

Veri Yapıları ve Algoritmalar

DR. ÖGR. ÜYESİ MEHMET AKİF BÜLBÜL

2023-2024 GÜZ YARIYILI

ASIMPTOTİK ANALİZ (NOTASYONLAR)

Asimptotik Analiz

Bir algoritmanın orantılı zaman gereksinimi **büyüme oranı (veya büyüme hızı)** olarak bilinir.

$T(n)$ nin büyüme oranı, algoritmanın **hesaplama karmaşıklığı**dır.

Hesaplama karmaşıklığı belirli bir uygulamadan bağımsız olarak n ile değişen $T(n)$ ' nin çalışma zamanını daha doğru bir şekilde bulmayı sağlar.

Genel olarak, az sayıda parametreler için karmaşıklıkla ilgilenilmez; eleman sayısı n 'nin sonsuza gitmesi durumunda $T(n)$ büyümesine bakılır.

Karmaşıklığı belirtmek için asimptotik notasyon (simgelem) ifadeleri kullanılmaktadır.

O-simgelemi (üst sınırlar)

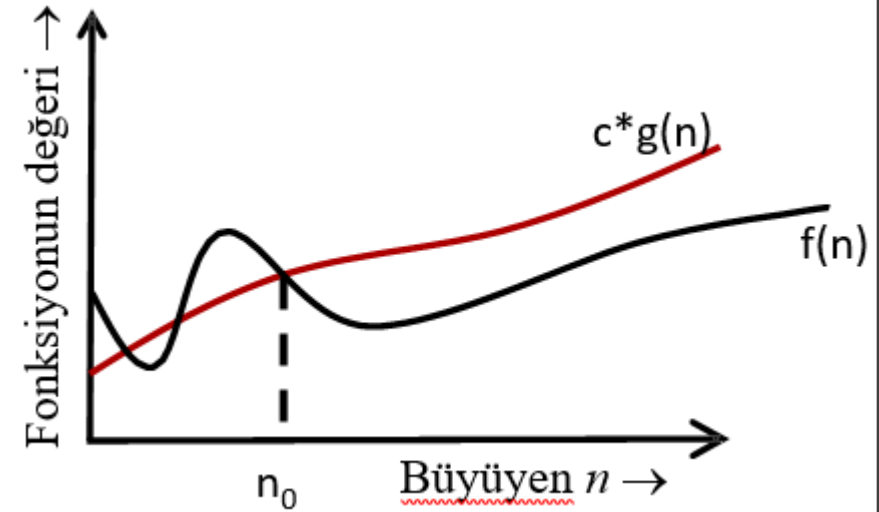
Tüm $n \geq n_0$ değerleri için sabitler $c > 0$, $n_0 > 0$ ise
 $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ durumunda
 $f(n) = O(g(n))$ yazabiliriz.

$f(n)$ ve $g(n)$ verilen iki çalışma zamanı
fonksiyonudur.

$f(n) \leq c.g(n)$ ve $n \geq n_0$ koşullarını sağlayan c ve n_0
değerleri varsa $f(n)$ zaman karmaşıklığı $O(g(n))$ dir.

*Başka bir deyişle, n sayısı yeteri kadar büyük
olduğunda, $f(n)$, $g(n)$ ile aynı büyüklüktedir.*

*O-notasyonu sabit bir katsayı içinde bir fonksiyon
için üst sınırı verir*



O-simgelemi (üst sınırlar)

Örnek: $2n^2 = O(n^3)$ için c , n_0 değerlerini bulunuz?

Çözüm kümesini sağlayan kaç tane n_0 ve c çifti olduğu önemli değildir. Tek bir çift olması notasyonun doğruluğu için yeterlidir.

O-simgelemi (üst sınırlar)

Örnek: $(1/2)n^2 + 3n$ için üst sınırın $O(n^2)$ olduğunu gösteriniz.

O-simgelemi (üst sınırlar)

Büyüme oranlarına bakarak iki algoritmanın verimliliğini karşılaştırabiliriz.

n' nin yeterince büyük değerleri için düşük büyüme oranına sahip algoritma her zaman daha hızlıdır.

