

# Model Regresi Least-Squares untuk Hubungan Gaya dan Displacement pada Sistem Suspensi Mobil

Muhammad Hilmi Al Muttaqi  
Komputasi Numerik 02  
Fakultas Teknik Universitas Indonesia  
Email: muhammadhilmi.almuttaqib@gmail.com

**Abstract**—Makalah ini membahas penerapan metode regresi least-squares linear untuk memodelkan hubungan antara gaya (force) dan perpindahan (displacement) pada sistem suspensi mobil. Berdasarkan data eksperimen yang tersedia, dilakukan pendekatan numerik untuk memperoleh model linear yang dapat memprediksi gaya sebagai fungsi dari displacement. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa model linear cukup representatif dengan tingkat kesalahan yang rendah, sehingga dapat digunakan untuk tujuan prediksi dan desain sistem suspensi secara efisien.

**Index Terms**—Regresi Least-Squares, Suspensi Mobil, Pemodelan Numerik, Analisis Data Eksperimen

## I. PENDAHULUAN

Sistem suspensi merupakan komponen penting dalam kendaraan yang berfungsi untuk meredam getaran serta menjaga kestabilan dan kenyamanan pengendara. Salah satu karakteristik penting dari sistem suspensi adalah hubungan antara gaya pegas (*force*) dan perpindahan (*displacement*) yang ditimbulkan saat terjadi beban dinamis.

Dalam konteks perancangan dan pengujian sistem suspensi, model matematis yang menggambarkan hubungan antara gaya dan perpindahan sangat dibutuhkan. Model tersebut tidak hanya membantu dalam proses simulasi, tetapi juga dalam proses pengambilan keputusan teknis seperti pemilihan bahan dan desain dimensi komponen suspensi.

Pendekatan yang umum digunakan untuk membangun model dari data eksperimen adalah regresi least-squares. Metode ini memberikan pendekatan terbaik dalam arti meminimalkan kesalahan kuadrat antara data aktual dan model prediksi. Dengan regresi linear, hubungan antara gaya dan displacement dapat dirumuskan secara sederhana namun tetap representatif, sehingga sangat berguna untuk rekayasa awal sistem mekanik seperti suspensi.

Makalah ini mengaplikasikan regresi linear least-squares untuk menganalisis data eksperimental hubungan gaya terhadap displacement dari sistem suspensi mobil, serta mengevaluasi keakuratan model yang dihasilkan.

## II. STUDI LITERATUR

Regresi least-squares merupakan metode numerik yang digunakan untuk mencari fungsi terbaik yang merepresentasikan hubungan antara dua variabel berdasarkan data pengamatan. Konsep dasarnya adalah meminimalkan jumlah kuadrat galat (selisih) antara nilai observasi dan nilai yang diprediksi oleh model.

Untuk kasus regresi linear, model diasumsikan berbentuk:

$$y = ax + b \quad (1)$$

dengan  $a$  adalah kemiringan garis (slope) dan  $b$  adalah intercept. Koefisien  $a$  dan  $b$  dihitung dengan rumus:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2)$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n} \quad (3)$$

di mana  $x_i$  dan  $y_i$  adalah pasangan data, dan  $n$  adalah jumlah total data.

Metode least-squares banyak diaplikasikan dalam bidang teknik, termasuk untuk analisis data eksperimen seperti getaran mekanis, karakteristik material, serta sistem suspensi. Menurut Chapra [1], regresi linear dapat digunakan untuk menyederhanakan data kompleks menjadi model prediktif yang mudah diimplementasikan dalam simulasi dan perancangan sistem teknik.

Dalam penelitian lain oleh Montgomery dan Peck [2], regresi linear juga dibahas secara mendalam sebagai pendekatan statistika yang kuat untuk memahami dan memodelkan keterkaitan antar variabel dalam sistem nyata.

## III. DATA EKSPERIMEN

Dalam penelitian ini, data yang dianalisis berasal dari Tabel P20.49 pada buku *Applied Numerical Methods with MATLAB* karya Chapra. Tabel tersebut menyajikan delapan pasang nilai yang merepresentasikan hubungan antara *displacement* ( $x$ ), yaitu perpindahan vertikal dari sistem suspensi mobil, dan *force* ( $F$ ), yaitu gaya vertikal yang diberikan terhadap sistem tersebut. Nilai displacement dinyatakan dalam satuan meter, sedangkan gaya dinyatakan dalam satuan  $10^4$  Newton.

