

LAPORAN PRAKTEK KERJA LAPANGAN (PKL)
SISTEM INTERAKSI QUBIT DAN OSILATOR HARMONIK DALAM MODEL
JAYNES-CUMMINGS

Yang Berlokasi di
PUSAT PENELITIAN FISIKA (P2 FISIKA)
BADAN RISET DAN INOVASI NASIONAL (BRIN)



Disusun Oleh:

M. Oktavyan Hardiyono	180322615062
Mukhamad Azis Tholib	180322615032
Reta Lola Oftaviana	180322615002

JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG
Desember 2021

HALAMAN PENGESAHAN

LAPORAN PRAKTEK KERJA LAPANGAN (PKL)

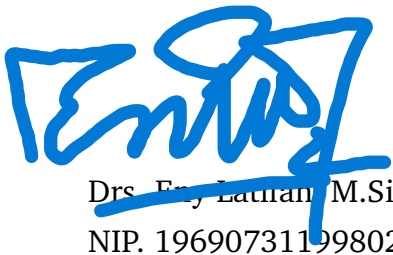
SISTEM INTERAKSI QUBIT DAN OSILATOR HARMONIK DALAM MODEL JAYNES-CUMMINGS

Pusat Penelitian Fisika (P2 Fisika)
Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN)
Periode 14 Juni - 12 Oktober 2021

M. Oktavyan Hardiyono	180322615062
Mukhamad Azis Tholib	180322615032
Reta Lola Oftaviana	180322615002


Malang, 30 Desember 2021

Dosen Pembimbing PKL,



Drs. Ery Latnan M.Si
NIP. 196907311998022001


Peneliti BRIN,



Dr. Ahmad Ridwan Tresna Nugraha
NIP. 198709202019021002

Mengetahui,

Ketua Jurusan Fisika,



Dr. Hari Wisodo, S.Pd, M.Si
NIP. 197307241998031001

RINGKASAN

Tajuk utama dalam laporan ini adalah mengnsnslisa sistem yang terdiri dari sistem dua level (yaitu, qubit) dan osilator harmonik dalam daerah intraksi (*coupling*) ultra-kuat, di mana kekuatan interaksi sebanding dengan skala energi qubit dan osilator. Penekanan khusus ditempatkan pada kemungkinan mempersiapkan keadaan nonklasik dalam sistem ini. Status nonklasik ini termasuk status termampatkan (*squeezing*), status kucing Schrodinger (status superposisi), dan status terbelit (*entanglement*). Lebih jauh lagi, dalam laporan ini akan dibahas kajian numerik yang dapat digunakan untuk menggambarkan sistem menggunakan beberapa asumsi yang berbeda dan kemudian didiskusikan hasil analisis dari sifat-sifat sistem dalam berbagai kondisi parameter dari asumsi-asumsi yang berbeda tersebut. akan dilakukan juga diskusi tetang keadaan dasar sistem dan analisis sifat nonklasiknya. sebagai bagian akhir akan dibahas juga beberapa pertanyaan yang terkait dengan kemungkinan pengamatan eksperimental dari keadaan nonklasik dan efek dekoherensi.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT, Rabb semesta alam yang berkat karunia-Nya memberikan kesehatan, keberkahan serta waktu untuk bekerja dan berpikir. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Baginda Rasulullah Nabi Muhammad SAW, semoga kelak mendapatkan syafa'at di hari Qiyamah. Dengan penuh rasa syukur, penulis berhasil menyelesaikan Laporan PKL dengan judul “Sistem Interaksi Qubit dan Osilator Harmonik dalam Tinjauan *Jaynes-Cumming Model*” untuk memenuhi salah satu syarat kelulusan program Sarjana di Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang.

Dalam penyusunan laporan Praktik Kerja Lapangan (KPL) ini, penulis memperoleh dukungan dari banyak pihak baik dari segi materi, motivasi dan bimbingan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Orang tua dan keluarga yang telah memberikan dukungan, nasihat dan doa sehingga penulis mampu menyelesaikan PKL ini.
2. Ibu Dr. Eny Latifah, M.Si. selaku Dosen Pembimbing PKL Fisika, FMIPA, UM, yang selalu sabar dalam membimbing dan memberikan bantuan karakterisasi besar kepada penulis.
3. Bapak Dr. Ahmad Ridwan Tresna Nugraha selaku Peneliti BRIN dan Pembimbing PKL, yang selalu sabar dalam membagikan ide penelitian, membimbing hingga memberikan kesempatan besar kepada penulis untuk menjadi orang yang lebih bermanfaat melalui penelitian.
4. Dr. Hari Wisodo, M.Si. dan Dr. Sunaryono, M.Si. selaku Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan dari Fisika, FMIPA, UM.
5. Seluruh pihak lain yang telah memberikan kontribusi berarti yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa laporan PKL ini masih belum bisa dikatakan sempurna. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun dari berbagai pihak demi perbaikan dan peningkatan kualitas ilmu pengetahuan Indonesia di masa mendatang. Penulis berharap semoga laporan PKL ini bermanfaat bagi banyak pihak.

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN	i
RINGKASAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Praktik Kerja Lapangan	3
1.2.1 Tujuan Umum	3
1.2.2 Tujuan Khusus.....	3
1.3 Manfaat	3
1.3.1 Bagi Mahasiswa	4
1.3.2 Bagi Jurusan Fisika Universitas Negeri Malang	4
1.3.3 Bagi P2 Fisika BRIN.....	4
1.4 Ruang Lingkup	5
1.5 Bentuk Kegiatan	5
BAB II INSTANSI TEMPAT KPL	6
2.1 Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN)	6
2.2 Pusat Penelitian Fisika-BRIN	7
BAB III TINJAUAN PUSTAKA	8
3.1 Kuantisasi Medan	8
3.2 Sistem dua tingkat dan <i>Bloch Sphere</i>	9
3.3 Model Jaynes-Cumming.....	11
3.4 Fungsi Wigner	13
3.5 von Neumann Entropi	14

3.6	Toolbox qutip dalam pemrograman python.....	15
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN	17
4.1	Spektrum Level Energi	17
4.1.1	Kondisi resonansi	17
4.1.2	Kondisi osilator frekuensi tinggi	19
4.1.3	Kondisi qubit frekuensi tinggi.....	22
4.2	Pemampatan (<i>Squeezing</i>), Keterbelitan (<i>entanglement</i>) dan "Sifat superposisi" dalam Keadaan Dasar	22
BAB V	PENUTUP	28
5.1	Kesimpulan.....	28
5.2	Saran	28
BIBLIOGRAFI.....		28
LAMPIRAN A	Kode	31
A.1	Kode <i>Script</i> untuk Keadaan Resonansi	31
A.2	Kode <i>Script</i> untuk Keadaan Osilator Frekuensi Tinggi....	34
A.3	Kode <i>Script</i> untuk Keadaan Qubit Frekuensi Tinggi	37
A.4	Fungsi Q dan Fungsi Wigner dalam Masalah Superposisi.	39
A.5	Kode <i>Script</i> untuk Keadaan Termampatkan (<i>Squeezing</i>) ..	42
A.6	Kode <i>Script</i> untuk Kasus Entropi.....	44

Daftar Gambar

2.1	(a) logo BRIN, (b) P2F ketika di bawah naungan LIPI	6
3.1	(a) Fungsi gelombang, dan (b) probabilitas dari osilator harmonik kuantum	9
3.2	(a) Wolfgang Ernst Pauli sang penggagas matriks, dan (b) ilustrasi bola Bloch.....	10
3.3	(a) Ilustrasi dari model JC dan (b) plot grafik probabilitas keadaan tereksitasi dengan jumlah foton $\langle n \rangle = 25$	11
3.4	Kelas Qobj	15

4.1	10 level energi terendah pada kasus resonansi.....	18
4.2	Selisih Level Energi E_1 dan E_0	19
4.3	10 level energi terendah untuk $\hbar\omega_0/E_q = 10$	20
4.4	Selisih tiap pasangan level energi untuk $\hbar\omega_0/E_q = 10$	20
4.5	10 level energi terendah untuk $\hbar\omega_0/E_q = 0.01$	21
4.6	Fungsi Q dan W pada keadaan dasar dari osilator.....	23
4.7	Parameter <i>squeezing</i> -momentum sebagai fungsi λ	25
4.8	Entropi qubit pada keadaan dasar sebagai fungsi dari λ	26

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendidikan memiliki peran yang penting dalam meningkatkan keterampilan dan keahlian seseorang, guna kesiapan memasuki dunia kerja. Sebelum memasuki dunia kerja, mahasiswa perlu melakukan kegiatan Praktik Kerja Lapangan (PKL) untuk dapat memahami dan memecahkan setiap permasalahan yang muncul di dunia kerja. Pada umumnya mahasiswa melakukan kegiatan PKL secara langsung di perusahaan atau instansi yang relevan dengan program pendidikan yang diikuti. Namun, untuk saat ini PKL dapat dilakukan secara daring sebagai akibat dari pandemi COVID-19 yang masih menyebar.

PKL merupakan representasi dari pelaksanaan Tri Dharma Perguruan Tinggi, sehingga mahasiswa Program Studi Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang perlu melaksanakan PKL untuk menambah wawasan, keterampilan dan menjadikannya sebagai tempat menempa ilmu. Selain itu, program PKL ini bisa menjadi sarana untuk memperkenalkan instansi perguruan tinggikhususnya program studi Fisika UM pada instansi atau perusahaan. Selain itu, PKL menjadi sarana penghubung kerjasama mengenai pengembangan R & D (Research and Development) dan dapat menjadi sarana untuk melihat kemampuan atau kinerja dari mahasiswa jurusan Fisika menurut bidang keahlian masing-masing. Kami memilih Pusat Penelitian Fisika BRIN sebagai tempat pelaksanaan PKL, dikarenakan Pusat Penelitian Fisika BRIN merupakan pusat penelitian fisika terbaik dan terpercaya di Indonesia.

Sistem two-level (atau qubit) dan osilator harmonik merupakan bagian dari komponen sistem fisika yang paling dasar, dan mungkin paling sering dipelajari [1]. Karakteristik qubit yang digabungkan dengan osilator harmonik juga telah dianalisis oleh banyak peneliti selama beberapa dekade

terakhir . Banyak sistem fisis yang dapat dijelaskan oleh model ini, termasuk partikel elementer yang digabungkan dengan gelombang mikro, qubit superkonduktor yang digabungkan dengan resonator superkonduktor, titik-titik (*dots*) kuantum yang digabungkan ke resonator nanomekanis, elektron yang berinteraksi dengan fonon dalam padatan, dan beberapa model sistem keruntuhan (chaos) [2].

Pada penelitian awal tentang elektrodinamika kuantum (QED) terkait sistem atom, kekuatan kopling atom-rongga yang dapat dicapai lebih kecil daripada laju peluruhan atom dan rongga, fenomena tersebut menyebabkan kesulitan yang sangat besar dalam hal pengamatan sehingga belum dapat ditentukan prediksi teoretisnya [3]. Baru-baru ini, suatu terobosan berupa kopling kuat, yakni kekuatan kopling lebih besar dari laju kerusakan dalam sistem, telah dapat diwujudkan. Selain untuk sistem atom, kopling-kuat telah diwujudkan dalam sistem QED sirkuit superkonduktor [4]. Faktanya, sistem superkonduktor cocok untuk mencapai apa yang disebut kopling ultra-kuat, di mana kekuatan kopling qubit-osilator sebanding dengan skala energi qubit dan osilator [5]. Masih banyak fenomena-fenomena fisis yang masih belum bisa dijelaskan baik oleh kopling lemah atau kopling cukup-kuat tersebut walaupun memang banyak sejumlah studi teoretis tentang properti statis dan dinamis dari sistem ini [6].

Salah satu alasan mengapa sistem superkonduktor cocok untuk implementasi eksperimen qubit-oscillator adalah fleksibilitas yang diizinkan dalam hal perancangan parameter sistem yang variatif. Misalnya, dalam dua percobaan paling awal di sirkuit QED, Chiorescu *et al.* menggunakan osilator frekuensi rendah [7], sedangkan Wallraff *et al.* mewujudkan sistem resonansi qubit-osilator [8]. Qubit sub-gigahertz juga telah direalisasikan dalam percobaan baru-baru ini. Oleh karena itu, secara prinsip seluruh kemungkinan kombinasi frekuensi qubit dan osilator dapat diketahui [9]. Agar semakin menambah wawasan dan memperkaya potensi penelitian tentang sistem qubit-osilator ini maka dilakukan praktek kerja lapangan dengan topik “Pengoperasian Toolbox Qutip Untuk Simulasi Interaksi Qubit-Osilator” dengan harapan dapat dihadirkan argumen analitis dan perhitungan numerik yang berkaitan dengan sistem osilator-qubit yang digabungkan dengan kuat (kopling-kuat) dari sudut pandang potensi untuk mengimplementasikan keadaan non-klasik dalam konfigurasi ini.

1.2 Tujuan Praktik Kerja Lapangan

Adapun tujuan kegiatan Praktik Kerja Lapangan yang kami laksanakan adalah sebagai berikut:

1.2.1 Tujuan Umum

- a. Untuk memenuhi beban status kredit semester (SKS) matakuliah yang wajib di tempuh sebagai persyaratan akademis di Jurusan Fisika Program Studi S1 Fisika Universitas Negeri Malang.
- b. Untuk menerapkan berbagai ilmu yang telah didapat di bangku perkuliahan dalam menyelesaikan permasalahan di lingkungan industri, balai penelitian, atau instansi lain, baik instansi pemerintah maupun swasta yang berkaitan dengan bidang fisika melalui praktik kerja lapangan.
- c. Meningkatkan keterampilan leadership dan managerial di dalam pelaksanaan Praktik Kerja Lapangan di Pusat Penelitian Fisika LIPI, Kawasan Puspiptek Serpong, Tangerang Selatan.

