

# PERSAMAAN KUADRAT

MODUL  
28

## A. AKAR-AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah  $ax^2 + bx + c = 0$  dengan  $a, b$ , dan  $c$  adalah konstanta dan  $a \neq 0$ .

### a. Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Teknik yang dapat digunakan untuk menentukan akar-akar atau penyelesaian persamaan kuadrat sebagai berikut.

1. Faktorisasi

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x = x_1 \vee x = x_2$$

2. Melengkapkan kuadrat sempurna

3. Rumus ABC

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ dan } x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

dengan  $D$  adalah nilai diskriminan.

### b. Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  maka berlaku:

1. Jumlah akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

3. Selisih akar-akar persamaan kuadrat

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{D}}{a}$$

## B. DISKRIMINAN

Suatu persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  nilai diskriminannya ditentukan oleh persamaan berikut.

$$D = b^2 - 4ac$$

Jenis-jenis akar persamaan kuadrat dapat diketahui dari nilai diskriminannya.

1.  $D > 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar nyata berlainan.
2.  $D = 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar sama.
3.  $D < 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar tidak nyata (imajiner).

## C. MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT

Persamaan kuadrat dengan akar-akar baru  $y_1$  dan  $y_2$  dapat disusun dengan pola berikut.

$$x^2 - (y_1 + y_2)x + y_1 \cdot y_2 = 0$$

## CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Persamaan kuadrat  $x^2 - ax + a + 1 = 0$  mempunyai akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika  $x_1 - x_2 = 1$ , maka  $a = \dots$  (SNMPTN 2008)

- A. -5 atau 1                      D. -5 atau -1  
B. 5 atau -1                      E.  $\frac{1}{5}$  atau 1  
C. 5 atau 1

### Pembahasan:

Nilai  $a$  dapat dicari dengan rumus selisih akar-akar persamaan kuadrat berikut.

$$x_1 - x_2 = \pm \frac{\sqrt{D}}{a}$$

Pada persamaan kuadrat  $x^2 - ax + a + 1 = 0$

didapatkan nilai  $b = -a, a = 1, c = 1$

Nilai diskriminan

$$D = b^2 - 4ac = (-a)^2 - 4(1)(1) = a^2 - 4$$

$$\text{Jika } x_1 - x_2 = 1 \text{ maka } \frac{\sqrt{D}}{a} = 1$$

$$\frac{\sqrt{a^2 - 4}}{a} = 1$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a - 4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4a - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 5)(a + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 5 \vee a = -1$$

Jadi, nilai  $a$  adalah 5 atau -1.

**Jawaban: B**

2. Jika 2 adalah satu-satunya akar persamaan kuadrat  $\frac{1}{4}x^2 + bx + a = 0$  maka nilai  $a + b$  adalah .... (SNMPTN 2011)

- A. 32                                  D. -2  
B. 2                                    E. -32  
C. 0

### Pembahasan:

Persamaan kuadrat dengan akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$  adalah  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah 2 maka didapatkan persamaan kuadrat  $x^2 - 4x + 4 = 0$

$$\frac{1}{4}x^2 + bx + a = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4bx + 4a = 0$$

didapatkan nilai  $a = 1$  dan  $b = -1$

Jadi, nilai dari  $a + b = 1 + (-1) = 0$

**Jawaban: C**

## UJI PEMAHAMAN

1. Persamaan kuadrat  $x^2 + px + q = 0$  mempunyai akar  $x_1$  dan  $x_2$  dengan  $x_1 - x_2 = -1$ . Jika  $x_1 + 1$  dan  $x_2$  juga akar persamaan kuadrat  $x^2 + (p-1)x + q + 2 = 0$  maka  $p + q = \dots$  (SNMPTN 2007)

- A. -5                                  D. 1  
B. -2                                  E. 6  
C. -1

2. Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah akar-akar persamaan  $(5 - 2\log x)\log x = \log 1000$  maka  $x_1^2 + x_2^2 = \dots$  (SNMPTN 2007)

