

Greining Rása

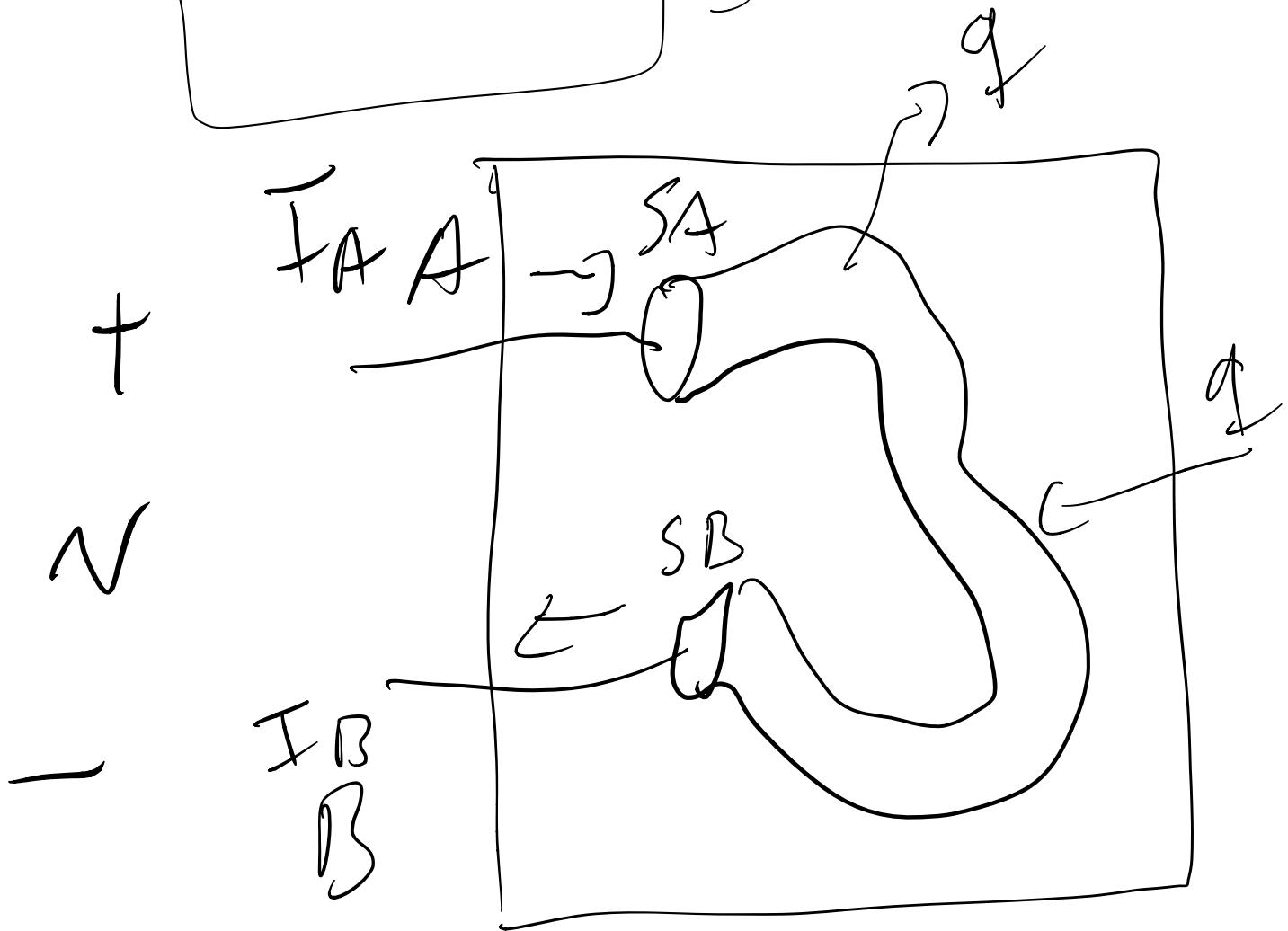
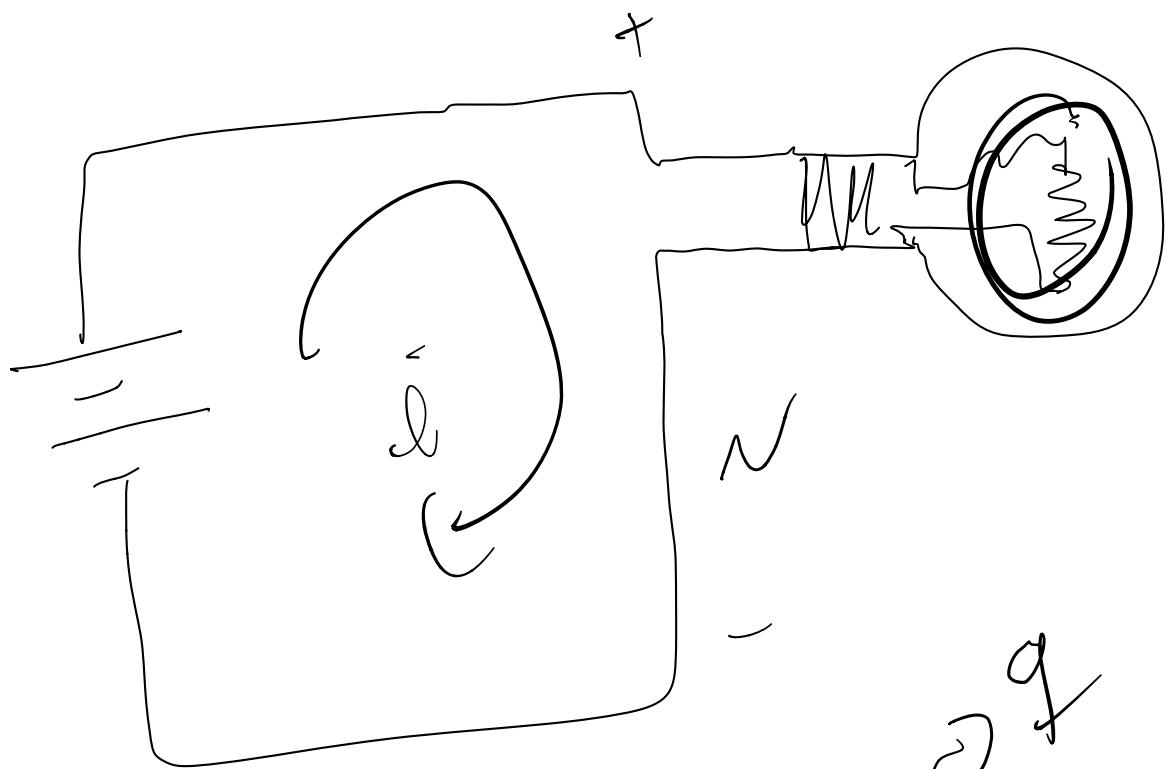
Grunnhugtök

Ólafur Bjarki Bogason

11. janúar 2021

Inngangur

- Verkfræði snýst um að nýta lögmál nátturunnar til að **byggja** nytsamleg kerfi
- Rafmagnsverkfræði snýst í megindráttum um kerfi sem
 - Framleiða og flytja afl, t.d. raforkukerfi
 - Meðhöndla og flytja upplýsingar, t.d. snjallsímar
- Rafmagnsverkfræðingar hafa tekið þátt í að skapa..
 - Rafmagnsmótorinn
 - Raforkukerfi
 - Ljósaperuna
 - Hálfleiðartækni
 - Fjarskiptakerfi
 - ...



$$\int_S \mathbf{J} d\mathbf{S} - \int_{S'} \mathbf{J} d\mathbf{S} = \frac{dq}{dt}$$

Below the equation, there are two wavy lines, one under S_A and one under S_B .

I_A \mathcal{F}_B

$$I_A = \mathcal{F}_B$$

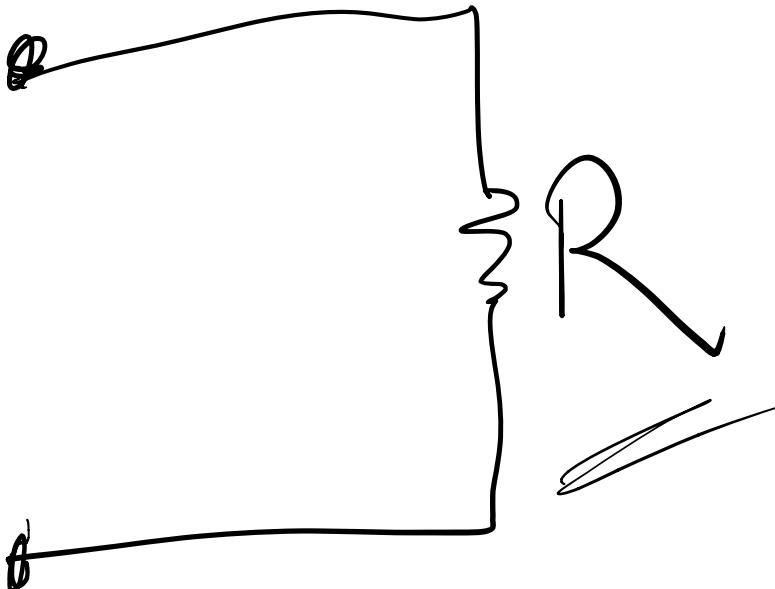
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

i

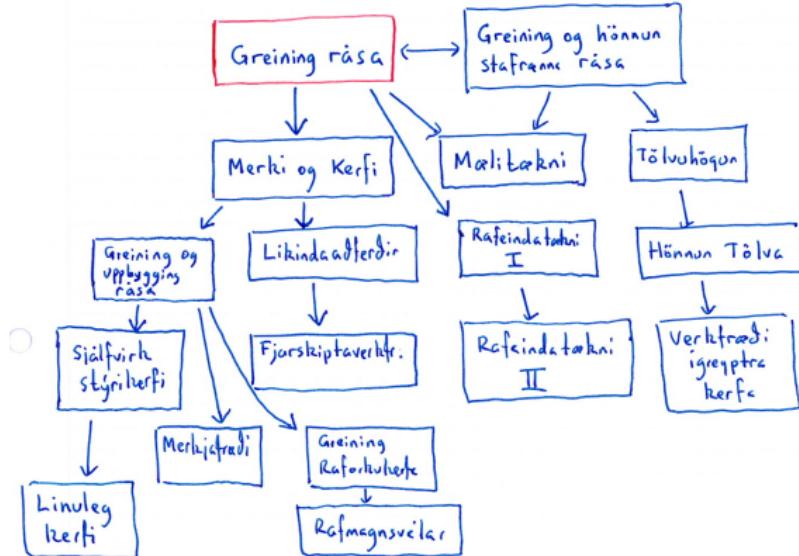
+

✓

-



Inngangur



- Greining Rása er fyrsta námskeiðið í rafmagnsverkfræði
- Greining Rása er hagnýting á lögmálum rafsegulfræðinnar

