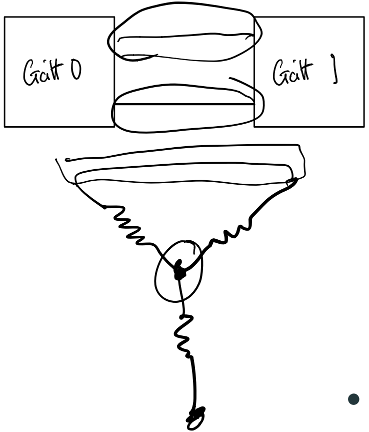
Greining Rása

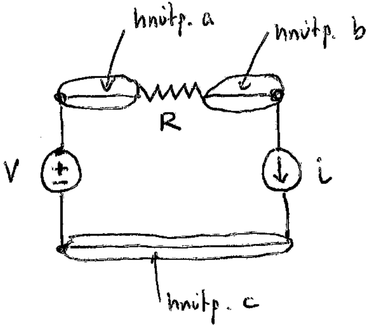
Lögmál Kirchhoffs

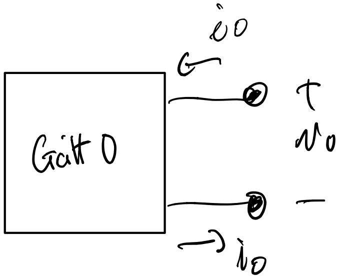
Ólafur Bjarki Bogason

14. Janúar 2021

Hnútpunktar (e. nodes)







- Skilgreinum **hnútpunkt** sem hvern þann punkt í rás þar sem pólar tveggja eða fleiri rásaeininga tengjast saman

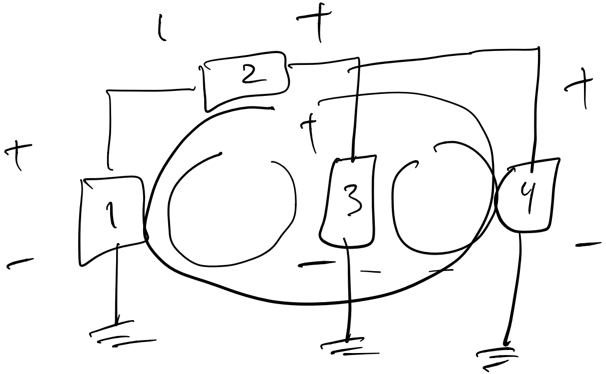
Lögmál Kirchoff

- **K**irchoff's **C**urrent **L**aw – Á hverjum tíma er summa strauma að hverjum hnútpunkti núll

KCL ←

- **K**irchoff's **V**oltage **L**aw – Á hverjum tíma er summa spennurisa í lokaðari leið núll

KVL ←



$$V_1 + V_2 = V_3$$

$$V_1 + V_2 = V_4$$

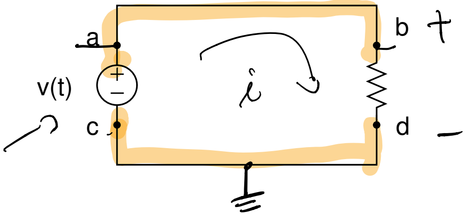
$$V_3 = V_4$$

Spennulögmál Kirchoff

$P_v < 0$

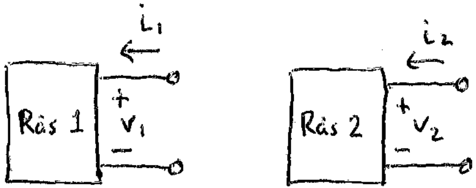
$V = i R$

$V(t) = i R$



- Fullkominn leiðari tengir saman plúspól spennulindarinnar við efri pól viðnámsins; a og b hafa sömu spennu óháð straumnum i.
- Eins hafa punktarnir c og d sömu spennu.
- Spennuris yfir spennulindina er jafn spennufallinu yfir viðnámið

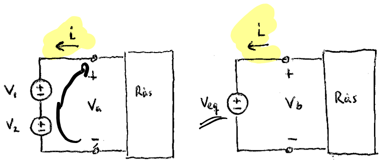
Jafngildisrásir



- Ef $\boxed{i_1 = i_2 \text{ og } v_1 = v_2}$ þá eru rásirnar sagðar **jafngildar**

Spennulögmál Kirchhoff

Ef við raðtengjum tvær spennulindir v_1 og v_2 þá eru þærjafngildar einni spennulind með spennu sem er summa hinna tveggja



