

# Introduction au Traitement d'Images

**Séance 4**

Isabelle Debled-Rennesson  
debled@loria.fr

# Contenu

- 6 cours/TD/TP de 2h
- Points abordés :
  - Codage des images
  - Histogrammes
  - Transformations géométriques sur les images
  - **Filtres**
  - Opérateurs morphologiques
  - **Détection de contours**
  - Segmentation

# Retour sur les exercices au sujet des transformations géométriques sur les images

# Rotation de l'image autour de son centre

- Rotation **horaire** de centre  $(L/2, H/2)$

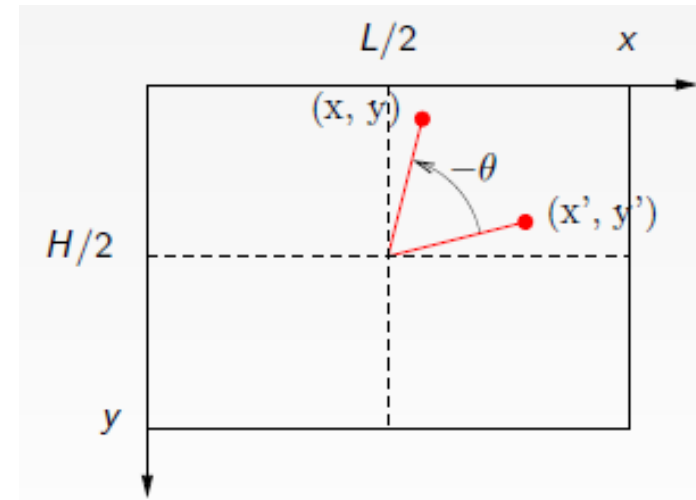
$$x' = L/2 + (x - L/2) \cos(\theta) + (y - H/2) \sin(\theta)$$

$$y' = H/2 + (y - H/2) \cos(\theta) - (x - L/2) \sin(\theta)$$

- Recherche de l'antécédent

$$x = L/2 + (x' - L/2) \cos(\theta) - (y' - H/2) \sin(\theta)$$

$$y = H/2 + (y' - H/2) \cos(\theta) + (x' - L/2) \sin(\theta)$$



# Rotation de l'image autour de son centre – question 2 TD/TP S3

- Rotation de 90 degrés

$\theta = 90$  degrés

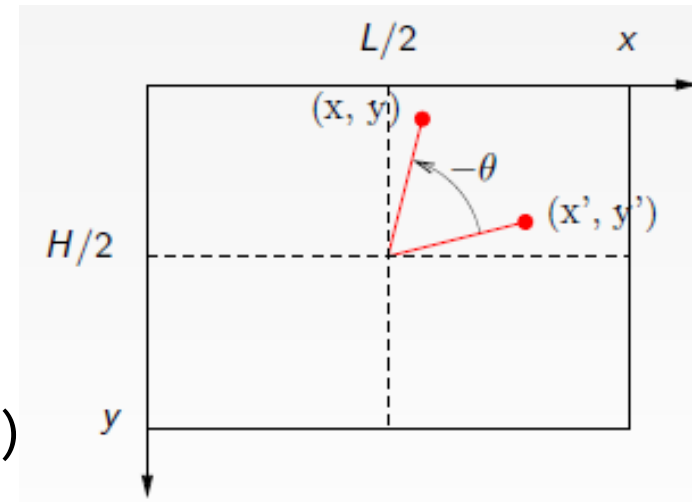
- Recherche de l'antécédent

$$x = L/2 + (x' - L/2) \cos(\theta) - (y' - H/2) \sin(\theta)$$

$$y = H/2 + (y' - H/2) \cos(\theta) + (x' - L/2) \sin(\theta)$$

$$X = -y' + L/2 + H/2$$

$$Y = x' - L/2 + H/2$$



# Rotation de l'image autour de son centre – question 2 TD/TP S3

- Rotation de 90 degrés

$\theta = 90$  degrés

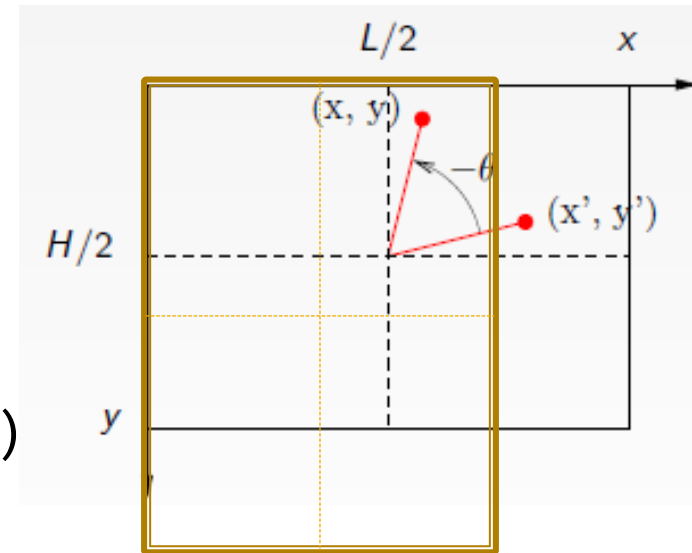
- Recherche de l'antécédent

$$x = L/2 + (x' - L/2) \cos(\theta) - (y' - H/2) \sin(\theta)$$

$$y = H/2 + (y' - H/2) \cos(\theta) + (x' - L/2) \sin(\theta)$$

$$X = -y' + L/2 + H/2 + (L-H)/2$$

$$Y = x' - L/2 + H/2 + (L-H)/2$$



Mais attention décalage de  $(L-H)/2$  des centres des deux images

# Rotation de l'image autour de son centre – question 2 TD/TP S3

- Rotation de 90 degrés

$\theta = 90 \text{ degrés}$

- Recherche de l'antécédent

$$x = L/2 + (x' - L/2) \cos(\theta) - (y' - H/2) \sin(\theta)$$

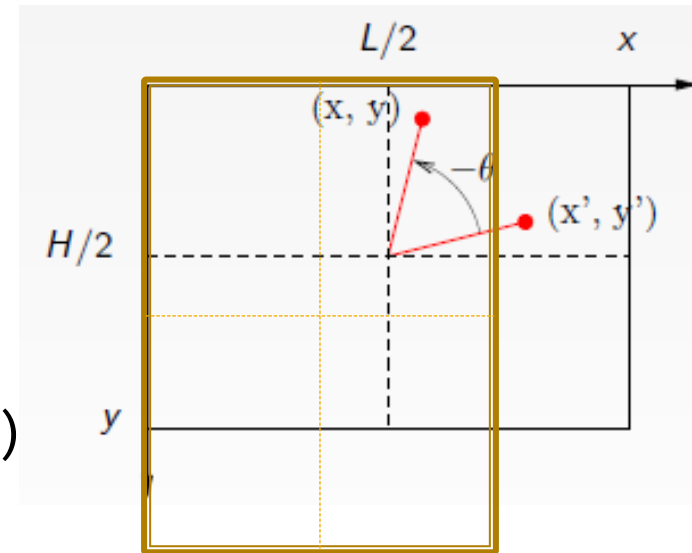
$$y = H/2 + (y' - H/2) \cos(\theta) + (x' - L/2) \sin(\theta)$$