Einingar

- Við notum SI einingakerfið

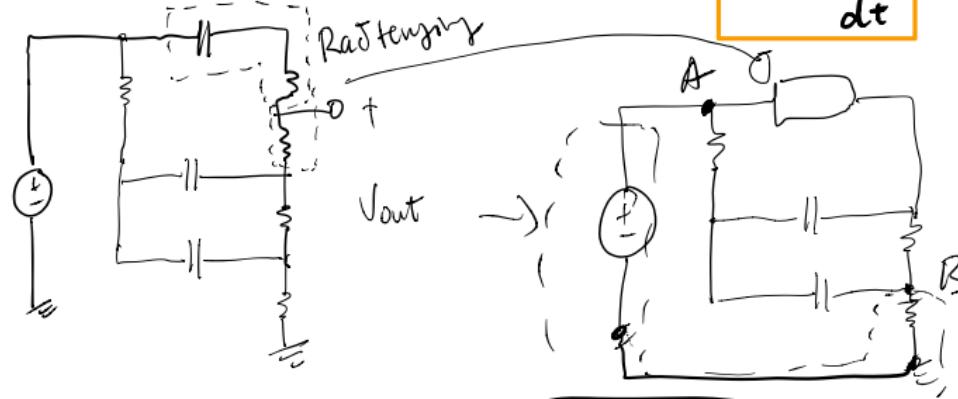
TABLE 1.1 The International System of Units (SI)

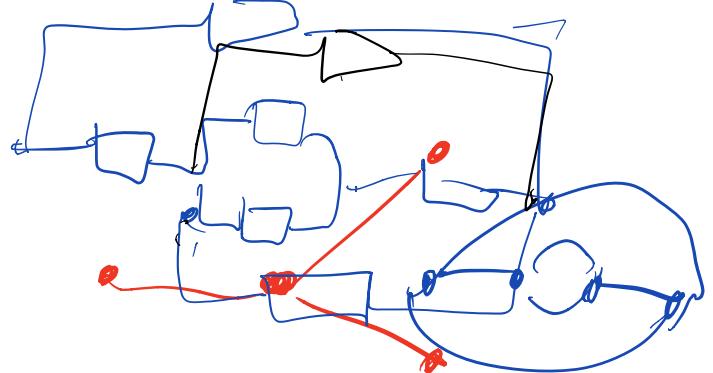
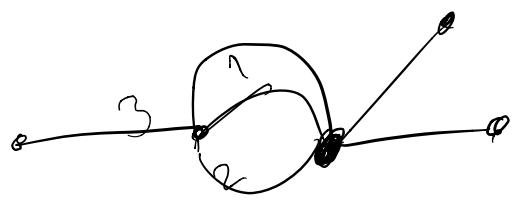
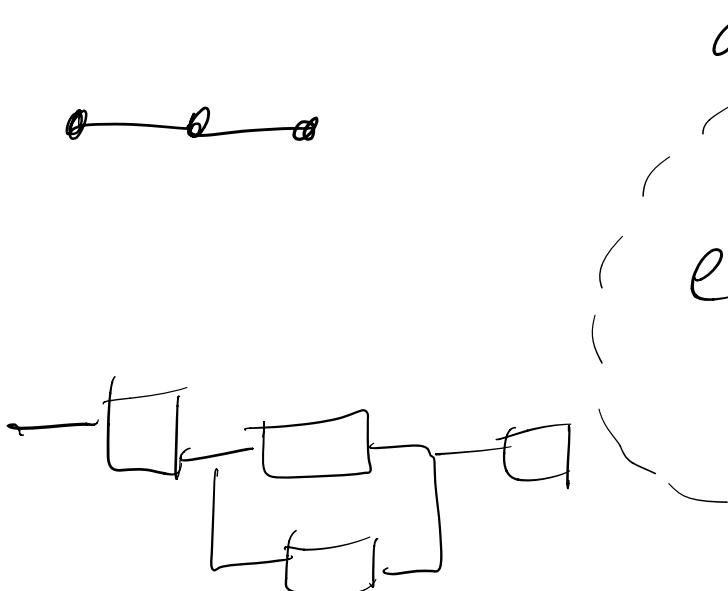
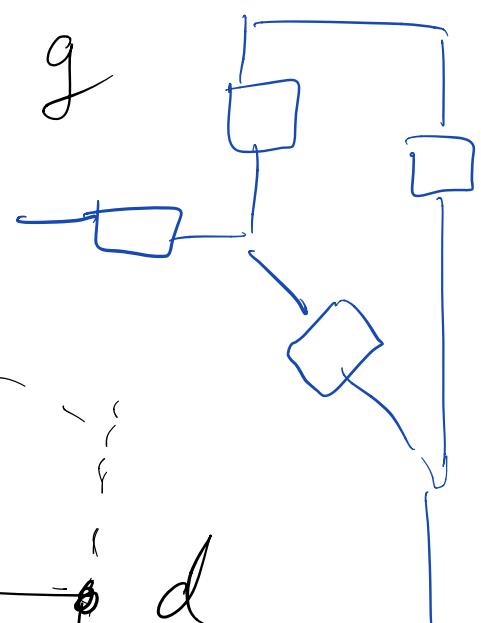
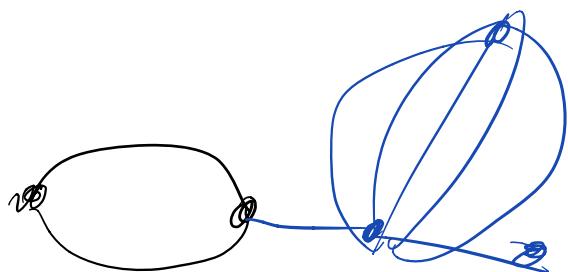
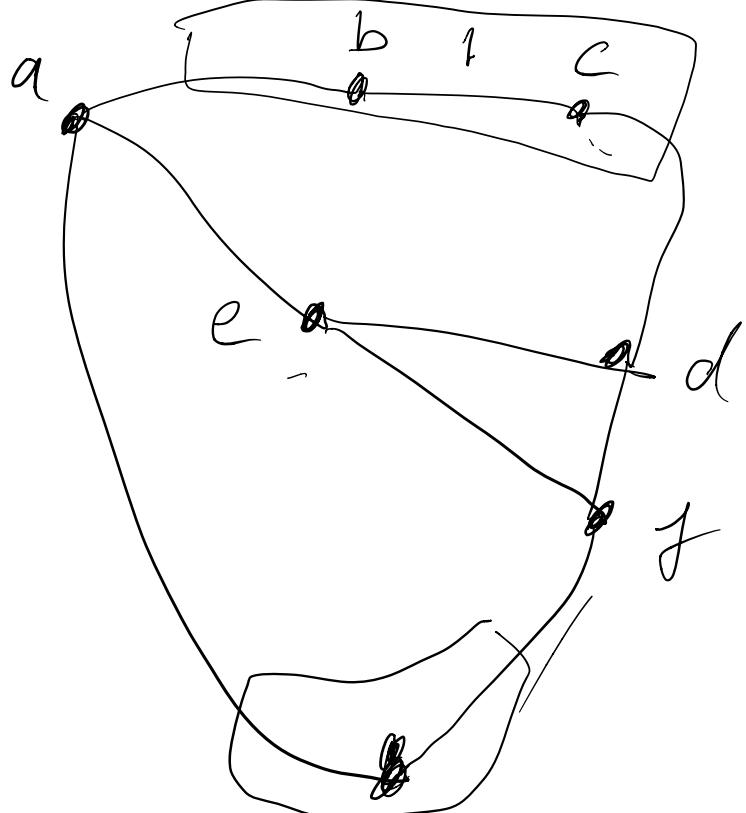
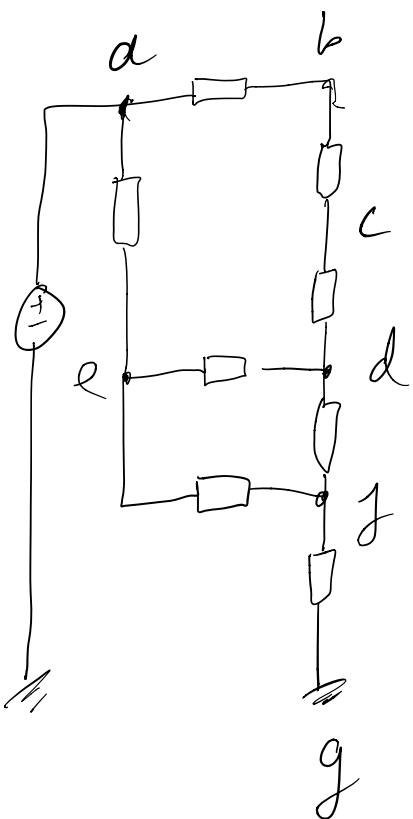
Quantity	Basic Unit	Symbol
Length	meter	m
Mass	kilogram	kg
Time	second	s
Electric current	ampere	A
Thermodynamic temperature	degree kelvin	K
Amount of substance	mole	mol
Luminous intensity	candela	cd