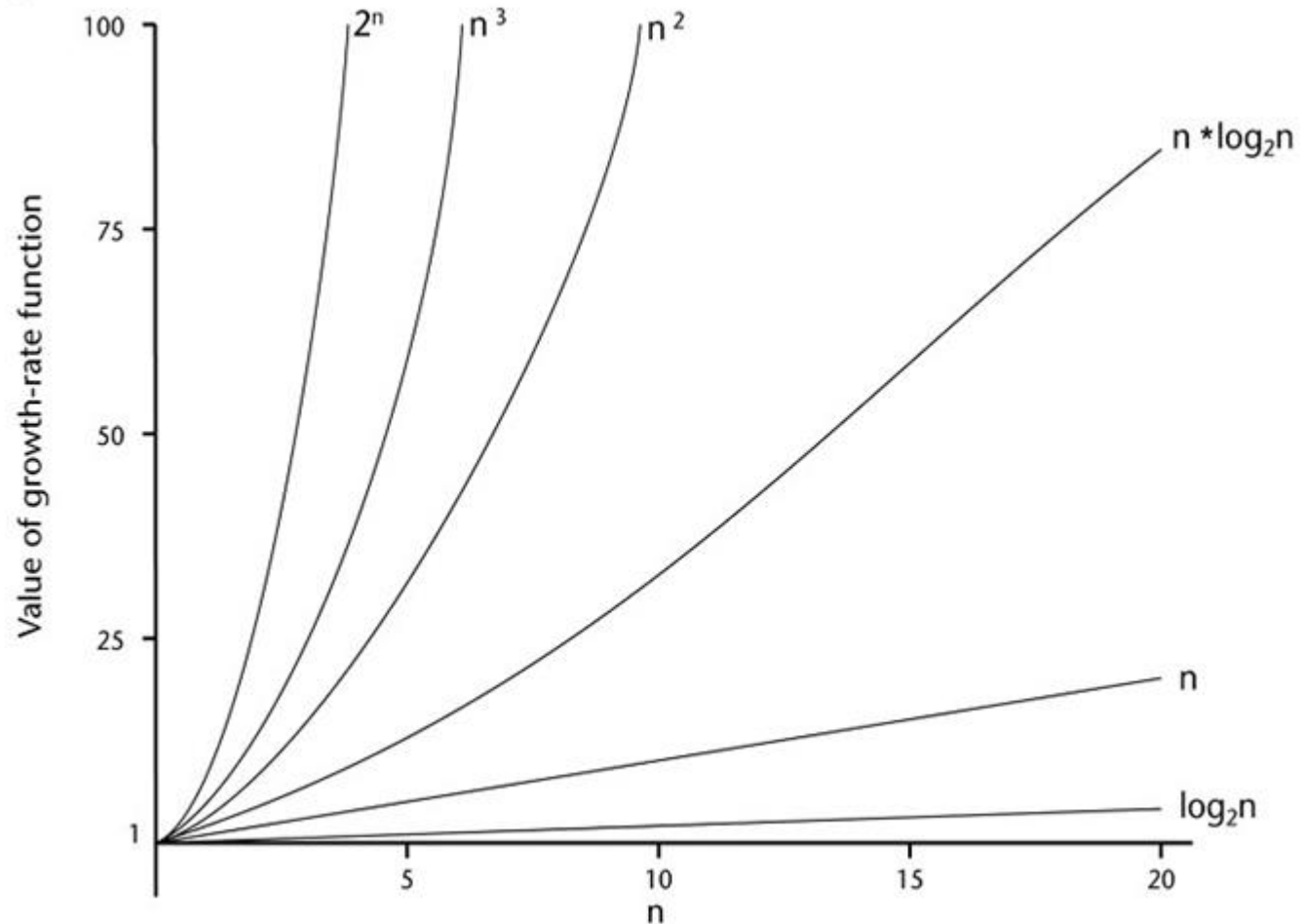
Örneğin; $f(n)=n^2+3n+5$ ifadesinin büyüme oranı $O(n^2)$ dir.

Algoritma tasarımcılarının amacı, çalışma zaman fonksiyonu olan $f(n)$ nin mümkün olduğu kadar düşük büyüme oranı sahip bir algoritma olmasıdır.