$\boxed{V_a = V_b}$

$V_b = V_{eq}$

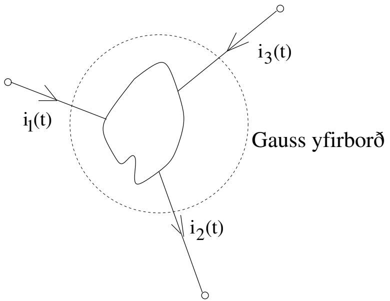
$V_a = V_2 + V_1$

$V_{eq} = V_1 + V_2$

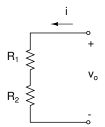
- Rásirnar eru jafngildar ef $v_a = v_b$
- KVL fyrir vinstri rás gefur $v_a = v_1 + v_2$
- KVL fyrir hægri rás gefur $v_b = v_{eq}$
- Svo $\boxed{v_{eq} = v_1 + v_2}$

Gauss yfirborð

- Straumlögmál Kirchhoffs gildir einnig fyrir lokuð yfirborð
- KCL fyrir lokuð yfirborð: *summa strauma sem koma að (eða yfirgefa) Gaussískt yfirborð á hverjum tíma er núll*



Raðtengd viðnám



Tvær rásaeiningar eru raðtengdar þá og því aðeins að

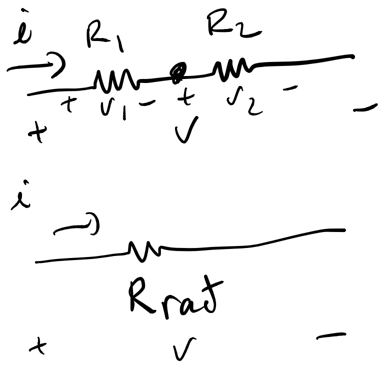
- annar póll annarrar tengist öðrum pól hinnar í hnútpunkti
- engar aðrar rásaeiningar tengjast þeim í hnútpunkti

Fyrir raðtengdar rásaeiningar gildir $i = i_1 = i_2$ og $v = v_1 + v_2$

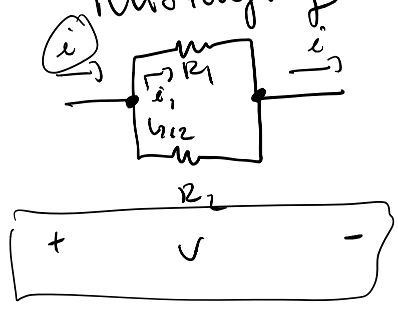
~~Spenning~~

Straum

Raðtenging



Hliðtenging



$i = i_1 = i_2$ ⟷ $v = v_1 = v_2$

$$\boxed{v = v_1 + v_2}$$

$$i = i_1 + i_2$$

$$\boxed{\begin{gathered} R_{rað} = R_1 + R_2 \\ R_{rað} = \sum_{i=1}^{n} R_i \end{gathered}}$$

$$\boxed{\begin{gathered} \frac{1}{R_{hlið}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_{hlið}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \end{gathered}}$$

KVL $\qquad v = iR \qquad$ KCL $\qquad R_{hlið} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Spennudeiling

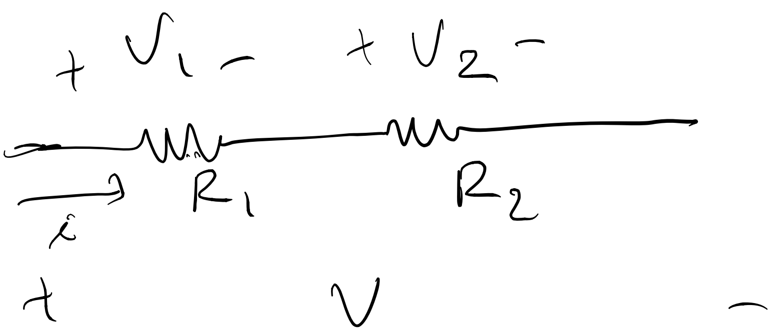
$v_1 = f(v)$

$v_2 = g(v)$

$$i = \frac{v}{R_{eq}} = v \cdot \frac{1}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = i R_1 = v \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_2 = i R_2 = v \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Straumdeiling

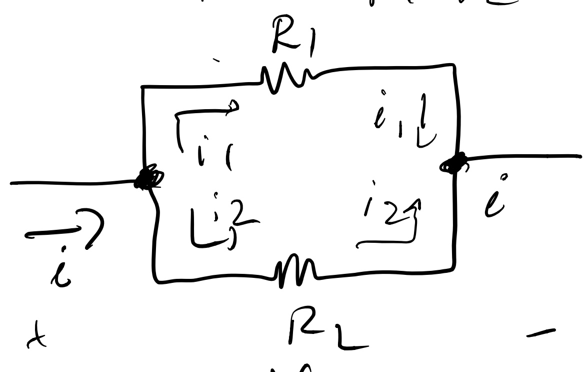
$i_1 = f(i)$

$i_2 = g(i)$

$$v = i R_{eq} = i \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

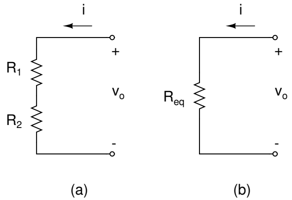
$$i_2 = \frac{v}{R_2} = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



V (

Raðtengd viðnám

Fyrir tvö raðtengd viðnám má finna **jafngildisviðnám**, það er eitt viðnám sem gefur sama samband milli spennu og straums og raðtengingin.