$$X = -y' + L/2 + H/2 + (L-H)/2$$

$$Y = x' - L/2 + H/2 + (L-H)/2$$

$$X = -y' + L$$

$$Y = x'$$



Mais attention décalage de  $(L-H)/2$  des centres des deux images

# Changement d'échelle – questions 3 et 4 TD/TP S3

- Changement d'échelle = homothétie de centre l'origine
- Soient  $S_x$  et  $S_y$  les facteurs d'échelle suivant chaque axe (agrandissement ou réduction)

$$x' = S_x * x$$

$$x = 1/S_x * x'$$

$$y' = S_y * y$$

$$y = 1/S_y * y'$$

- Algorithme

$$W' = S_x * W$$

$$H' = S_y * H$$

Créer l'image résultat **R** de taille

```
for (y=0; y<H'; y++)
```

```
    for (x=0; x<W'; x++)
```

$$\mathbf{R}(x, y) = \mathbf{I}(x/S_x, y/S_y)$$

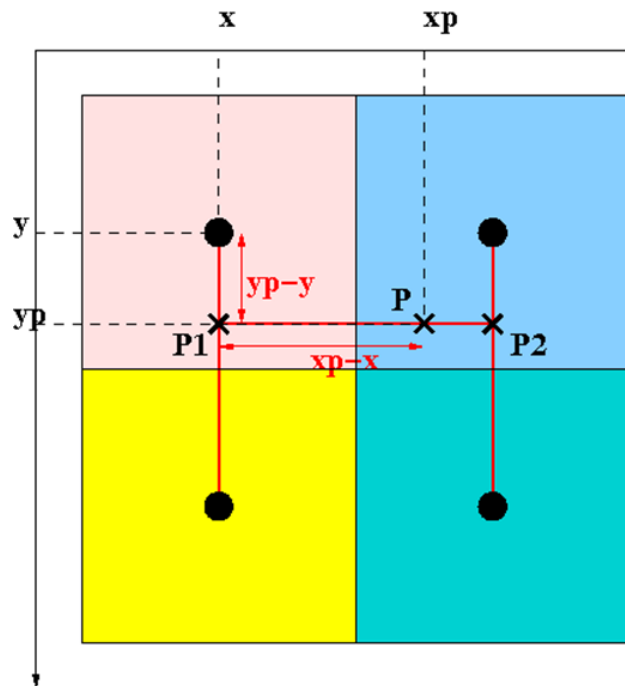
Problème :  $x/S_x$  et  $y/S_y$  ne sont pas forcément des entiers

**Attention**  
l'approximation peut engendrer un entier aux limites du tableau → à tester



# Question 4 S3 - Interpolation bilinéaire

- Permet d'atténuer l'aliasing
- L'**interpolation bilinéaire** = méthode d'interpolation pour les fonctions de 2 variables sur une grille régulière.
  - permet de calculer la valeur d'une fonction en un point quelconque, à partir de ses 2 plus proches voisins dans chaque direction.



Autre méthode pour calculer  $I_P$  : succession de deux interpolations linéaires en considérant les points P1 et P2

$$I_{P1} = I(x, y) + (y_P - y)(I(x, y + 1) - I(x, y))$$

$$I_{P2} = I(x + 1, y) + (y_P - y)(I(x + 1, y + 1) - I(x + 1, y))$$

$$I_P = I_{P1} + (x_P - x)(I_{P2} - I_{P1})$$

Et si les 4 pixels voisins n'existent pas ?

# Filtrage des images

Sources : cours d'Anne Vialard, Benoit Naegel, Bertrand Kerautret,  
Stéphane Paris

# Filtrage – Filtrés linéaires

- La classe des **filtrés linéaires** est utilisée couramment en traitement du signal
- Un opérateur  $f$  de traitement d'images est dit linéaire si:
  - $f(I+J)=f(I)+f(J)$
  - Autrement dit, filtrer la somme arithmétique de deux images revient au même que de filtrer les deux images séparément, puis effectuer la somme arithmétique des résultats

# Filtrage – Filtrés linéaires - Convolution

- Fondement du filtrage linéaire
- Soit deux images I et M; la convolution d'une image I par l'image M de dimension  $(2p+1) \times (2p+1)$  est définie par:

$$I * M(x, y) = \sum_{k=0 \rightarrow 2p} \sum_{t=0 \rightarrow 2p} I(x+k-p, y+t-p) \cdot M(k, t)$$

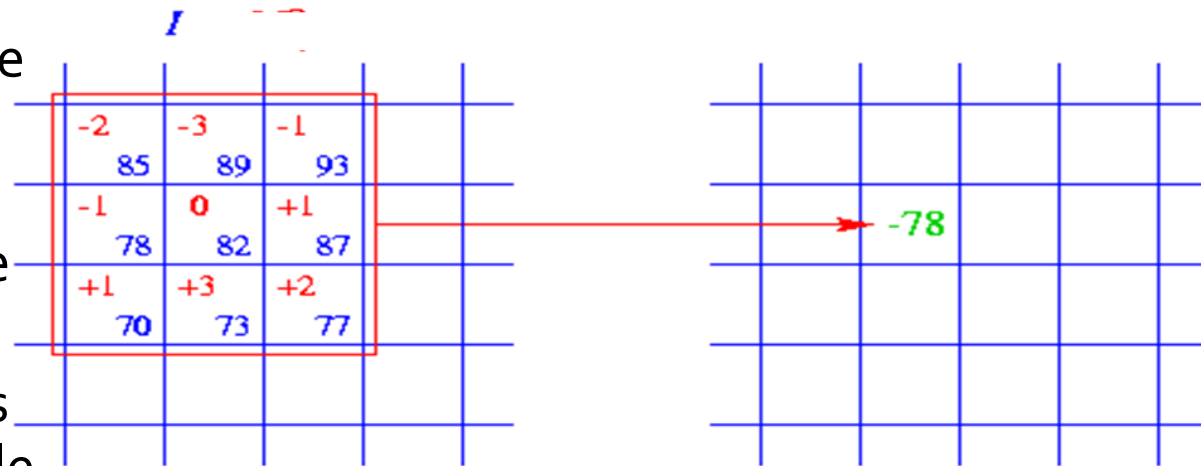
- L'image M est appelée “**noyau de convolution**” ou “**masque de convolution**”
- Théoriquement, l'opération est réversible (opération de *déconvolution*)