1.2.2 Tujuan Khusus

- a. Mengamati secara langsung aktivitas lembaga penelitian dalam melakukan penelitian.
- b. Mengetahui proses penyelesaian argumen analitis dan perhitungan numerik yang berkaitan dengan sistem osilator-qubit.
- c. Mengetahui karakter dan besaran-besaran fisis dalam sistem qubit-osilator.
- d. Mampu melaksanakan tugas-tugas yang sesuai dengan bidang keahlian.
- e. Memperkaya ilmu pengetahuan melalui pengalaman profesional bagi mahasiswa untuk bekerja secara nyata dalam skala besar.

1.3 Manfaat

Kegiatan PKL ini diharapkan dapat memberikan manfaat kepada Mahasiswa, Jurusan Fisika UM dan P2 Fisika LIPI. Adapun manfaat yang diharapkan

adalah sebagai berikut:

1.3.1 Bagi Mahasiswa

- a. Menambah wawasan, pengetahuan dan pengalaman di berbagai penelitian.
- b. Memperoleh pengetahuan baru tentang proses perancangan perhitungan numerik untuk menghasilkan simulasi sistem osilator-qubit menggunakan toolbox QuTiP.
- c. Melatih berfikir kritis dan memecahkan masalah yang terkait dengan bidang keahliannya.
- d. Memperdalam dan meningkatkan ketrampilan serta kreatifitas diri yang sesuai dengan kemampuan dan pengetahuan yang diperoleh di Pusat Penelitian Fisika LIPI.
- e. Mengenalkan dan membiasakan diri terhadap suasana kerja sebenarnya sehingga dapat membangun etos kerja yang baik, serta sebagai upaya untuk memperluas cakrawala wawasan kerja.

1.3.2 Bagi Jurusan Fisika Universitas Negeri Malang

- a. Sebagai bahan masukan untuk mengevaluasi sampai sejauh mana program yang diterapkan dapat sesuai tenaga kerja yang terampil dan profesional di bidangnya.
- b. Sebagai sarana informasi dalam mengembangkan metode penelitian di program studi Fisika UM.
- c. Mempererat hubungan dan kerjasama dengan instansi atau lembaga yang terkait untuk peningkatan penelitian ilmiah dan ilmu pengetahuan
- d. Menghasilkan mahasiswa berkualitas yang siap kerja dengan ketrampilan, kedisiplinan, dan kejujuran dalam melaksanakan tugas.

1.3.3 Bagi P2 Fisika BRIN

- a. Sarana penghubung kerjasama antara Pusat Penelitian Fisika BRIN dengan jurusan fisika UM mengenai pengembangan R and D

(Research and Development), dimana hasil riset dimungkinkan untuk dikembangkan dan diaplikasikan di Pusat Penelitian Fisika LIPI.

- b. Sarana kegiatan untuk pengabdian Pusat Penelitian Fisika BRIN bagi masyarakat, khususnya mahasiswa dengan membuka Praktik Kerja Lapangan (PKL).
- c. Sarana untuk memberikan kriteria tenaga kerja yang dibutuhkan oleh Pusat Penelitian Fisika BRIN.
- d. Sebagai wujud pengabdian instansi bagi masyarakat dalam pengembangan sumber daya manusia yang berkualitas dan terampil.

1.4 Ruang Lingkup

Ruang lingkup kegiatan ini mengacu pada Kelompok Bidang Keahlian (KBK) Fenomena Non Linier dan Instrumentasi Fisika, dengan topik “Simulasi Interaksi Qubit-osilator Menggunakan Toolbox QuTiP” untuk mereproduksi kalkulasi numerik Qubit-osilator ultrastrong yang dilaksanakan secara daring.

1.5 Bentuk Kegiatan

Bentuk kegiatan yang dilakukan dalam kajian praktik lapangan ini, selama 4 bulan adalah mempelajari mekanika kuantum berbasis foton kemudian melakukan review artikel dengan judul “*Qubit-Oscillator Systems in The Ultrastrong-coupling Regime and Their Potential for Preparing Nonclassical States*” serta melakukan reproduksi ulang hasil kalkulasi numerik dari interaksi qubit-osilator dengan menggunakan *toolbox QuTiP* dari *package* bahasa pemrograman python.

BAB II

INSTANSI TEMPAT KPL

2.1 Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN)

Badan Riset dan Inovasi Nasional (disingkat BRIN) adalah lembaga pemerintah nonkementerian yang berada di bawah dan bertanggung jawab kepada Presiden Indonesia melalui menteri yang membidangi urusan pemerintahan di bidang riset dan teknologi. Lembaga ini pertama kali dibentuk oleh Presiden Joko Widodo melalui Peraturan Presiden Nomor 74 Tahun 2019 yang melekat kepada Kementerian Riset dan Teknologi (Kemenristek) sehingga Menteri Riset dan Teknologi juga bertindak sebagai Kepala BRIN. Pada periode ini tampuk kepemimpinan tersebut dipegang oleh Dr. Laksana Tri Handoko, M.Sc. Masih berdasarkan landasan peraturan yang sama, adapun tugas dari BRIN yaitu mencakup tentang menjalankan penelitian, pengembangan, pengkajian dan penerapan, serta invensi dan inovasi yang terintegrasi.

Pada 28 April 2021, BRIN terpisah dari Kemenristek dan berdiri sendiri, berada di bawah presiden. Pada 5 Mei 2021, Presiden Joko Widodo menandatangani Peraturan Presiden Nomor 33 Tahun 2021, yang secara



(a)



(b)

Gambar 2.1: (a) logo BRIN, (b) P2F ketika di bawah naungan LIPI

efektif menetapkan BRIN sebagai satu-satunya badan penelitian nasional. Peraturan tersebut memutuskan bahwa semua badan penelitian nasional Indonesia seperti Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia (LIPI), Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT), Badan Tenaga Nuklir Nasional (BATAN), dan Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN) bergabung menjadi BRIN. Posisi BRIN bukan lagi sebagai regulator, karena fungsi regulasi tetap berada di kementerian.

2.2 Pusat Penelitian Fisika-BRIN

Pusat Penelitian Fisika (P2 FISIKA) didirikan pada tahun 1967 dengan nama Lembaga Fisika Nasional (LFN). Pada tahun 1986 Lembaga Fisika Nasional (LFN) berubah nama menjadi Pusat Penelitian dan Pengembangan Fisika Terapan (P3FT). Berdasarkan SK Kepala LIPI No.1151/M/2001, maka sejak tanggal 5 Juni 2001 Pusat Penelitian dan Pengembangan Fisika Terapan berubah nama menjadi Pusat Penelitian Fisika (P2 FISIKA) sampai sekarang. Secara institusi, P2 Fisika merupakan institusi pemerintah di bawah Lembaga Pemerintah Non Kementerian yang sebelumnya bernama Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia (LIPI) yang kini dilebur namanya bersama beberapa institusi lain menjadi BRIN.

Beberapa bentuk layanan yang disajikan oleh P2F-BRIN kepada publik adalah jasa pengujian dan analisa data, konsultasi dan bimbingan ilmiah serta kerjasama penelitian di bidang fisika yang luas. P2F juga menawarkan banyak fasilitas laboratorium dengan berbagai peralatan maju untuk mendukung kelancaran kegiatan penelitian tersebut. bentuk-bentuk layanan, fasilitas dan beberapa info terkait selebihnya dapat diakses melalui laman web resmi P2F-BRIN (puspiptek.brin.go.id).

BAB III

TINJAUAN PUSTAKA

3.1 Kuantisasi Medan

Secara Klasik, osilator harmonik dapat digambarkan sebagai sebuah benda bermassa m yang diikat pegas dengan konstanta sebesar k , ditarik sejauh jarak tertentu sebesar x dari posisi setimbang dan kemudian dilepas. Energi total dari sistem ini setiap saat adalah:

$$E = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (3.1)$$

Dalam pandangan Kuantum, energi total E ditinjau sebagai operator Hamiltonian \hat{H} , p sebagai operator momentum \hat{p} dan x sebagai operator posisi \hat{x} [10]. sedang nilai massa m dan konstanta pegas k tetap dalam keadaan apapun. persamaan akan menjadi

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 \quad (3.2)$$

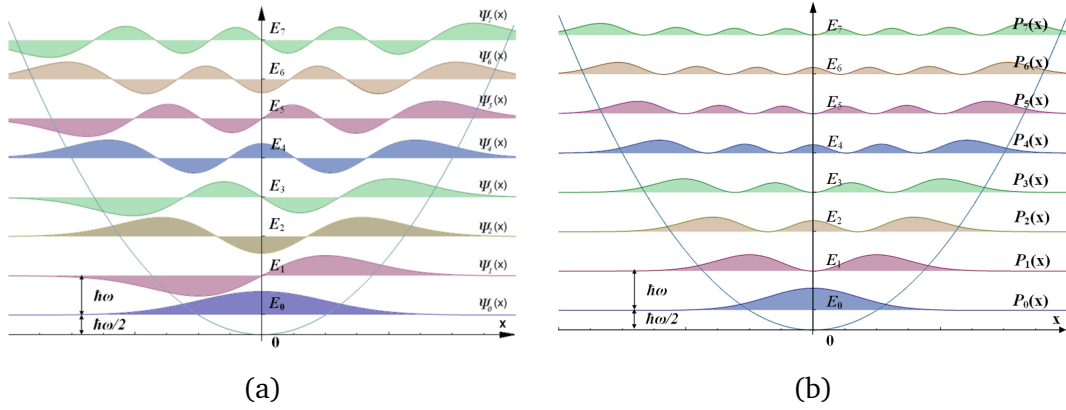
dengan $k = m\omega^2$

Semisal jika dilakukan perkalian operator tertentu:

$$\begin{aligned} \left(\frac{-i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}} \right) \left(\frac{i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}} \right) &= \frac{1}{2m} \left(\hat{p}^2 + m^2\omega^2\hat{x}^2 + m\omega(\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x}) \right) \\ &= \frac{1}{2m} \left(\hat{p}^2 + m^2\omega^2\hat{x}^2 + im\omega(i\hbar) \right) \\ &= \hat{H} - \frac{1}{2}\hbar\omega \end{aligned}$$

atau dapat ditulis dengan

$$\hat{H} = \left(\frac{-i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}} \right) \left(\frac{i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}} \right) + \frac{1}{2}\hbar\omega \quad (3.3)$$



Gambar 3.1: (a) Fungsi gelombang, dan (b) probabilitas dari osilator harmonik kuantum

adapun persamaan $\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ didapatkan dari sifat komutator operator \hat{x} dan \hat{p} yang berupa

$$\begin{aligned}
 [\hat{x}, \hat{p}]\psi(x) &= (\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x})\psi(x) \\
 &= \left(-i\hbar x \frac{d}{dx} + i\hbar \frac{d}{dx} x\right)\psi(x) \\
 &= -i\hbar x \frac{d}{dx}\psi(x) + i\hbar \frac{d}{dx} x\psi(x) \\
 &= -i\hbar \left(x \frac{d}{dx}\psi(x) - x \frac{d}{dx}\psi(x) - \psi(x) \right) \\
 &= i\hbar\psi(x)
 \end{aligned}$$

atau

$$[\hat{x}, \hat{p}] = (\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x}) = -i\hbar \quad (3.4)$$

Dua penyatan pertama pada ruas kanan persamaan (3.3) dapat diungkapkan sebagai operator-operator baru (kita gunakan \hat{a} dan \hat{a}^\dagger) dengan definisi masing-masing

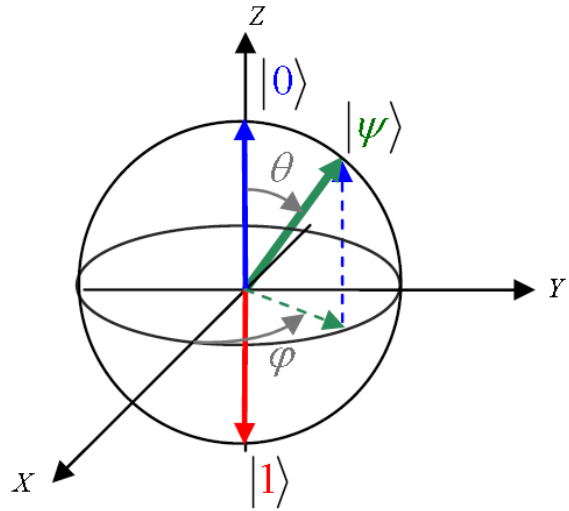
$$\hat{a} \equiv \frac{i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}}; \quad \hat{a}^\dagger \equiv \frac{-i\hat{p} + m\omega\hat{x}}{\sqrt{2m}} \quad (3.5)$$

3.2 Sistem dua tingkat dan Bloch Sphere

Setiap dua keadaan sistem fisis, baik yang berupa partikel dengan spin setengah, atom dengan dua level energi, atau polarisasi dari sebuah foton,



(a)



(b)

Gambar 3.2: (a) Wolfgang Ernst Pauli sang penggagas matriks, dan (b) ilustrasi bola Bloch

akan selalu dapat dideskripsikan dalam bentuk operator Pauli $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$ dan $\hat{\sigma}_z$ yang mematuhi korelasi:

$$[\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j] = 2i\epsilon_{ijk}\hat{\sigma}_k \quad (3.6)$$

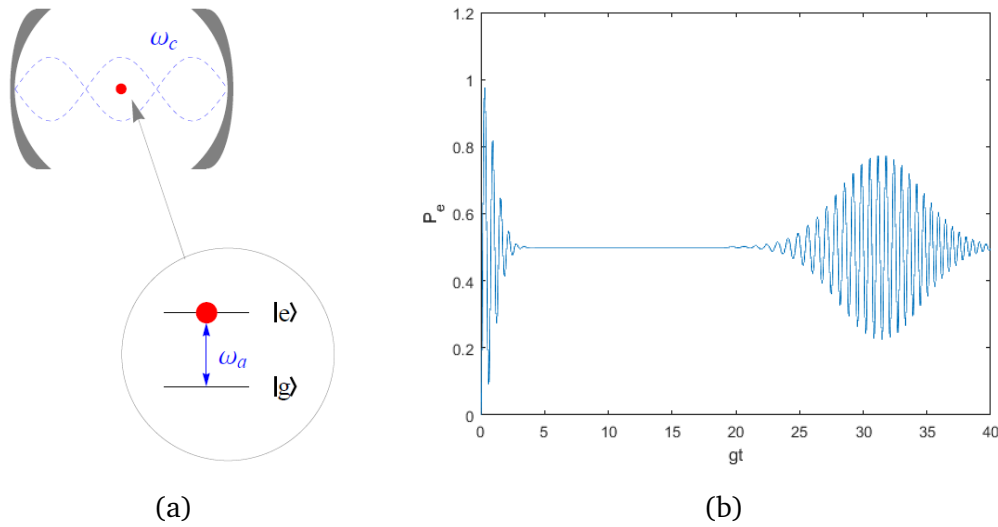
Dalam suatu basis dengan $\hat{\sigma}_z$ dan $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_z^2$ saling diagonal, operator-operator ini dapat dituliskan dalam matriks sebagai:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Setiap matriks 2×2 yang hermitian dapat diungkapkan dalam bentuk matriks Pauli dan matriks identitas \hat{I}_2 berukuran 2×2 dan termasuk operator densitas [11]. Karenanya dapat ditulis:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + s_3 & s_1 - is_2 \\ s_1 + is_2 & 1 - s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{I}_2 + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \quad (3.8)$$

dengan vektor $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ yang lebih dikenal sebagai vektor Bloch. Pada keadaan murni $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, vektor Bloch memiliki panjang $\sum_i |s_i|^2 = 1$, dan titik-titik pada suatu arah ditentukan oleh koordinat bola dengan sudut θ dan φ dalam ruang Euclidean tiga dimensi [12].



