Greining Rása

Kerfisjöfnur

Ólafur Bjarki Bogason

4. mars 2021

Inngangur

- Rafmagnsrás er mynduð úr samtengingu rásaeininga
- Þessar rásaeiningar hlíta lögmálum Kirchoffs:
  - KVL: Summa allra spennufalla eftir lokaðri leið í rás er núll
  - KCL: Summa allra strauma inn í hnútpunkt er núll
- Með því að beita lögmálum Kirchoffs á almennar rásir fáum við **kerfisjöfnur** sem eru almennt **tegur-diffurjöfnur** (e. integro differential equation)

Inngangur

- Hafi rásin fleiri en einn hnútpunkt eða möskva, þá fæst fleiri en ein tegur-diffurjafna; þessar jöfnur þarf að leysa saman
  - Viðnámsrásir eru bara sértilfelli af þessum almennu rásum
  - **Þegar orkugeymandi rásaeiningar (þéttar og spólur) bætast við breytast jöfnurnar úr venjulegum algebrískum jöfnum í tegur-diffurjöfnur**
- Almennt gildir að fyrir rás sem inniheldur n orkugeymandi rásaeiningar verður hæsti diffurkvótinn af gráðu n.
- Þá er talað um $n-$**tu gráðu rás** (kerfi)

Virkjatáknun

- Til að geta höndlað tegur-diffurjöfnur eins og algebrískar jöfnur (þó ekki leyst þær) skilgreinum við virkjann p, diffurvirkjann

  $$\boxed{p \equiv \frac{d}{dt}}$$

  Þá er

  $$\boxed{pf = \frac{df}{dt}}$$

- Diffrum n sinnum

  $$\boxed{p^n f = \frac{d^n f}{dt^n}}$$

Virkjatáknun

- Við skilgreinum $1/p$ sem tegrun

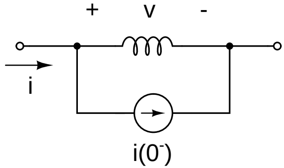
$$\boxed{\frac{1}{p}f \equiv \int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau}$$

ef $f = 0$ fyrir $t < 0$ þá

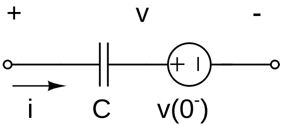
$$\frac{1}{p}f \equiv \int_{0-}^{t} f(\tau)d\tau$$

Virkjatáknun

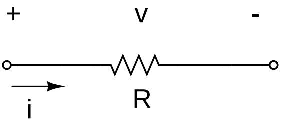
- Eins og áður þá gerum við ráð að það kveikni á rásunum okkar við tímann $t = 0$ og notum lindir til að tákna byrjunargildi í þéttum og spólum



$$v = Lpi \quad \text{og} \quad i = \frac{1}{Lp}v + i(0^-)$$



$$v = \frac{1}{Cp}i + v(0^-) \quad \text{og} \quad i = Cpv$$



$$v = iR \quad \text{og} \quad i = \frac{1}{R}v$$

Samviðnám

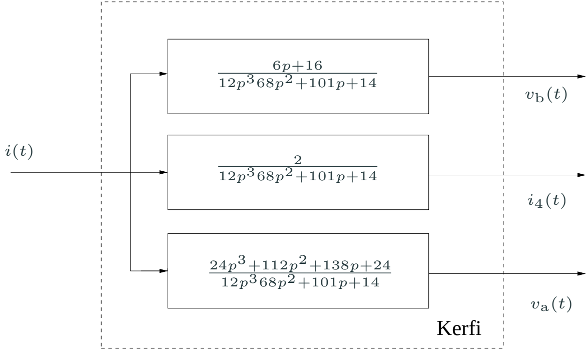
- Lögmál Kirchoffs gilda alveg jafnt um rásir sem innihalda orkugeymandi rásaeiningar eins og um rásir sem innihalda eingöngu viðnám og lindir
- Til að setja upp hnútpunkta- eða möskvajöfnur fyrir tiltekna rás beitum við lögmálum Kirchoffs
- Með því að nota $p-$virkja táknunina fáum við jöfnurnar á snyrtilegu og samþjöppuðu formi

$\Longrightarrow$ Dæmi 9.7.

- Í ofangreindu dæmi má líta á $i(t)$ sem **innmerki** og v_{a}, v_{b}, og i_4 sem **útmerki**

Samviðnám

- Sýnum þetta með kassamynd



- Það sem stendur í hverjum kassa fyrir sig kallast **yfirfærslufall** og er táknað með $H(p)$

Samviðnám

- Yfirfærsluföll tengja innmerki og útmerki

$$\text{yfirfærslufall} \times \text{innmerki} = \text{útmerki}$$

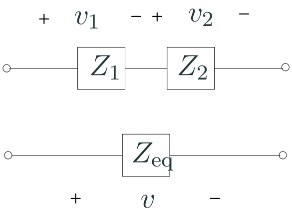
- Ef útmerkið er spenna og innmerkið er straumur þá hefur rásafallið eininguna Ω og kallast **samviðnám** (e. impedance)
- Við notum táknið $Z(p)$ fyrir samviðnám og
- Ef innmerkið er spenna og útmerkið er straumur þá hefur rásafallið eininguna $\mho$ og kallast samleiðni (e. admittance)
- Við notum táknið $Y(p)$ fyrir samleiðni