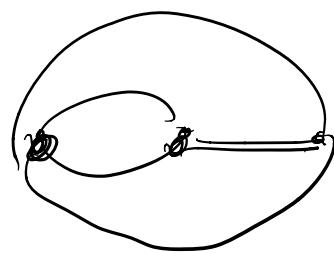
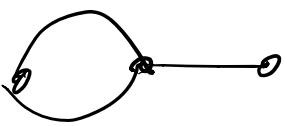
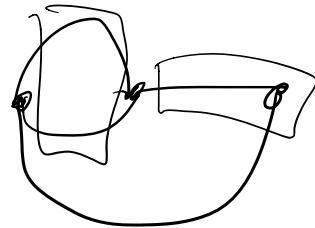
TABLE 1.2 Derived Units in SI

Quantity	Unit Name (Symbol)	Formula
Frequency	hertz (Hz)	s^{-1}
Force	newton (N)	$kg \cdot m/s^2$
Energy or work	joule (J)	$N \cdot m$
Power	watt (W)	J/s
Electric charge	coulomb (C)	$A \cdot s$
Electric potential	volt (V)	J/C
Electric resistance	ohm (Ω)	V/A
Electric conductance	siemens (S)	A/V
Electric capacitance	farad (F)	C/V
Magnetic flux	weber (Wb)	$V \cdot s$
Inductance	henry (H)	Wb/A

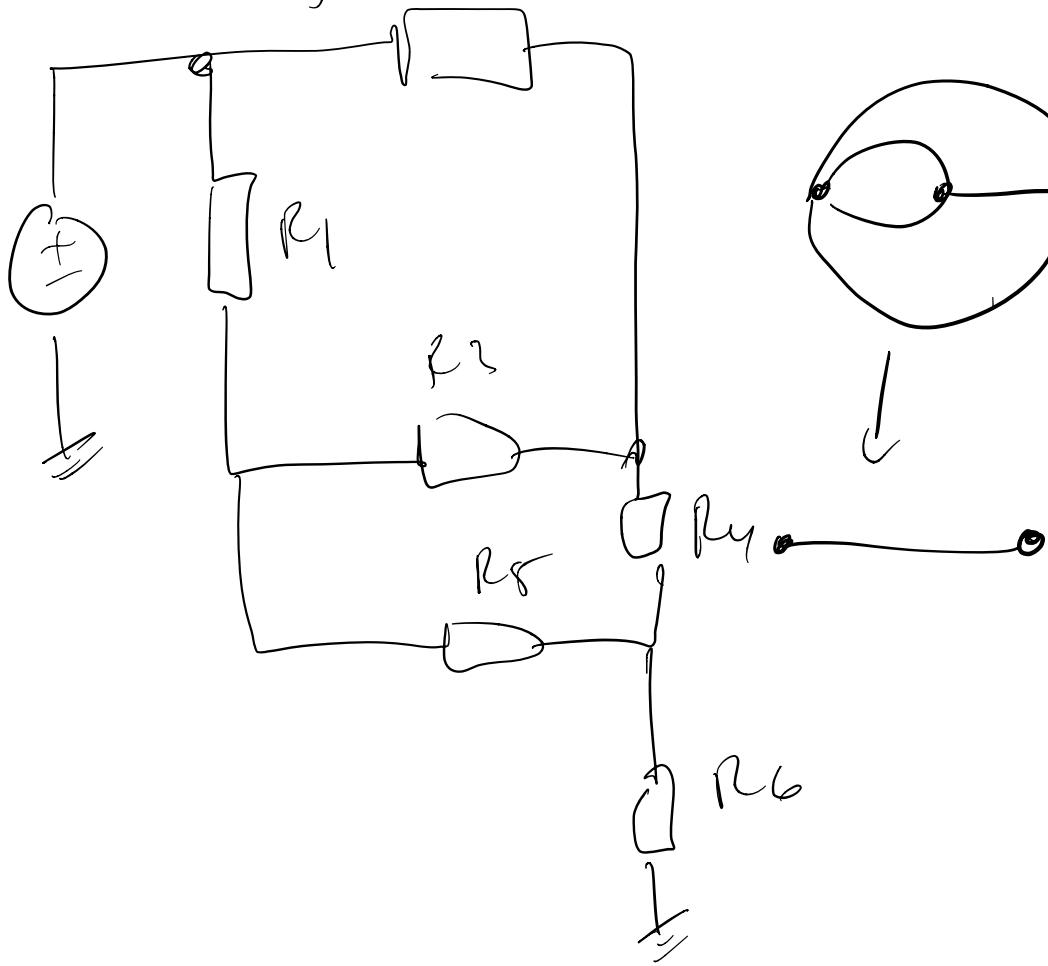
$$\begin{aligned}
 P &= V \cdot i \\
 &= \frac{dw}{dt} \cancel{\frac{dx}{dt}} \\
 &= \frac{dw}{dt}
 \end{aligned}$$





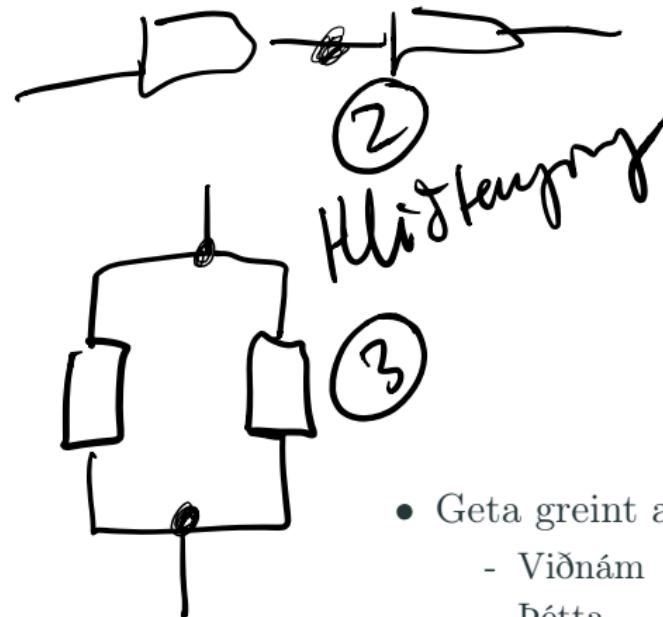


$$i \rightarrow R_2$$



1

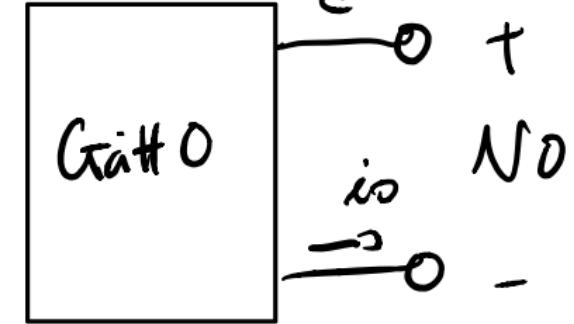
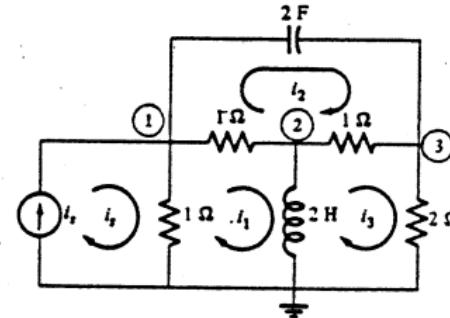
Ræðtugun Markmið



Hljóðfangur

(3)

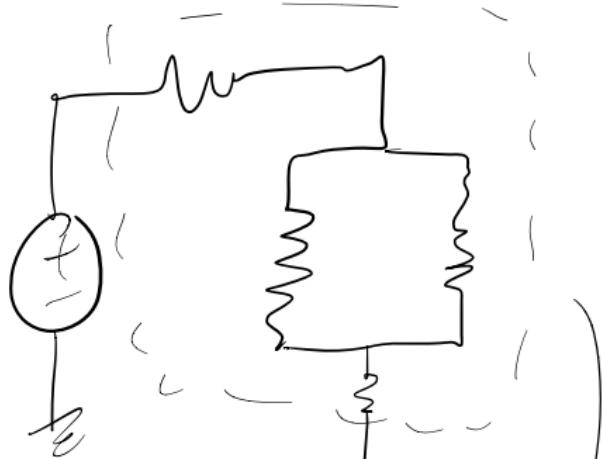
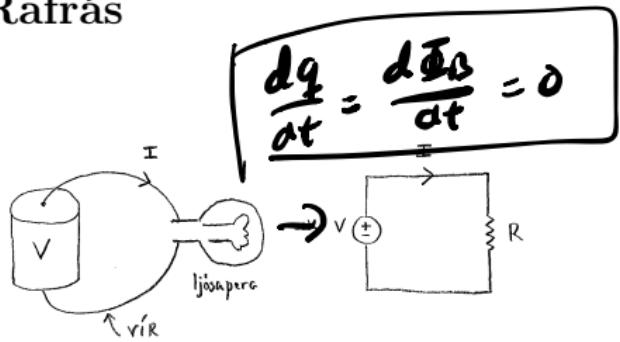
- Geta greint allar spennur og strauma í rás sem inniheldur
 - Viðnám
 - Péttu
 - Spólur
 - Aðgerðamagnara
- Geta notað hjálparforritin MATLAB og LTSpice til að greina rásir



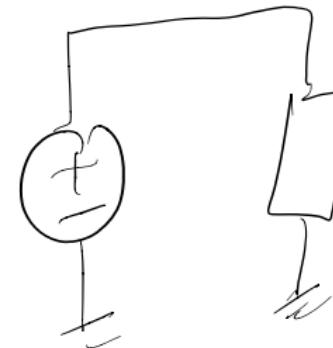
i_o & v_o ?