O-simgelemi (üst sınırlar)

$3n^2+2n+5 = O(n^2)$ olduğunu gösteriniz

O-simgelemi (üst sınırlar)



O-simgelemi (üst sınırlar)

Verimli algoritmaları geliştirmenin önemi:

Dizi boyutu	Sıralı arama	İkili (Binary) arama
128	128	8
1,048,576	1,048,576	21

Verilen zaman karmaşıklığı ile algoritmalar için yürütme zamanı

n	$f(n)=n$	$f(n)=n \log n$	$f(n)=n^2$	$f(n)=2^n$
20	0.02 μ s	0.086 μ s	0.4 μ s	1 ms
10_6	1 μ s	19.93 ms	16.7 dk	31.7 yıl
10_9	1s	29.9 s	31.7 yıl	!!! yüzyıllar

Büyüme oranı fonksiyonlarının özellikleri

1- Bir algoritmanın büyüme oranı fonksiyonunda düşük dereceli terimler, sabitler ve katsayılar ihmal edilebilir.

$$O(n_3+4n_2+3n) \rightarrow O(n_3)$$

$$O(8n_4) \rightarrow O(n_4)$$

Büyüme oranı fonksiyonlarının özellikleri

2- Algoritmanın büyüme fonksiyonlarını birleştirebiliriz.

$$O(f(n)) + O(g(n)) = O(f(n) + g(n))$$

$$O(n^3) + O(4n^2) \rightarrow O(n^3 + 4n^2) \rightarrow O(n^3)$$

Büyüme oranı analizi ile ilgili problemler

- 1-** Daha küçük büyüme oranına sahip bir algoritma yeterince büyük olmayan belirli n değerleri için daha hızlı büyüme oranına sahip algoritmadan hızlı çalışmaz.

Büyüme oranı analizi ile ilgili problemler

- 2- Aynı büyüme oranına sahip algoritmalar çalışma zamanı fonksiyonlarındaki sabitlerden dolayı farklı çalışma zamanlarına sahip olabilirler. Ama iki algoritmanın da kırılma noktası aynı n değerine sahiptir.

Notasyonlarda eşitlik "=" gösterimi

$A=B$ ise $B = A$ anlamında değil mi?

Fakat, $f(n) = O(g(n))$, $O(g(n)) = f(n)$ anlamına gelmez. Burada tek eşitlik söz konusudur.

Burada "=", üyelik işlemi (\in) olarak tercih edilmiştir.

$f(n) = O(g(n)) \rightarrow f(n) \in O(g(n))$ dir

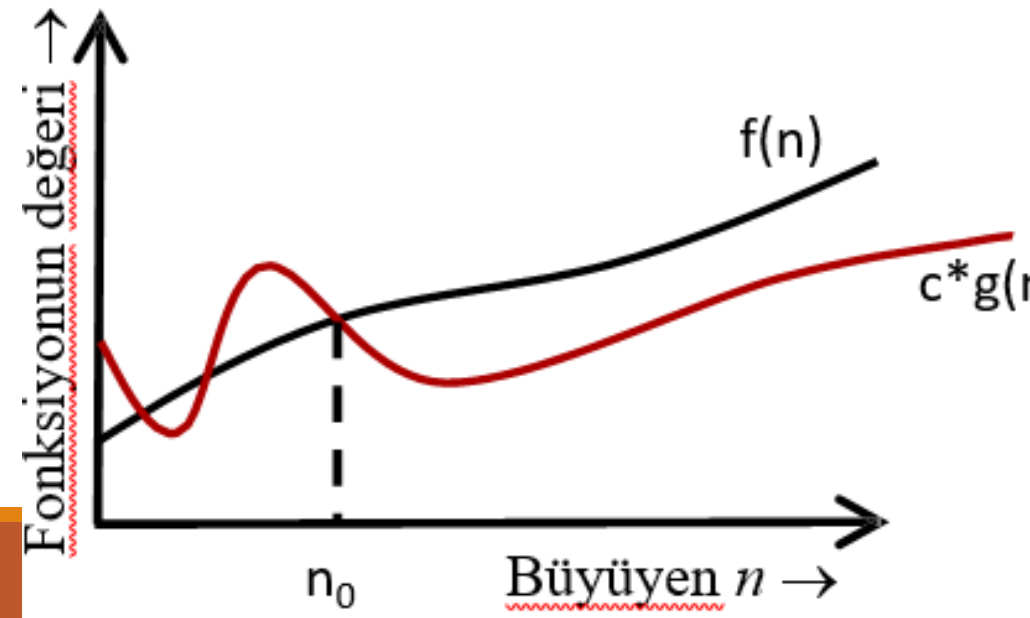
$O(g(n))$ bir küme anlamına gelir.