- A. 0                                    D. 1.000  
B. 10                                  E. 1.100  
C. 100

3. Jika kedua akar persamaan  $\frac{x^2 - bx}{ax - c} = \frac{m-1}{m+1}$  saling berlawanan tanda, tetapi mempunyai nilai mutlak yang sama maka nilai m sama dengan .... **(SNMPTN 2009)**

A.  $\frac{a+b}{a-b}$  D.  $\frac{1}{c}$   
 B.  $\frac{a-b}{a+b}$  E. 1  
 C.  $\frac{a-b}{a+b}$

4. Jika  $(p + 1)$  dan  $(p - 1)$  adalah akar-akar persamaan  $x^2 - 4x + a = 0$ , nilai a adalah .... **(SNMPTN 2012)**

A. 0 D. 3  
 B. 1 E. 4  
 C. 2

5. Jika selisih akar-akar:  $x^2 + 2cx + (19 + c) = 0$  adalah 2 maka nilai  $(30 + c - c^2)$  adalah .... **(SBMPTN 2013)**

A. -20 D. 10  
 B. -10 E. 20  
 C. 0

6. Jika akar-akar  $x^2 - ax - b = 0$  saling berkebalikan dan salah satu akar tersebut merupakan bilangan bulat positif maka nilai terkecil yang mungkin untuk  $a + b$  adalah .... **(SBMPTN 2015)**

A. -2 D. 1  
 B. -1 E. 2  
 C. 0

7. Jika akar-akar  $3x^2 + ax - 3 = 0$  dan  $2x^2 + 6x + 3b = 0$  saling berkebalikan maka  $b - a = \dots$  **(SBMPTN 2016)**

A. -7 D. 6  
 B. -5 E. 7  
 C. 5

8. Diketahui  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan  $6x^2 - 5x + 2m - 5 = 0$ . Jika  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$  maka nilai m adalah .... **(UM UGM 2009)**

A. -1 D. 2  
 B. 0 E. 3  
 C. 1

9. Jika persamaan  $x^2 - 2ax - 3a^2 - 4a - 1 = 0$  mempunyai akar kembar maka akar tersebut adalah .... **(UM UGM 2009)**

A. -1 D. 1  
 B.  $-\frac{1}{2}$  E. 2  
 C.  $\frac{1}{2}$

10. Jumlah x dan y dari solusi  $(x, y)$  yang memenuhi sistem persamaan

$$x - y = a$$

$$x^2 + 5x - y = 2$$

adalah .... **(SIMAK UI 2009)**

A. -12 D. 6  
 B. -10 E. 10  
 C. -6

11. Akar-akar persamaan  $2x^2 - ax - 2 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Jika  $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = -2a$  maka nilai a = .... **(SIMAK UI 2009)**

A. -8 D. 4  
 B. -4 E. 8  
 C. 0

12. Jika akar-akar persamaan  $\frac{x^2 + ax}{bx - 2} = \frac{m+2}{m-2}$  berlawanan dan  $a \neq b$  maka nilai m adalah .... **(UM UGM 2010)**