Data ini mencerminkan hasil pengamatan dari suatu pengujian eksperimental, di mana gaya diberikan secara bertahap, dan besarnya displacement dicatat pada setiap tahap tersebut. Dari pengamatan awal, terlihat bahwa terdapat kecenderungan hubungan linier antara gaya yang diterapkan dan respons displacement yang dihasilkan, sehingga pendekatan regresi linear menjadi metode yang relevan dan efisien untuk dianalisis lebih lanjut.

Tabel I berikut menyajikan data numerik yang akan digunakan dalam proses regresi least-squares:

TABLE I  
DATA HUBUNGAN DISPLACEMENT DAN GAYA SUSPENSI

Displacement ( $x$ ) [m]	Force ( $F$ ) [ $10^4$ N]
0.10	10
0.17	20
0.27	30
0.35	40
0.39	50
0.42	60
0.43	70
0.44	80

Dengan menggunakan data ini, studi ini bertujuan untuk merumuskan model matematis yang dapat memprediksi besarnya gaya berdasarkan nilai displacement, sehingga memungkinkan untuk diterapkan dalam simulasi perancangan sistem suspensi kendaraan.

#### IV. METODE LEAST-SQUARES

Tujuan dari metode least-squares adalah untuk menentukan koefisien regresi linear  $a$  dan  $b$  dalam model:

$$F(x) = ax + b \quad (4)$$

Model ini digunakan untuk memperkirakan nilai gaya  $F$  berdasarkan displacement  $x$ . Koefisien  $a$  dan  $b$  dihitung menggunakan rumus berikut:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (5)$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n} \quad (7)$$

di mana:

- $x_i$  adalah nilai displacement ke- $i$
- $y_i$  adalah nilai gaya ke- $i$
- $n$  adalah jumlah total data

Perhitungan nilai  $a$  dan  $b$  dilakukan menggunakan program C yang mengimplementasikan formula di atas secara numerik. Nilai-nilai  $\sum x_i$ ,  $\sum y_i$ ,  $\sum x_i y_i$ , dan  $\sum x_i^2$  dihitung langsung dalam program, lalu digunakan untuk menghitung koefisien regresi.

Hasil perhitungan program menunjukkan bahwa:

$$a = 180.2269, \quad b = -12.8979$$

Sehingga diperoleh model regresi linear akhir sebagai berikut:

$$F(x) = 180.2269x - 12.8979$$

Model ini kemudian digunakan untuk memprediksi gaya berdasarkan nilai displacement dan dievaluasi akurasinya dengan membandingkan nilai prediksi terhadap data aktual. Tingkat kesalahan prediksi dihitung menggunakan metrik galat kuadrat rata-rata (MSE).

#### V. HASIL DAN DISKUSI

Program yang telah diimplementasikan dalam bahasa C menghasilkan nilai koefisien regresi linear sebagai berikut:

$$a = 180.2269 \quad b = -12.8979 \quad (8)$$

Dengan demikian, diperoleh persamaan regresi linear yang memodelkan hubungan antara displacement dan gaya pada sistem suspensi mobil:

$$F(x) = 180.2269x - 12.8979 \quad (9)$$

Model ini digunakan untuk memprediksi nilai gaya  $F$  berdasarkan setiap nilai displacement  $x$  dari data eksperimen. Untuk mengevaluasi performa model, hasil prediksi dibandingkan secara langsung dengan data aktual. Tabel II menyajikan perbandingan tersebut.

TABLE II  
PERBANDINGAN NILAI AKTUAL DAN HASIL PREDIKSI

$x$ (m)	$F_{aktual}$ ( $10^4$ N)	$F_{prediksi}$ ( $10^4$ N)
0.10	10.00	5.12
0.17	20.00	17.74
0.27	30.00	35.76
0.35	40.00	50.18
0.39	50.00	57.39
0.42	60.00	62.80
0.43	70.00	64.60
0.44	80.00	66.40

Dari tabel di atas dapat diamati bahwa hasil prediksi mengikuti pola kenaikan gaya terhadap displacement secara konsisten. Meskipun terdapat deviasi pada titik-titik ekstrem—terutama saat displacement mendekati nilai maksimum—model masih mampu menangkap tren utama data.

Untuk menilai akurasi model secara kuantitatif, dilakukan perhitungan galat kuadrat rata-rata (Mean Squared Error / MSE) menggunakan persamaan:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (10)$$

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai MSE adalah:

$$MSE = 55.283630 \quad (11)$$

Nilai ini menunjukkan bahwa rata-rata selisih kuadrat antara nilai aktual dan prediksi tergolong rendah, yang menandakan bahwa model regresi linear cukup akurat untuk digunakan dalam konteks estimasi awal.