KVL fyrir vinstri rás:

$$v_o = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

KVL fyrir hægri rás $v_o = iR_{eq}$ svo

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

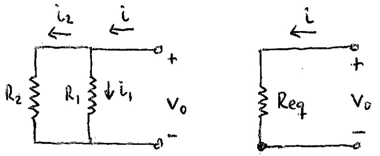
Raðtengd viðnám

Þetta má útvíkka á n raðtengd viðnám

$$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Jafngildisviðnám raðtengingar er alltaf stærra en stærsta viðnámið í raðtenginunni.

Hliðtengd viðnám



Tvær rásaeiningar eru hliðtengdar þá og því aðeins að

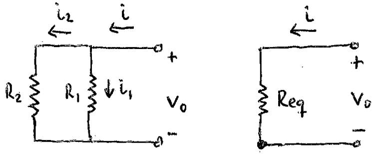
- annar póll annarar tengist öðrum pól hinnar í hnútpunkti
- hinir pólarnir tengjast einnig saman í öðrum hnútpunkti

Séu tvær rásaeiningar hliðtengdar er

- spennan sú sama yfir þær báðar
- heildarstraumurinn jafn summu straumanna í hvorri einingu fyrir sig

Hliðtengd viðnám

Fyrir tvö hliðtengd viðnám má finna jafngildisviðnám



Með KCL fæst

$$i = i_1 + i_2 = \frac{v_\mathrm{o}}{R_1} + \frac{v_\mathrm{o}}{R_2} = v_\mathrm{o}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{v_\mathrm{o}}{R_{eq}}$$

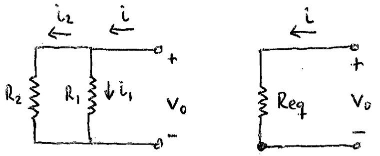
svo

$$\frac{1}{R_\mathrm{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

eða

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Hliðtengd viðnám



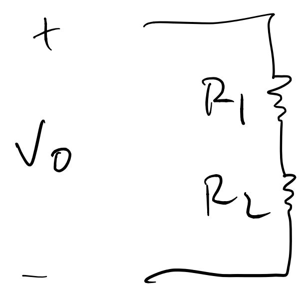
Þessa niðurstöðu má auðveldlega útvíkka á n hliðtengd viðnám

$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

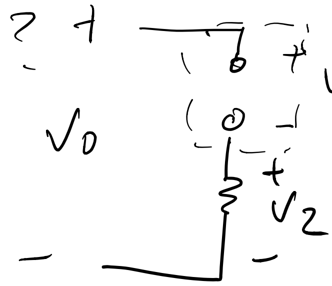
Jafngildisviðnámið er alltaf minna en minnsta viðnámið.

$V = Ri$

$i = \frac{V}{R}$



If $R_1 \to \infty$?

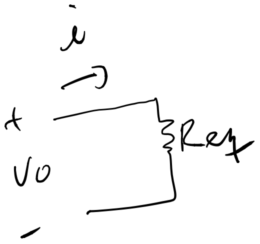


$V_1 = V_0$

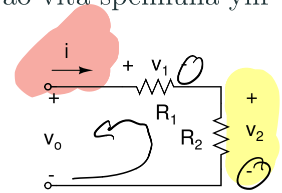
$V_2 = V_0$

Spennudeiling

Raðtenging KVL ⓐ



Oft þekkjum við heildarspennu yfir raðtengingu tveggja viðnáma en þurfum að vita spennuna yfir annað viðnámið.