A.  $\frac{a+b}{a-b}$  D.  $\frac{2(b+a)}{b-a}$   
 B.  $\frac{2(a+b)}{a-b}$  E.  $\frac{b+a}{b-a}$   
 C.  $a+b$

13. Salah satu nilai x yang memenuhi sistem persamaan  $xy + y^2 = 0$  dan  $x - 2y = 3$  adalah .... **(UM UGM 2010)**

A. -1 D. 2  
 B. 0 E. 4  
 C. 1

14. Sebuah garis  $h$  yang melalui titik asal memotong kurva  $2y = 3x^2 - 2x + 1$  di dua titik di mana jumlah nilai  $x$ -nya adalah 10, maka gradien dari garis  $h$  adalah .... **(SIMAK UI 2012)**
- A.  $-1$  D. 14  
B.  $\frac{3}{2}$  E. 15  
C. 6
15. Jika kedua akar persamaan  $px^2 + 8x + 3p = 0$  bernilai negatif maka jumlah kuadrat kedua akar-akar tersebut akan bernilai .... **(SIMAK UI 2012)**
- A. maksimum 30  
B. minimum 30  
C. minimum 6  
D. maksimum 6  
E. minimum  $-\frac{15}{2}$
16. Jika  $\alpha + 2\beta = 5$  dan  $\alpha\beta = -2$  maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya  $\frac{\alpha}{\alpha+1}$  dan  $\frac{2\beta}{2\beta+1}$  adalah .... **(UM UGM 2013)**
- A.  $x^2 - \frac{7}{2}x - 1 = 0$   
B.  $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$   
C.  $x^2 + \frac{7}{2}x - 3 = 0$   
D.  $2x^2 + 3x + 4 = 0$   
E.  $2x^2 + 3x - 4 = 0$
17. Diketahui  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan akar-akar  $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ . Jika  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ , maka nilai  $b^2$  adalah .... **(SBMPTN 2018)**
- A.  $4a^2 + 10$  D.  $2a^2 - 5$   
B.  $4a^2 - 10$  E.  $-2a^2 + 5$   
C.  $2a^2 + 5$

## PEMBAHASAN UJI PEMAHAMAN

1. Diketahui:  $x^2 + px + q = 0$  selisih akarnya  $x_1 - x_2 = -1$ ;  
 $x_1 + 1$  dan  $x_2$  akar-akar dari  $x^2 + (p-1)x + q + 2 = 0$   
Jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan  $x^2 + px + q = 0$  sebagai berikut.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = p; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = q$$

$$\text{Jika } x_1 - x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = x_1 + 1$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

$$\Leftrightarrow -1 = \frac{\sqrt{p^2 - 4q}}{a}$$

$$\Leftrightarrow p^2 - 4q = 1$$

Jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan  $x^2 + (p-1)x + q + 2 = 0$  sebagai berikut.

$$x_1 + 1 + x_2 = -\frac{b}{a} = p - 1;$$

$$(x_1 + 1) \cdot x_2 = \frac{c}{a} = q + 2$$

Pada persamaan kuadrat dengan akar-akar kembar berlaku  $D = 0$

$$(p-1)^2 - 4(q+2) = 0$$

$$p^2 - 2p + 1 - 4q - 8 = 0$$

$$(p^2 - 4q) - 2p - 7 = 0$$

$$1 - 2p - 7 = 0$$

$$p = -3$$

$$p^2 - 4q = 1$$

$$(-3)^2 - 4q = 1$$

$$9 - 4q = 1$$

$$q = 2$$

Nilai q didapatkan dari penyelesaian berikut.

$$\text{Jadi, nilai } p+q = -3+2 = -1$$

**Jawaban: C**

2. Diketahui:  $(5-2\log x)\log x = \log 1000$   
Misalkan  $p = \log x$  maka didapatkan persamaan kuadrat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 5p - 2p^2 &= 3 \\ \Leftrightarrow 2p^2 - 5p + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2p-3)(p-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow p = \frac{3}{2} \text{ atau } p &= 1 \end{aligned}$$

Didapatkan nilai  $x_1$  dan  $x_2$  seperti di bawah ini.

$$^{10}\log x = \frac{3}{2} \Rightarrow x_1 = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$$

$$^{10}\log x = 1 \Rightarrow x_2 = 10^1 = 10$$

Jadi, nilai dari

$$x_1^2 + x_2^2 = (10\sqrt{10})^2 + 10^2 = 1100$$

**Jawaban: E**

3. Diketahui:  $\frac{x^2 - bx}{ax - c} = \frac{m-1}{m+1}$ , akar-akarnya berlawanan tanda, nilai mutlaknya sama

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - bx}{ax - c} &= \frac{m-1}{m+1} \\ \Leftrightarrow (x^2 - bx)(m+1) &= (ax - c)(m-1) \\ \Leftrightarrow (m+1)x^2 - (b(m+1) - a(m-1))x &+ c(m-1) = 0 \end{aligned}$$