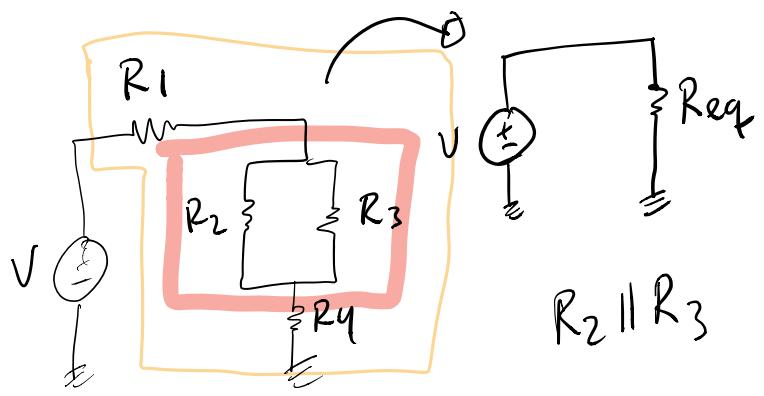
$$P_o = i_o \cdot v_o$$

Grunnhugtök – Rafrás



- **Rafrás** er stærðfræðilegt líkan sem líkir eftir hegðun raunverulegra rafmagnstækja.
- Við notum rafrásina til að svara t.d. hversu mikill straumur fer í gegnum ljósaperuna
- Rafrásir samanstanda af (a) rásaeiningum og (b) tengingum þeirra á milli





$$R_2 \parallel R_3$$

$$\underline{R_{eq} = R_1 + R_2 \parallel R_3 + R_q}$$

Grunnhugtök

- **Hleðsla** er rafeiginleiki rafeinda og róteinda
- Aðskildar jákvæðar og neikvæðar hleðslur þá myndast rafsvið og mættismunur
- Straumur eru hleðslur á hreyingu

Grunnhugtök - Hleðsla

- SI eining er **Coulomb**
- 1 Coulomb samsvarar hleðslu á $6.241 \cdot 10^{18}$ rafeindum
- Hleðsla einnar rafeindar er $-1.6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.
- Varðveisla hleðslunnar: Það er ekki hægt að skapa eða eyða hleðslu, bara flytja
- Við notum táknið $q(t)$ til að tákna hleðslu sem tiltekið efnismagn hefur á hverjum tíma.

Grunnhugtök - Flokkun efna

- **Leiðari** er efni þar sem rafeindir geta flust til nálægra frumeinda tiltölulega auðveldlega
 - Dæmi: Silfur, kopar og aðrir málmar
- **Einangrari** er efni þar sem rafeindir eru fastbundnar frumeindum (ekki lausar til að ferðast).
 - Dæmi: Flest keramik efni (t.d. gler), plast (fjölliður)
- **Hálfleiðari** er efni sem þarf utanaðkomandi örvin til þess að rafeindir geti ferðast
 - Dæmi: Kísill (Si), GaAs

Grunnhugtök – Straumur

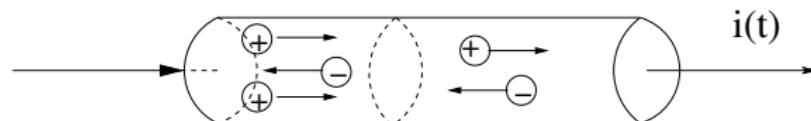


André-Marie Ampère's
1775-1836



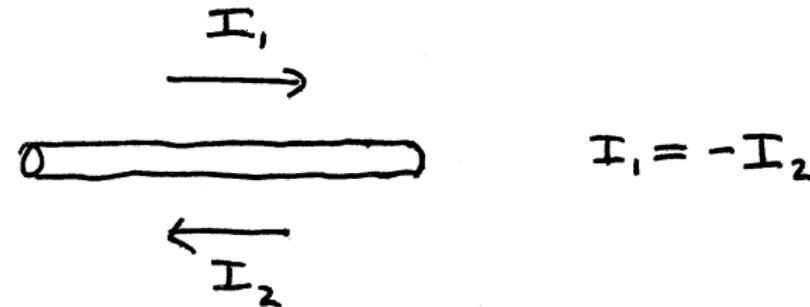
Luigi Galvani - Italian physician famous for pioneering biostimulation.

- **Straumur** er skilgreindur sem flæði jákvætt hlaðinna agna, en hleðsluberar eru venjulega rafeindir (-)
- **Straumflæði** er í öfuga átt við rafeindaflæði



- Straumur hefur eininguna A (Amper)
- 1 A samsvarar flutningi 1 C hleðslu á 1 sekúndu

Straumur: Skilgreiningastefna



- Stefnan sem þið ákveðið ákvarðar formerki straumsins
- Við köllum þessa stefnu **skilgreiningastefnu straumsins**

Grunnhugtök - Straumur

- Við notum táknið $i(t)$ fyrir straum
- Samkvæmt skilgreiningunni hér að ofan er

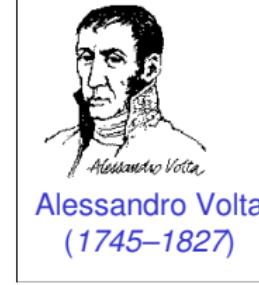
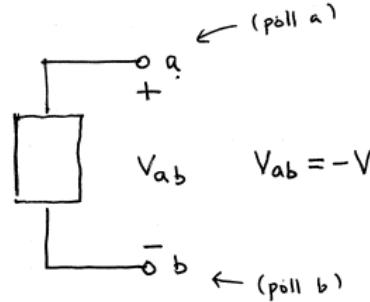
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

og

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau)d\tau$$

Grunnhugtök - Spenna

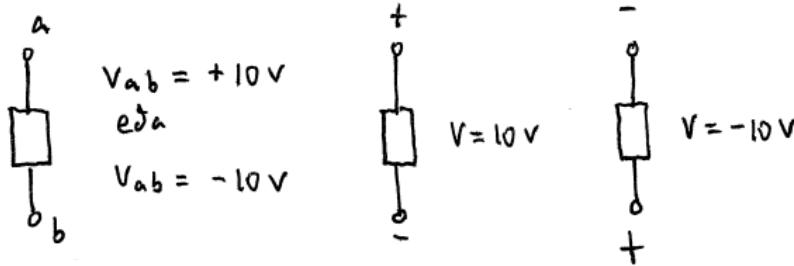
$$V_{ab} = -V_{ba}$$



- **Spenna** er mættismunur á milli tveggja póla
- Spenna hefur eininguna V (Volt) og táknið $v(t)$.
- Pað kostar vinnu að flytja hleðslu í gegnum einingu. 1 V samsvarar 1 J vinnu framkvæmdri á 1 C hleðslu.
- Samkvæmt skilgreiningu er

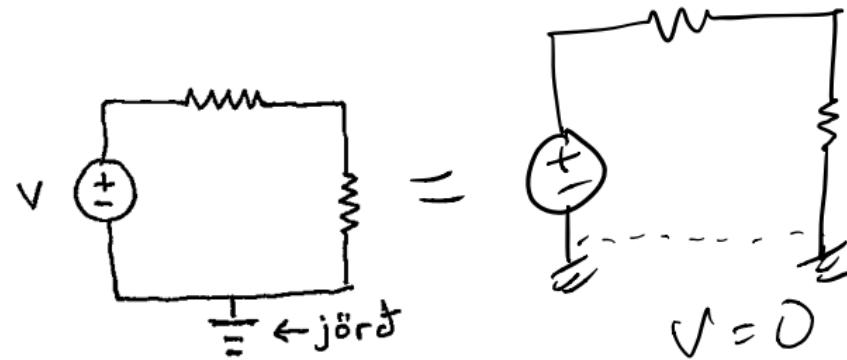
$$v(t) = \frac{dw(t)}{dq(t)}$$

Viðmiðunarpunktar spennu



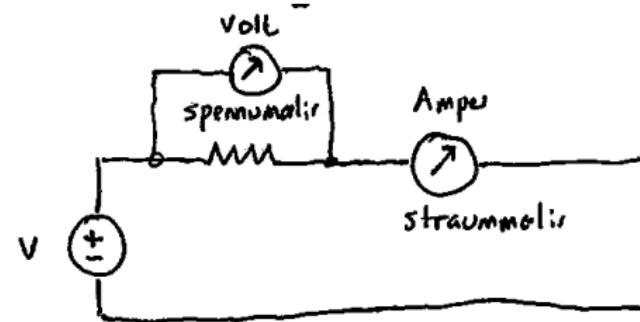
- Formerki ákvarðast af því hvaða póll er + og -
- Myndirnar að ofan hafa sömu eðlisfræðilega merkingu

