

一. (20分) 设从总体

X	0	1	2
P	$(1 - \theta)/3$	$1/3$	$(1 + \theta)/3$

(其中 $-1 < \theta < 1$ 为未知参数) 中抽取的一个简单样本 X_1, \dots, X_n , 试

- (1) 求 θ 的充分统计量, 其是否为完全统计量?
- (2) 求 θ 的矩估计 $\tilde{\theta}$ 和最大似然估计 $\hat{\theta}$, 是否为无偏估计?

二. (20分) 一个移动通讯公司随机抽取了其900个包月客户, 计算得知他们一个月平均使用时间是220分钟, 样本标准差是90分钟. 假设使用时间服从正态分布.

- (1) 求包月客户平均使用时间和标准差的 95% 置信区间, 并解释所得区间的含义.
- (2) 如果要求客户平均使用时间的 95% 置信区间的长度不超过5分钟, 应至少抽取多少个客户? 该公司的抽样规模是否满足要求?

三. (20分) 下表统计了某铁路局 122 个扳道员五年内由于操作失误引起的严重事故情况. 其中 r 表示一扳道员某五年内引起严重事故的次数, s 表示扳道员人数. 假设扳道员由于操作失误在五年内所引起的严重事故的次数服从Poisson分布. 求

r	0	1	2	3	4	5	≥ 6
s	44	42	21	9	4	2	0

- (1) 一个扳道员在五年内未引起严重事故的概率 p 的最小方差无偏估计 \hat{p}_1 和最大似然估计 \hat{p}_2 .
- (2) p 的一个(渐近)95%水平的置信上界.

四. (15分) 设 X_1, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(1, \sigma^2)$ 一组简单样本, $\sigma^2 > 0$ 为参数. 试

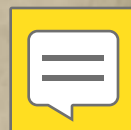
- (1) 求 σ^2 的最小方差无偏估计 $\hat{\sigma}^2$, 其是否达到Cramer-Rao下界?
- (2) 给出一个比最小方差无偏估计 $\hat{\sigma}^2$ 在均方误差准则下更优的估计.

五. (25分) 设 X_1, \dots, X_n 为来自如下指数总体的简单样本, 总体密度函数为

$$f(x|a) = e^{-(x-a)} I(x \geq a), -\infty < a < 1$$

其中 a 为未知参数. 试

- (1) 求 a 的最大似然估计, 并讨论其相合性和极限分布.
- (2) 证明 $T = X_{(1)}$ 为 a 的充分统计量但不是完全统计量.
- (3) 求 a 的最小方差无偏估计.



附表: 上分位数

$$u_{0.025} = 1.960, \quad u_{0.05} = 1.645, \quad \chi_{899}^2(0.025) = 984, \quad \chi_{899}^2(0.975) = 817.8.$$