Jika  $x_1 = -x_2$  dan  $|x_1| = |x_2|$  maka jumlah akar-akar persamaan kuadrat adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{b(m+1) + a(m-1)}{(m+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow (a+b)m &= a-b \\ \Leftrightarrow m &= \frac{a-b}{a+b} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, nilai } m = \frac{a-b}{a+b}$$

**Jawaban: C**

4. Diketahui:  $x^2 - 4x + a = 0$ , akar-akarnya  $(p+1)$  dan  $(p-1)$

Jumlah akar-akar:

$$(p+1) + (p-1) = 4$$

$$2p = 4 \Rightarrow p = 2$$

Perkalian akar-akar:

$$(p+1) \cdot (p-1) = a$$

$$3 \cdot 1 = a$$

$$a = 3$$

Jadi, nilai a adalah 3.

**Jawaban: D**

5. Diketahui:  $x^2 + 2cx + (19+c) = 0$ ;  $x_1 - x_2 = 2$

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| &= \left| \frac{\sqrt{D}}{a} \right| \\ \Leftrightarrow 2 &= \frac{\sqrt{(2c)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (19+c)}}{1} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2 = \sqrt{4c^2 - 76 - 4c}$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4c^2 - 76 - 4c$$

$$\Leftrightarrow 1 = c^2 - 19 - c$$

$$\Leftrightarrow c - c^2 = -20$$

$$\text{Jadi, nilai dari } (30 + c - c^2) = 30 - 20 = 10$$

**Jawaban: D**

6. Diketahui:  $x^2 - ax - b = 0$ , akar-akarnya berkebalikan dan salah satunya bilangan bulat positif

Misalkan, akar-akar persamaan kuadrat tersebut adalah  $\alpha$  dan  $\beta$

$$\alpha = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha\beta = 1$$

Hasil kali akar-akarnya:

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$1 = -b \Rightarrow b = -1$$

Persamaan tersebut memiliki dua akar nyata berlainan dan bilangan positif sehingga diskriminannya seperti di bawah ini.

$$D \geq 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 4ac \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 4(1)(-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(a+2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a \geq 2$$

Jadi, nilai terkecil yang mungkin untuk

$$a+b=2+(-1)=1$$

**Jawaban: D**

7. Diketahui: akar-akar  $3x^2 + ax - 3 = 0$  dan  $2x^2 + 6x + 3b = 0$  saling berkebalikan dari kedua persamaan tersebut didapatkan persamaan nilai berikut.

$$a = -6$$

$$-3 = 3b \Rightarrow b = -1$$

$$\text{Jadi, } b-a = -1 - (-6) = 5$$

**Jawaban: C**

8. Diketahui:  $6x^2 - 5x + 2m - 5 = 0$   
penjumlahan akar-akarnya  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{6}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m-5}{6}$$

Nilai m dapat dicari dari persamaan berikut.

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{2m-5} = 5$$

$$\Leftrightarrow 5 = 5(2m-5)$$

$$\Leftrightarrow 1 = (2m-5)$$

$$\Leftrightarrow 2m = 6$$

$$\Leftrightarrow m = 3$$

Jadi, nilai m adalah 3.

**Jawaban: E**

9. Diketahui:  $x^2 - 2ax - 3a^2 - 4a - 1 = 0$   
memiliki akar kembar  
Persamaan kuadrat dengan akar kembar berarti nilai  $D = 0$ .

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2a)^2 - 4(1)(-3a^2 - 4a - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(a^2 + 3a^2 + 4a + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 4a + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a = -1$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Jadi, akar kembar tersebut adalah  $-\frac{1}{2}$ .