# Filtrage – Filtres linéaires - Convolution

Algorithme pratique:

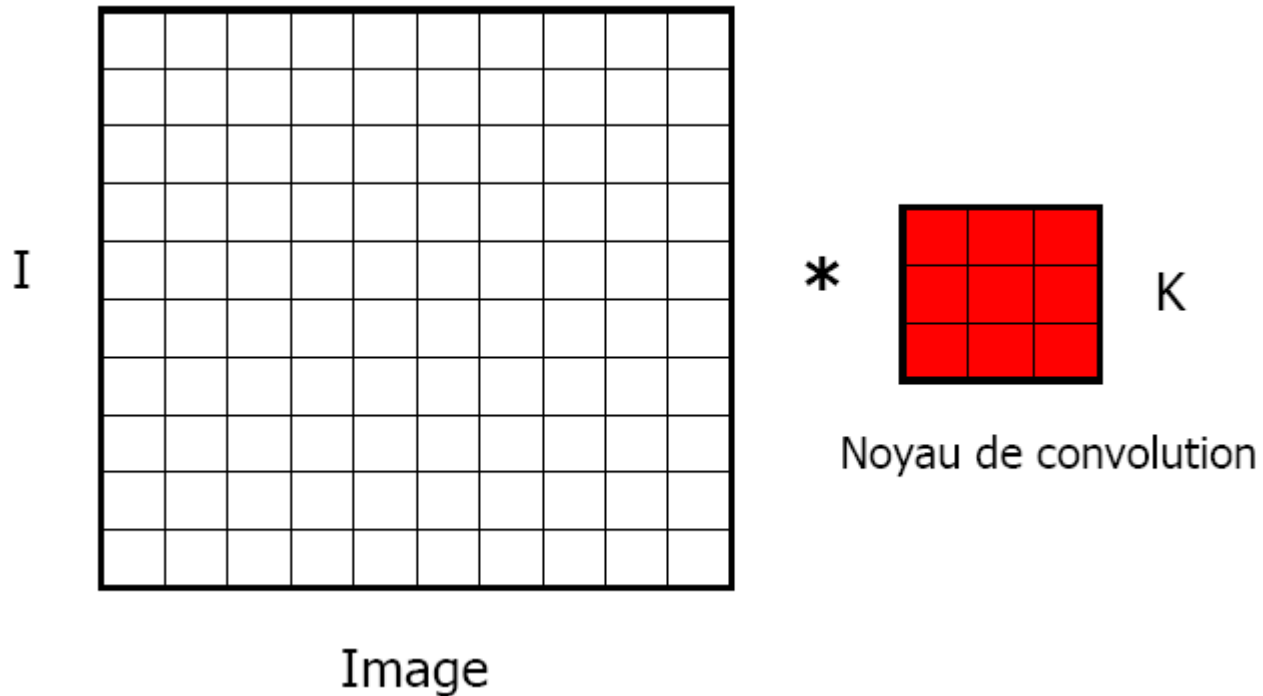
- Entrée: Image I
- Sortie: Image R
- Pour tous les points p de I:
  - On translate le masque au point p
  - Pour tous les points r du masque, on calcule le produit  $M(r) * I(r)$
  - On additionne tous les résultats et on stocke le résultat dans  $R(p)$

-2	-3	-1
-1	0	+1
+1	+3	+2

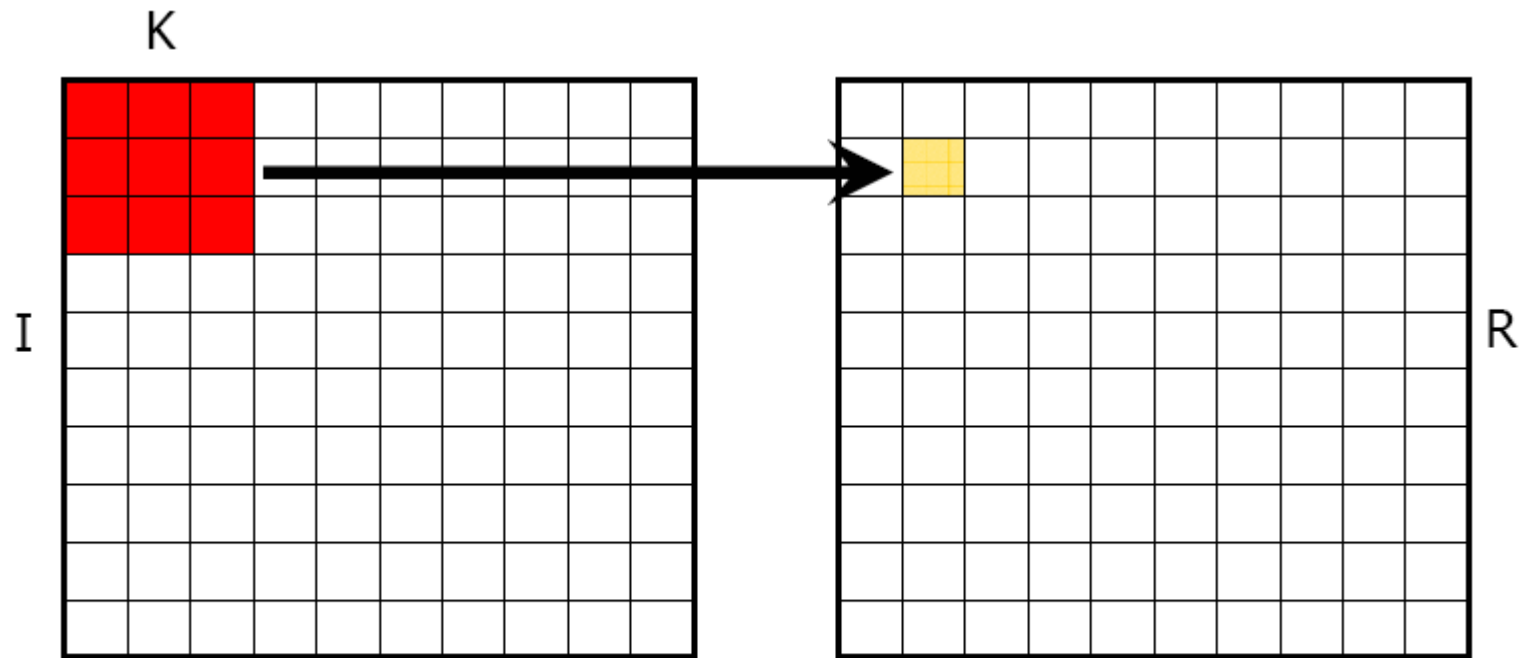


$$-2 \times 85 - 3 \times 89 - 1 \times 93 - 1 \times 78 + 0 \times 82 + 1 \times 87 + 1 \times 70 + 3 \times 73 + 2 \times 77 = -78$$

