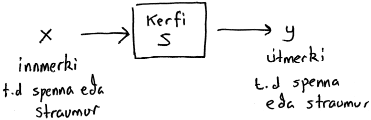
Greining Rása

Jafngildisrásir

Ólafur Bjarki Bogason

1. febrúar 2021

Línuleg kerfi/rásir



- Samband innmerkis og útmerkis er stundum skrifað $y = S(x)$
- Tvö innmerki x_1 og x_2; Tvö samsvarandi útmerki $y_1 = S(x_1)$ og $y_2 = S(x_2)$
- Fyrir **línuleg kerfi** gildir

$$\boxed{\alpha y_1 + \beta y_2 = S(\alpha x_1 + \beta x_2)}$$

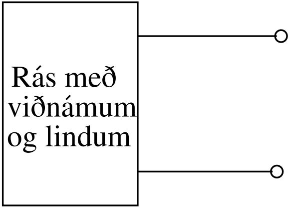
fyrir alla stuðla α og β

- Dæmi um línuleg kerfi eru viðnám, þéttar og spólur

Samlagningareiginleiki

- Rás sem samanstendur af viðnámum, þéttum, spólum, stýrðum lindum er línuleg rás/kerfi
- Í línulegri rás með fleiri en einni óháðari lind, þá má reikna útmerki (spennu eða straum) í rás með því að leggja saman tillegg óháðu lindanna hverrar fyrir sig þegar hinar lindirnar eru núllstilltar.

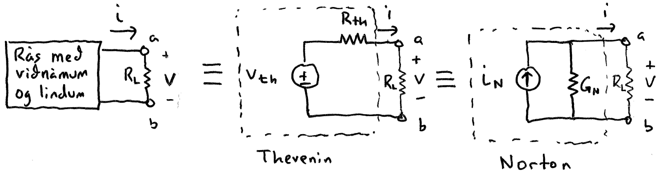
Reglur Thevenin og Norton



- Tveggja póla rásir (tvípólar) eru kallaðar jafngildar miðað við pólana (a-b) ef sami straumur streymir inn í báðar rásir þegar sama spenna er á milli pólanna; eða öfugt.
- Dæmi um slíkar jafngildisrásir eru jafngildisviðnám fyrir hliðtengingar og raðtengingar viðnáma.

Reglur Thevenin og Norton

- Thévenin og Norton sýndu fram á að rás sem inniheldur línuleg viðnám og lindir (spennu eða straum, stýrðar eða óháðar) hefur jafngildisrásir á forminu:



- Til að finna v_{Th}, R_{Th}, i_{N} og R_{N} höfum við rásirnar fyrst ótengdar (ytra viðnám $R_L = \infty$). Þá er augljóst að $i = 0$ og spennurnar V_{oc} eru þær sömu.
- Köllum spennuna V_{oc} **tómgangsspennuna**. Sjáum að

$$\boxed{V_{\mathrm{oc}} = V_{\mathrm{Th}} = I_{\mathrm{N}} R_{\mathrm{N}}}$$

Reglur Thevenin og Norton

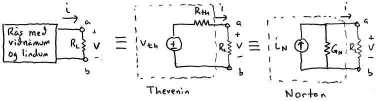
- Síðan skammhleypum við milli pólanna a og b (ytra viðnám $R_L = 0$). Þá er $v = 0$ og straumurinn I_{sc} rennur frá a til b
- Köllum strauminn I_{sc} **skammhlaupsstraum**
- Sjáum að

$$\boxed{I_{\text{sc}} = I_{\text{N}} = \frac{V_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}}}}$$