**Jawaban: B**

10. Diketahui:  $(x, y)$  adalah solusi dari persamaan  $x - y = a$  dan  $x^2 + 5x - y = 2$   
Misalkan variabel  $a = p$  maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$x - y = a$$

$$-y = a - x$$

$$-y = p - x \quad \dots(i)$$

$$x^2 + 5x + p - x = 2$$

$$x^2 + 4x + p - 2 = 0 \quad \dots(ii)$$

Hanya ada satu solusi untuk persamaan kuadrat tersebut sehingga  $D = 0$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 4(1)(p-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 16 - 4p + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4p = 24$$

$$\Leftrightarrow p = 6$$

Substitusi nilai p ke persamaan (ii) untuk mendapatkan nilai x.

$$x^2 + 4x + 6 - 2 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

Substitusi nilai x dan p pada persamaan (i) sehingga didapatkan nilai y.

$$-y = 6 - (-2)$$

$$-y = 8$$

$$y = -8$$

Jadi, jumlah dari solusi kedua persamaan tersebut adalah  $x + y = -2 + (-8) = -10$

**Jawaban: B**

11. Diketahui:  $2x^2 - ax - 2 = 0$  dan berlaku  $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = -2a$

Misalkan variabel  $a = p$  maka akan didapatkan persamaan  $2x^2 - px - 2 = 0$

Pada akar-akar persamaan kuadrat berlaku

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = \frac{D}{a^2}$$

$$\begin{aligned}(x_1 - x_2)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{a^2} \\ &= \frac{(-p)^2 - 4(2)(-2)}{(2)^2} \\ &= \frac{p^2 + 16}{4}\end{aligned}$$

Jika persamaan di atas dijabarkan dan  $p = a$  maka akan didapatkan persamaan

$$\begin{aligned}x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 &= \frac{a^2 + 16}{4} \\ \Leftrightarrow -2a &= \frac{a^2 + 16}{4} \\ \Leftrightarrow -8a &= a^2 + 16 \\ \Leftrightarrow a^2 + 8a + 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow (a + 4)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow a &= -4\end{aligned}$$

Jadi, nilai  $a = -4$ .

**Jawaban: B**

12. Diketahui: akar-akar  $\frac{x^2 + ax}{bx - 2} = \frac{m + 2}{m - 2}$  berlawanan dan  $a \neq b$

$$\frac{x^2 + ax}{bx - 2} = \frac{m + 2}{m - 2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + ax)(m - 2) = (bx - 2)(m + 2)$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)x^2 + a(m - 2)x = b(m + 2)x - 2(m + 2)$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)x^2 + [a(m - 2) - b(m + 2)]x + 2(m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)x^2 + [(a - b)m - 2(a + b)]x + 2(m + 2) = 0$$

Kedua akar berlawanan maka  $x_1 = -x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$

$$\text{Jumlah akar-akar: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0 \Rightarrow b = 0$$

Nilai  $b = 0$  artinya  $(a - b)m - 2(a + b) = 0$

$$(a - b)m - 2(a + b) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)m = 2(a + b)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{2(a + b)}{(a - b)}$$

$$\text{Jadi, nilai } m = \frac{2(a + b)}{a - b}$$

**Jawaban: B**

13. Diketahui: persamaan  $xy + y^2 = 0$  ;  $x - 2y = 3$

Dari  $x - 2y = 3$  didapatkan persamaan y

$$y = \frac{x - 3}{2}$$

Substitusi y ke persamaan kuadrat sebagai berikut.

$$x \left( \frac{x - 3}{2} \right) + \left( \frac{x - 3}{2} \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x - 3) + (x - 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$$

Jadi, salah satu nilai x yang memenuhi sistem persamaan tersebut adalah 1.