# Convolution – détails 1/5

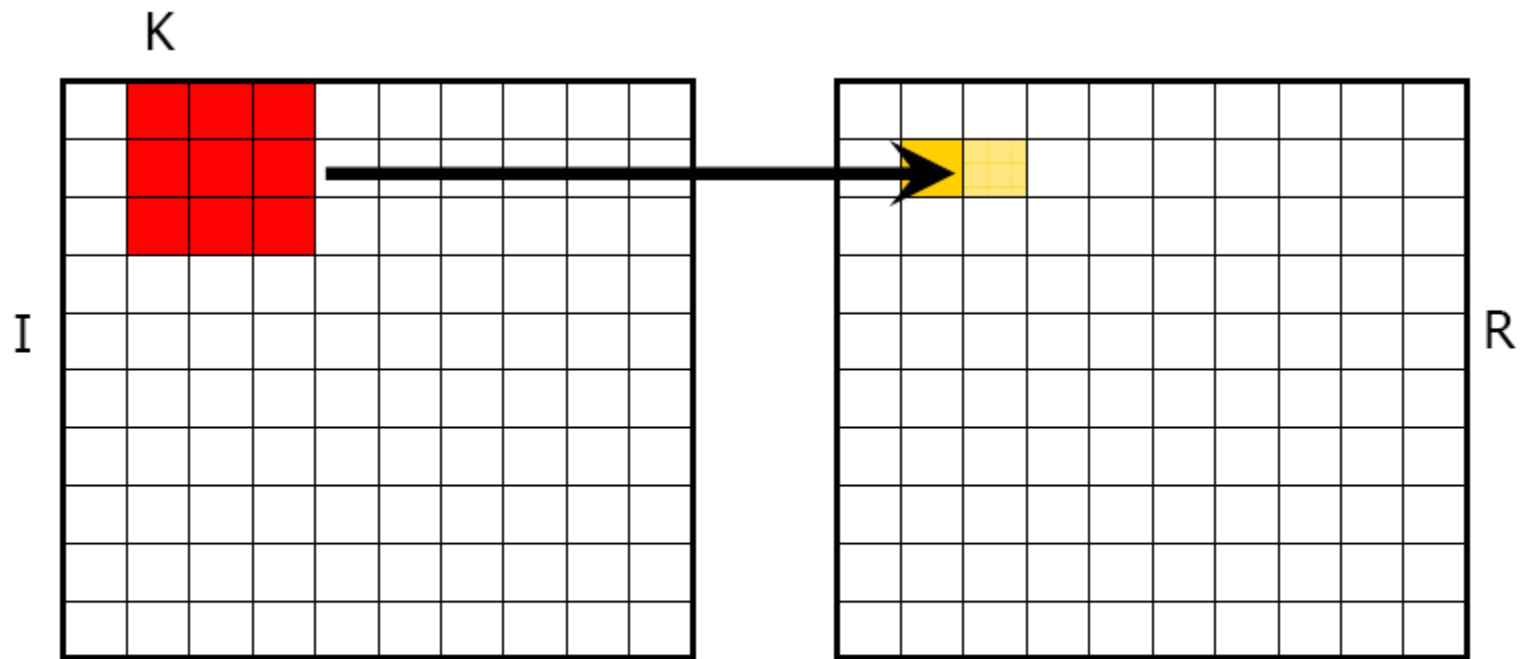


# Convolution – détails 2/5



$$\begin{aligned} R(1,1) = & I(0,0) K(0,0) + I(1,0) K(1,0) + I(2,0) K(2,0) \\ & + I(0,1) K(0,1) + I(1,1) K(1,1) + I(2,1) K(2,1) \\ & + I(0,2) K(0,2) + I(1,2) K(1,2) + I(2,2) K(2,2) \end{aligned}$$

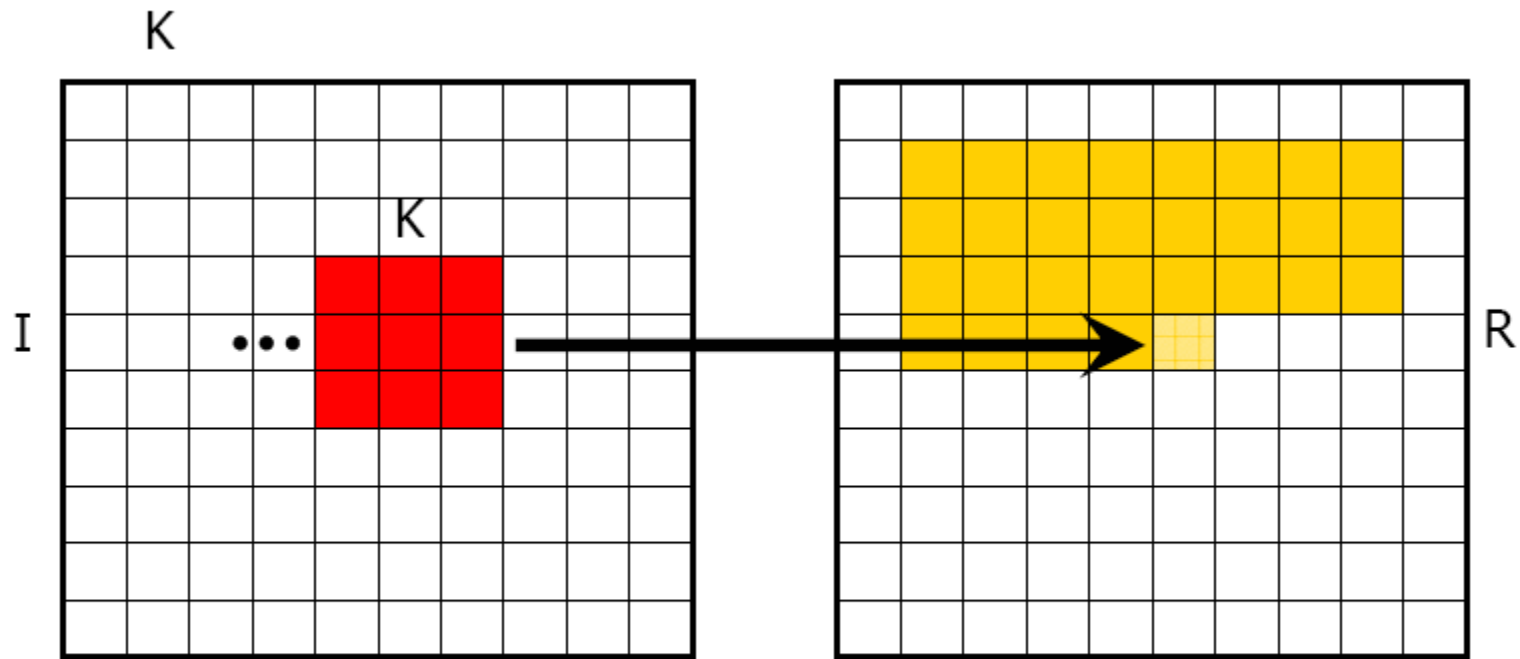
# Convolution – détails 3/5



$$\begin{aligned} R(2,1) = & I(1,0) K(0,0) + I(2,0) K(1,0) + I(3,0) K(2,0) \\ & + I(1,1) K(0,1) + I(2,1) K(1,1) + I(3,1) K(2,1) \\ & + I(1,2) K(0,2) + I(2,2) K(1,2) + I(3,2) K(2,2) \end{aligned}$$