Gambar 3.3: (a) Ilustrasi dari model JC dan (b) plot grafik probabilitas keadaan tereksitasi dengan jumlah foton $\langle n \rangle = 25$

3.3 Model Jaynes-Cumming

Model Jaynes-Cummings (JC) awalnya diusulkan pada tahun 1963 oleh Edwin Jaynes dan Fred Cummings untuk mempelajari hubungan antara teori kuantum radiasi dan teori semi klasik dalam menggambarkan fenomena emisi spontan [13]. Dalam teori semi-klasik interaksi atom-medan, medan diperlakukan sebagai fungsi waktu tertentu sementara atom dikuantisasi. Teori semi-klasik dapat menjelaskan banyak fenomena yang diamati dalam optik modern, misalnya keberadaan siklus Rabi dalam probabilitas eksitasi atom untuk medan radiasi dengan energi yang ditentukan secara tajam. Model JC juga bertujuan untuk menemukan bagaimana kuantisasi medan radiasi mempengaruhi prediksi evolusi keadaan sistem dua tingkat, dibandingkan dengan teori semi-klasik interaksi materi-radiasi.

Model JC masih merupakan topik penting dan aktual dalam fisika kuantum, karena digunakan untuk mempelajari berbagai cabang kegiatan penelitian terbaru dan terkemuka. Kerangka alami untuk implementasi dan pengujian eksperimental model JC adalah elektrodinamika kuantum rongga (QED), di mana eksperimen mendasar telah dilakukan menggunakan rongga gelombang mikro dan optik [14]. Dalam konteks sistem keadaan padat, titik-titik kuantum semikonduktor ditempatkan di dalam kristal fotonik, resonator mikropillar atau mikrodisk, yang memungkinkan studi

tentang rezim elektrodinamika kuantum rongga.

Untuk lebih tepat menggambarkan interaksi antara atom dan medan laser, model digeneralisasikan dengan cara yang berbeda. Beberapa generalisasi memahami kondisi awal yang berbeda, disipasi dan redaman dalam model dan deskripsi medan multi mode.

Mempertimbangkan sistem fisik yang terdiri dari atom yang digabungkan ke mode medan elektromagnetik di dalam rongga yang terisolasi (oleh karena itu tanpa interaksi dengan bagian luar). Jika frekuensi ω_k dari mode yang diinginkan medan sedemikian rupa sehingga $\hbar\omega_k$ kira-kira sama dengan perbedaan energi antara keadaan dasar $|g\rangle$ dan beberapa keadaan tereksitasi $|e\rangle$, hanya kedua keadaan ini yang akan memiliki partisipasi yang signifikan dalam dinamika sistem dan dalam laporan ini hanya akan dipertimbangkan dua tingkat energi atom tersebut.

Jika dimisalkan atom yang memiliki level $|g\rangle$ (keadaan *ground*) dan $|e\rangle$ (keadaan tereksitasi), berinteraksi dengan sebuah medan dalam rongga dalam bentuk Jika dimisalkan atom yang memiliki level $|g\rangle$ (keadaan *ground*) dan $|e\rangle$ (keadaan tereksitasi), berinteraksi dengan sebuah medan dalam rongga dalam bentuk

$$\hat{E} = e \left[\frac{\hbar\omega}{\epsilon_0 V} \right] (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \sin(kz) \quad (3.9)$$

Dengan e adalah vektor polarisasi dengan arah sebarang. Hamiltonian interaksi akan menjadi

$$\hat{H}^{(I)} = -\hat{d} \cdot \hat{E} - \hat{d}g(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

Dengan

$$g = - \left[\frac{\hbar\omega}{\epsilon_0 V} \right]^{\frac{1}{2}} \sin(kz)$$

Dan dengan $\hat{d} = \hat{d} \cdot e$. Pada titik ini juga dikenalkan operator transisi atomik yang berupa

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_+ &= |e\rangle\langle g| \\ \hat{\sigma}_- &= |g\rangle\langle e| = \hat{\sigma}_+^\dagger \end{aligned}$$

Serta operator inversi berupa

$$\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$$

Hanya pada bagian elemen off-diagonal dari operator dipol yang tidak nol, semenjak pertimbangan paritas $\langle e|\hat{d}|e\rangle = 0 = \langle g|\hat{d}|g\rangle$, sehingga dapat ditulis

$$\hat{d} = d|g\rangle\langle e| + d^*|e\rangle\langle g| = d\hat{\sigma}_- + d^*\hat{\sigma}_+ = d(\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-)$$

Dengan mengasumsikan bahwa $\langle e|\hat{d}|e\rangle$ dan d adalah bilangan real, maka Hamiltonian interaksinya akan menjadi

$$\hat{H}^{(I)} = \hbar\lambda(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (3.10)$$

Dengan $\lambda = dg/\hbar$

Jika didefinisikan bahwa energi level bernilai nol pada setengah jarak dari $|g\rangle$ dan $|e\rangle$, maka Hamiltonian atom bebas dari sistem dapat dituliskan sebagai

$$\hat{H}_q = \frac{1}{2}(E_e - E_g)\hat{\sigma}_z = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z \quad (3.11)$$

Dengan $E_e = -E_g = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$. Bentuk Hamiltonian osilator setelah melakukan analogi ini adalah

$$\hat{H}_o = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (3.12)$$

Sehingga Hamiltonian total dari sistem akan menjadi:

$$\hat{H} = \hat{H}_o + \hat{H}_q + \hat{H}^{(I)} \quad (3.13)$$

$$= \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_q\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\lambda(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (3.14)$$

3.4 Fungsi Wigner

Semisal suatu partikel quantum memiliki komponen *observable*:

$$\hat{X}_\theta \equiv \hat{X} \cos \theta + \hat{P} \sin \theta \quad (3.15)$$

Berdasarkan pengolahan informasi dari pengukuran ini, maka akan didapatkan suatu *histogram* dari hasil eksperimen yang dapat disebut dengan distribusi sampingan (*marginal distribution*) $\text{pr}(X_\theta)$. Distribusi ini merupakan proyeksi integral dari kerapatan probabilitas ruang-fase pada permukaan vertikal dengan sudut θ , dan memiliki persamaan

$$\text{pr}(X_\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(X \cos \theta - P \sin \theta, X \sin \theta + P \sin \theta) dP \quad (3.16)$$

Jika semisal pengukuran \hat{X}_θ yang sama dilakukan pada partikel kuantum dalam keadaan dengan matriks densitas $\hat{\rho}$, maka sekali lagi akan didapatkan suatu histogram yang berhubungan dengan persamaan:

$$\text{pr}(X_\theta) = \langle X_\theta | \hat{\rho} | X_\theta \rangle \quad (3.17)$$

dengan $|X_\theta\rangle$ adalah keadaan eigen dari \hat{X}_θ . Dalam bidang kuantum, bisa jadi tidak terdapat kerapatan probabilitas ruang-fasa karena berdasarkan asas ketidakpastian, partikel tidak dapat memiliki nilai pasti dari posisi dan momentum pada saat yang bersamaan. Namun bagaimanapun, untuk setiap keadaan kuantum pastilah ada kerapatan "sebagian" probabilitas ruang-fasa (*quasi-probability*) - sebuah fungsi $W_{\hat{\rho}}(X, P)$ dimana persamaan (3.16) mencakup keseluruhan dari sudut θ . Tanpa penurunan lebih lanjut, ungkapan dari kerapatan "sebagian" probabilitas ini (yang mana disebut sebagai *fungsi wigner*) adalah:

$$W_{\hat{\rho}}(X, P) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iPQ} \left\langle X - \frac{Q}{2} \left| \hat{\rho} \right| X + \frac{Q}{2} \right\rangle dQ \quad (3.18)$$

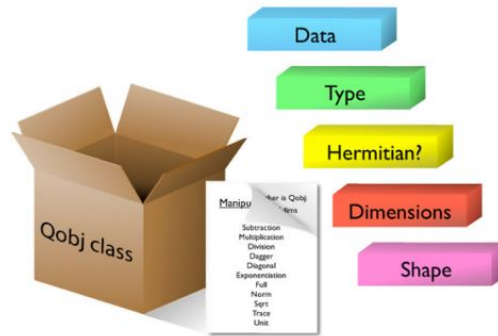
3.5 von Neumann Entropi

Konsep dari entropi biasa dikenal dalam bidang termodinamika dan dipahami sebagai bentuk pengukuran dari ketidak-teraturan: lebih besar ketidak-teraturan dalam sistem, lebih besar entropinya. Dari pandangan mekanika statistik dan teori informasi, entropi dapat dianggap sebagai ukuran dari informasi yang hilang. Informasi tersebut bisa didapatkan jika pengukuran yang lengkap sudah dilakukan.

Definisi dari entropi von Neumann sejajar dengan definisi dari entropi dalam masalah mekanika statistik. Dengan menggunakan operator densitas $\hat{\rho}$, entropy von Neumann diungkapkan sebagai:

$$S(\hat{\rho}) = -\text{Tr}[\hat{\rho} \ln \hat{\rho}] \quad (3.19)$$

pada kasus keadaan murni (*pure state*), $S(\hat{\rho}_{\text{pure}}) = 0$ dan pengukuran berulang tidak akan memberikan informasi tambahan pada keadaan tersebut. Namun dalam keadaan tercampur, akan didapatkan $S(\hat{\rho}_{\text{mixed}}) > 0$. Secara umum, entropi terbilang sulit untuk dihitung. namun dalam suatu kasus tertentu dimana operator densitas dapat berupa diagonal, semisal pada basis Schmidt, entropy dapat dievaluasi dari elemen diagonal



Gambar 3.4: Kelas Qobj

berdasarkan persamaan:

$$S(\hat{\rho}) = - \sum_k \rho_{kk} \ln \rho_{kk} \quad (3.20)$$

3.6 Toolbox qutip dalam pemrograman python

QuTiP menyediakan kerangka kerja berorientasi objek untuk mewakili sistem kuantum generik, dan untuk melakukan perhitungan dan simulasi pada sistem tersebut. Untuk mensimulasikan sistem kuantum, pertama-tama kita harus membangun objek yang merangkum sifat-sifat vektor atau operator keadaan arbitrer. Representasi terpadu dari operator kuantum dan vektor keadaan diimplementasikan pada QuTiP melalui kelas objek kuantum (Qobj), yang menggunakan representasi matriks jarang dari objek kuantum dalam ruang Hilbert berdimensi terbatas. Kelas Qobj secara internal menyimpan catatan atribut utama dari objek kuantum yang diwakilinya. Ini termasuk, jenis objek (yaitu ket, bra, operator, atau super-operator), apakah objek yang mendasarinya adalah Hermitian, dimensi objek komposit yang dibentuk melalui produk tensor, dan ukuran matriks data sparse. Ilustrasi skematis dari komponen kunci yang mendasari kelas Qobj ditunjukkan seperti pada gambar dibawah ini.