- Berum saman ofangreindar jöfnur og sjáum að

$$\boxed{R_{\text{Th}} = R_{\text{N}} \equiv R_{eq}}$$

Reglur Thevenin og Norton

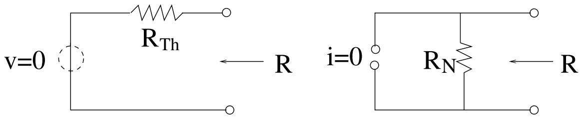


1. Spennulindin í Thévenin-rásinni er tómgangsspenna rásarinnar $V_{\mathrm{Th}} = V_{\mathrm{oc}}$
2. Straumlindin í Norton-rásinni er skammhlaupsstraumur rásarinnar $I_{\mathrm{N}} = I_{\mathrm{sc}}$
3. Raðtengda viðnámið í Thévenin-rásinni er jafnstórt og hliðtengda viðnámið í Norton-rásinni $R_{\mathrm{Th}} = R_{\mathrm{N}}$. Það er oft kallað **útgangsviðnám** R_o og stundum **jafngildisviðnám** R_{eq}
4. Lögmál Ohms tengir saman tómgangs- spennuna, skammhlaupsstrauminn og útgangsviðnámið

$$V_{\mathrm{oc}} = I_{\mathrm{sc}} R_{\mathrm{Th}} = I_{\mathrm{sc}} R_{\mathrm{N}}$$

Reglur Thevenin og Norton

- Einnig sjáum við að ef spennulindin í Thévenin-rásinni er núllstillt (skammhlaup) þá er R_{Th} það viðnám sem við sjáum á milli pólanna
- Sama gildir um Norton rásina; ef straumlindin er núllstillt (opin rás) þá er R_{N} það viðnám sem við sjáum á milli pólanna



Reglur Thevenin og Norton

Fyrir hvaða rás sem er (viðnám og lindir) má finna jafngildis útgangsviðnám:

1. Núllstilla allar óháðar lindir
   - setja skammhlaup fyrir spennulind
   - opna rás fyrir straumlind
2. Finna jafngildisviðnám milli pólanna.
   Algengasta leiðin er að setja 1 A prufustraum inn á rásina (milli pólanna) og finna hver spennan verður á milli pólanna. Sú spenna er þá tölulega jafnstór og jafngildisviðnámið, þ.e

$$R_{\mathrm{Th}} = \frac{V_{\mathrm{o}}\ [\mathrm{V}]}{1\ [\mathrm{A}]} = V_{\mathrm{o}}\ [\Omega]$$

Reglur Thevenin og Norton

- Til að finna Thévenin- og Norton-jafngildisrásir fyrir tiltekna rás er nægilegt að finna tvær af stærðunum þremur R_{Th}, V_{oc} og I_{sc}.
- Athuga ber að Thévenin- og Norton- jafngildisrásir eru aðeins jafngildar miðað við pólana (a og b); þær segja ekkert um hvað gerist inni í rásinni, t.d. afltöp.

Reglur Thevenin og Norton

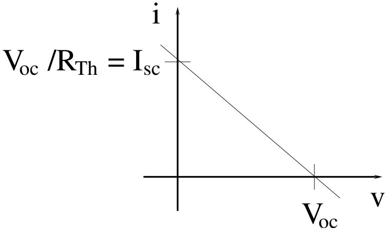
Skoðum nú $I - V$ kennilínur Thévenin- og Norton-rásanna.

Spennan v í Thévenin-rásinni fæst samkvæmt KVL:

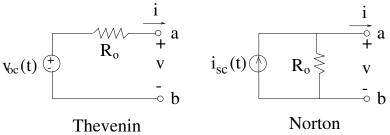
$$v = V_{\mathrm{oc}} - iR_{\mathrm{o}}$$

$$\boxed{i = -\frac{1}{R_{\mathrm{o}}}v + \frac{V_{\mathrm{oc}}}{R_{\mathrm{o}}} = -\frac{1}{R_{\mathrm{o}}}v + I_{\mathrm{sc}}}$$

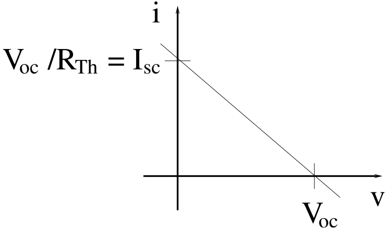
sem fæst einnig með KCL út frá Norton-rásinni.



Reglur Thevenin og Norton

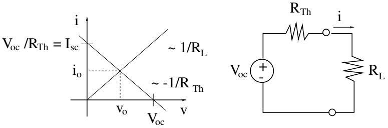


Kennilínan er því bein lína með hallatölu $-1/R_\mathrm{o}$ og skurðpunkt við i–ás í $i = I_\mathrm{sc}$.