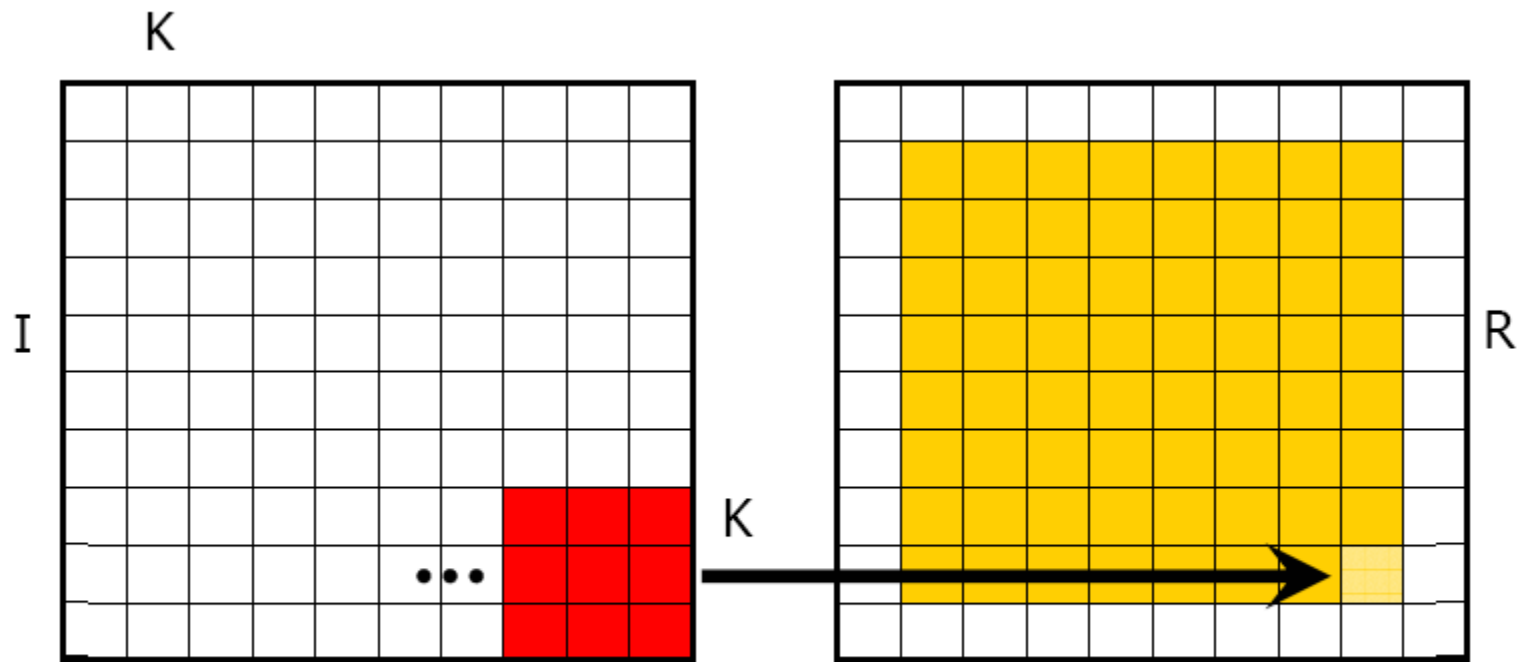


# Convolution – détails 4/5



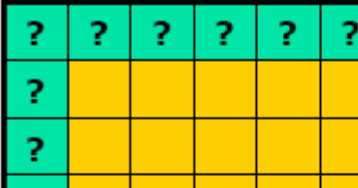
$$\begin{aligned} R(x,y) = & I(x-1,y-1) K(0,0) + I(x,y-1) K(1,0) + I(x+1,y-1) K(2,0) \\ & + I(x-1,y) K(0,1) + I(x,y) K(1,1) + I(x+1,y) K(2,1) \\ & + I(x-1,y+1) K(0,2) + I(x,y+1) K(1,2) + I(x+1,y+1) K(2,2) \end{aligned}$$

# Convolution – détails 5/5



$$\begin{aligned}
 R(N-2, M-2) = & I(N-3, M-3) K(0,0) + I(N-2, M-3) K(0,1) + I(N-1, M-3) K(0,2) \\
 & + I(N-3, M-2) K(1,0) + I(N-2, M-2) K(1,1) + I(N-1, M-2) K(1,2) \\
 & + I(N-3, M-1) K(2,0) + I(N-2, M-1) K(2,1) + I(N-1, M-1) K(2,2)
 \end{aligned}$$

# Filtrage – Filtres linéaires - Convolution

- Problème : Que faire avec les bords de l'image ?
    - Mettre à zéro
    - Convolution partielle
      - Sur une portion du noyau
    - Compléter les valeurs manquantes en construisant le miroir de l'image
    - ...
- 
- |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ? | ? | ? | ? | ? | ? |
| ? |   |   |   |   |   |
| ? |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |

[illegible]

# Familles de filtres

- Filtre passe-bas
  - atténue le bruit et les détails
- Filtre passe-haut
  - accentue les détails et les contours



# Filtrage – Filtrés linéaires – Convolution - masque moyennneur

Exemple de masque de convolution: **le masque moyennneur**

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$$R(i,j) = \frac{1}{9} (I(i-1,j-1) + I(i,j-1) + I(i+1,j-1) \\ + I(i-1,j) + I(i,j) + I(i+1,j) \\ + I(i-1,j+1) + I(i,j+1) + I(i+1,j+1))$$

- Pour ne pas introduire de biais dans l'image, on normalise en divisant par la somme des poids (ici 9)



# Filtrage – Filtres linéaires - Convolution - masque moyenneur

Exemple de masque de convolution: **le masque moyenneur**

- Le filtre moyenneur est un filtre *passé-bas* car il conserve les basses fréquences, mais supprime les hautes fréquences



# Masque moyennneur - exemple

- Plus le filtre grossit, plus le lissage devient important



Original



Moyenne 5x5



Moyenne 11x11



# Filtrage – Filtrés linéaires – Convolution – filtre passe-haut

## Exemple de filtre passe-haut



-1	-1	-1
-1	16	-1
-1	-1	-1

$$R(i,j) = \frac{1}{24} (-I(i-1,j-1) - I(i,j-1) - I(i+1,j-1) \\ - I(i-1,j) + 16 * I(i,j) - I(i+1,j) \\ - I(i-1,j+1) - I(i,j+1) - I(i+1,j+1))$$

- Pour ne pas introduire de biais dans l'image, on normalise en divisant par la somme des poids (ici 24)



# Filtrage – Filtres linéaires – Convolution – filtre passe-haut

## Exemple de filtre passe-haut

- Améliore la sensation de netteté
- Mais renforce le bruit



# Filtrage – Filtres linéaires – Convolution – filtre passe-haut

## Exemple de filtre passe-haut

- Améliore la sensation de netteté
- Mais renforce le bruit

Après quelques itérations ...