Selain berfungsi sebagai pembukuan untuk properti objek kuantum, kelas Qobj juga merupakan objek komputasi, mengimplementasikan operasi aritmatika biner biasa, dan berbagai metode kelas untuk melakukan manipulasi objek umum sebagai disajikan pada Tabel 1. Oleh karena itu, hanya dengan beberapa baris kode QuTiP, sangat mudah untuk membangun Hamiltonians dari kombinasi sembarang operator, dan untuk membangun matriks kepadatan dan vektor keadaan yang mewakili

superposisi rumit dari keadaan dasar. Adapun untuk referensi lebih lanjut terkait *package* QuTip dapat dilihat di [sini](#)

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Spektrum Level Energi

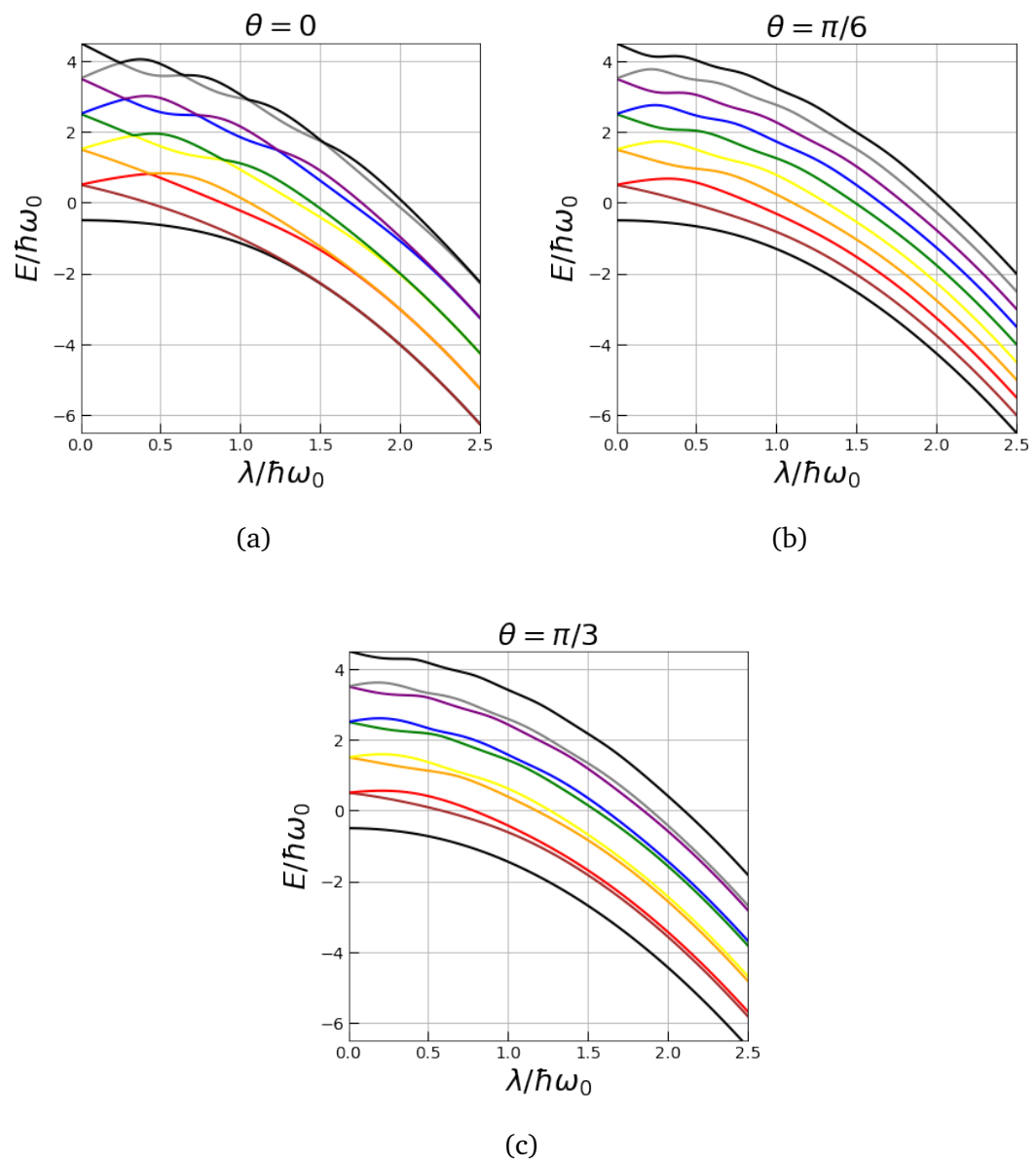
4.1.1 Kondisi resonansi

Gambar 4.1 menunjukkan sepuluh level energi terendah ketika resonansi terjadi (yaitu ketika $\hbar\omega_0/E_q = 1$). Tiap level energi $E_n/(\hbar\omega_0)$ dengan $n = 1, 2, \dots, 10$ digambarkan sebagai fungsi dari variabel kekuatan *coupling* $\lambda/(\hbar\omega_0)$. Tiap panel merupakan kasus pada saat $\theta = 0$, $\theta = \pi/6$ dan $\theta = \pi/3$ sedang nilai $\theta = \arctan \epsilon/\Delta$.

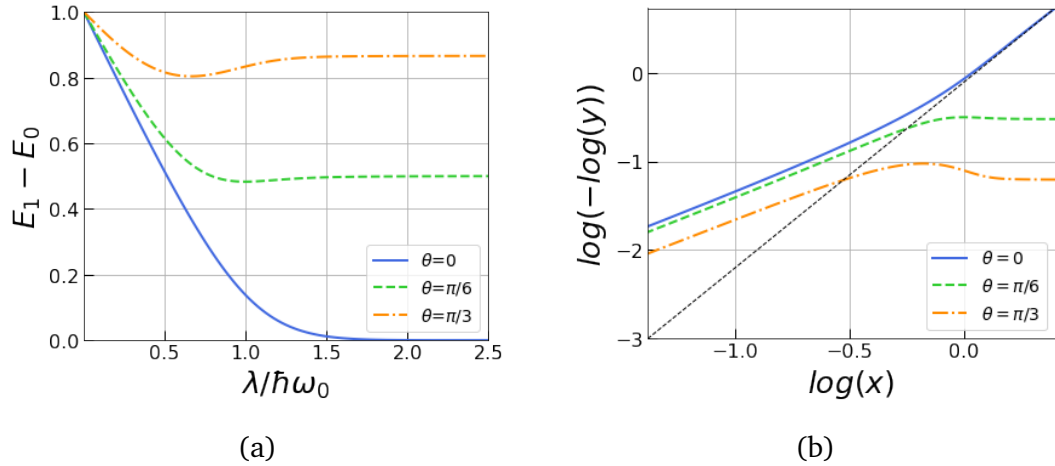
Ketika $\epsilon = \lambda = 0$, keadaan energi dasar (*ground state*) tidak mengalami degenerasi sedang seluruh energi di atasnya mengalami degenerasi ganda. Selisih setiap level energi adalah $\hbar\omega_0$, yang mana juga sama dengan E_q . Seiring dengan nilai λ yang mengalami kenaikan, nilai energi levelnya dapat bergeser naik ataupun turun. Beberapa titik dari level energi yang berbeda juga terkadang berhimpitan pada daerah batas yang seharusnya terhindarkan. Pada batas-batas nilai λ besar, keseluruhan energi level mengalami degenerasi ganda. Pada batas ini pula, besar energi pemisah antara masing-masing pasangan energi sekali lagi adalah $\hbar\omega_0$.

Pada kasus nilai bias ϵ kecil namun berhingga, secara keseluruhan struktur level energi sistem hampir sama pada kasus $\epsilon = 0$ namun tidak lagi terjadi perhimpitan dari titik-titik level energi yang berbeda pada masing-masing level, serta nilai pendekatan yang tidak sebesar sebelumnya. Pada batas-batas nilai λ besar, bentuk-bentuk degenerasi tidak lagi terjadi: Setiap level energi terpisahkan oleh suatu nilai pengganti ϵ dan $\hbar\omega_0 - \epsilon$. Struktur sebab level energi ini mencerminkan asimetri kecil dalam potensi sumur ganda yang disebabkan oleh kemiringan kecil dari sudut θ .

Pada kasus nilai θ yang besar (yaitu ketika nilai $\sin \theta \rightarrow 1$, masing-masing level energi yang sebelumnya mengalami degenerasi pada kondisi awal akan semakin dipaksa untuk menyatu seiring dengan membesarnya nilai



Gambar 4.1: 10 level energi terendah pada kasus resonansi.



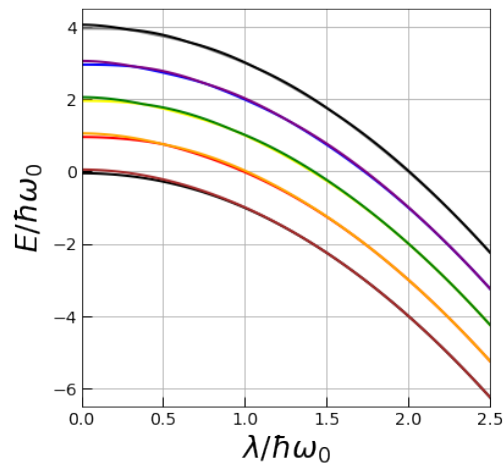
Gambar 4.2: Selsisih Level Energi E_1 dan E_0 .

λ , sedang secara keseluruhan nilai level energi juga akan mengalami penurunan dibanding dengan kasus nilai θ kecil.

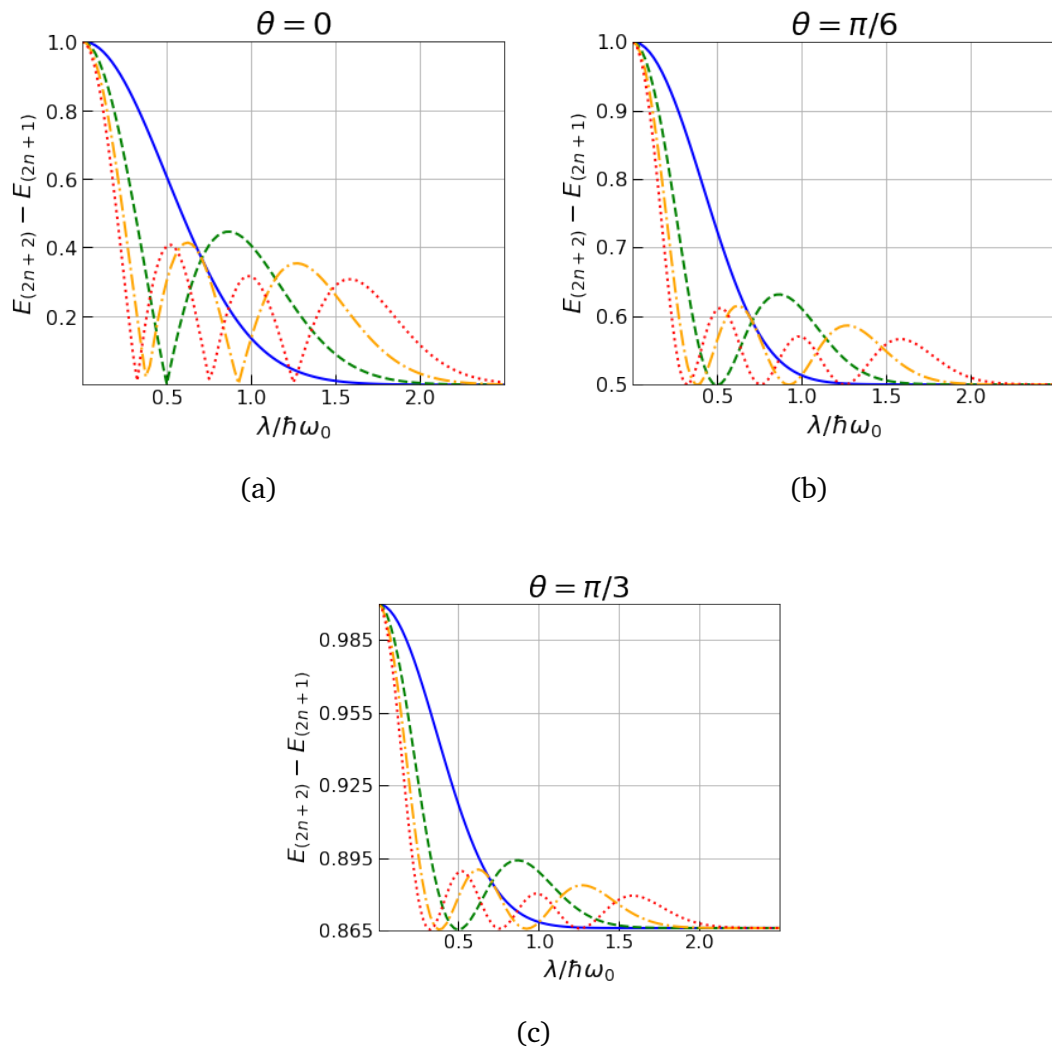
Agar lebih memahami tentang batas-batas *coupling*-kuat, maka digambarkan pula grafik dari selisih energi terendah yang mengindikasikan selisih antara E_1 dan E_0 . Pada bagian (a) Gambar 4.2, garis biru merupakan kondisi ketika $\theta = 0$, garis titik-titik hijau pada $\theta = \pi/3$ dan garis strip-titik jingga pada $\theta = \pi/3$. Pada bagian (b), data yang sama di-plot dalam skala logaritmik dan label sumbu x dan y merujuk pada label sumbu di (a). *Fitting* dari garis biru terhadap garis hitam, memberikan ungkapan bahwa hasil numerik (garis biru) sesuai dengan hasil analitik (garis hitam) yang hanya terjadi pada daerah yang dekat dengan batas-batas *coupling* kuat dengan nilai yang relevan dengan $E_{2n+2} - E_{2n+1} \sim (\lambda/\hbar\omega_0)^n \exp[-2(\lambda/\hbar\omega_0)^2]$. Adapun untuk pendekatan secara numerik dan konversi logaritmik untuk level energi yang lebih tinggi tidak akan ditampilkan lebih lanjut dalam laporan ini.