$f(n) = O(g(n)) \rightarrow O(g(n)) = \{ f(n) \}$ gösterimi doğrudur.

Ω -simgelemi (alt sınırlar)

$$\Omega(g(n)) = \{ f(n) : \text{tüm } n \geq n_0 \text{ değerlerinde} \\ c > 0, n_0 > 0 \text{ ise,} \\ 0 \leq cg(n) \leq f(n) \}$$

Her durumda $f(n) \geq c g(n)$ ve $n \geq n_0$ koşullarını sağlayan pozitif, sabit c ve n_0 değerleri bulunabiliyorsa $f(n) = \Omega(g(n))$ dir.



Ω -simgelemi (alt sınırlar)

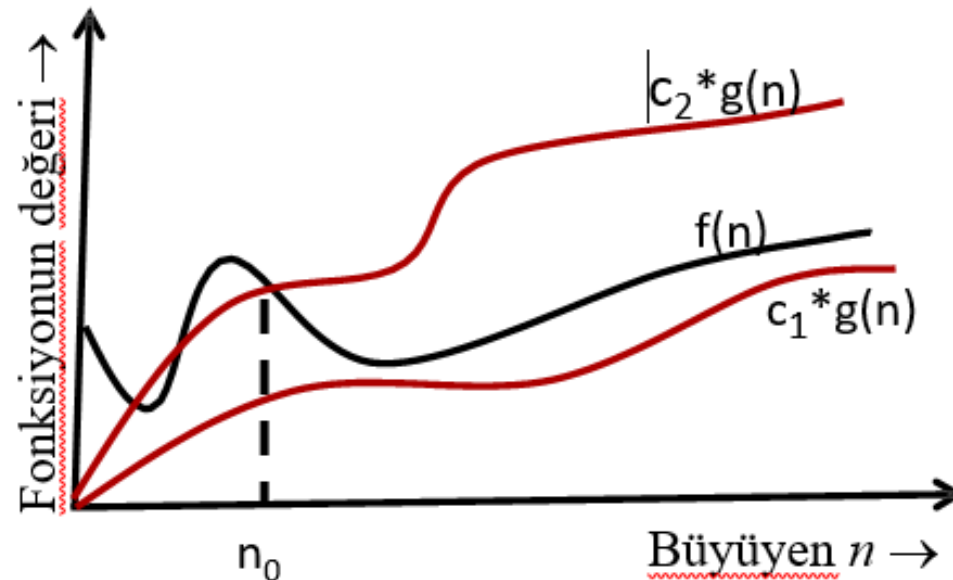
$2n + 5 \in \Omega(n)$ olduğunu gösteriniz

Ω -simgelemi (alt sınırlar)

$5 \cdot n^2 - 3 \cdot n = \Omega(n^2)$ olduğunu gösteriniz.

⊖ Notasyonu – Sıkı Sınırlar

Her durumda $c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$ ve $n \geq n_0$ koşullarını sağlayan pozitif, sabit c_1, c_2 ve n_0 değerleri bulunabiliyorsa $f(n) = \Theta(g(n))$ ifadesi doğrudur.



Θ Notasyonu – Sıkı Sınırlar

$$f(n) = 2n + 5 \in \Theta(n) ???$$

⊖ Notasyonu – Sıkı Sınırlar

$$f(n) = 5 \cdot n^2 - 3 \cdot n \in \Theta(n^2) ???$$

ÖNEMLİ !!!!!!!!!!!

DİL FARKETMEZ KOD YAZIN