Jörð



- Við veljum viðmiðunarpunkt sem kallast jörð
- Allar spennur í rás eru mældar með tilliti til jarðar

Mæling á spennu og straum



- Spennumælir mælir spennu án þess að draga straum
- Straummælir mælir straum án þess að spenna falli

$$\xrightarrow{\sqrt{\sim}} \begin{array}{l} p = 0 \\ p = 0 \end{array}$$

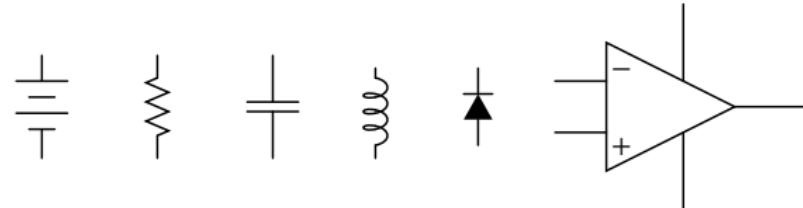
Opin rás/Skammhlaup



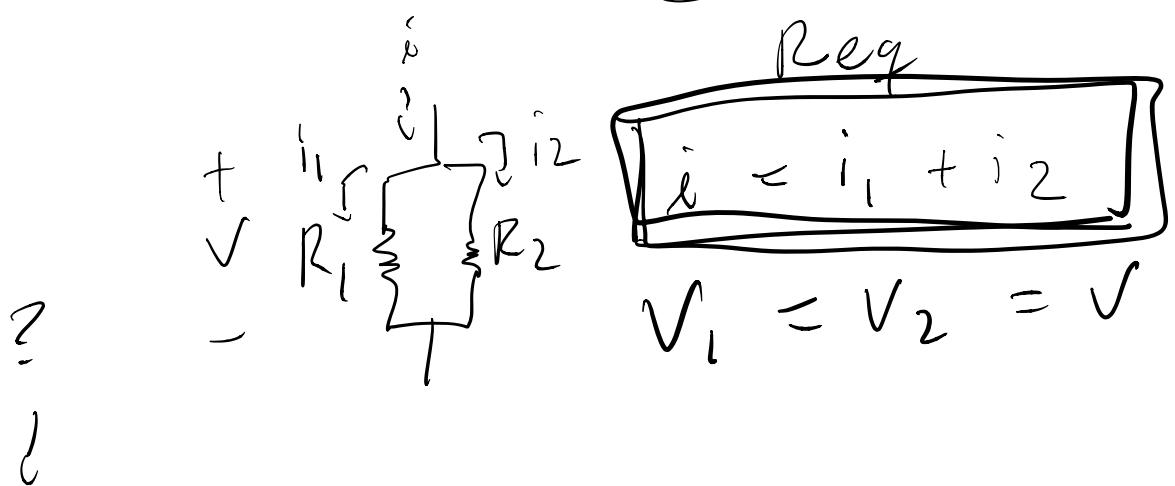
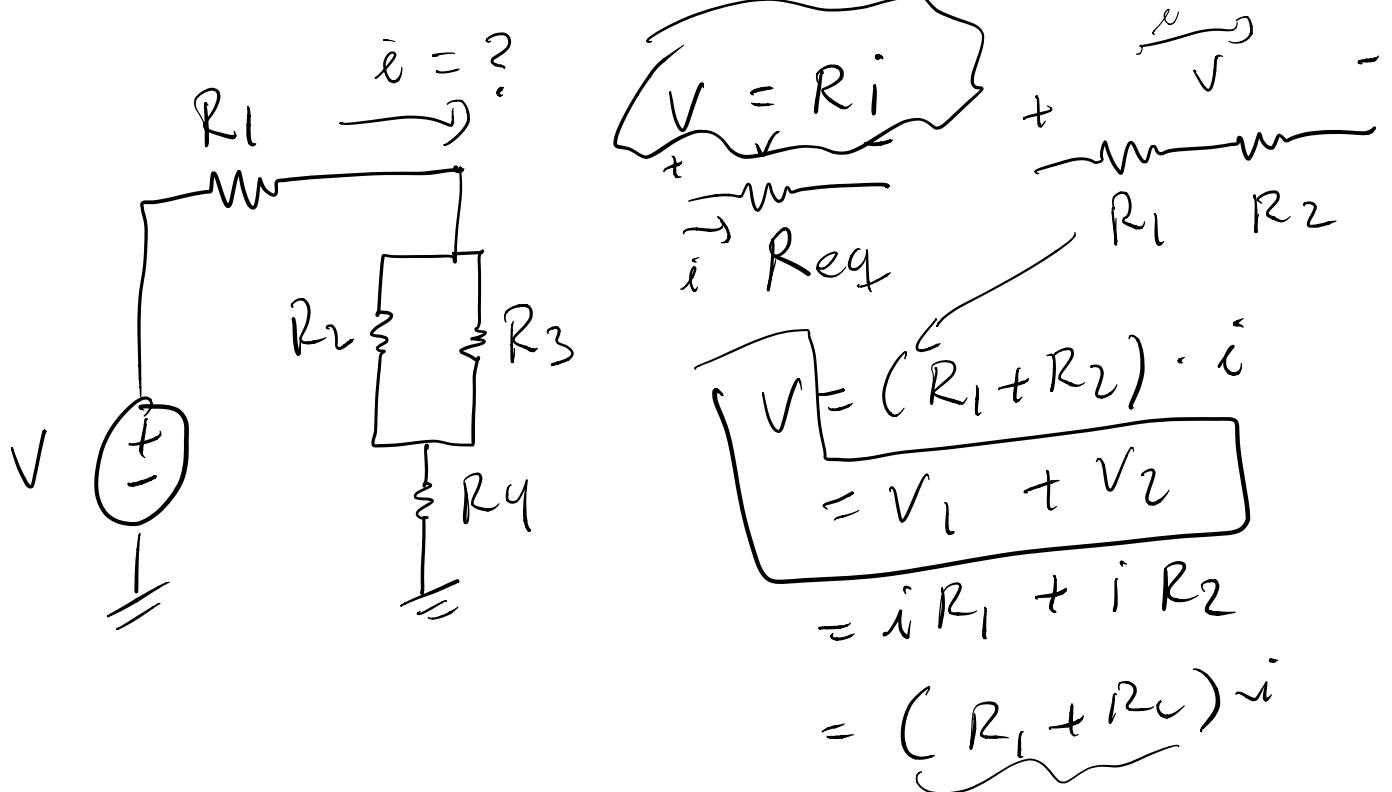
- Opin rás: Enginn straumur rennur þar sem rás er opin
- Skammhlaup: Ekkert spennufall

Grunnhugtök - Rásaeiningar

- Rafrás samanstendur af rásaeiningum sem tengdar eru saman til að framkvæma ákveðin markmið. Meðhöndlun orku eða upplýsinga fer fram um tímaháð merki sem kölluð eru **spenna** og **straumur**
- Samspil rásaeininga breytir merkinu í nýjar spennur og strauma
- Dæmi um rásaeiningar eru: **rafhlæða**, **viðnám**, **þéttir**, **spóla**, **tvistur** og **aðgerðamagnari**