4.1.2 Kondisi osilator frekuensi tinggi

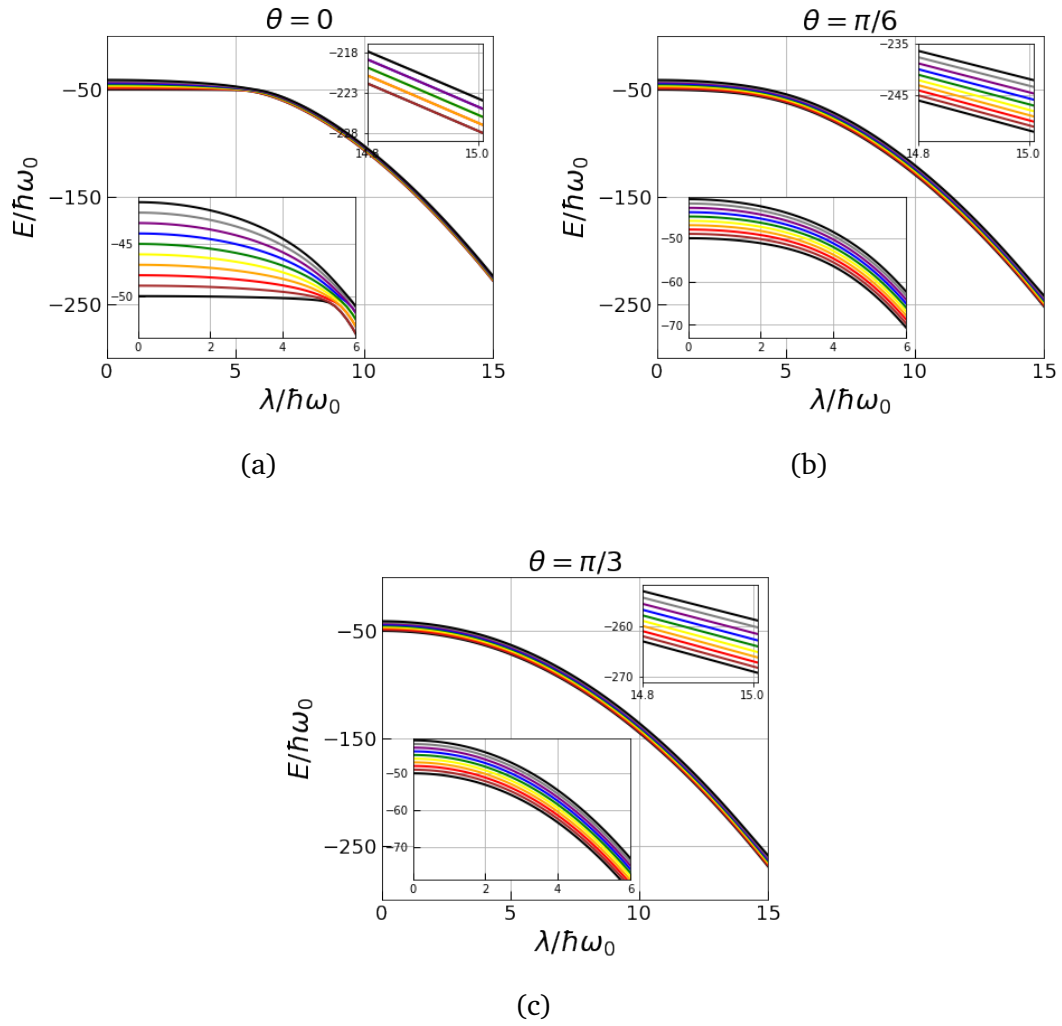
Pada Gambar 4.3 disajikan pula sepuluh energi terendah sebagai fungsi dari λ dalam kasus osilator frekuensi tinggi (yaitu ketika $E_q \ll \hbar\omega_0$). Jika dipertimbangkan sepasang tingkat energi (misalnya, dua tingkat energi terendah), maka akan didapatkan qubit Hamiltonian efektif yang dimodifikasi. Ketika $\lambda = 0$, maka sistem akan memulihkan Hamiltonian qubit tanpa interaksi *coupling*. Ketika nilai λ meningkat, *gap* qubit Δ akan berkurang dan mendekati nol pada batas $\lambda/(\hbar\omega_0) \rightarrow \infty$.



Gambar 4.3: 10 level energi terndah untuk $\hbar\omega_0/E_q = 10$.



Gambar 4.4: Selisih tiap pasangan level energi untuk $\hbar\omega_0/E_q = 10$.



Gambar 4.5: 10 level energi terendah untuk $\hbar\omega_0/E_q = 0.01$.

Pada Gambar 4.4 ditunjukkan selisih dari masing-masing empat pasangan level energi terendah dari sistem. Nilai selisih (*gap*) efektif mematuhi bentuk fungsi Gaussian dan dikali dengan polinomial Laguerre yang ber-orde 0 (atau $L_n^0(f(x))$). Saat nilai θ mulai dinaikkan dari nilai nol (yaitu ketika rasio Δ/ϵ menurun), keterikatan pemisahan level energi terhadap besarnya *coupling* semakin menjadi lemah (fenomena yang dapat diperhatikan dengan cara membandingkan tiap masing-masing panel pada Gambar 4.4). Perlu diperhatikan juga bahwa letak dari puncak utama tidak berubah, namun efek dari *gap* pada level energi menjadi semakin kecil seiring dengan meningkatnya nilai θ .

4.1.3 Kondisi qubit frekuensi tinggi

Dalam Gambar 4.5 ditampilkan grafik pada kasus qubit berfrekuensi tinggi (berbeda kasus dengan sajian grafik Gambar 4.3 yaitu ketika $E_q \gg \hbar\omega_0$). Suatu fenomena yang dramatis terjadi pada kondisi $\theta = 0$ di mana keadaan energi dasar (*ground state*) dari sistem bernilai relatif konstan pada daerah antara $\lambda = 0$ hingga $\lambda = \sqrt{\hbar\omega_0\Delta}/2$. Diluar daerah tersebut, nilai energi dasar akan menurun seiring dengan kenaikan λ .

Selanjutnya, di bawah titik kritis, tiap level energi rendah saling mendekati satu sama lain seiring dengan meningkatnya λ seakan-akan akan runtuh (*collapse*) ke satu titik. Sedang di atas titik kritis, masing-masing level energi membentuk pasangan yang pemisahan intra-pasangannya menurun dengan meningkatnya λ . Jarak antar level energi ini akan semakin rapat saat nilai θ dinaikkan. Tidak ada lagi tanda titik kritis, dan pemisahan tingkat energi tidak bergantung pada λ .

4.2 Pemampatan (*Squeezing*), Keterbelitan (*entanglement*) dan "Sifat superposisi" dalam Keadaan Dasar

Untuk dapat mempersiapkan keadaan *squeezing*, terbelit, atau superposisi Schrodinger dalam kasus kopling ultrakuat, maka harus ditemukan terlebih dahulu keadaan dasar yang menunjukkan salah satu keadaan tersebut. Di bagian ini akan dijabarkan lebih lanjut tentang tiga properti dari osilator qubit tersebut dalam keadaan dasar untuk pilihan parameter sistem yang berbeda.

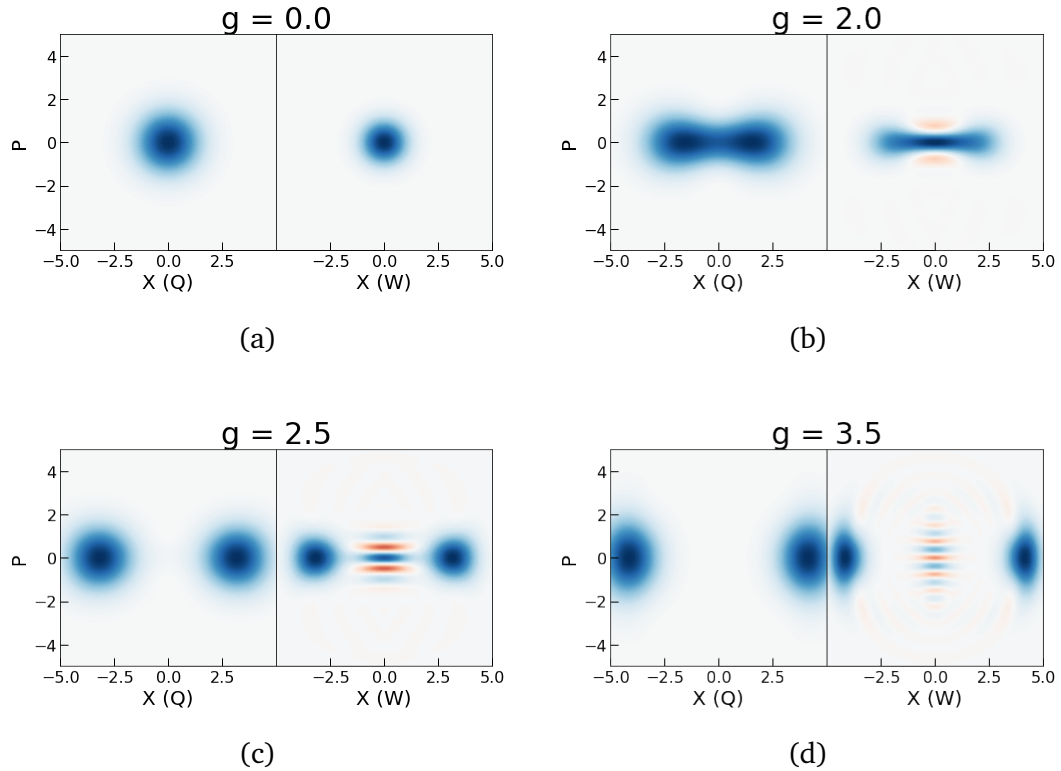
Sebagai langkah pertama, akan di-plot fungsi Q dan fungsi Wigner dari keadaan osilator dalam keadaan dasar sistem. Fungsi Q diberikan oleh:

$$Q(X, P) = \frac{1}{\pi} \langle X + iP | \rho_o | X + iP \rangle,$$

dengan ρ_o adalah matriks densitas osilator setelah mereduksi matriks densitas total sistem dengan cara melakukan *trace* pada bagian qubit dalam keadaan dasar, atau $\rho_o = \text{Tr}(|\Psi_{GS}\rangle\langle\Psi_{GS}|)$ dengan $|\Psi_{GS}\rangle$ adalah keadaan dasar untuk total sistem qubit-osilator. Bagian *Bra* dan *Ket* dalam rumus ini adalah keadaan koheren dengan:

$$|\alpha\rangle = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}|0\rangle.$$

Keadaan $|0\rangle$ merepresentasikan keadaan vakum dengan sistem osilator yang berada pada keadaan dasar. Sebagaimana pada Persamaan (3.18).



Gambar 4.6: Fungsi Q dan W pada keadaan dasar dari osilator

Fungsi wigner dari sistem akan menjadi:

$$W(X, P) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iPX'} \left\langle X + \frac{1}{2}X' \left| \rho_o \right| X - \frac{1}{2}X' \right\rangle dX'$$

dengan *Bra* dan *Ket* yang sekarang adalah keadaan eigen untuk operator posisi \hat{x} (atau *Bra* dan *Ket* benar-benar terlokalisir oleh konfigurasi ruang). Fungsi Q dan fungsi Wigner untuk beberapa nilai λ yang berbeda, ditunjukkan pada Gambar 4.6. Perlu diingat, nilai g memiliki hubungan dengan parameter λ . Beberapa nilai g yang dipilih adalah (a) 0, (b) 2.0, (c) 2.5 dan (d) 3.0. Sebagai tambahan klarifikasi, daerah dengan warna hitam merupakan puncak fungsi yang memiliki nilai positif. Begitu pula dengan daerah warna biru yang memiliki nilai positif namun lebih rendah jika dibandingkan dengan nilai pada daerah hitam. Daerah putih buram memiliki nilai fungsi 0. Adapun daerah merah memiliki nilai fungsi negatif pada bagian panel fungsi Wigner (sisi sebelah kanan untuk setiap sub-gambar).

Keadaan osilator berawal dari keadaan koheren tanpa foton (atau keadaan vakum) dimana tidak adanya interaksi *coupling*, berlanjut kepada adanya interaksi *coupling* lemah dan sampai pada keadaan qubit-osilator

yang mengalami keterbelitan sebab nilai interaksi *coupling* yang kuat.

Di luar deskripsi dari gambar yang ditampilkan di sini, kuantifier untuk *squeezing* dan "cat-ness" dalam keadaan osilator adalah himpunan dari dua parameter *squeezing* (s_p, s_x) dalam kuadratur x dan p serta produk lain dari variasi kuadratur tersebut (Perlu diperhatikan bahwa keadaan osilator selalu bersifat pencerminan-simetris terhadap sumbu x dalam beberapa kondisi tertentu, yang memberikan nilai $\langle \hat{p} \rangle = 0$).

Setelah membuat beberapa konversi yang sesuai sehingga dihasilkan variabel yang tak berdimensi, kuantifier-kuantifier sebelumnya dapat diungkapkan sebagai:

$$s_x = 4\langle (\hat{X} - \langle \hat{X} \rangle)^2 \rangle - 1,$$

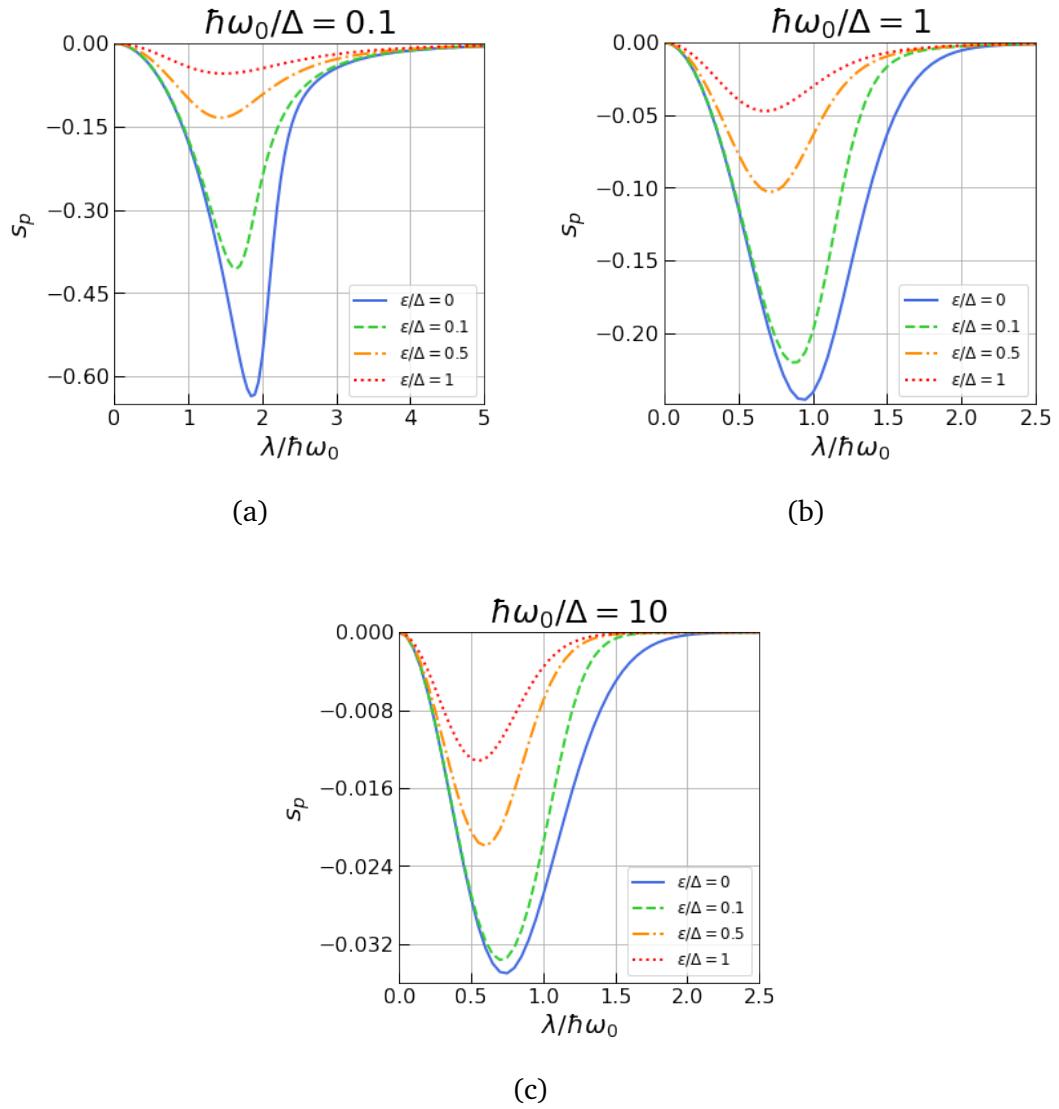
$$s_p = 4\langle (\hat{P} - \langle \hat{P} \rangle)^2 \rangle - 1,$$