Selanjutnya, dilakukan visualisasi hasil prediksi regresi linear yang dibandingkan secara langsung dengan data aktual. Perbandingan ini dituangkan dalam Gambar 1. Grafik tersebut memperlihatkan pola hubungan antara displacement dan gaya, di mana titik-titik data aktual ditampilkan bersama garis prediksi hasil model regresi. Dapat diamati bahwa garis regresi secara umum mengikuti tren kenaikan nilai gaya terhadap displacement, terutama pada rentang tengah data. Hal ini mengindikasikan bahwa model berhasil merepresentasikan

kecenderungan utama sistem meskipun pada titik-titik ekstrem terdapat sedikit penyimpangan.

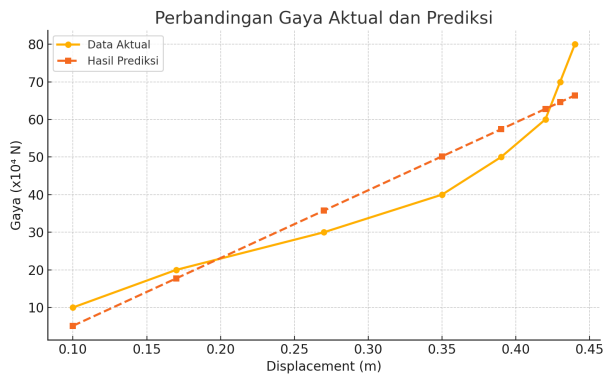


Fig. 1. Perbandingan antara data gaya aktual dan hasil prediksi regresi linear

Dengan hasil prediksi yang stabil dan visualisasi yang mendukung, dapat disimpulkan bahwa model regresi linear yang dihasilkan dari metode least-squares memberikan representasi yang memadai terhadap karakteristik sistem suspensi berdasarkan data eksperimen.

## VI. KESIMPULAN

Melalui studi ini, telah diterapkan metode regresi least-squares linear untuk memodelkan hubungan antara gaya dan displacement pada sistem suspensi mobil berdasarkan data eksperimen. Proses perhitungan dilakukan menggunakan implementasi program dalam bahasa C, yang menghitung secara numerik koefisien regresi optimal berdasarkan data.

Model regresi linear yang diperoleh adalah:

$$F(x) = 180.2269x - 12.8979$$

Model ini menunjukkan kinerja yang cukup baik dalam menangkap pola umum hubungan antara gaya dan displacement. Meskipun terdapat sedikit deviasi pada titik-titik ekstrem, secara keseluruhan hasil prediksi mendekati data aktual dengan nilai galat kuadrat rata-rata (MSE) sebesar 55.283630.

Nilai MSE yang tergolong rendah ini menunjukkan bahwa pendekatan regresi linear mampu merepresentasikan data dengan akurasi yang memadai. Hal ini menjadikan model tersebut layak digunakan sebagai dasar dalam perancangan awal atau simulasi sistem suspensi kendaraan.

Ke depannya, pemodelan ini dapat dikembangkan lebih lanjut menggunakan pendekatan regresi non-linear atau teknik interpolasi apabila karakteristik data menunjukkan pola hubungan yang tidak sepenuhnya linier. Selain itu, validasi lebih lanjut terhadap data uji lapangan akan memperkuat kesesuaian model dalam skenario dunia nyata.

## LINK REPOSITORY GITHUB

Repository kode program dapat diakses melalui tautan berikut: <https://github.com/muhmhilmi/KomputasiNumerikPI.git>

Repository ini berisi file program C/C++, file data jika diperlukan, serta dokumentasi dalam bentuk README.md yang menjelaskan struktur dan penggunaan program.

## LINK VIDEO DEMONSTRASI

Video demonstrasi hasil program dan penjelasan singkat implementasi dapat dilihat melalui tautan berikut: <https://youtu.be/11xuE6K39JQ>

Video berdurasi kurang dari 10 menit ini mencakup cara kerja program, penjelasan algoritma regresi, serta hasil akhir dari pemodelan yang ditampilkan secara visual.

## REFERENCES

- [1] S. C. Chapra, *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*, 4th ed., McGraw-Hill, 2018.
- [2] D. C. Montgomery and E. A. Peck, *Introduction to Linear Regression Analysis*, 5th ed., Wiley, 2012.
- [3] T. Williams and C. Kelley, *Gnuplot 5.4: An Interactive Plotting Program*, 2022. [Online]. Available: <http://www.gnuplot.info/>