$$+ v_1 - + v_2 -$$

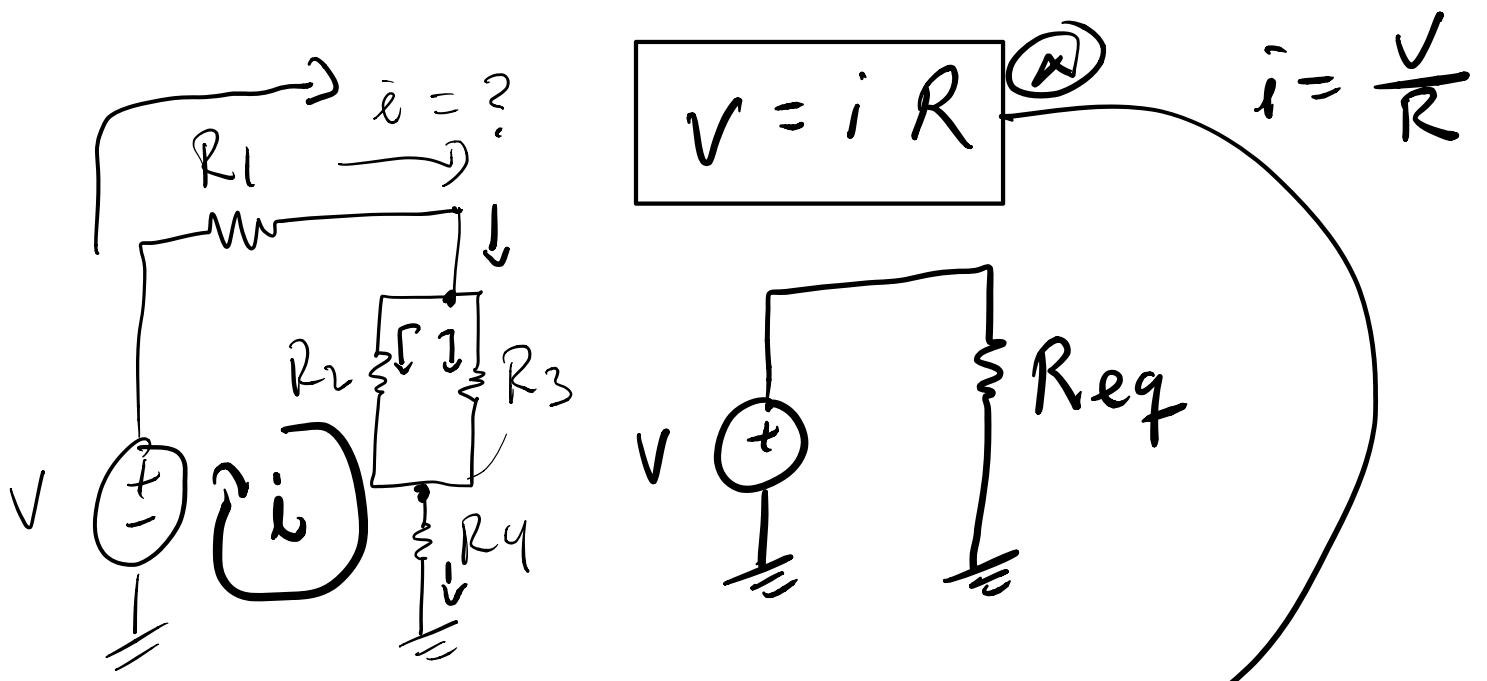


$$V = R_{\text{Req}} \cdot i \quad V_1 = V_2$$

$$R_1 \underline{i_1} = R_2 \underline{i_2}$$

$$R_1 (i - i_2) = R_2 i_2$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{V}{R_{\text{series}}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \\
 R_{\text{series}} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \\
 &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}
 \end{aligned}$$



$$R_{\text{rat}} = \frac{R_1 + R_2}{\frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_2}}$$

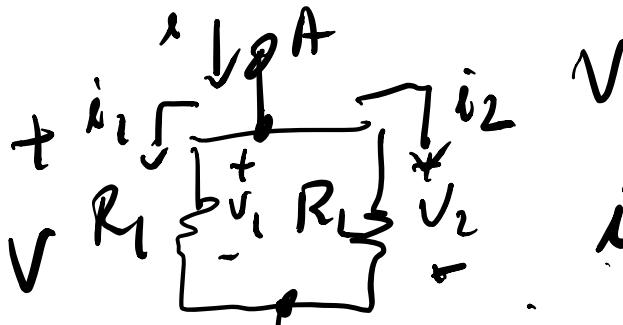
$$V = V_1 + V_2$$

$$= i_1 R_1 + i_2 R_2$$

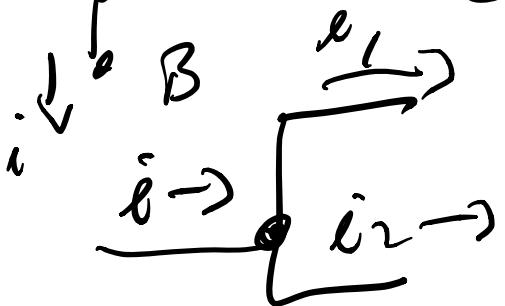
$$= i \underline{\underline{(R_1 + R_2)}}$$

$$\frac{V}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$$

$$V_1 = N_2 = N \quad (\text{KVL})$$



$$i = i_1 + i_2 =$$



$$\frac{N}{R_{\cancel{\text{rat}}}} = \frac{N}{R_1} + \frac{N}{R_2}$$

$$SVO \frac{1}{R_{W\dot{I}T}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

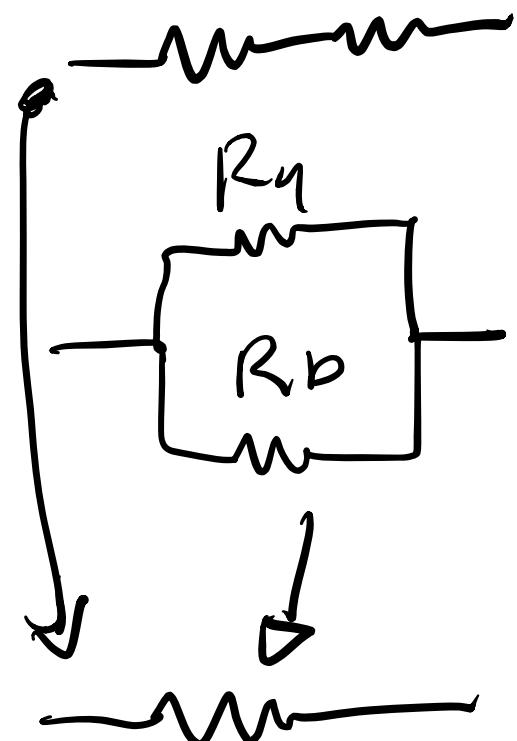
$$\text{esJa } R_{W\dot{I}T} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

$$= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

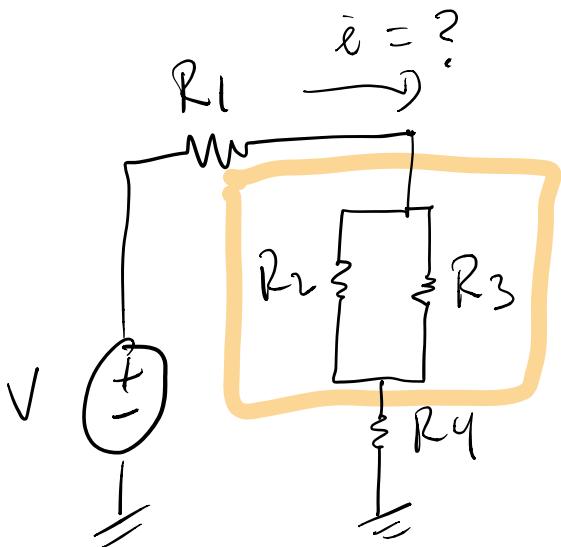
R_a R_b

$$R_{rat} = R_a + R_b$$

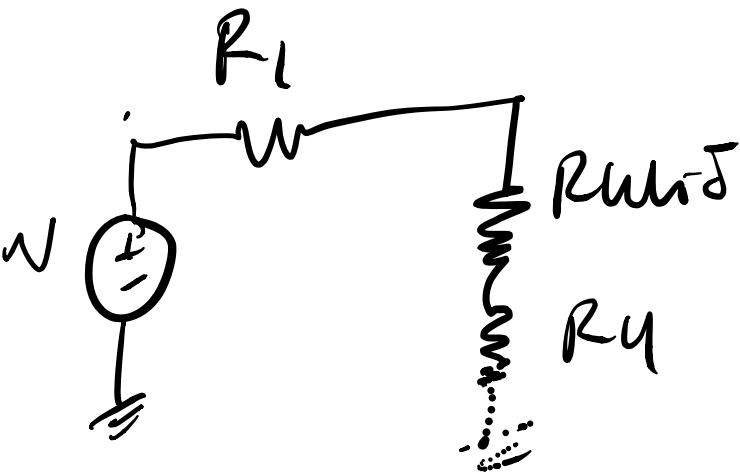
$$R_{W\dot{I}T} = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b}$$



R_{rat} \ll
 $R_{W\dot{I}T}$



$$R_{\text{Wid}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$



$$N = i R_{\text{req}}$$

$$i = \frac{N}{R_{\text{req}}}$$

Diagram showing the circuit with resistors R1, R2, R3, R4, and a voltage source N. The total resistance R_{req} is calculated as:

$$R_{\text{req}} = R_1 + R_{\text{Wid}} + R_4$$

$$= R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4$$

$$i = \frac{N}{R_{\text{req}}} = \frac{N}{R_1 (R_2 + R_3) + R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$i = N \frac{R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_4(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

What if $R_1 \rightarrow \infty$

then $\underline{i} = \underline{\underline{0}}$

What if $R_3 \rightarrow \infty$

$$\lim_{R_3 \rightarrow \infty} R_{eq} = \lim_{R_3 \rightarrow \infty} \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \right)$$

$$= R_1 + R_4 + \lim_{R_3 \rightarrow \infty} \frac{R_2}{\frac{R_2}{R_3} + 1} \xrightarrow{R_3 \rightarrow \infty} 0$$

$$= R_1 + R_2 + R_4$$

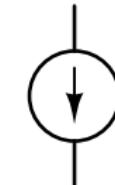
$$\frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$V = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{P}{R_2} \right)^{-1}$$

$$R_{\text{tot}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

Grunnhugtök - Rásaeiningar

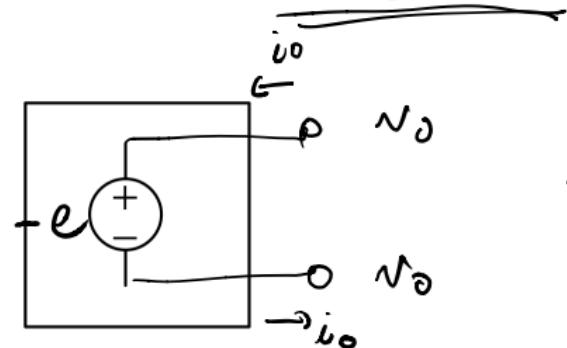
- Lind framkallar spennu eða straum sem stendur fyrir tilteknar upplýsingar.