# Filtrage – Filtres linéaires – Convolution – filtre passe-haut

## Exemple de filtre passe-haut

- Améliore la sensation de netteté
- Mais renforce le bruit

Quelques autres itérations ...



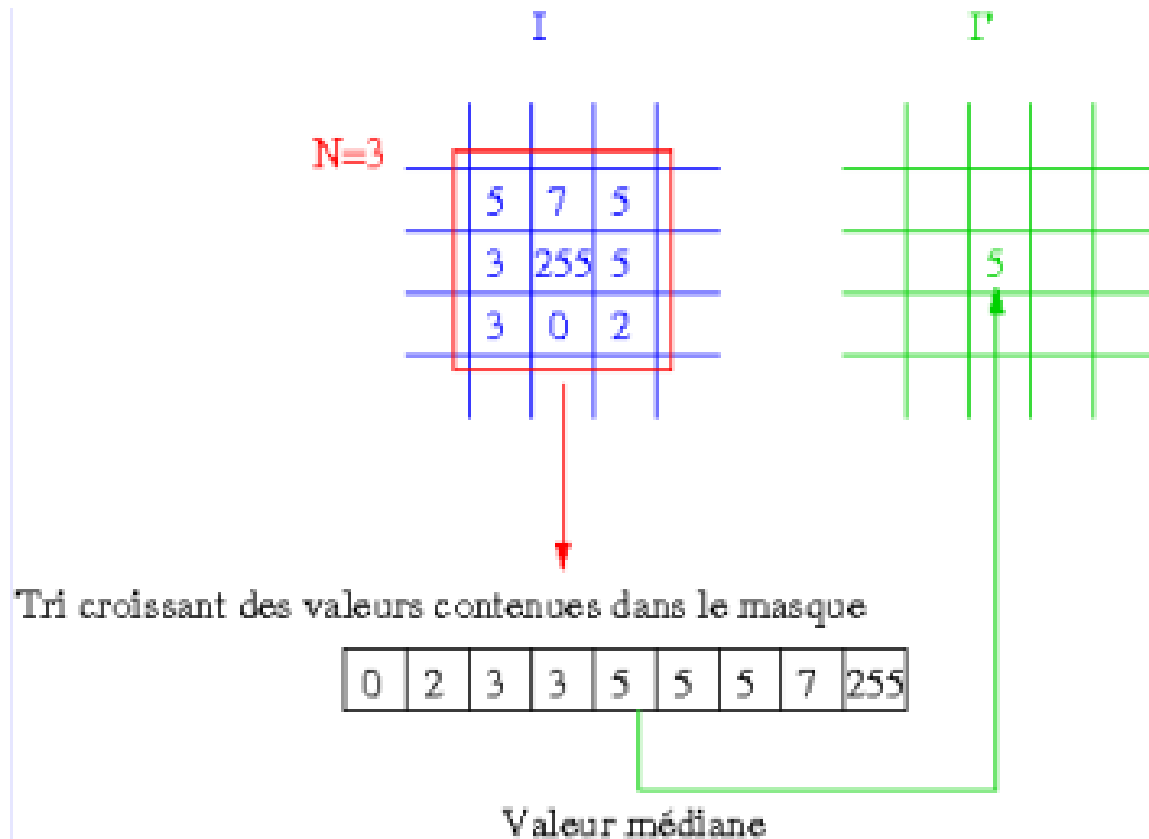
# Filtrage – Filtres non linéaires

- Résultat d'un filtre non linéaire irréversible
- Avantage : permet de s'adapter à la nature du pixel considéré (pixel de bruit ou pixel utile)
- Suppression totale du bruit en théorie

# Filtrage – Filtres non linéaires

## Filtre médian

- Masque de taille  $n \times n$  avec  $n$  impair
- Algorithme
  - Entrée :  $I$
  - Sortie :  $R$
  - Pour tout pixel  $p$  de  $I$ ,
    - Translater le masque en  $p$
    - Trier les pixels voisins selon l'ordre croissant de leurs niveaux de gris
    - Affecter la valeur **médiane** dans  $R(p)$

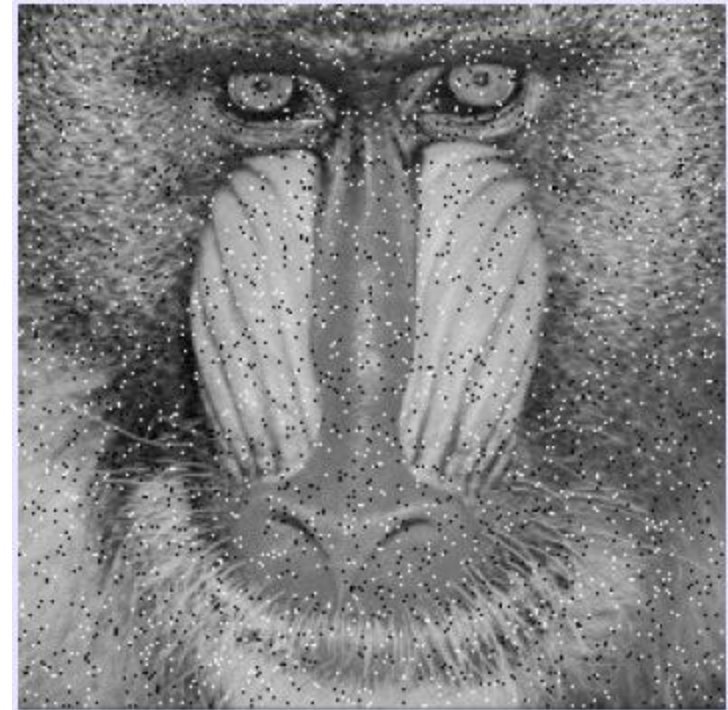


# [Quelques notions sur le bruit - 1

- Bruit
  - Phénomène parasite généralement aléatoire provenant de phénomènes divers : transmission, éclairage, ...
  - Bruit additif : impulsionnel et gaussien
  - Bruit multiplicatif