**Jawaban: C**

14. Misalkan gradien garis  $h$  adalah  $m$  maka persamaan garis  $h$  adalah  $y = mx$   
Absis titik potong antara garis  $y = mx$  dan kurva  $2y = 3x^2 - 2x + 1$  bisa ditentukan dengan substitusi  $y = mx$  ke persamaan tersebut.

$$2(mx) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + 1 - 2mx = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - (2 + 2m)x + 1 = 0$$

Misalkan absis titik potong kedua garis adalah  $x_1$  dan  $x_2$  maka nilai  $x$  tersebut adalah akar-akar dari persamaan kuadrat  $3x^2 - (2 + 2m)x + 1 = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$10 = -\frac{-(2 + 2m)}{3}$$

$$30 = (2 + 2m)$$

$$28 = 2m$$

$$m = \frac{28}{2} = 14$$

**Jawaban: D**

15. Diketahui:  $px^2 + 8x + 3p = 0$  kedua akarnya bernilai negatif

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{8}{p}\right)^2 - 2(3)$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{64}{p^2} - 6$$

Akar-akar dari persamaan bernilai negatif artinya  $x_1 + x_2 < 0$  dan  $D \geq 0$

Jika  $\frac{a}{b} < 0$  maka  $ab < 0$

$$x_1 + x_2 < 0$$

$$-\frac{8}{p} < 0$$

$$-8p < 0$$

$$p > 0$$

$$D \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (8)^2 - 4(p)(3p) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 64 - 12p^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -12p^2 \geq -64$$

$$\Leftrightarrow p^2 \leq \frac{-64}{-12}$$

$$\Leftrightarrow p^2 \leq \frac{64}{12}$$

Dari  $p > 0$  dan  $p^2 \leq \frac{64}{12}$  dapat ditarik

kesimpulan bahwa  $0 < p^2 \leq \frac{64}{12}$

Nilai  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{64}{p^2} - 6$  akan mencapai

minimum saat  $p^2 = \frac{64}{12}$

Jadi, nilai minimum dari  $x_1^2 + x_2^2$  adalah sebagai berikut.

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{64}{p^2} - 6$$

$$= \frac{64}{\frac{64}{12}} - 6$$

$$= 12 - 6$$

**Jawaban: C**

16. Diketahui: akar-akar suatu persamaan kuadrat adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ ;  $\alpha + 2\beta = 5$ ;  $\alpha\beta = -2$

Akar-akar barunya adalah  $\frac{\alpha}{\alpha+1}$  dan  $\frac{2\beta}{2\beta+1}$

Penjumlahan akar-akar tersebut sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right) + \left(\frac{2\beta}{2\beta+1}\right) &= \frac{\alpha(2\beta+1) + 2\beta(\alpha+1)}{(\alpha+1)(2\beta+1)} \\ &= \frac{2\alpha\beta + \alpha + 2\alpha\beta + 2\beta}{2\alpha\beta + \alpha + 2\beta + 1} \\ &= \frac{4\alpha\beta + (\alpha + 2\beta)}{2\alpha\beta + (\alpha + 2\beta) + 1} \\ &= \frac{4(-2) + (5)}{2(-2) + (5) + 1} \\ &= \frac{-8 + 5}{-4 + 6} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$



Perkalian akar-akar tersebut sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)\left(\frac{2\beta}{2\beta+1}\right) &= \frac{2\alpha\beta}{(\alpha+1)(2\beta+1)} \\ &= \frac{2\alpha\beta}{2\alpha\beta + (\alpha+2\beta) + 1} \\ &= \frac{2(-2)}{2(-2) + (5) + 1} \\ &= \frac{-4}{-4+6} = -2\end{aligned}$$

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya p dan q dapat disusun dengan persamaan  $x^2 - (p+q)x + p \cdot q = 0$ .

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya

$\frac{\alpha}{\alpha+1}$  dan  $\frac{2\beta}{2\beta+1}$  adalah sebagai berikut.

$$x^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)x + (-2) = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

**Jawaban: E**

17. Diketahui:  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar dari

$$x^2 + 2ax + b^2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2) - 2x_1x_2$$

$$10 = (-2a)^2 - 2b^2$$

$$10 = 4a^2 - 2b^2$$

$$2b^2 = 4a^2 - 10$$

$$b^2 = 2a^2 - 5$$

**Jawaban: D**