$$K = \langle (\hat{x} - \langle \hat{x} \rangle)^2 \rangle \langle (\hat{p} - \langle \hat{p} \rangle)^2 \rangle$$

$$= \frac{\hbar^2}{4} (1 + s_x)(1 + s_p).$$

Pada Gambar 4.7 disajikan plot parameter momentum-*squeezing* sebagai fungsi dari kekuatan *coupling* λ . Untuk nilai λ yang kecil, sifat *squeezing* meningkat seiring dengan bertambah besarnya λ . Namun, saat nilai λ meningkat lebih jauh dan keadaan dasar menjadi semakin terbelit (*entangled*), sifat *squeezing* dari sistem akan menghilang. *Squeezing* maksimum yang dapat dicapai pada kasus qubit frekuensi tinggi ($\hbar\omega_0 \ll \Delta$), menjadi nilai yang terbesar jika dibandingkan dengan kasus lainnya (baik kasus resonansi, maupun osilator frekuensi tinggi). Potensial efektif dari osilator menjadi lebih datar dan semakin datar ketika keadaan sistem mendekati titik kritis, yang mengarah ke parameter *squeezing*-momentum s_p yang dekat dengan -1.

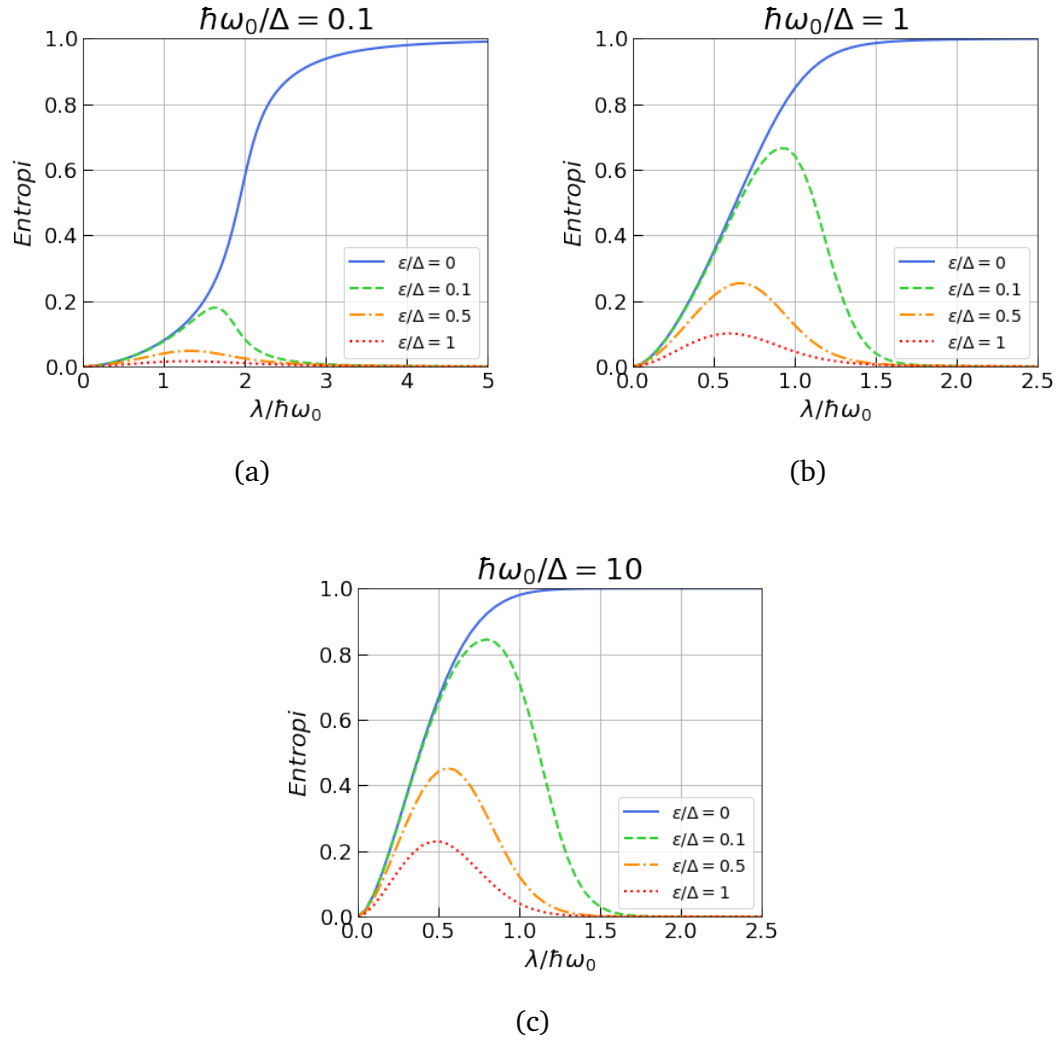
Bentuk peningkatan dari $|s_p|$ akan menimbulkan suatu permasalahan tentang apakah osilator dalam keadaan kuadratur termampatkan (*quadrature-squeezed*), dalam keadaan ketidakpastian minimum atau mungkin dalam keadaan yang menyimpang dari keadaan *squeezing* ideal ini. Jawaban atas pertanyaan ini dapat diperoleh dengan menganalisis parameter K . Dalam laporan ini, tidak akan ditunjukkan plot dari parameter K tersebut. Namun suatu hal yang pasti, Hasil utama yang akan didapat adalah sebagai berikut: Untuk kasus $\epsilon = 0$, K akan meningkat secara perlahan dan secara tetap mendekati nilai $\hbar^2/4$ saat s_p meningkat,



Gambar 4.7: Parameter *squeezing*-momentum sebagai fungsi λ

tetapi ketika mendekati titik *squeezing* maksimum, nilai K mulai meningkat dengan cepat dan semakin menyimpang pada saat $\lambda/(\hbar\omega_0) \rightarrow \infty$. Untuk suatu nilai terhitung dari ϵ , K akan meningkat sedikit di atas $\hbar^2/4$, tetapi kemudian berbalik dan kembali lagi ke $\hbar^2/4$ saat s_p kembali ke nol dalam batas *coupling* kuat.

Terkait pembahasan yang telah dijabarkan, dapat dipahami bahwa keadaan "*squeezing*" diperoleh pada keadaan untuk *coupling* lemah hingga sedang. Pertanyaannya sekarang adalah status apa yang akan dimiliki terkait untuk keadaan *coupling* kuat. Fungsi Q dan hasil s_p serta K yang baru saja dibahas tidak membedakan antara keadaan kucing Schrodinger dalam osilator dan keadaan terbelit (*entangled*) osilator qubit. Fungsi Wigner yang memiliki nilai negatif untuk *coupling* yang cukup kuat



Gambar 4.8: Entropi qubit pada keadaan dasar sebagai fungsi dari λ

(Gambar 4.6) menunjukkan status nonklasik dari tipe kucing Schrodinger (atau superposisi). (Perhatikan bahwa keadaan *squeezed*-kuadratur memiliki fungsi Wigner non-negatif.) Untuk membedakan lebih jelas antara keadaan kucing Schrodinger dalam keadaan terjerat osilator dan osilator qubit, maka selanjutnya akan dibahas mengenai sifat keterbelitan dalam keadaan dasar.

Keterbelitan quantum dicirikan dengan entropi S dari keadaan qubit. Sebagaimana yang dibahas pada Subbab 3.5, kuantitas ini dihasilkan dari penghitungan keadaan dasar pada sistem gabungan qubit-osilator $|\Psi_{GS}\rangle$. Keadaan ini digunakan untuk menghasilkan matriks densitas dan kemudian direduksi agar menghasilkan matriks densitas khusus untuk qubit dari sistem, atau $\rho_q = \text{Tr}_o(|\Psi_{GS}\rangle\langle\Psi_{GS}|)$. Rumusan untuk entropi diungkapkan dengan persamaan $S = -\text{Tr}(\rho_q \log_2 \rho_q)$.

Pada Gambar 4.8 disajikan plot entropi keadaan dasar dari qubit sebagai fungsi dari λ . Untuk $\epsilon = 0$, nilai entropi naik dari nol ke 1 seiring dengan nilai λ yang naik dari nol hingga ke suatu nilai tertentu. Bersamaan dengan mendemonstrasikan kerapuhan keadaan terbelit dalam batas λ yang bernilai besar, Gambar 4.8 menunjukkan bahwa keterbelitan turun dengan cepat (terutama untuk nilai λ yang besar) ketika ϵ dinaikkan.

Dengan membandingkan Gambar 4.7 dan 4.8, akan terlihat bahwa kenaikan keterbelitan (*entanglement*) osilator qubit memiliki kebalikan korelasi dengan *squeezing*. Oleh karena itu, yang sebelumnya berangkat dari keadaan termampatkan (*squeezed*) dalam osilator kemudian menuju ke keadaan terbelit pada sistem osilator-qubit. Pada pembahasan ini tidak ditemukan set parameter di mana keadaan dasar superposisi yang tidak terbelit dalam osilator.

Hasil numerik menunjukkan bahwa kasus $\hbar\omega_0 \ll E_q$ merupakan persamaan paling cocok untuk persiapan keadaan *squeezing*, seperti yang dapat dilihat dengan membandingkan *squeezing* maksimum yang dapat dicapai dalam daerah parameter yang berbeda. Sedang untuk kasus sebaliknya ($\hbar\omega_0 \gg E_q$) merupakan kondisi yang paling cocok untuk persiapan keadaan terbelit, seperti yang terlihat dari kerapuhan ekstrim keadaan ini untuk kasus $\hbar\omega_0 \ll E_q$. Sebagaimana yang disajikan pada Gambar 4.7 dan 4.8, semua sifat nonklasik dari keadaan dasar akan semakin menghilang ketika nilai ϵ dinaikkan dari nol ke nilai yang lebih besar daripada Δ .

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dalam laporan ini, telah di analisis sifat-sifat sistem osilator-qubit yang terinteraksi dengan kuat, dengan fokus pada potensial dari sistem ini untuk persiapan *preparing* status nonklasik. Status yang dimaksud termasuk status termampatkan *squeezed* dan status superposisi dari osilator, serta status terbelit dari qubit-osilator.

Dalam laporan ini pula telah disajikan hasil perhitungan numerik. Hasil ini menunjukkan sifat nonklasik dari keadaan eigen energi, dan terutama keadaan dasar, dari sistem. Serta sebagai bentuk pengakhiran, telah didiskusikan pula berbagai kemungkinan prosedur eksperimental untuk persiapan dan pengamatan keadaan nonklasik. Ketiga jenis keadaan nonklasik yang dibahas dalam laporan ini dapat disiapkan dan dideteksi secara prinsip.

5.2 Saran

berdasarkan kegiatan Praktek Kerja Lapangan (PKL) yang telah dilaksanakan, penulis berhasil mengetahui beberapa properti fisis terkait sistem interaksi qubit-osilator. Dalam hal ini Kegiatan PKL dilaksanakan secara daring karena terkendala Pandemi Covid-19 sehingga penulis belum memperoleh hasil yang maksimal berkaitan dengan penelitian qubit-osilator di LIPI. Lebih lanjut, penelitian ini lebih baik dilakukan di LIPI karena fasilitasnya yang mendukung sehingga diperoleh hasil penelitian yang maksimal dan mampu bersaing di kancah internasional.

BIBLIOGRAFI

- [1] C.-H. Chou, T. Yu, and B.-L. Hu, “Exact master equation and quantum decoherence of two coupled harmonic oscillators in a general environment,” *Physical Review E*, vol. 77, no. 1, p. 011112, 2008.
- [2] A. Bengtsson, *Degenerate and nondegenerate josephson parametric oscillators for quantum information applications*. Chalmers Tekniska Hogskola (Sweden), 2017.
- [3] A. Tsukanov, “Superconducting cavities and charge qubits: Spectroscopy and quantum operations. part ii,” *Russian Microelectronics*, vol. 40, no. 1, pp. 8–16, 2011.
- [4] Z.-L. Xiang, S. Ashhab, J. You, and F. Nori, “Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 85, no. 2, p. 623, 2013.
- [5] D. R. Ward, D. Kim, D. E. Savage, M. G. Lagally, R. H. Foote, M. Friesen, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, “State-conditional coherent charge qubit oscillations in a si/sige quadruple quantum dot,” *npj Quantum Information*, vol. 2, no. 1, pp. 1–6, 2016.
- [6] X.-M. Sun, L. Cong, H.-P. Eickle, Z.-J. Ying, and H.-G. Luo, “Application of the polaron picture in the two-qubit quantum rabi model,” *Physical Review A*, vol. 101, no. 6, p. 063832, 2020.
- [7] J. R. Johansson, P. D. Nation, and F. Nori, “Qutip: An open-source python framework for the dynamics of open quantum systems,” *Computer Physics Communications*, vol. 183, no. 8, pp. 1760–1772, 2012.
- [8] A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. De Liberato, S. Savasta, and F. Nori, “Ultrastrong coupling between light and matter,” *Nature Reviews Physics*, vol. 1, no. 1, pp. 19–40, 2019.

