

## Pabrik mainan kayu milik Giapetto

Perusahaan Giapetto membuat dua jenis mainan kayu: tentara dan kereta. Satu tentara dijual dengan harga \$27 dan membutuhkan biaya material sebesar \$10 dan biaya tambahan sebesar \$14. Satu kereta dijual dengan harga \$21 dan membutuhkan biaya material sebesar \$9 dan biaya tambahan sebesar \$10. Pembuatan tentara kayu dan kereta membutuhkan dua proses keahlian pekerjaan, yaitu *carpentry* dan *finishing*. Satu tentara membutuhkan 2 jam pekerjaan *finishing* dan 1 jam pekerjaan *carpentry*. Satu kereta membutuhkan 1 jam *finishing* dan 1 jam *carpentry*. Setiap pekan, waktu yang dibutuhkan Giapetto untuk memperoleh semua bahan hanya tersedia 100 jam untuk *finishing* dan 80 jam untuk *carpentry*. Permintaan untuk mainan kereta kayu itu tak terbatas, tapi setiap pekannya paling banyak 40 tentara saja. Giapetto ingin memaksimalkan keuntungan perpekan (pendapatan – biaya). Formulasikan model matematika dari permasalahan Giapetto tersebut sehingga bisa digunakan untuk memaksimalkan pendapatan perpekan dari Giapetto.

### Solusi

Dalam mengembangkan model matematika untuk masalah Giapetto, kita periksa karakteristik bagian demi bagian dari masalah program linier (Variabel keputusan, fungsi tujuan, kendala, dan pembatasan tanda).

### Variabel keputusan

Variabel keputusan harus bisa menjelaskan keputusan yang dibuat dengan sangat bagus. Jelas bahwa Giapetto harus menentukan berapa

banyak tentara dan kereta harus dibuat tiap pekannya. Berarti kita definisikan

$x_1$  : banyaknya mainan tentara yang diproduksi tiap pekan

$x_2$  : banyaknya mainan kereta yang diproduksi tiap pekan

## Fungsi tujuan

Pada sembarang masalah program linier, pembuat keputusan akan memaksimalkan (biasanya pendapatan atau keuntungan) atau meminimumkan (biasanya biaya) fungsi tujuan. Untuk masalah Giapetto, biaya tetap (seperti biaya sewa dan asuransi) tidak tergantung dari nilai  $x_1$  dan  $x_2$ . Untuk itu dapat dimaksimalkan pendapatan tiap pekan – biaya material – biaya lain terkait variabelnya. Diasumsikan bahwa semua mainan yang diproduksi akan terjual. Diperoleh

$$\begin{aligned} & \text{Pendapatan tiap pekan} \\ &= \frac{\text{pendapatan tentara}}{\text{pekan}} + \frac{\text{pendapatan kereta}}{\text{pekan}} \\ &= \left( \frac{\text{harga}}{\text{tentara}} \right) \left( \frac{\text{tentara}}{\text{pekan}} \right) + \left( \frac{\text{harga}}{\text{kereta}} \right) \left( \frac{\text{kereta}}{\text{pekan}} \right) \\ &= 27x_1 + 21x_2. \end{aligned}$$

Selain itu,

$$\text{Biaya material per pekan} = 10x_1 + 9x_2$$

$$\text{Biaya lain per pekan} = 14x_1 + 10x_2$$

Sehingga Giapetto ingin memaksimalkan

$$(27x_1 + 21x_2) - (10x_1 + 9x_2) - (14x_1 + 10x_2) = 3x_1 + 2x_2.$$

Cara lain:

Pendapatan tiap pekan = (kontribusi yang menguntungkan per tentara) (banyaknya tentara tiap pekan) + (kontribusi yang menguntungkan per kereta) (banyaknya kereta tiap pekan)

$$\begin{aligned}
 &= (27 - 10 - 14)x_1 + (21 - 9 - 10)x_2 \\
 &= 3x_1 + 2x_2.
 \end{aligned}$$

Ditulis variabel  $z$  untuk menunjukkan fungsi tujuan. Jadi fungsi tujuan dari Giapetto adalah

$$\text{Max } z = 3x_1 + 2x_2.$$

## Kendala

Bisa saja keuntungan yang diperoleh sangat besar dengan memilih nilai  $x_1$  dan  $x_2$  yang besar pula. Sayangnya nilai-nilai  $x_1$  dan  $x_2$  dibatasi tiga hal ini (biasanya disebut **kendala**):

1. Tiap pekan, waktu yang digunakan untuk proses *finishing* tidak lebih dari 100 jam
2. Tiap pekan, waktu yang digunakan untuk proses *carpentry* tidak lebih dari 80 jam
3. Karena permintaannya dibatasi, paling banyak 40 tentara bisa diproduksi tiap pekannya.

Langkah selanjutnya adalah dengan membuat model matematikanya.

Total waktu finishing

$$\begin{aligned}
 &\frac{\text{pekan}}{\left(\frac{\text{jam finishing}}{\text{tentara}}\right) \left(\frac{\text{tentara}}{\text{pekan}}\right) + \left(\frac{\text{jam finishing}}{\text{kereta}}\right) \left(\frac{\text{kereta}}{\text{pekan}}\right)} \\
 &= 2(x_1) + 1(x_2) \\
 &= 2x_1 + x_2.
 \end{aligned}$$

Sehingga kendala pertama bisa ditulis

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$

Perhatikan bahwa satuan yang digunakan di pertidaksamaan di atas sama, yaitu jam finishing per pekan. Agar sebuah kendala masuk akal, semuanya harus dalam satuan yang sama. Dengan cara yang sama kendala 2 dapat ditulis dengan

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

Untuk kendala 3, paling banyak 40 tentara per pekan bisa ditulis sebagai

$$x_1 \leq 40$$

Koefisien dari variabel keputusan pada kendala disebut dengan koefisien teknologi. Contoh: koefisien teknologi dari  $x_2$  pada  $x_1 + x_2 \leq 80$  adalah 1 menunjukkan bahwa tentara membutuhkan 1 jam *carpentry*. Bilangan pada sisi kanan setiap kendala disebut dengan sisi kanan kendala (*right-hand side*) disingkat **rhs**.

### Pembatasan tanda

Bisakan variabel keputusan itu bernilai negatif? Ataukah hanya positif? Atau bolehkan bernilai nol juga? Jika variabel  $x_i$  hanya boleh bernilai nonnegatif, maka ditambahkan kendala  $x_i \geq 0$ . Tapi jika tidak dibatasi maka  $x_i$  tak dibatasi tanda (*unrestricted in sign*) disingkat **urs**. Variabel keputusan bisa jadi bernilai negatif untuk masalah keseimbangan keuangan dari suatu perusahaan. Untuk masalah Giapetto, jelas bahwa  $x_1 \geq 0$  dan  $x_2 \geq 0$ .

Diperoleh model optimasi dari masalah Giapetto sebagai berikut.

$$\text{Maks } z = 3x_1 + 2x_2$$

Kendala

$$2x_1 + x_2 \leq 100 \text{ (kendala finishing)}$$

$$x_1 + x_2 \leq 80 \text{ (kendala carpentry)}$$

$$x_1 \leq 40 \text{ (kendala permintaan tentara)}$$

$$x_1 \geq 0 \text{ (pembatasan tanda)}$$

$$x_2 \geq 0 \text{ (pembatasan tanda)}$$