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Viljum t.d. finna v_2 ef við þekkjum v_o (mynd). Getum fundið i með því að nota jafngildisviðnám

ⓐ

$$\boxed{V_0 = V_1 + V_2}$$

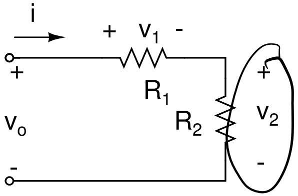
$$i = \frac{v_\text{o}}{R_\text{eq}} = \frac{v_\text{o}}{R_1 + R_2}$$

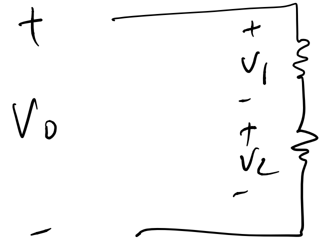
og síðan samkvæmt lögmáli Ohms

$$\boxed{v_2 = iR_2 = v_\text{o}\frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Spennudeiling

$R_1, R_2 \geq 0\ \Omega$





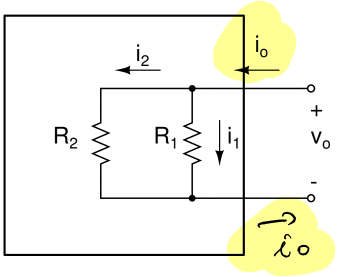
- Sjáum að $R_2/(R_1 + R_2) < 1$
- Þessi stærð segir til um hversu stórt hlutfall heildarspennunnar v_o fellur yfir viðnámið R_2.
- Á sama hátt er

$$v_1 = v_\mathrm{o} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

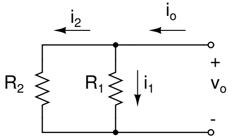
$V_2, V_1 \leq V_0$

Straumdeiling

- Höfum tvö samsíða tengd viðnám
- Heildarstraumur er i_o; viljum finna straum í hvoru viðnámi fyrir sig



Straumdeiling



- Notum jafngildisviðnám

$$v_o = i_o R_{eq} = i_o \boxed{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

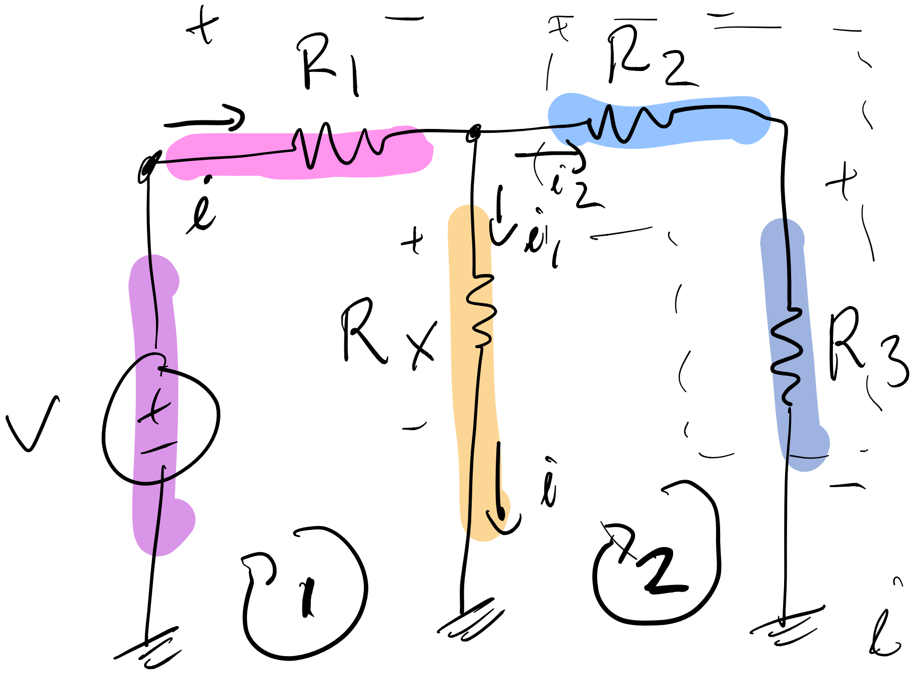
samkvæmt lögmáli Ohms er

$$i_1 = \frac{v_o}{R_1} = i_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

og

$$i_2 = i_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- Stærri hluti straumsins fer í gegnum minnsta viðnámið.



$V = 50\,V$

$R_1 = 1.5\,\Omega$

$R_2 = 15\,\Omega$

$R_3 = 26\,\Omega$

$i_1 = 5A$

$$\boxed{i = i_1 + i_2}$$

Hvað er R_x?

(1) $V = R_1 i + R_x \cdot i_1$

$$V = R_1(i_1 + i_2) + R_x i_1$$
$$= R_1 i_1 + R_1 i_2 + R_x i_1$$
$$V - R_1 i_1 = R_1 i_2 + R_x i_1$$

(2) $R_x i_1 = i_2 R_2 + i_2 R_3$

$$0 = i_2(R_2 + R_3) - R_x i_x$$

i_2, R_x óþekktar
2x óþekktar
2x jöfnur
=> leysanlegt!

setjum upp í jöfnukneppi

$$\begin{bmatrix} R_1 & i_1 \\ R_2 + R_3 & -i_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ R_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V - R_1 i_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_x = 8.2\,\Omega$$

Wheatstone mælir