- [9] K. Y. Bliokh, F. J. Rodríguez-Fortuño, F. Nori, and A. V. Zayats, “Spin–orbit interactions of light,” *Nature Photonics*, vol. 9, no. 12, pp. 796–808, 2015.
- [10] R. Vitória, H. Belich, and K. Bakke, “A relativistic quantum oscillator subject to a coulomb-type potential induced by effects of the violation of the lorentz symmetry,” *The European Physical Journal Plus*, vol. 132, no. 1, pp. 1–7, 2017.
- [11] R. Chakraborty and D. A. Mazziotti, “Generalized pauli conditions on the spectra of one-electron reduced density matrices of atoms and molecules,” *Physical Review A*, vol. 89, no. 4, p. 042505, 2014.
- [12] H. Scammell and O. Sushkov, “Violation of the spin-statistics theorem and the bose-einstein condensation of particles with half-integer spin,” *Physical review letters*, vol. 114, no. 5, p. 055702, 2015.
- [13] A. D. Greentree, J. Koch, and J. Larson, “Fifty years of jaynes–cummings physics,” *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 46, no. 22, p. 220201, 2013.
- [14] M.-J. Hwang and M. B. Plenio, “Quantum phase transition in the finite jaynes-cummings lattice systems,” *Physical review letters*, vol. 117, no. 12, p. 123602, 2016.

LAMPIRAN A

KODE

A.1 Kode Script untuk Keadaan Resonansi

```
1 import numpy as np
2 from qutip import *
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import matplotlib as mpl
5 %matplotlib inline
6 import math
7
8 #menentukan nilai Parameter
9 wc = 2*np.pi          #frekuensi medan
10 wa = 2*np.pi          #frekuensi atom
11 N = 40                 #jumlah n medan
12 use_rwa = False
13 g_list = np.linspace(0, 10, 401)*2*np.pi #kuat interaksi
14 d_list = [1000, 750, 500, 250, 100, 75, 50, 25, 10, 7.5, 5,
15           2.5, 1]      #kuat energi qubit
16
17 #operator
18 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
19 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
20 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
21 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
22
23 # Hamiltonian (variasi theta = 0)
24 Ho = wc * a.dag() * a # osilator
25 Hq = 0.5 * wa * sz1   #qubit
26
27 # Hamiltonian Interaksi
28 if use_rwa:
29     H1 = (a.dag() * sm + a * sm.dag())
30 else:
31     H1 = (a.dag() + a) * (sm + sm.dag())
```

```

31
32 # Menghitung Hamiltonian
33 psi_list = []
34 E_list = []
35 for g in g_list:
36     # Hamiltonian total
37     H = Ho + Hq + g * H1
38
39     # menghitung state & energinya (terurut berdasar nilai
    lambda)
40     eigen_energy, eigen_state = H.eigenstates()
41     psi_list.append(eigen_state)
42     E_list.append(eigen_energy/(2*np.pi))
43
44 # List energi berdasar tingkat eksitasi
45 E_level = []
46 for i in range(0,10):
47     E = [item[i] for item in E_list]
48     E_level.append(E)
49     i +=1
50
51 # Hamiltonian
52 Ho = wc * a.dag() * a #osilator
53 Hq2 = 0.5 * wa* (np.sin(np.pi/6)*sx1 + np.cos(np.pi/6)*sz1)
    #qubit
54
55 # Memplot nilai energi
56 # Plot variasi theta = 0
57 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(5, 5))
58
59 b = ['black', 'brown', 'red', 'orange', 'yellow', 'green', 'blue',
    'purple', 'grey', 'black']
60 for a in range (0,10):
61     axes.plot(g_list/(2*np.pi), E_level[a], b[a], linewidth=2)
62     a += 1
63
64 axes.set(xlim=(0, 2.5), ylim=(-6.5, 4.5))
65 axes.set_title(r"$\theta = 0$", fontsize=25)
66 axes.set_ylabel(r"$E / \hbar\omega_{0}$", fontsize=25)
67 axes.set_xlabel(r"$\lambda / \hbar\omega_{0}$", fontsize=25)
68 axes.grid()
69 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
    labelsize=18)
70 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,

```



```

        labels=18)

71
72 # Merubah input energi (variasi theta = 0)
73 E1 = E_level[1]
74 E0 = E_level[0]
75 E1E0 = []
76 for i in range(len(E1)):
77     E1E0.append(E1[i]-E0[i])
78
79 # Memplot nilai energi
80 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(6, 5))
81
82 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E1E0, 'royalblue', linewidth=2,
            label='$\\theta=0$')
83 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E1E0_2, 'limegreen', linewidth=2,
            linestyle='dashed', label='$\\theta=\\pi/6$')
84 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E1E0_3, 'darkorange', linewidth=2,
            linestyle='-.', label='$\\theta=\\pi/3$')
85
86 axes.set(xlim=(0.001, 2.5), ylim=(0, 1))
87 axes.set_ylabel(r"$E_1 - E_0$", fontsize=25)
88 axes.set_xlabel(r"$\\lambda / \\hbar\\omega_{0}$", fontsize=25)
89
90 axes.grid()
91 axes.legend(loc=4, fontsize=14)
92 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
                  labels=16)
93 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
                  labels=16)
94
95 # Membuat grafik Logaritma
96 i1 = np.where(g_list==0.) #menghilangkan data 0 yang tidak
    bisa dioperasikan logaritma
97 newG = np.delete(g_list, i1)
98
99 # Logaritma E variasi theta = 0
100 arrayE = np.array(E1E0) #menyesuaikan E terhadap parameter
    g yang dihilangkan
101 i2 = np.where(arrayE==1.0)
102 newE = np.delete(arrayE, i2)
103
104 logGlist = [] #melakukan operasi logaritma pada
    g
105 for x in range(len(newG)):

```

```

106     logGlist.append(math.log10(newG[x]/(2*np.pi)))
107 logElist = []
108 for y in range(len(newE)):      #melakukan operasi logaritma pada
    E
109     logElist.append(math.log10(-1*math.log10(newE[y])))
110
111 # Memplot data logaritma
112 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(6, 5))
113 axes.set_xticks(np.arange(-2, logGlist[len(logGlist)-1], 0.5))
114 axes.set_yticks(np.arange(-3, logElist[len(logElist)-1], 1))
115
116 axes.plot(logGlist, logElist, 'royalblue', linewidth=2, label='
    $\\theta=0$')
117 axes.plot(logGlist, logElist2, 'limegreen', linewidth=2,
    linestyle='dashed', label='$\\theta=\\pi/6$')
118 axes.plot(logGlist, logElist3, 'darkorange', linewidth=2,
    linestyle='-.', label='$\\theta=\\pi/3$')
119 axes.plot([-1.38, logGlist[len(logGlist)-1]], [-3, logElist[len
    (logElist)-1]], 'black', linewidth=1, linestyle='--')
120
121 axes.set(xlim=(-1.38, logGlist[len(logGlist)-1]), ylim=(-3,
    logElist[len(logElist)-1]))
122 axes.set_ylabel(r"$\log(-\log(y))$", fontsize=25)
123 axes.set_xlabel(r"$\log(x)$", fontsize=25)
124 axes.grid(True)
125 axes.legend(loc=4, fontsize=14)
126 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
    labelsize=16)
127 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
    labelsize=16)

```

A.2 Kode Script untuk Keadaan Oslilator Frekuensi Tinggi

```

1 from qutip import *
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import matplotlib as mpl
5 %matplotlib inline
6 import math
7
8 # Menentukan nilai Parameter
9 wc = 2*np.pi      #frekuensi medan
10 wa = 2*np.pi      #frekuensi atom

```

```

11 N = 30                                #jumlah n medan
12 use_rwa = False
13 g_list = np.linspace(0, 2.5, 101)*2*np.pi # Kuat interaksi
14
15 # Operator
16 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
17 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
18 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
19 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
20
21 # Hamiltonian
22 Ho = wc * a.dag() * a #osilator
23 Hq = 0.5 * wa* (-np.sin(0)*sx1 + np.cos(0)*sz1)/10 #qubit
24
25 # Hamiltonian Interaksi
26 if use_rwa:
27     H1 = (a.dag() * sm + a * sm.dag())
28 else:
29     H1 = (a.dag() + a) * (sm + sm.dag())
30
31 # Menghitung Hamiltonian
32 psi_list = []
33 E_list = []
34 for g in g_list:
35     # Hamiltonian total
36     H = Ho + Hq + g * H1
37
38     # Menghitung state & energinya (terurut berdasar nilai
    lambda)
39     eigen_energy, eigen_state = H.eigenstates()
40     psi_list.append(eigen_state)
41     E_list.append(eigen_energy/(2*np.pi))
42
43 # List energi berdasar tingkat eksitasi
44 E_level = []
45 for i in range(0,10):
46     E = [item[i] for item in E_list]
47     E_level.append(E)
48     i +=1
49
50 # Memplot nilai energi
51 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(5, 5))
52
53 b = ['black', 'brown', 'red', 'orange', 'yellow', 'green', 'blue

```

```

        ', 'purple', 'grey', 'black']
54 for a in range (0,10):
55     axes.plot(g_list/(2*np.pi), E_level[a], b[a], linewidth=2)
56     a += 1
57
58 axes.set(xlim=(0, 2.5), ylim=(-6.5, 4.5))
59 axes.set_ylabel(r"$E / \hbar\omega_{0}$", fontsize=20)
60 axes.set_xlabel(r"$\lambda / \hbar\omega_{0}$", fontsize=20)
61 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
    labels=16)
62 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
    labels=16)
63 axes.grid()
64
65 # Merubah input energi (variasi theta = 0)
66 E1 = E_level[1]
67 E0 = E_level[0]
68 E1E0 = []
69 for i in range(len(E1)):
70     E1E0.append(10*(E1[i]-E0[i]))
71
72 # Merubah input energi (variasi theta = 0)
73 E3 = E_level[3]
74 E2 = E_level[2]
75 E3E2 = []
76 for i in range(len(E3)):
77     E3E2.append(10*(E3[i]-E2[i]))
78
79 # Merubah input energi (variasi theta = 0)
80 E5 = E_level[5]
81 E4 = E_level[4]
82 E5E4 = []
83 for i in range(len(E5)):
84     E5E4.append(10*(E5[i]-E4[i]))
85
86 # Merubah input energi (variasi theta = 0)
87 E7 = E_level[7]
88 E6 = E_level[6]
89 E7E6 = []
90 for i in range(len(E7)):
91     E7E6.append(10*(E7[i]-E6[i]))
92
93 # Memplot nilai energi theta = 0
94 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(6, 5))

```

```

95
96 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E1E0, 'blue', linewidth=2)
97 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E3E2, 'green', linewidth=2,
    linestyle='dashed')
98 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E5E4, 'orange', linewidth=2,
    linestyle='-.')
99 axes.plot(g_list/(2*np.pi), E7E6, 'red', linewidth=2, linestyle
    ='dotted')
100
101 axes.set(xlim=(0, 2.5), ylim=(0.001, 1))
102 axes.set_title(r"$\theta = 0$", fontsize=25)
103 axes.set_ylabel(r"$E_{(2n+2)} - E_{(2n+1)}$", fontsize=20)
104 axes.set_xlabel(r"$\lambda / \hbar \omega_{0}$", fontsize=20)
105 axes.set_xticks(np.arange(0.5, 2.5, 0.5))
106
107 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
    labels=16)
108 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
    labels=16)
109 axes.grid()

```

A.3 Kode Script untuk Keadaan Qubit Frekuensi Tinggi

```

1 from qutip import *
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import matplotlib as mpl
5 %matplotlib inline
6 import math
7
8 # Menentukan nilai Parameter
9 wc = 2*np.pi          #frekuensi medan
10 wa = 2*np.pi          #frekuensi atom
11 N = 300                #jumlah n medan
12 use_rwa = False
13 g_list = np.linspace(0, 16, 101)*2*np.pi # Kuat interaksi
14
15 #operator
16 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
17 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
18 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
19 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
20

```

```

21 # Hamiltonian
22 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
23 Hq = 0.5 * wa* (-np.sin(0)*sx1 + np.cos(0)*sz1)/0.01      # qubit
24
25 # Hamiltonian Interaksi
26 if use_rwa:
27     H1 = (a.dag() * sm + a * sm.dag())
28 else:
29     H1 = (a.dag() + a) * (sm + sm.dag())
30
31 # Menghitung Hamiltonian
32 psi_list = []
33 E_list = []
34 for g in g_list:
35     # Hamiltonian total
36     H = Ho + Hq + g * H1
37
38     # menghitung state & energinya (terurut berdasar nilai
    lambda)
39     eigen_energy, eigen_state = H.eigenstates()
40     psi_list.append(eigen_state)
41     E_list.append(eigen_energy/(2*np.pi))
42
43 # List energi berdasar tingkat eksitasi
44 E_level = []
45 for i in range(0,10):
46     E = [item[i] for item in E_list]
47     E_level.append(E)
48     i +=1
49
50 # Memplot nilai energi
51 # Plot variasi theta = 0
52 # Main setting
53
54 fig = plt.figure(figsize=(6, 5))
55
56 axes = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
57 axes1 = fig.add_axes([0.64, 0.64, 0.24, 0.24])
58 axes2 = fig.add_axes([0.165, 0.15, 0.45, 0.35])
59
60 #main plot
61 b = ['black', 'brown', 'red', 'orange', 'yellow', 'green', 'blue',
    'purple', 'grey', 'black']
62 for a in range (0,10):