# Quelques notions sur le bruit - 2

- Bruit poivre et sel
  - Ne prend que 2 valeurs : 0 et  $M$  (niveau de gris maximum représentable de l'image)
  - Présence ou non de bruit en un point aléatoire
    - Pour une image de dimension  $w \times h$  en **poivre et sel de  $p\%$** , il suffit de colorier  $whp/2$  pixels en noir et  $whp/2$  pixels en blanc





# Quelques notions sur le bruit - 3

Sources : <http://www.trop.uha.fr/master/downloads/7sourcesdedegradations.pdf>

## ■ Bruit gaussien

- Définition. Loi de distribution Gaussienne de variance  $\sigma$  et moyenne  $\mu$  :

Le bruit Gaussien est obtenu en ajoutant à chaque pixel une valeur aléatoire suivant une loi de probabilité Gaussienne.

$$G_{\sigma, \mu}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(s - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Originale



$\sigma = 20$



$\sigma = 40$



$\sigma = 60$

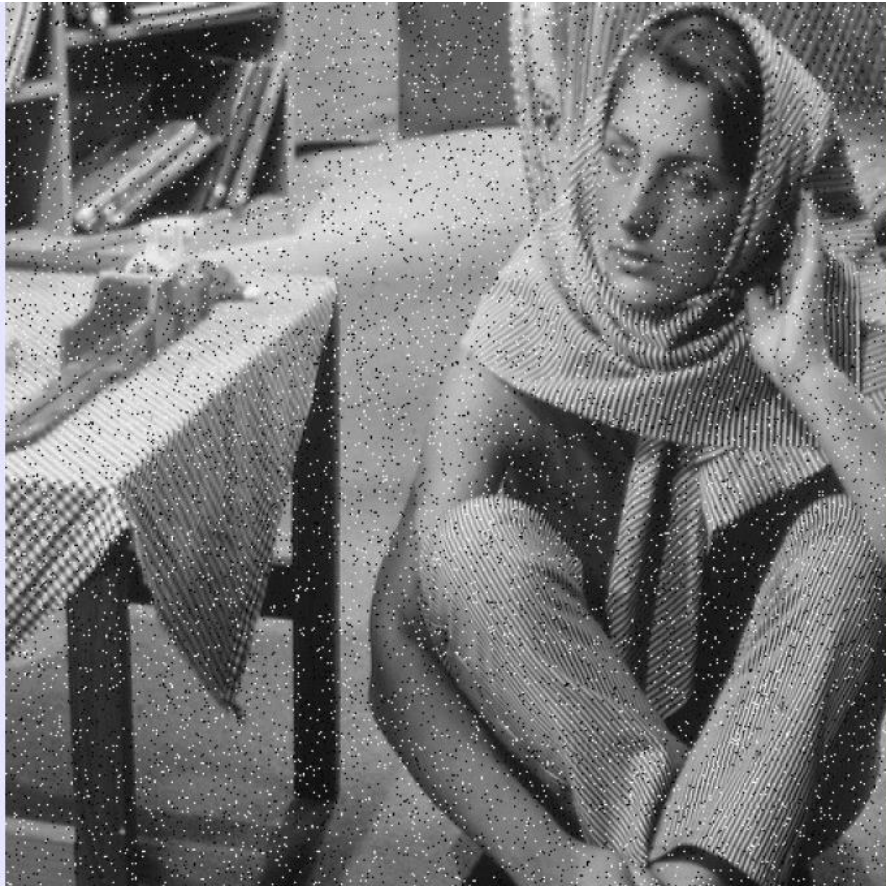
Cf.  
[http://fr.wikipedia.org/wiki/Bruit\\_blanche](http://fr.wikipedia.org/wiki/Bruit_blanche) pour la simulation



# Quelques notions sur le bruit – 4]

- Suppression du bruit
  - Le bruit de type gaussien est plus difficile à supprimer
  - Le bruit généré par les appareils d'acquisition se rapproche généralement du bruit gaussien
  - Nécessité de concevoir des algorithmes de suppression de bruit efficaces, de très nombreuses techniques existent ....