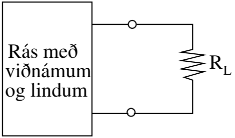
Reglur Thevenin og Norton

Tengjum viðnám milli pólanna á Thévenin- rásinni og teiknum $i - v$ kennilínu viðnámsins inn á sömu mynd og $i - v$ kennilínu Thévenin rásarinnar.



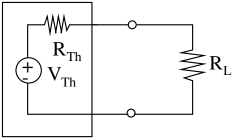
Skurðpunktur línanna segir til um þá spennu og þann straum sem uppfyllir skilyrði beggja rásahluta og er hann jafnframt eina lausnin $(v_\mathrm{o}, i_\mathrm{o})$.

Hámarksaflflutningur

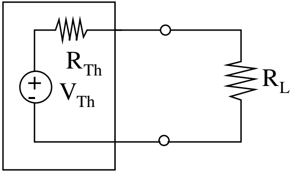


Hvernig á að velja R_L til að hámarka aflið í R_L ?

Finnum fyrst Thévenin-jafngildisrás fyrir rásina. Finnum síðan aflið í R_L, $P_L(t)$, sem fall af R_L.



Hámarksaflflutningur



Með spennudeilingu fæst að

$$v_{\mathrm{o}}(t) = V_{\mathrm{Th}}(t)\frac{R_L}{R_{\mathrm{Th}} + R_L}$$

og alfið í R_L er

$$P_L(t) = \frac{v_{\mathrm{o}}^2(t)}{R_L} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2(t)}{R_L}\frac{R_L^2}{(R_{\mathrm{Th}} + R_L)^2} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2(t)R_L}{(R_{\mathrm{Th}} + R_L)^2}$$

Diffrum með tilliti til R_L og setjum diffurkvótann núll

$$\frac{\partial P_L(t)}{\partial R_L} = 0$$

Hámarksaflflutningur

$$V_{\mathrm{Th}}^2 \frac{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^2 - R_L 2(R_L + R_{\mathrm{Th}})}{(R_L + R_{\mathrm{Th}})^4} = 0$$

eða

$$R_L^2 + 2R_L R_{\mathrm{Th}} + R_{\mathrm{Th}}^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{\mathrm{Th}} = 0$$

eða

$$R_{\mathrm{Th}}^2 - R_L^2 = 0$$

og

$$R_{\mathrm{Th}} = R_L$$

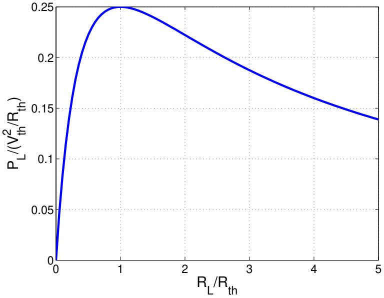
Hámarksaflflutningur

Hámarksaflið verður þá

$$(P_L(t))_{\max} = \frac{v_{\mathrm{o}}^2}{R_L} = \frac{V_{\mathrm{Th}}^2}{4R_{\mathrm{Th}}}$$

kallað mesta fánlegt afl og það er fáanlegt aðeins ef **álagsviðnámið** R_L er **aðhæft** að rásinni.

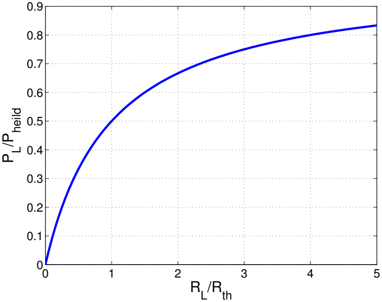
Hámarksaflflutningur



- Getum endurritað

$$\frac{P_L}{V_{\mathrm{Th}}^2/R_{\mathrm{Th}}} = \frac{R_{\mathrm{L}}/R_{\mathrm{Th}}}{(1 + R_{\mathrm{L}}/R_{\mathrm{Th}})^2}$$

Aflnýtni



- Aflnýtni er afl sem eyðist í álagi deilt með heildarafli sem flutt er til rásar

$$\frac{P_L}{P_{heild}} = \frac{I^2 R_L}{I^2(R_L + R_{Th})}$$

$$= \frac{R_L}{R_L + R_{Th}}$$