interpolasi Bicubic Spline

4.4.1 Test Case 7

$$\begin{pmatrix} 21 & 98 & 125 & 153 \\ 51 & 101 & 161 & 59 \\ 0 & 42 & 72 & 210 \\ 16 & 12 & 81 & 96 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai:

$f(0, 0) = ?$

$f(0.5, 0.5) = ?$

$f(0.25, 0.75) = ?$

$f(0.1, 0.9) = ?$

```
================================
             OUTPUT
================================

Hasil dari fungsi bicubic:
f(0.00,0.00) = 21.000000
```

```
================================
             OUTPUT
================================

Hasil dari fungsi bicubic:
f(0.50,0.50) = 87.656250
```

```
================================
             OUTPUT
================================

Hasil dari fungsi bicubic:
f(0.25,0.75) = 81.970215
```

```
================================
             OUTPUT
================================

Hasil dari fungsi bicubic:
f(0.10,0.90) = 91.212218
```

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Dari tugas besar ini, banyak hal yang dapat kami pelajari, seperti penggunaan bahasa Java, beberapa cara memanipulasi matriks menggunakan program, operasi-operasi seperti *bicubic spline* dan interpolasi polinom, *best practice* dalam proyek pemrograman bersama tim, penggunaan git, dan lainnya. Kami menggunakan Github sebagai *version control system* dengan tujuan mempermudah proses pengerjaan. Kesimpulannya, kami berhasil mengimplementasikan setiap spesifikasi wajib yang diberikan dalam waktu yang disediakan.

5.2 Saran

Berikut adalah beberapa saran pengembangan dari kelompok kami.

a. Mempelajari git untuk mempermudah proses pengerjaan tugas besar secara bersama-sama.
b. Mendiskusikan *flow* program terlebih dahulu untuk menghindari miskomunikasi saat proses integrasi.

5.3 Komentar

Berikut adalah beberapa komentar kami terhadap tugas ini.

a. Waktu pengerjaan bisa dibilang lumayan ketat, menghitung banyaknya kuis dan tugas lain pada masa pengerjaan.
b. Bahasa yang digunakan berbeda dengan yang dipelajari sebelumnya, sehingga membutuhkan waktu pengerjaan lebih untuk belajar.
c. Spesifikasi kurang detil, sehingga menyebabkan banyak kebingungan bagi mahasiswa.

5.4 Refleksi

Berikut adalah beberapa refleksi dari kami.

a. Menimbang ketatnya waktu pengerjaan, seharusnya tugas bisa dicicil dan tidak dikerjakan pada hari-hari dekat tanggal tenggat waktu pengerjaan.
b. Kurangnya pemahaman tentang git oleh beberapa anggota lumayan menghambat pekerjaan kami.

DAFTAR REFERENSI

Dahlan, A. (2020). Analisis Numerik: Interpolasi Polinomial. https://ahmaddahlan.net/analisis-numerik-interpolasi-polinomial/

Mademmatika.id. (2017). Pengertian Minor dan Kofaktor Matriks. https://www.madematika.id/2017/08/pengertian-minor-kofaktor-matriks.html

Meiryani, S.E., Ak., M.M., M.Ak., CA. (2021). Memahami Analisis Regresi Linear Berganda. https://accounting.binus.ac.id/2021/08/12/memahami-analisis-regresi-linear-berganda/

Rahmah, A. (2022). Mencari Invers Matriks: Simak Rumus dan Contohnya di Sini. Detik Pedia. https://www.detik.com/edu/detikpedia/d-6020781/mencari-invers-matriks-simak-rumus-dan-contohnya-di-sini

Rowe, D. B. (2018). BiLinear, Bicubic, and In Between Spline Interpolation [PDF]. Program in Computational Sciences, Department of Mathematics, Statistics, and Computer Science, Marquette University.

Waluyo, N. R. D. (2022). Determinan Matriks: Penjelasan dan Contoh Soal. Detik Pedia. https://www.detik.com/edu/detikpedia/d-5936159/determinan-matriks-penjelasan-dan-contoh-soal

Amelia Dyn. (2018). Metode Eliminasi Gauss & Gauss-Jordan. Blogspot. https://ameliadyn27.blogspot.com/2018/04/metode-eliminasi-gauss-gauss-jordan_20.html