Jafnspennulind

Straumlind

Riðspennulind



$$p_0 = i_o N_0 = - i_o e$$

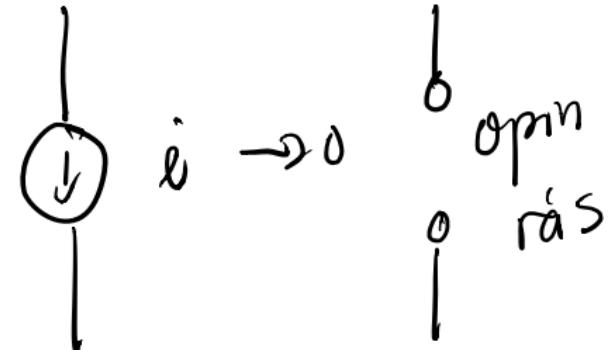
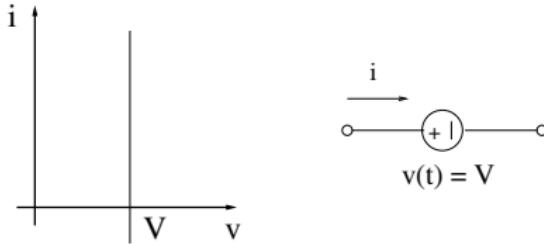
skamhlups



$$N \rightarrow 0$$

Rásaeiningar - Spennulindir

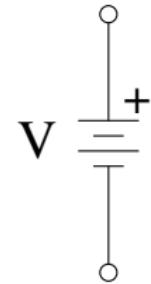
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörspennulind



- Ef lindin er tengd við rás ákvarðast stærð og stefna straumsins $i(t)$ af rásinni
- Spennulind með 0 V spennu heldur báðum pólum sínum við sömu spennu, óháð straumnum sem um hana fer. Hún er þá jafngild fullkomnum leiðara.

Rásaeiningar - Spennulindir

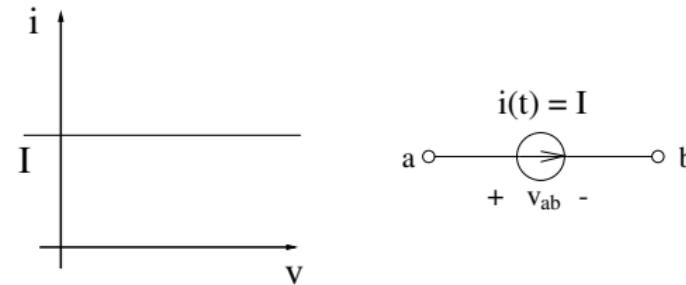
- Ekki er hægt að tengja fullkominn leiðara milli póla spennulindar (nema 0 V). Þetta er kallað **skammhlaup**.
- Spennulindin tryggir spennumun milli pólanna en skammhlaupið tryggir sömu spennu, sem leiðir til mótsagnar.



- Ef spenna lindar breytist ekki sem fall af tíma kallast hún **jafnspennulind**

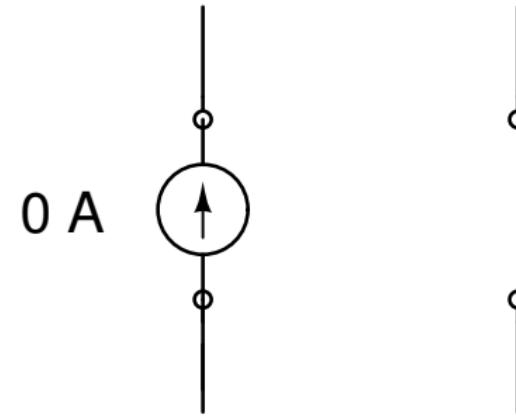
Rásaeiningar - Straumlindir

- **Óháð straumlind:** Óháð kjörstraumlind er rásaeining sem viðheldur ákveðnum straum í gegnum sig, óháð spennumuninum milli póla hennar.
- Spennu-straums-kennilínan fyrir kjörstraumlind



- Ef straumlindin er tengd við rás þá ákvarðast stærð og stefna spennunnar v_{ab} af rásinni

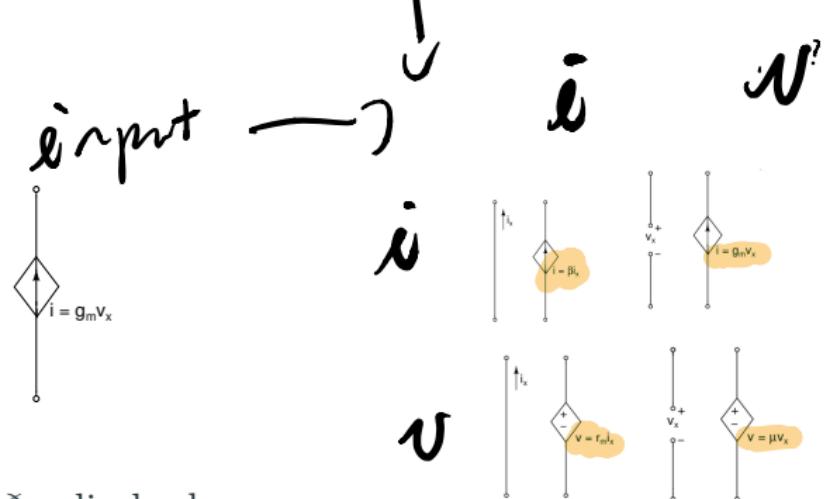
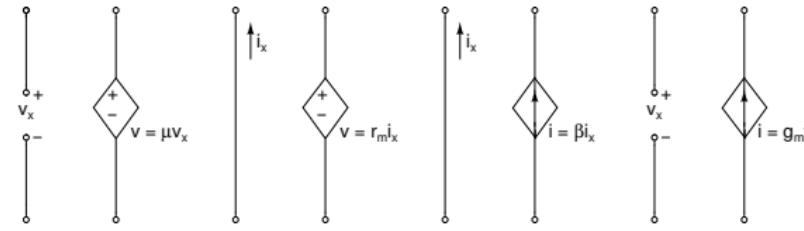
Rásaeiningar - Straumlindir



- Straumlind með 0 A straum hleypir engum straum í gegnum sig, óháð spennunni yfir hana og er jafngild **opinni rás**
- Straumlind getur aldrei verið ótengd, því eitthvert verður straumurinn að fara

punkt

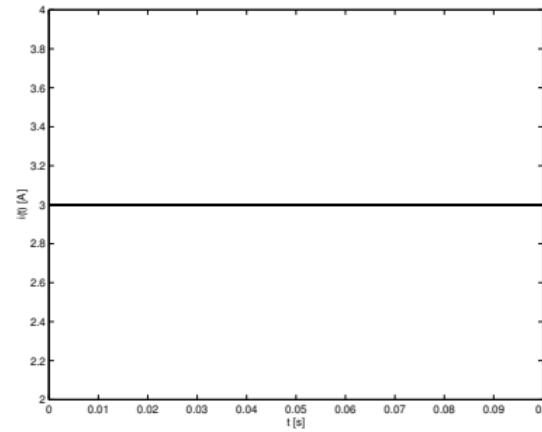
Rásaeiningar - Stýrðar lindir



- **Stýrðar lindir.** Til eru fjórar tegundir stýrðra linda, þ.e. lindir þar sem lindarspennan eða - straumurinn er háð einhverri breytu (spennu eða straum) annarsstaðar í rásinni. Þær eru

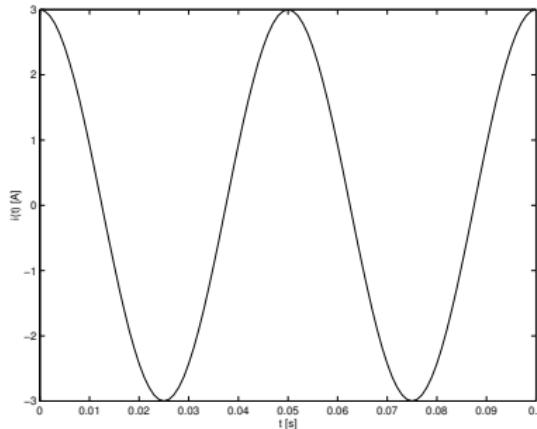
- spennustýrð spennulind
- straumstýrð spennulind
- spennustýrð straumlind
- straumstýrð straumlind

Einingar og tákn



- Ef kraftur sem færir hleðslu um leiðara er fasti þá er straumurinn $dq/dt = I$ fasti
- Slíkur straumur er nefndur **jafnstraumur** (DC)

Einingar og tákna



- **Riðstraumur** (AC) er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

Einingar og tákna

Riðstraumur er sínuslaga á forminu

$$i(t) = I_o \sin(\omega t + \phi)$$

þar sem

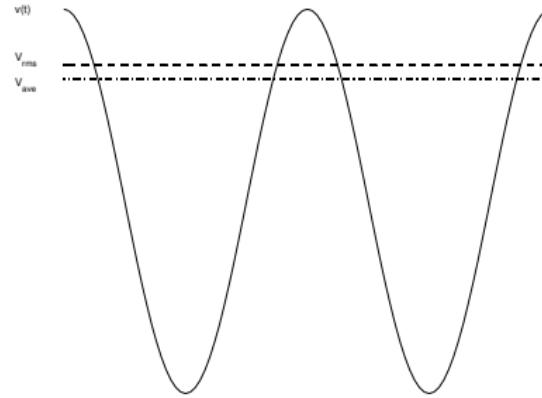
- I_o er útslag merkisins
- ω er horntíðni
- t er tími
- ϕ er fasahorn

Venjulega notum við litla stafi til að tákna stærðir sem breytast með tíma (v, i, q), en stóra stafi til að tákna fastar stærðir

$$(V, I, Q)$$

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

Einingar og tákna



Meðalgildi straumsins er

$$I_{\text{ave}} = \frac{I_o}{T} \int_0^T |\sin(\omega\tau)| d\tau = \frac{2}{\pi} I_o$$

þar sem T er **lota merkisins** $T = 2\pi/\omega$.