```

```

63     axes.plot(g_list/(2*np.pi), E_level[a], b[a], linewidth=2)
64     a += 1
65
66 axes.set_xticks(np.arange(0, 16, 5))
67 axes.set_yticks(np.arange(-250, 0, 100))
68
69 axes.set(xlim=(0, 15), ylim=(-300, 0))
70 axes.set_title(r"$\theta = 0$", fontsize=25)
71 axes.set_ylabel(r"$E / \hbar\omega_{0}$", fontsize=25)
72 axes.set_xlabel(r"$\lambda / \hbar\omega_{0}$", fontsize=25)
73
74 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
75                 labels=18)
76 axes.grid()
77
78 #insert1 plot
79 for a in range (0,10):
80     axes1.plot(g_list/(2*np.pi), E_level[a], b[a], linewidth=2)
81     a += 1
82
83 axes1.set_xticks(np.arange(-14.8, 16, 0.2))
84 axes1.set_yticks(np.arange(-228, -217, 5))
85 axes1.set(xlim=(14.8, 15.01), ylim=(-229, -217))
86 axes1.grid()
87
88 #insert2 plot
89 for a in range (0,10):
90     axes2.plot(g_list/(2*np.pi), E_level[a], b[a], linewidth=2)
91     a += 1
92
93 axes2.set_xticks(np.arange(0, 6.5, 2))
94 axes2.set_yticks(np.arange(-55, -40, 5))
95 axes2.set(xlim=(0, 6), ylim=(-54, -40.5))
96
97 axes2.tick_params(axis="x", direction="in", length=6, width=1)
98 axes2.tick_params(axis="y", direction="in", length=6, width=1)
99 axes2.grid()

```

A.4 Fungsi Q dan Fungsi Wigner dalam Masalah Superposisi

```

1 %matplotlib inline

```

```

2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy as np
4 import matplotlib as mpl
5
6 from qutip import *
7 from numpy import *
8 from scipy import *
9
10 wc = 1.0 * 2 * pi # cavity frequency
11 wa = 1.0 * 2 * pi # atom frequency
12 N = 15 # number of cavity fock states
13
14 #operator
15 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
16 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
17 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
18 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
19
20 na = sm.dag() * sm # atom
21 nc = a.dag() * a # cavity
22
23 g_vec = np.linspace(0, 5.0, 101) * 2 * pi # coupling strength
      vector
24
25 psi_list = []
26
27 for g in g_vec:
28     H = Ho + Hq + g * H1
29     gnd_energy, gnd_state = H.groundstate()
30     psi_list.append(gnd_state)
31
32 na_expt = expect(na, psi_list) # qubit occupation probability
33 nc_expt = expect(nc, psi_list) # cavity occupation probability
34
35 g_idx = np.where([g_vec == 2*pi*g for g in [0.5, 2.0, 2.5,
      3.5]])[1]
36 psi_sublist = []
37 for s in g_idx :
38     psi_sublist.append(psi_list[s])
39
40 xvec = np.linspace(-5,5,200)
41
42 W_1 = []
43 Q_1 = []

```



```

44 g_idx = [0, 2.0, 2.5, 3.5]
45 for n in [0,1,2,3]:
46     psi = ptrace(psi_sublist[n], 0)
47     W = wigner(psi, xvec, xvec)
48     Q = qfunc(psi, xvec, xvec)
49     W_l.append(W)
50     Q_l.append(Q)
51     wmap = wigner_cmap(W)
52     nrm = mpl.colors.Normalize(-W.max(),W.max())
53     nrmq = mpl.colors.Normalize(-Q.max(),Q.max())
54     fig = plt.figure(figsize=(2,2))
55
56     fig = plt.figure(figsize=(3,3))
57
58     axes = fig.add_axes([0.5,0,1,1])
59     axes1 = fig.add_axes([0,0,1,1])
60     axes2 = fig.add_axes([1,0,1,1])
61
62     # label g
63     axes.set_title('g = %.1f' % (g_idx[n]), fontsize=30)
64     axes.set_xticks([])
65     axes.set_yticks([])
66
67     # Q func
68     axes1.set_facecolor('y')
69     axes1.contourf(xvec, xvec, Q, 100, cmap=plt.get_cmap('RdBu',
70 ), norm=nrmq)
71     axes1.set_ylabel(r"P", fontsize=20)
72     axes1.set_xlabel(r"X (Q)", fontsize=20)
73     axes1.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width
74 =1, labelsize=16)
75     axes1.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width
76 =1, labelsize=16)
77     axes1.set_xticks(np.arange(-5, 3, 2.5))
78
79     # W func
80     axes2.set_yticks([])
81     axes2.contourf(xvec, xvec, W, 100, cmap=plt.get_cmap('RdBu',
82 ), norm=nrm)
83     axes2.set_xlabel(r"X (W)", fontsize=20)
84     axes2.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width
85 =1, labelsize=16)
86     axes2.set_xticks(np.arange(-2.5, 6, 2.5))

```

A.5 Kode Script untuk Keadaan Termampatkan (*Squeezing*)

```

1 %matplotlib inline
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import matplotlib as mpl
6 import math
7
8 from qutip import *
9 from matplotlib.ticker import (MultipleLocator,
    AutoMinorLocator)
10
11 # Menentukan nilai Parameter
12 wc = 2*np.pi          #frekuensi medan
13 wa = 2*np.pi          #frekuensi atom
14 N = 100                #jumlah n medan
15 use_rwa = False
16 g_list = np.linspace(0, 5, 101)*2*np.pi #kuat interaksi
17
18 # Operator
19 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
20 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
21 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
22 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
23 op_p = -1j*(a - a.dag())/np.sqrt(2)
24
25 # Hamiltonian Interaksi
26 if use_rwa:
27     H1 = (a.dag() * sm + a * sm.dag())
28 else:
29     H1 = (a.dag() + a) * (sm + sm.dag())
30
31 # Hamiltonian eps/del = 0
32 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
33 Hq1 = 0.5*wa* (0*sx1 + 10*sz1) #qubit
34
35 # Menghitung Hamiltonian
36 psi_list_1 = []
37 E_list_1 = []
38 for g in g_list:
39     # Hamiltonian total
40     H = Ho + Hq1 + g * H1
41

```

```

42     eigen_energy, eigen_state = H.groundstate()
43     psi_list_1.append(eigen_state)
44     E_list_1.append(eigen_energy/(2*np.pi))
45
46 # Hamiltonian eps/del = 0.1
47 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
48 Hq2 = 0.5*wa* (1*sx1 + 10*sz1)      #qubit
49
50 # Menghitung Hamiltonian
51 psi_list_2 = []
52 E_list_2 = []
53 for g in g_list:
54     # Hamiltonian total
55     H2 = Ho + Hq2 + g * H1
56
57     eigen_energy, eigen_state = H2.groundstate()
58     psi_list_2.append(eigen_state)
59     E_list_2.append(eigen_energy/(2*np.pi))
60
61 # Hamiltonian eps/del = 0.5
62 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
63 Hq3 = 0.5*wa* (5*sx1 + 10*sz1)      #qubit
64
65 # Menghitung Hamiltonian
66 psi_list_3 = []
67 E_list_3 = []
68 for g in g_list:
69     # Hamiltonian total
70     H3 = Ho + Hq3 + g * H1
71
72     eigen_energy, eigen_state = H3.groundstate()
73     psi_list_3.append(eigen_state)
74     E_list_3.append(eigen_energy/(2*np.pi))
75
76 # Hamiltonian eps/del = 1
77 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
78 Hq4 = 0.5*wa* (10*sx1 + 10*sz1)      #qubit
79
80 # Menghitung Hamiltonian
81 psi_list_4 = []
82 E_list_4 = []
83 for g in g_list:
84     # Hamiltonian total
85     H4 = Ho + Hq4 + g * H1

```

```

86
87     eigen_energy, eigen_state = H4.groundstate()
88     psi_list_4.append(eigen_state)
89     E_list_4.append(eigen_energy/(2*np.pi))
90
91 sp1 = 2*variance(op_p, psi_list_1)-1
92 sp2 = 2*variance(op_p, psi_list_2)-1
93 sp3 = 2*variance(op_p, psi_list_3)-1
94 sp4 = 2*variance(op_p, psi_list_4)-1
95
96 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(5, 5))
97
98 axes.plot(g_list/(2*np.pi), sp1, 'royalblue', linewidth=2,
99           label=r"$\epsilon/\Delta = 0$")
100 axes.plot(g_list/(2*np.pi), sp2, 'limegreen', linewidth=2,
101           linestyle='--', label=r"$\epsilon/\Delta = 0.1$")
102 axes.plot(g_list/(2*np.pi), sp3, 'darkorange', linewidth=2,
103           linestyle='dashdot', label=r"$\epsilon/\Delta = 0.5$")
104 axes.plot(g_list/(2*np.pi), sp4, 'red', linewidth=2, linestyle=
105           'dotted', label=r"$\epsilon/\Delta = 1$")
106
107 axes.set(xlim=(0, 5), ylim=(-0.65, 0))
108 axes.set_ylabel(r"$s_p$", fontsize=20)
109 axes.set_xlabel(r"$\lambda/\hbar\omega_{0}$", fontsize=20)
110 axes.set_title(r"$\hbar\omega_0/\Delta = 0.1$", fontsize=25)
111
112 axes.set_yticks(np.arange(-0.6, 0.01, 0.15))
113 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
114                 labels=16)
115 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
116                 labels=16)
117
118 axes.grid()
119 axes.legend(loc=4, fontsize=12)

```

A.6 Kode Script untuk Kasus Entropi

```

1 %matplotlib inline
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import matplotlib as mpl
6 import math

```

```

7
8 from qutip import *
9
10 #menentukan nilai Parameter
11 wc = 2*np.pi          #frekuensi medan
12 wa = 2*np.pi          #frekuensi atom
13 N = 40                 #jumlah n medan
14 use_rwa = False
15 g_list = np.linspace(0, 5, 101)*2*np.pi #kuat interaksi
16
17 #operator
18 a = tensor(destroy(N), qeye(2)) #operator a
19 sm = tensor(qeye(N), destroy(2)) #operator sigma-minus
20 sz1 = tensor(qeye(N), sigmaz()) #operator sigma-z modifikasi
21 sx1 = tensor(qeye(N), sigmax()) #operator sigma-x modifikasi
22
23 # Hamiltonian
24 Ho = wc * a.dag() * a      # osilator
25 Hq = 0.5 * wa* (0*sx1 + 10*sz1) #qubit
26
27 # Hamiltonian Interaksi
28 if use_rwa:
29     H1 = (a.dag() * sm + a * sm.dag())
30 else:
31     H1 = (a.dag() + a) * (sm + sm.dag())
32
33 # Menghitung Hamiltonian
34 psi_list = []
35 E_list = []
36
37 for g in g_list:
38     # Hamiltonian total
39     H = Ho + Hq + g * H1
40     # H = Hamiltonian(omega_a=wa, omega_m=wc, g=g, n=N, a=a, sm
    =sm, rwa=use_rwa)
41
42     # menghitung state & energinya (terurut berdasar nilai
    lambda)
43     eigen_energy, eigen_state = H.groundstate()
44     psi_list.append(eigen_state)
45
46 rho_q = []
47 for i in range(len(psi_list)):
48     psi_value = psi_list[i]*psi_list[i].dag()

```

```

49 rho = psi_value.ptrace(1)
50 rho_q.append(rho)
51
52 S = []
53 for i in range(len(rho_q)):
54     s_list = entropy_vn(rho_q[i])/0.695
55     S.append(s_list)
56
57 S_list = []
58 for j in [1, 5, 10]:
59     Hq2 = 0.5 * wa* (j*sx1 + 10*sz1)
60
61 psi_list2 = []
62 E_list2 = []
63
64 for g in g_list:
65     H2 = Ho + Hq2 + g * H1
66     eigen_energy2, eigen_state2 = H2.groundstate()
67     psi_list2.append(eigen_state2)
68
69 rho_q2 = []
70 for i in range(len(psi_list2)):
71     psi_value = psi_list2[i]*psi_list2[i].dag()
72     rho = psi_value.ptrace(1)
73     rho_q2.append(rho)
74
75 S2 = []
76 for i in range(len(rho_q2)):
77     s_list = entropy_vn(rho_q2[i], 2)
78     S2.append(s_list)
79     S_list.append(S2)
80
81 fig, axes = plt.subplots(1, 1, sharex=True, figsize=(6, 5))
82
83 axes.plot(g_list/(2*np.pi), S, 'royalblue', linewidth=2, label=
84     r"$\epsilon/\Delta = 0$")
85 axes.plot(g_list/(2*np.pi), S_list[0], 'limegreen', linewidth
86     =2, linestyle='dashed', label=r"$\epsilon/\Delta = 0.1$")
87 axes.plot(g_list/(2*np.pi), S_list[1], 'darkorange', linewidth
88     =2, linestyle='-.', label=r"$\epsilon/\Delta = 0.5$")
89 axes.plot(g_list/(2*np.pi), S_list[2], 'red', linewidth=2,
90     linestyle='dotted', label=r"$\epsilon/\Delta = 1$")
91
92 axes.set(xlim=(0, 5), ylim=(0, 1))

```

```

89 axes.set_ylabel(r"$Entropi$", fontsize=20)
90 axes.set_xlabel(r"$\lambda/\hbar\omega_{0}$", fontsize=20)
91 axes.set_title(r"$\hbar\omega_0/\Delta = 0.1$", fontsize=25)
92
93 axes.tick_params(axis="x", direction="in", length=8, width=1,
    labels=18)
94 axes.tick_params(axis="y", direction="in", length=8, width=1,
    labels=18)
95
96 axes.grid()
97 axes.legend(loc=4, fontsize=14)

```