Samviðnám

	viðnám	þéttir	spóla
$Z(p)$	R	$\frac{1}{Cp}$	Lp
$Y(p)$	$\frac{1}{R}$	Cp	$\frac{1}{Lp}$

- Sjáum að
$$Z(p) = \frac{1}{Y(p)}$$
- Sýna má fram á að samviðnám $Z(p)$ hlíta sömu reglum og viðnám R varðandi raðtengingu, hliðtengingu o.þ.h.

Samviðnám



- Hér er

$$v = v_1 + v_2$$

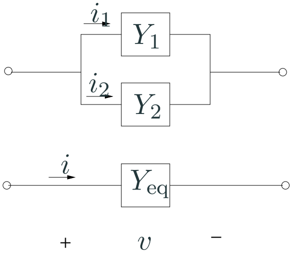
og

$$v = (Z_1(p) + Z_2(p))i = Z_{\text{eq}}(p)i$$

eða

$$Z_{\text{eq}} = (Z_1(p) + Z_2(p))$$

Samviðnám



- Hér er

$$i = i_1 + i_2$$

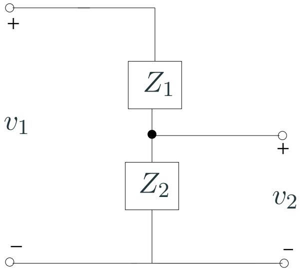
og

$$i = (Y_1(p) + Y_2(p))v = Y_{\mathrm{eq}}(p)v$$

eða

$$Y_{\mathrm{eq}} = (Y_1(p) + Y_2(p))$$

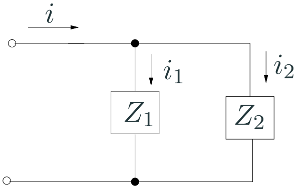
Samviðnám



- Eins gildir spennudeilingarformúlan

$$v_2 = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} v_1$$

Samviðnám



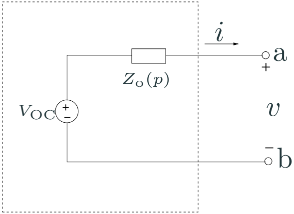
- Eins gildir straumdeilingarformúlan

$$i_2 = \frac{Z_1(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} i$$

Kerfisjöfnur

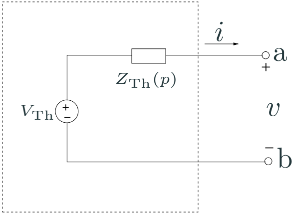
- Kerfisjafna er diffurjafna sem tengir háðu (óþekktu) breyturnar við lindirnar í rásinni
- Skrifum jöfnurnar venjulega þannig að hæsti diffurkvóti sé fyrstur og hafi stuðulinn 1

Thévenin- og Norton rásir með $p-$virkjanum



- Við getum fundið Thévenin- og Norton jafngildisrásir fyrir rásir sem innihalda þétta og spólur eins og fyrir venjulegar viðnámsrásir
- Munurinn er sá að nota verður $p-$virkja samviðnám
- Tómgangsspenna, skammhlaupsstraumur og útgangsviðnám verða þá föll af $p-$virkjanum

Thévenin- og Norton rásir með $p-$virkjanum



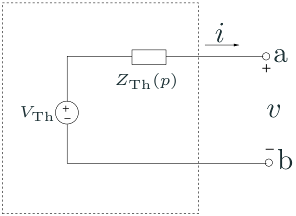
- Spennu-straumkennilínan (fyrir pólana) fyrir einhverja rás er á forminu

$$\boxed{i = \frac{V_{\mathrm{Th}}}{Z_{\mathrm{Th}}} - \frac{1}{Z_{\mathrm{Th}}} v}$$

eða

$$\boxed{v = V_{\mathrm{Th}} - Z_{\mathrm{Th}} i}$$

Thévenin- og Norton rásir með $p-$virkjanum



- Með lögmálum Kirchhoffs getum við alltaf fundið hnútpunktajöfnu fyrir eftri pólinn (a) á forminu

$$\boxed{v = \sum_{j=1}^{n} ((\mathrm{virki}j)(\mathrm{innri\ lind}j)) - (\mathrm{virki}\phi)i(t)}$$

þar sem n er fjöldi innri linda

Thévenin- og Norton rásir með $p-$virkjanum

Samanburður gefur að

$$\boxed{V_{\mathrm{Th}} = \sum_{j=1}^{n} ((\mathrm{virki}j)(\mathrm{innri\ lind}j))}$$

og

$$\boxed{Z_{\mathrm{Th}} = (\mathrm{virki}\phi)}$$