

$$\textcircled{2} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 1+4 & -2-1 \\ 3+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 0 & 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 5 \\ 3 \cdot 4 + 0 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) + 0 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3A = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix}; \quad 2B = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}; \quad 4C = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3-0+8 & 21-10-16 \\ 9-4+4 & -18+2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 5 + (-2) \cdot (-2) & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \\ 5 \cdot 4 + (-2) \cdot 1 & 5 \cdot 5 + (-2) \cdot (-2) & 5 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 \\ 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^TA = \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 & 4 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{6} \quad \text{a) } \det \begin{pmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{pmatrix} = \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x \\ = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{б) } \det \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = 8 \cdot 5 \cdot 9 = 360$$

$$\text{в) } \det \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-4)} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-5)} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{.2} =$$

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} = 0$$

$$\textcircled{7} \quad \det(A) = 4$$

$$\text{а) } \det(A^2) = \det A \cdot \det A = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\text{б) } \det(A^T) = \det A = 4$$

$$\text{в) } \det(2A) = 2^n \cdot \det A, n - \text{коеф. боя супор} \text{ (см. задача)}$$

$$= 8 \cdot \det A = 32 \text{ (также матрица } 3 \times 3)$$

$$\textcircled{8} \quad \det \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix} \cdot 2 \xrightarrow{\det} \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix} = \underline{0}$$

$$\textcircled{9} \quad \text{a) rank } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \text{rank } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \text{rank } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \text{rank } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \underline{2}$$

$$\textcircled{8} \quad \text{rank } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \text{rank } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \underline{3}$$