Riðstraumur og jafnstraumur í MATLAB:

```
%  
% Ridstraumur  
%  
t=0:0.001:0.1; fre = 2 * pi * 20; phi = 0.5 * pi; I0 = 3;  
i = I0 * sin(fre * t + phi);  
figure(1)  
plot(t,i)  
xlabel('t [s]');  
ylabel('i(t) [A]');  
print -deps 'rid.eps'  
%  
% Jafnstraumur  
%  
I = 3 * ones(length(t));  
figure(2)  
plot(t,I)  
xlabel('t [s]');
```

Afl



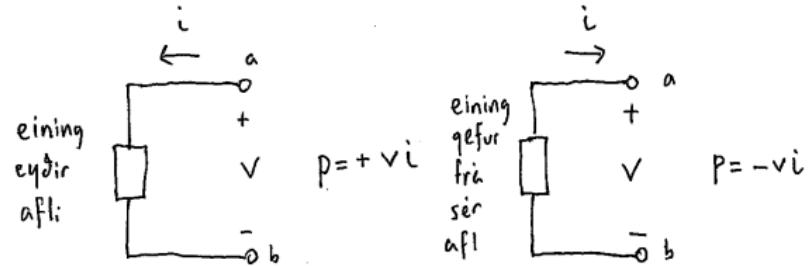
James Watt
1736 - 1819

- Afl er vinna á tímaeiningu og hefur eininguna Watt

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt} = vi$$

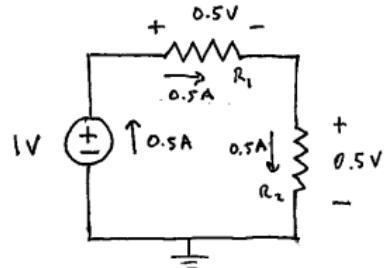
- Afl er spenna sinnum straumur

Afl



- Ef afl er jákvæð stærð þá eyðir eining aflí
- Ef afl er neikvætt þá gefur eining frá sér afl

Varðveisla afslins



$$KVL \quad \sum_{\text{inlangs}} V = 0$$

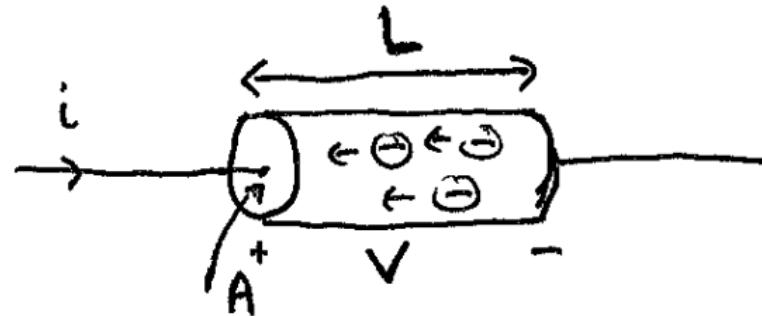
$$KCL \quad \sum_{\text{i punktar}} i = 0$$

- Orka er varðveitt í sérhverju lokuðu kerfi
- \Rightarrow Afl er varðveitt í sérhverri lokaðri rás

$$\sum_{\text{rásaeininger}} P_{eining} = 0$$



Viðnám



- **Viðnám:** Viðnám er hæfni efnis til að veita straumi viðnám sem

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

og A er þverskurðarflatarmál, ρ er eðlisviðnám og L er lengd.

- Eining viðnáms er Ohm [Ω]

Eðlisviðnám

- Sá eiginleiki efnis að hindra straum sem um það fer er nefnd **eðlisviðnám** og táknuð með ρ .
- Einangrarar hafa hátt eðlisviðnám
- Leiðarar hafa lágt eðlisviðnám

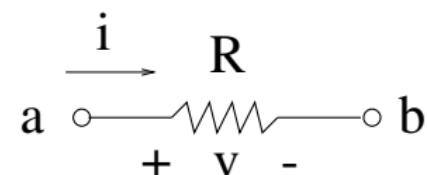
Efni	Eðlisviðnám [$\Omega \text{ cm}$]
Kísill	2.3×10^5
Kolefni	4×10^{-3}
Ál	2.7×10^{-6}
Kopar	1.7×10^{-6}
Polystyrene	1×10^{18}

Lögmál Ohms



- **Lögmál Ohms:** Spenna yfir viðnám er í réttu hlutfalli við strauminn

$$v = Ri$$



Leiðni

- Leiðni er andhverfa viðnáms

$$G = \frac{1}{R}$$


og hefur eininguna S (Siemens) eða mho (Ω).

Lögmál Ohms

- **Viðnám** er skilgreint sem sérhver sú rásaeining þar sem spennumunur milli póla er í réttu hlutfalli við strauminn sem á milli fer. Þetta má rita

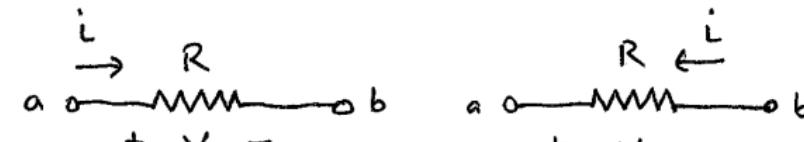
$$v = iR$$

sem er nefnt lögmál Ohms

Viðnám er táknað með R . Einingin fyrir viðnám er Ohm,
táknað með

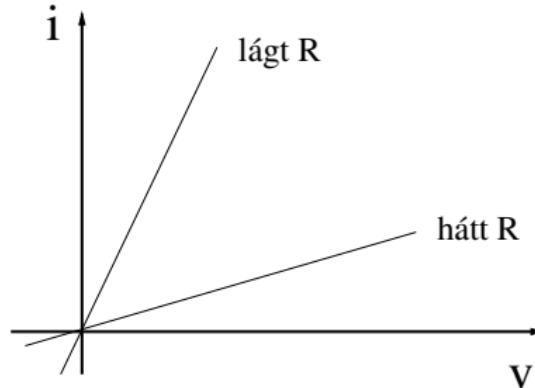
$$\Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Lögmál Ohms: Skilgreiningarstefnur


$$V = iR$$
$$V = -iR$$

Lögmál Ohms

- Ef viðnám er fasti (eins og oftast) er kennilína þess bein lína í $v - i$ plani, sem liggur í gegnum upphafspunktinn og hefur hallatölu $1/R$
- Svona viðnám kallast **línulegt**



- Ef kennilínan liggur ekki í gegnum upphafspunktinn eða er ekki bein lína þá er viðnámið ekki línulegt

Afl og lögmál Ohms

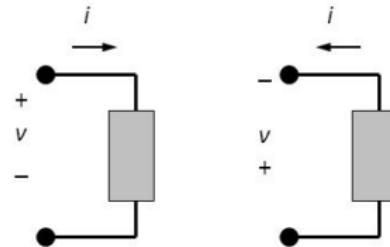
- Ef $p = vi > 0$ tekur rásaeiningin til sín orku, ef $p < 0$ lætur hún frá sér orku.
- Afl í viðnámi

$$p = vi = (iR)i = i^2 R$$

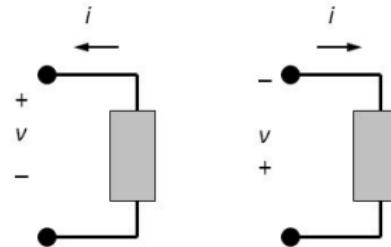
$$p = vi = v \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

Sign Convention for Power

$$p = vi$$



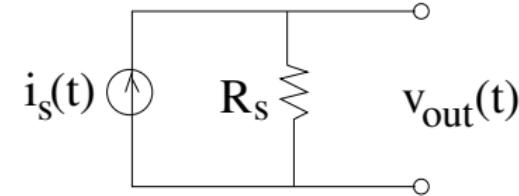
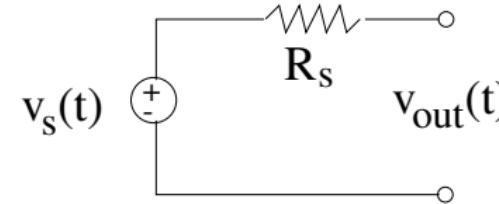
$$p = -vi$$



- If $p > 0$, power is being delivered to the box.
- If $p < 0$, power is being extracted from the box.

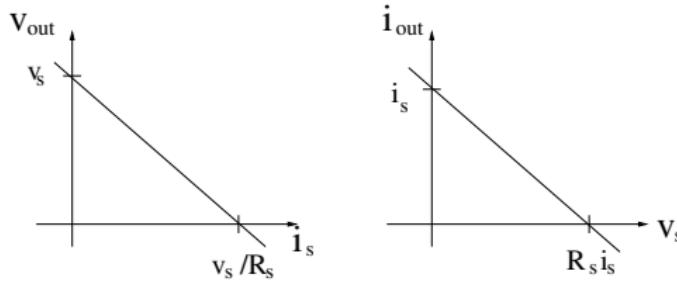
Lindir - ekki fullkomnar

- Raunhæft líkan af spennulind og straumlind sem ekki eru fullkomnar má setja sem



- R_s kallast innra viðnám

Lindir - ekki fullkomnar



Fyrir spennulind

$$v_{\text{out}} = v_s - i_s R_s$$

Fyrir straumlind

$$i_{\text{out}} = i_s - \frac{v_{\text{out}}}{R_s} = i_s - G_s v_{\text{out}}$$