# Suppression du bruit - exemples

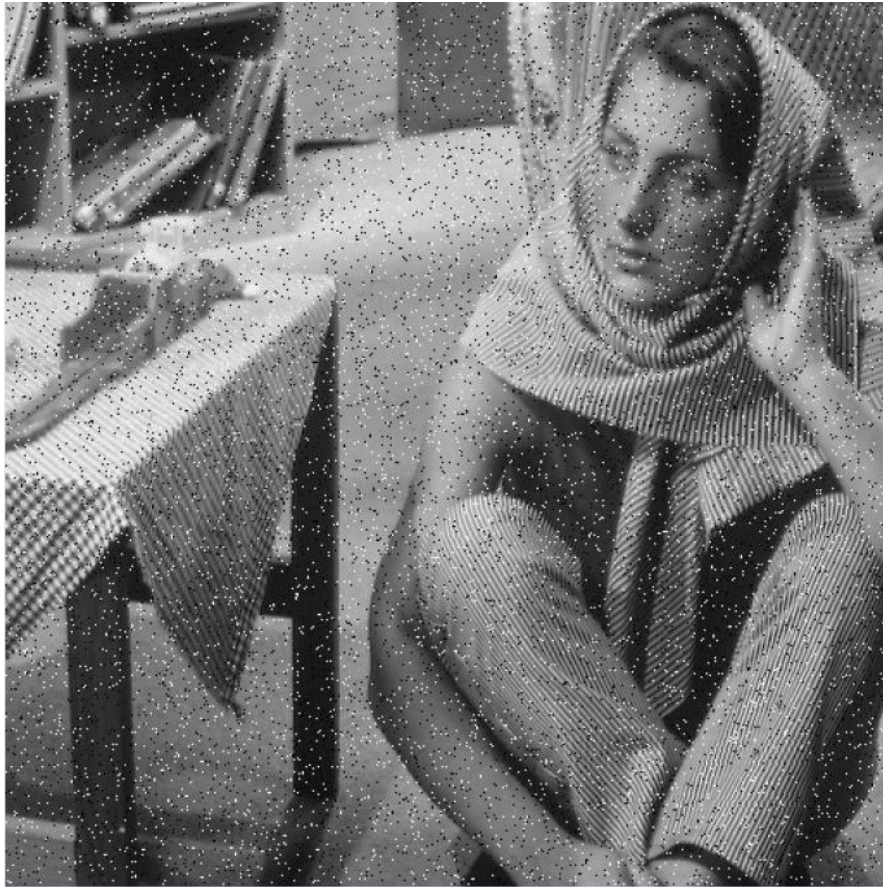


Bruit poivre et sel



Filtre médian  $N=3$

# Suppression du bruit - exemples



Bruit poivre et sel



Filtre moyennneur  $N=5$



# Suppression du bruit - exemples

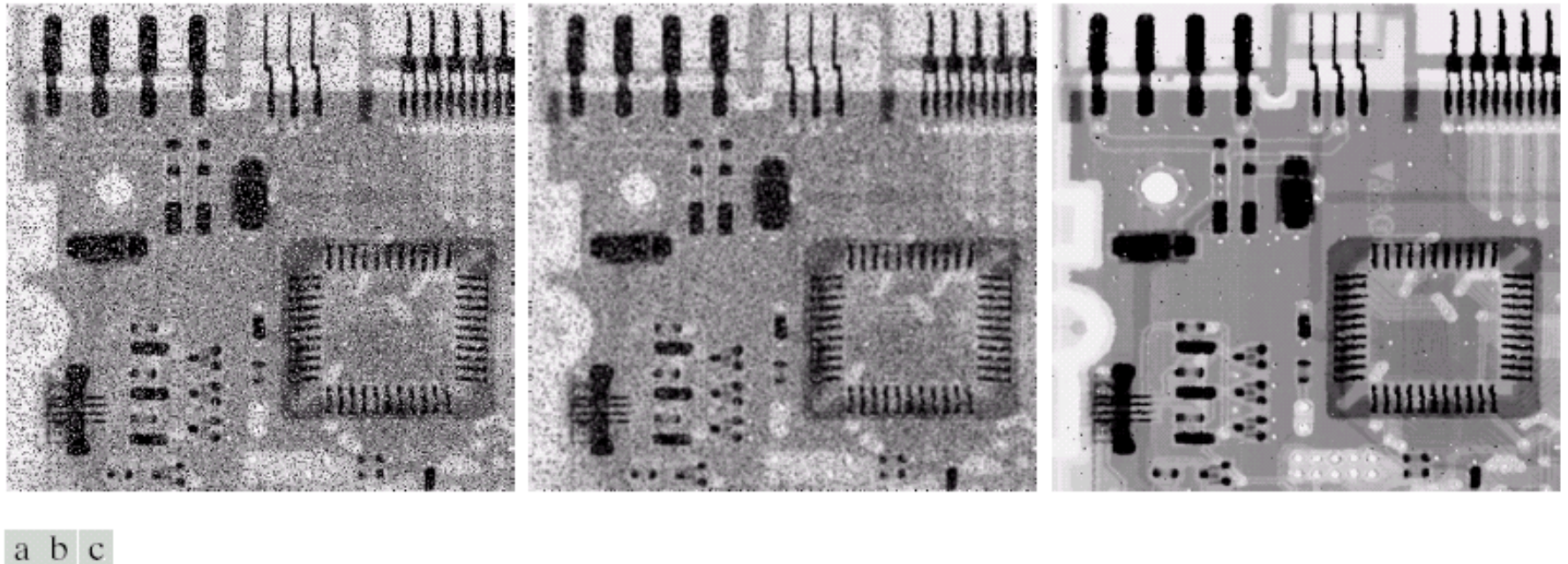


Bruit gaussien



Filtre moyenneur  $N=5$

# Suppression du bruit - exemples



**FIGURE 3.37** (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a  $3 \times 3$  averaging mask. (c) Noise reduction with a  $3 \times 3$  median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

# Filtre non linéaire

- Filtre *max*

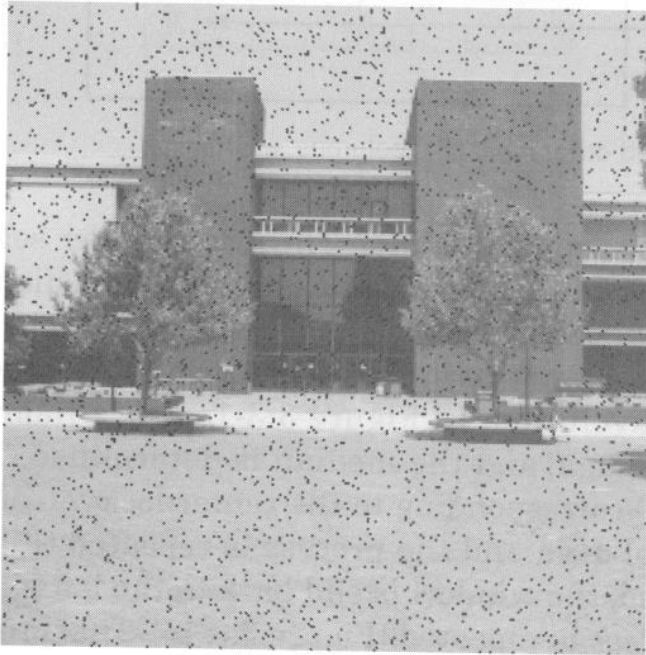
$$R(x,y) = \max\{ I(x+i,y+j) \mid i=-1,0,1, j=-1,0,1 \}$$

- *Sélectionne les points clairs*
  - Utile pour éliminer le "poivre"

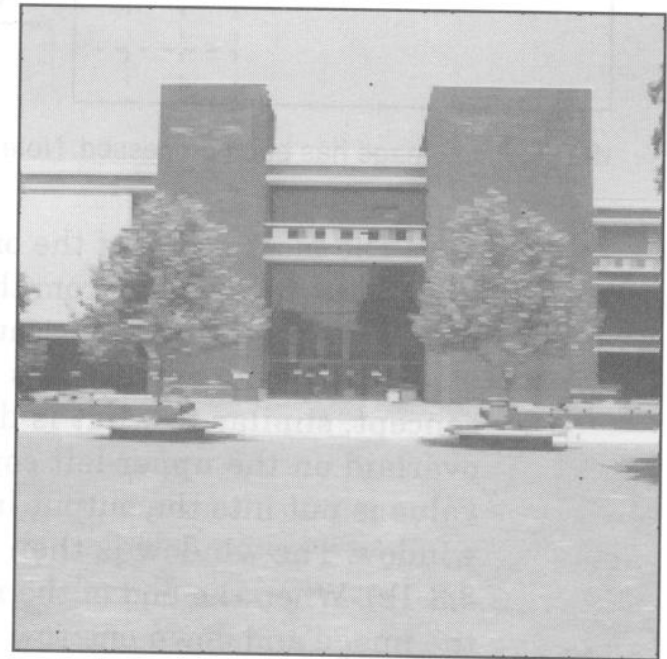


# Filtre non linéaire

- Filtre *max*



c. Image with pepper noise; probability of pepper = .04.



d. Result of maximum filtering image (c); mask size =  $3 \times 3$ .

# Filtre non linéaire

- Filtre *min*

$$R(x,y) = \min\{ I(x+i,y+j) \mid i=-1,0,1, j=-1,0,1\}$$

- *Sélectionne les points sombres*
  - Utile pour éliminer le "sel"



# Filtre non linéaire

- Filtre *min*



a. Image with salt noise; probability of salt = .04.



b. Result of minimum filtering image (a); mask size =  $3 \times 3$ .