

试卷评分标准

(期中考试, 2025 年 4 月 19 日)

一. 填空选择题 (14 分)

每空 2 分, 填写内容与正确答案一致即得 2 分, 否则不得分.

二. 统计模型的选择 (16 分)

试题溯源: 教材 P.68 (分位数-分位数图)

(4 分) 描述分布特点:

- 描述直方图的特点, 合理即可: 3 分;
- 描述 Q-Q 图的特点, 合理即可: 1 分.

(2 分) 总体分布选择:

- 伽马分布: 2 分. (其他分布酌情给分)

(2 分) 选择统计模型:

- 伽马模型: 2 分. (其他模型酌情给分)

(8 分) 讨论充分完全统计量:

- 写出所选统计模型下样本的联合密度函数: 4 分;
- 利用指数族等方法给出充分完全统计量: 4 分.

三. 均匀分布 (20 分)

试题溯源: 教材 P.78 (例 2.6.11)、P.83 (例 2.7.6)、P.117 (例 3.3.6)

(6 分) 极小充分统计量:

- 利用因子分解定理说明充分统计量: 3 分;
- 利用极小充分统计量判定定理说明极小充分统计量: 3 分.

(5 分) 完全统计量:

- 明确完全统计量的定义: 1 分;
- 探寻辅助统计量的构造: 1 分;
- 能够构造函数说明不是完全统计量: 3 分.

(5 分) 最大似然估计:

- 写出似然函数: 3 分;
- 给出最大似然估计的形式: 2 分.

(4 分) 最大似然估计的相合性:

- 分别证明样本最小值和样本最大值的相合性结果: 3 分;
- 说明最大似然估计作为二者的线性组合是相合的: 1 分.

四. 多项分布 (25 分)

试题溯源: 教材 P.118 (例 3.3.8)

(6 分) 矩估计:

- 给出正确的矩估计: 2 分;
- 验证其为无偏估计: 2 分;
- 给出估计值: 2 分.

(6 分) 最大似然估计:

- 给出正确的 MLE: 2 分;
- 验证其为无偏估计: 2 分;
- 给出估计值: 2 分.

(6 分) UMVUE:

- 证明充分完全统计量: 3 分;
- 利用 L-S 定理得到 UMVUE: 3 分.

(7 分) 达到 C-R 下界:

- 直接计算.
 - 计算 UMVUE 的方差: 3 分;
 - 计算 C-R 下界: 3 分;
 - 说明达到 C-R 下界: 1 分.
- 直接正确说明 C-R 不等式取等号的条件: 7 分

五. 贝叶斯方法 (25 分)

(7 分) 方差的边际后验分布:

- 似然函数 (样本的联合密度函数): 2 分;
- 贝叶斯公式的思想与计算: 2 分;
- 明确需要将均值积分掉才能计算: 1 分;
- 正确计算出方差的边际后验分布: 2 分.

(4 分) 方差的后验期望估计:

- 知道期望计算公式: 1 分;
- 明确逆伽马分布的期望: 1 分;
- 正确给出后验期望估计形式及其值: 2 分.

(6 分) 均值的置信区间:

- 构造合适的枢轴变量并给出其分布: 3 分;
- 给出区间形式及数值结果: 3 分.

(6 分) 均值的可信区间:

- 明确需要将方差积分掉才能计算: 1 分;
- 正确计算出均值的边际后验分布: 3 分;

- 由此给出均值的可信区间及其数值结果: 2 分.

(2 分) 解释置信区间和可信区间的不同:

- 置信区间: 覆盖参数真值的频率约为 0.95 (大量重复试验);
- 可信区间: 参数落在区间的概率为 0.95 (一次试验后).